嫦娥三号探测器动力落月 B 样条弹道确定方法研究

宋叶志[1,2,3]，杨旭海[1]，康德永[4]，黄 勇[2]，胡小工[2]

（1．中国科学院国家授时中心，西安 710600；2．中国科学院上海天文台，上海 200030；
3．中国科学院大学，北京 100049； 4．中国卫星海上测控部，江阴 2144314）

摘要：给出了嫦娥三号（Chang’E-3,CE-3）探测器月面软着陆弹道确定的 B 样条逼近方法。详细给出了样条法构造及参数估计策略。给出了动力学约束情况下弹道估计方法，分析了初值问题及正则化性能。给出了月面目标的统计定位方法。在嫦娥三号探测器动力落月段实测数据弹道确定中，通过评估，该段弹道确定精度优于 100 m，其弹道末点与 NASA 的月球勘测轨道器（Lunar Reconnaissance Orbiter，LRO）给出的结果差异优于 50 m。

关键词：嫦娥三号；软着陆；轨道确定；标称轨道制导
中图分类号： P207

Trajectory Determination for Chang’E-3 Probe Soft Landing

SONG Yezhi[1,2,3], YANG Xuhai[1], KANG Deyong[4], HUANG Yong[2], HU Xiaogong[2]

(1． National Time Service Centre, Chinese Academy of Sciences, Xi′an 710600, China;
Shanghai Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200030, China;
University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;
China Satellite Maritime Tracking and Control Department, Jiangyin 214431, China)

Abstract：The paper presents a new technique of trajectory determination for soft landing for Chang’E-3 (CE-3)lunar probe by B spline approximation. The construction of spline method and the parameter estimation strategy are given in detail. The ballistic estimation method under dynamic constraints is given, and the initial value problem and regularization performance are analyzed. The statistical localization method of lunar targets is given. The accuracy of the trajectory determination is better than 100 m in the trajectory determination of the measured data of the Lunar Reconnaissance Orbiter (LRO) of the Chang'E-3 probe, and the difference between the trajectory end point and NASA Lunar Reconnaissance Orbiter (LRO) is better than 50 m.

Keywords: CE-3; Soft landing; Orbit determination; Nominal trajectory guidance

0 引言

2013 年 12 月 2 日，嫦娥三号(Chang’E-3, CE-3)探测器在西昌卫星发射中心由长征三号乙改二型运载火箭成功发射升空，经历了 5 天多的奔月飞行，星上 7500 N 发动机工作，探测器被月球捕获至 100 km×100 km 圆轨道, 4 天后变轨至 15 km×100 km 轨道,最后于北京时间 2013 年 12 月 14 日 21 时 12 分降落至月球正面虹湾与雨海地区的交界处. CE-3 是中国第一颗落月探测器，也是继前苏联 Luna-24 探测器 27 年后人类探测器重新登上月球。

CE-3 是我国第一颗在月球着陆的探测器，高精度定轨定位工作是保证 CE-3 顺利着陆的前提条件,在 CE-3 工程中，继续沿用无线电测距测速测量和甚长基线干涉测量 (very long baseline interferometry, VLBI)的联合测轨模式。

在美国 Apollo 任务中，为了克服探测器在软着陆过程中无法准确建模的问题，NASA 运用了三向测量的方式，充分利用测站的几何构型进行实时定位，解决了在短弧条件下快速定轨定位难题。美国的 Appllo-11 登月舱采用标称弹道制导方法实现了月面软着陆。标称轨道制导法是预先确定一条着

收稿日期：2010-02-01； 修回日期：2010-05-01
基金项目：飞行器海基测量与应用实验室（FOM2015OF001）

落弹道，然后根据着陆器的位置和速度的测量信息与这条标称弹道进行比较，综合制导控制量使飞行器跟踪标称弹道。因而 GNC（Guidance Navigation & Control）仿真弹道生成的观测量和实际情况较为接近，具有很好的可信度。

月球探测软着陆是进行月面活动的基础，关乎的整个项目的成败，是测控系统中非常复杂及重要的环节。而月面动力返回是无人采样和载人登月必须要解决的难题。国内在这方面的研究较少，本文主要针对这方面的问题展开研究。

地月转移、绕月阶段的工作较为成熟，刘林[1]、黄勇[2-3]、董光亮[4]、陈明[5]、鄢建国[6]、曹建峰[7]等分别实现了嫦娥系列卫星定轨。在绕月过程中，由于受力建模可以较为精确，因而动力法统计定轨较为稳定。

