



中国科学院大学

University of Chinese Academy of Sciences

博士学位论文

地月空间星间测量自主导航高精度轨道确定研究

作者姓名： 罗 鹏

指导教师： 胡小工 正高级工程师 中国科学院上海天文台

宋叶志 正高级工程师 中国科学院上海天文台

学位类别： 理学博士

学科专业： 天体测量与天体力学

培养单位： 中国科学院上海天文台

2026 年 06 月

Research on High-Precision Orbit Determination Using
Inter-Satellite Measurements for Autonomous Navigation in
Cislunar Space

A dissertation submitted to
University of Chinese Academy of Sciences
in partial fulfillment of the requirement
for the degree of
Doctor of Philosophy
in Astrometry and Celestial Mechanics

By

LUO, Peng

Supervisor: Professor HU, Xiaogong

Professor SONG, Yezhi

Shanghai Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences

June, 2026

中国科学院大学 学位论文原创性声明

本人郑重声明：所呈交的学位论文是本人在导师的指导下独立进行研究工作所取得的成果。承诺除文中已经注明引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体享有著作权的研究成果，未在以往任何学位申请中全部或部分提交。对本论文所涉及的研究工作做出贡献的其他个人或集体，均已在文中以明确方式标明或致谢。本人完全意识到本声明的法律结果由本人承担。

作者签名：

日 期：

中国科学院大学 学位论文授权使用声明

本人完全了解并同意遵守中国科学院大学有关收集、保存和使用学位论文的规定，即中国科学院大学有权按照学术研究公开原则和保护知识产权的原则，保留并向国家指定或中国科学院指定机构送交学位论文的电子版和印刷版文件，且电子版与印刷版内容应完全相同，允许该论文被检索、查阅和借阅，公布本学位论文的全部或部分内 容，可以采用扫描、影印、缩印等复制手段以及其他法律许可的方式保存、汇编本学位论文。

涉密及延迟公开的学位论文在解密或延迟期后适用本声明。

作者签名：

日 期：

导师签名：

日 期：

摘要

随着世界各国持续拓展航天任务，太空飞行正由近地轨道向地月空间乃至更远深空发展，航天器对长时间不依赖地基测控的自主导航需求日益增长。与此同时，自主导航也是现有全球卫星导航系统 (Global Navigation Satellite System, GNSS) 体系的重要备份，对于增强导航体系韧性、提高复杂环境下独立运行能力和保障关键时空服务连续性具有战略价值。随着 GNSS 服务能力逐渐向深空拓展，GNSS 在星间链路 (Inter-Satellite Link, ISL)、自主定轨和时间同步等方面的技术积累，为构建地月空间高精度、自主化的定位、导航与授时 (Positioning, Navigation and Timing, PNT) 体系提供了重要参考。

围绕地月空间星间测量自主导航中的高精度轨道确定问题，本文研究从自主导航机理分析出发，逐步推进到模型与软件开发、典型异构星座验证以及工程应用拓展，相关结果可为未来地月空间自主导航与时空基准体系建设提供理论依据、方法与工程参考。主要研究成果和创新如下：

(1) 从圆型限制性三体问题 (Circular Restricted Three-Body Problem, CR3BP) 出发，对远逆行轨道 (Distant Retrograde Orbit, DRO) 轨道族的动力学特征及其在地月导航中的应用价值进行了介绍。随后，基于星间测距观测方程对近地空间与地月空间自主导航的可观测性差异进行了分析。结果表明，地月空间三体环境中的引力场非对称性能够打破传统二体动力学下的旋转对称性，从而使仅依赖星间测距恢复绝对轨道状态成为可能。

(2) 针对传统近地精密定轨软件难以直接适用于近地—深空跨区域异构编队联合处理的问题，研究了面向地月空间航天器高精度轨道确定的理论与软件框架。对地月空间导航涉及的时空基准及其相互之间的转换关系进行了梳理，对适用于近地空间、地月空间与近月空间的动力学模型和星间观测模型进行了研究，并作为主要成员研制了航天器定轨分析软件 (Spacecraft Orbit Determination Analyzer, SODA)，为后续异构组网自主导航分析提供了技术条件。

(3) 在上述理论与软件支撑下，围绕低地球轨道 (Low Earth Orbit, LEO) 卫星与 DRO 航天器跨区域异构编队自主导航问题，研究了上下行观测时间间隔及轨道面与白道面夹角对定轨性能的影响。结果表明，在观测值精度以及航天器时钟和硬件系统可承受范围内，适当放宽上下行观测时间间隔对最终定轨精度影响较小，甚至有助于提高系统可观性，从而降低系统对严格同步观测的要求并提高观测冗余度。同时，轨道构型对深空航天器法向定轨精度影响显著：当 LEO 与 DRO 近似共面时，DRO 自主定轨误差约为 712 m；增大 LEO 轨道面与白道面夹角后，DRO 定轨精度可改善至 20~40 m，其中法向误差约为 30 m；若近月目标航天器自身轨道面与白道面近似垂直，则定轨精度可进一步提升至约 10 m，法向误差约为 8 m。这表明，优化近月航天器星座构型是改善法向弱可观问题的有效途径。

(4) 进一步地围绕 GNSS-DRO-LunarSat 多层次异构组网, 研究了地月空间 ISL 对 GNSS 星座整体旋转约束能力及近月用户导航性能的影响。结果表明, 仅利用 GNSS 星间链路时, GNSS 卫星绝对定轨精度约为 120 m; 引入 DRO 节点后可提升至约 30 m; 进一步引入 LunarSat 并开展多链路协同观测后, 可进一步提升至约 6 m, 相较仅 GNSS 星间组网情形精度提升约 95%。另一方面, 受限于星载天线可视条件, 极轨 LunarSat 仅能在月球赤道面附近与 DRO 进行建链, 导致观测几何退化, 其轨道倾角与近地点角距呈现弱可观特征。因此, 地月空间节点的引入不仅能够为深空用户提供导航支撑, 也有助于增强近地成熟导航星座的自主运行能力; 同时, 近月可视条件与载荷布局也是影响航天器定轨性能的重要因素。

(5) 然而在实际工程中直接建立类似 GNSS-DRO-LunarSat 的多层异构网络并实现完全自主导航, 在系统调度和工程实现等方面会面临较大挑战。LEO 卫星是科学任务的重要天基平台, 在地月导航中又可作为近地与深空之间的动态时空基准桥梁, 而这一作用的发挥依赖于其自主定轨能力。因此, 面向地月时空信息传递的工程需求, 研究了 LEO 卫星星上实时自主定轨方法。针对实时场景下星载计算资源受限、观测更新频繁以及钟差与动力学误差耦合等问题, 研究了适用于在轨实时处理的轨道确定策略, 并利用多颗 LEO 卫星实测星载 GNSS 数据开展验证。结果表明, 在 GNSS 精密产品支持下, 可实现优于 5 cm 的实时定轨精度、优于 10 cm 的 10 min 轨道预报精度及优于 20 cm 的 20 min 轨道预报精度; 在仅依赖 GNSS 广播星历条件下, 三颗 LEO 卫星三维实时定轨精度分别为 50.65 cm、34.95 cm 和 34.73 cm, 整体达到分米级水平。

(6) 最后在此基础上, 进一步研究了 GNSS \rightarrow LEO \rightarrow DRO - LunarSat 时空信息分层传递架构。结果表明, 以具备实时自主定轨能力的 LEO 节点作为近地与地月空间之间的桥梁, 可在减轻地面深空测控网压力的同时, 为 DRO 航天器和近月用户提供持续有效的导航支持。在该场景下, DRO 可获得米级定轨精度, LunarSat 可获得分米级定轨精度。其中, DRO 法向误差由 GNSS - DRO - LunarSat 自主导航场景下的约 50 m 进一步压缩至约 5.2 m, LunarSat 轨道精度收敛至分米级, 体现出一定的工程应用性价比, 也为未来地月空间 PNT 体系建设提供了可供参考的实现思路。

关键词: 地月空间自主导航; 星间链路; DRO轨道; LiAISON; 实时定轨

Abstract

As space activities continue to expand from near-Earth orbit to cislunar space and even farther into deep space, the demand for autonomous navigation without long-term reliance on ground-based tracking and control is becoming increasingly urgent. Autonomous navigation also serves as an important backup capability for the existing Global Navigation Satellite System (GNSS), and is of strategic significance for enhancing system resilience, improving independent operation in complex environments, and ensuring the continuity of critical positioning, navigation, and timing (PNT) services. As GNSS capabilities gradually extend toward deep space, its technological foundation in inter-satellite links (ISLs), autonomous orbit determination, and time synchronization provides an important reference for the development of a high-precision and autonomous PNT architecture for cislunar space.

