

中国科学技术大学

学士学位论文



GPS/BDS/GALILEO/GLONASS 多系 统融合精密单点定位技术

作者姓名： 姜庭威

学科专业： 天文学

导师姓名： 宋叶志 刘桂琳

完成时间： 二〇二一年五月二十一日

致 谢

行文至此，笔端戛然而止，思绪奔涌如潮。大学四年生活匆匆而逝，历历在目者，倍感珍惜；逐渐淡忘者，且待追忆。回眸往昔，似乎自己曾经苦苦追求的圆满已经淡去，唯有心中无限感恩越发浓郁。

首先，感谢我的导师宋叶志老师。宋老师作为中国科学院上海天文台精密定轨等领域的优秀学者，治学严谨，学识渊博，给了我许多帮助与启发。在我初次接触某些课题时，宋老师谆谆诱导，给予我以鼓舞，包容我的不足，让我深受感动。同时，也感谢我的校内导师刘桂林老师。刘老师不辞麻烦，很痛快地答应了做我的校内导师，并给了我极大的便利与帮助。刘老师温文尔雅的君子形象与淡定从容的长者风度，都令人歆慕。

其次，感谢中国科学技术大学，感谢少年班学院，感谢我的行政班主任梅枚老师和英才班班主任王春成老师，感谢陪伴我走过四年生活的室友，也感谢我所有的朋友，认识你们是我极大的幸运。缘分让我们相识相遇于开始，情分让我们相伴相守到最后。感激你们在我的生活画卷中或轻描淡写的勾勒，或浓墨重彩的渲染，我收获了很多很多。

最后，以一首小诗，表达我的感慨与感悟：

纵年少轻狂
纵受伤翅膀
曾经心头涌动的痴狂
依旧火辣滚烫
疲惫地踮足
眺望蓝色的殿堂
终究要离去的故乡

跌跌撞撞，前路漫长
来不及停留便乘风破浪
就算泪水已经湿了眼眶
也要挺起脊梁
踉踉跄跄，入夜微凉
倔强地等昙花绽放

用花色将黎明点亮

目 录

中文内容摘要	3
英文内容摘要	4
第 1 章 绪论	5
1.1 研究背景与意义	5
1.2 国内外研究现状	6
1.2.1 精密单点定位技术研究进展	6
1.2.2 多模精密单点定位技术研究进展	6
1.3 四大全球导航卫星系统简介	7
1.3.1 GPS 系统简介	7
1.3.2 GALILEO 系统简介	8
1.3.3 GLONASS 系统简介	9
1.3.4 BDS 系统简介	9
1.3.5 四大系统的比较	9
1.4 本文的研究目标与章节安排	10
第 2 章 GNSS 距离测量与定位原理	12
2.1 卫星信号的结构	12
2.1.1 载波	12
2.1.2 导航电文	12
2.1.3 测距码	12
2.2 卫星星历及其数据格式	13
2.2.1 卫星星历简介	13
2.2.2 RINEX 数据格式介绍	13
2.2.3 SP3 数据格式介绍	16
2.3 测量与定位原理	17
2.3.1 测码伪距	18
2.3.2 载波相位	19

第 3 章 精密单点定位的原理	20
3.1 基本原理	20
3.2 组合观测量	20
3.2.1 非差组合观测量	20
3.2.2 周跳探测与修复	22
3.3 数学模型	23
3.3.1 无电离层组合模型	23
3.3.2 UofC 模型	24
3.3.3 非组合模型	24
第 4 章 基于 RTKLIB 的多模 PPP 实践	25
4.1 RTKLIB 软件介绍	25
4.2 多模 PPP 解算实践	25
4.2.1 数据来源	25
4.2.2 实验一：多模 PPP 性能分析	27
4.2.3 实验二：GNSS 系统 PPP 性能的前后对比	30
第 5 章 结论与展望	32
5.1 工作的主要内容与结论	32
5.2 反思与展望	32
参考文献	34

中文内容摘要

现代生活里，各类导航产品极大地便利了我们的衣食住行，成为人类日常生活所离不开的重要工具。这离不开 GNSS 定位技术的快速发展。被称作 GNSS 定位技术的又一次飞跃的精密单点定位技术，以其独具的优势而被广泛关注与研究。而当今世界多个 GNSS 系统并存的局面与系统间相互融合的趋势，又给了多系统精密单点定位技术以新的可能，对该技术的研究与分析成为 GNSS 领域的一大热点。

在这样的背景下，本文首先概述了国内外精密单点定位技术的研究现状，然后从全球四大 GNSS 系统基本情况的描述出发，介绍了 GNSS 测量与定位的基本原理，以及精密单点定位技术的基本理论与模型，最后利用开源软件 RTKLIB，进行多系统精密单点定位的解算实践，并对多模 PPP 的定位能力做出简要分析。

关键词：GPS/GLONASS/GALILEO/BDS；GNSS 定位；精密单点定位；多模精密单点定位；RTKLIB

Abstract

Nowadays, all kinds of navigation products, which bring us great convenience, have become an important tool that humans cannot live without. This has a great deal with the rapid development of GNSS positioning technology. Known as another leap of GNSS positioning technology, precision single-point positioning technology has been widely concerned and studied for its unique advantages. In today's world, the coexistence of multiple GNSS systems and the trend of mutual integration between them, give multi-GNSS precise point positioning technology a new chance. Researches and analysis over it have become a hot subject in the GNSS field.

Under such circumstances, I firstly reviewed some prominent researches of PPP technology, then described the basic situation of the four major GNSS systems in the world. An introduction to the fundamental points of GNSS surveying and positioning is also involved, as well as the basic theory and models of PPP technology. At last, a solution practice using RTKLIB, which is an open source software, was conducted for a brief analysis of multi-GNSS PPP's capability.

Key Words: GPS/GLONASS/GALILEO/BDS; GNSS positioning; precise point positioning; Multi-GNSS PPP; RTKLIB

第 1 章 绪论

1.1 研究背景与意义

在当下的国际社会，全球导航卫星系统（Global Navigation Satellite System, GNSS）不仅作为一种基本工具贯穿于人们日常生活的方方面面，更是作为大国在政治、经济、军事上博弈的战略性武器，体现着一个国家综合国力和国际地位。因此，GNSS 是一个国际上长期角逐的领域，我国也瞄准战略大方向，适时做出了建立独立自主的北斗卫星系统（BeiDou Navigation Satellite System, BDS）的重大决策。

目前，美国的 GPS、欧洲的 GALILEO、俄罗斯的 GLONASS、和我国自主研发的“北斗系统”四大全球性的导航卫星系统全部开通全球服务，同时日本的 QZSS、印度的 IRNSS 等区域性系统，以及美国的 WASS 等增强系统的性能也在逐步提升，在轨导航卫星总数已突破三位数，GNSS 已经完成了从单一 GPS 系统到多系统并存、相互融合的新局面，展现出新的发展趋势。

面对这种新局面，各国家一方面通过增加卫星数量、增设监测站、研制新型原子钟等手段，继续系统的升级更新，以期进一步提升系统性能^{[1][2]}；另一方面，探索新概念，谋求新发展，争取在走向融合的过程中，保持自己的先进性，以在国际竞争中占据主动。例如，美国提出了泛在 PNT（定位、导航和授时）的概念，相应地，我国也提出了“新时空服务体系”，以北斗系统为基础，将导航与通信、互联网融合，将 GNSS 与传统的惯性导航、无线电导航等手段融合，充分利用大数据、云计算、物联网等新兴技术，实现泛在服务与智能服务^[3]。

精密单点定位（Precise Point Positioning, PPP）技术是一种基于精密星历和精密轨道钟差的高精度定位技术。它是传统单点定位技术与广域差分技术融合后的新成果，被称为网络实时动态（Real Time Kinematic, RTK）定位技术之后，GNSS 定位技术的又一大突破。它既不受相对定位的基线长度限制，又可以达到相对定位的高精度。目前，PPP 技术已经实现在国际地球参考框架下全球范围内一致厘米级定位水准，被广泛应用于低轨卫星精密定轨、精密授时、水汽遥感、地震预测以及海洋测量等多个领域^{[4][5]}，具有极高的应用价值。

而多系统融合精密单点定位技术，也称多模单点定位技术，是 GNSS 进入多系统并存局面之后，国内外学者深入探索的新领域。利用多个导航卫星系统的数据，不仅可以提高数据冗余性，减少系统误差^[6]，而且可以增加参与定位的卫星

数目,尤其对于单一系统可观测卫星数目稀少的区域或时间段,这意味定位的精度显著提高。当然,由于不同系统之间在卫星轨道类型、信号种类等方面的差异,多模单点定位技术还有不少难点,仍需要学者们进一步分析与论证。

1.2 国内外研究现状

1.2.1 精密单点定位技术研究进展

精密单点定位技术于 1997 年被美国学者 Zumberge 等人提出,他们利用 IGS 提供的数据进行结算,达到了厘米级精度^[7]。此后,该技术吸引了不少学者展开对其理论与应用的研究。2004 年加拿大 Calgary 大学的 Gao Yang 等人提出了 Uofc 模型,显著提高了收敛速度^[8]。2008 年, Collins 等人提出了去耦钟模型 (Decoupled Clock Model),利用该模型可以在更短时间内达到相同的精度水平^[9]。

国内,武汉大学叶世榕教授率先展开研究,他在 2002 年的博士学位论文里深入研究了非差相位精密单点定位的模型,并予以改进,其开发的结算软件达到了厘米级精度^[10]。2006 年,武汉大学张小红教授用自主开发的后处理精密单点定位软件 TriP 在航空领域开展动态单点定位实践,结果表明,精度可达几厘米^[11]。2015 年,张小红团队实现了基于 TriP 软件的北斗系统精密单点定位算法,并进行了 BDS 与 GPS 在精密单点定位方面的性能比较^[12]。

1.2.2 多模精密单点定位技术研究进展

起初,围绕 PPP 技术的工作往往都是基于 GPS 系统进行的。随着欧洲伽利略系统的投入使用,俄罗斯 GLONASS 系统的重新开通,以及我国北斗系统逐步建成,国内外学者开始把目光投向多系统精密单点定位领域,对双系统乃至四系统融合精密单点定位的优劣势展开研究与分析。

蔡昌盛教授在其 2008 年的博士学位论文中,仔细分析了 GPS/GLONASS 组合精密单点定位的数学模型和随机模型,结果表明,加入 GLONASS 的效果取决于 GPS 可观测卫星数目,只有当 GPS 可观测卫星数目很少时,组合精密单点定位的收敛速度和精度才会明显优于单 GPS 系统^[13]。2010 年,武汉大学的孟祥广等人实现了基于最小二乘滤波的 GPS/GLONASS 组合精密单点定位算法,并开发了配套软件^[14]。2015 年,蔡昌盛教授与加拿大的 Gao Yang 合作进行了 GPS、GALILEO、GLONASS 和 BDS 的四系统单点精密定位,同时也比较了四种单系统以及相互组合的双系统、三系统的 PPP 性能,结果表明,北斗的 PPP 性能稍