为实现探测器的月面采样，在 CE-3 任务中实施了动力软着陆试验。动力软着陆是 CE-3 中极为重要且关键的特殊弧段。如果软着陆失败，则整个 CE-3 就没有达到预期的探测目标。CE-3 探测器的动力软着陆过程，由于弹道受力较为复杂，建模较为困难，因而国内研究相对较少。在无线电外弹道测量确定飞行器运动状态的实践中，经常会遇到对飞行器主要作用力不知或知道不准确的情况，这时动力学法将会无法进行轨道确定。宋叶志[8]给出了样条法逼近空间飞行器的方法，并把该方法应用于地球卫星的轨道计算。

月球探测的动力软着陆与采样返回的月面起飞阶段，其受力异常复杂，难以进行动力学建模。为解决这一深空探测中重要且复杂的难题，本文首先介绍了探月中软着陆与采样返回的制导方式，进而给出了样条法逼近飞行器轨道方法和统计定轨解算策略。然后，针对 CE-3 探测任务的仿真弹道和实测弹道进行数据处理，以达到验证本文所提出方法有效性的目的。

1 深空站与中国 VLBI 测控网

我国目前深空探测中主要使用 USB、UXB 双程、三程测距和对应的积分多普勒，以及 VLBI 时延、时延率等。

表 1 给出了 CE-3 的深空站与中国 VLBI 网。参加 CE-3 测轨任务的地面观测站包括: 佳木斯深空站(66 m)、喀什深空站(35 m)、三亚站(15 m)、智利圣地亚哥站(12 m)、欧洲空间局(European Space Agency, ESA)所属库鲁站(15 m), 远望 3, 5, 6 号测量船, 以及上海天马、北京、昆明和乌鲁木齐 4 个 VLBI 测站, 上海佘山 25 m 射电天线也作为备份参与了观测, 在轨道计算中使用的均为天马站数据. 根据观测条件, VLBI 测站从星箭分离后 9 h 开始正式观测. 三亚站只参加三向测量工作, 智利圣地亚哥站由于不具备 X 频段工作能力(仅具备 S 频段工作能力), 仅跟踪到第 1 次中途修正前, 从 12 月 4 日 22 时开始 ESA 库鲁站开始观测, 该站一直跟踪到动力落月前。

表 1 CE-3 跟踪站

深空站	中国 VBLI 网
佳木斯	上海
喀什	北京
三亚	昆明
圣地亚哥	乌鲁木齐
库鲁	
远望测量船	

在 CE-3 中还采用了三向测量的测量模型。三向测量不同于传统的双程或三程测量，其主要特征是由主站发射上行信号，经星上转发后由 2 个或多个副站接收下行信号。该测量方式实现了在同一时刻多个测站的测距/多普勒测速测量。其中，主站-副站测量模式的测量模型为三程测距/测速，主站-主站测量模式的测量模型为双程测距/测速。

CE-3 的 VLBI 观测利用的是ΔDOR (delta differential one-way ranging)差分 VLBI 技术，通过高频交替观测探测器及其附近位置精确已知的河外射电源，可以很好消除共同误差源，极大提高了测量精度。在 CE-3 工程中， 三向测量技术在地月转移阶段和环月阶段进行了数次技术试验，并应用于动力落月段和着陆后的测量。

CE-3 任务奔月段和环月段的时延数据残差好于 0.5 ns，且系统差问题得到较大改善。在动力落月和月面工作段初期，由于昆明和北京密云两站需要实时接收星上数据传输，天线必须连续指向探测器，所以虽然仍然使用 X 频段 DOR 信标， 但不能进行交替观测卫星和射电源的△DOR 模式，所得数据质量将有所下降， 数据噪声水平优于 0.5 ns， 但数据系统差可达 1 ns。

2 月面着落制导方式

落月主要包括主减速段、快速调整、接近段、悬停段、避障段、缓速下降、着陆，几个阶段。其

中前三阶段主要依靠火箭发动机减速制动，并调整姿态。悬停与避障段主要依靠着陆器的图像敏感器对着陆区进行成像处理并选择较为安全的着落点。最后一阶段探测器继续缓慢下降，在离月面 2~4 m 时，关闭发动机以自由落体方式降落月球表面，这样可以减少发动机喷流引起的月壤溅射。