Focusing on the problem of high-precision orbit determination for autonomous navigation in cislunar space, this dissertation proceeds from mechanism analysis of autonomous navigation to model and software development, validation using representative heterogeneous constellations, and further extension toward engineering applications. The results provide theoretical support, methodological references, and engineering insights for the future development of autonomous navigation and spatiotemporal reference systems in cislunar space.

Starting from the Circular Restricted Three-Body Problem (CR3BP), the dynamical characteristics of the Distant Retrograde Orbit (DRO) family and its potential application value in cislunar navigation are first introduced. Based on the inter-satellite ranging observation equation, the observability difference between autonomous navigation in near-Earth space and that in cislunar space is then analyzed. The results show that the asymmetry of the gravitational field in the cislunar three-body environment breaks the rotational symmetry inherent in conventional two-body dynamics, making it possible to recover absolute orbital states using only inter-satellite ranging measurements.

To address the difficulty of directly applying conventional precise orbit determination software developed for near-Earth missions to heterogeneous formations spanning near-Earth and deep-space regions, a theoretical and software framework for high-precision orbit determination of spacecraft in cislunar space is established. The spatiotemporal reference systems involved in cislunar navigation and their transformation relationships are systematically reviewed, and the corresponding dynamical models and inter-satellite observation models applicable to near-Earth, cislunar, and near-lunar missions are developed. In addition, the Spacecraft Orbit Determination Analyzer (SODA) is developed as part of this work, providing the technical basis for subsequent studies of

autonomous navigation in heterogeneous space networks.

On the basis of the above theoretical and software framework, autonomous navigation of a cross-regional heterogeneous formation composed of Low Earth Orbit (LEO) satellites and a DRO spacecraft is investigated, with emphasis on the effects of the uplink/downlink observation interval and the angle between the orbital plane and the lunar orbital plane on orbit determination performance. The results indicate that, within the allowable limits of observation accuracy as well as spacecraft clock and hardware performance, moderately relaxing the uplink/downlink observation interval has little impact on the final orbit determination accuracy and may even improve system observability, thereby reducing the dependence on strictly synchronized observations and increasing observation redundancy. In contrast, the orbital configuration has a significant influence on the normal-direction accuracy of deep-space spacecraft. When the LEO orbit and the DRO are nearly coplanar, the autonomous orbit determination error of the DRO spacecraft is about 712 m. After increasing the angle between the LEO orbital plane and the lunar orbital plane, the DRO orbit determination accuracy improves to 20–40 m, with a normal-direction error of about 30 m. If the orbital plane of the near-lunar target spacecraft is approximately perpendicular to the lunar orbital plane, the accuracy can be further improved to about 10 m, with a normal-direction error of about 8 m. These results indicate that optimizing the constellation configuration of near-lunar spacecraft is an effective means of mitigating weak observability in the normal direction.

Furthermore, within a multi-layer heterogeneous GNSS–DRO–LunarSat network, the influence of cislunar ISLs on the rotational constraint of the GNSS constellation and on the navigation performance of near-lunar users is investigated. The results show that, when only GNSS inter-satellite links are used, the absolute orbit determination accuracy of GNSS satellites is about 120 m. After introducing a DRO node, the accuracy improves to about 30 m. By further introducing LunarSat and enabling multi-link cooperative observations, the accuracy is further improved to about 6 m, corresponding to an improvement of approximately 95% relative to the GNSS-only case. On the other hand, due to the line-of-sight limitation of onboard antennas, a polar-orbiting LunarSat can establish links with the DRO spacecraft only near the lunar equatorial plane, resulting in degraded observation geometry. Consequently, the orbital inclination and argument of perilune exhibit weak observability. These results suggest that the introduction of cislunar nodes can not only provide navigation support for deep-space users, but also enhance the autonomous operational capability of mature near-Earth navigation constellations. Meanwhile, near-lunar visibility conditions and payload layout remain important factors affecting orbit determination performance.

In practical engineering applications, however, directly constructing a multi-layer heterogeneous network such as GNSS–DRO–LunarSat and achieving fully autonomous

navigation would face considerable challenges in system scheduling and engineering implementation. LEO satellites are important space-based platforms for scientific missions and can also serve as dynamic spatiotemporal reference bridges between near-Earth space and deep space in cislunar navigation architectures, provided that autonomous orbit determination can be achieved onboard. For this reason, a real-time onboard autonomous orbit determination method for LEO satellites is further studied to meet the engineering demand for relaying spatiotemporal information toward cislunar space. To address limited onboard computational resources, frequent observation updates, and the coupling between clock offsets and dynamical model errors in real-time scenarios, an orbit determination strategy suitable for onboard real-time processing is developed and validated using real GNSS measurements from multiple LEO satellites. The results show that, with GNSS precise products, the method achieves real-time orbit determination accuracy better than 5 cm, together with 10 min and 20 min orbit prediction accuracies better than 10 cm and 20 cm, respectively. When only GNSS broadcast ephemerides are used, the three-dimensional real-time orbit determination accuracies of three LEO satellites are 50.65 cm, 34.95 cm, and 34.73 cm, respectively, corresponding to an overall decimeter-level performance.

Finally, a layered spatiotemporal information transfer architecture of GNSS \rightarrow LEO \rightarrow DRO–LunarSat is investigated. The results show that LEO nodes with real-time autonomous orbit determination capability can serve as bridges between near-Earth space and cislunar space, reducing the burden on the ground-based deep-space tracking network while providing continuous and effective navigation support for DRO spacecraft and near-lunar users. In this scenario, meter-level orbit determination accuracy is achieved for the DRO spacecraft, while decimeter-level accuracy is achieved for LunarSat. In particular, the normal-direction error of the DRO spacecraft is further reduced from about 50 m in the GNSS–DRO–LunarSat autonomous navigation scenario to about 5.2 m, while the LunarSat orbit accuracy converges to the decimeter level. These results demonstrate the engineering promise and cost-effectiveness of the layered architecture, and provide a useful reference for the future development of cislunar PNT systems.

Key Words: Cislunar navigation, Inter-satellite link, DRO, LiAISON, Real-time orbit determination

目 录

第1章 绪论	1
1.1 研究背景与意义	1
1.1.1 新时代下地月空间探索任务对PNT服务的需求	1
1.1.2 传统地基测控向天基测控的转变	2
1.1.3 ISL在GNSS中的应用与启示	5
1.1.4 地月空间自主导航的核心挑战	7
1.1.5 LiAISON原理与DRO在地月自主导航中的应用	9
1.2 论文研究内容及结构	12
1.3 本文创新点	13
第2章 DRO轨道族与航天器自主导航原理	15
2.1 圆型限制性三体问题与Hill方程	15
2.1.1 地月会合坐标系	15
2.1.2 圆型限制性三体问题	16
2.1.3 Hill方程与DRO轨道族	16
2.1.4 微分修正DRO轨道搜索	19
2.2 航天器星间测量自主导航原理	21
2.2.1 卫星位置对轨道根数的偏导数	22
2.2.2 近地空间ISL自主导航的可观测性	22
2.2.3 地月空间ISL自主导航的可观测性	24
2.2.4 LiAISON自主导航原理	27
2.3 本章小结	29
第3章 地月空间航天器精密定轨理论与软件实现	31
3.1 地月空间时空基准及转换	31
3.1.1 坐标系统	31
3.1.2 时间系统	38
3.2 观测模型	45
3.2.1 星间单程测距	46
3.2.2 星间双单程测距	47
3.2.3 归一化星间测距	53
3.2.4 星载GNSS观测值	54
3.3 精密定轨理论方法	55

3.3.1 卫星轨道动力学	55
3.3.2 数值积分器选择与 KSG 方法	61
3.3.3 精密定轨方法	63
3.4 航天器定轨分析软件介绍	65
3.4.1 软件模块介绍	66
3.4.2 软件功能/性能展示	66
3.5 本章小结	78
第4章 LEO-DRO星间自主导航分析	79
4.1 观测时间间隔对自主导航的影响	80
4.1.1 仿真算例设计	80
4.1.2 定轨结果分析	85
4.2 轨道面与白道面夹角对自主导航的影响	89
4.2.1 可观性分析	89
4.2.2 仿真算例设计	90
4.2.3 定轨结果分析	93
4.3 本章小结	96
第5章 地月空间ISL对GNSS星座自主旋转的抑制	97
5.1 GNSS-DRO-LunarSat编队及其仿真设置	98
5.1.1 仿真流程设计	98
5.1.2 星座与观测值仿真设置	98
5.1.3 自主定轨设置	100
5.2 观测值概况	105
5.3 定轨结果分析	105
5.3.1 定轨残差分析	105
5.3.2 GNSS星座整体旋转的抑制效果分析	105
5.3.3 DRO轨道精度提升分析	110
5.3.4 LunarSat定轨精度分析	112
5.3.5 GNSS-DRO-LunarSat星间自主导航综合分析	116
5.4 本章小结	116
第6章 LEO星上实时自主定轨及其在地月导航中的应用	119
6.1 LEO星上实时自主定轨方法研究现状	120
6.2 自适应滑动窗口滤波方法	121
6.2.1 法方程钟差约化	121
6.2.2 自适应滑动窗口滤波	123

