

# Ephemeris Fitting Improvement Method of GEO Satellite

HE Feng<sup>1,2,3</sup>, WU Shan<sup>3</sup>, HUANG Hua<sup>3</sup>, SONG Yezhi<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Shanghai Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200030, China;

<sup>2</sup> Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;

<sup>3</sup> Beijing Satellite Navigation Center, Beijing 10094, China

**Abstract:** The satellite orbit is described by 15 parameters considering the one scale perturbation in COMPASS, and the interfaces for three types of satellite in the hybrid constellation are defined according to the variation of MEO. There are some differences between MEO and GEO or IGSO because of the orbital heights and dynamic differences. In special periods, some parameters exceed the range of distribution when they are coded into navigation message. It is proved by some research results that it is effective for the solution of parameters' exceeding bit limitation through the method combined both adjusting arc lengths and compression evaluation., but it is significant for the time cost addition even the result can not meet the satisfaction of accuracy when the exceeding margin turn out to be too large. The phenomenon and regulation of parameter's exceeding limitation are introduced, and the URE criterion fitting algorithms are designed for which the CTS coordinate data is transfer into orbital data while Ephemeris Fitting is carried out in the way of weighted assignment adjustment, which is against the minimum position error criterion used in the previous least square adjustment algorithms. The results proves, it is efficient for the new algorithms to improve the time cost while meet the accuracy require as regard to the parameter's over-exceeding period.

**Key words:** GEO; ephemeris fitting; parameter weighted assignment ; User Range Error

## 地球同步卫星广播星历拟合改进方法

何峰<sup>1,2,3</sup>, 吴杉<sup>3</sup>, 黄华<sup>3</sup>, 宋叶志<sup>3</sup>

<sup>1</sup> 中国科学院上海天文台, 上海 200030, 中国;

<sup>2</sup> 中国科学院研究生院, 北京 100049, 中国;

<sup>3</sup> 北京卫星导航中心, 北京 10094, 中国

**【摘要】:** 地球静止同步卫星 (GEO) 由于其高轨、静止的轨道特性, 已经被应用于卫星导航系统中。与现有导航系统的中轨卫星 (MEO) 相比, GEO卫星在轨道高度和动力学特性方面存在一定差异, 因此进行广播星历拟合得到的参数变化范围不尽相同。采用GPS星历参数模型进行卫星广播星历拟合时, GEO卫星的部分参数变化范围与MEO卫星相比显著偏大, 利用MEO卫星参数变化范围门限进行约束求解时, 部分时段GEO星历拟合精度下降明显。前期研究结果表明, 通过采用调整拟合弧长和参数压缩估计的方法, 能够在满足参数门限要求的同时实现高精度星历拟合, 但在卫星轨道偏心率较小和参数超出门限 (参数超限) 幅度较大两种条件并存的时段, 求解参数的迭代次数显著增加甚至拟合发散。基于GPS广播星历参数模型和参数门限, 系统分析了不同类型卫星广播星历参数变化范围和参数超过门限引起的拟合异常现象, 针对现有广播星历拟合算法中最小二乘平差准则采用位置误差最小的特点, 提出了基于用户可用距离误差准则的广播星历拟合算法, 利用坐标旋转实现观测量由地固系坐标向轨道系坐标的转换, 并以此为基础通过加权平差完成广播星历拟合。计算结果表明: 参数拟合异常时段, 采用新算法能够在保证广播星历拟合精度的同时有效减少了拟合时间。

**关键词:** 地球同步卫星; 星历拟合; 参数加权; 用户距离误差

## 1 引言

卫星广播信息是导航系统服务综合服务性能的表现形式, 是卫星导航电文的主要内容之一, 它的选择和设计将直接影响系统中播发的卫星轨道精度。现有的卫星导航系统中, 包含 MEO、IGSO 和 GEO 在内的三种类型卫星已经应用于导航星座, 对于不同类

型的导航卫星, 广播星历参数模型主要来源于现已建成的全球两大卫星导航系统, GPS (Globe Positioning system) 和 GLONASS 采用不同的参数表达形式, 其中, GPS 系统采用基于开普勒根数的广播星历模型, GLONASS 系统采用的是基于卫星加速度的广播星历参数。GPS 此前使用的广播星历由 16 个参数组成, 包括一个参考时刻  $t_{oe}$ , 6 个参考时刻的开普勒根数

