

环月探测器星上轨道积分器精度研究

李培佳^{1,2}, 黄勇¹, 胡小工¹, 朱志斌³, 宋叶志¹

(1. 中科院上海天文台·上海·200030; 2. 中国科学院研究生院·北京·100049;
3. 北京控制工程研究所·北京·100190)

摘要: 主要对环月探测器星上轨道积分精度进行了分析和研究。首先, 对环月飞行器所受的摄动力精度进行分析, 讨论了不同摄动源对环月探测器轨道积分的影响并选取适合星上的摄动模型。其次, 考虑到星上计算机对储存空间, 计算效率等方面的要求, 给出了 IAU 月固系坐标转换以及天体位置公式解析算法的具体形式, 并对解析算法的精度进行了评定。最后, 根据上面两节的讨论结果, 利用星上积分软件对不同高度, 不同偏心率, 不同倾角的卫星轨道积分精度进行计算分析。计算结果表明, 坐标转换和天体位置计算使用公式解析算法, 同时考虑 21 阶月球重力场, 太阳和地球 N 体摄动以及光压摄动, 对于轨道高度大于 200km, 偏心率小于 0.01 的环月卫星, 星上积分软件均可满足积分一天位置精度小于 1.5km 的指标。

关键词: 环月探测器; 星上积分器; 摄动精度; 坐标转换

0 引言

我国于 2007 年和 2010 年相继成功发射了“嫦娥一号”(CE-1)和“嫦娥二号”(CE-2)两颗探月卫星。根据总体规划,我国探月工程分为绕、落、回三个发展时期。作为绕月探测的 CE-1 和 CE-2, 已经成功完成了绕月飞行及着陆区成像的探测任务, 二期的落月探测将主要完成月球软着陆和自动巡视勘测任务, 而三期的采样返回探测将带来月球样品以便详细地进行科学研究。

现阶段对环月卫星轨道的确定和预报计算均由地面精密软件提供。在我国嫦娥任务的后续计划中, 会涉及到动力落月, 交会对接等对轨道预报实时性要求更强的弧段, 对探测器星上轨道自主预报提出了一定需求。

与地面轨道积分软件相比, 星上软件对于存储空间和计算速度要求较高, 但积分精度要求可以适当放宽。地面轨道积分软件为了提高积分精度, 对于动力学模型的选取较为完善, 考虑了高阶月球引力场, 太阳系大天体 N 体摄动, 光压摄动, 相对论摄动等; 月球非球形引力摄动的计算需要在月固系下读取重力场参数进行计算, 并且 N 体和光压摄动的计算会涉及到大天体位置的计算, 对此, 地面精密轨道积分软件均采用读取 JPL 行星数值历表的方法, 得到精度较高的结果。

复杂的动力学模型会降低计算效率, 并且在读取 JPL 数值历表进行插值计算时, 对星上存储能力有一定的要求。所以对于星上轨道积分软件的简化, 一方面需要根据摄动精度选取合适的动力学模型。另一方面, 在计算月固系与 J2000 月心坐标系转换以及日, 月位置时, 考虑使用公式算法代替读取 JPL 行星历表数值插值算法, 以提高计算效率, 节约存储资源。

本文主要围绕星上积分器简化进行分析讨论, 首先对环月飞行器所受到的摄动力精度进行分析讨论, 选取合适的力学模型; 其次, 对坐标系转换以及天体位置解析方法计算结果进行精度分析; 最后根据上面两节的讨论结果, 利用星上积分软件对不同高度, 不同偏心率, 不同倾角的卫星积分精度进行计算和精度评定。

1 摄动精度分析

星上积分器在满足精度的情况下应尽量选择简单的动力学模型。对于环月飞行器, 主要考虑月球重

力场，N 体摄动和光压摄动。由于月球重力场不同于地球重力场，所以如果仅考虑 J2 项，无法满足精度要求；且由于月球重力场对不同轨道卫星的影响不一样，所以分别考虑极轨和赤道两种月球卫星。对于 N 体摄动，讨论了不同天体摄动的积分精度。