6.3 在轨实时定轨策略	125
6.4 LEO实时定轨精度分析	126
6.4.1 观测数据、模型与定轨策略	126
6.4.2 定轨结果分析	129
6.5 GNSS → LEO→DRO-LunarSat异构编队联合定轨	136
6.5.1 仿真与定轨解算设置	136
6.5.2 LEO实时定轨精度与仿真观测数据	137
6.5.3 DRO与LunarSat定轨精度分析	139
6.6 本章小结	143
第7章 总结与展望	145
7.1 本文主要工作总结	145
7.2 未来展望	147
参考文献	149
致谢	157
作者简历及攻读学位期间发表的学术论文与其他相关学术成果	159

图目录

图 1-1	中国深空网和VLBI网在全球分布图	3
图 1-2	DSN在全球分布图 (来自: NASA/Dave Ryan)	3
图 1-3	地月空间编队示意图	13
图 2-1	周期轨道在 (ξ, Γ) 平面中的示意图 ^[1]	18
图 2-2	Hill方程中不同 Γ 对应的DRO轨道	18
图 2-3	NEMSRS下未经微分修正的DRO轨道	19
图 2-4	NEMSRS下经微分修正后的DRO轨道	21
图 2-5	经微分修正后的DRO轨道在完整动力学模型下的运行轨迹。(a) 为 NEMSRS 下的轨迹; (b) 为 DRO 的星下点轨迹	21
图 2-6	地月旋转导致的科氏加速度关于XOZ平面不对称 ^[2]	27
图 2-7	地月空间非对称度强度分析	28
图 3-1	Swarm卫星SBS示意图	35
图 3-2	近地空间中随轨道高度变化的 GCRS-BCRS 变换相对论修正量	36
图 3-3	近月空间中随轨道高度变化的 LCRS-BCRS 变换相对论修正量	38
图 3-4	不同局部系之间的转换	38
图 3-5	不同时间系统之间的转换	41
图 3-6	7821、7090及7105测站TDB-TT级数解析解与数值积分结果对比	43
图 3-7	地心处时间尺度之间的关系图	45
图 3-8	月心处时间尺度之间的关系图	45
图 3-9	星间单程测距模式示意图	46
图 3-10	星间双单程测距模式示意图	47
图 3-11	物理钟差导致的星间双单程测距误差	50
图 3-12	DRO和LEO卫星相对论钟差量级分析。(a)为DRO卫星相对论钟差; (b)为LEO卫星相对论钟差	53
图 3-13	SODA精密定轨与观测值仿真模块运行流程	67
图 3-14	S6MF卫星示意图	68
图 3-15	S6MF卫星精密定轨结果与参考轨道在RTN和3D方向的轨道差异	70
图 3-16	S6MF卫星SLR检核残差	70
图 3-17	LRO单程激光测距示意图	71
图 3-18	LRO精密定轨结果与参考轨道在RTN和3D方向的轨道差异	73
图 3-19	LRO卫星各测站定轨残差	74
图 3-20	CE-5T1精密定轨中, 各弧段残差。(a)为弧段1残差; (b)为弧段2残差; (c)为弧段3残差; (d)为弧段4残差	77

图 3-21 CE-5T1精密定轨重叠弧段误差。(a)为弧段1与弧段2的重叠弧段误差；(b)为弧段3与弧段4的重叠弧段误差	77
图 4-1 LEO-DRO编队示意图	79
图 4-2 LEO-DRO编队自主定轨仿真流程	80
图 4-3 LEO卫星轨道分布图	81
图 4-4 各LEO卫星对DRO卫星的可视时间	82
图 4-5 各DRO在不同上下行观测时间间隔下的定轨精度。(a)为DRO-0定轨精度；(b)为DRO-1定轨精度；(c)为DRO-2定轨精度；(d)为DRO-3定轨精度	85
图 4-6 LEO卫星在不同上下行观测时间间隔下的定轨精度	86
图 4-7 各定轨弧段的条件数、归一化条件数	87
图 4-8 不同上下行观测时间间隔导致的LEO/DRO发射-接收信号时刻位置变化	88
图 4-9 不同卫星/航天器在各自中心天体下的分布情况。(a)为各LEO卫星在近地空间的分布情况；(b)为DRO-0和LunarSat的分布情况	91
图 4-10 各LEO卫星对DRO和LunarSat的可视时间	91
图 4-11 各卫星/航天器轨道面与白道面的夹角随时间变化	92
图 4-12 LEO1-DRO-0/LunarSat下，DRO-0/LunarSat定轨精度。(a)为DRO-0的定轨精度；(b)为LunarSat的定轨精度	94
图 4-13 LEO2-DRO-0/LunarSat下，DRO-0/LunarSat定轨精度。(a)为DRO-0的定轨精度；(b)为LunarSat的定轨精度	95
图 4-14 LEO3-DRO-0/LunarSat下，DRO-0/LunarSat定轨精度。(a)为DRO-0的定轨精度；(b)为LunarSat的定轨精度	95
图 5-1 LEO-DRO编队示意图	97
图 5-2 GNSS-DRO-LunarSat编队自主定轨仿真流程	98
图 5-3 不同卫星/航天器在各自中心天体下的分布情况。(a)为各GNSS卫星在近地空间的分布情况；(b)为DRO-a、DRO-b和DRO-c的分布情况；(c)为LunarSat-a、LunarSat-b和LunarSat-c的分布情况；	100
图 5-4 GNSS-DRO-LunarSat星间链路示意图。(a)为各GNSS卫星之间的建链方式；(b)为GNSS卫星与DRO之间的建链方式；(c)为DRO与LunarSat之间的建链方式；	101
图 5-5 DRO与LunarSat的星间链路示意图。(a)为DRO航天器之间的建链方式；(b)为LunarSat之间的建链方式	101
图 5-6 GNSS卫星在不同场景下的定轨精度	107
图 5-7 G02、G12和G22在不同场景下的定轨精度。(a)~(c)为G02的定轨精度；(d)~(f)为G12的定轨精度；(g)~(i)为G22的定轨精度	108
图 5-8 G02、G12和G22在不同场景下的轨道定向参数精度。(a)~(c)为G02的参数精度；(d)~(f)为G12的参数精度；(g)~(i)为G22的参数精度	109

图 5-9 各DRO在不同场景下的定轨精度。(a)~(c)为DRO-a的定轨精度；(d)~(f)为DRO-b的定轨精度；(g)~(i)为DRO-c的定轨精度	111
图 5-10 各LunarSat的定轨精度。(a)~(c)为LunarSat-a在轨道坐标系下的定轨精度；(d)~(f)为LunarSat-b在轨道坐标系下的定轨精度；(g)~(i)为LunarSat-c在轨道坐标系下的定轨精度	112
图 5-11 DRO-LunarSat建链示意图	113
图 5-12 各LunarSat的定轨精度随Z轴坐标的变化。(a)~(c)为LunarSat-a在轨道坐标系下的定轨精度；(d)~(f)为LunarSat-b在轨道坐标系下的定轨精度；(g)~(i)为LunarSat-c在轨道坐标系下的定轨精度	115
图 6-1 LEO-DRO-LunarSat编队示意图	119
图 6-2 SODA软件的RTPOD处理流程图（其中 σ_t 表示第 t 次迭代中观测值的单位权中误差 UWE）	125
图 6-3 实时处理中的计算延迟与弧段更新时序	126
图 6-4 嵌入式测试平台示意图（硬件平台信息：SOC: ZYNQ7045; CPU: ARM Cortex-A9; 主频: 800 MHz; 内存: 1GB）	129
图 6-5 嵌入式测试平台上各个定轨弧段的计算耗时图	129
图 6-6 S6MF、SE3B和SWMA各历元的可见卫星数及PDOP时间序列 ...	130
图 6-7 S6MF、SE3B和SWMA卫星基于CODE精密产品的定轨结果（仅包含滑动更新的最新5分钟部分）与参考轨道在径向（R）、切向（T）和法向（N）的误差序列	131
图 6-8 S6MF、SE3B和SWMA卫星预报轨道（合并556个用户弧段数据）与参考轨道在径向（R）、切向（T）和法向（N）的误差分钟级箱线图	132
图 6-9 S6MF、SE3B和SWMA卫星各用户弧段的OURE时间序列，图中标注数值表示整体平均OURE	134
图 6-10 基于GNSS广播星历的定轨结果（仅包含滑动更新的最新5分钟部分）与参考轨道在径向（R）、切向（T）和法向（N）的误差序列 ..	135
图 6-11 广播星历支持下各LEO卫星的实时定轨精度	139
图 6-12 各LEO卫星对各DRO的可视时间	139
图 6-13 各DRO的定轨精度。(a)~(c)为DRO-a的定轨精度；(d)~(f)为DRO-b的定轨精度；(g)~(i)为DRO-c的定轨精度	141
图 6-14 各LunarSat的定轨精度随Z轴坐标的变化。(a)~(c)为LunarSat-a在轨道坐标系下的定轨精度；(d)~(f)为LunarSat-b在轨道坐标系下的定轨精度；(g)~(i)为LunarSat-c在轨道坐标系下的定轨精度	142

