

# GEO 轨道空间交会风险分析与规避技术研究

韩洪波 罗鹏 宋叶志

**摘要：**GEO 轨道因其相对地面静止于赤道上空的特点，受到各航天机构和卫星运营商关注与重点应用，又因其轨位有限已成为重要的战略资源，因此压缩单一轨位空间、发展多星共用轨位的需求日益旺盛。同时由于 GEO 轨道卫星发射成本高、卫星研制费用昂贵、设计寿命长等因素，跨用户、跨代卫星共轨、临轨运行较为常见，共轨飞行、临轨飞行、穿越/绕飞 GEO 轨道等任务和空间碎片给 GEO 卫星带来较高的交会风险，及时识别和规避 GEO 轨道空间交会风险极为重要。本文结合 GEO 轨道应用和碎片分布现状，对 GEO 轨道碰撞风险进行了分析，提出了碰撞概率计算和规避机动方法并进行了仿真案例验证，结果表明风险分析准确，规避机动策略有效，为 GEO 卫星的空间交会管理提供了有效的技术手段。

**关键词：**GEO 轨道；碰撞概率；规避机动

## 引言

自 1963 年 7 月 26 日第一颗地球同步轨道卫星发射以来，GEO 卫星的数目持续增长，1990 年已超过 200 多颗，2005 年 3 月增至 314 颗，截至 2023 年 10 月 1 日，综合 UCS 数据库<sup>[3]</sup>、n2yo 数据库<sup>[2]</sup>和 SPACE-TRACK 数据库<sup>[1]</sup>公开可查的在轨地球静止卫星 599 个，最新发射的 GEO 卫星为 2023 年 12 月 15 日发射的遥感 41 号卫星。其中分布着各类对国家至关重要的高价值卫星，已成为通信、气象、侦察、导航定位、授时、跟踪与数据中继以及科学研究等地球卫星的重要轨道资源。美国跟踪与数据中继系统(TDRSS)、各类导航系统、通信系统空间部分都分布一定数量的 GEO 卫星，国际上众多大型卫星尤其是通信卫星也集中部署在 GEO 轨道，分布十分密集。

此外空间碎片的数量也在持续增加，从轨道分布来说，空间碎片主要分布在三个区域：2000km 以下的 LEO（近地轨道）区域、20000km 中高轨区域、36000km 地球同步轨道区域。根据 JSpOC 维护的空间目标数据库<sup>[8]</sup>，到 2017 年 8 月 26 日包含 1366 个常驻空间目标活跃在 GEO 轨道±100 公里高度范围，其中 888 个处于非活动状态，478 个处于活动状态。到 2020 年，GEO 轨道±200 公里范围内的目标已超过 3500 个，碎片数量增加明显。

相关研究表明，地球同步轨道的空间碰撞风险及其对地球同步轨道空间环境的长期影响已成为人们日益关注的问题。一旦在 GEO 轨道发生碰撞事件（航天器与航天器或者航天器与空间碎片），产生的新空间碎片在大约半天内便可扩散到整个地球同步轨道区域<sup>[6]</sup>，将对地球同步轨道上的航天器构成巨大的威胁。各航天机构/卫星业主均非常关注相关交会风险，亟需建立识别与规避交会风险的技术手段，分析空间交会带来的碰撞风险并制定风险规避策略是核心需求。本文针对交会风险评估和碰撞规避机动方法展开了研究，提出了基于分级筛选的评估方法和机动代价最优的规避策略计算方法，并进行了仿真验证。

# 1 交会风险评估

## 1.1 风险评估原则

空间交会的风险主要是指目标间的物理碰撞，目前受到广泛认可的评估方法是通过碰撞概率估计的方式进行分析。即在已知卫星与目标相对状态信息的基础上，对三维高斯分布函数的积分进行化简，通过投影到相遇平面将碰撞概率计算方法进行降维，利用一维曲线积分和无穷级数进一步化简，最终得到简洁的碰撞概率表达式。但是，从实际工程角度出发，考虑到卫星与空间目标的状态信息一般在轨道系或惯性系下观测获得，因此需要明确轨道系与相遇坐标系之间的坐标转换关系。同时，针对误差信息不明确的情况，需要研究卫星与空间目标之间最大碰撞概率的计算方法，完善卫星碰撞风险评估的预警策略。