$(\sqrt{a}, e, i_0, \Omega_0, \omega_0, M_0)$ ，6 个短周期调和改正项振幅  $(C_{rs}, C_{rc}, C_{us}, C_{uc}, C_{is}, C_{ic})$ ，3 个长期项改正数  $(\Delta n, \dot{\Omega}, idot)$ 。随着 GPS 卫星定轨精度的提高，为了尽可能的降低广播星历拟合带来的精度损失，GPS 在新的用户接口中采用 18 参数广播星历模型。

基于开普勒根数的广播星历参数具有物理意义明确和用户算法简单的特点，因此更易于进行应用计算。针对不同类型卫星的广播星历设计及其拟合算法，已经有大量相关的研究成果，分析表明，现有的参数模型和算法在 MEO 和 IGSO 两种卫星的拟合解算中都取得了较好的效果，但对于 GEO 卫星，其高轨、小倾角和小偏心率等特性对拟合精度和稳定性带来了一定的影响。针对 GEO 卫星的星历拟合，已有的研究成果从星历拟合算法有效性<sup>[2]</sup>、参数估计方法<sup>[3]</sup>、高轨小倾角卫星拟合成功率和拟合精度<sup>[4][5]</sup>等方面分别进行了论证研究，提出了基于旋转坐标面进行星历拟合的方法，消除了轨道小倾角的奇异性，提出了采用 QR 分解进行法方程求逆的方法，降低了法方程的病态性和求解失败的概率。文献[7]和文献[8]针对 GEO 卫星广播星历拟合中出现的部分参数变化范围偏大问题进行研究，提出了采用有偏估计和调整参考系旋转角度等方案，为 GPS 星历参数模型和参数门限在 GEO 卫星高精度星历拟合的应用提供了重要的技术参考。采用轨道数据进行长期计算时发现，对于 GEO 卫星，当卫星轨道小偏心率和参数超限同时发生时，部分时段拟合效率显著下降甚至出现拟合发散现象。基于此，本文在 GPS 星历参数模型和参数门限条件下，首先对不同类型卫星广播星历参数长期变化的基本特性进行分析，针对 GEO 卫星拟合中出现的异常现象，在广播星历最小二乘拟合算法基础上，对平差计算准则进行调整，充分考虑用户应用需求的背景，设计了基于用户可用距离误差准则的拟合算法，在此条件下采用实际数据进行了拟合解算试验，充分验证了算法的有效性。

## 2 广播星历拟合参数变化特性分析

### 2.1 星历参数变化特性

不同类型卫星在轨道动力学特性方面存在一定的差异，因此，拟合得到的各参数变化范围不尽相同。本节将针对 GEO、IGSO 和 MEO 三种不同类型卫星的长期拟合结果进行分析，结合不同星历参数的变化范围，对参数变化幅度与 GPS 参数门限范围之间的关系进行评估。

表 1 采用卫星轨道数据，给出了 GEO、IGSO 和 MEO 三种卫星的拟合精度和变化幅度较大的部分星

历拟合参数结果，其中斜体为 3 小时弧段拟合结果，其余为 4 小时弧段拟合结果，表中给出了拟合参数变化的最大值、最小值，并依据参数门限统计了拟合参数超限概率。

Table 1. statistics table for ephemeris fitting parameters' results  
表 1 卫星拟合星历参数结果统计表

参数	拟合最小值/最大值			超限率 (%)
	GEO	IGSO	MEO	
URE	2.440e-002	1.665e-003	8.519e-003	-
	6.135e-002	9.953e-002	6.624e-002	
	<i>1.313e-002</i>	<i>2.066e-004</i>	<i>1.054e-003</i>	
	<i>4.999e-002</i>	<i>4.993e-002</i>	<i>4.998e-002</i>	
deltan	-2.477e-009	1.923e-011	9.636e-010	G:2.46
	4.841e-009			I:0
	<i>-2.488e-009</i>	9.285e-010	1.372e-009	M:0
	<i>4.956e-009</i>			G:2.57
idot	-3.064e-010	-4.479e-010	-1.083e-010	I:0
	3.029e-010	5.344e-010	2.615e-010	M:0
cuc	-1.330e-005	-1.913e-006	-3.584e-006	0
	1.424e-005	9.858e-006	1.122e-006	
cus	-1.331e-005	-3.316e-006	5.047e-008	0
	1.389e-005	1.289e-005	4.348e-006	