表目录

表 2-1	Hill方程中f族轨道的初值	17
表 2-2	LEO、MEO和DRO所处区域的非对称度	29
表 3-1	常用的GNSS时基本信息	40
表 3-2	北斗导航卫星星载氢原子钟稳定度指标 ^[3]	50
表 3-3	DRO和LEO卫星信息	52
表 3-4	S6MF精密定轨模型和参数解算策略	69
表 3-5	S6MF的SLR数据处理中的各项模型	70
表 3-6	SLR测站及其观测数据信息	71
表 3-7	LRO精密定轨模型和参数解算策略	72
表 3-8	LRO精密定轨结果在RTN和3D方向的误差统计	72
表 3-9	CE-5T1精密定轨弧段基本情况	75
表 3-10	CE-5T1精密定轨模型和参数解算策略	76
表 3-11	CE5T精密定轨各弧段残差统计	76
表 3-12	CE-5T1精密定轨重叠弧段误差统计	76
表 4-1	各DRO轨道位置速度初值（单位：km 或 km/s）	81
表 4-2	观测值仿真中的参数设置	81
表 4-3	各定轨弧段始末时刻	82
表 4-4	各定轨弧段观测数	83
表 4-5	LEO-DRO精密定轨模型和参数解算策略	84
表 4-6	$\Delta\tau = 5 \text{ sec}$ 时，各DRO卫星在RTN方向下的定轨精度（单位：m）	86
表 4-7	在不同上下行观测时间间隔下，各弧段LEO卫星在RTN方向的定轨精度（单位：m）	87
表 4-8	各卫星/航天器轨道信息	90
表 4-9	观测值仿真中的参数设置	92
表 4-10	不同链路的观测数	93
表 4-11	LEO-DRO/LunarSat精密定轨参数初值及其标准差	93
表 4-12	各LEO卫星在RTN方向下的定轨精度（单位：m）	94
表 5-1	GNSS星座轨道参数信息	99
表 5-2	DRO-a、DRO-b 和 DRO-c 的轨道位置/速度初值（单位：km 或 km/s）	99
表 5-3	LunarSat星座轨道参数信息	99
表 5-4	观测值仿真中的参数设置	102
表 5-5	仿真场景设置	103

表 5-6	GNSS-DRO-LunarSat精密定轨模型和参数解算策略	104
表 5-7	GNSS-DRO-LunarSat编队ISL观测值概况	105
表 5-8	各场景下星间链路观测残差统计汇总	106
表 5-9	G02、G12和G22在不同场景下的定轨精度统计	108
表 5-10	G02、G12和G22在不同场景下的轨道定向参数精度统计	110
表 5-11	各DRO在各场景下的定轨精度统计	111
表 5-12	各LunarSat的定轨精度统计	112
表 5-13	各LunarSat的轨道定向参数精度统计	113
表 6-1	LEO卫星及其星载GPS观测数据基本信息	127
表 6-2	本文采用的定轨动力学模型与参数估计策略	128
表 6-3	S6MF、SE3B和SWMA卫星定轨残差的加权RMS统计 (单位: cm)	130
表 6-4	S6MF、SE3B和SWMA卫星基于CODE精密产品的定轨误差统计 (仅统计滑动更新部分) (单位: cm)	131
表 6-5	S6MF、SE3B和SWMA卫星预报轨道在第10分钟和第20分钟典型 时刻的误差统计 (基于556个用户弧段数据合并)	133
表 6-6	S6MF、SE3B和SWMA卫星的OURE投影系数配置	134
表 6-7	基于GNSS广播星历的定轨误差统计 (仅统计滑动更新部分) (单 位: cm)	135
表 6-8	观测值仿真中的参数设置	137
表 6-9	DRO-LunarSat精密定轨模型和参数解算策略	138
表 6-10	广播星历支持下各LEO的实时定轨精度统计	139
表 6-11	LEO-DRO-LunarSat编队ISL观测值概况	140
表 6-12	各DRO的定轨精度统计	140
表 6-13	各LunarSat的定轨精度统计	140

第1章 绪论

1.1 研究背景与意义

1.1.1 新时代下地月空间探索任务对PNT服务的需求

地月空间（Cislunar Space）是指受地球与月球引力共同作用的广阔区域，其范围涵盖了从近地轨道延伸至月球轨道以外的拉格朗日点及其周边区域。作为人类迈向深空探测的天然跳板，地月空间不仅拥有独特的动力学特性，还蕴含着极其丰富的物质资源与位置资源^[4]。从科学探测角度看，月球极区的永久阴影区可能存在大量水冰资源，这对于维持长期地月驻留及深空补给具有决定性意义^[5]；从战略位置角度看，地月平动点（Libration Points）与远距离逆行轨道（Distant Retrograde Orbit, DRO）等特殊轨道，凭借其独特的稳定性与广域覆盖性，正逐渐成为构建地月空间交通网络与时空枢纽的核心节点^[6]。

我国的月球探测工程（China Lunar Exploration Program, CLEP）自2004年正式立项以来，遵循“绕、落、回”三步走战略，取得了举世瞩目的成就。嫦娥一号、二号卫星圆满完成了全月面遥感制图与近月探测^[7,8]；嫦娥三号、四号任务实现了人类历史上首次月球背面软着陆与巡视探测，开启了月球科学探测的新篇章^[9]；2020年，嫦娥五号任务的成功实施，标志着我国掌握了复杂的月球轨道交会对接与采样返回技术，为后续深空探测奠定了坚实的工程基础^[10,11]；2024年5月，嫦娥六号任务取得圆满成功，实现人类历史上首次月球背面采样返回，是我国建设航天强国、科技强国取得的又一标志性成果^[12]。目前，我国正全面推进探月四期工程。该阶段的核心目标是在月球南极建立国际月球科研站（International Lunar Research Station, ILRS）的基本型^[13]。根据规划，嫦娥七号将针对月球南极的地形、环境、资源进行综合探测，寻找水冰踪迹；嫦娥八号则重点开展关键技术验证与资源利用尝试^[4]。ILRS不仅仅是一个单一的基地，而是一个集月面长期无人值守、短期载人驻留、月球轨道中转及月地往返于一体的综合性科学大工程。这种多目标、多约束、高频次的任务特性，对地月空间的时空基准维持提出了前所未有的高精度要求。

在国际层面，美国和前苏联是最早开展月球探测的两个国家。前苏联于1959年1月2日发射的月球1号是世界上首个飞越月球的探测器，其距离月球最近时仅约6000km。美国在1962年发射的游侠4号实现了首次月背硬着陆；于1969年7月20日阿波罗11号实现人类首次登月。自上世纪80年代冷战结束后，美苏（俄罗斯）两国便停止了频繁的探月计划。至90年代起，美国又逐渐开启月球探测任务。2019年美国国家航空航天局（NASA）宣布“阿尔忒弥斯”（Artemis）计划欲重返月球。Artemis计划代表了另一条典型的技术路线。该计划的核心在于建立“门户”（Gateway）空间站，并以此作为载人登月及后续通往火星的中转站^[14]。与早期阿波罗任务不同，Artemis计划强调“可持续性”与“多方参与”。

NASA 的官方审计报告与战略规划显示, Artemis 计划采用了深度依赖商业合作伙伴的创新模式^[15]。通过商业月球有效载荷服务 (CLPS) 项目, NASA 将小型月面探测器的投送任务完全交由私营企业负责, 如 Intuitive Machines 与 Firefly Aerospace 等公司。此外, 载人着陆系统 (HLS) 合同的授予, 标志着 SpaceX 等公司将承担起连接月球轨道与月面的重任^[16]。这种商业化转型虽然显著降低了政府的财政压力, 但也导致地月空间内的飞行体数量呈指数级增长。不同服务商、不同构型的航天器在近月空间高度密集化, 使得传统的基于地面深空网的点对点管理模式难以为继^[17]。