差，但是多系统融合可以提高收敛速度与定位精度^[15]。任晓东和张柯柯等人分析了四系统融合 PPP 的性能，发现四大系统融合精密单点定位相对于单 GNSS 定位，收敛速度与定位精度分别可提高 30% 和 10% 以上^[16]。

1.3 四大全球导航卫星系统简介

1.3.1 GPS 系统简介

(1) 发展历程

全球定位系统 (Global Positioning System, GPS) 是美国的第二代卫星导航定位系统开始研制于上世纪 70 年代^[17]。其前身为美国海军武器实验室的“子午仪系统”(又称“海军导航卫星系统”)。1989 年, GPS 的第一颗卫星升空。1994 年, 24 颗卫星全部发射完毕, 并于次年 4 月 27 日宣布完全进入工作状态。

1999 年, 美国政府宣布启动 GPS 的现代化进程, 其主要内容包括:

(1) 增加新的民用、军用信号, 以更好地满足需求;

(2) 更新地面监测设备以及 GPS 接收机, 提高 GPS 的抗干扰能力;

(3) 实施 GPS III 计划。美国将逐步以 33 颗高椭圆轨道和地球静止轨道卫星组建全新的空间星座。第一颗 GPS III 卫星于 2018 年 12 月 24 日成功发射, 截至目前已发射四颗。相比于现在的 GPS, GPS III 的精度、抗干扰能力将显著提升。

表 1.1 GPS 在轨工作卫星概况

类别	遗留卫星		现代化卫星		
	BLOCK IIA	BLOCK IIR	BLOCK IIR-M	BLOCK IIF	BLOCK III/IIIF
工作卫星数目	0	8	7	12	4
设计寿命	7.5 年	7.5 年	7.5 年	12 年	15 年
发射时间	1990-1997	1997-2004	2005-2009	2010-2016	2018-

(2) GPS 的组成

GPS 的主要组成部分有: 空间段、地面段和用户段。

空间段(也称空间星座)由均匀分布在六个轨道平面上的 24 颗卫星组成, 每个轨道上有四颗卫星。各个轨道面与地球赤道面的夹角均为 55° , 相邻轨道与地球赤道面的升交点的赤经差为 60° , 轨道高度约两万公里。这样的结构可以保证在任意时刻、地球的任意地点至少可观测到 4 颗卫星。空间段的主要功能是向用户发送导航电文与测距信号。

GPS 地面段包括: 1 个主控站, 1 个备用主控站, 11 个地面天线站和 16 个

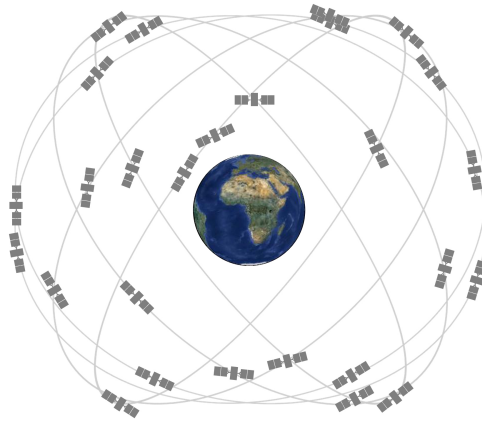


图 1.1 GPS 空间星座示意图

监测站。其中，主控站负责整个空间星座的控制和运维，也是整个地面系统的管理中心。备用主控站是主控站的备份，用于应急。地面天线站负责把命令、导航数据等发送给卫星。分布在世界各地的监测站负责跟踪卫星位置，收集导航信号和当地的大气数据，并发送给主控站。

用户段主要包括接收机，其主要作用是接收卫星信号以获得必要的定位信息。

1.3.2 GALILEO 系统简介

伽利略系统是由欧盟独立研制的世界首个基于民用的全球导航卫星系统。该计划于 1992 年提出，在 2002 年 3 月 26 日的欧盟首脑会议上通过而正式启动。按照欧盟的最初设想，“伽利略计划”分四步走^[18]：

第一阶段——定义阶段。主要是对系统的可行性评估，2001 年宣布完成。

第二阶段——开发和在轨验证阶段。计划时间为 2001 年至 2006 年。2005 年底，第一颗实验卫星 GIOVE-A 成功发射是该阶段的重要突破。

第三阶段——部署阶段。计划时间为 2006 至 2008 年，主要任务是制造并发射工作卫星，建成地面网络。

第四阶段——商业运行阶段。该阶段计划于 2008 年展开，提供商业服务，并进行系统维护。

但由于资金等多方面原因，该计划多次推迟，首批工作卫星于 2011 年才发射升空，直至 2016 年 12 月 15 日，伽利略系统才投入使用。

GALILEO 系统的空间星座由 30 颗卫星组成，其中，工作卫星 24 颗，备用卫星 6 颗，均匀分布于三个轨道面上。轨道高度约 2.4 万公里，与地球赤道面夹角为 56° 。

1.3.3 GLONASS 系统简介

GLONASS 系统最早由前苏联国防部于上世纪七十年代开发, 后经苏联解体而为俄罗斯所继承。整个系统于 1995 年全部建成组网。后经俄罗斯经济低迷期, GLONASS 系统几乎废弃, 直到 2001 年, 经济形势有所好转的俄罗斯开始进行 GLONASS 系统的恢复及现代化建设。2007 年, GLONASS 开放了俄罗斯境内的导航服务。2009 年, 服务范围拓展至全球。

与 GPS 类似, 其星座也由 24 颗卫星组成, 有所不同的是, 24 颗卫星均匀分布于三个轨道面, 轨道高度约 1.9 万公里, 倾角 64.8° 。

1.3.4 BDS 系统简介

(1) 发展历程

20 世纪 80 年代, 我国开始探索独立自主的导航卫星系统发展道路, 制定了分“三步走”的战略^[19]:

第一步, 建设北斗一号系统。北斗一号于 1994 年启动, 2000 年建成并为国内用户提供服务。

第二步, 建设北斗二号系统。该工程于 2004 年启动, 2012 年底, 北斗二号 14 颗卫星全部发射组网完毕, 可向亚太地区提供服务。

第三步, 建设北斗三号系统。2009 年启动北斗三号系统建设, 2020 年 6 月 23 日, 北斗三号最后一颗卫星发射组网。2020 年 7 月 31 日, 北斗三号全球卫星导航系统正式开通。

2035 年之前, 北斗系统将被建设为更加泛在、更加融合、更加智能的综合时空体系。

(2) 空间星座

北斗系统的空间星座由 5 颗地球静止轨道 (GEO) 卫星、3 颗倾斜地球同步轨道 (IGSO) 卫星和 27 颗中圆地球轨道 (MEO) 卫星组成。GEO 与 IGSO 轨道高度均为 35786 公里, MEO 轨道高度为 21528 公里。MEO 与 IGSO 与地球赤道面的夹角均为 55° ^[20]。其中, 北斗三号系统的空间星座由 3 颗 GEO 卫星、3 颗 IGSO 卫星和 24 颗 MEO 卫星组成^[21]。

1.3.5 四大系统的比较

四大导航卫星系统综合情况的比较如表 1-2 所示^[19]

总体看来，北斗系统的性能与 GPS 系统相当，定位精度等性能均达到国际顶尖水准。同时，北斗系统具有以下优势：

首先，北斗系统采用 MEO、GEO、IGSO 相结合的轨道构型，轨道高度更高，抗遮挡能力强，在低纬度地区具有更大优势；

其次，在授时方面，北斗系统的原子钟包含了由上海天文台主导研发的国产氢原子钟，具有更高的稳定性。

表 1.2 四大导航卫星系统比较

	BDS	GPS	GALILEO	GLONASS
首发时间	2000 年	1978 年	2005 年	1982 年
星座设计卫星数	35	24	24	30
轨道类型	GEO IGSO MEO	6 个 MEO	3 个 MEO	3 个 MEO
轨道高度/km	35786(GEO) 35786(IGSO) 21528(MEO)	20200	23222	19100
在轨卫星数	51	32	26	27
定位精度 /m	5 (亚太) 10 (全球)	10	3	10
测速精度 (m/s)	0.1 (亚太) 0.2 (全球)	0.2	0.2	0.2
授时精度/ns	10 (亚太) 20 (全球)	20	10	20

1.4 本文的研究目标与章节安排

本文的研究目标在于了解 GNSS 定位原理、精密单点定位技术和多模精密单点定位技术，并基于开源软件 RTKLIB，对地面固定站的接收机数据进行处理，分析多系统 PPP 的性能。

本文的章节安排如下：

第一章，绪论。介绍本文的研究背景，概述四大全球导航卫星系统的基本情

况。

第二章，GNSS 距离测量与定位的原理。介绍了卫星信号的组成和导航定位中常用的数据格式 RINEX 格式与 SP3 格式，以及测码伪距的测量、定位原理和载波相位的测量原理。

第三章，精密单点定位的原理。介绍 PPP 技术的基本原理，着重介绍组合观测测量的概念，以及精密单点定位的常用数学模型。

第四章，数据处理与分析。基于开源软件 RTKLIB，解算观测站的多系统融合数据，并比较不同组合的收敛速度与精度。

第五章，结论与展望。结合本文的主要内容，叙述结论，总结不足，并对未来的研究工作简单规划。

第 2 章 GNSS 距离测量与定位原理

2.1 卫星信号的结构

GNSS 的卫星信号由载波、导航电文和测距码组成^[22]。

2.1.1 载波

载波，顾名思义，运载信息的无线电波。在全球导航卫星系统中，测距码和导航电文等信息被调制在载波上发射出去。同时，载波本身也作为载波相位测量的一种测距信号，且具有比伪距测量更高的精度。

GPS 系统的载波有三个，均位于微波的 L 波段，分别称为 L1、L2 和 L5：

L1 载波： $f_{L1} = 154 \times f_0 = 1575.42 \text{ MHz}$

L2 载波： $f_{L2} = 120 \times f_0 = 1227.60 \text{ MHz}$

L5 载波： $f_{L5} = 115 \times f_0 = 1176.45 \text{ MHz}$ 。

其中， f_0 是卫星原子钟的基准频率。L1、L2 是 GPS 的两个传统载波，L5 是 BLOCK IIF 卫星才开始使用的新型民用信号。采用不同频率的载波的目的是测量或消除电离层的延迟误差。