变化范围较大的部分参数结果如图 1-图 3 所示。

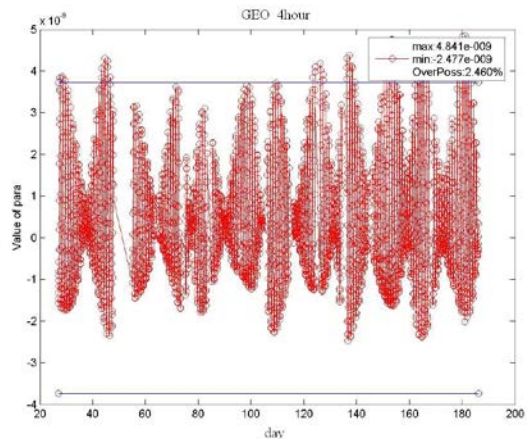


Figure1. Curve: deltan fitting result of GEO(4 hours arc)

图 1 GEO 卫星星历拟合 deltan 结果 (4 小时弧段)

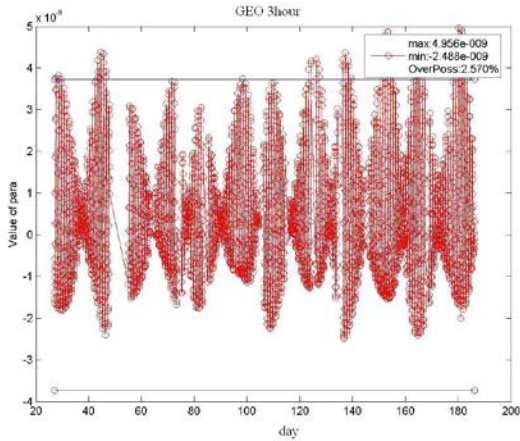


Figure2. Curve: deltan fitting result of GEO(3 hours arc)  
图 2 GEO 卫星星历拟合 deltan 结果 (3 小时弧段)

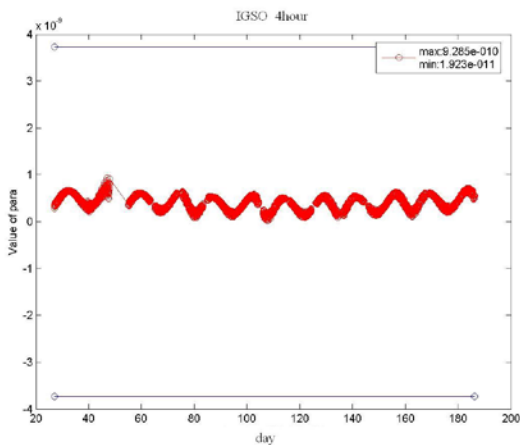


Figure3. Curve: deltan fitting result of IGSO (4 hours arc)  
图 3 IGSO 卫星星历拟合 deltan 结果 (4 小时弧段)

上述三种不同类型卫星拟合结果来看, 不考虑参数门限要求的前提下, 不同类型卫星均能够实现优于 0.1m 的拟合精度。不同卫星拟合参数中 deltan 均呈现明显的周期变化, 对于 GEO 卫星, 相对变化范围较大的参数包括 idot、crc、crs 和 deltan, 多数参数门限范围相对于参数实际拟合值冗余度较大。对于不同的 GEO 卫星, 采用不同长度弧段数据进行拟合时参数 deltan 均存在超限现象。对于 IGSO 卫星和 MEO 卫星, 尽管也存在少数变化范围相对较大的参数, 但相比于 GEO 卫星, IGSO 卫星和 MEO 卫星拟合结果中所有参数门限范围均满足参数变化, 且存在较大的冗余度, 因此, 参数门限范围对于 IGSO 和 MEO 卫星能够完全适用, 但对于 GEO 卫星来说存在参数超限的现象。

## 2.2 星历参数拟合异常

针对上述不同类型卫星参数变化特性分析中出现的 GEO 卫星拟合参数 deltan 超限问题, 文献[7]中提出了基于有偏估计的拟合方法, 当参数超限时采用压

缩估计的策略, 能够在绝大多数时段有效抑制参数超限现象。实测数据长期计算时发现, 少数时段中, 参数超限后进行压缩估计时广播星历拟合叠代次数显著增加, 甚至出现发散现象。在卫星轨道数据支持下, 对 GEO 卫星拟合结果进行分析, 出现的拟合异常的具体情况如表 2 所示。

Table 2 abnormality information statistics table for satellite ephemeris fitting  
表 2 卫星拟合异常信息统计表