## 1.2 碰撞概率计算方法

考虑到大量目标计算效率问题，首先通过初步筛选进行粗筛，可排除绝大部分目标；第二步进行精确筛选，通过计算目标经过危险区域的时间差进行排除；第三步针对相临时间内经过危险区域的目标进行碰撞概率计算，识别交会风险。以下描述以目标 1（其轨道半径为 $a_1$ ，偏心率为 $e_1$ ）为 GEO 卫星本体，目标 2（半长轴为 $a_2$ ，偏心率为 $e_2$ ）为威胁体。

### (1) 初步筛选

a. 近地点远地点筛选：排除近地点高度大于目标 1 远地点高度的目标 2，排除远地点高度小于目标 1 近地点高度的目标 2，即满足以下条件。

$$h_{n1} - h_{f2} > \Delta H_1 > 0 \quad \text{or} \quad h_{n2} - h_{f1} > \Delta H_2 > 0$$

$$h_{n1} = \mu a_1(1 - e_1), \quad h_{f1} = \mu a_1(1 + e_1), \quad h_{n2} = \mu a_2(1 - e_2), \quad h_{f2} = \mu a_2(1 + e_2)$$

b. 轨道面交线排除：目标 1 轨道面为赤道面，如果目标 2 经过赤道面时的高度与 GEO 高度差别超过阈值可以排除。根据方程：

$$\begin{cases} r = \frac{p}{1 + e \cos f} \\ p = a(1 - e^2) \end{cases}$$

其中， $f = \theta - \omega$ 是真近点角， $\omega$ 是近地点张角， $p$ 是半通径。

假设目标 2 的近地点张角为 $\omega_2$ ，则 $f_1 = -\omega_2 + 2k\pi$ 和 $f_2 = -\omega_2 + k\pi$ 均对应了轨道线与赤道面相交的条件。可以计算此时的地心距 $r$ ：

$$\begin{cases} r_1 = \frac{p_2}{1 + e_2 \cos \omega_2} \\ r_2 = \frac{p_2}{1 - e_2 \cos \omega_2} \end{cases}$$

计算两轨道地心距之间的最小距离，如果大于我们设定的阈值 $\Delta H$ ，则目标 2 可以排除，如下式。

$$|r_1 - a_1| > \Delta H \quad \text{or} \quad |r_2 - a_1| > \Delta H$$

### (2) 精确筛选

计算两目标经过危险区域的时间，如果时差超过阈值，则可以排除。假设预报起始历元时刻目标 1 和目标 2 在各自轨道的真近点角 $\alpha_1$ 和 $\alpha_2$ ，危险点对应的真近点角为 $\beta_1$ 和 $\beta_2$ ，轨道运行周期分别为 $T_1$ 和 $T_2$ ，利用开普勒方程组：

$$\begin{cases} M = E - e \sin E \\ E = 2 \arctan \left( \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \tan \frac{f}{2} \right) \\ t = M \times T / 2\pi \end{cases}$$

计算出目标 1 和 2 经过危险点的时间 $t_1$ 和 $t_2$ ，由于误差等因素，设定目标 1 和 2 的危险时间区间分别为： $[t_1 - \Delta t, t_1 + \Delta t]$ ， $[t_2 - \Delta t, t_2 + \Delta t]$ ，如果该时间无交集，则没有碰撞风险，如果有交集则进行概率计算。

### (3) 概率计算

在线性相对运动情况下，将垂直于相对速度的相遇平面设为基准平面、以相对速度矢量为基准方向建立相遇坐标系，将两目标的联合误差协方差和联合球体投影到相遇坐标系，从而通过二维概率密度函数在圆域内的积分进行碰撞概率计算。