2.1.2 导航电文

导航电文，又称数据码或 D 码，是卫星发送给用户的描述卫星运行状态的二进制码，是用户进行导航定位的数据基础。其主要内容包括系统时间、卫星钟改正参数、广播星历、卫星历书、卫星工作状态和电离层改正模型等必要数据^[23]。

卫星钟改正参数可用于改正由于卫星原子钟的不稳定性而造成的卫星时钟与系统时之间的差异。

广播星历是卫星星历的一种，可为用户提供计算该卫星位置所需的精确卫星轨道参数，包括开普勒轨道根数和轨道摄动根数等。

卫星历书可看作广播星历的简略形式，可以帮助用户预报或确定所有在轨卫星的粗略位置，从而快速搜索和捕获卫星信号。

2.1.3 测距码

测距码是用于测量卫星与接收机间距的二进制码，属于伪随机噪声码。所谓伪随机噪声码，是指表面上杂乱无章、完全随机，实际上符合一定的排列规则、

具有周期性的二进制码序列。伪随机噪声码既具有随机噪声码的自相关性，又具有可复制性。

GPS 系统有两个传统的测距码：C/A 码（粗码）和 P 码（精码）。其中，粗码用于粗略测距，而精码具有更高精度。

2.2 卫星星历及其数据格式

2.2.1 卫星星历简介

卫星星历可分为广播星历和精密星历。

广播星历，又称预报星历，由主控站生成。主控站利用监测站所观测的卫星位置数据，推算得到卫星的轨道参数等信息，然后归入导航电文，再由注入站发送给卫星进行播送。其数据往往数小时更新一次，因此主要用于实时导航定位。

精密星历，也称后处理星历，是某些组织（例如 IGS）利用卫星跟踪站对卫星的精密观测数据计算得到的星历文件。虽然往往具有一定时延，实时性稍差，但是由于可以提供用户所需时间段的精密卫星轨道参数，避免了星历外推造成的误差，因此主要用于精密定位。IGS 提供三种精密星历：最终精密星历（IGS Final，标识为 IGS）、快速精密星历（IGS Rapid，标识为 IGR）、以及超快速精密星历（IGS Ultra-Rapid，标识为 IGU）。

表 2.1 各类型星历比较

星历类型	时延	更新频率	精度
广播星历	实时	每两小时一次	约 160cm
IGS	两周	每周一次	小于 5cm
IGR	17 小时	每天一次	小于 5cm
IGU	实时	每天四次	小于 5cm

2.2.2 RINEX 数据格式介绍

(1) 概述

RINEX（Receiver Independent Exchange Format，与接收机无关的交换格式）是一种在 GNSS 领域中普遍采用的标准数据格式。目前，几乎所有接收机都会配备将其专有数据格式转换为 RINEX 格式的工具，几乎所有 GNSS 数据处理软件都可以直接处理 RINEX 格式的数据。

经过多次修订完善，目前官方文档最新版本是 RINEX 3.05^[24]，该版本能够更好地兼容所有 GNSS 系统，包括全球性和区域性系统。

RINEX 3.XX 格式有三种文件类型：

- 1). Observation data file（观测数据文件）
- 2). Navigation message file（导航信息文件，例如广播星历）
- 3). Meteorological data file（气象数据文件）

（2）文件名

从 RINEX 3.02 开始，官方建议以长文件名取代短文件名成为新的命名约定，以具有更高的灵活性和信息描述能力^[24]。

长文件名由八部分组成，以“_”或“.”分隔：

SSSSMRCCC_X_YYYYDDDDHHMM_PPU_FFU_ST_.rnx.gz

第一部分（9 字符）是站点信息，其中 SSSS 代表站点名，M 是站点记号数（0-9），R 是接收机序号（0-9），CCC 是 ISO 国家码。

第二部分（1 字符）是数据来源，R 代表接收机，S 代表数据流，U 代表未知来源。

第三部分（11 字符）是开始时间，其中 YYYY 是年，DDD 是年积日，HH 是小时，MM 是分钟。

第四部分（3 字符）是持续时间，其中 PP 是时间，U 代表单位，可以是 Y（年）、D（天）、H（时）、M（分）或 U（未知）。

第五部分（3 字符）是更新频率，FF 是时间或频率，U 代表单位，可以是 Z（Hz）C（100Hz）或 S（秒）等。

第六部分（2 字符）是数据类型，其中，S 代表导航系统，可以是 G（GPS）、E（Galileo）、R（GLONASS）、C（北斗）、J（QZSS）、I（IRNSS）、S（SBAS）或 M（多个系统混合，Mixed）。而 T 代表文件类型，可以是 O（观测数据）、N（导航信息）或 M（气象数据）。

第七部分（3 字符）是文件格式，一般是 rnx，表示 RINEX 格式。

第八部分（2-3 字符）是压缩格式，常见的有 gz、zip 等。

例如，文件 JFNG00CHN_R_20202500000_01D_GN.rnx.gz 表示表示中国武汉的 JFNG 卫星跟踪站，通过接收机得到的 GPS 的广播星历。数据从 2020 年第 250 天（即 9 月 6 日）0 时 0 分起，持续一天。数据格式为 RINEX，文件压缩格式为 gz。

(3) 文件结构

三种类型的 RINEX 文件都是由文件头和数据记录两部分组成。

文件头对文件的全局信息做出说明，位于文件的开头，以“END OF HEADER”结束。在文件头中，每一行的 61~80 列为该行的标签，用于说明相应行第 1~60 列中所表示的内容^[25]。观测数据文件的文件头含有文件创建日期、单位名、测站名、天线信息、测站近似坐标、观测值数量及类型、观测历元间隔等信息。导航信息文件的文件头存放有文件创建日期、单位名、电离层改正参数以及说明 GNSS 系统时与 UTC 间差值的参数和跳秒等。气象数据文件的文件头则存放有文件创建日期、观测值类型、传感器信息和气象传感器的近似位置等信息^[25]。

紧接在文件头后边的就是数据记录。其所存放的数据的内容与形式往往随着文件类型的不同而有变化。其中，观测数据文件主要包含所观测卫星的载波相位、伪距等的观测数据。而广播星历文件中则主要包含卫星轨道数据及钟差改正参数。气象参数文件所储存的主要是测站周围环境的天气数据。

图 2.1 至图 2.3 依次给出 RINEX 格式下的观测数据文件、广播星历文件以及气象数据文件的截图^[24]。

```

3.05 OBSERVATION DATA M RINEX VERSION / TYPE
G = GPS R = GLONASS E = GALILEO S = GEO M = MIXED COMMENT
XXRINEXO V9.9 AIUB 20060324 144333 UTC PGM / RUN BY / DATE
The file contains L1 pseudorange and phase data of the COMMENT
geostationary AOR-E satellite (PRN 120 = S20) COMMENT
A 9080 MARKER NAME
9080.1.34 MARKER NUMBER
BILL SMITH ABC INSTITUTE OBSERVER / AGENCY
X1234A123 GEODETIC 1.3.1 REC # / TYPE / VERS
G1234 ROVER ANT # / TYPE
4375274. 587466. 4589095. APPROX POSITION XYZ
.9030 .0000 .0000 ANTENNA: DELTA H/E/N
0 RCV CLOCK OFFS APPL
G 5 C1C L1W L2W C1W S2W SYS / # / OBS TYPES
R 2 C1C L1C SYS / # / OBS TYPES
E 2 L1B L5I SYS / # / OBS TYPES
S 2 C1C L1C SYS / # / OBS TYPES
18.000 INTERVAL
G APPL_DCB xyz.uvw.abc//pub/dcb_gps.dat SYS / DCBS APPLIED
DBHZ SIGNAL STRENGTH UNIT
2006 03 24 13 10 36.0000000 GPS TIME OF FIRST OBS
18 R01 1 R02 2 R03 3 R04 4 R05 5 R06 -6 R07 -5 R08 -4 GLONASS SLOT / FRQ #
R09 -3 R10 -2 R11 -1 R12 0 R13 1 R14 2 R15 3 R16 4 GLONASS SLOT / FRQ #
R17 5 R18 -5 GLONASS SLOT / FRQ #
G L1C SYS / PHASE SHIFT
G L1W 0.000000 SYS / PHASE SHIFT
G L2W SYS / PHASE SHIFT
R L1C SYS / PHASE SHIFT
E L1B SYS / PHASE SHIFT
E L5I SYS / PHASE SHIFT
S L1C SYS / PHASE SHIFT
C1C -10.000 C1P -10.123 C2C -10.432 C2P -10.634 GLONASS COD/PHS/BIS
END OF HEADER
> 2006 03 24 13 10 36.0000000 0 5 -0.123456789012
G06 23629347.915 .300 8 -.353 4 23629347.158 24.158
G09 20891534.648 -.120 9 -.358 6 20891545.292 38.123
G12 20607600.189 -.430 9 .394 5 20607600.848 35.234
E11 .324 8 .178 7
S20 38137559.506 335849.135 9
> 2006 03 24 13 10 54.0000000 0 7 -0.123456789210
G06 23619095.450 -53875.632 8 -41981.375 4 23619095.008 25.234
G09 20886075.667 -28688.027 9 -22354.535 7 20886076.101 42.231
G12 20611072.689 18247.789 9 14219.770 6 20611072.410 36.765
R21 21345678.576 12345.567 5
R22 22123456.789 23456.789 5
E11 65432.123 5 48861.586 7
S20 38137559.506 335849.135 9
    
```