时间	deltan值 ( $10^{-9}$ )	偏心率 ( $10^{-5}$ )	叠代次数 (秒)
day1 3时	4.049	0.9	发散
day2 3时	4.234	0.8	36
day2 4时	4.442	1.1	38
day3 4时	4.609	1.0	86
day4 5时	4.469	1.1	45

从上述表中结果可以看出, GEO卫星的拟合异常出现在不同天内的相近时间段中, 出现拟合异常时卫星的偏心率较小(均小于0.0001)。分析原因, 对GEO卫星, 当偏心率较小时, 拟合参数中  $M_0$  和  $\omega_0$  之间具有强相关性, 求解参数的法方程病态严重, 在此条件下, 为了抑制参数超限而进行压缩估计, 增加了方程的求解难度, 造成搜索最优解的叠代次数显著增加甚至无法求解成功, 导致出现拟合失败。

图4给出了上述拟合异常时段中GEO卫星拟合参数deltan的变化曲线图, 从图中结果可以看出, 拟合参数deltan每天存在一组峰值, 这与GEO卫星24小时的轨道周期特性一致, 拟合异常的时段出现在deltan每日曲线的峰值附近。在前述小偏心率条件下, deltan越界范围越大, 有偏估计压缩的幅度越大, 在此条件下增加了对参数求解搜索的难度, 因此造成求解耗时显著增加。

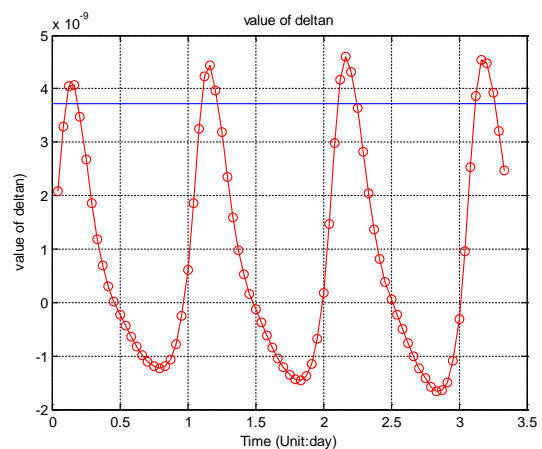


Figure4. Curve: deltan fitting result of IGSO in abnormality period (4 hours arc)

图 4 GEO 拟合异常时段  $\delta$  变化曲线图

### 3 基于用户可用误差距离准则的拟合算法

广播星历拟合中最小二乘平差求解时的观测方程为:

$$V = AX + L \quad (1)$$

其中,地固系坐标观测量向量

$$L = (x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2 \dots, x_n, y_n, z_n)$$

求解参数向量为:  $X = (A^T P A)^{-1} A^T P L$  (2)

其中,  $X = (\sqrt{a}, e, i_0, \Omega_0, \omega_0, M_0, \Delta n, \dot{\Omega}, idot, C_{rs}, C_{rc}, C_{us}, C_{uc}, C_{is}, C_{ic})$ , 共包括 15 个参数,  $V$  为观测量残差,  $A$  为系数矩阵,  $P$  为观测量权矩阵。

现有的算法中, 在广播星历参数拟合计算中, 最小二乘平差的原则为拟合弧段的三维位置偏差最小, 即是

$$\Delta x + \Delta y + \Delta z = \min \quad (3)$$

但是对卫星导航系统而言, 用户最关心的是卫星轨道径向误差, 或者用户可用距离误差 URE (User Range Error), 三维位置偏差最小时并不一定 URE 最小, URE 最小时三维位置偏差不一定最小, 选用 URE 最小的准则能够与用户的应用需求更为一致。因此, 有必要对现有广播星历参数拟合过程中的平差准则进行调整。

卫星位置误差在轨道坐标系各个方面存在投影误差, 根据不同类型卫星的轨道特性, 不同投影方向误差对于用户可用距离误差影响的计算公式为<sup>[11]</sup>:

$$\begin{cases} GEO/IGSO: URE = \sqrt{1.0 \times \Delta R^2 + 0.09 \times (\Delta T^2 + \Delta N^2)} \\ MEO: URE = \sqrt{0.99 \times \Delta R^2 + 0.14 \times (\Delta T^2 + \Delta N^2)} \end{cases} \quad (4)$$

