



中国科学院上海天文台

Shanghai Astronomical Observatory, Chinese Academy of Science



中国科学院大学

University of Chinese Academy of Sciences

卫星轨道摄动力（二）

宋叶志
2020年秋季

作业邮箱: song.yz@foxmail.com

课件地址: <http://202.127.29.4/astrodynamics/course.php>

主要内容

- 通用光压模型与地球反照摄动
- 导航卫星姿态控制模式
- 导航卫星光压模型
- 大气摄动
- 广义相对论效应
- 其他摄动力与经验加速度

通用模型

太阳在单位时间内发出的光子量基本相同。在距太阳为一个天文单位的地方，太阳的辐射流量的平均值为 $4.56 \times 10^{-6} N/m^2$ 。球状卫星和形状比较复杂的卫星使用不同的方法计算太阳直射辐射压摄动，对形状复杂的卫星可以将其分为若干个平面分别计算，其所受到的太阳辐射压摄动加速度为

$$\vec{A}_R = -P \frac{\gamma}{m} \sum_i \alpha_i A_i \cos \theta_i \left[2 \left(\frac{\delta_i}{3} + \rho_i \cos \theta_i \right) \hat{n}_i + (1 - \rho_i) \hat{s}_i \right]$$

P = 卫星处的太阳辐射流量。

A_i = 平面 i 的面积。

\hat{n}_i, \hat{s}_i = 平面 i 的法向矢量和卫星到太阳的方向矢量。

θ_i = 平面 i 的法向与卫星到太阳方向之间的夹角。

α_i = 平面 i 的方向因子， $\cos \theta_i < 0$ 时为 0， $\cos \theta_i > 0$ 时为 1。

ρ_i, δ_i = 平面 i 的反射系数和散射系数。

m = 卫星的质量。

γ = 卫星的食因子。

球形卫星

$$\vec{A}_R = P_{SR} a_U^2 C_R \left(\frac{A}{m} \right) \gamma \frac{\vec{\Delta}_S}{\Delta_S}$$

P_{SR} ——作用在离太阳一个天文单位处黑体上的太阳辐射压强。

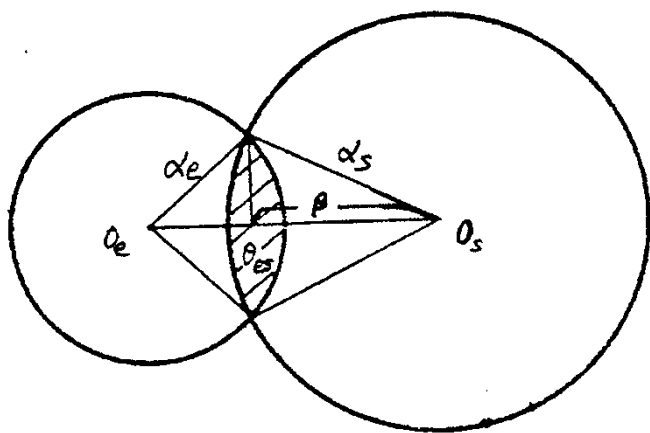
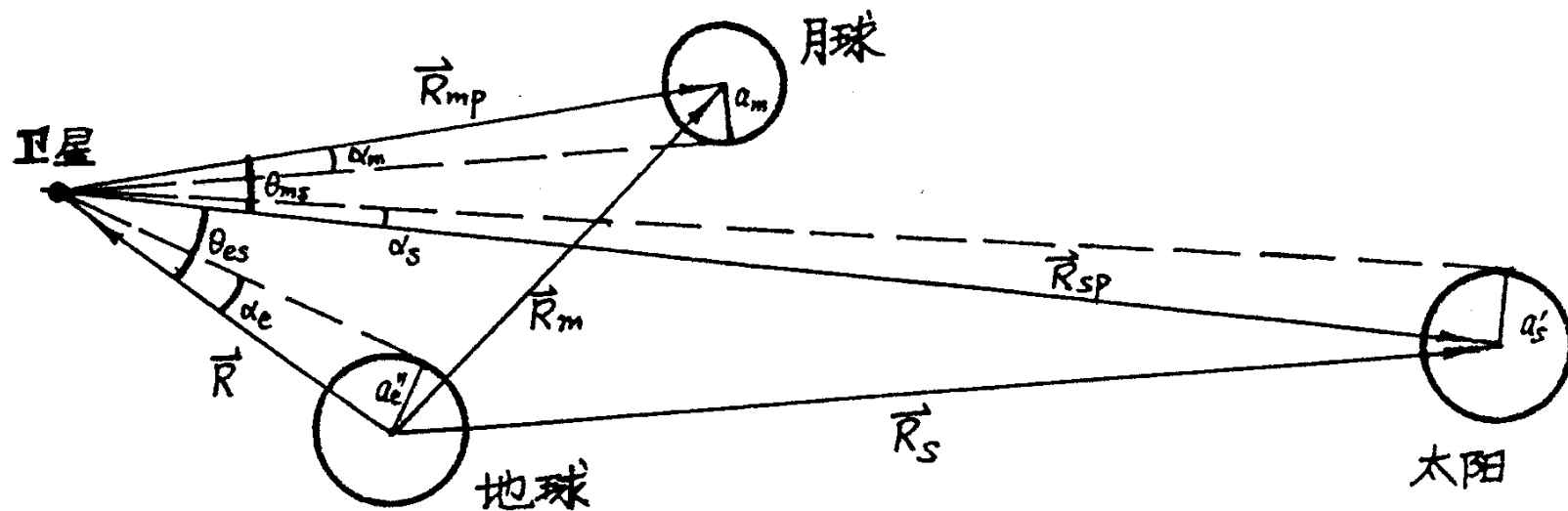
C_R ——卫星的表面反射系数。

γ ——地影因子。

$$\gamma = \begin{cases} 1 & \text{卫星在日光中} \\ 0 & \text{在本影之中} \\ 0 < \gamma < 1 & \text{在半影与伪本影之中} \end{cases}$$

$$\gamma = 1 - \frac{\text{太阳被蚀的视面积}}{\text{太阳视面积}}$$

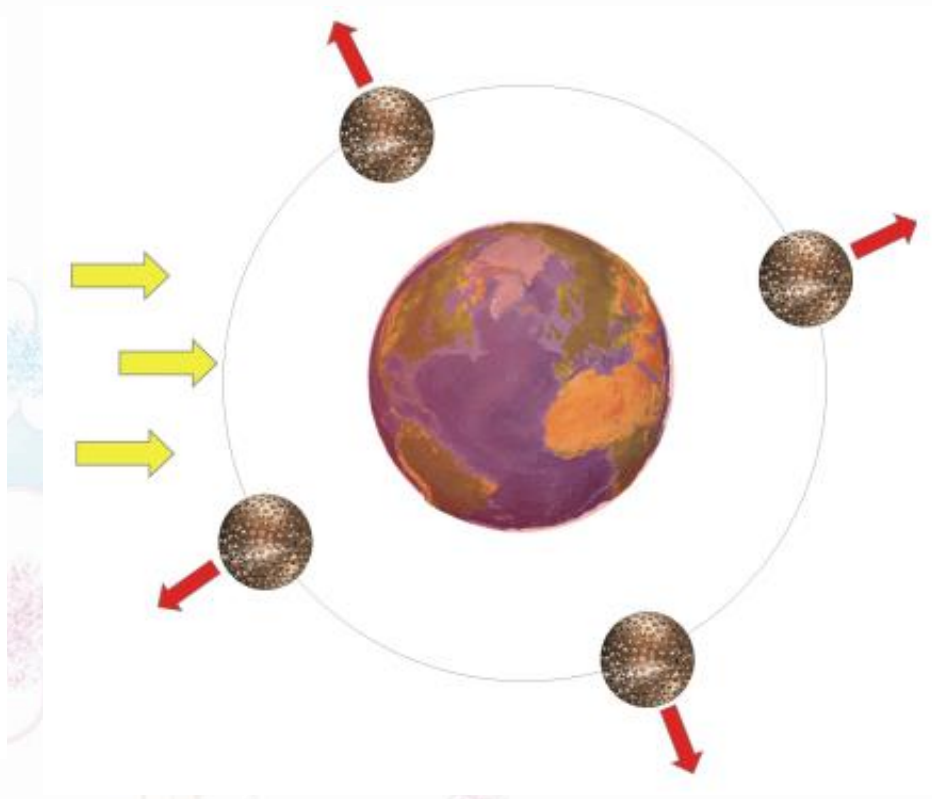
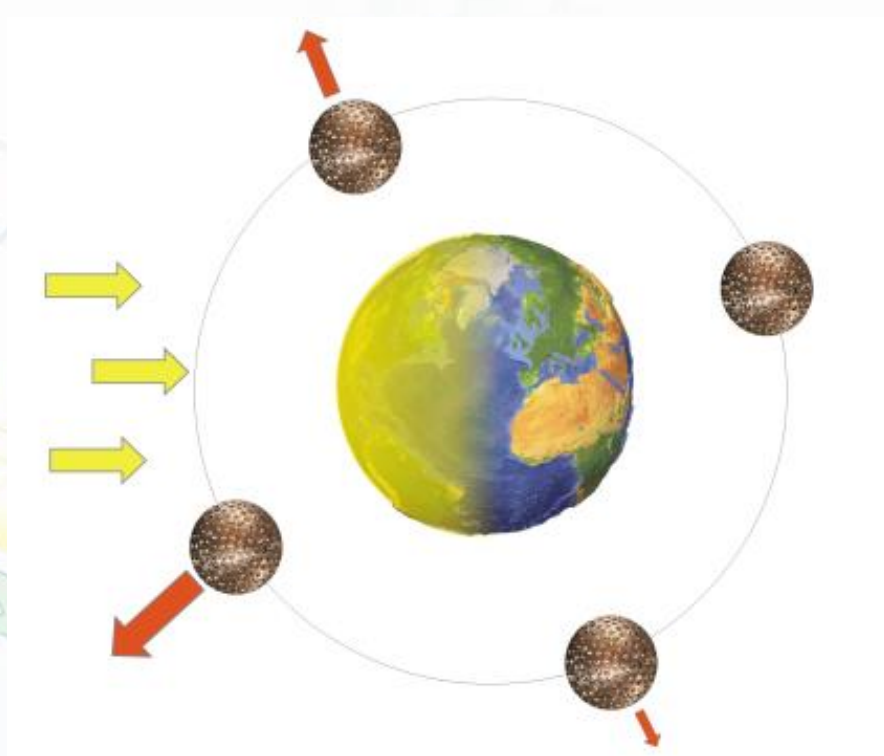
地影几何