#### a. 条件假设

交会时刻的两目标在地心惯性坐标系中的位置向量，速度向量和协差阵为 $r_1, v_1, D_1, r_2, v_2, D_2$ ，等效半径 $R = R_1 + R_2$ ，其中 $R_1$ 和 $R_2$ 分别是目标 1 和目标 2 的半径。相对位置矢量可以表示为 $\Delta r = r_1 - r_2$ ，相对距离的平方为 $\Delta r^2 = (r_1 - r_2)^2$

相对距离的平方对时间求导可以得到相对距离的极小值对应的位置：

$$\frac{\partial \Delta r^2}{\partial t} = 2(v_1 - v_2)(r_1 - r_2)$$

当相对位置与相对距离的方向相互垂直时，相对距离为最小值，此时对应着碰撞概率的最大值。由此可以计算出交会的时刻以及对应的相对位置 $r_{rel}$ 与相对速度矢量 $v_{rel}$ 。此时的 $r_{rel}$ 的协差阵为：

$$D_{rel} = D_1 + D_2$$

为了计算方便，引入交会坐标系(XYZ)，坐标原点选择为第一个目标所在位置，计算交会坐标系到惯性坐标系(xyz)的转移矩阵 $M$ 。根据已知的一些信息可以写出转移矩阵所满足的条件：

条件 1：相对速度矢量与交会坐标系的 Z 轴方向相同，所以有下式：

$$\begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ V \end{pmatrix}, V = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

条件 2：X 的方向是任取的，所以任何与 $v_{rel}$ 垂直的单位矢量都可以作为 X 轴的基矢，这里选择 $\hat{X} = (0, v_z, -v_y) / \sqrt{v_y^2 + v_z^2}$ ，则有：

$$\hat{X} = M \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

条件 3: Y 轴的方向矢量需要满足右手系, 于是 Y 的单位矢量为

$$\hat{Y} = \hat{Z} \times \hat{X} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ v_z \\ -v_y \end{pmatrix} / \left( \sqrt{v_y^2 + v_z^2} \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \right), \hat{Y} = M \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

于是可以得到转移矩阵的形式:

$$M = \begin{pmatrix} 0 & \frac{-v_y^2 - v_z^2}{\sqrt{v_y^2 + v_z^2} \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}} & \frac{v_x}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}} \\ \frac{v_z}{\sqrt{v_y^2 + v_z^2}} & \frac{v_x v_y}{\sqrt{v_y^2 + v_z^2} \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}} & \frac{v_y}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}} \\ \frac{-v_y}{\sqrt{v_y^2 + v_z^2}} & \frac{v_x v_z}{\sqrt{v_y^2 + v_z^2} \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}} & \frac{v_z}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}} \end{pmatrix}$$

于是, 第二目标在交会坐标系 (X, Y, Z) 中相对于第一目标的坐标为:

$$r_{ro} = M^T (r_2 - r_1) = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$$

相应的协方差阵在交会坐标系 (X, Y, Z) 的形式为:  $\Gamma = M^T D_{rel} M$

此时 Z 方向的变化已经不影响后续的概率计算, 因为 Z 轴方向垂直于交会平面, 故引入消去矩阵去除 Z 轴的数据, 所以目标 2 在平面 XY 内相对于目标 1 的位置矢量可以写为:

$$r_t = N r_{ro} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$$

相应的协方差阵可以写为:  $\Gamma = N M^T D_{rel} M N^T$

b. 概率计算公式

$$P_C = \frac{1}{2\pi\sqrt{|\Gamma|}} \int_{-R}^R \int_{-\sqrt{R^2-y^2}}^{\sqrt{R^2-y^2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(x-\mu_x, y-\mu_y)\Gamma^{-1}\begin{pmatrix} x-\mu_x \\ y-\mu_y \end{pmatrix}\right\} dx dy$$

其中 $|\Gamma|$ 是计算行列式。

由于 $\Gamma$ 不是对角矩阵, 则可以利用对角化将其转化为对角阵, 将 $\Gamma$ 对角化, 相当于将原本任意取的 X 和 Y 轴再次旋转一个方向, 注意, 此时的 $r_t$ 也要变化, 引入转移矩阵 $S$ , 也是协方差阵 $\Gamma$ 特征向量所构成的矩阵:

$$\Gamma = S \Sigma S^{-1}, \Sigma = S^{-1} \Gamma S = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 \end{pmatrix}$$