其中,  $\Delta R$  为卫星位置在轨道面径向的误差,  $\Delta T$  和  $\Delta N$  分别为卫星位置在轨道面切向和法向的误差。

由上式可以看出, 拟合误差在轨道面径向的投影对于用户可用距离误差的影响权重最高, 其余两方面影响权重较小, 因此有必要在平差过程中考虑对 R、T、N 三个方向赋予不同的权值, 使得拟合结果中 R 方向产生的误差相对较小, 保证得到的拟合结果尽量满足拟合 URE 误差最小。

调整拟合准则后的算法如下:

广播星历拟合中最小二乘平差求解时的观测方程为:

$$V = AX + L \quad (5)$$

可得:  $L = -AX + V$  (6)

其中  $L$  为定轨得到的地固系坐标向量,  $X$  为待解参数

向量。

将上述方程左右两边分别进行坐标转换, 可得:

$$G \times L = G \times (-AX + V) \quad (7)$$

其中, 矩阵  $G$  为从地固系旋转到轨道坐标系的旋转矩阵。

矩阵  $G$  的计算过程如下:

地固系位置速度向量为  $\vec{r}_0 = (r_x, r_y, r_z, v_x, v_y, v_z)$ ,

对速度进行转换:

$$v'_x = v_x - \omega_e \times r_y \quad v'_y = v_y + \omega_e \times r_x \quad (8)$$

其中  $\omega_e$  为地球平均自转角速度, 得到新的位置速度向量  $\vec{r}' = (r'_x, r'_y, r'_z, v'_x, v'_y, v'_z)$ , 则可由以下方式计算旋转矩阵  $G$ 。

$$\begin{cases} G(1,i) = \frac{\vec{r}}{r} \\ G(3,i) = -\frac{\vec{r} \times \vec{r}'}{|\vec{r} \times \vec{r}'|} \\ G(2,i) = G(1,j) \times G(3,k) \end{cases} \quad (9)$$

其中,  $i=1,2,3$  对应于转换矩阵  $G$  中每个行向量的三个分量,  $G(1,j)$  和  $G(3,k)$  为矩阵  $G$  中第 2 行和第 3 行的行向量。

经过旋转后得到新的观测方程

$$V' = A'X + L' \quad (10)$$

其中,  $A'$  为新的系数矩阵,  $L'$  为轨道坐标系观测量  $(R_1, T_1, N_1, R_2, T_2, N_2 \dots, R_n, T_n, N_n)$

在此方程条件下, 得到的参数解为

$$X = (A'^T P' A')^{-1} A'^T P' L' \quad (11)$$

其中,  $P'$  为新的轨道坐标系下三方向观测量的权矩阵, 此时通过调整权矩阵中不同的权值比重, 可以实现对拟合结果三方向误差的控制。提高  $R$  方向的权值, 可以使得拟合准则更趋于 URE 最小, 在此基础上实现解算结果 URE 的最优控制。

### 4 试验与分析

在新算法条件下重新对 GEO 卫星进行拟合试验, 拟合求解过程中, 对于  $R$ 、 $T$ 、 $N$  三个方向的观测值设置不同的权值, 其中  $R$  方向各观测量权值设置为  $n \times 100$  ( $n$  取值从 1 到 10),  $T$  方向和  $N$  方向各观测量权值统一设置为 1, 在此条件下进行循环求解, 以达到拟合精度要求为停止计算的标志。新旧算法条件下得到的拟合结果如表 3 所示。

**Table 3** ephemeris fitting result between new algorithms and old algorithms

**表 3 新旧算法条件下拟合结果表**

时间	原算法叠代次数	新算法叠代次数
day1 3时	发散	18
day2 3时	36	11
day2 4时	38	12
day3 4时	86	15
day4 5时	45	11

从实际结果来看,原算法条件下,广播星历拟合叠代次数明显增加,其中还包含一次拟合过程中出现的发散现象,采用基于 URE 准则的参数加权算法以后,不同时段的一组广播星历拟合效率均明显提高,有效消除了拟合发散现象,能够满足星历拟合的精度和计算效率要求。

## 5 结束语

高精度广播星历拟合技术是实现导航系统精密服务的关键因素之一,本文基于 GPS 参数模型和设计的参数门限,对 GEO 卫星的星历拟合算法进行了研究。首先对不同类型卫星的拟合参数变化特性进行了分析,介绍了参数超限与小偏心率共存条件下部分时段出现的拟合异常问题。在分析广播星历拟合误差对用户应用影响的基础上,提出了基于用户可用距离误差的星历拟合参数求解准则,通过坐标旋转的方式实现观测测量由地固系坐标向轨道系坐标的转换,并以此为基础通过加权平差完成广播星历拟合。实际测量数据计算结果表明:采用新算法有效降低了拟合求解的时间,消除了拟合发散现象,能够在完全满足广播星历拟合的精度要求的同时,显著提供了拟合效率。