图 2.1 RINEX 格式观测数据文件示意

```

3.05 N: GNSS NAV DATA M: MIXED RINEX VERSION / TYPE
XXRINEXM V3 AIUB 20061002 000123 UTC PGM / RUN BY / DATE
EXAMPLE OF VERSION 3.05 FORMAT COMMENT
GPSA 0.1025E-07 0.7451E-08 -0.5960E-07 -0.5960E-07 IONOSPHERIC CORR
GPSB 0.8806E+05 0.0000E+00 -0.1966E+06 -0.6554E+05 IONOSPHERIC CORR
GPUT 0.2793967723E-08 0.000000000E+00 147456 1395 G10 2 TIME SYSTEM CORR
GLUT 0.78231096226E-06 0.000000000E+00 0 1395 R10 0 TIME SYSTEM CORR
14 LEAP SECONDS
END OF HEADER
G01 2006 10 01 00 00 00 0.798045657575E-04 0.227373675443E-11 0.00000000000E+00
0.56000000000E+02-0.78750000000E+01 0.375658504827E-08 0.265129935612E+01
-0.411644577980E-06 0.640150101390E-02 0.381097197533E-05 0.515371852875E+04
0.00000000000E+00 0.782310962267E-07 0.188667086536E+00-0.391155481338E-07
0.989010441512E+00 0.320093750000E+03-0.178449589759E+01-0.775925177541E-08
0.828605943335E-10 0.00000000000E+00 0.139500000000E+04 0.00000000000E+00
0.20000000000E+01 0.00000000000E+00-0.325962901115E-08 0.56000000000E+02
-0.60000000000E+02 0.40000000000E+01
G02 2006 10 01 00 00 00 0.402340665460E-04 0.386535248253E-11 0.00000000000E+00
0.13500000000E+03 0.46750000000E+02 0.478269921862E-08-0.238713891022E+01
0.250712037086E-05 0.876975362189E-02 0.819191336632E-05 0.515372778320E+04
0.00000000000E+00-0.260770320892E-07-0.195156738598E+01 0.128522515297E-06
0.948630520258E+00 0.214312500000E+03 0.215165003775E+01-0.794140221985E-08
-0.437875382124E-09 0.00000000000E+00 0.139500000000E+04 0.00000000000E+00
0.20000000000E+01 0.00000000000E+00-0.172294676304E-07 0.39100000000E+03
-0.60000000000E+02 0.40000000000E+01
R01 2006 10 01 00 15 00-0.137668102980E-04-0.454747350886E-11 0.90000000000E+02
0.157594921875E+05-0.145566368103E+01 0.00000000000E+00 0.00000000000E+00
-0.813711474609E+04 0.205006790161E+01 0.931322574615E-09 0.70000000000E+01
0.183413398438E+05 0.215388488770E+01-0.186264514923E-08 0.10000000000E+01
1.79000000000E+02 8.381903171539E-09 2.00000000000E+00 3.00000000000E+00
R02 2006 10 01 00 15 00-0.506537035108E-04 0.181898940355E-11 0.30000000000E+02
0.155536342773E+05-0.419384956360E+00 0.00000000000E+00 0.00000000000E+00
-0.199011298828E+05 0.324192047119E+00-0.931322574615E-09 0.10000000000E+01
0.35533544922E+04 0.352666091919E+01-0.186264514923E-08 0.10000000000E+01
5.20000000000E+01 9.456379289034E-09 0.00000000000E+00 0.00000000000E+00
-----|---1|0---|---2|0---|---3|0---|---4|0---|---5|0---|---6|0---|---7|0---|---8|

```

图 2.2 RINEX 格式广播星历文件示意

```

3.05 METEOROLOGICAL DATA RINEX VERSION / TYPE
XXRINEXM V9.9 AIUB 19960401 144333 UTC PGM / RUN BY / DATE
EXAMPLE OF A MET DATA FILE COMMENT
A 9080 MARKER NAME
3 PR TD HR # / TYPES OF OBSERV
PAROSCIENTIFIC 740-16B 0.2 PR SENSOR MOD/TYP/ACC
HAENNI 0.1 TD SENSOR MOD/TYP/ACC
ROTRONIC I-240W 5.0 HR SENSOR MOD/TYP/ACC
0.0000 0.0000 0.0000 1234.5678 PR SENSOR POS XYZ/H
END OF HEADER
1996 4 1 0 0 15 987.1 10.6 89.5
1996 4 1 0 0 30 987.2 10.9 90.0
1996 4 1 0 0 45 987.1 11.6 89.0

```

图 2.3 RINEX 格式气象数据文件示意

2.2.3 SP3 数据格式介绍

SP3(Standard Product 3, 标准产品 3 号)格式是精密星历的标准数据格式, 由美国大地测量委员会提出。目前, 官方发布的最新版本是“SP3 version d”^[26]。

(1) 文件名

SP3 格式下, 文件名由两部分组成 (不包含扩展名), 其格式为:

xxxwwwd.sp3

xxx 代表精密星历类型, 如 igs、igr、igu 或 whu (武汉大学 IGS 数据中心提供的超快精密星历) 等。

wwwd 代表日期, 其中, www 是 GPS 周, d 表示天 (从 0 到 6 依次代表周日至周六)。

(2) 文件格式

RINEX 格式类似, SP3 文件同样分为文件头和数据记录两部分, 但是文件头没有明显的结束提示符。SP3 文件列数固定为 60 列, 行数不限。

前 22 行是文件头，主要格式版本号、数据首个历元时间、所用参考系、卫星数目及代号以及数据的精度基准等信息。

数据记录部分从第 23 行开始，给出以 15 分钟为间隔的卫星位置和钟差信息。

图 2.3 是文件“igs21220.sp3”的片段。

```

1 #cP2020 9 6 0 0 0.00000000 96 ORBIT Igb14 HLM IGS
2 ## 2122 0.00000000 900.00000000 59098 0.00000000000000
3 + 31 G01G02G03G04G05G06G07G08G09G10G11G12G13G15G16G17G18
4 + G19G20G21G22G23G24G25G26G27G28G29G30G31G32 0 0 0
5 + 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
6 + 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
7 + 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
8 ++ 1 2 2 2 2 1 1 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2
9 ++ 1 2 2 2 4 1 1 2 2 1 2 1 2 1 2 2 0 0 0 0 0 0 0 0
10 ++ 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
11 ++ 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
12 ++ 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
13 %c G cc GPS ccc cccc cccc cccc cccc cccc cccc cccc
14 %c cc cc ccc ccc cccc cccc cccc cccc cccc cccc cccc
15 %f 1.2500000 1.025000000 0.000000000000 0.000000000000000
16 %f 0.0000000 0.000000000 0.000000000000 0.000000000000000
17 %i 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
18 %i 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
19 /* FINAL ORBIT COMBINATION FROM WEIGHTED AVERAGE OF:
20 /* cod emr esa gfz grg jpl mit ngs sio
21 /* REFERENCED TO IGS TIME (IGST) AND TO WEIGHTED MEAN POLE:
22 /* PCV:IGS14 2118 OL/AL:FES2004 NONE Y ORB:CMB CLK:CMB
23 * 2020 9 6 0 0 0.00000000
24 PG01 -16247.859319 -3890.016211 20492.797281 36.007277 5 6 6 83
25 PG02 14379.159380 21627.482211 -5000.859398 -512.468583 7 10 8 104
26 PG03 -19841.497691 7533.879185 15828.205984 -290.951191 6 6 8 80
27 PG04 -25735.425467 150.795424 -6636.177454 -132.751028 6 9 8 62
28 PG05 9995.804605 12184.078520 -21511.088968 -20.465415 8 9 9 94
29 PG06 4987.038166 25111.438240 7045.175577 -323.021408 7 5 7 109
30 PG07 -9504.906380 14357.400689 -19764.155143 -366.254389 6 6 5 114
31 PG08 -25604.252942 -6236.441321 -4295.618728 -46.972712 9 7 10 111
32 PG09 -18954.090122 9205.481115 -16234.238333 -281.692789 8 6 5 102
33 PG10 9713.582011 -22804.024705 9277.924483 -447.073463 7 8 7 94
34 PG11 -22377.403615 -9000.168377 10245.711719 -172.418533 11 10 7 105
35 PG12 19808.031916 -5110.394007 16623.490069 71.013524 6 4 10 92
    
```

图 2.4 SP3 格式文件示意

2.3 测量与定位原理

基于 GNSS 系统，有多种定位方法。若按参与定位的接收机数量，可分为：

1) 绝对定位，也称单点定位。只有一台接收机参与定位，确定的是该接收机相对于协议地球参考系的绝对位置。

2) 相对定位，也称差分定位。两台接收机参与定位，确定的是两台接收机的相对位置。

按定位过程中接收机的运动状态，可分为：

1) 静态定位。定位过程中，接收机相对地面静止或者运动及其缓慢。

2) 动态定位。定位过程中，接收机处于较快速的运动状态。

但是，无论哪种定位方法，都离不开接收卫星信号获得的观测量。最常用的观测量是测码伪距和载波相位

2.3.1 测码伪距

(1) 观测方程

由前述所知，卫星以一定码率向用户发送测距码。而接收机可以复制该测距码，所以接收机只需要比照这两个测距码序列就可以获得信号从卫星到接收机所经历的时间 δt ，从而计算得到一个距离：

$$\tilde{\rho} = c \cdot \delta t \quad (2.1)$$

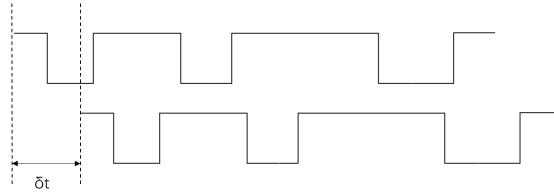


图 2.5 时间延迟测量示意

由于上述计算未考虑卫星与接收机的钟差以及大气对信号的影响等因素，因此 $\tilde{\rho}$ 并非卫星与接收机之间的几何距离，故称为伪距。

在伪距的基础上，考虑各种修正，可以计算真正的几何距离。该关系式称为测码伪距的观测方程^[27-28]：

$$\tilde{\rho} = \rho - c(\delta t_r - \delta t_s) - V_{ion} - V_{trop} + \delta \rho_{eph} + \delta \rho_{mul} + \epsilon \quad (2.2)$$

其中， $\tilde{\rho}$ 是测码伪距， ρ 是卫星与接收机的几何距离， δt_r 与 δt_s 分别表示接收机与卫星的钟差， V_{ion} 与 V_{trop} 分别代表电离层与对流层改正项， $\delta \rho_{eph}$ 是卫星星历误差， $\delta \rho_{mul}$ 是接收机周围物体反射卫星信号造成的多路径误差， ϵ 是测量噪声。

(2) 基于伪距的传统单点定位原理

对于测码伪距的观测方程中的修正项，实际应用中往往可以通过各种方法予以修正或消除，例如，卫星钟差参数在广播星历里已经给出。但是，接收机的钟差一般预先确定。因此，在实际计算中用到的观测方程是对方程 (2.2) 改写后的形式：

$$(\hat{\rho}_i + c \cdot \delta t)^2 = (X_i - X)^2 + (Y_i - Y)^2 + (Z_i - Z)^2 \quad (2.3)$$

上式中， $\hat{\rho}_i$ 代表引入修正项之后的第 i 颗卫星的伪距， δt 是接收机钟差， X_i 、 Y_i 和 Z_i 代表第 i 颗卫星的空间坐标， X 、 Y 和 Z 代表待定位接收机的空间坐标。由于卫星的位置可以利用星历解算获得，因此，方程 (2.3) 实际上有四个未知数： X 、 Y 、 Z 和 δt 。