相应的:  $r = S^{-1} r_t = S^T r_t$

如果 $\Gamma$ 已经化为对角阵, 则概率公式可以简化为:

$$\Gamma = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 \end{pmatrix}$$

$$P_C = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2} \int_{-R}^R \int_{-\sqrt{R^2-y^2}}^{\sqrt{R^2-y^2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{(x-\mu_x)^2}{\sigma_1^2} + \frac{(y-\mu_y)^2}{\sigma_2^2}\right)\right\} dx dy$$

c. 碰撞概率阈值分析

两个空间目标接近过程中，误差对碰撞概率计算的影响要远小于距离因素的影响，卫星碰撞最可能发生在两星质心间距小于两星包络球半径之和时。设置安全阈值时一般将位置误差变化量当做小量，碰撞概率主要随着卫星与目标间的距离变化而相应增大或减小。假设碰撞概率的阈值为 $P_s$ ：

$$P_c = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\mu_x^2}{\sigma_x^2} + \frac{\mu_y^2}{\sigma_y^2}\right)\right] \left[1 - \exp\left(-\frac{R^2}{2\sigma_x\sigma_y}\right)\right] \leq P_s$$

若将卫星间相对距离  $\mu_x$ 和 $\mu_y$ 看作变量，则由上式可以得到如下的不等式：

$$\frac{\mu_x^2}{\sigma_x^2} + \frac{\mu_y^2}{\sigma_y^2} \geq 2 \ln\left(\frac{1 - \exp\left(-\frac{R^2}{2\sigma_x\sigma_y}\right)}{P_s}\right)$$

若令

$$k = 2 \ln\left(\frac{1 - \exp\left(-\frac{R^2}{2\sigma_x\sigma_y}\right)}{P_s}\right)$$

则可以看到，在不等式的左边，其计算值定为非负值，因此，当 $k \leq 0$ 时，上述不等式总是成立的。当 $k \leq 0$ 时，则有：

$$P_s \geq 1 - \exp\left(-\frac{R^2}{2\sigma_x\sigma_y}\right)$$

若 $k > 0$ ，则由式有：

$$\frac{\mu_x^2}{k\sigma_x^2} + \frac{\mu_y^2}{k\sigma_y^2} \geq 1$$

由此，卫星的安全区域在一个椭圆区域（称为危险椭圆）以外，所有进入该危险椭圆内的目标都有可能发生碰撞的危险。当碰撞概率的阈值取值过大时，危险椭圆将不再存在，即整个空间都是安全区域，因此选取合适的碰撞概率阈值对碰撞预警工作具有意义。一般认为碰撞概率达到  $10^{-4}$  时为危险概率阈值需要进行碰撞规避处理；当碰撞概率达到  $10^{-5}$  时，表明卫星与目标之间的碰撞概率临近危险阈值，需要进一步追踪和分析；实施规避机动策略后，需要使得碰撞概率降到  $10^{-7}$  以下。

## 2 碰撞规避机动方法

当卫星间碰撞概率高于期望安全阈值时，需要通过机动控制卫星施加瞬时速度校正，使两星相对交会距离增加，使碰撞概率增大到安全阈值，主要过程如下图所示。

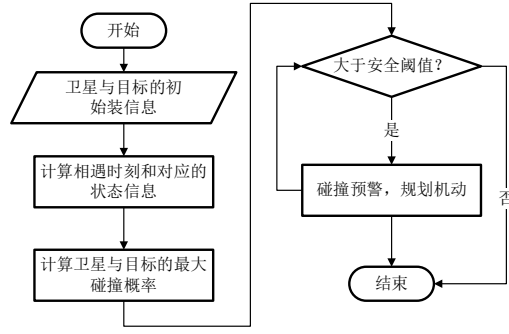


图 2-1 卫星预警与规避过程示意图

碰撞规避一般采用机动控制降低碰撞概率，避免碰撞的发生。本文采用提前施加瞬时控制加速度的方法：第一步由当前相遇时刻的卫星碰撞概率出发，以期望概率为目标，寻求推进剂消耗最优机动方向；第二步计算最优机动距离，通过相遇系与轨道系之间的分析，给出规避机动时刻以及对应时刻规避机动加速度的显式表达式；第三步通过在机动时刻叠加加速度进行理论计算，再次计算碰撞规律后采取倍增策略对第二步进行迭代运算，直至理论控后碰撞概率满足要求。

