

LEO-地月DRO编队非瞬时星间测距 自主定轨分析^{*}

罗 鹏^{1,2} 宋叶志^{1,2†} 胡小工^{1,2} 陈昶劭^{1,2}

(1 中国科学院上海天文台 上海 200030)

(2 中国科学院大学 北京 101408)

摘要 面向地月空间导航对自主性与高精度的需求, 针对低轨(Low Earth Orbit, LEO)卫星与地月空间远距离逆行轨道(Distant Retrograde Orbit, DRO)卫星组成的异构编队, 介绍了在圆型限制性三体问题下微分修正DRO轨道的理论方法; 在太阳系质心天球坐标系(Barycentric Celestial Reference System, BCRS)下, 建立了双单程星间测距(Dual One-Way Ranging, DOWR)的组合观测模型, 并对光行时延迟与广义相对论效应引起的时钟偏差及其量级进行定量分析. 基于数值仿真, 考察了非瞬时上下行观测条件下不同上下行观测时间间隔对LEO-地月DRO编队自主定轨精度的影响. 仿真结果表明: (1)在地月空间环境中, 广义相对论效应导致的DOWR测距误差达5–30 ns量级, 是DOWR中必须修正的误差项; (2)仅利用DOWR观测即可实现编队自主定轨. 其中, LEO卫星三维定位精度优于10 m; DRO卫星优于50 m, 误差主要集中在轨道法向, 部分弧段径向与切向精度可达米级; (3)在上下行观测时间间隔0–20 s范围内, 延长时间间隔虽可提升系统可观测性, 但由于时间间隔较短提升有限, 对整体定轨精度改善不明显, 各方案定轨精度相当. 该结果表明, 在保证观测值精度的前提下, LEO-地月DRO编队的定轨系统可放宽上下行观测时间间隔的要求, 有利于提升系统运行容错能力. 研究验证了LEO-地月DRO异构编队在地月空间实现高精度自主导航的可行性, 为未来地月导航星座体系设计提供理论依据与技术参考.

关键词 航天器: 地月DRO卫星, 航天器: LEO卫星, 天体力学: 轨道确定, 方法: 星间链路, 方法: 自主导航

中图分类号 P135; **文献标识码**: A

1 引言

地月空间是近地轨道空间的自然延伸, 也是进出深空的门户, 具有巨大的科技和经济价值^[1]. 在地月空间探索的各个阶段, 涉及大量地月往返、交会对接、着陆等飞行任务, 由此引发了对导航定位的强烈需求, 因此实现地月空间高精度的定位、导航和授时(Position, Navigation and

Timing, PNT)服务具有重要意义^[2]. 地月空间远距离逆行轨道(Distant Retrograde Orbit, DRO)位于月球公转平面, 绕月逆行, 其运动范围广, 具有高度轨道稳定性以及对地球和月球良好的覆盖能力, 因而在探索地月空间资源、建立月球空间站、小行星预警和防护等方面拥有广阔的应用前景, 是布设未来地月导航系统的理想轨道^[3–5].

目前, 世界各国主要依赖于地面测控网对深

2026-01-06收到原稿, 2026-02-11收到修改稿

^{*}国家重点研发计划(2025YFF0511200)资助

[†]syx@shao.ac.cn

空航天器进行精密定轨(Precise Orbit Determination, POD), 如我国探月工程一期主要使用地基统一S波段(Unified S-Band, USB)测量技术, 关键弧段辅助以甚长基线干涉(Very Long Base Interferometry, VLBI)测量^[6], 从嫦娥三号开始, 测量频段提升至S/X频段^[7]. 美国以及欧洲航天局(European Space Agency, ESA)则主要依赖深空网(Deep Space Network, DSN)^[8]. 地基测量的优点在于地面计算处理能力较强, 可以采用多种类型测量手段以确保精度和可靠性; 缺点在于依赖全球分布的观测台站. 尤其针对我国, 由于地理疆域限制, 难以实现全球均匀布站, 导致测控能力受限.

随着2020年中国自主研制的北斗卫星导航系统(Beidou Navigation Satellite System, BDS)完成全球组网^[9], 以星间链路(Inter-Satellite Link, ISL)为首的天基测控技术, 凭借其全天候、高精度及几何构型灵活等优势, 已成为未来全球导航卫星系统(Global Navigation Satellite System, GNSS)和地月空间航天器精密定轨的重要发展趋势. ISL技术的引入, 不仅能有效弥补地基测控网在几何覆盖上的盲区, 更能通过星间测量数据的自主处理, 大幅降低航天器对地面运控系统的依赖^[10].

然而, 将现有的近地GNSS星间链路技术直接移植于地月空间仍面临诸多挑战. 在观测值建模方面, BDS采用Ka相控阵天线通过时分多址体制实现星间建链, 完成双向单程测距^[11]. 在数据处理过程中, BDS需要依赖地面上注的高精度预报星历和钟差, 先生成归算后的双向几何距离观测值, 再进行精密定轨工作, 整个数据处理过程都在地心天球坐标系(Geocentric Celestial Reference System, GCRS)下完成^[12]. 相比之下, 位于地月空间的航天器处于弱动力学约束环境, 缺乏高精度的预报信息, 导致归算后的双向几何距离观测值精度难以保证. 同时, 地月空间航天器的数据处理应在能同时覆盖近地空间和近月空间的时空坐标系下进行, 如质心天球坐标系(Barycentric Celestial Reference System, BCRS)下^[2]. 此外, 受限于地月远距离信号传播时延及复杂的空间环境, 在工程实践中以航天器相互对发形成双向单程星间链路测量为主^[13]. 因此, 建立一个BCRS下的, 便于工程实现的双单程组合观测模型, 是实现地月导

航的关键前提.

在轨道动力学与观测几何构型方面, 低地球轨道(Low Earth Orbit, LEO)卫星由于其运行周期短、动力学约束强且发射成本低, 是一种理想的地月导航试验平台^[14]. 如我国于2022年立项开展LEO-地月DRO编队的天基自主导航与授时研究, 并于2024年发射升空, 成功验证了地月空间自主轨道确定的可行性^[1, 13]. 然而由于DRO卫星运行周期长、轨道演化缓慢, 对于LEO-地月DRO这种“快慢结合”的异构星座, 上下行观测需在极短时间内完成(系统要求通常为毫秒级), 但实际观测时间间隔不可避免地达到秒级, 如BDS-3在3 s内分别完成上下行观测^[11]. 然而, 不同时间间隔对两类具有截然不同动力学特征的卫星的定轨精度影响研究仍然欠缺.

针对上述研究的不足, 本文做了如下工作. 在观测值建模方面, 建立了BCRS下的双单程星间测距观测模型, 通过记录总接收时刻、上下行观测时间间隔以及上下行观测值之和, 实现高效率的观测值记录工作. 在此基础上, 针对不同周期的地月DRO卫星以及不同的上下行观测时间间隔, 进行了DRO轨道搜索和LEO-地月DRO编队自主定轨仿真分析, 通过数值计算对其自主定轨性能进行了评估, 以期后续地月空间导航系统的设计提供参考.

2 地月DRO航天器轨道

2.1 DRO周期轨道族

Hill限制性三体问题是圆型限制性三体问题(Circular Restricted Three-Body Problem, CR3BP)的一种特殊形式. 记 $\mathbf{r} = [x, y, z]^T$ 为质点 P 相对于两个主天体(P_1 和 P_2)公共质心在质心旋转坐标系下的坐标, 则归一化CR3BP的动力学方程可表示为^[15]

$$\begin{cases} \ddot{x} - 2\dot{y} = \frac{\partial \Omega}{\partial x} \\ \ddot{y} + 2\dot{x} = \frac{\partial \Omega}{\partial y} \\ \ddot{z} = \frac{\partial \Omega}{\partial z} \end{cases}, \quad (1)$$

$$\Omega = \frac{1}{2}(x^2 + y^2) + \frac{1-\mu}{r_1} + \frac{\mu}{r_2}, \quad (2)$$

其中, $r_1 = \sqrt{(x+\mu)^2 + y^2 + z^2}$ 为质点 P 相对于 P_1 的距离; $r_2 = \sqrt{(x-1+\mu)^2 + y^2 + z^2}$ 为质点 P 相对于 P_2 的距离; Ω 为势能函数; μ 为质量系数, 写作

$$\mu = \frac{m_2}{m_1 + m_2}, \quad m_1 > m_2, \quad (3)$$

m_1 和 m_2 分别为两个主天体的质量. 则 CR3BP 中唯一存在的积分常数, 即 Jacobi 常数 C 表示为

$$C = 2\Omega - v^2, \quad (4)$$

其中, $v^2 = \dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2$.

若对(1)式做如下变换:

$$\begin{cases} x = 1 - \mu + \mu^{1/3}\xi \\ y = \mu^{1/3}\eta \\ z = \mu^{1/3}\zeta \end{cases}, \quad (5)$$

并且当 $m_2 \ll m_1$ 时, 可得到 Hill 方程^[16]:

$$\begin{cases} \ddot{\xi} - 2\dot{\eta} - 3\xi = -\frac{\xi}{\rho^3} \\ \ddot{\eta} + 2\dot{\xi} = -\frac{\eta}{\rho^3} \\ \ddot{\zeta} + \zeta = -\frac{\zeta}{\rho^3} \end{cases}, \quad (6)$$

其中, $\rho = \sqrt{\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2}$. 同样的, Jacobi 常数 C 可以变换为:

$$C = 3 - \mu^{2/3}\Gamma, \quad (7)$$

其中, Γ 是与 Jacobi 常数等价的积分常数, 其表达式为^[16]:

$$\Gamma = 3\xi^2 - \zeta^2 + \frac{2}{\rho} - \left(\dot{\xi}^2 + \dot{\eta}^2 + \dot{\zeta}^2\right). \quad (8)$$

利用 Hill 方程可以研究更具普适性的 CR3BP 周期轨道族. 其中, f 族轨道对应的即为 DRO 轨道, 运行于地月 DRO 轨道的卫星绕月运动方向(顺时针)与地月系统整体旋转方向(逆时针)相反, 具有较高的轨道稳定性.