深空探测中动力软着陆主要可以采用以下三种制导方式：重力转弯制导控制、标称轨道制导和显式制导。其中重力转弯制导控制系统结构简单，对燃料控制非最优，难以实现定点着落。标称轨道制导能在最小消耗燃料目标下实现定点软着陆，但该方法受初始偏差和导航误差影响较大，并由于控制输出误差的存在，使得不能飞行器严格跟踪设计轨迹。在大干扰情况下标称轨道制导应用较为困难，显式制导抗干扰能力好。显式制导缺点是对 GNC 系统的硬件要求高，计算也较为复杂。综合考虑，在嫦娥三号软着陆过程中使用的是标称轨道制导方式。在阿波罗-11 任务中也是采用该方式。

3　动力飞行段弹道的样条逼近方法

3．1 样条逼近弹道确定方法

SONG[8]给出了样条法估计飞行器轨道的方法。文[9-10]给出了一般样条理论详细描述。可以用开花算法构造样条，给定参数 u 轴的一个划分 $U:\{u_i\}_{i=-\infty}^{+\infty}\left(u_i \le u_{i+1}, i=0,\pm1,\cdots\right)$，用下列递推方式所确定的函数 $N_{i,p}(u)$ 称为对应于划分 U 的 p 次，即 $p+1$ 阶 B 样条基

$$\begin{cases} N_{i,0}(u)=\begin{cases}1, u\in[u_i,u_{i+1}) \\ 0, 其他\end{cases} \\ N_{i,p}(u)=\dfrac{u-u_i}{u_{i+p}-u_i}N_{i,p-1}(u)+\dfrac{u_{i+p+1}-u}{u_{i+p+1}-u_{i+1}}N_{i,p-1}(u), p>0 \end{cases} \tag{1}$$

公式（1）中如果出现 $\frac{0}{0}$，规定 $\frac{0}{0}=0$，$[u_i,u_{i+1})$ 为节点区间，其长度可以为 0，即允许节点是重复的。以 $B(\tau)$ 记为三阶标准 B 样条，

$$B_3=\begin{cases} \dfrac{1}{2}|x|^3-x^2+\dfrac{2}{3}, & (|x|\le1) \\ -\dfrac{1}{6}|x|^3+x^2-2|x|+\dfrac{4}{3}, & (1<|x|<2) \\ 0, & (|x|\ge2) \end{cases} \tag{2}$$

若样本数据处理区间为 $[T_2, T_{P-1}]$，记

$$\begin{cases} h=\dfrac{(T_{P-1}-T_2)}{N-3} \\ s(t)=\sum\limits_{j=1}^{P} b_j B\left(\dfrac{t-T_j}{h}\right) \\ T_j=T_2+(j-2)h \end{cases} \tag{3}$$

其中 P 表示区间分段数，h 表示区间长度，两个端点为 T_2, T_{P-1}，

$$\begin{cases} T_1=T_2-h \\ T_P=T_2+(N-2)h=T_{P-1}+h \end{cases} \tag{4}$$

对飞行器的弹道状态逼近形式为

$$\begin{cases} x(t)=\sum\limits_{j=1}^{P}\alpha_j B\left(\dfrac{t-T_j}{h}\right) \\ y(t)=\sum\limits_{j=1}^{P}\beta_j B\left(\dfrac{t-T_j}{h}\right), \\ z(t)=\sum\limits_{j=1}^{P}\gamma_j B\left(\dfrac{t-T_j}{h}\right) \end{cases} \quad \begin{cases} h=\dfrac{(T_{P-1}-T_2)}{P-3} \\ T_j=T_2+(j-2)h \end{cases} \tag{5}$$

其中，$\begin{cases} h=\dfrac{(T_{P-1}-T_2)}{P-3} \\ T_j=T_2+(j-2)h \end{cases}$

弹道确定线性化方程为

$$\boldsymbol{O}-\boldsymbol{C}=\left[\frac{\partial \boldsymbol{G}}{\partial \boldsymbol{X}}\right]\left[\begin{matrix}\boldsymbol{\Xi} \\ \boldsymbol{\Theta}\end{matrix}\right]\Delta\boldsymbol{\psi} \tag{6}$$

其中 $\boldsymbol{\psi}=[\alpha_1,\cdots,\alpha_P,\beta_1,\cdots,\beta_P,\gamma_1,\cdots,\gamma_P]^{\mathrm{T}}$ 为待估参数，$\Delta\boldsymbol{\psi}$ 为其在每次迭代中的改正量。