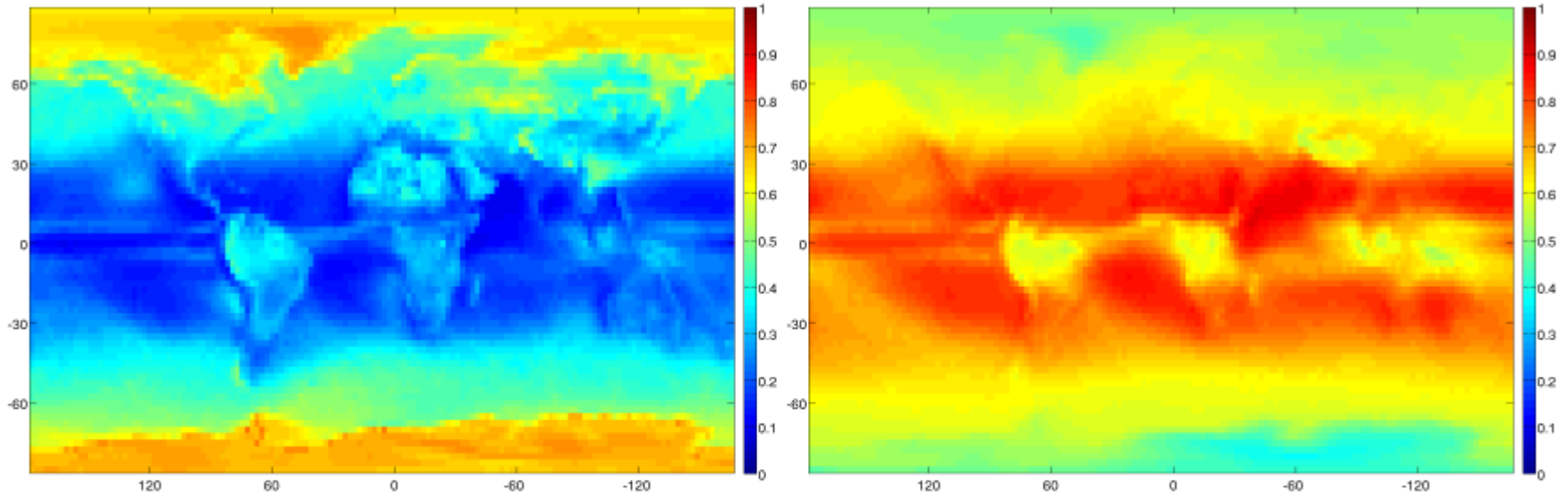
地球反辐射

- 地球受太阳直接辐照后，其本身产生次辐射。
次辐射：光学辐射（反照率辐射）：镜面反射5%，漫反射95%
红外辐射（发射率辐射）
- **光学辐射**强度依赖于太阳的位置，当地表面辐射面积元受到太阳光垂直照射时，其光学辐射最大，而当太阳照不到该面积元时，其光学辐射为零。
- **红外辐射**是地球吸收了太阳直射辐射后，以长波形式向空间发射的辐射，它是由地球发出的热辐射，它的辐射强度不依赖于太阳的位置，只依赖于发射表面的平均绝对温度，即依赖于发射点的纬度和发射时的季节。
- **光学辐射**对卫星产生径向与横向摄动加速度，在量级上，前者是后者的100倍。当卫星处在光亮地球中心的上空时，径向加速度达到最大；当卫星在昼夜交界处时，横向加速度达到最大；当卫星处于黑夜地球那一面时，该两类加速度都为零。

光学与红外反射辐射



光学与红外反照辐射



Left: Global map of mean albedo reflectivity in April from CERES.

Right: Global map of mean infrared emissivity in April from CERES in grids of resolution $2.5^\circ \times 2.5^\circ$.

反照率

(1) 地球反照率 A_l 定义为:

$$A_l = \frac{I_{op}}{I_s}$$

光学辐压计算模型最早为 **Cunningham** (1962) 提出的, 但由于 A_l 模型不精确而一直无法反映卫星的实际受摄情况。以后许多人在 A_l 模型上做了不少工作: 1978 年 **Lala** 利用法国 **D-5-B** 卫星上的太阳传感器得到的资料, 提供了 $5^\circ \times 5^\circ$ 面积元的地球反照率全球分布值。1981 年 **Stephens** 利用 14 年 (1964—1977) 卫星的太阳传感器得到的资料, 提供了反映纬度和季节变化的 A_l 与红外辐流 I_{IR} 的表格值。

$$A_l = \begin{cases} 0.1 + 0.3 \sin|\phi| & \text{对海洋} \\ 0.2 + 0.3 \sin|\phi| & \text{对陆地} \end{cases}$$

$$A_l = 0.34 + 0.1 \cos \left[\frac{2\pi}{365.25} (t - t_0) \right] \sin \phi + 0.29 \left(\frac{3}{2} \sin^2 \phi - \frac{1}{2} \right)$$

地球各纬度带均匀红外辐射强度

地球各纬度带均匀红外辐射强度(瓦/米²)

	纬度带(度)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	年平均	
1	90	80	165	155	146	173	189	207	207	199	178	170	163	177	177
2	80	70	157	149	154	183	197	211	212	207	186	175	160	156	179
3	70	60	165	164	170	196	208	221	224	217	198	186	173	167	191
4	60	50	175	177	188	204	213	222	228	224	211	200	188	182	201
5	50	40	191	194	203	216	226	235	244	243	232	220	205	198	217
6	40	30	217	218	224	235	241	254	259	263	253	247	231	222	239
7	30	20	250	248	251	265	266	268	262	261	261	263	253	251	258
8	20	10	266	264	261	270	260	251	241	236	242	250	251	259	254
9	10	0	251	251	248	240	232	233	233	235	235	244	242	250	241
10	0	-10	240	240	240	243	257	261	261	261	260	257	248	246	251
11	-10	-20	248	247	250	264	270	273	272	276	271	266	257	253	262
12	-20	-30	261	256	254	263	258	260	260	264	259	258	256	262	259
13	-30	-40	253	251	244	239	233	229	231	232	233	238	239	249	239
14	-40	-50	232	232	225	217	213	209	205	207	211	219	220	229	218
15	-50	-60	217	217	208	204	199	195	188	187	192	201	208	216	203
16	-60	-70	209	204	193	186	177	172	164	161	165	180	197	209	185
17	-70	-80	196	184	165	153	146	146	131	124	128	151	183	200	159
18	-80	-90	187	171	148	121	105	110	104	94	94	126	170	190	135
	90	-90	230	228	228	233	234	236	235	235	232	233	229	231	232

地球各纬度带平均返照率

表 4.6b 地球各纬度带平均反照率(%)

	纬度带(度)		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	年平均
1	90	80	I*	I*	69	58	69	75	69	60	44	I*	I*	I*	67
2	80	70	I*	83	69	63	62	54	50	49	66	77	I*	I*	57
3	70	60	78	56	55	54	49	42	39	40	42	51	64	69	46
4	60	50	56	50	49	42	40	39	38	38	37	43	49	55	41
5	50	40	46	43	40	36	34	35	33	32	33	34	39	46	36
6	40	30	37	36	34	32	30	28	27	26	29	29	33	37	31
7	30	20	30	29	27	25	25	25	26	26	26	26	28	30	26
8	20	10	24	23	22	20	22	24	26	27	25	25	26	26	24
9	10	0	24	24	24	24	26	26	26	26	26	25	26	26	25
10	0	-10	25	24	24	24	21	22	23	23	22	23	24	25	23
11	-10	-20	24	23	23	22	21	21	22	22	22	23	24	24	23
12	-20	-30	13	24	24	23	24	24	25	25	25	25	24	23	24
13	-30	-40	27	28	29	29	30	30	30	30	29	29	28	27	29
14	-40	-50	33	34	34	37	38	39	39	36	35	34	34	33	35
15	-50	-60	41	41	40	42	44	47	48	45	43	44	43	42	42
16	-60	-70	46	47	46	54	62	72	77	65	56	56	52	49	51
17	-70	-80	61	62	61	86	I*	I*	I*	88	79	65	66	64	64
18	-80	-90	70	72	40	I*	I*	I*	I*	I*	80	67	75	75	70
	90	-90	31	30	30	29	30	30	30	29	29	30	31	32	30

发射率

(2) 发射率 E_m 定义为

$$E_m = \frac{I_{IR}}{(I_{IR})_0}, (I_{IR})_0 = 340 \text{ w/m}^2$$

I_{IR} ——红外辐射流，1981年 SehnaI 提出 I_{IR} 的如下模型：

$$I_{IR} = A_0 + A_2 P_2(\sin \phi)$$

未能反映季节性变化。

较好的是美国 CSR 提供的表达式：

$$E_m = 0.68 - 0.07 \cos \left[\frac{2\pi}{365.25} (t - t_0) \right] \sin \phi - 0.18 \left(\frac{3}{2} \sin^2 \phi - \frac{1}{2} \right)$$

加速度

积分方法： 反照辐射压加速度以及红外辐射压加速度。

$$\vec{A}_{AL} = \iint_{(w)} P_{SR} \left(\frac{a_U}{R_S} \right)^2 \frac{1 + \eta_S}{\pi} \left(\frac{A}{m} \right) \frac{A_l \cos \theta_S \cos \alpha}{\rho^2} \left(\frac{\vec{\rho}}{\rho} \right) \text{sgn}(\cos \theta_S) ds$$

$$\vec{A}_{EM} = \iint_{(w)} \frac{P_{SR}}{4} \left(\frac{a_U}{R_S} \right)^2 \frac{1 + \eta_S}{\pi} \left(\frac{A}{m} \right) \frac{E_m \cos \alpha}{\rho^2} \frac{\vec{\rho}}{\rho} ds$$

环元法： 把卫星所见表面分成若干个面积元， 对每个面积元可计算出它们对卫星的反照率加速度和红外辐射加速度

$$\begin{cases} \vec{A}_{AL} = \sum_{i \geq 1} (d\vec{A}_{AL})_i \\ \vec{A}_{EM} = \sum_{i \geq 1} (d\vec{A}_{EM})_i \end{cases}$$

主要内容

- 通用光压模型与地球反照摄动
- 导航卫星姿态控制模式
- 导航卫星光压模型
- 大气摄动
- 广义相对论效应
- 其他摄动力与经验加速度

GNSS偏航姿态

- ▶ 导航卫星为满足任务需求，要求满足两个条件：
- 卫星信号发射天线需指向地心确保用户有效接受卫星信号
- 太阳帆板垂直于太阳与卫星连线方向，以保证卫星有充足的能量供给。

一般情况下，姿态控制系统对卫星偏航姿态进行连续测量与主动控制，使太阳矢量处于本体系的 XOZ 面内，且 $+X$ 轴指向太阳，太阳帆板垂直于太阳入射光线，即为连续动态偏航。当太阳矢量与轨道面的夹角小于某个值 B_0 时，控制系统不再对卫星进行偏航控制，卫星本体系与轨道坐标系重合，太阳帆板转动垂直于太阳矢量在轨道面内的投影，此为零偏航。姿态控制的精度直接影响到光压模型精度。

动偏与零偏

- ▶ 动态偏航控制模式即GPS等卫星导航系统所采用的常规姿态控制模式。
- ▶ 针对地影及正午和午夜点问题，与日本QZSS卫星导航系统类似，我国北斗IGSO/MEO卫星采用了零偏航姿态控制方式，简称零偏，即当太阳矢量与卫星轨道面夹角小于一定的控制角度时，卫星不再跟踪太阳位置，而是将偏航角固定为 0° 。每颗IGSO/MEO卫星每年会经历两次动偏—零偏—动偏转换，每次零偏模式持续时间为8-15天（随轨道位置不同而变化）。北斗GEO卫星全弧段采用零偏控制模式。

GNSS星固坐标系

根据卫星类型不同，卫星星固坐标系的指向不同。北斗 GEO 卫星姿态控制采用 Orbit-Normal(ON)模型，即 Z 轴指向地心，Y 轴是 Z 轴与卫星速度方向叉乘方向，X 轴与 Y、Z 呈右手系。

GPS 卫星与北斗 IGSO/MEO 卫星姿态控制采用 Yaw-Steering(YS)模型，即 Z 轴指向地心，Y 轴是 Z 轴与卫星至太阳方向叉乘方向，X 轴与 Y、Z 呈右手系。

General characteristics of GNSS orbits and attitude modes (*i*: inclination, *T*: orbital period, YS: yaw-steering, ON: orbit-normal).