1.1 月球重力场摄动精度分析

月球重力场摄动精度不仅与月球重力场阶数相关，与飞行器轨道类型也相关，所以分别选取了 200km 高度赤道卫星 ($i=18^\circ$) 和极轨卫星 ($i=89^\circ$) 两种情况进行积分精度分析。

月球重力场阶数分别考虑 J2, 5×5 , 10×10 , 15×15 , 20×20 ，初始历元时刻 UTC2001-9-1T12:00:00 的轨道根数如表 1 所示。

表 1 初始历元轨道根数

a/km	e	i/(°)	Ω /(°)	ω /(°)	M/(°)
1938	0.001	18.0/89.0	15	30	0

积分一天与 100×100 阶月球重力场积分星历比较，其中三维位置精度计算结果统计如图 1 所示。

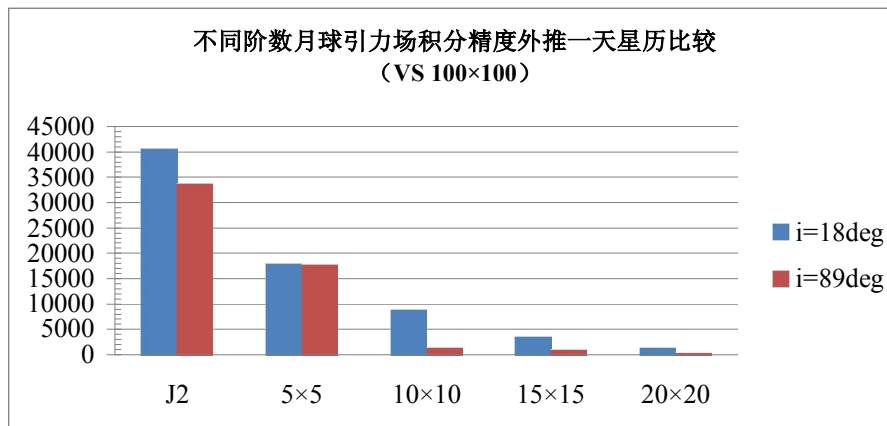


图 1 不同阶数月球引力场摄动精度统计

计算结果表明，对于倾角为 18° 的 200km 高度环月卫星：只考虑 J2 项重力场，积分一天轨道误差可达 40km；即使考虑 10×10 阶重力场，积分一天轨道误差也达到了 5km 当考虑 20×20 阶重力场，积分一天轨道误差为 1.3km，所以，对于低倾角环月飞行器，星上积分器若要满足 1 天外推误差小于 1.5km 的精度指标，需要考虑 20 阶以上的月球重力场。

同样，对于倾角为 89° 的 200km 高度环月卫星：只考虑 J2 项重力场，积分一天轨道误差可达 30km；当考虑 10×10 阶重力场，积分一天轨道误差在 1.3km 左右。所以，对于极轨环月飞行器，星上积分器若要满足 1 天外推误差小于 1.5km 的精度指标，只需要考虑 10 阶重力场摄动即可。

1.2 N 体摄动精度分析

对于月球轨道星上积分器，N 体摄动的考虑天体应尽可能简单，根据大天体的质量和位置，只考虑太阳和地球。具体分以下 3 种情况：1) 不考虑任何天体，2) 考虑地球，3) 考虑地球和太阳，将这 3 种情况与考虑所有天体 N 体摄动的精密轨道进行比较。其中，初始时刻 UTC2001-9-1T12:00:00 的轨道根数如表 2 所示。

表 2 初始历元轨道根数

a/km	e	i/(°)	Ω /(°)	ω /(°)	M/(°)
1938	0.001	18.0	15	30	0

具体分析内容以及结果统计如表 3 所示。

表 3 星历比较结果统计

考虑 N 体	位置 MAX/m				速度 MAX/(m/s)			
	R	T	N	Pos	dR	dT	dN	Vel
不考虑	100.36	3694.31	93.52	3694.33	3.0459	0.0391	0.0780	3.0469
地球	0.60	19.63	0.44	19.63	0.0171	0.0002	0.0003	0.0171
地球、太阳	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