$\boldsymbol{\Xi}$ 为参数到状态量的线性映射矩阵，$\boldsymbol{\Theta}$ 为参数到速度向量的映射矩阵。

下面给出 $\boldsymbol{\Xi}$ 矩阵的具体形式，其形式非常简单。记以下向量

$$\begin{cases} \boldsymbol{B}_1=\left[B\left(\dfrac{t_1-T_1}{h}\right) \quad B\left(\dfrac{t_1-T_2}{h}\right) \quad \cdots \quad B\left(\dfrac{t_1-T_P}{h}\right)\right] \\ \boldsymbol{B}_2=\left[B\left(\dfrac{t_2-T_1}{h}\right) \quad B\left(\dfrac{t_2-T_2}{h}\right) \quad \cdots \quad B\left(\dfrac{t_2-T_P}{h}\right)\right] \\ \qquad\qquad\vdots \\ \boldsymbol{B}_m=\left[B\left(\dfrac{t_m-T_1}{h}\right) \quad B\left(\dfrac{t_m-T_2}{h}\right) \quad \cdots \quad B\left(\dfrac{t_m-T_P}{h}\right)\right] \end{cases} \tag{7}$$

则

$$\boldsymbol{\Xi}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{B}_1 & \boldsymbol{B}_1 & \boldsymbol{B}_1\\ \boldsymbol{B}_2 & \boldsymbol{B}_2 & \boldsymbol{B}_2\\ \vdots & \vdots & \vdots\\ \boldsymbol{B}_m & \boldsymbol{B}_m & \boldsymbol{B}_m\end{bmatrix} \tag{8}$$

弹道测控资料处理中可能与瞬时速度直接相关，这时候不宜采用数值微分的方法计算速度理论值。而是直接采用样条本身计算与速度相关的变量。

对于以上的 B 样条，速度为

$$\begin{cases}\dot{x}(t)=\sum_{j=1}^{P}\dfrac{\alpha_j\dot{B}\left(\dfrac{t-T_j}{h}\right)}{h}\\ \dot{y}(t)=\sum_{j=1}^{P}\dfrac{\beta_j\dot{B}\left(\dfrac{t-T_j}{h}\right)}{h}\\ \dot{z}(t)=\sum_{j=1}^{P}\dfrac{\gamma_j\dot{B}\left(\dfrac{t-T_j}{h}\right)}{h}\end{cases} \tag{9}$$

其中

$$\dot{B}_3(x)=\begin{cases}0 & |x|\ge 2\\ \xi(x) & |x|<1\\ \vartheta(x) & 1\le|x|<2\end{cases}$$

$$\xi(x)=\begin{cases}\dfrac{3}{2}|x|^2-2x & x\ge 0\\ -\dfrac{3}{2}|x|^2-2x & x<0\end{cases}$$

$$\vartheta(x)=\begin{cases}-\dfrac{1}{2}|x|^2+2x-2 & x\ge 0\\ \dfrac{1}{2}|x|^2+2x+2 & x<0\end{cases}$$

记

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{B}}_1=\left[\dot{B}\left(\dfrac{t_1-T_1}{h}\right)\ \ \dot{B}\left(\dfrac{t_1-T_2}{h}\right)\ \ \cdots\ \ \dot{B}\left(\dfrac{t_1-T_P}{h}\right)\right]\\ \dot{\boldsymbol{B}}_2=\left[\dot{B}\left(\dfrac{t_2-T_1}{h}\right)\ \ \dot{B}\left(\dfrac{t_2-T_2}{h}\right)\ \ \cdots\ \ \dot{B}\left(\dfrac{t_2-T_P}{h}\right)\right]\\ \qquad\vdots\\ \dot{\boldsymbol{B}}_m=\left[\dot{B}\left(\dfrac{t_m-T_1}{h}\right)\ \ \dot{B}\left(\dfrac{t_m-T_2}{h}\right)\ \ \cdots\ \ \dot{B}\left(\dfrac{t_m-T_P}{h}\right)\right]\end{cases} \tag{10}$$

则参数到速度向量的映射矩阵为

$$\boldsymbol{\Theta}=\frac{1}{h}\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{B}}_1 & \dot{\boldsymbol{B}}_1 & \dot{\boldsymbol{B}}_1\\ \dot{\boldsymbol{B}}_2 & \dot{\boldsymbol{B}}_2 & \dot{\boldsymbol{B}}_2\\ \vdots & \vdots & \vdots\\ \dot{\boldsymbol{B}}_m & \dot{\boldsymbol{B}}_m & \dot{\boldsymbol{B}}_m\end{bmatrix} \tag{11}$$

以上即为 B 样条进行弹道确定的基本原理。

3．2 动力学约束轨道确定

以上给出的 B 样条逼近估计飞行器轨道方法，并未利用轨道的力学信息，从某种意义上而言是信息的丢失。如果测量数据较少，则采用 B 样条逼近方法解算效果可能不一定会理想。这时候可以采用飞行器动力学对轨道进行约束.若已知飞行器 t_k 时刻满足力学方程

$$\ddot{\boldsymbol{r}}_k=\boldsymbol{f}\left(\boldsymbol{X}_k,t_k\right) \tag{12}$$