故而，对接收机进行单点定位，至少需要四个方程^[29]，即至少要观测四颗卫星，获取四个伪距：

$$\begin{cases} (\hat{\rho}_1 + c \cdot \delta t)^2 = (X_1 - X)^2 + (Y_1 - Y)^2 + (Z_1 - Z)^2 \\ (\hat{\rho}_2 + c \cdot \delta t)^2 = (X_2 - X)^2 + (Y_2 - Y)^2 + (Z_2 - Z)^2 \\ (\hat{\rho}_3 + c \cdot \delta t)^2 = (X_3 - X)^2 + (Y_3 - Y)^2 + (Z_3 - Z)^2 \\ (\hat{\rho}_4 + c \cdot \delta t)^2 = (X_4 - X)^2 + (Y_4 - Y)^2 + (Z_4 - Z)^2 \end{cases} \quad (2.4)$$

对方程组 (2.4) 进行数值求解即可完成接收机的单点定位。

2.3.2 载波相位

如前所述，卫星的载波是频率和波长已知的无线电波，因此，如果我们可以知道载波从被卫星发出到被接收机接收这个过程的相位差，就可以计算接收机与卫星的几何距离：

$$r = \lambda \cdot \delta\phi \quad (2.5)$$

这就是载波相位测量的基本原理。

但是，由于载波是一种周期性的正弦波，而接收机实际可以测量的相位差只有不足一个周期的部分，因此完整的相位差 Φ 与测量的相位差 $\tilde{\phi}$ 之间可以相差整数个周期，即：

$$\Phi = \tilde{\phi} + N \quad (2.6)$$

这被称作整周模糊度。

结合方程 (2.5) 与方程 (2.6)，并考虑各种修正项之后，可得载波相位的观测方程^[28,30]：

$$\tilde{\phi} \cdot \lambda = \rho - c(\delta t_r - \delta t_s) - V_{ion} - V_{trop} + \delta\rho_{eph} + \delta\rho_{mul} + \epsilon - N \cdot \lambda \quad (2.7)$$

其中， $\tilde{\phi}$ 是载波相位的观测值， λ 是载波的波长， N 是整周模糊度。其余量与测码伪距中含义相同。

第 3 章 精密单点定位的原理

3.1 基本原理

精密单点定位技术，顾名思义，是比传统单点定位技术的更精密的技术。为了达到精密要求，需要对各种误差项做更精细的考虑，因此需要^[31]：

- 1) IGS 组织提供的精密星历与精密钟差产品；
- 2) 构造组合观测量，消除电离层延迟、卫星钟差等相关性误差；
- 3) 对于可以精确模型化的误差项，例如相对论效应、地球固体潮、天线相位中心偏差，采用更精确的模型修正；
- 4) 对于无法精确模型化的误差项，例如整周模糊度，作为未知参数一同参与解算。

3.2 组合观测量

2.3 节已介绍了 GNSS 测量与定位中经常使用的观测量：测码伪距观测量与载波相位观测量。精密单点定位中，除了使用这两种基本的观测量，还大量使用线性组合之后的组合观测量。组合观测量虽然不是观测直接得到的，但可以在其基础上建立相应的数学模型，实现超越常规模型的功能。

观测量的线性组合主要有两种形式：

一是差分组合观测量。这种组合方式对同类型、同频率的观测量进行线性组合，常见的有站间差分 and 星间差分等。其目的在于消除卫星钟差或接收机钟差等。

二是非差分组合观测量。该组合常常针对不同频率的观测量，目的在于消除电离层延迟等误差项^[32]。

3.2.1 非差组合观测量

卫星往往有多个频率的载波，例如 GPS 的 L1 和 L2 等。不同频率间的载波相位线性组合的一般形式为：

$$\phi_{n,m} = n\phi_1 + m\phi_2 \quad (3.1)$$

其中, ϕ_1 、 ϕ_2 分别为 L1 和 L2 的载波相位观测量, n 和 m 称为组合系数, $\phi_{n,m}$ 是组合形成的虚拟观测量。与组合观测量对应的其他参数有:

$$\begin{cases} f_{n,m} = nf_1 + mf_2 \\ \lambda_{n,m} = \frac{c}{f_{n,m}} \\ N_{n,m} = nN_1 + mN_2 \\ I_{n,m} = -\frac{A \cdot c}{f_1 \cdot f_2} \cdot \frac{nf_2 + mf_1}{nf_1 + mf_2} \\ \epsilon_{n,m} = \sqrt{(n\sigma_1)^2 + (m\sigma_2)^2} \end{cases} \quad (3.2)$$

上式中, $f_{n,m}$ 、 $\lambda_{n,m}$ 、 $N_{n,m}$ 、 $I_{n,m}$ 和 $\epsilon_{n,m}$ 分别表示组合观测量的频率、波长、整周模糊度、电离层延迟和噪声。其中, $A = -40.3 \int_s N_e ds$ 。

原则上, 组合系数 n 、 m 可以任意选取, 但考虑到实际的应用价值, 常用的组合观测量有:

(1) 宽巷组合

取 $n = +1$, $m = -1$, 即组合观测量为:

$$\phi_w = \phi_1 - \phi_2 \quad (3.3)$$

显然, 宽巷组合的频率变小, 因此具有较长的波长, 且模糊度仍未整数, 因而更容易确定其整周模糊度。由于宽巷组合的噪声升高, 因此往往只作为辅助解算周期模糊度的中间过程, 不用于最终解算。

(2) 消电离层 (Ionosphere Free, IF) 组合

顾名思义, 消电离层组合可以基本消除电离层延迟。因为电离层延迟的一阶项与频率的二次方成正比, 因此, 满足 $nf_1 + mf_2 = 0$ 的组合均可以称为消电离层组合。

常用的双频伪距和载波相位的无电离组合观测量依次为:

$$\phi_{IF} = \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} \phi_1 - \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} \phi_2 \quad (3.4)$$

$$\tilde{\rho}_{IF} = \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} \tilde{\rho}_1 - \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} \tilde{\rho}_2 \quad (3.5)$$

但是, 该组合的缺点也很明显, 由于组合观测量的模糊度 $N_{IF} = \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} N_1 - \frac{f_1 f_2}{f_1^2 - f_2^2} N_2$ 不再为整数, 这势必会增加模糊度解算的难度。

(3) 电离层残差 (Ionospheric Residual Error, IRE) 组合

将 L1、L2 的载波相位观测方程 (2.7) 相减可得：

$$\lambda_1\phi_1 - \lambda_2\phi_2 = -(V_{ion,1} - V_{ion,2}) - \lambda_1N_1 + \lambda_2N_2 \quad (3.6)$$

对比原观测方程 (2.7)，上式消除了卫星几何距离误差、接收机钟差等项，只剩下电离层残差和模糊度等。因此，电离层残差组合观测量为：

$$\phi_{IRE} = \lambda_1\phi_1 - \lambda_2\phi_2 \quad (3.7)$$

(4) MW 组合

将测码伪距观测方程 (2.2)、载波相位观测方程 (2.7) 简写为如下形式：

$$\begin{cases} \tilde{\rho}_1 = \rho + \frac{A}{f_1^2} \\ \tilde{\rho}_2 = \rho + \frac{A}{f_2^2} \\ \phi_1 = \frac{\rho}{\lambda_1} - \frac{A}{cf_1} - N_1 \\ \phi_2 = \frac{\rho}{\lambda_2} - \frac{A}{cf_2} - N_2 \end{cases} \quad (3.8)$$

对上述四个式子相互做差、代入后可得：

$$\frac{f_1\phi_1\lambda_1 - f_2\phi_2\lambda_2}{f_1 - f_2} - \frac{f_1\tilde{\rho}_1 + f_2\tilde{\rho}_2}{f_1 + f_2} = -(N_1 - N_2)\frac{c}{f_1 - f_2} \quad (3.9)$$

方程 (3.9) 表明，电离层延迟、钟差和卫星几何距离误差已被消除，只剩下模糊度等误差项^[32]。因此，若定义 $L_i = \lambda_i\phi_i$ 为用距离表示的载波相位观测量，则 MW 组合观测量可记作：

$$L_{MW} = \frac{f_1L_1 - f_2L_2}{f_1 - f_2} - \frac{f_1\tilde{\rho}_1 + f_2\tilde{\rho}_2}{f_1 + f_2} \quad (3.10)$$

3.2.2 周跳探测与修复

周跳是载波相位测量中不可忽视的一个问题。接收机在跟踪卫星过程中，计数器会不断记录信号变化的整周期数。如果由于某些不可抗性因素，导致信号跟踪受到影响甚至中断，就会使计数器记录的整周数发生跳变，简称周跳。

周跳的探测与识别问题一直是精密单点定位技术里被着重关注的关键技术，经过长时间的研究，学者们给出了多种方法，例如电离层残差法等。

根据方程 (3.6)，对相邻历元的载波相位观测值做差，可得：

$$\begin{aligned} & \lambda_1 [\phi_1(t + \Delta t) - \phi_1(t)] - \lambda_2 [\phi_2(t + \Delta t) - \phi_2(t)] = \\ & -\lambda [N_1(t + \Delta t) - N_1(t)] + -\lambda [N_2(t + \Delta t) - N_2(t)] - [\Delta_{ion}(t + \Delta t) - \Delta_{ion}(t)] \end{aligned} \quad (3.11)$$

其中， Δ_{ion} 代表电离层残差。

若定义检测量 $\Delta N(t)$ 为：

$$\Delta N(t) = \left[\phi_1(t + \Delta t) - \frac{f_1}{f_2} \phi_2(t + \Delta t) \right] - \left[\phi_1(t) - \frac{f_1}{f_2} \phi_2(t) \right] \quad (3.12)$$

则方程 (3.11) 变为：

$$\Delta N(t) = \Delta N_1(t) - \frac{f_1}{f_2} \Delta N_2 - [\Delta_{ion}(t + \Delta t) - \Delta_{ion}(t)] \quad (3.13)$$

方程 (3.13) 表明，如果没有周跳且电离层较稳定时，即 $\Delta N_i = 0$ ， $\Delta_{ion}(t + \Delta t) - \Delta_{ion}(t) \approx 0$ ，则检测量 $\Delta N(t)$ 为 0；而当有周跳发生时，检测量 $\Delta N(t)$ 将不再为 0。因此，通过检测 $\Delta N(t)$ 的数值变化，即可实现对周跳的探测^[32]。

3.3 数学模型

所谓数学模型，就是把观测量与待求解参数联系起来的数学函数。数学模型是 GNSS 定位中不可或缺的必要工具，且模型的优劣将直接影响到定位的精度。

2000 年前后，Zumberge 等人提出了第一个精密单点定位的数学模型——无电离层组合模型^[7,33]，但由于该模型存在噪声大等多种不足，学者们陆续提出了多种新模型来弥补该模型的不足，其中应用较广、反响较大的主要有两种：UofC 模型和非组合模型。