除了中美两国, 欧洲空间局 (ESA) 与日本宇宙航空研究开发机构 (JAXA) 也在积极布局。ESA 推出的“月光” (Moonlight) 计划旨在通过一组环月通信导航星座, 为国际社会提供标准化的月球 PNT 服务^[18]。JAXA 则在积极推进 LUPEX 极区水资源勘探任务的同时, 加强了对地月三体动力学环境下低能量转移轨道的研究^[5,19]。

随着月球极区探测、DRO 轨道驻留、以及月球空间站建设等任务的交叉并行, 地月空间已演变为一个复杂的多体动力学网络。如何在这个网络中, 为异构航天器提供连续、稳定、且具备溯源性的时空信息, 已成为当前深空探测领域亟待解决的瓶颈问题^[20]。

1.1.2 传统地基测控向天基测控的转变

1.1.2.1 传统地基测控的不足

目前, 世界各国主要依赖于地面测控网对深空航天器进行精密定轨 (Precise Orbit Determination, POD), 如我国探月工程一期主要使用地基统一 S 波段 (Unified S-Band, USB) 测量技术, 关键弧段辅助以甚长基线干涉 (Very Long Base Interferometry, VLBI) 测量^[7], 从嫦娥三号开始, 测量频段提升至 S/X 频段^[9], 图 1-1 展示了我国在深空探测任务中使用深空网 CDSN 和 VLBI 网 CVN 在全球的分布情况。美国以及欧洲航天局 (European Space Agency, ESA) 则主要依赖各自深空网, 利用无线电测距、测速和 VLBI 实现深空航天器的测控任务^[21], 图 1-2 展示了美国深空网 (Deep Space Network, DSN) 的全球分布图。随着未来大规模月球探测与开发任务的实施, 单纯依赖地基测控系统暴露出明显的物理与工程限制:

(1) 测控资源与调度瓶颈: 从图 1-1 和图 1-2 中可以看到, 地面深空站数量稀少, 因而其天线资源属于稀缺基础设施。当空间探测节点数量增多时, 地面站面临严重的任务调度冲突。研究表明, 在多目标并行的复杂任务环境下, 现有地面站的覆盖时长和天线数量难以满足所有探测器的实时测控需求^[17]。对于我国而言, 中国深空测控网 (CDSN) 虽然在佳木斯、喀什及海外设有站点, 但分布不均, 且受地理条件约束, 对深空目标的连续覆盖能力仍有提升空间。

(2) 观测几何与覆盖死角: 月球的遮挡导致地面站无法直接观测月球背面及其部分极区。虽然可以通过中继卫星解决通信问题, 但从定轨几何强度角度

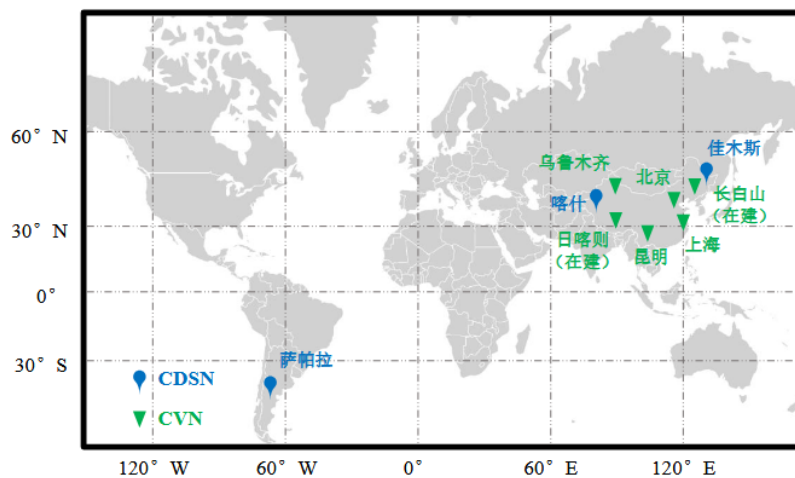


图 1-1 中国深空网和VLBI网在全球分布图

Figure 1-1 Map of China's Deep Space Network and VLBI Network.

注: 取自文献[22]



图 1-2 DSN在全球分布图 (来自: NASA/Dave Ryan)

Figure 1-2 Map of DSN (From NASA/Dave Ryan).

分析, 地月距离远大于轨道半径, 导致地面无线电观测对航天器沿视线垂直方向的约束能力较弱^[11,21]。这限制了在执行月面着陆或近月轨道机动时的高精度状态估计。

(3) 通信时延与控制闭环挑战: 地月系信号的双程传播时延约为 2.5 秒, 加上地面站的数据处理与指令解算时间, 使得地面控制中心难以对探测器的瞬时突发状况做出实时响应^[21,23]。对于要求高实时性的动力学控制任务, 地基测控模式的闭环时效性不足。

1.1.2.2 天基测控的兴起

为应对上述瓶颈, 天基自主导航技术, 特别是利用星间链路 (Inter-Satellite Link, ISL) 的协同导航, 已成为深空 PNT 体系的发展重点。

天基自主导航技术允许航天器通过星间相对测量数据 (如测距、测速) 自主解算轨道状态。在地面测控受限或链路中断的情况下, 探测器群体仍能维持基本的轨道维持能力, 降低了系统对地面支撑条件的依赖^[24]。

通过构建天基测控网络, 可以实现测控任务的去中心化。在多星组网场景下, 仅需部分核心节点与地面保持通信, 其余节点通过星间链路进行导航信息的传递与同步^[6,20]。这种模式大幅减少了地面天线的占用时长, 提高了测控资源的利用效率。

现代星间链路技术 (如北斗三号 Ka 频段链路) 在提供高精度测距数据的同时, 具备大带宽的数据传输能力^[24,25]。在地月空间部署此类链路, 可以在实现高精度自主定轨的同时, 兼顾科学数据的中继传输, 简化了航天器载荷配置并提升了系统集成化程度^[18,20]。

目前, 国际上已提出或实施了多个代表性的深空天基测控与导航项目:

- 美国于 2022 年 6 月发射的“顶石” (CAPStone) 试验卫星位于近直线晕轨道 (Near-rectilinear halo orbit, NRHO), 其利用 S 频段星间链路, 与 2009 年发射的“月球低轨勘测器” (Lunar Reconnaissance Orbiter, LRO) 进行相互测量, 并成功验证了自主轨道确定的可行性^[26]。

- 美国 LCRNS 与 Gateway 计划: NASA 提出的“月球通信中继与导航安全” (Lunar Communications Relay and Navigation Safety, LCRNS) 服务, 旨在通过部署在月球轨道的节点为后续月球探测任务提供中继与 PNT 支持^[27]。此外, Artemis 计划中的 Gateway 空间站位于 NRHO 轨道, 将作为核心天基节点, 协调月面着陆器与地球间的通信导航链路^[14]。

- 欧洲 Moonlight 计划: Moonlight 计划致力于构建月球通信与导航卫星星座。并计划 2030 年发射 5 颗运行于偏心率冻结轨道 (Elliptical Lunar Frozen Orbit, ELFO) 的导航卫星, 为月球南极探测提供至少 15 h/day 的导航服务。其核心目标是提供标准化的天基 PNT 服务, 减少探测器对地面站的直接依赖, 为月球参考框架和时间参考实现奠定基础^[18,28]。

- 日本 LNSS 计划: JAXA 提出了月球导航卫星系统 (Lunar Navigation Satel-

lite System, LNSS) 构想, 计划通过多颗月球轨道卫星构建局部导航星座, 以支撑月球南极的资源勘探与高精度着陆任务^[5,29]。

- **GRAIL 项目的技术启示:** 美国曾实施的重力恢复与内部实验室 (Gravity Recovery and Interior Laboratory, GRAIL) 任务, 通过两颗卫星间的双向 Ka 频段 ISL 实现了极高精度的相对轨道测量。该任务主要用于月球重力场反演, 其高精度星间测量技术为后续月球探测计划提供了宝贵的数据基础^[30]。

通过上述案例可以看出, 构建以空间轨道节点为枢纽的天基测控网络已成为未来大规模月球探测任务的技术共识。

1.1.3 ISL在GNSS中的应用与启示

1.1.3.1 ISL在GNSS中的应用

ISL 技术是当前以及未来 GNSS 的重要发展趋势。以我国 BDS-3 系统为例, 其 Ka 频段星间链路通过时分多址 (Time division multiple access, TDMA) 体制实现了星座内部的双向测距, 显著降低了系统对地面站全球分布的依赖^[24,25]。同时其高精度测量在助力 GNSS 提供更高精度的 PNT 服务以及星座自主运行等方面发挥了关键作用。