结果表明：如果不考虑 N 体摄动，积分一天轨道误差可达 4km。只考虑地球 N 体摄动，积分一天轨道误差小于 20m，误差主要在 T 方向上。考虑地球和太阳 N 体摄动，积分一天轨道在 cm 量级内无误差。所以，星上积分器若要满足一天外推误差小于 1.5km 的精度指标，至少需要考虑地球 N 体摄动。

1.3 光压摄动精度分析

光压摄动对于深空探测器的轨道影响较大，也是我们必须考虑的摄动源之一。本文采取简单的柱状阴影。初始时刻 UTC2001-9-1T12:00:00 的轨道根数如表 4 所示。

表 4 初始历元轨道根数

a/km	e	i/(°)	Ω /(°)	ω /(°)	M/(°)
1938	0.001	18.0	15	30	0

具体分析内容以及结果统计如表 5 所示。

表 5 星历比较结果

考虑光压	位置 MAX/m				速度 MAX/(m/s)			
	R	T	N	Pos	dR	dT	dN	Vel
不考虑	10.87	41.57	0.25	41.57	0.03	0.00	0.00	0.03

计算结果表明：如果不考虑光压摄动，积分一天轨道误差可达 40m。所以，星上积分器若要满足一天外推误差小于 1.5km 的精度指标，可以不用考虑光压摄动。

综上所述，月球重力场摄动是影响月球卫星轨道积分精度的主要摄动源，为了满足积分一天位置精度小于 1.5cm 的指标，对于极轨卫星，使用 10 阶重力场即可，但对于赤道卫星，需要至少使用 20 阶重力场；地球 N 体摄动对月球轨道积分也有着相当大的影响，积分一天位置误差在 4km 量级，所以也是星上积分器必须考虑的摄动源之一。太阳 N 体摄动和光压摄动积分一天位置精度均在百米量级以内，对于 1.5km 的精度指标，可以不必考虑。

2 解析公式计算精度分析

对于星上积分器，为了节约星上储存资源，提高计算效率，在计算月固系与 J2000 月心天球坐标系转换以及日、月位置时，分别使用 IAU 公式以及公式解析算法代替读取 JPL 行星历表。本节主要对解析公式进行了说明，并对计算精度进行了分析与评价。

2.1 坐标转换精度分析

月球固连坐标系与月心 J2000 天球坐标系转换时，除了利用 JPL/DE 系列历表提供的月球天平动数据直接实现坐标转换，还可以利用公式解析法。主要有 2 种：1) Hayn 公式，转换后在月球表面一点位置相差在千米量级^[1]；2) IAU 定义行星及其卫星的天体固连坐标系。JPL 的月固坐标系定义是由月球三

个主轴 (Principal axes) 方向决定的坐标系统。而 IAU 的月固坐标系采用平轴 (Mean-pole) 坐标系, 200km 高度同一点在两种月固系位置偏差在 850 米左右, 速度偏差在 0.5m/s 左右, 两者可以通过 R_{PM} 矩阵进行转换^[2], 转换之后位置精度有量级上提高。综上所述, 本文采取更为精确的 IAU 公式进行坐标系的转换。

月球引力场参数是基于 JPL 定义的主轴坐标系, 所以在利用 IAU 公式转换时需要分 2 步进行, 第 1 步利用 IAU 相关公式将 J2000.0 月心天球坐标系转换到月球固定平轴坐标系, 第 2 步利用 R_{PM} 矩阵将月球固定平轴坐标系转到月球固定主轴坐标系。具体计算公式如下

$$\vec{S}_{\text{平轴月固系}} = R_z(W) \cdot R_x(90^\circ - \delta_0) \cdot R_z(90^\circ + \alpha_0) \cdot \vec{S}_{\text{J2000.0月心天球坐标系}}$$