文献^[16]提供了一系列 f 族轨道的初值, 如表 1 所示. 这些初值, 可用于后续微分改正 DRO 轨道

搜索.

表 1 Hill 方程中 f 族轨道的初值^[16]

Table 1 Initial values of f-family orbit for Hill equation^[16]

DRO	Γ	ξ_0
DRO-0	4.0	-0.20421
DRO-1	2.0	-0.32163
DRO-2	1.0	-0.43991
DRO-3	0.5	-0.53182

2.2 微分改正 DRO 轨道搜索

Hill 方程是 $\mu \rightarrow 0$ 时的特殊形式, 因此表 1 中的初值在 CR3BP 动力学方程下并不完全满足 DRO 的轨道动力学特征. 为获得在 CR3BP 动力学方程下符合 DRO 轨道动力学特征的轨道, 本文在表 1 的基础上, 使用微分改正法对轨道初值进行了再搜索.

由于 DRO 属于平面圆型限制性三体问题, 因此可仅考虑二维的情况^[3]. 设 $\mathbf{X} = [x, y, \dot{x}, \dot{y}]^T$ 为状态量, 其在参考历元下的初值写作 $\mathbf{X}_0$, 则 CR3BP 动力学方程的相流可写为 $\varphi(t, \mathbf{X}_0)$. 寻找该系统的逆行轨道, 即搜索以下非线性方程的解

$$\varphi(T, \mathbf{X}_0) = \mathbf{X}_0, \quad (9)$$

其中 T 为逆行轨道的运行周期. 由于 DRO 轨道具有沿 x 轴对称的特征, 因此其 x 轴必须满足垂直相交条件, 同时相交时 x 方向速度为零. 可以取初始状态为

$$\mathbf{X}_0 = [x_0, 0, 0, \dot{y}_0]^T, \quad (10)$$

其中, x_0 可根据表 1 中初值基于(5)式进行逆变换得到; $\dot{y}_0$ 则可联合(4)式和(8)式求得.

为使问题简化, 可固定 x_0 为已知, 以 DRO 轨道动力学特征为约束条件, 搜索合适的 $\dot{y}_0$ 以及运行周期 T . 定义映射 $\mathbf{f}: R^2 \rightarrow R^3$, 且

$$\mathbf{f}(\dot{y}_0, T) = \begin{bmatrix} \varphi_x(T, \mathbf{X}_0) - x_0 \\ \varphi_y(T, \mathbf{X}_0) \\ \varphi_{\dot{x}}(T, \mathbf{X}_0) \end{bmatrix}. \quad (11)$$

为寻找DRO轨道的初始状态, 需要满足方程

$$\mathbf{f}(\dot{y}_0^*, T^*) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (12)$$

用牛顿法进行改正, 令 $\Xi = \begin{bmatrix} \dot{y}_0 \\ T \end{bmatrix}$, 则

$$-\mathbf{f} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \Xi} \Delta \Xi. \quad (13)$$

则

$$\left[\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \Xi} \right]^T \left[\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \Xi} \right] \Delta \Xi = - \left[\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \Xi} \right]^T \mathbf{f}. \quad (14)$$

算出 $\Delta \Xi$ 后, 进行改正迭代求解, 其中

$$\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \Xi} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \varphi_x}{\partial \dot{y}_0} & \frac{\partial (\varphi_x - x_0)}{\partial T} \\ \frac{\partial \varphi_y}{\partial \dot{y}_0} & \frac{\partial \varphi_y}{\partial T} \\ \frac{\partial \varphi_{\dot{x}}}{\partial \dot{y}_0} & \frac{\partial \varphi_{\dot{x}}}{\partial T} \end{bmatrix}, \quad (15)$$

对比CR3BP动力学方程, 则

$$\begin{cases} \frac{\partial \varphi_x}{\partial T} = \dot{x}(T), \\ \frac{\partial \varphi_y}{\partial T} = \dot{y}(T), \\ \frac{\partial \varphi_{\dot{x}}}{\partial T} = \left(2\dot{y} + \frac{\partial \Omega}{\partial x} \right) \Big|_{t=T}, \end{cases} \quad (16)$$

其他元素则满足原动力学系统的变分方程的解. 即, 令

$$\frac{\partial \varphi(t, \mathbf{X}_0)}{\partial \mathbf{X}_0} = \Phi(t, t_0), \quad (17)$$

则

$$\begin{cases} \dot{\Phi} = \mathbf{A}\Phi, \Phi(t_0, t_0) = \mathbf{I} \\ \mathbf{A} = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}}, \mathbf{F} = \dot{\mathbf{X}} \end{cases}. \quad (18)$$

通过以上过程进行迭代, 就可以得到CR3BP动力学方程下的DRO初始轨道根数. 由于采用牛顿法改正, 收敛速度较快. 同时在搜索过程中不仅改进轨道初状态, 轨道周期也可同时获得. 由于已知DRO轨道关于 x 平面对称, 因此在轨道改进时,

也可以利用 y 两次改变正负号作为积分终止时间, 如此可不需要进行轨道周期搜索, 因为两次改变正负号表明轨道积分覆盖了一个完整周期.

2.3 完整动力学模型下的DRO轨道演化

图1展示了本文在表1的基础上, 再搜索得到的DRO轨道在地月会合坐标系下的轨迹. 为体现各DRO轨道的几何特征, 图中还标出了地月拉格朗日点L1和L2, 分别对应图中的“L1 approx”和“L2 approx”.

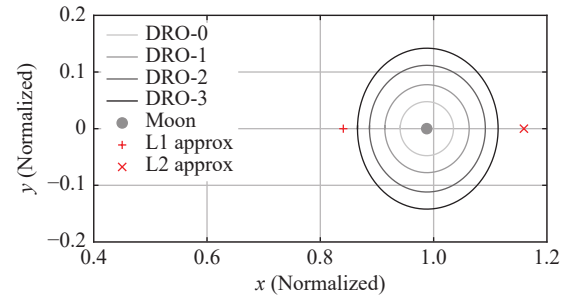


图 1 DRO轨道搜索结果在地月会合坐标系下的轨迹

Fig. 1 Trajectory of searched DROs in the Earth-Moon synodic coordinate system

本文基于完整动力学模型(包括中心天体非球形引力、太阳系行星三体引力、太阳光压和相对论效应等), 对上述周期轨道积分了3个地月周期, 在地月会合坐标系下所得轨迹如图2所示. 从图2中可以看到, 在3个地月周期内, 各DRO轨道均能保持既定的轨道构型, 说明该类轨道在长周期任务中具有较好的适用性^[17].

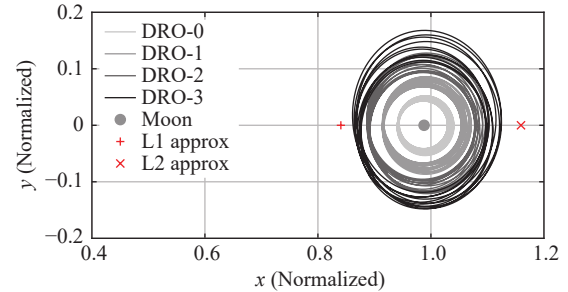


图 2 2020年1月1日至2020年4月1日, 各DRO轨道在地月会合坐标系下的轨迹

Fig. 2 Trajectory of DROs in the Earth-Moon synodic coordinate system from 1st January 2020 to 1st April 2020

3 LEO-地月DRO编队测量及定轨

本节将重点介绍BCRS下的单程星间测距、双单程星间测距模型及其重要影响因素的解算与量级分析以及地月空间中LEO-地月DRO编队利用星间测距自主定轨的理论方法及其可行性分析。

3.1 单程星间测距

如图3所示, 由卫星A于 τ_1 时刻向卫星B发射信号, 卫星B于 τ_2 时刻接收信号, 并通过对时间作差获取的单向测距值, 即为单程星间测距(One-Way Ranging, OWR).

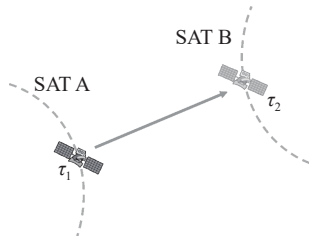


Fig. 3 Inter-satellite one-way ranging mode

OWR观测值在BCRS下可写为^[18]:

$$\begin{aligned} \rho_{12} = & (\tau_2 - \tau_1) \cdot c = \\ & \|r_B(t_2) - r_A(t_1)\| + \\ & (\delta t_{A1} - \delta t_{B2}) \cdot c + (\Delta t_{B2} - \Delta t_{A1}) \cdot c + \\ & (D_{B2}^{\text{recv}} - D_{A1}^{\text{tran}}) \cdot c + \Delta R_{12} + \varepsilon_{12} \end{aligned} \quad (19)$$

其中, 下标1和2分别表示信号的发射时刻与接收时刻; 下标A和B分别表示卫星A与卫星B; 组合下标A1 (或B2)表示卫星A在发射时刻(或卫星B在接收时刻); τ_1 和 τ_2 分别为卫星A和卫星B的原时, 其对应质心力学时(Barycentric Dynamical Time, TDB)分别为 t_1 和 t_2 ; $\|r_B(t_2) - r_A(t_1)\|$ 为卫星A和卫星B之间在BCRS下的几何距离; c 为光在真空中的速度; D_{A1}^{tran} 和 D_{B2}^{recv} 分别是卫星A和卫星B的硬件延迟; 上标tran和recv分别表示发射与接收; ΔR_{12} 是观测数据的修正量, 包括相位中心修正、电离层修正和夏皮罗时延等; ε_{12} 为测量误差; δt_{A1} 和 δt_{B2} 分别为卫星A在 t_1 时刻和卫星B在 t_2 时刻由广义相对论效应导致的卫星时钟偏差(后文简称相对论钟差), 也称为卫星原时与坐标时的差异;

Δt_{A1} 和 Δt_{B2} 分别为卫星A在 t_1 时刻和卫星B在 t_2 时刻的物理钟差. 对任意卫星 i , 其在 t_j 时刻卫星原时与坐标时的差异可写为:

$$\delta t_{ij} = t_{ij} - \tau_{ij}, \quad (20)$$

而 Δt_{A1} 和 Δt_{B2} 可用二次多项式表达. 对任意卫星 i , 其在 t_j 时刻的物理钟差可写为^[2]:

$$\Delta t_{ij} = a_{i0} + a_{i1}(t_j - t_{i0}) + a_{i2}(t_j - t_{i0})^2, \quad (21)$$

其中, a_{i0} 为钟差; a_{i1} 为钟速; a_{i2} 为钟漂; t_{i0} 是卫星 i 物理钟差的基准历元.