## 2.1 确定最优机动方向

根据对碰撞概率近似表达式的分析可知，碰撞概率沿概率的梯度方向下降最快，因此卫星的机动方向可确定如下：

$$\mathbf{g} = \frac{\partial P}{\partial \mu_x} \mathbf{i} + \frac{\partial P}{\partial \mu_y} \mathbf{j} + \frac{\partial P}{\partial \mu_z} \mathbf{k}$$

考虑在  $z$  轴方向的分量与碰撞概率的计算无关，因此  $\overline{\partial \mu_z} = 0$ 。根据碰撞概率近似表达式，可进一步表示为

$$\mathbf{g} = -\frac{\mu_x P}{\sigma_x^2} \mathbf{i} - \frac{\mu_y P}{\sigma_y^2} \mathbf{j}$$

进行单位化即可得卫星的最优机动方向：

$$\mathbf{e} = \frac{\mathbf{g}}{|\mathbf{g}|} = \frac{P}{\sigma_x^2 \sigma_y^2} \sqrt{\sigma_x^4 \mu_y^2 + \sigma_y^4 \mu_x^2} \left[ -\frac{\mu_x P}{\sigma_x^2} \quad 0 \quad -\frac{\mu_y P}{\sigma_y^2} \right]^T$$

## 2.2 计算最优机动距离

机动距离是指通过轨道机动实现两目标最近交会距离的变化量，能够直接反映碰撞概率的变化。设交会坐标系下，机动位置矢量为  $\Delta \mathbf{r} = [\Delta x \quad \Delta y \quad \Delta z]^T$ ，由卫星机动方向可知应满足如下关系：

$$\begin{cases} \frac{\Delta x}{\Delta y} = \frac{-\frac{\mu_x P}{\sigma_x^2}}{-\frac{\mu_y P}{\sigma_x^2}} = \frac{\mu_x \sigma_y^2}{\mu_y \sigma_x^2} \\ \Delta z = 0 \end{cases}$$

根据对碰撞概率阈值的分析可知，卫星与空间目标的碰撞概率需要降到  $10^{-7}$  以下，该概率值也是卫星规避的期望概率。则有

$$P_t = \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{(\mu_x + \Delta x)^2}{\sigma_x^2} + \frac{(\mu_y + \Delta y)^2}{\sigma_y^2} \right) \right] \left[ 1 - \exp \left( -\frac{R^2}{2\sigma_x \sigma_y} \right) \right] = 10^{-7}$$

记  $\frac{\Delta x}{\Delta y} = \frac{\mu_x \sigma_y^2}{\mu_y \sigma_x^2} = m$ ，代入上式，则有

$$\begin{cases} (\sigma_x^2 + m^2 \sigma_y^2) \Delta y^2 + (2\mu_y \sigma_x^2 + 2m\mu_x \sigma_y^2) \Delta y + \mu_x^2 \sigma_y^2 + \mu_y^2 \sigma_x^2 = d \\ d = -2\sigma_x^2 \sigma_y^2 \ln \left[ P_0 / \left( 1 - \exp \left( -\frac{R^2}{2\sigma_x \sigma_y} \right) \right) \right] \end{cases}$$

其中， $P_0$ 为期望概率取  $10^{-7}$ 。求解式的一元二次方程即可得到，交会坐标系下期望的最短机动距离。

### 2.3 求解机动加速度

已知卫星在目标时刻机动距离，求其解初始时刻的机动速度，是一类典型的常微分方程初值问题，即求解  $\dot{\mathbf{r}}(t_0) = \mathbf{v}_0 + \mathbf{d}\mathbf{v}$  使其满足如下二阶微分方程：

$$\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{f}(t, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}) \text{ with } \mathbf{r}(t_0) = \boldsymbol{\alpha}, \mathbf{r}(t_k) = \boldsymbol{\beta}$$