## References (参考文献)

[1]HU Songjie, Research on the broadcast ephemeris parameters of GPS and GLONASS [J], Journal of Spacecraft TT & C Tchnology, 2005,26(3) :5-8. (胡松杰, GPS 和 GLONASS 广播星历参数分析及算法[J];飞行器测控学报; 2005,26(3):5-8.)

[2] CUI Xianqiang, JIAO Wenhai, JIA Xiaolin. Comparisons of two Kinds of GPS Broadcast Ephemeris Parameter Algorithms [J]. Chinese Journal of Space Science, 2006, 26(5):382-387. (崔先强, 焦文海, 贾小林, 等。两种 GPS 广播星历参数算法比较[J];空间科学学报, 2006, 26(5):382-387.)

[3]Cui Xianqiang,, Solving similar GPS broadcast ephemeris parameters using Givens transformation [J],

2006, 28(4):P22-25. (崔先强, 用基于 Givens 变换的 QR 分解计算类 GPS 广播星历参数[J];测绘工程; 2006, 28(4):22-25)

[4] CHEN Liucheng, HAN Chunhao, CHEN Jingping. The Research of Satellites Broadcast Ephemeris Parameters Fitting Arithmetic [J]. Science of Surveying and Mapping, 2007, 32(3):12-14. (陈刘成, 韩春好, 陈金平。广播星历参数拟合算法研究[J];测绘科学, 2007, 32(3):12-14.)

[5]HUANG Yong, HU Xiaogong, WANG Xiaoya. Precision Analysis of Broadcast Ephemeris for Medium and High Orbit Satellite [J]. Process in Astronomy. 2006, 24(1):81-87. (黄勇, 胡小工, 王小亚, 等。中高轨卫星广播星历精度分析[J];天文学进展, 2006, 24:P81-87.)

[6] CUI Xianqiang, JIAO Wenhai, JIA Xiaolin. The Fitting Algorithm of GPS Broadcast Ephemeris Parameters [J]. Journal of Institute of Mapping and Surveying, 2004, 21(4):244-246. (崔先强, 焦文海, 贾小林, 等。GPS 广播星历参数拟合算法[J];测绘学院学报, 2004, 21(4):244-246.)

[7] HE Feng, WANG Gang, LIU Li. Ephemeris Fitting and Experiments Analysis of GEO Satellite [J]. Journal of Mapping and Surveying, 2011, 40:52-58. (何峰, 王刚, 刘利, 等。地球静止轨道卫星广播星历参数拟合与试验分析[J].测绘学报, 2011, 40:52-58)

[8]RUAN Rengui, JIA Xiaolin, WU Xianbing, FENG Laiping. Broadcast Ephemeris Parameters Fitting for GEO Satellites Based on Coordinate Transformation[J]. Journal of Mapping and Surveying, 2011, 40:145-150. (阮仁桂, 贾小林, 吴显兵, 冯来平等。关于坐标旋转法进行地球静止轨道导航卫星广播星历拟合的探讨 [J].测绘学报, 2011, 40:145-150)

[9]GAO Yudong, XI Xiaoning, WANG Wei. An Improved Fitting Algorithm Design of Broadcast Ephemeris for GEO Satellite [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2007, 29(5):18-22. (高玉东, 郗晓宁, 王威。GEO 导航星广播星历拟合改进算法设计[J]。国防科学技术大学学报, 2007, 29(5):18-22.)

[10]YANG Weilian. Spectral analysis of satellite orbit perturbation[J]. Journal of Astronautics, 1995,16(4):1-8. (杨维廉, 卫星轨道摄动频谱分析[J], 宇航学报, 1995, 16(4):1-8.)

[10]YANG Weilian. Spectral analysis of satellite orbit perturbation[J]. Journal of Astronautics, 1995,16(4):1-8. (杨维廉, 卫星轨道摄动频谱分析[J], 宇航学报, 1995, 16(4):1-8.)

[11]Global positioning system standard positioning service performance standarad, 4<sup>th</sup> edition. 2008,9