其中 $\boldsymbol{r}$ 为飞行器位置， $\boldsymbol{X}$ 为飞行器状态量。记

$$\ddot{\boldsymbol{B}}_k=\left[\ddot{B}\left(\frac{t_k-T_1}{h}\right)\ \ \ddot{B}\left(\frac{t_k-T_2}{h}\right)\ \ \cdots\ \ \ddot{B}\left(\frac{t_k-T_P}{h}\right)\right] \tag{13}$$

其中 $\ddot{B}(x)$ 为样条基的二次导函数。由此定义

$$\boldsymbol{H}_k=\frac{1}{h^2}\begin{bmatrix}\ddot{\boldsymbol{B}}_k & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \ddot{\boldsymbol{B}}_k & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \ddot{\boldsymbol{B}}_k\end{bmatrix} \tag{14}$$

则飞行器动力学方程可以表示为

$$\frac{1}{h^2}\begin{bmatrix}\ddot{\boldsymbol{B}}_k & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \ddot{\boldsymbol{B}}_k & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \ddot{\boldsymbol{B}}_k\end{bmatrix}\boldsymbol{\psi}=\begin{bmatrix}f_x\left(\boldsymbol{X}_k,t_k\right)\\ f_y\left(\boldsymbol{X}_k,t_k\right)\\ f_z\left(\boldsymbol{X}_k,t_k\right)\end{bmatrix} \tag{15}$$

即

$$\boldsymbol{H}_k\boldsymbol{\psi}=\boldsymbol{f}_k\left(\boldsymbol{X}_k,t_k\right) \tag{16}$$

经过以上变换，飞行器轨道的力学约束由微分方程转化为代数方程。在以上方程中，由于力是关于状态量的非线性函数，所以该方程仍然是非线性方程. 然而,在参数解算时,由于测量方程是非线性的,通常需要迭代求解，故而可以把以上方程与测量方程同步迭代.即方程在参数估计时，只要把方程左边当成线性函数，而右边则由当次迭代参数估值给出力函数值。

对动力学误差与测量数据误差综合考虑，一起参与平差解算，这里略去推导，直接给出最终的线性化平差方程。

$$\left\{\sum_{l=1}\left[\left[\frac{\partial \boldsymbol{G}}{\partial \boldsymbol{X}}\right]_l\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Xi}\\\boldsymbol{\Theta}\end{bmatrix}_l\right]^T \boldsymbol{R}_l^{-1}\left[\left[\frac{\partial \boldsymbol{G}}{\partial \boldsymbol{X}}\right]_l\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Xi}\\\boldsymbol{\Theta}\end{bmatrix}_l\right] +\sum_{l=1}\boldsymbol{H}_k{}^T\boldsymbol{Q}_k^{-1}\boldsymbol{H}_k\right\}$$
$$=\sum_{l=1}\left[\left[\frac{\partial \boldsymbol{G}}{\partial \boldsymbol{X}}\right]_l\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Xi}\\\boldsymbol{\Theta}\end{bmatrix}_l\right]^T \boldsymbol{R}_l^{-1}\left[\boldsymbol{O}_l-\boldsymbol{C}_l\right] +\sum_{l=1}\boldsymbol{H}_k{}^{-1}\boldsymbol{Q}_k^T\boldsymbol{f}_k \tag{17}$$

其中 $\boldsymbol{R}_l^{-1}$ 为测量资料的协方差阵, $\boldsymbol{Q}_k^{-1}$ 为约束的轨道噪声协方差阵。采用综合平差方法，其方差维数与无约束情况相同，计算量小，程序设计方便。

3．3 初值问题及线性化程度分析

动力学轨道确定的过程是对初轨进行不断轨道改进的过程。在 B 样条弹道确定过程中，初轨的问题是有待进一步研究的问题。如果已知落月前的环月轨道，并不好在 B 样条轨道逼近中直接利用。

在动力学轨道确定中，卫星状态构成了相空间到自身的映射 $g^t:R^6\to R^6$，该映射 g^t 构成了相空间微分同胚的一个单参数群，此映射族 g^t 也称为伴随于动力学方程的相流，即 $\boldsymbol{X}_t=\phi\left(\boldsymbol{X}_0,t_0,t,\boldsymbol{\mu}\right)$。对卫星而言是一个非线性映射过程。线性化后偏导数矩阵称为状态转移矩阵 $\boldsymbol{\Phi}\left(t_i,t_0\right)$，其满足