Constellation	Type	<i>i</i>	<i>T</i>	Attitude
GPS		55°	11 ^h 58 ^m	YS
GLONASS		65°	11 ^h 16 ^m	YS
Galileo		56°	14 ^h 05 ^m	YS
BeiDou-2	MEO	55°	12 ^h 53 ^m	YS, ON (near-zero β)
	IGSO	55°	23 ^h 56 ^m	YS, ON (near-zero β)
	GEO	$\approx 0^\circ$	23 ^h 56 ^m	ON
QZSS		43°	23 ^h 56 ^m	YS, ON (low β)
IRNSS	IGSO	29°	23 ^h 56 ^m	Biased YS
	GEO	$\approx 0^\circ$	23 ^h 56 ^m	Biased YS

GRACE星固坐标系

GRACE 卫星星固坐标系的坐标原点为卫星质心，X轴指向 GRACE 卫星的另一颗卫星的 KBR 相位中心方向（即卫星飞行速度的反方向），Z轴指向地心，Y轴与X轴和Z轴组成右手系。

GRACE 卫星的天线相位中心偏差在其星固系中定义，需要其转换至惯性系中进行天线相位中心修正。通常使用四元数计算卫星星固系至地心惯性系的转换矩阵：

$$Q = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1q_2 + q_0q_3) & 2(q_1q_3 - q_0q_2) \\ 2(q_1q_2 - q_0q_3) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(q_2q_3 + q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 + q_0q_2) & 2(q_2q_3 + q_0q_1) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix}$$

式中， q_0 、 q_1 、 q_2 、 q_3 为四元数，由一个实数单位和三个虚数单位组成，一般可在姿态文件中获取，计算四元数的方法可参考文献（Wu et al., 2006）。四元数满足下式：

$$q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 = 1$$

四元数一般可在姿态文件中获取，计算四元数的方法可参考文献（Wu et al., 2006）。假设星固坐下 GRACE 卫星天线相位中心偏差为 (x, y, z) ，则地心惯性系下对应的向量延迟为：

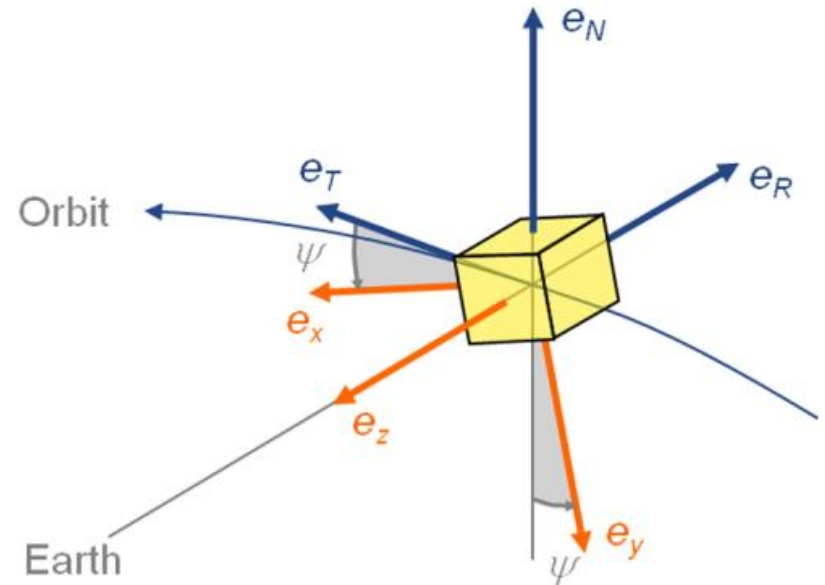
$$\vec{d} = Q \times \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

Yaw-steering frame

$$\mathbf{e}_{x,YS} = \mathbf{e}_{y,YS} \times \mathbf{e}_{z,YS}$$

$$\mathbf{e}_{y,YS} = \frac{\mathbf{e}_{\odot} \times \mathbf{r}}{|\mathbf{e}_{\odot} \times \mathbf{r}|}$$

$$\mathbf{e}_{z,YS} = -\frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|},$$



$$\psi_{IGS} = \text{atan2}(-\tan \beta, \sin \mu)$$

$$\beta = \frac{\pi}{2} - \cos^{-1} \left(\frac{\mathbf{r} \times \mathbf{v}}{\|\mathbf{r} \times \mathbf{v}\|} \cdot \frac{\mathbf{r}_{sun}}{\|\mathbf{r}_{sun}\|} \right)$$

$$\theta = \begin{cases} +\cos^{-1} \left(\frac{\mathbf{r} \times \mathbf{r}_{sun}}{\|\mathbf{r} \times \mathbf{r}_{sun}\| \cdot \cos \beta} \right), & \text{for } \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{r}_{sun}}{\|\mathbf{v} \times \mathbf{r}_{sun}\|} \leq \left(\frac{\mathbf{v} \times \mathbf{r}}{\|\mathbf{v} \times \mathbf{r}\|} \right) \left(\frac{\mathbf{r} \times \mathbf{r}_{sun}}{\|\mathbf{r} \times \mathbf{r}_{sun}\|} \right); \\ -\cos^{-1} \left(\frac{\mathbf{r} \times \mathbf{r}_{sun}}{\|\mathbf{r} \times \mathbf{r}_{sun}\| \cdot \cos \beta} \right), & \text{for } \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{r}_{sun}}{\|\mathbf{v} \times \mathbf{r}_{sun}\|} > \left(\frac{\mathbf{v} \times \mathbf{r}}{\|\mathbf{v} \times \mathbf{r}\|} \right) \left(\frac{\mathbf{r} \times \mathbf{r}_{sun}}{\|\mathbf{r} \times \mathbf{r}_{sun}\|} \right). \end{cases}$$

$$\mu = \theta - \pi$$

Orbit-normal frame

$$\mathbf{e}_{x,ON^+} = +\mathbf{e}_T$$

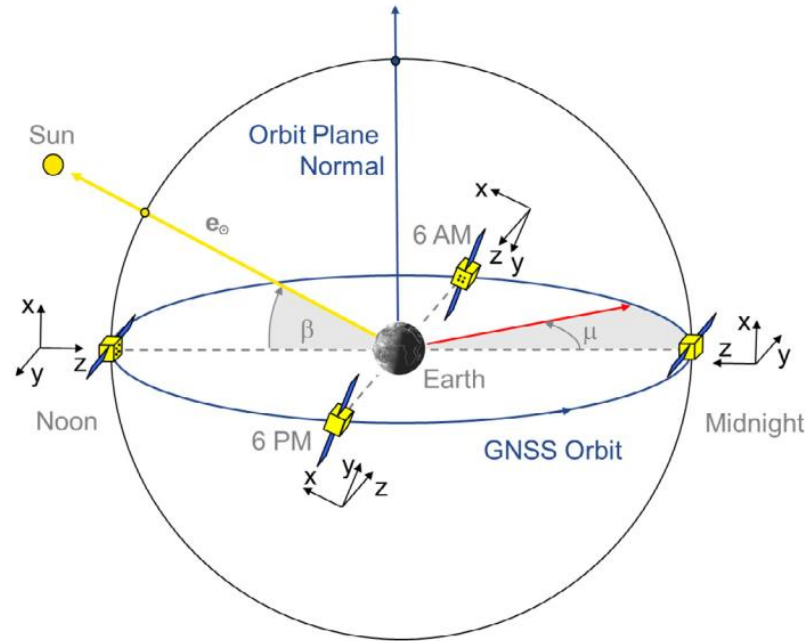
$$\mathbf{e}_{y,ON^+} = -\mathbf{e}_N$$

$$\mathbf{e}_{z,ON^+} = -\mathbf{e}_R$$

$$\mathbf{e}_{x,ON^-} = -\mathbf{e}_T$$

$$\mathbf{e}_{y,ON^-} = +\mathbf{e}_N$$

$$\mathbf{e}_{z,ON^-} = -\mathbf{e}_R.$$



the case of a body frame aligned with the ON frame, in which the xBF-axis points in flight direction thus yielding a zero yaw-angle. The solar panel rotation angle (i.e., the angle between the solar panel normal and the BF-axis of the spacecraft body) matches the orbit angle l , and the panels perform a full 360 turn throughout the orbit. For a spacecraft aligned with the ON frame, the orientation of the xBF- and yBF-axes is inverted with respect to and the yaw-angle attains a value of $w = 180$ at all times.

RTN坐标系与星固转换

$$\begin{bmatrix} \mathbf{r} \\ \mathbf{v} \end{bmatrix}_{\text{RTN}} = \begin{bmatrix} \gamma & 0 \\ 0 & \gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{r} \\ \mathbf{v} \end{bmatrix}_{\text{ECI}}$$

$$[\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}]_{\text{RTN}} = \psi [\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}]_{\text{ECI}}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u}_R \\ \mathbf{u}_T \\ \mathbf{u}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \epsilon_X & \epsilon_Y & \epsilon_Z \\ \delta_X & \delta_Y & \delta_Z \\ \alpha_X & \alpha_Y & \alpha_Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i} \\ \mathbf{j} \\ \mathbf{k} \end{bmatrix}$$

$$\psi = \begin{bmatrix} \gamma & 0 & 0 \\ 0 & \gamma & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \quad \text{and} \quad [\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}] = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{r}} - \mathbf{r} \\ \hat{\mathbf{v}} - \mathbf{v} \\ \hat{\boldsymbol{\beta}} - \boldsymbol{\beta} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{u}_R = \frac{\mathbf{r}^*}{|\mathbf{r}^*|} = \epsilon_X \mathbf{i} + \epsilon_Y \mathbf{j} + \epsilon_Z \mathbf{k}$$

$$\mathbf{u}_T = \mathbf{u}_N \times \mathbf{u}_R = \delta_X \mathbf{i} + \delta_Y \mathbf{j} + \delta_Z \mathbf{k}$$