3.2 LEO-地月DRO编队双单程星间测距

针对LEO-地月DRO卫星编队, 工程任务中常采用双单程测距模式, 即LEO和DRO之间相互发送和接收对方的信号, 获取OWR观测值, 随后对双单程测距观测进行求和, 得到双单程星间测距(Dual One-Way Ranging, DOWR), 如图4所示, 其中 dT 为上下行观测时间间隔.

根据图4, 该过程可描述为: LEO卫星A于 τ_1 时刻发射信号, DRO卫星B于 τ_2 时刻接收, 可记为上行观测; 随后DRO卫星B经过时间 dT 后于 $\tau_3 = \tau_2 + dT$ 时刻发射信号, LEO卫星A于 τ_4 时刻接收到, 可记为下行观测. 此时, 该LEO-地月DRO编队DOWR在BCRS下可表示为^[13]:

$$\begin{aligned} \rho_{12} + \rho_{34} = & (\tau_2 - \tau_1 + \tau_4 - \tau_3) \cdot c = \\ & (\tau_4 - \tau_1 - dT) \cdot c = \\ & \|r_B(t_2) - r_A(t_1)\| + \|r_A(t_4) - r_B(t_3)\| + \\ & (\delta t_{B3} - \delta t_{B2}) \cdot c + (\delta t_{A1} - \delta t_{A4}) \cdot c + \\ & (\Delta t_{B2} - \Delta t_{B3}) \cdot c + (\Delta t_{A4} - \Delta t_{A1}) \cdot c + \\ & (D_{B2}^{\text{recv}} - D_{A1}^{\text{tran}}) \cdot c + (D_{A4}^{\text{recv}} - D_{B3}^{\text{tran}}) \cdot c + \\ & \Delta R_{12} + \Delta R_{34} + \varepsilon_{12} + \varepsilon_{34}, \end{aligned} \quad (22)$$

式中, 上下标定义同(19)式; τ_1 和 τ_4 为LEO卫星的原时, 其对应TDB时刻分别为 t_1 和 t_4 ; τ_2 和 τ_3 为DRO卫星的原时, 其对应TDB时刻分别为 t_2 和 t_3 .

上式在工程应用中具有较强的普适性, 当 $dT = 0$ 时, 即为瞬时转发式双程星间测距; 当 $dT \neq 0$ 时, 即为DOWR观测模式, 在该模式下 dT 的量级可在毫秒至秒量级. 通常, DOWR测距值可由LEO卫星与DRO卫星间的上下行OWR观测值, 通过简单求和组合得到.

针对(22)式的几何距离(光行时)和卫星钟差相关项, 本文随后将分述其具体计算与处理方法.

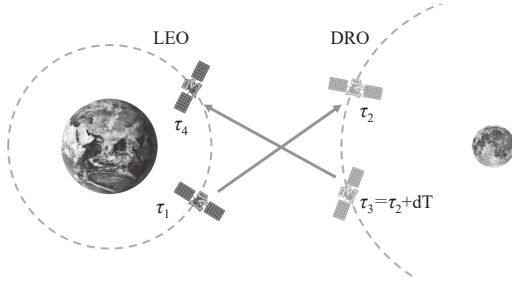


图 4 双单程测距模式

Fig. 4 Inter-satellite dual one-way ranging mode

3.3 光行时计算

在上述DOWR观测模式中, 观测数据仅总接收时刻 τ_4 以及上下行观测时间间隔 dT 已知. 其他时刻如 t_1 、 t_2 和 t_3 在精密定轨过程中未知, 须通过光行时迭代计算获得.

下行信号光行时可以用以下不动点格式迭代:

$$\Delta t_{34}^{i+1} = \rho_{34}(\Delta t_{34}^i) = \frac{\|r_A(t_4) - r_B(t_4 - \Delta t_{34}^i)\| + \Delta R_{34}}{c}. \quad (23)$$

其中, 上标 $i = 1, 2, 3, \dots$ 为迭代次数; Δt_{34} 的初值可设置为0. 在获取 Δt_{34} 后, 可通过下式计算 t_3 和 t_2 :

$$\begin{cases} t_3 = t_4 - \Delta t_{34} \\ t_2 = t_3 - dT \end{cases}. \quad (24)$$

随后, 可再次通过以下不动点格式迭代获得上行信号光行时.

$$\Delta t_{12}^{i+1} = \rho_{12}(t_2, \Delta t_{12}^i) = \frac{\|r_B(t_2) - r_A(t_2 - \Delta t_{12}^i)\| + \Delta R_{12}}{c}. \quad (25)$$

Δt_{12} 的初值同样可以设置为0. 值得注意的是, 以上计算过程需在BCRS下进行.

3.4 卫星钟差处理

卫星钟差包含两部分, 一部分是卫星时钟固有的时间测量误差, 也称为物理钟差; 另一部分, 则是由大质量恒星/行星引力引起的广义相对论效应, 造成的卫星原时与坐标时的差异, 又称相对论

钟差. 若忽略卫星钟差的影响, 一方面会导致信号发射/接收时刻的记录有偏, 进而直接影响双单程测距值大小; 另一方面, 也会对光行时计算过程中卫星位置的计算造成影响. 随着时间同步技术以及时钟制造技术的发展与进步, 不同中心天体甚至不同类型的卫星钟差会有不同的表现与处理方式. 因此, 有必要对卫星钟差修正进行详细讨论.

3.4.1 物理钟差

由(21)式和(22)式, 卫星物理钟差对DOWR观测值的影响可表达为:

$$\begin{cases} \Delta t_{B2} - \Delta t_{B3} = a_{B1} \cdot (t_2 - t_3) + a_{B2} \cdot (t_2 - t_3) \cdot (t_2 + t_3 - 2t_{B0}), \\ \Delta t_{A4} - \Delta t_{A1} = a_{A1} \cdot (t_4 - t_1) + a_{A2} \cdot (t_4 - t_1) \cdot (t_4 + t_1 - 2t_{A0}), \end{cases} \quad (26)$$

在LEO-地月DRO编队DOWR观测中, 上下行时间间隔 dT 的选择会同时受到测量体制、时钟稳定性与轨道动力学非线性等多种因素影响.

本文主要关注时钟与动力学特性的影响, 暂不讨论测量体制的限制. 对于时钟稳定性, 目前星载原子钟(如铷钟、氢钟)或超稳晶振的频率稳定度已优于 1×10^{-12} [12, 19], 且其线性频偏可通过地面测控或星间链路进行高精度标定与补偿. 在完成补偿后, 由时钟随机噪声在短时间($dT < 20$ s)内引入的测距残差优于1 cm, 对地月空间常规的米级距离测量精度的贡献可忽略不计. 鉴于此, 为了剥离时钟硬件性能的干扰, 本文在后续仿真中假设卫星钟速已得到理想化校准, 以重点关注动力学与几何特性.

3.4.2 卫星原时与坐标时的差异

针对LEO-地月DRO卫星编队, 由于LEO卫星与DRO卫星的引力势与速度势差异显著[13], 因此需要将这两类卫星进行分开讨论.

对于LEO卫星, 根据国际天文学联合会(International Astronomical Union, IAU)决议, 其星上原时 τ_{leo} 与坐标时TDB的转换需要严格遵循以下时间转换链条[20-21]:

$$\begin{aligned} \tau_{leo} &\rightarrow \text{TAI} \xleftrightarrow{(A)} \text{TT} \xleftrightarrow{(B)} \text{TCG} \\ &\quad \uparrow (C) \\ &\text{TDB} \xleftrightarrow{(D)} \text{TCB} \end{aligned}. \quad (27)$$

上述各时间之间的转换关系为:

$$(A) \quad TT = TAI + 32.184 \text{ s};$$

$$(B) \quad \left\langle \frac{dT_T}{dT_{CG}} \right\rangle = 1 - L_G;$$

$$(C) \quad TCB - TCG = \frac{1}{c^2} \int \left(\frac{1}{2} v_E^2 + \sum_{B \neq E} U_B \right) dTCG + \frac{1}{c^2} (\mathbf{v}_E \cdot \mathbf{X}) + \mathcal{O}(c^{-4});$$

$$(D) \quad \left\langle \frac{dT_{DB}}{dT_{CB}} \right\rangle = 1 - L_B;$$

其中, TAI是国际原子时(International Atomic Time); TT是地球时(Terrestrial Time); TCG是地心坐标时(Geocentric Coordinate Time); TCB是质心坐标时(Barycentric Coordinate Time); $\langle \dots \rangle$ 代表长时间平均; $L_G = 6.969290134 \times 10^{-10}$ 是TT和TCG之间的平均速率差常数; $L_B = 1.550519768 \times 10^{-8}$ 是TDB与TCB之间的平均速率差常数; $\mathbf{v}_E$ 为地球公转速度; U_B 为各太阳系天体(除地球外)在地心处的引力势. 则TDB-TT的积分计算表达式为^[21]:

$$\begin{aligned} TDB - TT &= TDB_0 - L_C (TT - T_0) + \\ &\frac{1}{c^2} \int_{T_0}^{TT} \left(\frac{1}{2} v_E^2 + \sum_{B \neq E} U_B \right) dt + \\ &\frac{1}{c^2} (\mathbf{v}_E \cdot \mathbf{X}_{TT}) + \mathcal{O}(c^{-4}), \end{aligned} \quad (28)$$

其中, $L_C = 1 - \left\langle \frac{dT_{CG}}{dT_{CB}} \right\rangle$ 是TCB和TCG之间的平均速率差常数, 取 $1.48082686741 \times 10^{-8}$; $T_0 = 2443144.5003725$; $TDB_0 = -65.5 \mu\text{s}$; $\mathbf{X}_{TT}$ 是LEO卫星时钟于TT时刻相对于地心的位置向量. 为方便计算, IAU在其发布的SOFA (the Standards of Fundamental Astronomy Service)软件中, 提供了级数解析解, 其表达式为^[22]:

$$\begin{aligned} TDB - TT &= TDB_0 + P(TT) - P(T_0) + \\ &\frac{1}{c^2} (\mathbf{v}_E \cdot \mathbf{X}_{TT}) + \mathcal{O}(c^{-4}). \end{aligned} \quad (29)$$

目前SOFA中, 该解析解包含了787阶系数. 本文对位于中国上海(7821)、澳大利亚Yarragadee(7090)和美国华盛顿(7105)的卫星激光测距(Satellite Laser Ranging, SLR)测站进行了解析解与积分形式解的计算对比, 结果显示, 该级数解析

解与积分形式解之间的差异优于5 ns, 如图5所示(图中已将起始历元统一为2012年3月1日UTC).