3.3.1 无电离层组合模型

该模型基于上节介绍的无电离层组合观测量，表达式为：

$$\left\{ \begin{aligned} \phi_{IF} &= \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} \phi_1 - \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} \phi_2 \\ &= \rho - c(\delta t_r - \delta t_s) - V_{trop} + \delta \rho_{mul} + \delta \rho_{eph} + \epsilon_{\phi_{IF}} - N_{IF} \cdot \lambda_{IF} \\ \tilde{\rho}_{IF} &= \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} \tilde{\rho}_1 - \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} \tilde{\rho}_2 \\ &= \rho - c(\delta t_r - \delta t_s) - V_{trop} + \delta \rho_{mul} + \delta \rho_{eph} + \epsilon_{\tilde{\rho}_{IF}} \end{aligned} \right. \quad (3.14)$$

该模型具有可以消除电离层误差的优点，在精密单点定位软件的数据处理的模型中应用最多。

3.3.2 UofC 模型

该模型除了采用载波相位的无电离层组合观测量外，还采用了测码伪距与载波相位组合的观测量^[34]，模型表达式如下：

$$\begin{cases} P_{IF,1} = \frac{\tilde{\rho}_1 + \phi_1}{2} \\ \quad = \rho - c(\delta t_r - \delta t_s) - V_{trop} + \delta\rho_{mul} - 0.5N_{IF,1} \cdot \lambda_{IF,1} + \epsilon_{P_{IF}} \\ P_{IF,2} = \frac{\tilde{\rho}_2 + \phi_2}{2} \\ \quad = \rho - c(\delta t_r - \delta t_s) - V_{trop} + \delta\rho_{mul} - 0.5N_{IF,2} \cdot \lambda_{IF,2} + \epsilon_{P_{IF}} \end{cases} \quad (3.15)$$

其中， $P_{IF,1}$ 与 $P_{IF,2}$ 分别代表 L1、L2 载波商测码伪距与载波相位之和的二分之一。

相比于无电离层组合模型，UofC 模型不仅可以消除电离层延迟，而且降低了噪声。

3.3.3 非组合模型

与前述二者不同，非组合（Uncombined,UC）模型不采用组合观测量，二是直接从测码伪距和载波相位观测量出发，建立数学模型。表达式如下：

$$\begin{cases} \tilde{\rho} = \rho - c(\delta t_r - \delta t_s) - V_{ion} - V_{trop} + \delta\rho_{eph} + \delta\rho_{mul} + \epsilon_{\rho} \\ \tilde{\phi} \cdot \lambda = \rho - c(\delta t_r - \delta t_s) - V_{ion} - V_{trop} + \delta\rho_{eph} + \delta\rho_{mul} + \epsilon - N \cdot \lambda \end{cases} \quad (3.16)$$

该模型将接收机钟差、电离层延迟、对流层延迟、接收站坐标和载波相位模糊度同时作为待估计参数参与解算，以提高收敛速度与准确性^[35]。

第 4 章 基于 RTKLIB 的多模 PPP 实践

4.1 RTKLIB 软件介绍

近年来,随着导航定位技术的高速发展,社会生活和科研工作等各个方面对高效实用的、支持多种算法的导航定位软件的需求急剧升高。在这样的背景下,一大批支持 PPP 技术的软件应运而生,例如 Bernese、Trip 和 Magic-PPP 等。而 RTKLIB 更是率先开源,成为被广泛研究和追捧的佼佼者。

RTKLIB 是一款由日本东京海洋大学(Tokyo University of Marine Science and Technology)的高须知二(Tomoji Takasu)开发的 GNSS 定位软件。该软件支持 GPS、GALILEO、GLONASS 和 BDS 等多种系统的传统与精密定位算法,兼备单点定位、RTK 定位和动静态 PPP 等在内的多种定位模式,同时,兼容多种数据协议,例如 GNSS 领域广泛用到的 RINEX 2.X 与 3.X、SP3 数据格式等,并且提供了许多功能强大的库函数和算法。

RTKLIB 的程序包里配有多个 GUI(图形用户界面)的可执行文件,其主要组成与功能如表格 4.1 所示^[36]。

表 4.1 RTKLIB 的子程序及功能

可执行文件名	RTKNAVI	RTKPOST	RTKCONV	RTKPLOT	RTKGET
主要功能	实时数据处理	事后数据处理	文件格式转换	对观测数据与处理结果绘图	数据产品文件查询与下载

目前,RTKLIB 共有两个最新版本: version 2.4.2 p13(稳定版)和 version 2.4.3 b34(测试版)。本章主要工作基于功能更为先进的 2.4.3 b34 测试版,用到的子程序有: RTKPOST 和 RTKPLOT。

4.2 多模 PPP 解算实践

4.2.1 数据来源

本章所用到的所有数据文件或产品,均是从 IGS 的两个全球数据中心——CDDIS 或武汉大学 IGS 数据中心的官方网站下载。

IGS,全称为“International GNSS Service”,即国际 GNSS 服务,成立于 1993 年,其主要职能是提供卫星跟踪站的观测数据和广播星历、精密星历等产品,为

全球的 GNSS 提供服务。该组织拥有分布于全球的数百个卫星跟踪站，获取卫星的观测资料。同时，组织下设有 6 个全球数据中心和 12 个分析中心，分别负责跟踪站观测数据的收集与分析，以生成各种数据产品。其中，武汉大学卫星导航定位技术研究中心既是 IGS 的全球数据中心，也是分析中心。

2020 年底，IGS 开始全面取缔过去的基于 ftp 协议的匿名数据下载方式，改而采用 HTTPS 协议下的数据下载方式。这导致原本可用的数据下载方式纷纷失效，而部分数据也因系统调整而更加难以搜寻。同时，越来越多的观测站开始使用新版的 RINEX 数据格式，例如 RINEX 3.04，但该类型的文件还不能被现行版本的 RTKLIB 所兼容，而可兼容的其他版本中，又以对北斗系统支持较差的 RINEX 2.X 类型居多。这些问题在一定程度上给数据的选择设置了难度。

因此，在检索数据与产品时，主要考虑两条原则：

一是尽量选取 RINEX 3.04 版本以下的 RINEX 3.X 类型观测数据及广播星历，以包含北斗卫星数据者优先；

二是当北斗卫星数据难以保证时，选取至少同时包含 GPS、GLONASS 的数据或产品。

基于这两条原则，最终选取的三组数据为：

- 2016 年 3 月 6 日的 djig 站观测数据文件“djig0660.16o”、广播星历“brdm0660.16o”和德国 gfz 分析中心的精密星历“gbm18870.sp3”、精密钟差“gbm18870.clk”；
- 2016 年 2 月 22 日的 ascg 站观测数据文件“ascg0530.16o”、导航信息文件“ascg0530.16g”“ascg0530.16n”，polv 站的观测数据文件“polv0530.16o”、导航信息文件“polv0530.16g”“polv0530.16n”，和德国 gfz 分析中心的精密星历“gfz18851.sp3”、精密钟差“gfz18851.clk”；
- 2020 年 2 月 22 日的 ascg 站观测数据文件“ascg0530.20o”、导航信息文件“ascg0530.20g”“ascg0530.20n”，polv 站的观测数据文件“polv0530.20o”、导航信息文件“polv0530.20g”“polv0530.20n”，和德国 gfz 分析中心的精密星历“gfz20936.sp3”、精密钟差“gfz20936.clk”；

其中，第一组数据用于实验一，而第二、三组数据用于实验二。

4.2.2 实验一：多模 PPP 性能分析

(1) 卫星可见性分析

卫星的可见性会显著影响定位的精度，可见性太低甚至会导致解算失败，因此有必要对观测数据进行卫星可见性分析^[37]。RTKLIB 的子程序 RTKPLOT 即可满足该要求，它可以读取观测数据，显示各个时间的可观测卫星、同一卫星各时间段的观测连续性，以及卫星信号强度。利用 RTKPLOT 打开观测数据文件“djig0660.16o”，如图4.1所示。

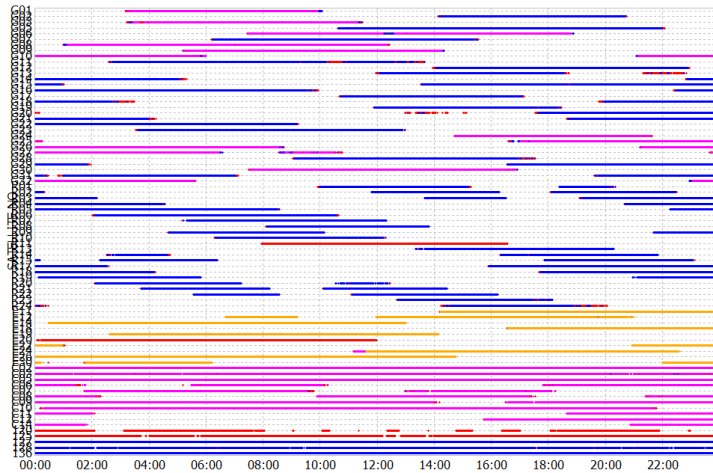


图 4.1 卫星可见性分析

图4.1表明，卫星的可见性整体良好。

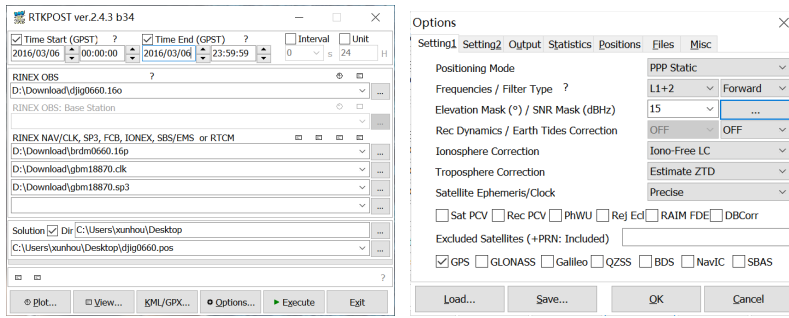
(2) 单系统解算结果对比

正式解算之前，需要对 RTKLIB 的精密单点定位解算做必要说明。RTKLIB 进行 PPP 解算的子程序是 RTKPOST（事后处理）。RTKLIB 利用消电离层组合模型对电离层延迟做一阶改正，而其他的误差项对应的改正模型也已经被写入 RTKLIB 的算法里，因此，只需要在 RTKPOST 界面输入所需的观测数据文件、广播星历文件、精密星历文件和精密钟差文件即可。