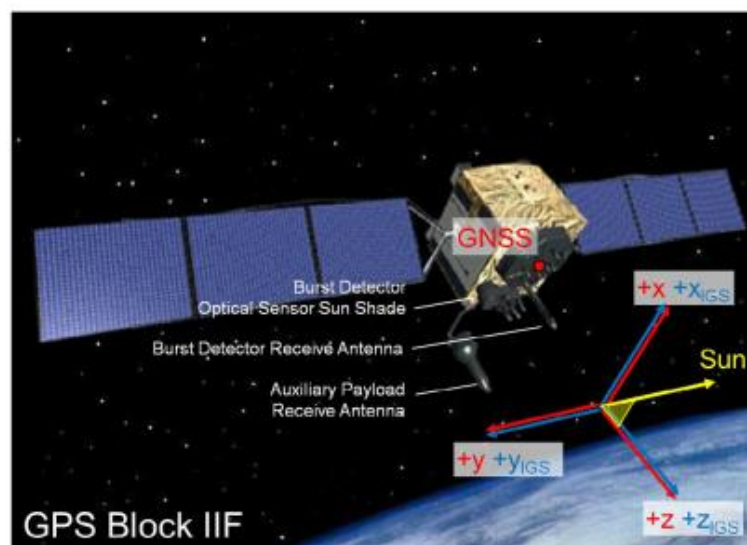
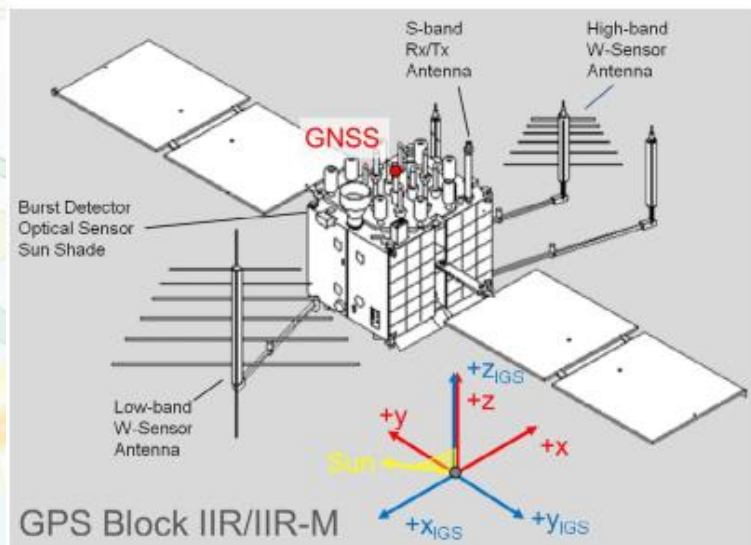
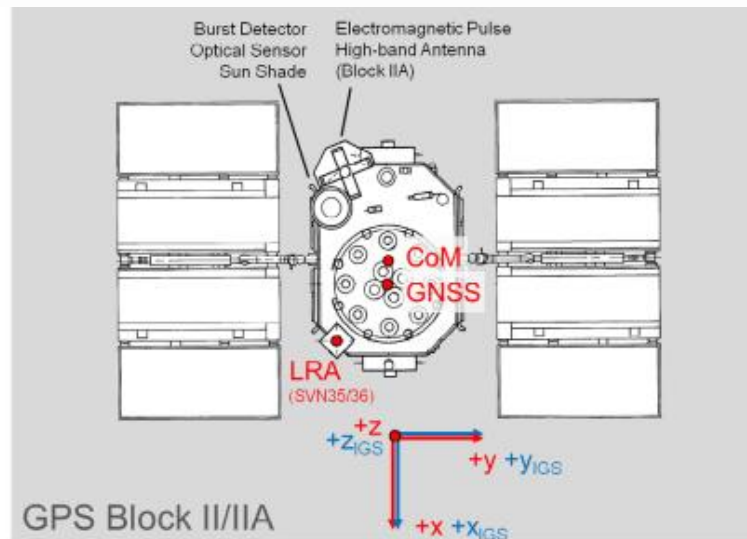
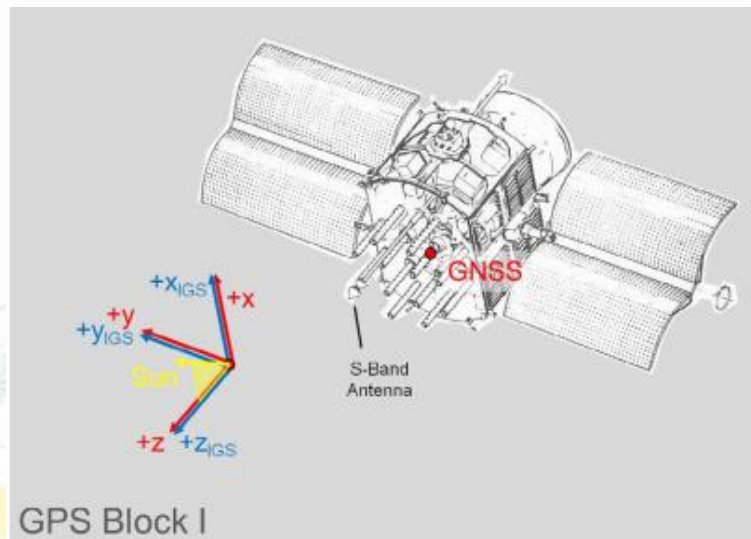
$$\mathbf{u}_N = \frac{\mathbf{r}^* \times \mathbf{v}^*}{|\mathbf{r}^* \times \mathbf{v}^*|} = \alpha_X \mathbf{i} + \alpha_Y \mathbf{j} + \alpha_Z \mathbf{k}$$

$$\begin{aligned} P_{\text{RTN}} &= E [(\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x})(\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x})^T]_{\text{RTN}} \\ &= \psi E [(\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x})(\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x})^T]_{\text{ECI}} \psi^T \end{aligned}$$

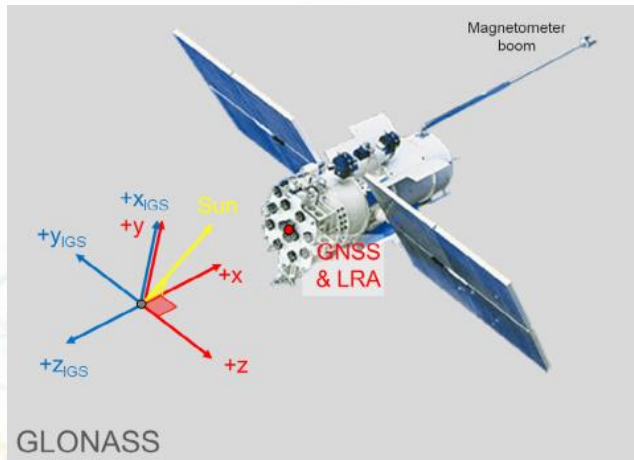
$$\mathbf{A}_{\text{BF}}^{\text{RTN}} = \mathbf{R}_x(\phi) \cdot \mathbf{R}_y(\vartheta) \cdot \mathbf{R}_z(\psi)$$

ψ (yaw), ϑ (pitch), ϕ (roll).

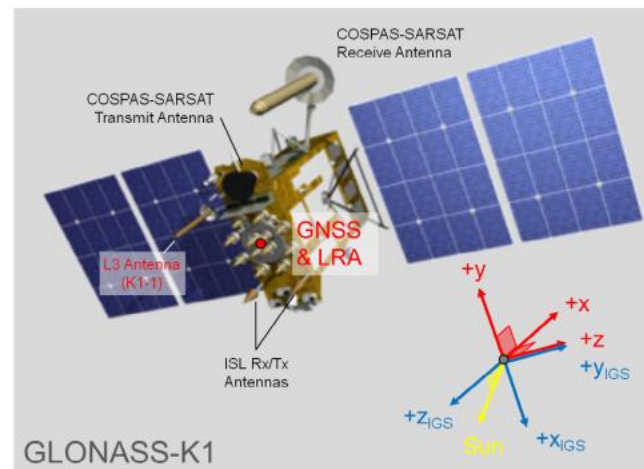
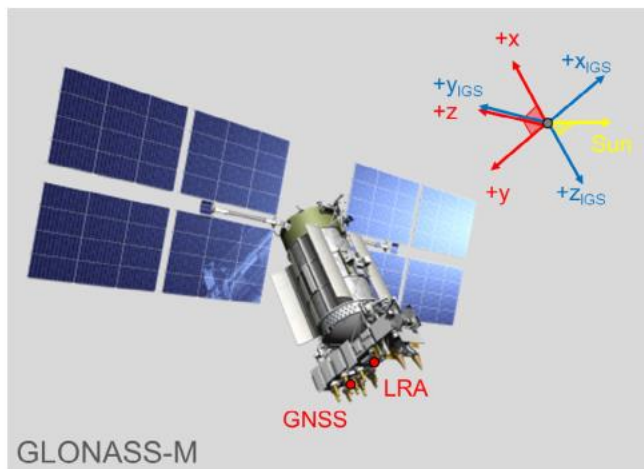
GPS姿态模式



GLONASS姿态模式

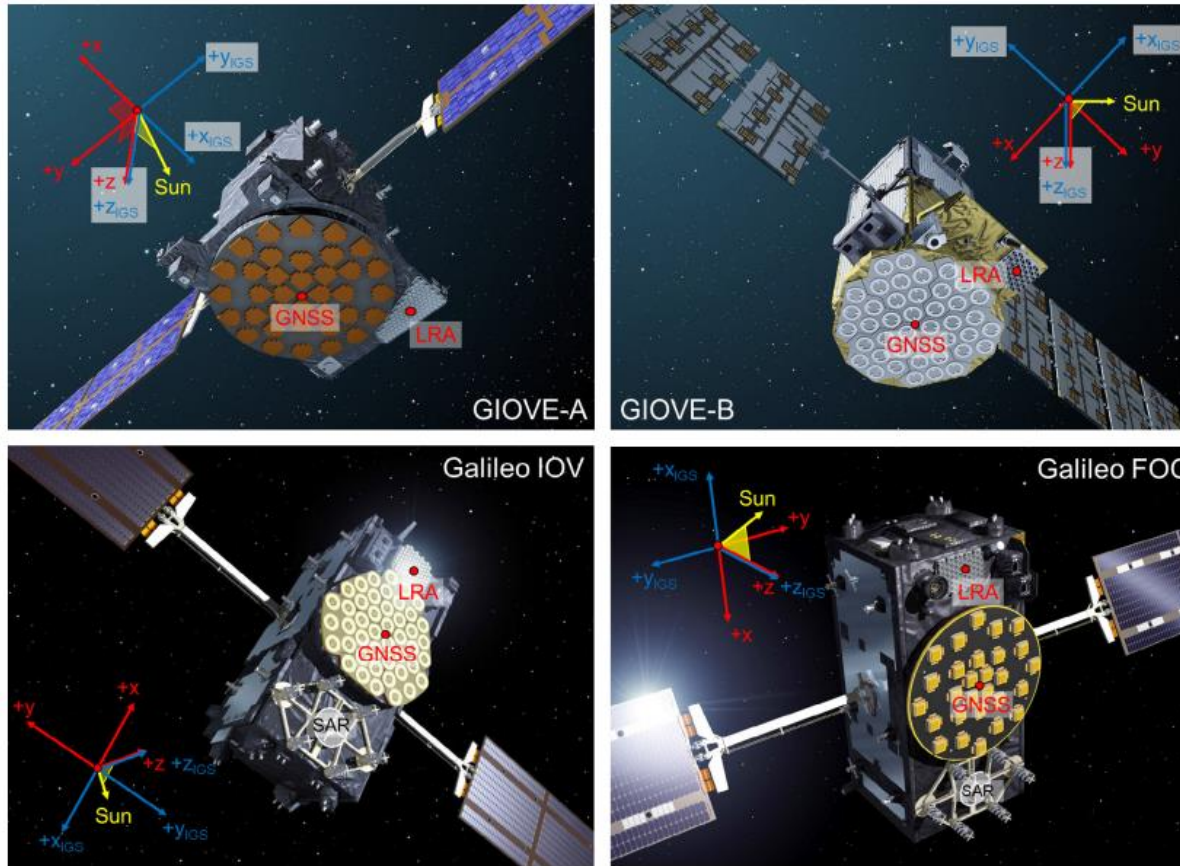


Orientation of the spacecraft body frame for the first-generation GLONASS satellites. Red arrows and labels refer to the manufacturer-specific system, while IGS axis conventions are shown in blue. Image Credits: ISS-Reshetnev. (For interpretation of the references to color in this figure legend, the reader is referred to the web version of this article.)