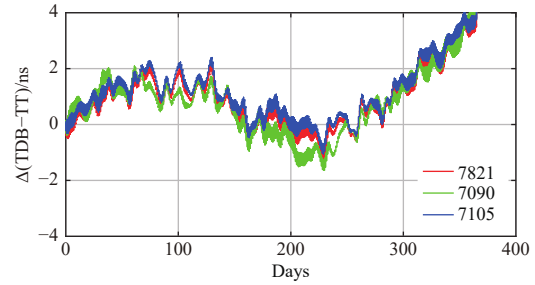


图5 7821站、7090站和7105站2012年3月1日至2013年3月1日级数解析解计算结果与数值积分结果对比

Fig. 5 Comparison of series analytical solutions with numerical integration results for stations 7821, 7090, and 7105 from March 1, 2012 to March 1, 2013

若LEO卫星的星上原时已修正至GNSS时间(GNSS Time, GNSST), 则其星上原时与坐标时的转换只需在(28)式或(29)式的基础上添加GNSST与TT的时间系统偏差即可:

$$TDB - \tau_{leo} = TDB - TT + [TT - GNSST]. \quad (30)$$

对于低轨导航卫星或在时间修正时进行了GNSS协议相对论修正的LEO卫星, 则需要在(30)式的基础上, 额外添加GNSS协议相对论修正项, 以保证卫星时间与GNSS时间的严格同步^[23], 即:

$$TDB - \tau_{leo} = TDB - GNSST + \frac{1}{c^2} (\mathbf{X}_{TT}^T \cdot \dot{\mathbf{X}}_{TT}). \quad (31)$$

对于未进行时间修正的LEO卫星, 可将其星上时间看作为原时. LEO星上原时与TDB之间的转换, 也需要遵循(27)式的时间转换链条. 即先将星上原时转换至TT, 再利用(28)式或(29)式将TT转换至TDB. 根据GCRS度规, LEO星上原时与TT之间的转换可采用下式计算^[24]:

$$\begin{aligned} TT - \tau_{leo} &= (TT_0 - \tau_{leo}(TT_0)) + \\ &\int_{TT_0}^{TT} \left[\frac{1}{c^2} \left(U_E + U_{tid} + \frac{v_{leo}^2}{2} \right) - L_G \right] dt, \end{aligned} \quad (32)$$

其中, U_E 是地球引力势在LEO卫星钟位置的值; U_{tid} 是日月等天体产生的潮汐势; v_{leo} 为LEO卫星时钟在GCRS下的运动速度.

对于地月空间DRO卫星, 可假设其星上时间

始终为原时, 则可通过如下时间转换链条, 实现地月DRO卫星的星上原时 τ_{dro} 与TDB的转换:

$$\tau_{\text{dro}} \rightarrow \text{TCB} \xrightarrow{(D)} \text{TDB}. \quad (33)$$

根据BCRS度规, τ_{dro} 与TDB之间的时间转换可采用下式计算^[25]:

$$\text{TDB} - \tau_{\text{dro}} = (\text{TDB}_0 - \tau_{\text{dro}}(\text{TDB}_0)) + \int_{\text{TDB}_0}^{\text{TDB}} \left[\frac{1}{c^2} \left(U_{\text{total}} + \frac{1}{2} v_{\text{dro}}^2(t) \right) - L_B \right] dt, \quad (34)$$

其中, U_{total} 为各太阳系天体在DRO卫星时钟处的引力势; $v_{\text{dro}}(t)$ 为DRO卫星时钟在BCRS下的运动速度. 结合(22)式, 卫星原时与坐标时的差异对DOWR观测值的影响可表示为:

$$\delta t_{B3} - \delta t_{B2} = \int_{t_2}^{t_3} \left[\frac{U_{\text{total}}}{c^2} + \frac{1}{2} \frac{v^2(t)}{c^2} - L_B \right] dt, \quad (35)$$

$$\delta t_{A1} - \delta t_{A4} = (\text{TDB} - \text{TT})_{t_1} - (\text{TDB} - \text{TT})_{t_4}. \quad (36)$$

可以看到, (35)式主要由DRO轨道以及 $t_3 - t_2$ 决定. 为方便分析(35)式的量级, 本文针对表1中的4个DRO轨道, 对该项进行了总时长3个月的分析计算, 结果如图6所示.

由图6可知, 随着 $t_3 - t_2$ 的不断增大, (35)式的量级也从 $< 1 \text{ ns}$ 逐渐增加至 $< 20 \text{ ns}$. 该量级对DOWR而言不可忽视, 因此必须在观测值中对该项进行修正.

考虑到目前LEO卫星搭载星载GNSS接收机实现卫星时间与GNSS时间的高精度时间同步已十分普遍^[26-27], 故(36)式以及本文后续内容将使用(31)式对LEO卫星的广义相对论时钟改正项进行计算.

图7展示了不同LEO卫星(Sentinel-1A、Sentinel-3B和Swarm-B)对(36)式进行的分析计算结果. 由图7可知, LEO卫星的广义相对论时钟改正项对DOWR的影响比DRO卫星的更为显著. 随着 $t_4 - t_1$ 的不断增大, 该项幅值也从 5 ns 逐渐增加至 60 ns , 因此也必须在观测值中对该项进行修正.

3.4.3 上下行观测时间间隔对DOWR的影响

由(22)式, 上下行观测时间间隔 dT 决定了卫星钟差对DOWR观测值的影响量级, 这部分已经

在上一节讨论完毕. 同时, dT 产生的时标误差会使卫星位置的插值结果有偏, 进而对光行时计算造成不良影响.

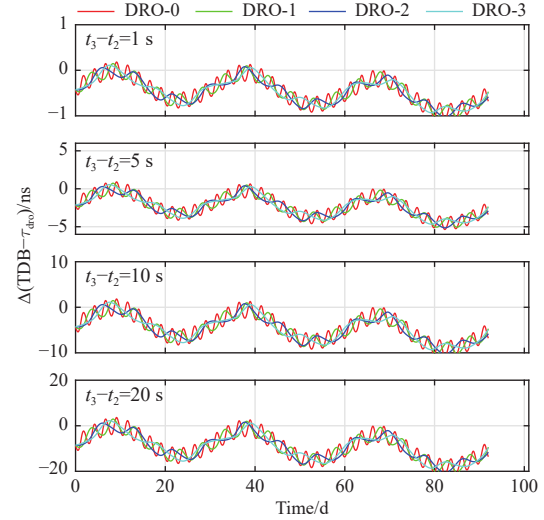


图 6 对不同轨道周期的地月DRO轨道, 在2020年1月1日至2020年4月1日共90 d的相对论效应时延量级分析

Fig. 6 General relativistic clock correction for Earth-Moon DRO orbits with different orbital periods over a 90-day period from January 1, 2020, to April 1, 2020

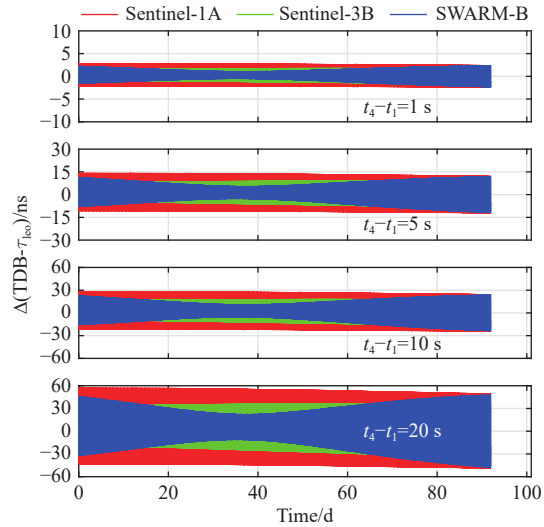


图 7 对不同LEO卫星, 在2020年1月1日至2020年4月1日共90 d的相对论效应时延量级分析

Fig. 7 General relativistic clock correction for LEO satellites over a 90-day period from January 1, 2020, to April 1, 2020

为方便分析, 上下行观测时间间隔 dT 可进一步写为:

$$dT = \tau_3 - \tau_2 = t_3 - t_2 + \delta t_{B2} - \delta t_{B3} + a_{B1} \cdot (t_3 - t_2). \quad (37)$$

由(37)式, dT 同样包含相对论钟差改正项以及物理钟差改正项. 其中, dT 的相对论钟差改正项可依据(35)式进行修正; dT 的物理钟差改正项则依赖卫星钟速的修正精度. 若考虑LEO卫星相对地球运行速度约 $7.2 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$, DRO卫星相对地球运行速度约 $1.5 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$, 则在第3.4.1节中的假设下, 由时钟随机噪声在短时间 ($dT \leq 20 \text{ s}$) 内引入的LEO-DRO相对位置误差优于 $2 \times 10^{-4} \text{ mm}$, 远小于DOWR的测量误差. 因此, dT 的物理钟差改正项可忽略不计.