其中 W, δ_0, α_0 值详见参考资料 2

$$\vec{S}_{\text{主轴月固系}} = R_{PM} \cdot \vec{S}_{\text{平轴月固系}}$$

其中 $R_{PM} = R_z(63.8986'') \cdot R_y(79.0768'') \cdot R_x(0.1462'')$

利用上述公式进行计算, 对于距离月面 200km 高度的点, 转换后与 JPL 历表转换结果位置偏差在 32 米左右, 速度偏差在 0.1m/s, 见表 6。

表 6 不同月固坐标转换比较

	X	Y	Z	Total
位置/m	-6.66	-29.71	10.79	32.30
速度/(m/s)	-0.0221	-0.0976	0.0345	0.1059

分别利用解析公式和数值方法积分一天, 两者星历比较结果如图 2 所示, 位置偏差最大值不到 4m, 速度偏差最大值不到 0.003m/s。

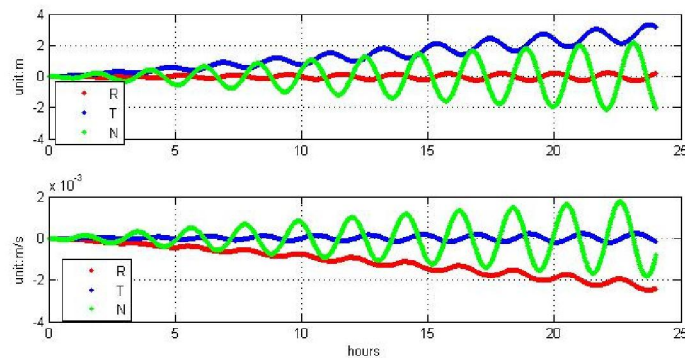


图 2 不同月固坐标转换方法积分精度比较

2.2 解析法日、月位置精度分析

N 体摄动, 光压摄动的计算会涉及到天体位置计算, 读取 JPL 数值星历会消耗大量的时间和储存资源, 所以此节分析解析法计算日、月位置可以达到的精度, 并讨论能否满足星上的计算精度要求。

1) 地月距离

地月距离解析法计算公式具体描述如下^[3]

$$\begin{cases} L_0 = 218^\circ.31617 + 481267^\circ.88088 \cdot T - 4'' \cdot 06 \cdot T^2 \\ l = 134^\circ.96292 + 477198^\circ.86753 \cdot T + 33'' \cdot 25 \cdot T^2 \\ l' = 357^\circ.52543 + 35999^\circ.04944 \cdot T - 0'' \cdot 58 \cdot T^2 \\ F = 93^\circ.27283 + 483202^\circ.01873 \cdot T - 11'' \cdot 56 \cdot T^2 \\ D = 297^\circ.85027 + 445267^\circ.11135 \cdot T - 5'' \cdot 15 \cdot T^2 \end{cases}$$

其中 L_0 是月球的平黄经； l 是平近地点黄经； l' 是太阳的平近点角； F 是月球相对于升交点的幅角； D 是日，月平经度之差； T 为从历元 J2000 开始的儒略世纪数