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{\Phi}}\left(t,t_0\right)=\dfrac{\partial \boldsymbol{F}\left(\boldsymbol{X}(t),t\right)}{\partial \boldsymbol{X}(t)}\boldsymbol{\Phi}\left(t,t_0\right)\\ \boldsymbol{\Phi}\left(t,t_0\right)=\boldsymbol{I}\end{cases} \tag{18}$$

上式是一个矩阵微分方程，可以通过化为一阶或二阶微分方程组通过数值积分得到。如果初轨不准，往往引起定轨失败。采用 B 样条逼近方法弹道确定的线性化方程中，其中状态量关于弹道参数的映射矩阵为$\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Xi}\\\boldsymbol{\Theta}\end{bmatrix}$。该矩阵并非线性化产生，轨道关于参数的映射本身就是线性映射。这使得采用样条法进行弹道逼近保持了非常好的性质。在整个线性化方程中，非线性问题仅仅由观测量关于状态量的偏导数引起。

正是以上线性映射的良好特点，使得对弹道初值状态不敏感，使得该方法初值选取问题得到解决。这在 CE-3 的 GNC 制导弹道处理与实测数据处理中都得到了证实，即样条参数全部给为 0 的情况下，弹道确定依然较快速收敛。同等收敛条件下，采用样条法弹道逼近迭代次数约为动力学轨道确定的 $\dfrac{1}{4}$ 左右。

3.4 正则化问题

动力学轨道确定与 B 样条法弹道确定的最优准则通常都选择残差平方和（Residual Sum of Squares, RSS）最小，该准则使得轨道尽可能的适应观测数据。

在动力学定轨中，由于轨道本身收到动力学微分方程的约束，使得轨道较为光滑，因而采用 RSS 最小作为评判标准有较为充分的合理性。而在样条法弹道确定中，本质上属于数值逼近方法，如果仅以 RSS 最小作为最优准则，有可能会出现过拟合情况。因此，可以适当通过压缩估计的方法调节轨道逼近的性能。

最常用的正则化方法是岭回归和 Lasso 回归。其中岭回归是通过最小化以下目标函数得到最优估值

$$\begin{cases}\Delta\hat{\boldsymbol{\psi}}=\arg\min\sum\limits_{i=1}\left(\boldsymbol{Y}_i-\boldsymbol{G}\left(\boldsymbol{X}_i,t_i\right)\right)^T w_i\left(\boldsymbol{Y}_i-\boldsymbol{G}\left(\boldsymbol{X}_i,t_i\right)\right)\\ \text{s.t.}\quad\left(\Delta\hat{\boldsymbol{\psi}}\right)^T\left(\Delta\hat{\boldsymbol{\psi}}\right)\le t\end{cases} \tag{19}$$

Lasso 回归以最小化以下目标函数得到最优估值

$$\begin{cases}\Delta\hat{\boldsymbol{\psi}}=\arg\min\sum\limits_{i=1}\left(\boldsymbol{Y}_i-\boldsymbol{G}\left(\boldsymbol{X}_i,t_i\right)\right)^T w_i\left(\boldsymbol{Y}_i-\boldsymbol{G}\left(\boldsymbol{X}_i,t_i\right)\right)\\ \text{s.t.}\quad\sum\limits_{j=1}^{p}\left|\alpha_i\right|+\sum\limits_{j=1}^{p}\left|\beta_i\right|+\sum\limits_{j=1}^{p}\left|\gamma_i\right|\le t\end{cases} \tag{20}$$

在落月弹道计算中，两种最优准则均可以作为最优估值的参数压缩方法。 Lasso 方法与岭估计方法都有将弹道系数往 0 方向压缩的能力，当调节参数足够大 Lasso 惩罚项具有将其中部分参数完全强制为 0 的作用。

3.5 着陆器统计定位方法

为了比较动力落月弹道末点，采用统计定位方法对探测器落月点进行数据处理分析，用于在落月点的比对。 探测器测量方程为

$$\boldsymbol{Y}_i=\boldsymbol{G}\left(\boldsymbol{X}_i,t_i\right)+\boldsymbol{\varepsilon}_i \tag{21}$$

其中 $\boldsymbol{Y}_i$ 表示第 i 组测量数据。定位线性化方程为

$$\boldsymbol{Y}_i-\boldsymbol{G}\left(\boldsymbol{X}_i,t_i\right)=\left[\frac{\partial \boldsymbol{G}}{\partial \boldsymbol{X}}\right]_i^*\boldsymbol{\Phi}\left(t_i,t_0\right)\Delta\boldsymbol{X}^* \tag{22}$$