实验一的文件输入与参数配置如图4.2所示。

读取观测数据文件可知，有 GPS、GLONASS、GALILEO、BDS 和 SABS 共 5 个系统的观测数据。单系统解算的结果如图4.3所示。其中，由于所观测的部分 GALILEO 卫星缺少对应的广播星历信息而属于无效数据，导致 GALILEO 系统有效可观测卫星数太低而无法结算，结果输出文件为空。因此，只得到了 GPS、GLONASS 和 BDS 三个系统的 PPP 结果。从图4.3可以得到以下结论：

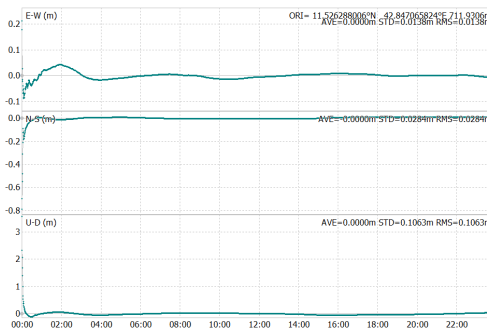
1) djig 站基本全天候都可以观测到这三个系统的卫星，其中，对 BDS 的观



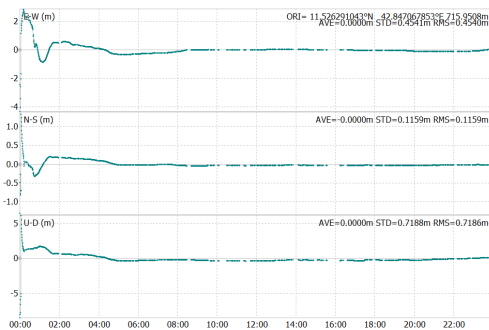
(a) 文件输入

(b) 参数设置

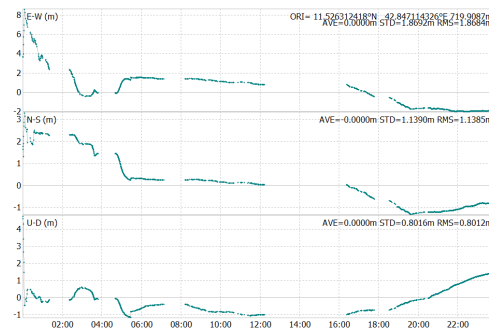
图 4.2 实验一的文件输入与参数设置



(a) GPS



(b) GLONASS



(c) BDS

图 4.3 GPS/GLONASS/BDS 单系统 PPP 定位结果比对

测连续性较差，而对 GPS 和 GLONASS 的观测连续性较好；

2) 收敛速度方面，三个系统的收敛时间基本都在 3 小时至 4 小时之间；

3) 定位精度方面，GPS 具有较大的领先，在 E、N 方向的精度达到厘米量级，领先 GLONASS 和 BDS 一至两个数量级。注意到，BDS 的精度较低的主要原因有两个，一是观测数据质量较差，二是由于 BDS 的轨道构型与其余二者不同，有 GEO、IGSO 轨道，而目前各分析中心，对于该轨道类型的卫星，给出的钟差与轨道产品的精度都低于其他 GNSS 系统的同类产品^[38]。当然，随着北斗

三号的全面建成和全球支持北斗信号的测站数目的增加，BDS 的精度水平必定会逐渐升高。

(3) 多系统 PPP 解算结果分析

通过 RTKLIB 对 2016 年 3 月 6 日 djig 站观测数据做多系统组合解算，结果输出如图 4.4 所示。

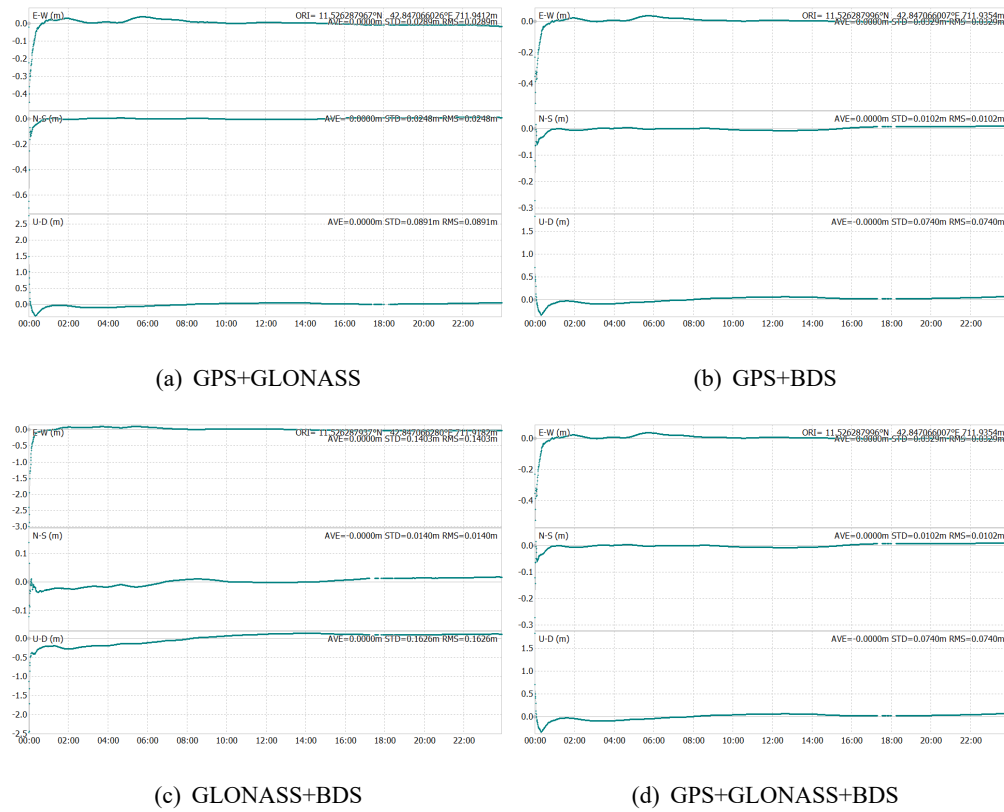


图 4.4 多系统 PPP 解算结果比较

通过输出结果可以看到，多系统组合的方式增加了可观测卫星数量，因此观测连续性变相得到了保证，解算的收敛速度也明显提高，收敛时间普遍缩短至两小时以内。

定位精度方面，统计了单系统和多系统组合解算结果的 E、N、U 三个方向的定位精度 (RMS)，表格如下：

表 4.2 单系统与多系统 PPP 精度比较

	GPS	GLONASS	BDS	GPS+GLONASS	GPS+BDS	GLONASS+BDS	GPS+GLONASS+BDS
E/m	0.0138	0.4540	1.8684	0.0289	0.0206	0.1403	0.0329
N/m	0.0284	0.1159	1.1385	0.0248	0.0086	0.0140	0.0102
U/m	0.1063	0.7186	0.8012	0.0891	0.0708	0.1626	0.0740

综合分析表格4.2及图4.3、4.4，可以得到如下结论：

1) 在解算的收敛速度方面，多系统组合 PPP 相较于单系统 PPP 更具有优势，收敛时间明显缩短；

2) 就定位精度而言，多系统组合 PPP 的定位精度是否得到提高，需要按子系统的情况加以讨论。各子系统单独的数据情况，将影响到组合的上限与下限。一方面，如果子系统独立定位的效果不理想主要是因为可观测卫星数目不足或者观测连续性较差等因素引起的，那么组合后的效果很有可能是令人喜出望外的，例如本次实验中，BDS 与 GLONASS 独立定位时，效果均不如 GPS，BDS 甚至远远落后于 GPS，然而组合后的定位精度与 GPS 不相上下。另一方面，组合系统也有可能由于质量较差的观测数据的引入而导致精度下降，例如 GPS+BDS 的组合，其 E 方向的定位精度就低于 GPS 单系统定位时的精度。

3) 整体而言，多模 PPP 定位可以通过增加可观测卫星数的方式，弥补单系统定位的不足，从而提高应用层面的容错率，具有更多的可能性。

4.2.3 实验二：GNSS 系统 PPP 性能的前后对比

实验二的主要目的是对 GPS 系统与 GLONASS 系统在 2016 年时和在 2020 年时的精密单点定位能力进行比较，所用数据文件如前所述。所用 RTKLIB 子程序仍为 RTKPOST 与 RTKPLOT。对 2016 年 2 月 22 日和 2020 年 2 月 22 日的 ascg 站、polv 站两个台站的观测数据分别进行单系统 PPP 解算，结果如图4.5和图4.6所示。

从图4.5和图4.6里不难看出，相比于 2016 年，2020 年的 GPS 在 PPP 的精度方面略有进步，保持着较高的厘米级精度水准；而 GLONASS 系统则有较明显的进步，精度实现了从分米级到厘米级的突破，这也与近年来俄罗斯不断进行的 GLONASS 恢复和现代化建设有关。

由于缺少对 GALILEO、BDS 卫星观测数据，未对这两个系统的 PPP 性能变化做出比较，但相信随着卫星的不断发射、地面台站的逐渐增加、相关产品精度的提升，以及相关模型与算法的优化，未来这两个系统的性能也会不断提升，这势必会进一步推动多系统 PPP 技术的发展与进步。

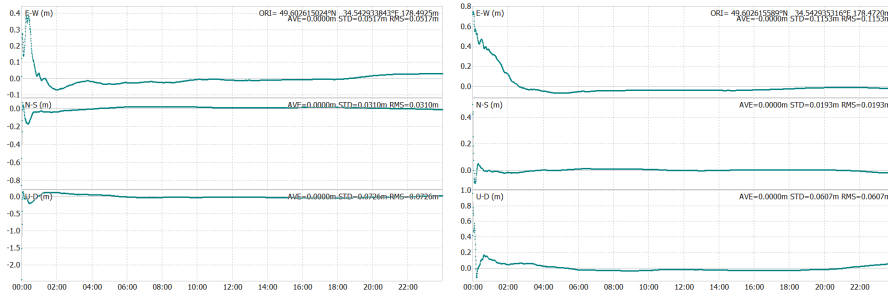
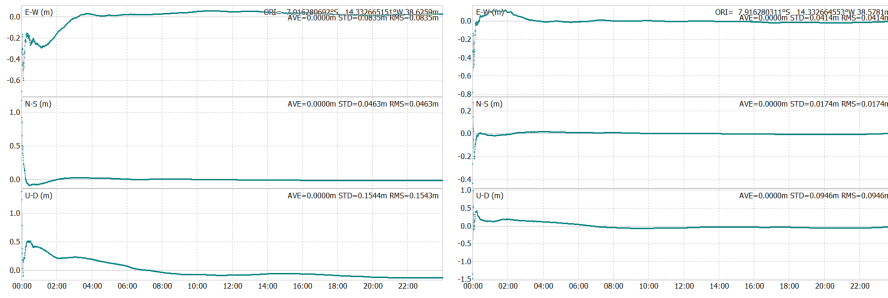