3.5 地月空间航天器轨道确定

在地月空间中, 航天器在运动过程中会受到多种作用力的影响. 其在惯性坐标系下的运动方程可以由以下微分方程描述:

$$\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{f}_{\text{TB}} + \mathbf{f}_{\text{NB}} + \mathbf{f}_{\text{NS}} + \mathbf{f}_{\text{TD}} + \mathbf{f}_{\text{RL}} + \mathbf{f}_{\text{SR}} + \mathbf{f}_{\text{DG}} + \mathbf{f}_{\text{TH}}, \quad (38)$$

其中, $\mathbf{r}$ 、 $\dot{\mathbf{r}}$ 和 $\ddot{\mathbf{r}}$ 分别是航天器质心的位置、速度和加速度矢量; $\mathbf{f}_{\text{TB}}$ 是二体问题作用力; $\mathbf{f}_{\text{NB}}$ 是N体引力摄动; $\mathbf{f}_{\text{NS}}$ 是中心天体非球形引力摄动; $\mathbf{f}_{\text{TD}}$ 是中心天体潮汐摄动; $\mathbf{f}_{\text{RL}}$ 是相对论效应对航天器运动的影响; $\mathbf{f}_{\text{SR}}$ 是太阳光压; $\mathbf{f}_{\text{DG}}$ 是地球高层大气对航天器的阻力, 对于靠近月球的航天器, 该项为0; $\mathbf{f}_{\text{TH}}$ 是作用在航天器上的其他作用力. 对于LEO卫星, (38)式在GCRS中描述; 对于地月DRO卫星, (38)式在月球天球坐标系 (Lunar Celestial Reference System, LCRS) 中描述. 地、月局部系与BCRS之间的转换参见文献[28].

令 $\mathbf{X} = (\mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}, \mathbf{p})^T$, 其中 $\mathbf{p}$ 是动力学参数矢量. 则航天器的状态方程和初始状态可写为:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}} = \mathbf{F}(\mathbf{X}, t) \\ \mathbf{X}(t_0) = \mathbf{X}_0 \end{cases}. \quad (39)$$

若初始时刻的轨道参数 $\mathbf{X}_0$ 已知, 则可通过对(38)式进行积分, 得到任意时刻 t 的卫星轨道参考

值 $\mathbf{X}(t)$. 对(39)式进行线性展开, 可得:

$$\dot{\mathbf{X}} = \dot{\mathbf{X}}^* + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}}|_{\mathbf{X}^*} (\mathbf{X} - \mathbf{X}^*). \quad (40)$$

令 $A = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}}|_{\mathbf{X}^*}$, $\mathbf{x} = \mathbf{X} - \mathbf{X}^*$, 则(40)式可写为:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x}, \quad (41)$$

其解的形式为:

$$\mathbf{x} = \Psi(t, t_0)\mathbf{x}_0, \quad (42)$$

其中, $\Psi(t, t_0)$ 为状态转移矩阵; $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(t_0)$ 为 $\mathbf{X}_0$ 的改正量. 若 t 时刻有线性化观测方程:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (43)$$

其中, $\mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial \mathbf{x}}$ 为观测值关于待估参数的偏导数; $\boldsymbol{\varepsilon}$ 为观测噪声, 且 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 的方差协方差矩阵为 $\mathbf{D}$. 若已知 $\mathbf{X}_0$ 的先验协方差为 $\mathbf{D}_X$, 结合(42)式和(43)式, 根据最小二乘批处理原理, 关于 $\mathbf{x}_0$ 的法方程迭代形式可写为:

$$\begin{cases} \mathbf{N}\mathbf{x}(t_0)_n = \Psi^T \mathbf{H}^T \mathbf{P} \cdot \mathbf{y} - \mathbf{D}_X^{-1} \mathbf{x}(t_0)_{n-1} \\ \mathbf{N} = \Psi^T \mathbf{H}^T \mathbf{P} \mathbf{H} \Psi + \mathbf{D}_X^{-1} \\ \mathbf{P} = \mathbf{D}^{-1} \end{cases}. \quad (44)$$

其中, 下标 $n = 1, 2, \dots$ 为迭代次数. 对上式进行求解即可得到改进后的轨道初值:

$$\hat{\mathbf{X}}_0 = \mathbf{X}_0^* + \hat{\mathbf{x}}_0. \quad (45)$$

通常需要对上述过程进行迭代求解, 以得到最终解.

3.6 LEO-地月DRO编队自主定轨可行性

根据文献[29], 若没有地面站参与, 在近地空间无法只依靠星间测距实现航天器编队的自主导航. 这与近地空间引力场的高度对称性有关[14].

文献[30]提出, 通过与地月空间中某些引力场高度不对称区域的航天器建立星间测量, 可以实现航天器编队的自主导航, 此即为LiAISON (Linked Autonomous Interplanetary Satellite Orbit Navigation) 自主导航原理. 为分析地月空间引力场不对称的程度, 文献[30]使用非对称度 α 来表征地月三体引力场非对称性的强弱, 即航天器

受到的第三体引力加速度大小与所有加速度大小之和的比值:

$$\alpha(x, y, z) = \frac{|\mathbf{a}_{3rd}(x, y, z)|}{\sum_{i=1}^n |\mathbf{a}_i(x, y, z)|}, \quad (46)$$

其中, $\mathbf{a}_i(x, y, z)$ 代表力学模型 i 在位置 (x, y, z) 的加速度, $i = 1, 2, \dots, n$. $\mathbf{a}_{3rd}(x, y, z)$ 为第三体引力加速度. 在地月空间中, 若航天器位置 (x, y, z) 靠近地球, 地球引力高于月球引力, 月球引力视为第三体; 相反若位置靠近月球, 地球引力视为第三体. 图8展示了地月空间中各区域的非对称度.

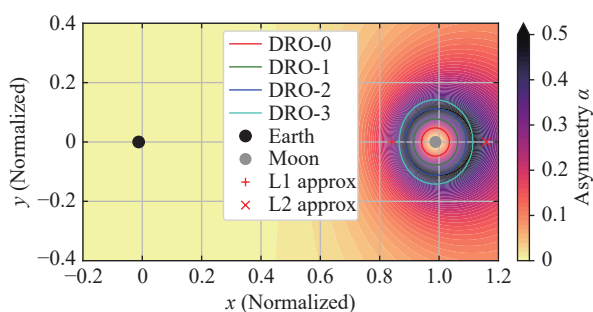


图 8 地月空间非对称度分析

Fig. 8 Strength of the asymmetry in cislunar space

由图8可知, 从地球至月球, 非对称度呈先增后降的变化趋势. 针对本文研究的LEO-地月DRO编队, 表2对各区域对应的非对称度进行了总结:

表 2 LEO和地月DRO所处区域的非对称度
Table 2 Strength of the asymmetry in LEO and Earth-Moon DRO regions

Orbit type	Orbital period	Strength of the asymmetry
LEO	1.68 h	0.00000547%
DRO-0	3.5 d	16.4%
DRO-1	6.0 d	34.1%
DRO-2	9.0 d	49.3%
DRO-3	12.0 d	38.8%

从表2中可以看到, 虽然LEO轨道的非对称度接近于0, 但与其组成编队的DRO轨道具有较高的非对称度. 根据文献[30]提出的LiAISON自主导

航理论, LEO-地月DRO编队具备实施自主导航的条件.

4 仿真算例设计

整个仿真过程遵循图9所示的流程进行. 即先基于动力学轨道积分生成DRO精密星历, 进而生成OWR观测值; 随后根据不同的上下行观测时间间隔, 对OWR观测值进行组合, 得到DOWR观测值; 然后利用该观测值对LEO-地月DRO编队进行自主定轨; 最后对定轨结果进行分析.

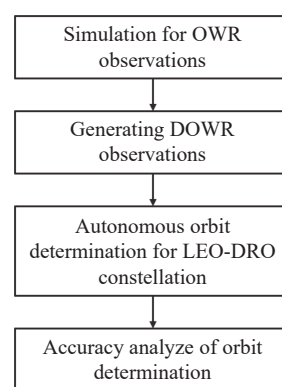


图 9 LEO-地月DRO编队自主定轨仿真流程

Fig. 9 LEO-Earth-Moon DRO constellation autonomous orbit determination simulation process

4.1 星座和载荷设置

本文使用欧空局发射的Sentinel-1A (后文简称SE1A)、Sentinel-3B (后文简称SE3B)和Swarm-B (后文简称SWMB) 3颗卫星组成的LEO卫星编队进行仿真实验. LEO卫星编队在近地空间中的分布情况如图10所示.

DRO卫星则使用前述4个不同轨道周期的DRO轨道. 表3和表4展示了2020年1月2日0时0分0秒(UTC)时刻, 各DRO卫星在LCRS下的轨道初值.

4.2 观测值仿真设置

在OWR观测值仿真中使用的模型和计算策略如表5所示^[31-34].

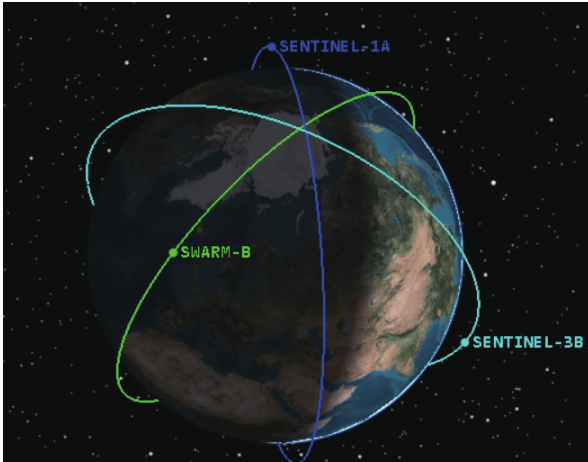


图 10 LEO卫星轨道分布图

Fig. 10 LEO satellites orbit distribution

在仿真中,使用国际地球自转服务(International Earth Rotation and Reference Systems Service, IERS)发布的地球自转参数(Earth Orientation Parameter, EOP) Bulletin A产品;太阳系行星位置与月球自转参数来自喷气推进实验室(Jet Propulsion Laboratory, JPL)发布的Development Ephemerides (DE440)^[31]. 月球引力场模

型选用Grail Gravity Model (GRGM900C)^[33], 引力场阶数截止至 100×100 阶.