(1) 对 BDS-3 定轨精度的提升。星间链路为 BDS-3 提供了高精度的相对观测, 其单次测距噪声通常优于 5 cm。在精密定轨中, 星间链路的应用不仅改善了观测几何, 更重要的是打破了轨道动力学参数之间的相关性^[24]。将 ISL 与 L 波段星地链路同时应用与 BDS-3 精密定轨可以摆脱 BDS 区域建站的约束, 进而为全球用户提供高精度 PNT 服务^[31]。在光压建模方面, 研究表明, 利用星间链路数据可以显著精化 ECOM 光压模型的精度^[32]。对于 BDS-3 的 MEO 卫星, 引入星间链路能够有效分离状态矢量与太阳辐射压摄动参数, 特别是对于垂直于太阳-卫星-地球平面的 B 方向摄动分量。实测数据分析显示, 引入 ISL 后, 卫星激光测距 (Satellite Laser Ranging, SLR) 残差的标准差减小至约 2.5 cm, 且基于 5 参数 ECOM 模型 (ECOM1) 的系统性误差得到了有效抑制^[32]。此外, 星间观测在卫星姿态建模中也发挥了关键作用。利用 Ka 频段天线在水平方向上的相位中心偏差, 可以根据星间测距残差反演卫星的偏航姿态^[33]。

(2) 对 BDS-3 空间信号精度的提升。时间同步是自主导航的核心指标。随着 BDS-3 的高精度星间双向测量的精度提升, 相对论效应已成为制约时间同步精度的关键因素^[34]。研究指出, 由地球引力 J_2 项引起的 BDS-3 MEO 精细相对论误差在半轨道周期项的振幅可达 0.07 ns, 半月周期项振幅可达 0.30 ns^[35]。引入高精度相对论修正模型后, 星间钟差预报误差可降低约 17%, 大幅提升了星载原子钟的表征精度, 这也是对爱因斯坦的广义相对论进行的一次验证^[34,35]。

(3) 使 BDS-3 实现自主运行成为可能。实现星座自主导航, 一方面可以突破地基网的局限, 减少地面观测站的运维成本, 提高星座测控效率; 另一方面, 在 GNSS 的运行中, 自主导航是保障系统生存能力的底线手段。当遭遇地面运控中断等特殊工况时, 星座依靠星间链路进行自主定轨与授时, 可以作为重要

的系统补充, 确保 PNT 服务的连续性以及星座的正常运行^[20,24]。但是在纯星间链路环境下, 星座定轨面临轨道定向参数“秩亏”的问题。通过地面锚固站或先验轨道定向参数约束的方法, 即在定轨法方程中引入对星座整体旋转的限制, 从而使自主运行的定轨坐标系与地球参考框架 (ITRF) 保持一致^[24,36]。

1.1.3.2 未来GNSS走向深空

BDS-3 的工程实践证明, ISL 技术是降低 GNSS 对全球布站的依赖的有效手段。根据 2024 年 11 月 28 日中国卫星导航系统管理办公室发布的《北斗卫星导航系统2035年前发展规划》, 未来 BDS 将形成高中低轨混合星座, 并将 GNSS 服务区域延伸至深空^[37], ISL 技术必将在其中发挥关键作用。为了实现将 GNSS 服务区域延伸至地月空间, 其主要涉及信号延伸、基准传递及星座拓展三条路径。

(1) GNSS 信号在深空中的直接延伸。国际卫星导航委员会 (International Committee on Global Navigation Satellite Systems, ICG) 定义了空间服务体 (Space Service Volume, SSV) 概念, 旨在推动 GNSS 信号在 3,000 ~ 36,000 km 以上空间的互操作性^[38,39]。实验表明, 位于倾斜地球同步轨道 (Inclined GeoSynchronous Orbit, IGSO) 的卫星利用 GNSS 旁瓣信号可实现米级实时定轨^[40]。然而, 月球距离地球约 38 万公里, 信号强度随距离平方反比衰减。我国嫦娥 5T1 试验在距地 10,000 ~ 60,000 km 处成功捕获信号, 但受制于观测几何与载噪比限制, 其定位精度仅为百米量级^[41]。

最新的突破来自于 2025 年初实施的月球 GNSS 接收机实验 (LuGRE)。该实验搭乘 Blue Ghost 着陆器, 在距地约 33.8 万公里的地月转移轨道及月球表面成功捕获并跟踪了 GPS 和 Galileo 信号, 打破了空间 GNSS 跟踪的高度纪录^[38,42]。尽管如此, 受限于信号遮挡及极差的几何图形强度 (GDOP), 目前单纯依靠直接接收 GNSS 旁瓣信号仍难以支持月球表面及极区的高精度作业。

(2) 基于天基节点的中继与时空基准传递。这是实现地月空间高精度 PNT 极具潜力的技术方案, 即通过部署具备 ISL 能力的枢纽卫星, 将来自地球 GNSS 的时空基准信息 (ITRF/UTC) 传递至整个深空探测器集群。

- 美国 Artemis 与 LCRNS。美国于 2021 年提出将建设月球通信中继与导航系统 (Lunar Communications Relay and Navigation System, LCRNS), 旨在构建可互操作的月球通信和导航空间基础设施。根据 2025 年发布的《LunaNet 互操作规范第 5 版》(LNIS v5), LCRNS 节点 (如 NRHO 轨道的 Gateway 空间站) 将通过高灵敏度接收机捕获地球 GNSS 信号, 结合双向 X/Ka 频段链路, 将 ITRF 框架与协调世界时 (UTC) 延伸至月球服务区^[27]。

- 欧洲 Moonlight 与 Lunar Pathfinder 计划。ESA 提出的 Moonlight 计划通过构建月球通信与导航服务星座 (LCNS), 旨在为月球任务提供标准化服务^[43]。该计划的先导试验星 Lunar Pathfinder 将搭载先进的 GNSS 接收机, 在椭圆冻结轨道 (Elliptical Lunar Frozen Orbit, ELFO) 上通过捕获 GPS 和 Galileo 信号验证在月球轨道进行精密定轨的可行性。LCNS 架构的关键在于利用 ISL 将地球的参

考框架和时间尺度实时转化为月球参考系和月球时间，从而为各类异构探测器提供统一的基准溯源^[18,43]。

- 日本 LNSS 计划与增强服务。日本 JAXA 提出的月球导航卫星系统 (LNSS) 专注于提供增强导航服务，以支撑高精度着陆任务^[44]。LNSS 星座设计不仅考虑了对月球极区的覆盖，更强调了与地球 GNSS 的互操作性。通过接收 GNSS 信号进行自身轨道确定，LNSS 卫星可作为天基锚点，利用单向或双向 ISL 为月面着陆器及漫游车提供分米级的增强定位信息^[44]。

- LEO/DRO 级联方案。LEO 卫星能够接收来自地面的高强度测控信号及 GNSS 精密差分信息。通过 Ka 频段或激光星间链路，LEO 星座可将精确的地球参考框架 (ITRF) 和协调世界时 (UTC) 实时传递至地月空间的轨道节点上。文献^[2]基于该路径对地月空间星间自主导航进行了针对性研究，并以此对 DRO-LEO 编队进行了研究，该编队方案可以使位于地月空间其他长周期轨道如地月自由往返轨道、地月 L4 点周期轨道、近直线晕轨道等航天器的自主导航和授时精度提升 1 个数量级左右，同时 GNSS 星座也能基于该编队实现高精度的自主导航和授时。这种级联式的基准传递架构可以确保深空探测器在自主运行的同时，其时空基准能够追溯至地面标准。我国基于该方案，于 2024 年发射的位于 DRO 轨道的 DRO-A 卫星与地球 LEO 卫星，进行 Ka 频段 ISL 测量，仅利用 3 h 的观测数据就能达到传统地基测量 2 天的测定轨精度，验证了该方案的可行性^[20]。

(3) 将 GNSS 星座向地月空间延伸。最直接的方法，就是将 GNSS 星座拓展至地月空间，通过在三体空间布设导航卫星，通过 ISL 实现 PNT 信息的传递。文献^[45]和文献^[46]通过在近月端布设 ELFO、NRHO 和 DRO 等轨道航天器，将 GNSS 的 PNT 服务拓展至地月空间，以服务未来南极探测任务。该方案的关键点在于动力学模型的重构，BDS-3 位于近地空间，所受地球引力场高度对称，而地月空间航天器处于引力场非对称性显著的三体环境中。在三体框架下，利用引力场的非对称性特征，仅依靠 ISL 测距即可实现绝对轨道状态的解算，即 LIAISON 导航原理^[6,47]。