图 4.5 2016 年与 2020 年的 GPS 系统 PPP 能力对比

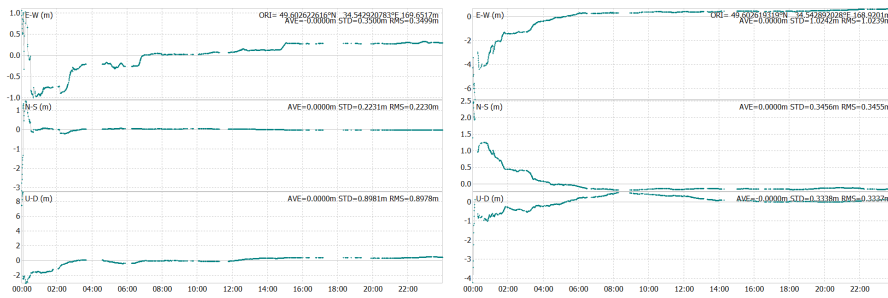
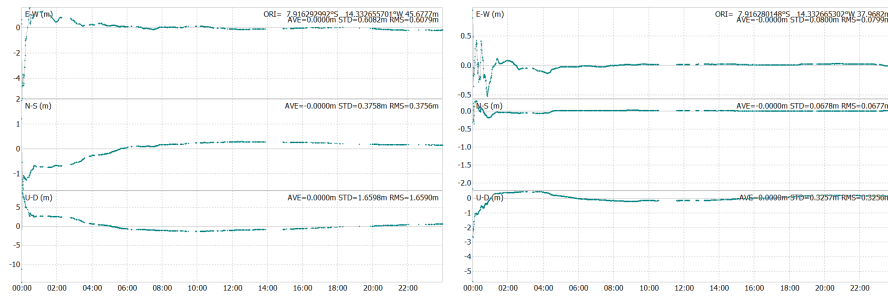


图 4.6 2016 年与 2020 年的 GLONASS 系统 PPP 能力对比

第 5 章 结论与展望

5.1 工作的主要内容与结论

本文概述了 GNSS 测量与定位的基本原理，介绍了精密单点定位技术的基本理论与模型，并利用开源软件 RTKLIB 进行多系统 PPP 解算实践，分析了多系统 PPP 定位的性能，并比较了两个不同时间的 GPS、GLONASS 系统的精密单点定位能力变化。

基于上述工作，本文得出的主要结论如下：

(1) 相比于单系统 PPP，多系统组合 PPP 确实具有一定优势，尤其在缩短收敛时间方面；

(2) 多系统组合 PPP 的定位精度是否优于单系统，需要考虑子系统的情况，子系统决定着组合系统的上限与下限。如果子系统由于可观测卫星数目不足等因素导致单独定位的精度不够，那么采用多系统组合定位的形式可以变相地增加可观测卫星数量，从而提高定位的精度与可靠性。但另一方面，组合系统也有可能由于质量较差的观测数据的引入而导致精度反而不如单系统定位。但整体而言，多模 PPP 定位可以在一定程度上弥补单系统定位的不足，具有更高的容错率与可能性。

(3) 随着导航卫星系统的不断建设，GNSS 系统的 PPP 能力也在不断提高，这会进一步巩固目前多系统并存的局面，推动多系统融合的发展，为未来的多模 PPP 技术研究奠定更坚实的基础。

5.2 反思与展望

对本文的主要工作总结完毕之后，认识到了诸多不足，例如：

(1) 对许多理论与技术理解不够深入，例如精密单点定位技术的某些模型，以及浮点解与固定解等问题；

(2) 受实验数据搜集难度的限制，实验数据偏少，说服力和可靠性不足；

(3) 受个人水平的束缚，对 RTKLIB 这样一个功能强大的软件掌握程度太低，只着眼于应用，未对其具体算法和代码做深入研究。

基于对以上几点不足的认识，对未来的研究学习做出规划：

(1) 继续深入了解精密单点定位技术的理论，尤其是周跳探测与修复等技术关键，调研更多相关领域文献资料；(2) 提高编程水平，解读 RTKLIB 源码，理解其算法，逐渐具备对 RTKLIB 代码挪用、修改以及二次开发的能力。

参 考 文 献

- [1] 刘春保, 武珺. 2020 年国外导航卫星系统发展综述[J]. 国际太空, 2021(2): 55-60.
- [2] 卢鋈等. 世界卫星导航系统的最新进展和趋势特点分析[J]. 卫星应用, 2021 (2): 32-40.
- [3] 曹冲. 新时空服务体系开拓泛在导航服务[J]. 国际太空, 2013(1): 14-21.
- [4] 李星星, 张小红, 李盼. 固定非差整数模糊度的 PPP 快速精密定位定轨[J]. 地球物理学报, 2012, 55(3): 833-840.
- [5] ROCKEN E A. Atmospheric water vapor and geoid measurements in the open ocean with gps[J]. Geophysical Research Letters, 2005, 32(12): -.
- [6] DACH R, SCHAER S, HUGENTOBLE U, et al. Combined multi-system gnss analysis for time and frequency transfer[C]//Frequency and Time Forum (EFTF), 2006 20th European. 2012.
- [7] ZUMBERGE J, HEFLIN M, JEFFERSON D, et al. Precise point positioning for the efficient and robust analysis of gps data from large networks[J]. Journal of geophysical research: solid earth, 1997, 102(B3): 5005-5017.
- [8] GAO Y, CHEN K. Performance analysis of precise point positioning using real-time orbit and clock products[J]. Journal of Global Positioning Systems, 2004, 3 (1-2): 95-100.
- [9] COLLINS P, LAHAYE F, HEROUX P, et al. Precise point positioning with ambiguity resolution using the decoupled clock model[C]//Proceedings of the 21st international technical meeting of the satellite division of the Institute of Navigation (ION GNSS 2008). 2008: 1315-1322.
- [10] 叶世榕. GPS 非差相位精密单点定位理论与实现[D]. 武汉大学, 2002.
- [11] 张小红. 动态精度单点定位 (PPP) 的精度分析[J]. 全球定位系统, 2006, 31(1): 7-11.
- [12] 张小红, 左翔, 李盼, 等. BDS/GPS 精密单点定位收敛时间与定位精度的比较 [J]. 测绘学报, 2015, 44(3): 250-256.
- [13] 蔡昌盛. GPS/GLONASS 组合精密单点定位理论与方法[J]. 中国矿业大学, 2008.

- [14] 孟祥广, 郭际明. GPS/GLONASS 及其组合精密单点定位研究[J]. 武汉大学学报 (信息科学版), 2010, 035(012): 1409-1413.
- [15] CAI C, GAO Y, PAN L, et al. Precise point positioning with quad-constellations: Gps, beidou, glonass and galileo[J]. Advances in space research, 2015, 56(1): 133-143.
- [16] 任晓东, 张柯柯, 李星星, 等. BeiDou、Galileo、GLONASS、GPS 多系统融合精密单点[J]. 测绘学报, 2015, 44(12): 1307-1313.
- [17] 宁津生等. 全球导航卫星系统发展综述[J]. 导航定位学报, 2013, 1(1): 3-8.
- [18] 徐翠平, 陆静. 伽利略卫星导航系统简介[J]. 航天标准化, 2009(1): 47-49.
- [19] 郝雅楠等. 全球卫星导航系统发展现状与特点分析[J]. 国防科技工业, 2020 (7): 20-24.
- [20] 中国卫星导航系统管理办公室. 北斗卫星导航系统空间信号接口控制文件-公开服务信号[M]. 2.1 版. 2016: 1-2.
- [21] 中国卫星导航系统管理办公室. 北斗卫星导航系统空间信号接口控制文件-国际搜救服务[M]. 1.0 版. 2020: 3-4.
- [22] 高成发, 胡伍生. 卫星导航定位原理与应用[M]. 北京: 人民交通出版社, 2011: 42-55.
- [23] KAPLAN E, HEGARTY C. Understanding gps: principles and applications[M]. 2nd ed. Artech house, 2005: 142-145.
- [24] IGS. The receiver independent exchange format[M]. 3.05 ed. 2020: 13,21-40.
- [25] 李征航, 黄劲松. GPS 测量与数据处理[M]. 3 版. 武汉: 武汉大学出版社, 2005: 49-72,136-146,270-293.
- [26] HILLA S. The extended standard product 3 orbit format (sp3-c)[EB/OL]. National Geodetic Survey, 2010. <https://files.igs.org/pub/data/format/sp3c.txt>.
- [27] 田睿刘晓辉. GNSS 定位原理及误差综述[J]. 数码世界, 2020(07): 25.
- [28] 周忠谟, 易杰军. GPS 卫星测量原理与应用[M]. 2 版 (修订本. 北京: 测绘出版社, 1997: 90-97.
- [29] 于素君等. 北斗卫星导航系统定位原理及其应用综述[J]. 物探装备, 2020, v.30(01): 63-67.
- [30] 关惠平. 全球卫星导航定位系统及其定位原理[J]. 兰州交通大学学报, 2003, 22(4): 68-71.
- [31] 李云, 崔文刚. 精密单点定位技术发展及应用[J]. 科学技术与工程, 2019,

- v.19;No.496(27): 6-16.
- [32] 赵兴旺, 王胜利, 刘超. GNSS 精密单点定位理论与方法[M]. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 2015: 84-109.
- [33] KOUBA J, HÉROUX P. Precise point positioning using igs orbit and clock products[J]. GPS solutions, 2001, 5(2): 12-28.
- [34] GAO Y, SHEN X. Improving ambiguity convergence in carrier phase-based precise point positioning[C]//Proceedings of the 14th international technical meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation (ION GPS 2001). 2001: 1532-1539.
- [35] 张倍倍. 基于 RTKLIB 的 GNSS 精密单点定位技术研究[D]. 华北理工大学, 2020.
- [36] TAKASU T. Rtklib ver. 2.4. 2 manual[M/OL]. 2013. http://www.rtklib.com/prog/manual_2.4.2.pdf.
- [37] 张建龙, 徐爱功, 张兆南, 等. RTKLIB 软件静态精密单点定位精度测试与分析[J]. 全球定位系统, 2014, 000(001): 37-41.
- [38] 周昌杰. 基于 RTKLIB 的 GNSS 精密单点定位研究[D]. 吉林大学, 2019.