$$T = \frac{JD - 2451545.0}{36525.0}$$

月球在黄道面上相对于春分点的经度和纬度可表示为

$$\begin{aligned} \lambda_M &= L_0 + 22640'' \cdot \sin l + 769'' \cdot \sin(2l) - 4586'' \cdot \sin(l - 2D) + 2370'' \cdot \sin(2D) - 668'' \cdot \sin(l') \\ &\quad - 412'' \cdot \sin(2F) - 212'' \cdot \sin(2l - 2D) - 206'' \cdot \sin(l + l' - 2D) + 192'' \cdot \sin(l + 2D) \\ &\quad - 165'' \cdot \sin(l' - 2D) + 148'' \cdot \sin(l - l') - 125'' \cdot \sin(D) - 110'' \cdot \sin(l + l') - 55'' \cdot \sin(2F - 2D) \\ \beta_M &= 18520'' \cdot \sin(F + \lambda_M - L_0 + 412'' \cdot \sin 2F + 541'' \cdot \sin l') - 55'' \cdot \sin(F - 2D) + 44'' \cdot \sin(l + F - 2D) \\ &\quad - 31'' \cdot \sin(-l + F - 2D) - 25'' \cdot \sin(-2l + F) - 23'' \cdot \sin(l' + F - 2D) + 21'' \cdot \sin(-l + F) \\ &\quad + 11'' \cdot \sin(-l' + F - 2D) \end{aligned}$$

月球的地心距为

$$\begin{aligned} r_M &= 385000 - 20905 \cos l - 3699 \cos(2D - l) - 2956 \cos(2D) - 570 \cos(2l) + \\ &\quad 246 \cos(2l - 2D) - 205 \cos(l' - 2D) - 171 \cos(l + 2D) - 152 \cos(l + l' - 2D) \end{aligned}$$

其中 忽略了小于 150km 的项。

月球在赤道惯性坐标系中的位置可以表示为

$$r_M = T_x(-\varepsilon) \begin{bmatrix} r_M \cos \lambda_M \cos \beta_M \\ r_M \sin \lambda_M \cos \beta_M \\ r_M \sin \beta_M \end{bmatrix}$$

其中 T_x 为黄道坐标系赤道惯性坐标系的转换矩阵； $\varepsilon = 23^\circ.43929111$ 为黄赤交角

$$T_x(-\varepsilon) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varepsilon & -\sin \varepsilon \\ 0 & \sin \varepsilon & \cos \varepsilon \end{bmatrix}$$

利用上述公式计算历元 UTC2001-9-1T12:00:00 时刻解析法得到的地月距离，计算结果与 JPL 数值方法比较，三维位置相差 122km，见表 7。

表 7 解析算法计算结果比较

	X/km	Y/km	Z/km	Total/km
位置之差	37.33	-109.23	-39.49	122.00

分别利用解析公式和数值方法积分一天，两者星历比较结果如图 3 所示，位置偏差最大值不到 1m。

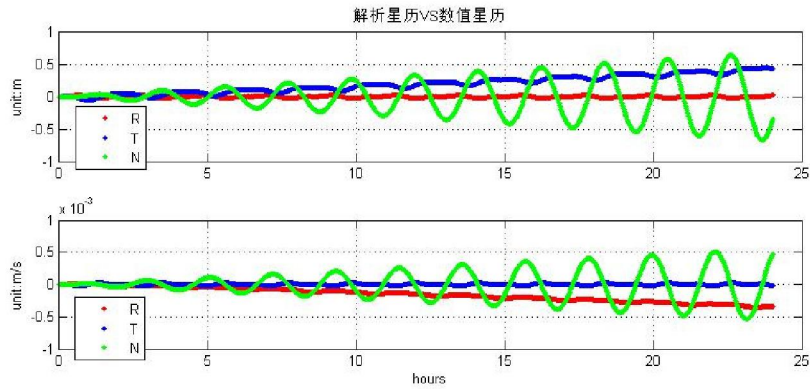


图3 解析算法星历积分比较结果

2) 日地距离

日地距离计算公式主要利用太阳在地心 J2000 天球坐标系下的平轨道根数进行计算，具体公式如下 [4]

$$\begin{aligned} \bar{a} &= 1.00000102 AU, AU = 1.4959787 \times 10^8 km \\ \bar{e} &= 0.016709 \\ \bar{i} &= 23.4393 \\ \bar{\omega} &= 282.9373 + 0.32 \times T \\ \bar{\Omega} &= 0.0 \\ \bar{M} &= 357.5291 + 0.9856 \times d \end{aligned}$$