表 3 各地月DRO轨道位置初值(单位: km)
Table 3 Initial position of Earth-Moon DRO satellites (unit: km)

Satellite	x	y	z
DRO-0	-18900.960	-1.720	1875.502
DRO-1	-29768.918	-2.708	2953.906
DRO-2	-40716.531	-3.705	4040.215
DRO-3	-49223.375	-4.479	4884.331

表 4 各地月DRO轨道速度初值(单位: $\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$)
Table 4 Initial velocity of Earth-Moon DRO satellites (unit: $\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$)

Satellite	v_x	v_y	v_z
DRO-0	0.0178280	0.4575956	0.1895429
DRO-1	0.0143245	0.3721242	0.1541565
DRO-2	0.0125884	0.3297702	0.1366215
DRO-3	0.0118551	0.3118817	0.1292154

表 5 观测值仿真中的参数设置
Table 5 Settings in observation simulation

Items	Models & Description
Earth orientation parameters	EOP IERS Bulletin A
Lunar orientation parameters	DE440 ^[31]
LEO reference orbit	Precise orbit provided by TU Graz ^[32]
Spacecraft clocks	Consider the general relativity corrections only
Gravity model	DRO: GRGM900C (100×100) ^[33]
Nbody	DE440 ^[31]
General relativity	IERS 2010 Conventions
Solar radiation pressure	Cannon-ball model
Empirical accelerations	Consider the parameters of Ca, Sa, Cc and Sc for the along- and cross-track directions (cosine/sine)

表5 续
Table 5 Continued

Items	Models & Description
Integrator	Krogh-Shampine-Gordon integrator ^[34]
Integral step	60 s
Antenna half-cone angle	30°
Sampling for observation	120 s
Random Noise	OWR: 1 m

为实现快速、高精度的观测值仿真, 本文使用奥地利Technische Universität Graz (TU Graz) 基于星载GNSS精密定轨得到的厘米级动力学轨道作为LEO卫星的轨道真值, 并直接参与观测值仿真. 考虑到常规地月空间航天器的定轨精度为米级, 因此直接使用厘米级精密轨道产品作为真值不会影响最终的定轨精度水平.

观测值仿真过程中, LEO卫星和DRO卫星的天线均简化为圆锥体指向模型, 且天线相位中心与卫星质心重合. LEO天线采用天顶指向, 其天线半张角设置为30°; DRO天线始终瞄准地球, 其天线半张角能覆盖整个近地空间. 当LEO-地月DRO矢量与天线主轴的夹角在视场范围内时, 认为链路可通.

由于LEO卫星轨道周期较短, 故不宜将定轨弧段设置过长. 结合LEO-地月DRO的可视情况, 可划分6个定轨弧段, 每个定轨弧段仅需一颗LEO卫星参与星间链路, 使得不同LEO卫星可轮流观测, 实现对DRO卫星的接力观测. 图11展示了在考虑地月遮挡情况下, LEO卫星对4颗DRO卫星的可视时间分布以及本文的定轨弧段划分情况. 表6展示了各定轨弧段的始末年积日(Day Of Year, DOY)以及参与的LEO卫星情况.

为分析不同上下行观测时间间隔dT下的自主定轨结果精度, 在组合生成DOWR观测值时, 本文选取了不同的dT (包括0 s、5 s、10 s和20 s), 以进行对比分析. 考虑到目前各国对地月航天器的测距水平^[7, 35], 本文设置单程星间测距的观测噪声为1 m. 采样率设置为120 s.

4.3 自主定轨策略

根据表6, 不同定轨弧段使用了不同的LEO卫

星进行自主定轨, 因此各LEO卫星的动力学信息难以实现时间上的连续. 考虑到星载GNSS技术的广泛应用, 在对每个弧段进行自主定轨前, 使用LEO卫星的星载GNSS观测数据以及GNSS广播星历进行精密定轨, 从而获取LEO卫星的轨道初值. 在自主定轨阶段, 仅使用DOWR观测值.

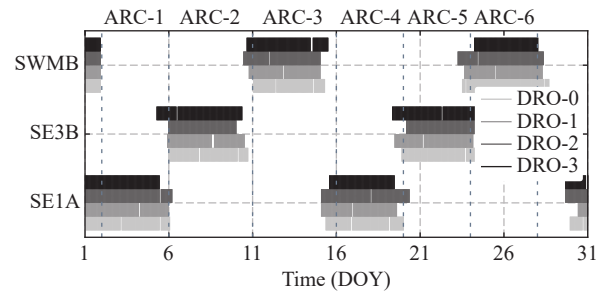


图 11 各LEO卫星对地月DRO卫星的可视时间

Fig. 11 Visibility durations of Earth-Moon DRO satellites from each LEO satellite

表 6 各定轨弧段始末时刻
Table 6 Table of start and end times for each POD arcs

ARC	LEO	Start DOY	End DOY
1	SE1A	002.0	006.0
2	SE3B	006.0	011.0
3	SWMB	011.0	016.0
4	SE1A	016.0	020.0
5	SE3B	020.0	024.0
6	SWMB	024.0	028.0

由于DRO卫星轨道周期较长(大于定轨弧长), 因此需要每次定轨结束后, 输出用于下一个定轨

弧段的初轨信息及其不确定度以维持其动力学信息的连续性,甚至期望能通过多个弧段的积累,提高DRO卫星的定轨精度.

在动力学参数设置方面,考虑到实际工程任务中,常使用月球预报星历获取月球位置信息,以JPL发布的DE430与DE440为例,两者计算所得地月距离差异为分米至米级^[36],该差异会对光行时计算造成影响,因此为尽可能符合工程实际,本文使用DE430^[37]星历以模拟月球星历误差对自主定轨的影响.地球非球形引力场采用EIGEN-GL04C (GRACE- and LAGEOS-based high resolution combination European Improved Gravity model of the Earth by New techniques)模型^[38],截断至 $120\times$

120阶.月球非球形引力场采用GRGM900C模型^[33],截断至 50×50 阶.其他动力学模型以及参数估计策略列于表7^[33-34, 37-43].

5 定轨结果分析

5.1 DRO卫星与LEO卫星定轨结果分析

图12~15展示了各DRO卫星不同上下行观测时间间隔下的自主定轨精度,即三维均方根(3D-Root-Mean-Square, 3D-RMS).从图中可知,在考虑月球星历预报误差后,不同上下行观测时间间隔下DOWR观测值的定轨性能相当,均能实现优于50 m的定轨精度.

表 7 自主定轨中的参数设置
Table 7 Settings in autonomous orbit determination

Items	Models & Description
Measurement Model	
LEO satellite attitude	Nominal attitude ^[39-41]
Outlier observation process	3 σ criterion
Parameter estimation	Batch least-squares estimation
Dynamic Model	
Earth orientation parameters	EOP IERS Bulletin A
Lunar orientation parameters	DE430 ^[37]
Gravity model	LEO: EIGEN GL04C (120×120) ^[38] , DRO: GRGM900C (50×50) ^[33]
Nbody	DE430 ^[37]
Solid earth tide	IERS 2010 Conventions
Ocean tide	FES2004 ^[42]
Pole tides	IERS 2010 Conventions
General relativity	IERS 2010 Conventions
Solar radiation pressure	Cannon-ball model
Atmospheric drag	NRLMSIS-00 ^[43]
Empirical accelerations	Consider the parameters of Ca, Sa, Cc and Sc for the along- and cross-track directions (cosine/sine)
Integrator	Krogh-Shampine-Gordon integrator ^[34]
Integral step	LEO: 15 s; DRO: 60 s

表7 续
Table 7 Continued

Items	Models & Description
Solved Parameters	
Orbit parameters	Position and velocity at initial epoch for all spacecrafts
Solar radiation factor	LEO: 1 factor for each arc, DRO: 1 factor for each arc
Atmospheric drag factor	LEO: 1 factor for every 24 hours
Empirical accelerations	LEO: 1 factor for every 24 hours, DRO: 1 factor for each arc
Parameters Prior	
Information	
Orbit parameters	LEO: Calculated by spaceborne GNSS data and GNSS broadcast ephemeris, DRO: Integrated from last POD arc
Solar radiation factor	Init value: 2; Standard deviation: 2
Atmospheric drag factor	Init value: 2; Standard deviation: 2
Empirical accelerations	Init value: $0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$; Standard deviation: $1 \times 10^{-8} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

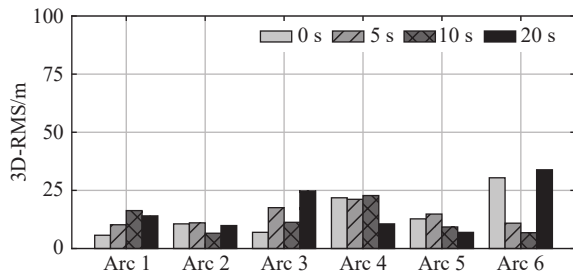


图 12 DRO-0在不同上下行观测时间间隔下的定轨精度

Fig. 12 Autonomous orbit determination accuracy of DRO-0 under different uplink-downlink observation intervals

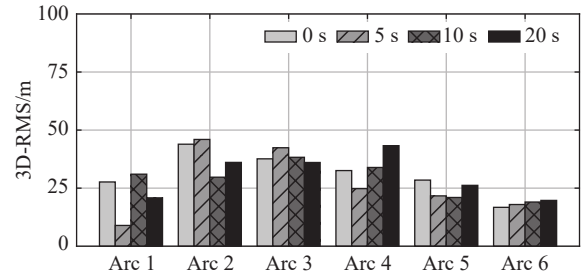


图 14 DRO-2在不同上下行观测时间间隔下的定轨精度

Fig. 14 Autonomous orbit determination accuracy of DRO-2 under different uplink-downlink observation intervals