其中， $\mathbf{d}\mathbf{v}$  是施加在初始历元  $t_0$  上的机动速度。针对该问题，采用打靶法进行求解：即在给定一系列初始值如  $\mathbf{d}\mathbf{v}_1$  和  $\mathbf{d}\mathbf{v}_2$  后，通过不断计算改变速度增量  $\mathbf{d}\mathbf{v}_n$ ，最终可以在  $t = t_k$  处得到一个足够接近所需边值  $\boldsymbol{\beta}$  的解。

## 3 案例计算

本文基于高精度轨道计算软件和上述方法的原型算法实现，通过仿真分析进行验证。

### 3.1 仿真设定

选择 2 颗 LEO 卫星、2 颗 GEO 卫星、1 颗大偏心率卫星，设置初始轨道误差为 100 m，联合半径均为 2 m，相关信息如下表，对各卫星轨道参数进行了模拟设定，使其相互之间能够发生碰撞风险。

表 3-1 仿真目标列表

轨道类别	目标序号	半长轴 (km)	偏心率	轨道倾角(度)	升交点赤经(度)	近地点辐角(度)	真近点角(度)
LEO	13105	6878.126	0.00001	10.01	5.43	249.82	106.644
	13106	6878.518	0.00001	0.01	5.12	16.93	339.66
GEO/IGSO	13109	42166.277	0.00001	179.86	270.92	132.25	42.940
	13110	42166.277	0.00001	149.87	275.21	137.25	42.226
—	13111	32390.386	0.30247	51.14	275.23	357.22	182.350

设置了四种碰撞场景进行分析，如下表所示。

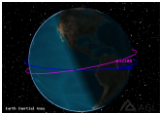
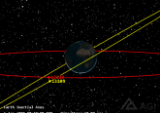
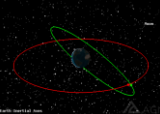
表 3-2 仿真场景列表

编号	目标序号	描述
1	13105	LEO-LEO 碰撞
	13106	
2	13105	LEO-GEO 碰撞检验
	13110	
3	13109	GEO-GEO 碰撞
	13110	
4	13110	GEO-大偏心率目标碰撞
	13111	

### 3.2 仿真结果

仿真计算结果如下表所示，设定的四种场景中，通过模拟轨道设置能够识别出 3 个碰撞风险，基于计算得到的机动策略进行控制后，控后理论碰撞概率均满足安全要求。

表 3-3 仿真计算结果

编号	目标序号	交会时刻	碰撞概率	避碰策略	控后概率
1	13105	T0+59.5 秒	0.005542%	13105 机动： $\Delta V_x: 0.165E+02$ $\Delta V_y: -0.159E-02$ $\Delta V_z: -0.137E+00$	0.0000001238%
	13106				
2	13105		初步筛选无风险		
	13110				
3	13109	T0+120.5 秒	0.04006%	13110 机动： $\Delta V_x: 0.25E+00$ $\Delta V_y: -0.466E+01$ $\Delta V_z: 0.466E-01$	0.000065477%
	13110				
4	13110	T0+120.5 秒	0.03108%	13110 机动： $\Delta V_x: 0.485E+00$ $\Delta V_y: -0.59E+01$ $\Delta V_z: 0.287E+00$	0.000037345%
	13111				

## 4 小结

本文对 GEO 轨道空间交会风险进行了分析，提出了空间交会风险评估的碰撞概率计算方法，并针对危险交会提出了最优规避机动方法，经过案例计算验证，能够有效识别出碰撞风险，给出的机动避碰策略有效，为 GEO 卫星的空间交会管理提供了有效的技术手段。