其中 T 为从历元 J2000 开始的儒略世纪数

$$T = \frac{JD - 2451545.0}{36525.0}$$

d 为从历元 J2000 开始的儒略世纪日

$$T = JD - 2451545.0$$

利用上述公式计算历元 UTC2001-9-1T12:00:00 时刻解析法得到的日地距离，计算结果与 JPL 数值星历比较，三维位置偏差为 7162.3km，见表 8。

表 8 解析算法计算结果比较

	X/km	Y/km	Z/km	Total/km
位置之差	5752.11	-3618.41	-2262.50	7162.30

分别利用解析公式和数值方法积分一天，两者星历比较结果如图 4 所示，位置偏差最大值不到 0.006m。

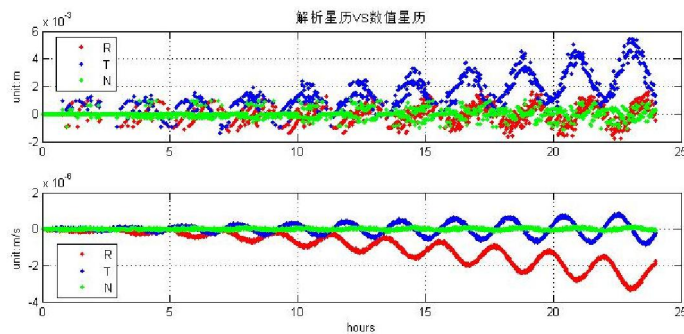


图4 解析算法星历积分比较结果

综上所述，采用 IAU 月固转换公式积分一天位置精度在 10m 量级内；解析法地月距离积分一天位置精度在米级内；解析法日地距离积分一天位置精度在厘米量级内。所以，星上软件使用解析方法计算坐标转换和天体位置完全是符合精度要求的。由于日、月位置解析法精度对于积分星历的影响在米级以内，为了提高计算效率，对于地面需要进行快速轨道计算的情况，在一定精度范围内，可以使用解析法代替 JPL 历表插值法。

3 不同类型卫星星上积分精度分析

根据上面两节的分析结果，星上积分软件采用的动力学模型与地面精密软件比较如表 9：

表 9 积分软件比较

项目		星上积分软件	地面积分软件
动力学模型	月球重力场	21×21	100×100
	N 体摄动	地球和太阳	地球，太阳及所有大行星
	光压摄动	考虑	考虑
	相对论摄动	-	考虑
月球坐标旋转		IAU	JPL 星历
地月、地日距离计算		解析	数值
积分器		RK78	Cowell

本节分别考虑不同高度，不同倾角，不同偏心率环月飞行器，对其星上积分器积分精度进行评定。

3.1 不同高度卫星

初始时刻 UTC2001-9-1T12:00:00 的轨道根数如表 10 所示。

表 10 初始历元轨道根数

a/km	e	i/(°)	Ω/(°)	ω/(°)	M/(°)
2038/1938/1838	0.001	18.0	30	15	0

积分一天，星上和地面软件星历比较如下，可以得到星上积分器的轨道积分误差随着卫星轨道高度的降低而增大。

表 11 星历比较结果统计

轨道类型(a)	位置 MAX/m				速度 MAX/(m/s)			
	R	T	N	Pos	dR	dT	dN	Vel
300km	19.80	345.98	145.10	366.97	0.2500	0.0068	0.1096	0.2644
200km	55.59	1131.66	515.11	1235.59	0.8886	0.0193	0.4439	0.9496
100km	249.52	4313.25	2097.01	4764.90	3.6473	0.1028	1.9502	4.0466