对于月球着陆器定位计算而言，$\boldsymbol{\Phi}\left(t_i,t_0\right)$ 为月球固连坐标系至天球参考系的旋转矩阵。

月球固连坐标系有两种定义，不同的研究工作采用不同的月固系定义。 一种是 JPL 定义的主轴(principal axes)坐标系，此坐标系的 X 轴指向地心附近，月球重力场在主轴坐标系中描述．可以利用 JPL/DE 历表提供的月球天平动数据(3 个欧拉角 Λ,i_s,Ω)实现此坐标系与月球天球坐标系之间的转换。另一种是 IAU 推荐的平轴(mean-pole)坐标系，IAU2006 决议里给出了其定义的月球固连坐标系 $\boldsymbol{r}_{cM}$ 与 J2000 天球坐标系 r 之间

的近似转换关系。考虑到月面地形研究一般使用月球平轴坐标系，本文给出的定位结果均为平轴坐标系，历表采用 DE421，使用的月球半径值为 1737.4 km。相对定位结果使用的相对坐标系定义为北-东-地坐标系，坐标原点为着陆器，X 轴在当地水平面内指向正北，Y 轴在当地水平面内指向正东，Z 轴垂直于 X 和 Y 轴构成右手坐标系。

4 CE-3 月面软着陆数据处理分析

4．1 实测数据落月弹道解算与落点估计

CE-3 探测器动力下降段采用 7500 N 的大推力发动机。北京时间 2013 年 12 月 14 日 21:00:00，在经过一分钟准备后开始动力下降，整个过程持续时间 12 min 左右。下降 3 min 后，VLBI 测量数据正常。5 min 后，三向测量数据正常。该弧段只解算弹道，其中硬件设备系统差在环月段进行标定，并在落月段进行固定。

目前没有遥测数据或其他手段来评价该弧段弹道的外符合精度。而弹道末点正是落月点位置，可以通过该结果的比较间接评估落月段弹道确定精度。根据 1 s 采样率的定轨计算结果， 从 14 日 21 时 11 分 19 秒之后， 探测器在月固系的经纬度和高程值基本不变， 可以判断落月时刻大约在 21 时 11 分 18 秒与 21 时 11 分 19 秒之间。遥测数据给出 2013 年 12 月 14 日 21 时 11 分 18.695 秒，嫦娥三号成功实施软着陆，与弹道计算的末点时刻一致，弹道末点计算结果见表 2。

探测器落月后，根据 HUANG [3]的统计定位方法对落点进行定位处理，定位结果见表 2。

表 2 弹道末点与定位结果比较

解算方法	经度/度	纬度/度	高程/m
NASA LRO	-19.5116	44.1214	-2640.0
统计定位	-19.510	44.1205	-2636.6
落月弹道末点	-19.5045	44.1196	-2619.5

探测器落月 10 天后， 12 月 24 日 NASA 的月球勘测轨道器携带的窄角相机（Lunar Reconnaissance Orbiter Camera Narrow Angle Camera，LROC）拍到一些列 CE-3 落月点的图像，效果最好的处理结果是 12 月 25 日 03:52:49 UT 时获得的数据，此时 LRO 处于 CE-3 落月点上方约 150km 高度处。通过分析 NASA 给出了 LROC 相机数据处理的落月点结果，见表 3。CE-3 着落在虹湾东南部的雨海，落月点距 Laplace F 环形山南 40km 处。

4．2 GNC 制导弹道数据处理

GNC 仿真弹道虽然与真实的落月弹道会在数值上有一定的偏差，但 GNC 弹道从控制角度而言其性态与真实弹道较为接近，因而具有很高的可信度。解算的过程用 GNC 仿真弹道生成虚拟观测量，然后对弹道进行解算，进一步的用解算结果与仿真弹道进行比较，可以粗略评估弹道解算方法的性能。

三向测量数据采样率为 1/s，测距数据噪声标准差为 2 m，测速数据噪声标准差为 1.5 cm/s；VLBI 时延采样率为 5/s，数据噪声标准差为 1.2 m，时延率噪声标准差为 3×10^{-4} m/s。仿真数据时长为 644 s，根据数据特点把数据分为前 420 s 与后 224 s。前 420 s 单独采用三向测量数据解算结果与 GNC 参考弹道比较见表 3。