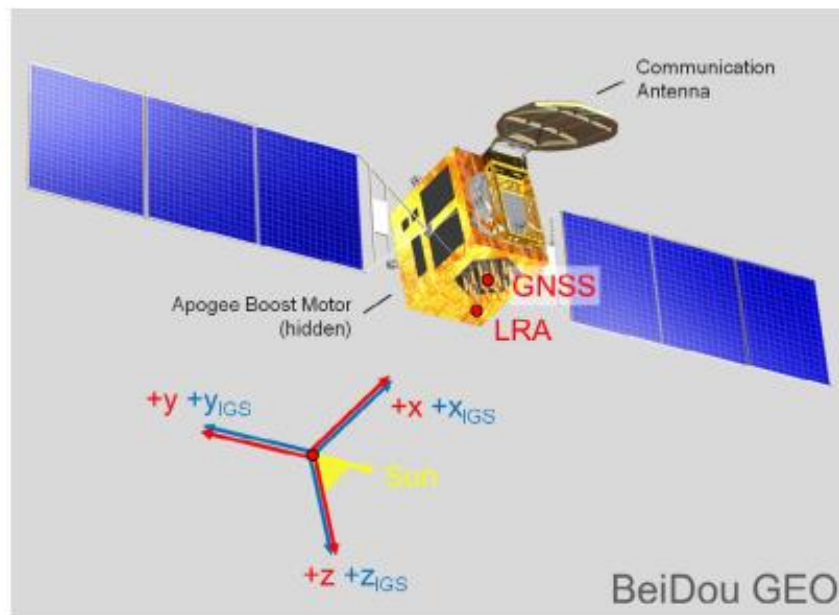
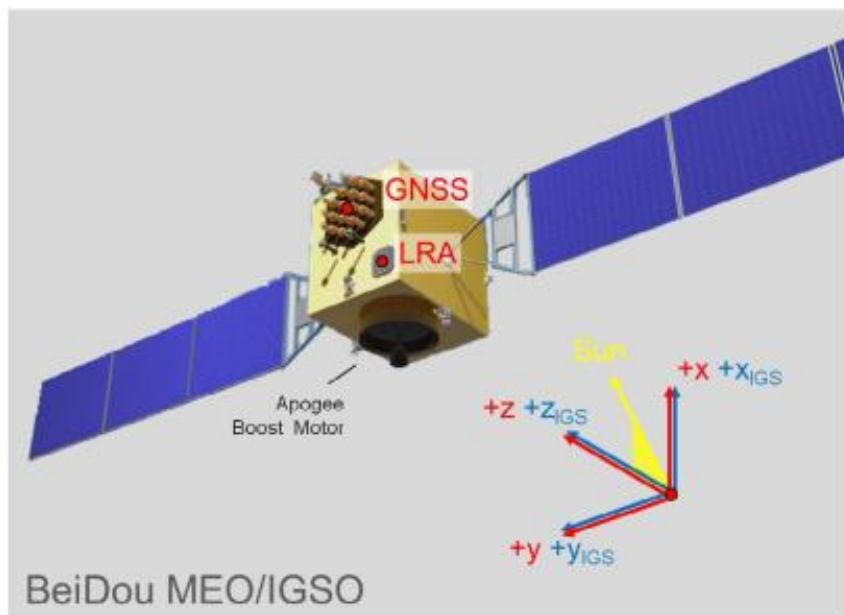
Orientation of the spacecraft body frame for GLONASS-M and -K1 satellites. Red arrows and labels refer to the manufacturer-specific system, while IGS axis conventions are shown in blue. For GLONASS-K1, the antenna locations of the radio-based inter-satellite link (ISL) and the COSPAS-SARSAT distress alert system are labeled to assist the identification of the spacecraft axes. Image Credits: ISS-Reshetnev. (For interpretation of the references to color in this figure legend, the reader is referred to the web version of this article.)

GALILEO姿态模式



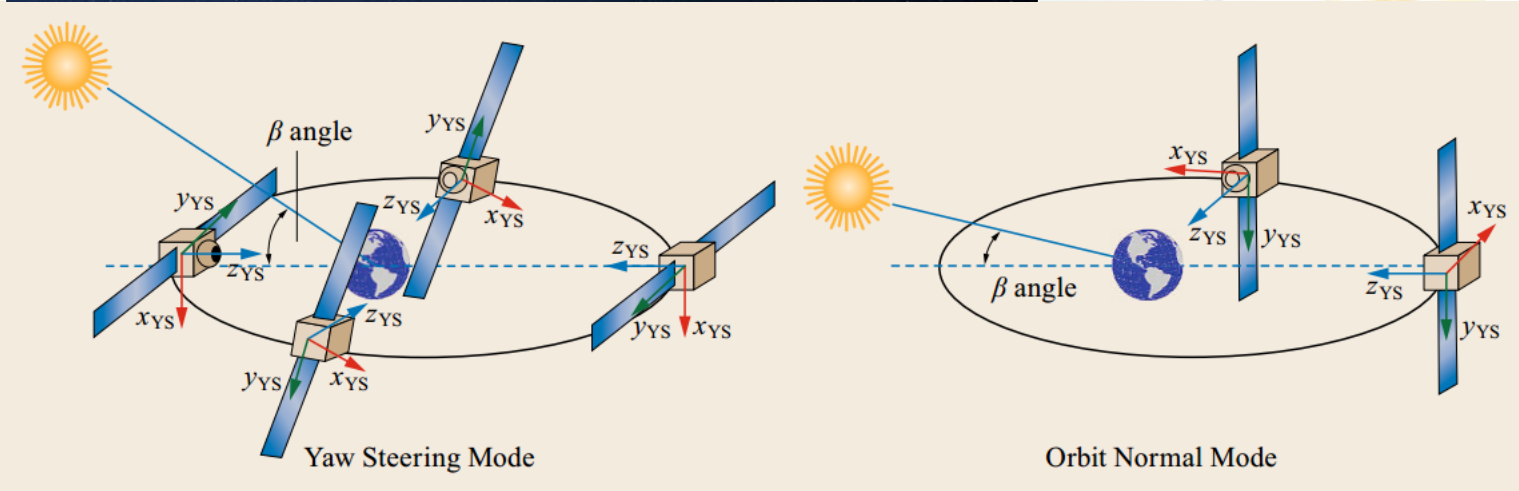
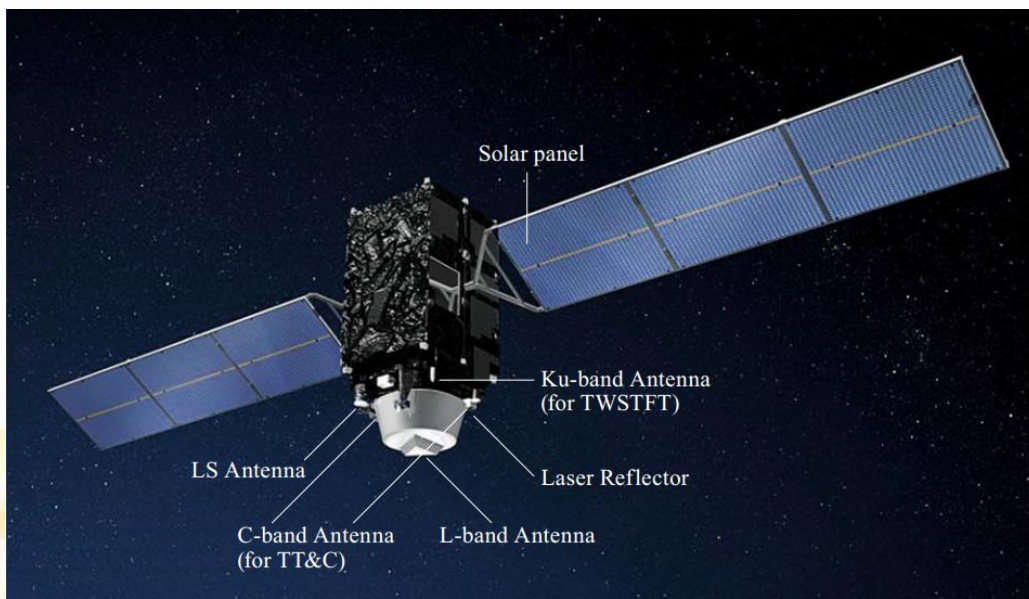
Orientation of the spacecraft body frame for GIOVE-A/B and Galileo IOV/FOC satellites. Red arrows and labels refer to the manufacturer-specific system, while IGS axis conventions are shown in blue. Note that Sun illumination and solar panel alignment in the artist's drawings do not match the actual spacecraft orientation (except for the Galileo FOC image). During nominal yaw-steering, the Sun direction is confined to the $+x_{IGS}/\pm z_{IGS}$ -half-plane as indicated by a representative Sun vector shown in yellow. For the Galileo IOV and FOC satellites, the location of the search-and-rescue (SAR) antenna is identified in addition to the GNSS antenna and LRA. Note, however, that the LRA and SAR antenna placement with respect to the spacecraft $+x$ -axis is inverted for the two types of spacecraft. Image credits: ESA. (For interpretation of the references to color in this figure legend, the reader is referred to the web version of this article.)

BDS姿态模式



Orientation of the spacecraft body frame for BeiDou MEO/IGSO and GEO satellites. Red arrows and labels refer to the manufacturer-specific system, while IGS axis conventions are shown in blue. During nominal yaw-steering, the Sun direction is confined to the $+x_{IGS}/\pm z_{IGS}$ -half-plane as indicated by a representative Sun vector shown in yellow. Image credits: CSNO. (For interpretation of the references to color in this figure legend, the reader is referred to the web version of this article.)

QZSS 姿态控制模式



Attitude control modes of the QZS-1 spacecraft

GNSS标称模式

Nominal attitude (orientation of the IGS-specific body frame) of individual navigation satellite types outside eclipse periods.

Constellation	Type	Attitude
GPS	I, II/IIA, IIR, IIF	$\mathcal{R}_{BF,IGS} = \mathcal{R}_{YS}$
GLONASS	-, M, K1	$\mathcal{R}_{BF,IGS} = \mathcal{R}_{YS}$
Galileo	GIOVE-A/B, IOV, FOC	$\mathcal{R}_{BF,IGS} = \mathcal{R}_{YS}$
BeiDou-2	MEO, IGSO	$\mathcal{R}_{BF,IGS} = \begin{cases} \mathcal{R}_{YS} \\ \mathcal{R}_{ON+} \end{cases}$ for $ \beta \begin{cases} \geq \\ < \end{cases} 4^\circ$
	GEO	$\mathcal{R}_{BF,IGS} = \mathcal{R}_{ON+}$
QZSS	QZS-1	$\mathcal{R}_{BF,IGS} = \begin{cases} \mathcal{R}_{YS} \\ \mathcal{R}_{ON-} \end{cases}$ for $ \beta \begin{cases} \geq \\ < \end{cases} 20^\circ$
IRNSS	IGSO, GEO	$\mathcal{R}_{BF,IGS} = \mathcal{R}_{YS-IRNSS} \approx \mathcal{R}_{YS}$

Offset of the navigation antenna phase center from the CoM for different Global and Regional Navigation Satellite Systems.