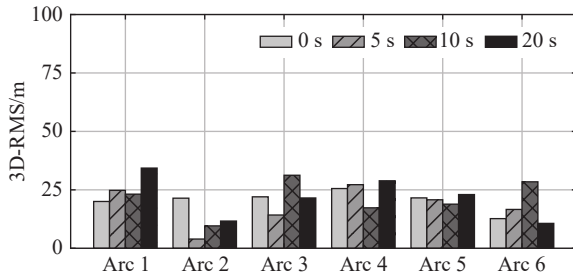


图 13 DRO-1在不同上下行观测时间间隔下的定轨精度

Fig. 13 Autonomous orbit determination accuracy of DRO-1 under different uplink-downlink observation intervals

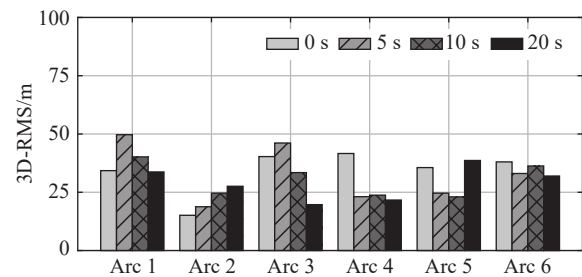


图 15 DRO-3在不同上下行观测时间间隔下的定轨精度

Fig. 15 Autonomous orbit determination accuracy of DRO-3 under different uplink-downlink observation intervals

表8统计了当 $dT=5$ s时,各DRO卫星在径向(Radial, R)、切向(Tangential, T)和法向(Normal, N)的轨道精度 ΔR 、 ΔT 、 ΔN 。

从表8可知,当 $dT=5$ s时,所有DRO卫星的定轨精度优于50 m,尤其轨道周期最短的DRO-0,其定轨精度优于20 m。同时,随着DRO运行周期的增长,整体定轨精度也会不断降低,且所有DRO卫星的轨道误差主要集中于轨道N方向。一方面,这与定轨弧长较短有关。本文选取的定轨弧长小于DRO-1、DRO-2和DRO-3卫星的轨道周期,导致了其定轨精度随轨道周期的增长而降低,也使得轨道N方向的误差更显著。这样的现象在地球GEO卫星定轨中也存在^[44]。

另一方面,这也受LEO-地月DRO观测几何的

影响。由于DRO卫星轨道位于近白道面内,同时LEO-地月DRO视线方向几乎与白道面平行,使得观测值对轨道面变化不敏感,如表8中DRO-0卫星,虽然定轨弧长大于该卫星的轨道周期,但由于观测几何的影响,其N方向的轨道误差(多为10–20 m)相比R方向和T方向的轨道误差(米级甚至亚米级)更为显著。

为进一步分析LEO定轨结果,表9展示了不同 dT 取值下,各LEO卫星在RTN 3个方向的定轨精度。从表9中可以看到,LEO卫星轨道误差主要分布于轨道T方向,这与定轨中估计的大气阻力系数频率和精度较低有关。在轨道N方向精度最高,均为分米级。

表 8 $dT = 5$ s时,各DRO卫星在RTN方向下的定轨精度(单位: m)
Table 8 Autonomous orbit determination accuracy of all DROs in RTN-directions when $dT = 5$ s
(unit: m)

Arc	DRO-0				DRO-1				DRO-2				DRO-3			
	ΔR	ΔT	ΔN	3D	ΔR	ΔT	ΔN	3D	ΔR	ΔT	ΔN	3D	ΔR	ΔT	ΔN	3D
1	0.33	0.57	10.20	10.22	0.48	0.81	24.76	24.78	1.19	3.29	8.23	8.94	34.57	27.82	22.36	49.69
2	0.32	0.70	11.02	11.05	0.43	0.87	3.83	3.95	4.80	1.55	45.69	45.97	3.47	10.69	15.06	18.79
3	0.64	1.38	17.50	17.57	0.23	0.27	14.23	14.23	0.92	1.10	42.36	42.38	10.94	13.59	42.71	46.14
4	1.09	0.95	21.12	21.17	0.71	0.49	27.20	27.21	4.98	3.16	24.08	24.79	8.20	4.78	21.07	23.10
5	0.17	0.34	14.82	14.82	1.18	0.83	20.70	20.75	0.89	0.99	21.63	21.67	3.31	3.47	24.15	24.63
6	0.32	0.81	10.87	10.90	2.18	1.48	16.41	16.62	4.24	8.67	15.14	17.95	10.17	12.24	28.98	33.06

相比DRO卫星,LEO卫星作为地球卫星,具有更强的轨道动力学约束,同时在自主定轨中,LEO卫星也使用了广播星历定轨结果的方差协方差作为先验约束,因此LEO卫星的定轨精度较高,为米级,如图16所示。

5.2 上下行观测时间间隔增长的影响

法方程的条件数(法方程的最大特征值和最小特征值之比)能表征估计系统的可观性^[14],同时为更清晰地表达条件数变化趋势,可以对条件数进行归一化,形成归一化条件数如下:

$$\text{Cond}_{\text{norm}} = \frac{\text{Cond} - \min(\text{Cond})}{\max(\text{Cond}) - \min(\text{Cond})}, \quad (47)$$

其中,Cond为条件数;Cond_{norm}为归一化条件数。图17展示了不同上下行观测时间间隔 dT 下的条件数、归一化条件数和对应LEO卫星各弧段的平均定轨精度。

从图17可知,各弧段不同上下行观测时间间隔 dT 下的条件数量级一致,但随着 dT 的增长,归一化条件数产生了明显的下降趋势,说明系统可观性随着 dT 的增长而增强。

DOWR对卫星轨道形状的敏感程度增加是产

生该现象的根本原因. 如图18所示, LEO卫星于 τ_1 时刻发射信号, DRO卫星于 τ_2 时刻接收; DRO卫星经过dT后于 $\tau_3 = \tau_2 + \text{dT}$ 时刻发射信号, LEO卫星于 τ_4 时刻接收到. 若dT增加为dT', 则DRO卫星于 τ_3' 时刻发射信号, LEO卫星于 τ_4' 时刻

接收到. 由于 $\tau_4' - \tau_1 > \tau_4 - \tau_1$, 且 $\tau_3' - \tau_2 > \tau_3 - \tau_2$, 因此dT'下LEO / DRO的“发射-接收基线”相比dT下更长. 因此更长的上下行观测时间间隔下的DOWR包含了更多LEO / DRO的轨道变化信息, 进而提高了观测系统的观测几何.

表 9 在不同上下行观测时间间隔下, 各弧段LEO卫星在RTN方向的定轨精度(单位: m)
Table 9 Autonomous orbit determination accuracy of LEO satellites in RTN-directions under different uplink-downlink observation intervals (unit: m)

Arc	Radial				Tangential				Normal			
	0 s	5 s	10 s	20 s	0 s	5 s	10 s	20 s	0 s	5 s	10 s	20 s
1	0.89	0.58	0.38	0.52	2.17	1.32	1.05	1.14	0.5	0.2	0.54	0.83
2	1.5	2.62	1.15	2.26	3.55	6.44	3.11	5.39	0.35	0.51	0.42	0.62
3	0.19	0.54	0.53	0.29	0.83	1.98	1.96	1.54	0.43	0.46	0.62	0.57
4	0.44	0.63	0.39	0.38	1.44	1.78	0.96	1.41	0.82	0.95	0.96	0.55
5	2.04	2.43	0.91	1.5	4.76	5.77	2.22	3.75	0.69	0.85	0.47	0.3
6	2.27	1.91	1.84	2.47	5.39	4.65	4.5	5.91	0.38	0.33	0.43	0.48

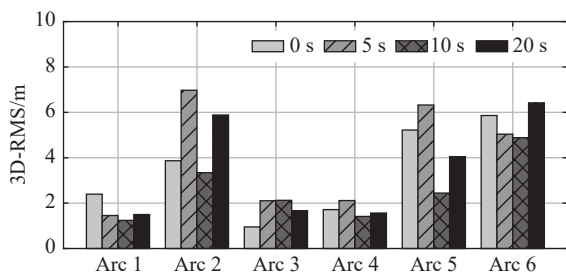


图 16 LEO卫星在不同上下行观测时间间隔下的定轨精度

Fig. 16 Autonomous orbit determination accuracy for all LEO satellites under different uplink-downlink observation intervals

需要指出的是, 在目前的仿真条件下, 更长的上下行观测时间间隔对LEO-地月DRO编队自主定轨精度提升的贡献并不明显. 主要原因在于, 仿真中设置的上下行观测时间间隔较短, 对观测几何的提升有限, 导致其被观测噪声以及DRO轨道周期较长等其他因素淹没. 但它对整个观测系统的调度提出了更低的要求, 提升了观测系统的容错能力. 例如从图12~16可知, 不论是dT=0 s, 还是dT=20 s, LEO卫星和DRO卫星在不同方案下的定

轨精度相当. 这说明在LEO-地月DRO编队自主定轨系统中, 在保证观测值精度的前提下, 可不必过多要求上下行观测时间间隔的长短. 这对我国未来实施地月空间相关任务提高观测系统冗余度具有一定的参考意义.