3.2 不同倾角卫星

初始时刻 UTC2001-9-1T12:00:00 的轨道根数如表 12 所示。

表 12 初始历元轨道根数

a/km	e	i/(°)	ω/(°)	Ω/(°)	M/(°)
1938	0.001	18.0/30.0/60.0/89.0	30	15	0

积分一天，星上和地面软件星历比较如下，可以得到，星上积分器的轨道积分误差随着卫星轨道倾角的增大而变小。

表 13 星历比较结果统计

轨道类型(i)	位置 MAX/m				速度 MAX/(m/s)			
	R	T	N	Pos	dR	dT	dN	Vel
18	55.59	1131.66	515.11	1235.59	0.8886	0.0193	0.4439	0.9496
30	101.56	889.18	311.44	906.50	0.6442	0.0506	0.2437	0.6863
60	119.96	491.66	168.50	505.80	0.3043	0.0616	0.1415	0.3257
89	85.99	280.12	134.52	301.13	0.1656	0.0428	0.1114	0.1848

4.3 不同偏心率卫星

初始时刻 UTC2001-9-1T12:00:00 的轨道根数如表 14 所示。

表 14 初始历元轨道根数

a/km	e	i/(°)	Ω /(°)	ω /(°)	M/(°)
1938	0.001/0.01/0.1	18.0	30	15	0

积分一天，星上和地面软件星历比较如下，可以得到，星上积分器的轨道积分误差随着卫星轨道偏心率的增大而增大。

表 15 星历比较结果统计

轨道类型 (e)	位置 MAX/m				速度 MAX/(m/s)			
	R	T	N	Pos	dR	dT	dN	Vel
0.001	55.59	1131.66	515.11	1235.59	0.89	0.02	0.44	0.95
0.01	68.66	1231.73	536.20	1322.10	0.96	0.03	0.47	1.02
0.1	1372.70	5951.00	3535.00	6640.87	4.44	0.51	3.09	4.94

5 结 论

本文对月球星上轨道积分器精度进行讨论和分析，首先，分析了环月飞行器摄动精度。结果表明，月球重力场摄动是影响月球卫星轨道积分精度的主要摄动源，为了满足积分一天位置误差小于 1.5cm 的指标，对于 200km 高度极轨卫星，使用 10 阶重力场即可；但对于赤道卫星，至少需要使用 20 阶重力场。地球 N 体摄动对月球轨道积分也有着相当大的影响，积分一天位置误差在 4km 量级，是星上积分软件必须考虑的摄动源之一。太阳 N 体摄动和光压摄动积分一天位置精度均在百米量级以内，对于 1.5km 的精度指标，可以不必考虑。

其次，考虑到星上计算机效率和存储空间，对月固转换以及天体位置的计算采用公式解析方法，并对积分精度进行评价。结果表明，采用 IAU 月固转换公式积分一天位置精度小于 4m；公式解析法地月距离积分一天位置精度在米级内；解析法日地距离积分一天位置精度在厘米量级内。所以，星上软件使用解析方法计算坐标转换和天体位置完全是符合精度要求的。同时，由于日、月位置解析法精度对于积分星历的影响在米级以内，为了提高计算效率，在一定精度范围内，对地面进行快速轨道计算，也可以使用解析法。

最后，后根据上面两节的讨论结果，利用星上积分软件对不同高度，不同偏心率，不同倾角的卫星积分精度进行计算分析。计算结果表明，轨道积分误差随着卫星轨道高度的降低而增大，随着卫星轨道倾角的增大而变小，随着卫星轨道偏心率的增大而增大。对于卫星高度大于 200km，偏心率小于 0.01 的环月卫星，星上积分软件（考虑 21 阶月球重力场，太阳和地球 N 体摄动以及光压摄动）均可满足积分

一天位置精度小于 1.5km 的指标。

参考文献

- [1] 刘林, 王歆. 月球探测器轨道力学[M].北京: 国防工业出版社, 2006
- [2] Seidelmann P K, et al. Report of the IAU/IAG Working Group on cartographic coordinates and rotational elements: 2006. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 2007. 98(3): 155-180
- [3] 周文艳, 杨维廉. 月球星历的计算方法及比较[J]. *航天器工程*, 2002, 11(004): 22-28
- [4] 刘林. 人造地球卫星轨道力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 1992: 335