Constellation	Type	x [mm]	y [mm]	z [mm]	x_{IGS} [mm]	y_{IGS} [mm]	z_{IGS} [mm]	Comments
GPS	I	0.0	0.0	+1952.0	0.0	0.0	+1952.0	a
		+210.0	0.0	+1952.0	+210.0	0.0	+1952.0	b
	II/IIA	+279.0	0.0	+2564.0	+279.0	0.0	+2564.0	c
	IIR-A	0.0	0.0	+1308.0	0.0	0.0	+1308.0	d
	IIR-B/M	0.0	0.0	+847.0	0.0	0.0	+847.0	d
GLONASS	-	+394.0	0.0	+1600.0	+394.0	0.0	+1600.0	e
		-1840.1	0.0	0.0	0.0	0.0	+1840.1	f
	M	-2298.1	+545.0	0.0	-545.0	0.0	+2298.1	f
	K1	-2067.0	+1100.0	0.0	-1100.0	0.0	+2067.0	g
		-1760.1	0.0	0.0	0.0	0.0	+1760.1	f
Galileo	GIOVE-A	-1798.0	+620.0	-570.0	-620.0	-570.0	+1798.0	h
		-1426.0	0.0	0.0	0.0	0.0	+1426.0	i
	GIOVE-B	+4.0	-1.0	+862.0	-4.0	+1.0	+862.0	j
	IOV	+3.2	-3.4	+1351.7	-3.2	+3.4	+1351.7	j
	FOC	+200.0	0.0	+600.0	-200.0	0.0	+600.0	k
BeiDou-2	MEO	-150.0	0.0	+1000.0	+150.0	0.0	+1000.0	l
		+600.0	0.0	+1100.0	+600.0	0.0	+1100.0	m
	IGSO	+600.0	0.0	+1100.0	+600.0	0.0	+1100.0	m
QZSS	QZS-1	+600.0	0.0	+1100.0	+600.0	0.0	+1100.0	m
		+0.9	-2.9	+3197.9	-0.9	+2.9	+3197.9	n
IRNSS	-	+1150.9	+697.1	+3015.1	-1150.9	-697.1	+3015.1	o
		+1280.8	-11.4	-1.1	+11.4	+1.1	+1280.8	p



主要内容

- 通用光压模型与地球反照摄动
- 导航卫星姿态控制模式
- 导航卫星光压模型
- 大气摄动
- 广义相对论效应
- 其他摄动力与经验加速度

导航卫星主要光压模型

GPS 开始全面运行时，建议采用的太阳辐射压模型为 Block I、Block II 卫星制造商 Rockwell 组织所设计。其中 Block I 采用的模型为 ROCK4，Block II 采用的模型为 ROCK42。ROCK 模型计算的摄动加速度误差在 $3 \times 10^{-9} \text{m/s}^2$ 左右，这相当于 24 小时卫星轨道的中误差将达到 3m。鉴于 ROCK 模型本身的精度，IGS 精密定轨中一般是将其作为初始的先验值。目前精密定轨中常用的太阳光压模型主要有 7 种，分别是 SPHRC、SRDYZ、SRXYZ、SRDYB、BERNE、BERN1 以及 BERN2 (ECOM) 模型，这些模型都是在 ROCK 模型的模型上增加改正项。

主要模型

(1) SPHRC 模型

模型加速度计算公式为：

$$\ddot{\vec{r}}_s = \frac{a_u^2}{|\vec{r}_s - \vec{r}|^2} \cdot D_0 \cdot (\lambda \cdot SRP(1) \cdot \vec{e}_D + SRP(2) \cdot \vec{e}_y + SRP(3) \cdot \vec{e}_z) \quad (5.3-20)$$

其中， a_u 代表 1 天文单位的长度， \vec{r}_s 、 \vec{r} 分别为惯性系中太阳和卫星的位置， λ 为地影因子， $SRP(i), (i = 1, 2, 3)$ 为三轴方向辐射压的系数，作为待估参数。 D_0 为 ROCK 模型计算出来的太阳辐射压产生的加速度的理论值，单位为 10^{-5}m/s^2 ，其取值与卫星型号以及质量有关。

(2) SRDYZ 模型

模型加速度计算公式为：

$$\begin{aligned} \ddot{\vec{r}}_s = \frac{a_u^2}{|\vec{r}_s - \vec{r}|^2} \cdot & \left[D_0 \cdot (\lambda \cdot SRP(1) \cdot \vec{e}_D + SRP(2) \cdot \vec{e}_y + SRP(3) \cdot \vec{e}_z) \right. \\ & \left. + \lambda \cdot (X(B) \cdot \vec{e}_x + Z(B) \cdot \vec{e}_z) \right] \end{aligned}$$

其中， $X(B)$ ， $Z(B)$ 为太阳辐射压在 \vec{e}_x ， \vec{e}_z 方向上周期项，其单位为 10^{-8}m/s^2 ，其定义与从卫星上看地心与日心间的角距 B 有关。其他参数定义同 SPHRC 模型。

主要模型

(3) SRXYZ 模型

模型加速度计算公式为：

$$\ddot{\vec{r}}_s = \frac{a_u^2}{|\vec{r}_s - \vec{r}|^2} \cdot (\lambda \cdot SRP(1) \cdot X(B) \cdot \vec{e}_x + SRP(2) \cdot D_0 \cdot \vec{e}_y + \lambda \cdot SRP(3) \cdot Z(B) \cdot \vec{e}_z)$$

(4) SRDYB 模型

模型加速度计算公式为：

$$\ddot{\vec{r}}_s = \frac{a_u^2}{|\vec{r}_s - \vec{r}|^2} \cdot D_0 \cdot [SRP(1) \cdot \vec{e}_D + SRP(2) \cdot \vec{e}_y + SRP(3) \cdot \vec{e}_B]$$

其中， $\vec{e}_B = \vec{e}_D \times \vec{e}_y$ 。其他参数定义同上。

(5) BERNE 模型

BERNE 模型以及 BERN1 模型、BERN2 模型是由 Bern 大学基于欧洲定轨中心 (CODE) 1992 年以来的数据建立的。模型加速度计算公式为：

$$\ddot{\vec{r}}_s = \frac{a_u^2}{|\vec{r}_s - \vec{r}|^2} \cdot [D(u) \cdot \vec{e}_D + Y(u) \cdot \vec{e}_y + B(u) \cdot \vec{e}_B]$$

式中，其中 $D(u)$ ， $Y(u)$ ， $B(u)$ 为太阳光压在三个轴方向上周期性摄动的系数，该模型估计的参数包括包含在 $D(u)$ ， $Y(u)$ ， $B(u)$ 中的三个轴方向上的辐射压的系数以及三个轴方向的周期项摄动的系数 $SRP(i)$ ， $(i = 1, 2 \dots 9)$ 。 u 定义为卫星在轨道平面上距升交点的角度。其他参数定义同上。

主要内容

- 通用光压模型与地球反照摄动
- 导航卫星姿态控制模式
- 导航卫星光压模型
- 大气摄动
- 广义相对论效应
- 其他摄动力与经验加速度

大气阻力

$$\mathbf{a}_D = -\frac{C_D}{2} \rho(h, T, \lambda, \phi, F_{10.7}, A_p) \frac{A}{m} \dot{r}'^2 \frac{\dot{\mathbf{r}}'}{|\dot{\mathbf{r}}'|}$$

- C_D - scaling factor ($C_D=2$ for spherical satellites and unbiased atmospheric density models),
- $\rho(h, T, \lambda, \phi, F_{10.7}, A_p)$ - density of the atmosphere,
- $\frac{A}{m}$ - area-to-mass (cross-section-to-mass) ratio,
- $\dot{\mathbf{r}}'$ - a relative velocity of the satellite with respect to the rotating atmosphere.

有帆板卫星

$$\vec{A}_{paneld} = -\frac{1}{2} \rho_a \left[\frac{C_{DP}}{m} \right] V_r \vec{V}_r |A_P \cos \gamma|$$

A_p = 太阳帆板的面积。

C_{DP} = 适用于太阳能帆板的大气阻力系数。

γ = 太阳能帆板法向和卫星速度的夹角。

$|A_P \cos \gamma|$ = 太阳能帆板在垂直于轨道的平面上的有效面积。

经验大气模型函数

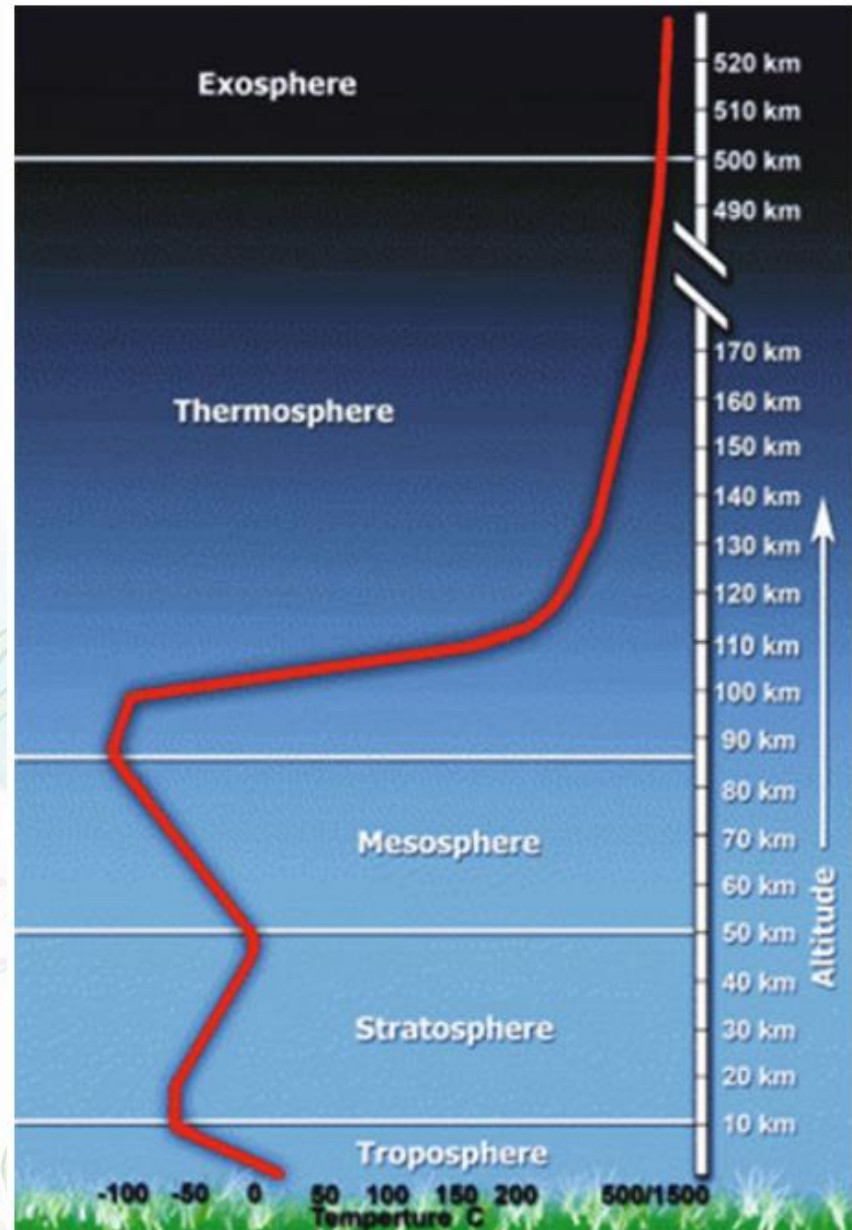
- r - the height over the Earth's surface,
- T - time of the day (solar time) and the day of the year,
- λ, ϕ - geographical longitude and latitude,
- $F_{10.7}$ - solar flux (penticton 2800 MHz corresponding to 10.7 cm).
- A_p - geomagnetic index.