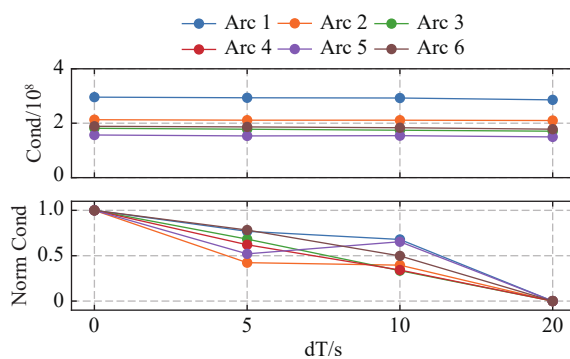


图 17 各定轨弧段的条件数、归一化条件数和不同上下行观测时间间隔下LEO卫星的平均定轨精度

Fig. 17 Normalized condition numbers for each orbit determination arc and average autonomous orbit determination accuracy of LEO satellites at different uplink-downlink observation intervals

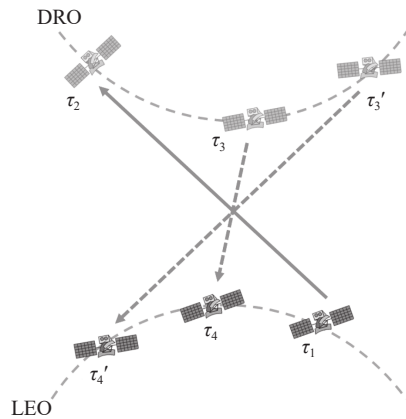


图 18 不同上下行观测时间间隔导致的LEO/DRO发射-接收信号时刻位置变化

Fig. 18 Transmission and reception position changes of LEO/DRO satellite caused by different uplink-downlink observation intervals

6 结论

作为人类探索深空的前哨,地月空间目前受到高度关注.研究基于星间链路的地月空间航天器自主导航,对未来我国发展地月空间PNT事业具有重要意义.

本文详细讨论了LEO-地月DRO编队基于不同上下行时间间隔DOWR观测值自主导航的理论方法和相关技术,包括DRO轨道搜索方法、BCRS下DOWR观测值建模及其卫星钟差修正和地月空间航天器精密定轨等技术.并基于自主搜索的多种周期的DRO轨道进行了仿真验证分析.仿真结果表明,在考虑月球星历预报误差后,使用秒级甚至十秒量级上下行观测时间间隔的DOWR观测值,均能实现优于50 m的LEO-地月DRO自主定轨精度,且该精度会随着DRO轨道周期的增长而呈下降趋势.同时,适当增长上下行观测时间间隔能提高系统的可观性,但该提升程度有限,因而对定轨精度的提升效果不明显,不同上下行观测时间间隔下LEO-地月DRO编队自主定轨精度相当.

应当指出,本文旨在剥离时钟误差干扰,专注于分析观测几何与动力学特性对定轨精度的影响,故在仿真策略上对钟差项做了一定简化.在工程实践中,长间隔观测对星载原子钟的短期稳定性

提出了更高要求.因此,未来我国实施地月空间相关任务时,需结合星载时频系统的实际性能进行综合权衡,在满足精度要求的前提下,方可适当降低对上下行观测时间间隔的要求,从而有效提升观测系统的冗余度.

通过上述研究,本文积累了地月空间星间自主导航高精度轨道确定的相关理论和方法经验,同时面向未来地月空间PNT服务的重大需求,研究结论对我国未来实施地月空间相关任务也具有一定的参考意义.

致谢 感谢审稿人对文章提出的宝贵建议,使得文章的质量有了显著的提高.

参考文献

- [1] 郭树人,李罡,董明,等.深空探测学报(中英文),2025,12: 367
- [2] Huang Y, Yang P, Chen Y, et al. SSPMA, 2023, 53: 229513
- [3] 吴小婧,曾凌川,巩应奎.北京航空航天大学学报,2020,46: 883
- [4] 刘佳,宋叶志,黄乘利,等.天文学报,2023,64: 66
- [5] Liu J, Song Y, Huang C, et al. ChA&A, 2024, 48: 292
- [6] 陈明,唐歌实,曹建峰,等.武汉大学学报(信息科学版),2011,36: 212
- [7] Huang Y, Chang S, Li P, et al. ChSBu, 2014, 59: 3858
- [8] Cao J, Huang Y, Hu X, et al. ChSBu, 2010, 55: 3654
- [9] Xie X, Geng T, Ma Z, et al. GPSS, 2022, 26: 106
- [10] 蒲京辉,李霜琳,刘江凯,等.深空探测学报(中英文),2023,10: 641
- [11] Tang C, Hu X, Zhou S, et al. JGeod, 2018, 92: 1155
- [12] Yang J, Tang C, Hu X, et al. JGeod, 2023, 97: 77
- [13] 曹建峰,满海钧,王文彬,等.武汉大学学报(信息科学版),2025,50: 637
- [14] 王文彬.基于DRO-LEO编队的地月航天器自主导航与授时研究,北京:中国科学院大学,2020: 8-29
- [15] 李翔宇,乔栋,程满.力学学报,2021,53: 1223
- [16] Henon M. A&A, 1969, 1: 223
- [17] Bezrouk C J, Parker J. AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference, San Diego: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2014: 4424
- [18] 曹建峰,满海钧,黄勇,等.深空探测学报(中英文),2025,12: 50
- [19] Klipstein W M, Arnold B W, Enzer D G, et al. SSRv,

- 2013, 178: 57
- [20] Soffel M, Klioner S A, Petit G, et al. *AJ*, 2003, 126: 2687
- [21] Turyshchev S G, Williams J G, Boggs D H, et al. *ApJ*, 2025, 985: 140
- [22] Fairhead L, Bretagnon P. *A&A*, 1990, 229: 240
- [23] Ashby N. *LRR*, 2003, 6: 1
- [24] 韩春好. *天文学进展*, 2002, 20: 107
- [25] 潘军洋, 谢懿. *深空探测学报*, 2015, 2: 69
- [26] Mao X, Wang W, Gao Y. *AsDyn*, 2024, 8: 349
- [27] 徐可馨, 周旭华, 彭海龙, 等. *天文学报*, 2024, 65: 64
- [28] Soffel M, 韩文标. *相对论天体力学和天体测量学*, 北京: 科学出版社, 2015: 114-135
- [29] Liu Y C, Liu L. *ChJAA*, 2001, 1: 281
- [30] Hill K A. *Autonomous Navigation in Libration Point Orbits*, University of Colorado, Boulder, 2007: 11-26
- [31] Park R S, Folkner W M, Williams J G, et al. *AJ*, 2021, 161: 105
- [32] Mayer-Gürr T, Behzadpour S, Eicker A, et al. *CG*, 2021, 155: 104864
- [33] Lemoine F G, Goossens S, Sabaka T J, et al. *GeoRL*, 2014, 41: 3382
- [34] 张强, 刘林. *紫金山天文台台刊*, 1998, 17: 19
- [35] Bauer S. *Application of One-way Laser Ranging Data to the Lunar Reconnaissance Orbiter (LRO) for Time Transfer, Clock Characterization and Orbit Determination*, Technische Universität Berlin, 2017: 1-31
- [36] 刘婉逸, 邹贤才, 袁路萍. *大地测量与地球动力学*, 2022, 42: 925
- [37] Folkner W M, Williams J G, Boggs D H, et al. *The Planetary and Lunar Ephemerides DE430 and DE431*. IPN Progress Report, 2014: 42-196
- [38] Förste C, Schmidt R, Stubenvoll R, et al. *JGeod*, 2008, 82: 331
- [39] Fernández M, Peter H, Arnold D, et al. *AdSpR*, 2022, 70: 249
- [40] Montenbruck O, Hackel S, Jäggi A. *JGeod*, 2018, 92: 711
- [41] Luo P, Jin S, Shi Q. *Senso*, 2022, 22: 1071
- [42] Lyard F, Lefevre F, Letellier T, et al. *OcDyn*, 2006, 56: 394
- [43] Picone J M, Hedin A E, Drob D P, et al. *JGRA*, 2002, 107: 1468
- [44] 宋叶志, 黄勇, 杨建华, 等. *宇航学报*, 2020, 41: 270

Analysis of Autonomous Orbit Determination for LEO-Earth-Moon DRO Constellation Using Time-Delayed Inter-satellite Ranging Observation

LUO Peng^{1,2} SONG Ye-zhi^{1,2} HU Xiao-gong^{1,2} CHEN Chang-shao^{1,2}

(1 Shanghai Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200030)

(2 University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 101408)

ABSTRACT To address the demand for autonomy and high precision in cislunar space navigation, this study focuses on a heterogeneous constellation composed of Low Earth Orbit (LEO) satellites and Earth-Moon Distant Retrograde Orbit (DRO) satellites. The theoretical method for differential correction of DRO orbits under the Circular Restricted Three-Body Problem (CR3BP) is introduced. In the Barycentric Celestial Reference System (BCRS), a combined observation model for Dual One-Way Ranging (DOWR) is established, and the clock biases caused by light-time delay and general relativistic effects are quantitatively analyzed. Based on numerical simulations, the impact of different uplink-downlink observation intervals on the autonomous orbit determination accuracy of the LEO-Earth-Moon DRO constellation is investigated under non-instantaneous observation conditions. The simulation results show that: (1) In the cislunar space environment, the ranging error in DOWR caused by general relativistic effects reaches the order of 5–30 ns, which is an error term that must be corrected. (2) Autonomous orbit determination for the LEO-Earth-Moon DRO constellation can be achieved using only DOWR observations. Specifically, the three-dimensional positioning accuracy of LEO satellites is better than 10 m. For DRO satellites, the accuracy is better than 50 m, with errors primarily concentrated in the orbital normal direction, while radial and tangential accuracies can reach the meter level in some arc segments. (3) Within the range of 0–20 seconds for uplink-downlink observation time intervals, extending the interval can improve system observability. However, due to the short duration of the interval, the improvement is limited, and the enhancement of overall autonomous orbit determination accuracy is not significant. The accuracy of different schemes is comparable. These results indicate that, subject to maintaining measurement accuracy, the temporal constraints on uplink-downlink observation intervals for the LEO-Earth-Moon DRO constellation orbit determination system can be relaxed. This relaxation contributes to enhanced system robustness and operational redundancy. This study validates the feasibility of high-precision autonomous navigation for LEO-Earth-Moon DRO heterogeneous constellation in cislunar space, providing a theoretical basis and technical reference for the design of future cislunar navigation constellations.

Key words spacecraft: earth-moon distant retrograde orbit (DRO) satellite, spacecraft: low earth orbit (LEO) satellite, celestial mechanics: orbit determination, methods: inter-satellite link, methods: autonomous orbit determination