随着未来世界各航天大国将 GNSS 拓展至地月空间，BDS-3 在星间链路测距、动力学精化模型、姿态模型精化及高精度时间同步上的技术积累，为构建地月空间 PNT 基础设施提供了直接的参考。星间链路不仅显著提升了星座的自主性，减轻了地面测控压力，更为深空复杂动力学环境下实现高精度自主定轨提供了可能。

1.1.4 地月空间自主导航的核心挑战

与近地空间卫星精密定轨相比，地月空间自主导航并不是近地高精度轨道确定技术在空间尺度上的简单延伸，而是在动力学环境、参考系统、观测几何以及时空基准溯源与统一等方面发生了系统性变化。传统近地卫星精密定轨通常建立在以地球为中心的局部动力学框架之上，轨道传播与观测建模也主要围绕 GCRS 展开，并在此基础上综合处理地球非球形引力场、大气阻力、太阳辐

射压以及第三体摄动等摄动力和观测量。经过长期工程实践，该类技术路线已经形成较为成熟的软件体系和误差控制方法，能够在近地场景下实现厘米级甚至更高精度的轨道产品^[21,31,48,49]。然而，当研究对象包含地月转移轨道、近月轨道以及 DRO、Halo、NRHO 等典型三体轨道时，航天器的运动特征已不能再被视作地心附近的受摄二体问题，须置于太阳系层面的统一动力学背景下加以描述^[19,50,51]。因此，跨区域近地-深空多星编队定轨在理论上应以 BCRS 为全局参考框架，而不能简单沿用近地 POD 软件中以 GCRS 为核心的局部处理模式。

参考系统的变化并非表述层面的调整，而是会直接影响动力学建模、时间尺度转换、观测方程构造以及参数估计架构。对于近地卫星定轨而言，GCRS 与地球定向参数、地球重力场和其他摄动力模型以及近地观测模型之间的耦合构成了软件系统的主体；而对于近地-地月异构航天器编队，既需要处理近地节点在 GCRS 框架下的高精度观测，又需要考虑深空节点在 BCRS 框架下多种摄动力的影响、光行时修正以及跨区域星间链路的统一观测建模。与此同时，地心局部系、月心局部系与太阳系全局系之间存在严格的相对论转换关系，如果软件底层仅支持局部参考框架，则很难在不破坏模型一致性的前提下完成跨区域联合定轨。由此可见，面向地月空间高精度定轨软件，需要能够在统一求解框架内同时兼容 GCRS、LCRS 与 BCRS 三类状态表达和观测模型。基于这一认识，本文在 GCRS/BCRS 框架下，采用 C 语言自主研发了面向多星近地/深空场景的精密定轨软件，并以此作为全文数值仿真与性能分析的统一平台。

除动力学环境与参考系统差异之外，地月空间自主导航的第二个核心障碍在于跨区域观测几何退化及其所导致的可观测性不足。在近地空间，尽管仅依赖星间测量实现完全自主定轨同样会面临整体平移、整体旋转等秩亏或弱可观测问题，但由于星座尺度与轨道半径量级相近、观测链路相对密集、轨道构型较为紧凑，几何信息通常仍能够较充分地投影到待估参数中。相比之下，跨区域近地-地月编队同时包含近地节点、地月转移段节点以及近月节点，系统尺度跨度远大于近地星座内部尺度，导致不同方向上的几何灵敏度显著失衡。

第三个更为基础的问题，是深空环境下时空基准的溯源与统一。近地空间高精度定轨与授时体系已经形成了以地球参考系、GNSS 时频体系以及地面测站网为核心的成熟实现模式。然而，随着地月空间活动逐步由单任务探测转向体系化开发，原有近地框架已难以直接承担跨区域统一 PNT 服务的全部需求。IAU 近年来已明确提出建立标准的月心天球参考系(Lunar Celestial Reference System, LCRS) 及月心坐标时 (Lunar Coordinate Time (TCL)，这为月球局部参考系统与时间尺度的国际标准化奠定了理论基础^[18,52,53]。但需要指出的是，LCRS/TCL 主要回答的是月球局部时空量“如何定义”的问题，而不是未来地月空间工程体系中“以谁为运行基准”的问题。对于一个需要同时覆盖近地、转移段和近月区域的综合导航系统而言，仅有局部定义尚不足以支撑统一的时间同步、轨道溯源与导航产品播发体系。

从现阶段工程能力出发，GNSS 仍然是唯一已经形成全球连续运行能力、

具备高精度轨道钟差产品维持机制并能够向外延拓服务的成熟天基时空基准源。尤其是 BDS-3 借助 Ka 频段高精度星间链路, 在星座自主定轨、在轨时间同步以及空间时间尺度生成等方面已取得具有代表性的成果, 这表明以 GNSS 为源头向深空延展时空基准具有现实基础^[24,25,31,35]。因此, 面向未来地月空间的一体化自主导航, 更为合理的技术路线应当是在全局动力学层面以 BCRS 为统一背景, 在近地局部层面延续 GNSS 的成熟实现, 在月球附近逐步引入与 LCRS 相一致的本地表达, 并通过跨区域星间链路实现时频与轨道信息的逐级传递和统一估计。在这一框架下, GNSS 并非月球局部基准的替代者, 而是当前阶段实现地月时空基准连续溯源与工程落地的信息源; 地月空间中的关键轨道节点则承担着连接近地成熟体系与月侧局部体系的重要桥梁作用。就算未来 IAU 达成一致, 不以地球时空基准为地月航天器的运行基准, GNSS 仍然是地月空间不可或缺的时空信息源。

综上, 地月空间自主导航所面临的技术壁垒主要体现在三个层面: 其一, 跨区域多星编队定轨必须从传统 GCRS 主导的近地局部处理转向 BCRS 主导的深空统一建模, 传统近地高精度定轨软件难以直接适配; 其二, 地月尺度下的观测几何退化显著增强, 法向约束与绝对定向能力成为影响自主导航精度的关键瓶颈; 其三, 随着月球局部时空基准逐步走向标准化, 如何构建从 GNSS 源头到地月枢纽再到月侧用户的分层溯源体系, 已成为未来地月 PNT 系统必须解决的基础性问题。

1.1.5 LiAISON原理与DRO在地月自主导航中的应用

星间测量自主导航的可行性研究可追溯至 20 世纪导航星座和双星自主定轨问题。Ananda 等较早利用 GPS 星间观测提出了导航卫星自主定轨的基本框架, 即通过星间测距、星间通信和星上处理, 在地面测控不可用或受限条件下维持星座星历与钟差更新^[54]。几乎同时, Markley 利用地标观测和星间相对测量信息研究了两颗地球卫星的自主定轨问题, 说明相对测量在多航天器绝对轨道估计中具有潜在应用价值^[55]。随后, Ananda 等在 GPS 自主定轨研究中进一步指出, 星间测距本质上是相对测量, 仅依赖该类观测难以提供完整的外部时空基准约束, 系统可能产生星座整体旋转等不可观问题^[56]。Psiaki 进一步从双星相对位置测量出发, 系统分析了利用相对测量实现两航天器自主轨道确定的可行性, 表明在适当轨道构型和动力学约束下, 相对测量可用于恢复绝对轨道信息^[57]。因此, 星间测量自主导航的核心问题并不是单纯提高测距精度, 而是相对观测能否在轨道动力学约束下转化为绝对轨道状态信息。

LiAISON (Linked Autonomous Interplanetary Satellite Orbit Navigation) 方法正是在这一问题背景下发展起来的。与近地二体主导环境不同, 地月空间中第三体摄动显著, 多体动力学环境能够打破传统二体问题中的旋转对称性, 从而为仅依赖星间测距、测速等相对观测实现绝对状态估计提供额外约束。Hill 关于平衡点轨道自主导航的系统研究表明, 三体引力场所引入的非对称动力学信息能够为绝对状态估计提供约束, 使原本在二体框架下不可观的自由度转化为可

估计参数^[47,58]。因此, LiAISON 的理论价值并不仅仅在于降低对地面测控系统的依赖, 更在于它为地月空间这类典型的多体动力学环境提供了一种与轨道本质相一致的自主导航机制。

围绕这一思想, 国内外研究者已在多类地月特殊轨道上开展了较为系统的仿真研究。早期工作主要集中于 Halo 轨道场景。Hesar 等将 LiAISON 用于月背导航问题, 考虑了地月拉格朗日 L2 (Earth-Moon L2 libration point, EML-2) Halo 轨道卫星与月背着陆器、巡视器之间的相对测量, 结果表明, 依托 Halo 轨道对月背区域的几何优势以及三体动力学非对称性, 可在显著降低地面测站依赖的条件下实现对月背目标的有效跟踪^[59]。随后, 针对地月平动点附近的轨道, Sirbu 和 Leonardi 进一步研究了基于星间链路的自主定轨与时间同步问题, 结果显示, 在由 3 颗航天器组成的 NRHO 构型中, 利用双单程测距与测速观测可实现优于 1 m 的轨道确定精度以及约 1 ns 的时间同步精度, 表明 NRHO 构型不仅具备通信中继能力, 也具备承担高精度 PNT 自主运行节点的潜力^[60]。与此同时, CAPSTONE 任务及相关研究则从工程验证角度展示了 NRHO 轨道在自主导航中的应用前景: 通过 CAPS 技术框架, 利用 NRHO 中的 CAPSTONE 与 LRO 之间的交叉链路测量, 验证了地月空间“少地面、强星间”的通导模式具备现实可行性^[26]。