大气成分

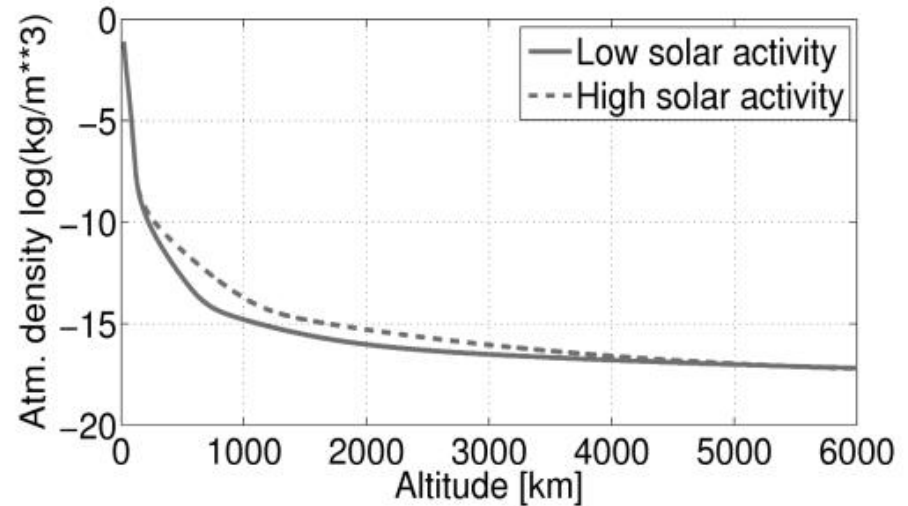
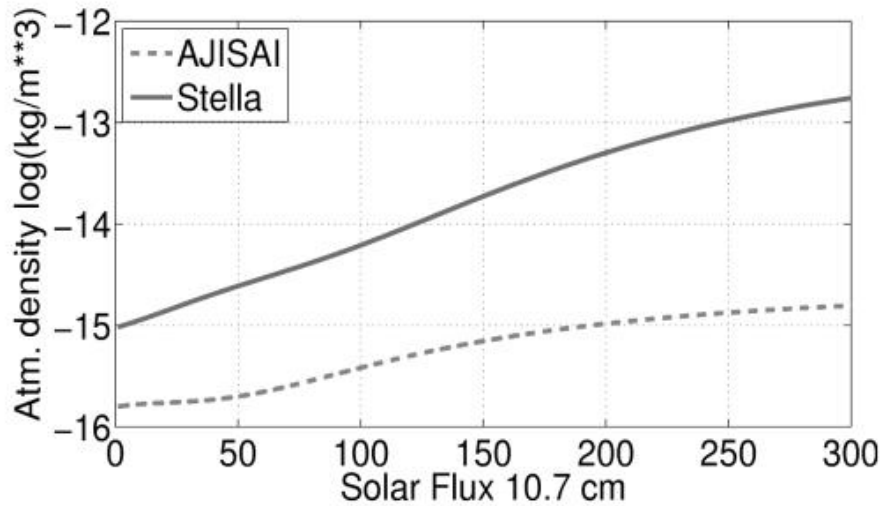
Gas name	Chemical symbol	Mean molecular weight	Concentration
Nitrogen	N ₂	28.013	780840
Oxygen	O ₂	31.999	209460
Argon	Ar	39.948	9340
Carbon dioxide	CO ₂	44.010	384
Neon	Ne	20.180	18.18
Helium	He	4.003	5.24
Methane	CH ₄	16.043	1.774
Krypton	Kr	83.798	1.14
Gas name	Chemical symbol	Mean molecular weight	Concentration
Nitrous oxide	N ₂ O	44.012	0.320
Xenon	Xe	131.293	0.09
Ozone	O ₃	47.998	0.01–0.10

大气层

More than 99% of the total mass of the atmosphere is confined in the altitude range going from the Earth surface to 40 km.



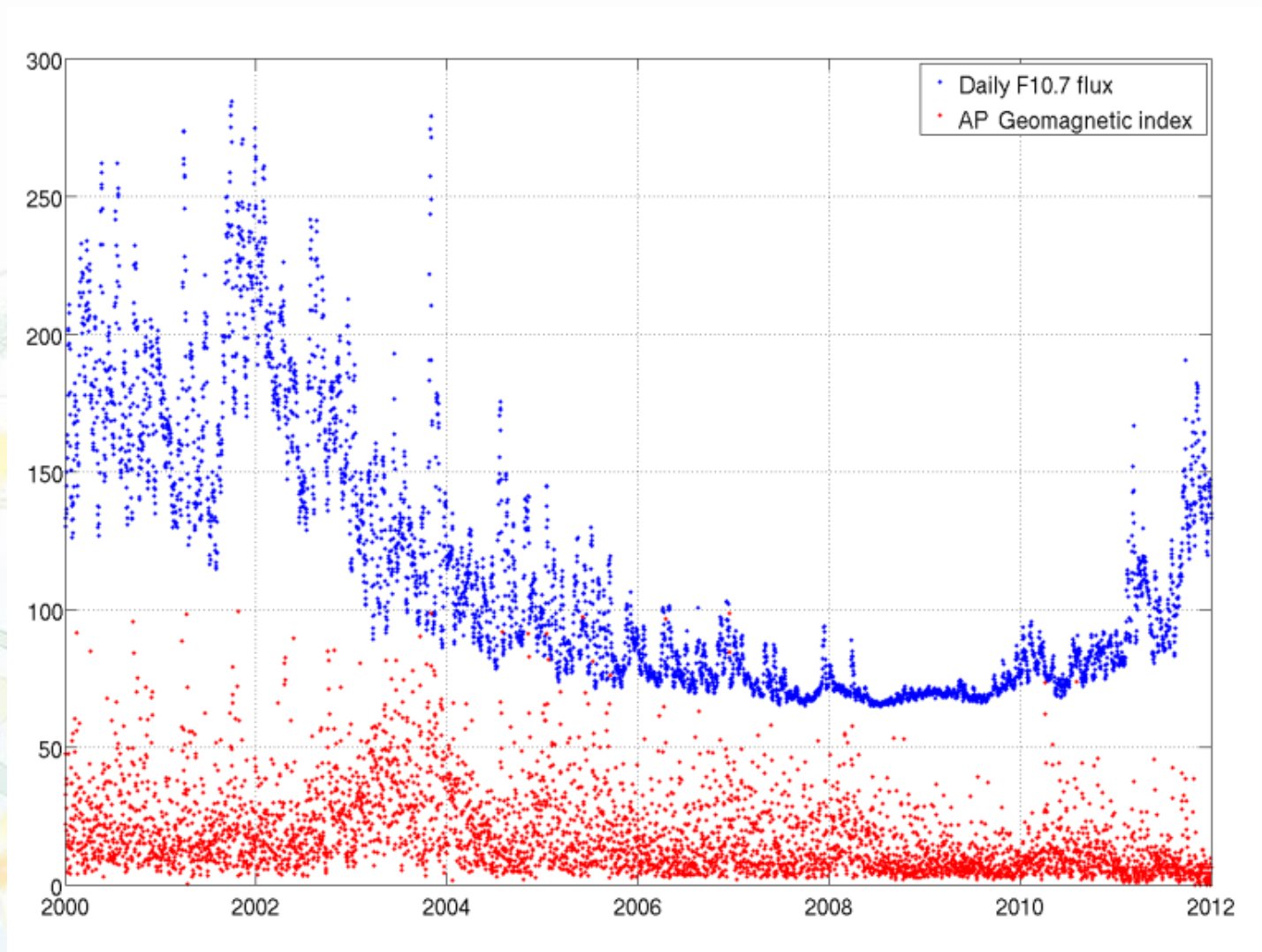
太阳辐射流量



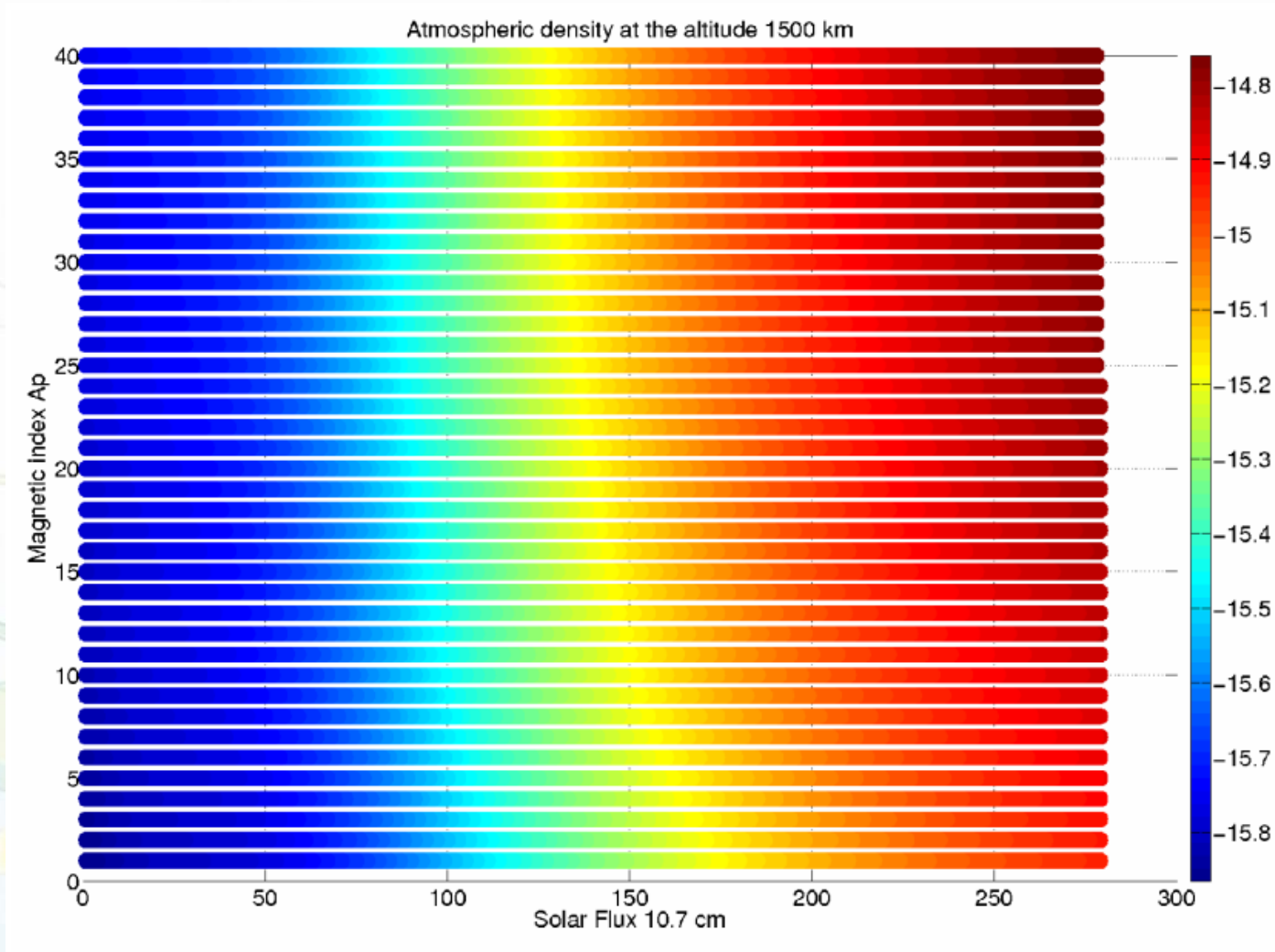
Left: Atmospheric density as a function of solar flux index $F_{10.7}$ for the altitude of Stella and AJISAI according to the NRLMSIS-00 model.

Right: Relation between the atmospheric density and the satellite altitude for low solar activity ($F_{10.7}=80$ and $A_p=15$) and high solar activity ($F_{10.7}=250$ and $A_p=40$) according to the NRLMSIS-00 model.