## 参 考 文 献

- [1] Space-track Website, [www.space-track.org](http://www.space-track.org).
- [2] CelesTrak SATCAT Boxscore, <http://celestrak.com/satcat/boxscore.asp>.
- [3] CelesTrak Website, <http://www.celestrak.com>.
- [4] Geostationary Orbital Debris Collision Hazard after a Collision, Aerospace 2226-4310, Vol.9, no. 258 p.258
- [5] Zhang, H.; Zhang, Z.; Chen, S. Evolution of newly generated debris from geostationary satellites' collision. J. Comput. Meas. Control 2019, 27, 149–154.
- [6] NASA Spacecraft conjunction assessment and collision avoidance best practices handbook, NASA/SP-20230002470
- [7] SFS\_Handbook\_For\_Operators\_V1.7
- [8] 沈丹, 刘静. 大型低轨星座部署对空间碎片环境的影响分析[J]. 系统工程与电子技术. 2020, 42(9): 2041-2051
- [9] Theodore J. Muelhaupt, Marlon E. Sorge, Jamie Morin, Robert S. Wilson. Space traffic management in the new space era[J]. The Journal of Space Safety Engineering, 2019(6): 80-87



- [10] D.L. Oltrogge, V. Braun, Using space population models to generate representative space object catalogues, AAS 2016 Space Flight Mechanics Conference, AAS 16–233, Napa CA, 16 February 2016.
- [11] J. Murray-Krezan, S. Howard, P.D. Dao, D. Surka, GEO collision risk assessment based on analysis of NASA-WISE data and modeling, 16th Advanced Maui Optical and Space Surveillance Technologies (AMOS) Conference, September 15-18, 2015 (Maui, Hawai'i).
- [12] D.L. Oltrogge, The commercial space operations center (ComSpOC), ITU Satellite Communication Symposium 2017, Bariloche, Argentina, 29–30 May 2017.
- [13] D.L. Oltrogge, Current SSA realities and improved SSA & RFI mitigation via ComSpOC, SSA Panel, SpaceOps 2016 Conference, Daejeon, Korea, 18 May 2016.
- [14] T. Schildknecht, et al., Long-term evolution of high area-to-mass ratio objects in different orbital regions, 2012 AMOS Tech Conference, 11 September 2012.
- [15] Boeing Corporation, Boeing Satellites: Technical Specifications, (27 August 2017) <http://www.boeing.com/space/boeing-satellite-family/>.
- [16] [www.spacedaily.com/news/panamsat-00d.html](http://www.spacedaily.com/news/panamsat-00d.html).
- [17] P.V. Anderson, H. Schaub, Methodology for characterizing high-risk orbital debris
- [18] Martin, C.; Lewis, H.; Walker, R. Studying the MEO&GEO space debris environment with the Integrated Debris Evolution Suite (IDES) model. In Proceedings of the 3rd European Conference on Space Debris, Darmstadt, Germany, 19–21 March 2001.
- [19] Rossi, A.; Anselmo, L.; Pardini, C.; Jehn, R.; Valsecchi, G.B. The new space debris mitigation (SDM 4.0) long term evolution code. In Proceedings of the Fifth European Conference on Space Debris, ESA/ESOC, Darmstadt, Germany, 30 March–2 April 2009.
- [20] Dolado-Perez, J.C.; Di Costanzo, R.; Revelin, B. Introducing MEDEE—A new orbital debris evolutionary model. In Proceedings of the 6th European Conference on Space Debris, ESASP-723, Darmstadt, Germany, 22–25 April 2013.
- [21] Radtke, J.; Stoll, E. Comparing long-term projections of the space debris environment to real world data-Looking back to 1990. *Acta Astronaut.* 2016, 127, 482–490. [CrossRef]
- [22] Wang, R. Research on Space Debris Environment Model; Information Engineering University: Zhengzhou, China, 2010; pp. 87–96.
- [23] Liou, J.; Kessler, D.; Matney, M.; Stansbery, G. A new approach to evaluate collision probabilities among asteroids, comets, and Kuiper Belt objects LPI 1828. In Proceedings of the Lunar and Planetary Institute Science Conference, League City, TX, USA, 17–21 March 2003.