表 3 样条法前 420 s 解算结果与 GNC 弹道比较

解算策略	与 GNC 参考弹道位置误差 RMS/m			
	R	T	N	总计
10 节点	78.654	43.725	29.324	94.648
20 节点	68.446	44.13	29.549	86.648
30 节点	63.432	40.091	29.607	80.668
40 节点	70.991	48.819	29.966	91.229
50 节点	75.73	37.356	33.29	90.767

前 420 s 节点取 30 左右解算结果较好。当加入 VLBI 数据时，30 节点时候三维位置误差 RMS 达到 41.67 m，较单独采样三向测量数据有明显提高。

后 224 s 单独采用三向测量数据解算结果与 GNC 参考弹道比较见表 4。

表 4 样条法后 224 s 解算结果 GNC 弹道比较

解算策略	与 GNC 参考弹道位置误差 RMS/m			
	R	T	N	总计
5 节点	187.36	199.98	346.46	441.74
10 节点	30.712	38.519	21.498	53.751
15 节点	18.485	25.453	36.018	47.821
20 节点	14.437	29.3	23.489	40.232
25 节点	14.909	36.451	32.212	50.878

后 224 s 20 节点解算结果较好，加入 VLBI 数据时三维位置误差 RMS 为 32.34 m，也较单独使用三向测量数据有提高。

5 结论

在无线电外弹道测量数据处理中，空间飞行器动力飞行情况下，受力难以建模，需要采用有效的数值逼近方法。通过 CE-3 的检验，本文提出的发那个发能够较为有效的处理这种情况下的弹道确定问题。

函数逼近方法可以直接解算飞行器的轨道状态，不需要对状态量进行数值积分，也不需要计算状态转移矩阵，所以轨道确定程序极大简化，运算量也答复降低。

文章详细给出了该弧段的弹道确定方法，通过对 CE-3 探测器仿真弹道与实测数据处理，证实了方法的有效性，为我国 CE-5 及后续的深空探测任务相关弧段的外测数据处理提供参考。

动力软着陆与采样返回是深空探测中关键技术，其理论与方法也需要进一步深入研究。

参 考 文 献

[1] 刘林,王歆．月球卫星轨道力学综述[J]．天文学进展,2003,21(4):281-288. [Liu Lin, Wang Xin. On the orbit Dynamics of Lunar Satellite [J].2003,21(4):281-288.]

[2] Huang Y, Chang S Q, Li P J, et al. Orbit determination of Chang'E-3 and positioning of the lander and the rover[J]. Chin. Sci. Bull., 2014, 59(29-30):3858–3867.

[3] Huang Y, Hu X G, Li P J, et al. Precise positioning of the Chang'E-3 lunar lander using a kinematic statistical method[J]. Chin. Sci. Bull., 2012, 57(35),4545-4551.

[4] 董光亮,樊敏,李培佳,黄勇．嫦娥二号探测器轨道确定与支持[J]．宇航学报,2013,34(4):457-463.[Dong Guang-liang,Fan Min,LI Pei-jia.Chang' E- 2 Lunar Probe Orbit Determination and Support[J]. Journal of Astronautics,2013,34(4):457-463.]

[5] Chen M, Zhang Y, Cao J F, et al. Orbit determination and tracking technology of CE-2 satellite [J]. Chin. Sci. Bull. , 2012,57(9),689–696.

[6] 鄢建国,李斐,平劲松．月球探测器 LP 精密定轨及月球重力场模型解算[J]．宇航学报,2011,04:767-774. [Yan Jian-guo,Li Fei,Ping Jin-song.Precision Orbit Determination of Lunar Spacecraft LP and Lunar Gravity Field Model Solution.Journal of Astronautics.2011,32(4):767-774.]

[7] 曹建峰,黄勇,胡小工,陈明．月球重力场对"嫦娥一号"近月轨道的影响[J]．宇航学报,2010,04:998-1004.[Cao Jian-feng , Huang Yong , Hu Xiao-gong , CHEN Ming.The Effect of Lunar Gravity Field on the Low Orbit of Lunar Satellite CE-1[J].Journal of Astronautics,2010,31(4):998-1004]

[8] SONG Ye-zhi，HUANG Yong， HU Xiao-gong，et al.Spacecraft Orbit Determination with The B-spline Approximation Method[J]. Chinese Astronomy and Astrophysics ，2014，38: 172–185.

[9] Piegl L.， Tiller W.， The NURBS Book， Berling: Springer， 1997， 47-78

[10] Farin G.， Curves and Surfaces for CAGD.， 5th ed.， San Francisco: Academic Press， 2002， 119-176

作者简介：宋叶志，男，1981 年出生，高工。主要研究方向为精密定轨。E-mail：song.yz@foxmail.com