F10.7与地磁指数Ap时间序列



1500km处密度与F10.7及Ap关系



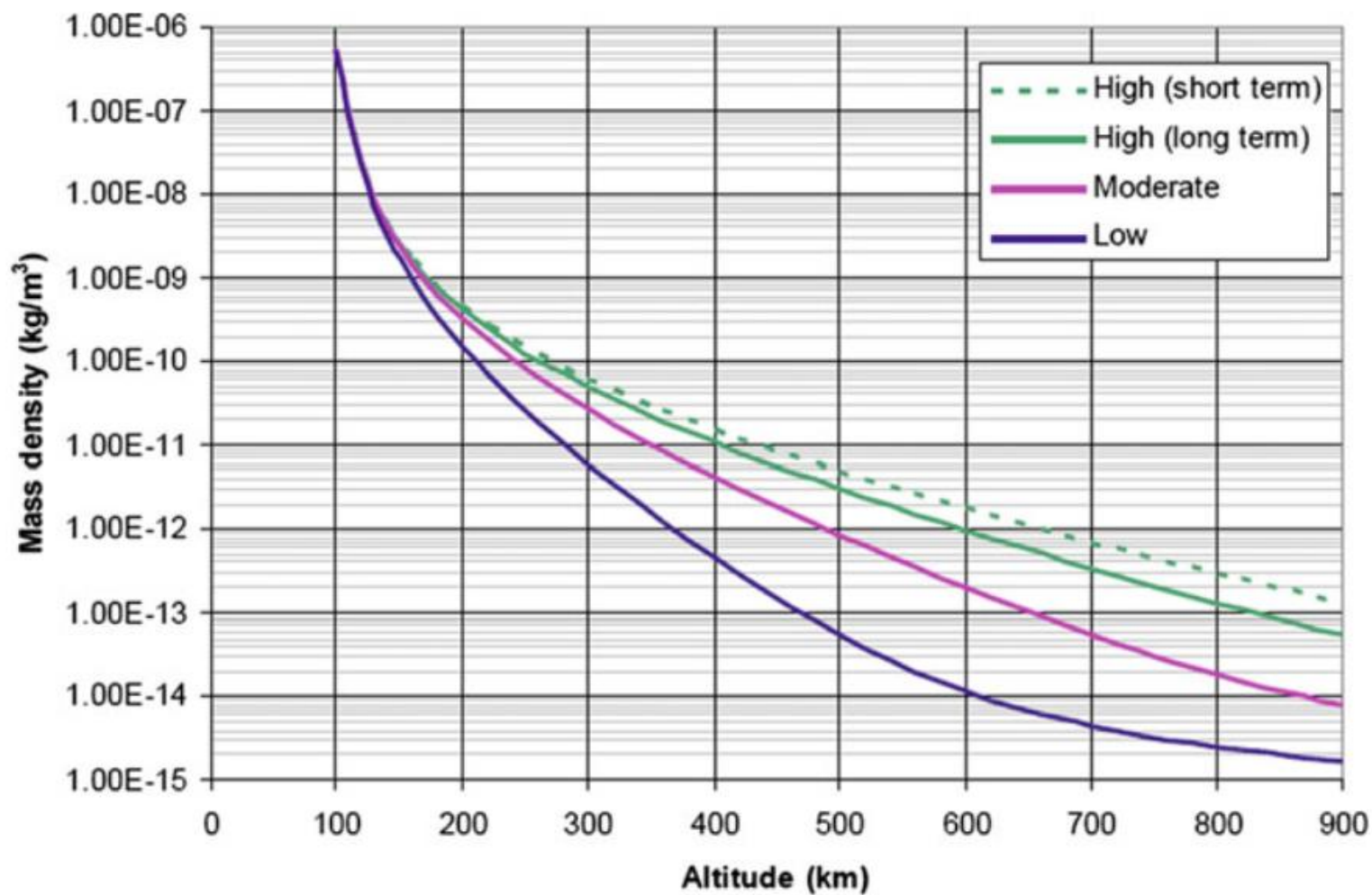
主要大气模型

- 1. U.S. Standard Atmosphere, 1976;
- 2. Variations of the Jacchia–Roberts models (J71, J77 and GRAM99);
- 3. COSPAR International Reference Atmosphere (CIRA90);
- 4. Mass Spectrometer–Incoherent Scatter (NRLMSISE–00);
- 5. Drag Temperature Models (DTM–94 and DTM–03);
- 6. Marshall Engineering Thermosphere (MET–88 and MET–99);
- 7. GOST Russian Models (GOST–84 and GOST–04); and
- 8. General Circulation Models (TIGCM and TIEGCM).

大气密度模型比较性能与密度偏差

Model	CPU	$\Delta\rho_{\text{mean}}$	$\Delta\rho_{\text{max}}$
Jacchia 71	1.00	—	—
Jacchia–Roberts	0.22	0.01	0.03
Jacchia–Lineberry	0.43	0.13	0.35
Jacchia–Gill	0.11	0.02	0.08
Jacchia 77	10.69	0.13	0.35
Jacchia–Lafontaine	0.86	0.13	0.36
MSIS 77	0.06	0.18	0.53
MSIS 86	0.32	0.21	1.45
TD88	0.01	0.91	7.49
DTM	0.03	0.40	1.22

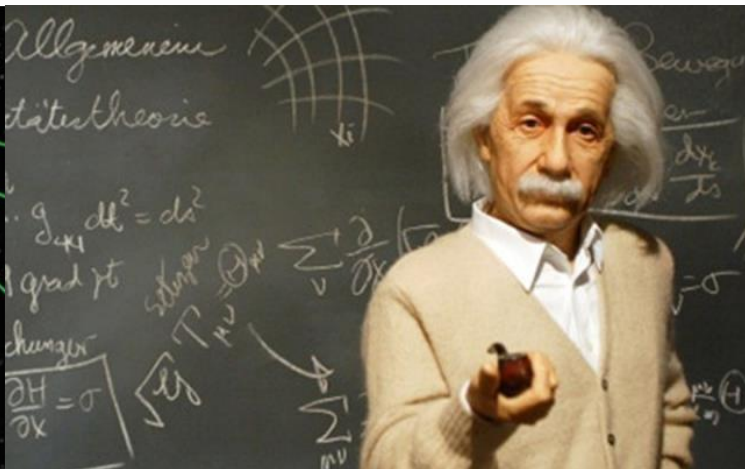
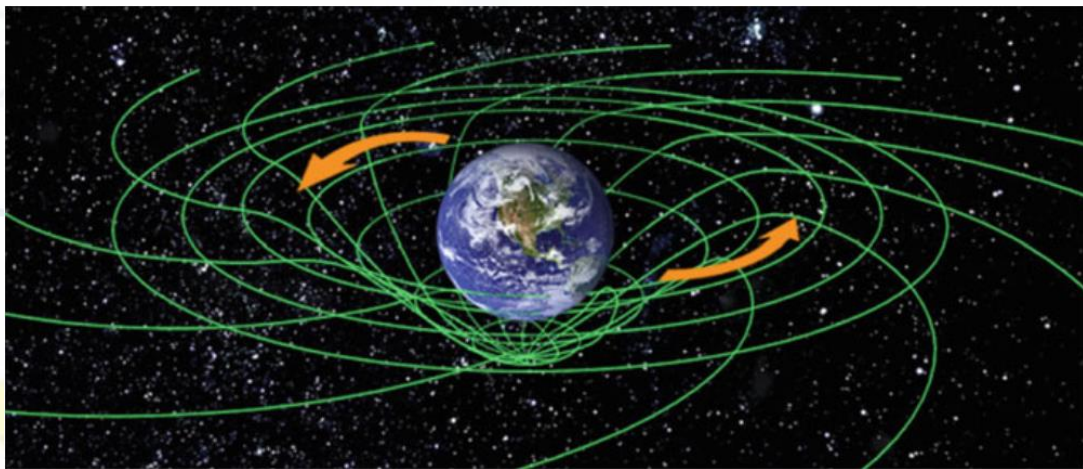
JB2008 model 平均大气密度



主要内容

- 通用光压模型与地球反照摄动
- 导航卫星姿态控制模式
- 导航卫星光压模型
- 大气摄动
- 广义相对论效应
- 其他摄动力与经验加速度

广义相对论场方程



$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R + \Lambda g_{\mu\nu} = \kappa T_{\mu\nu}$$

后牛顿近似

$$g_{00} = -1 + \frac{2w}{c^2} - \frac{2w^2}{c^4} + \mathcal{O}(c^{-5}),$$

$$g_{0i} = g_{i0} = -\frac{4}{c^3} w^i + \mathcal{O}(c^{-5})$$

$$g_{ij} = \delta_{ij} \left(1 + \frac{2}{c^2} w \right) + \mathcal{O}(c^{-4}).$$

$$\delta \int_{P_1}^{P_2} \left(g_{\mu\nu} \frac{dx^\mu}{d\lambda} \frac{dx^\nu}{d\lambda} \right) d\lambda = 0.$$

$$\ddot{x}^\alpha + \Gamma_{\mu\nu}^\alpha \dot{x}^\mu \dot{x}^\nu = 0$$

$$\Gamma_{\mu\nu}^\alpha \equiv \frac{1}{2} g^{\alpha\sigma} (g_{\mu\sigma,\nu} + g_{\nu\sigma,\mu} - g_{\mu\nu,\sigma}).$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \mathbf{z}_A}{dt^2} = & - \sum_{B \neq A} \frac{GM_B}{r_{AB}^2} \mathbf{n}_{AB} \left\{ 1 + \frac{1}{c^2} \left[\mathbf{v}_A^2 + 2\mathbf{v}_B^2 - 4\mathbf{v}_A \cdot \mathbf{v}_B - \frac{3}{2} (\mathbf{n}_{AB} \cdot \mathbf{v}_B)^2 \right] \right. \\ & - 4 \sum_{C \neq A} \frac{GM_C}{c^2 r_{AC}} - \sum_{C \neq B} \frac{GM_C}{c^2 r_{BC}} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{r_{AB}}{r_{CB}} \mathbf{n}_{AB} \cdot \mathbf{n}_{CB} \right) \left. \right\} \\ & - \frac{7}{2} \sum_{B \neq A} \sum_{C \neq B} \mathbf{n}_{BC} \frac{G^2 M_B M_C}{c^2 r_{AB} r_{BC}^2} \\ & + \sum_{B \neq A} (\mathbf{v}_A - \mathbf{v}_B) \frac{GM_B}{c^2 r_{AB}^2} (4\mathbf{n}_{AB} \cdot \mathbf{v}_A - 3\mathbf{n}_{AB} \cdot \mathbf{v}_B) \end{aligned}$$

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{GM_\oplus}{r^2} \left(\left(4\frac{GM_\oplus}{c^2 r} - \frac{v^2}{c^2} \right) \mathbf{e}_r + 4\frac{v^2}{c^2} (\mathbf{e}_r \cdot \mathbf{e}_v) \mathbf{e}_v \right)$$

主要内容

- 通用光压模型与地球反照摄动
- 导航卫星姿态控制模式
- 导航卫星光压模型
- 大气摄动
- 广义相对论效应
- 其他摄动力与经验加速度

其他摄动力与经验加速度

卫星的运动除了受到上面所述的这些摄动（除类阻力摄动外），实际上还受到其它许多摄动的影响，例如星际尘埃阻力、引力辐射、Poynting-Robertson效应、带电大气阻力等。这些摄动一般都很小，有的物理机制还不明确，一般不予考虑，至多并入类阻力经验加速度中。

为弥补不能精确模型化的摄动因素的影响，通常可引入经验性的径向（R）、横向（T）、法向（N）周期性摄动加速度

$$\vec{a}_{emp} = \begin{pmatrix} \vec{A}_R \\ \vec{A}_T \\ \vec{A}_N \end{pmatrix} = (RTN)^T \begin{pmatrix} a_R + C_R \cos u + S_R \sin u \\ a_T + C_T \cos u + S_T \sin u \\ a_N + C_N \cos u + S_N \sin u \end{pmatrix}$$



Q&A!