在 Halo 与 NRHO 之外, DRO 也逐渐成为 LiAISON 研究的重要对象。Liu 等利用星间测距数据, 对比研究了月球卫星与地月共线平动点及 DRO 之间的联合自主定轨方案, 并得出, 两者的定轨精度相当, 且 DRO 在轨道稳定性方面具有更显著的优势的结论^[61]。Wang 等基于 DRO 与地月空间其他轨道航天器构建联合导航模型, 分析了动力学误差与钟差误差条件下 LiAISON 方法的导航性能, 结果表明 DRO 节点能够获得优于百米量级的位置精度, 而近地与近月节点则可达到米级, 同时系统时间同步精度优于 50 ns^[6]。进一步地, Gao 和 Hou 比较了“Halo+Halo”、“Halo+DRO”与“DRO+DRO 卫星”三类构型的自主定轨性能, 结果显示“Halo+DRO”构型在动力学和几何覆盖上表现最优, 其平均自主定轨精度分别约为 170 m 和 190 m, 时间同步误差均优于 30 ns, 说明 DRO 在时间传递方面具有突出潜力, 而 Halo 构型在几何约束方面略占优势^[62]。

从更广义的月球导航设计角度看, 相关研究已开始由“单对卫星 LiAISON”走向“多轨道、多层次星座网络”。Gao 和 Hou 对基于 Halo 轨道与 DRO 的月球通信/导航星座开展了覆盖分析, 指出 3 颗 DRO 卫星即可实现约 99.8% 的月面覆盖; 若将 3 颗 Halo 卫星与 2 颗 DRO 卫星组合, 则可形成对整个月面的连续单重覆盖^[63]。在此基础上, Wang 等提出了由 Halo 轨道与 DRO 组合而成的多轨道月球 GNSS 构型, 展示了多层次特殊轨道组合在覆盖性能与导航服务连续性方面的优势^[64]。对于 ELFO 轨道方向, Ely 的研究表明冻结椭圆倾斜月球轨道具有良好的长期稳定性, 是支撑月球极区通信与导航服务的重要轨道资源^[65]; 近年来, 面向 ELFO 星座的地月 PNT 研究进一步将其视为现实候选轨道, 并围绕轨道确定与时间同步展开了系统方案设计^[46,66,67]。其中, Wang 等的结果表明, 基

于 ISL 观测, ELFO 与 Halo 轨道卫星的自主定轨精度可分别优于 10 m 和 30 m, 时间同步精度可达纳秒量级, 这说明 ELFO 在月球南极区域服务与月球局部增强方面具有较强的工程吸引力^[46]。

Halo、NRHO、DRO 与 ELFO 并不是彼此替代的单一轨道方案, 而是在不同任务目标下体现出了各自不同的导航价值。Halo 和 NRHO 依托平衡点附近显著的三体动力学非对称性, 在 LiAISON 理论上具有先天优势, 适合作为深空自治导航与通信中继节点; DRO 兼具长期稳定性和对地、对月、对转移段航天器的良好可见性, 适合作为跨区域网络中的时空枢纽节点; ELFO 则在月球极区与近月区域服务方面具有突出的覆盖优势和工程可实施性。正因如此, 未来地月空间 PNT 体系的发展方向更可能不是对某一类特殊轨道的单独依赖, 而是构建由近地节点、地月特殊轨道节点与近月局部节点共同组成的异构化、多层次通导网络^[27,43-45]。

在上述多类候选轨道中, DRO 之所以具有特殊战略价值, 并不仅仅因为其动力学稳定、维持代价较低, 更在于它在近地、深空与近月三类区域之间同时具备较强的桥接能力与轨道稳定性。相较于近月低轨卫星, DRO 具有更大的轨道尺度和更好的对地可见性; 相较于平动点附近的 Halo, DRO 又更接近月球局部用户, 能够更直接地为近月轨道器乃至月面任务提供链路支撑, 也不需要频繁地进行轨道调整。因此, 将 DRO 视为地月空间中的时空枢纽节点, 不仅符合其动力学特性, 也契合跨区域观测几何优化与时空基准逐级传递的系统需求。

从现有研究来看, 地月空间星间自主导航精度已由百米级可行性验证发展到特定构型下的米级定轨和纳秒级时间同步, 但结果高度依赖三体动力学非对称性、轨道构型、链路几何、观测类型和钟差建模。早期特殊轨道辅助定轨研究表明, 利用星间测距对月球卫星与共线平动点轨道或 DRO 探测器进行联合自主定轨时, 定轨精度可达到观测精度量级, 说明特殊三体轨道能够作为自主导航中的动力学约束节点^[61]。在 LiAISON 框架下, Gao 和 Hou 比较了 Halo+Halo、DRO+DRO 和 Halo+DRO 等卫星对构型, 结果显示 Halo 轨道平均自主定轨精度约为 170 m, DRO 约为 190 m, 双星相对时间同步误差优于 30 ns^[62]。Sirbu 和 Leonardi 进一步面向 3 颗 NRHO/Halo 航天器构型, 利用星间距离和距离率实现了 90% DRMS 优于 1 m 的轨道确定精度和约 1 ns 的时间同步精度, 表明多节点构型和距离率观测可显著改善自主定轨与授时性能^[60]。近年的地月空间编队研究还比较了星间测距与测距率观测对自主导航的影响, 结果显示测距观测通常优于单独测距率观测, 但高精度测距率在特定小卫星任务中也可作为简化通信载荷的备选方案^[68]。进一步地, 面向月球导航星座的地月自主 PNT 架构研究表明, 在 ELFO/DRO 混合近月星座中, ELFO 卫星定轨精度可优于 5 m, DRO 卫星可优于 15 m, 时间同步精度优于 5 ns, 月面定位精度可优于 3 m^[69]。

1.2 论文研究内容及结构

面向未来地月空间探索对高精度、自主化 PNT 服务的迫切需求, 本文围绕“星间测量支持下的地月空间高精度轨道确定”这一主线展开研究。论文的总体目标, 是在统一时空基准与精密动力学建模框架下, 建立适用于近地-地月异构编队的高精度定轨理论与实现方法, 揭示地月空间自主导航中的关键可观测性问题, 并探索由近地成熟 PNT 体系向地月空间逐级延拓的技术路径。

围绕上述目标, 本文首先从理论与工具两个层面奠定研究基础。一方面, 针对地月空间跨区域编队定轨所涉及的动力学环境、参考系统及观测模型差异, 系统地对 GCRS、LCRS 和 BCRS 框架下的状态表达、时空基准转换及星间链路观测建模问题进行总结; 另一方面, 针对传统近地精密定轨软件难以直接适配深空场景的问题, 基于 C 语言自主研发面向多星近地/深空统一处理的精密定轨软件, 形成能够同时支撑近地卫星、DRO 航天器及近月卫星联合估计的统一分析平台。全文后续所有仿真结果均基于该软件完成。

在此基础上, 本文围绕三类关键科学与技术问题开展研究。

第一, 研究 LEO-DRO 跨区域异构编队的自主导航机理及其可观测性约束。针对地月尺度下星间自主导航存在的弱几何问题, 分析不同观测时间间隔、测量体制和轨道构型对自主定轨性能的影响, 揭示近地轨道尺度与地月距离尺度悬殊所导致的 DRO 法向弱可观性的数学本质, 并研究不同近月节点构型对法向约束增强的效果。

第二, 研究地月空间 ISL 对 GNSS 星座整体旋转的抑制作用及其在多层级异构网络中的应用。围绕 GNSS 星座在纯星间自主定轨中存在的整体旋转难题, 构建 GNSS-DRO-LunarSat 异构编队模型, 分析将少量深空节点引入近地星座后对绝对定向能力及近月节点定轨性能的改善机理, 探索地月空间链路对近地成熟导航体系的反向增强作用。

第三, 研究 LEO 卫星星上实时自主定轨及其在地月导航中的应用。面向工程实现需求, 分析 LEO 卫星利用 GNSS 观测实现星上实时高精度定轨的能力, 给出了具体星载实时定轨的算法和软件, 并在此基础上研究“GNSS \rightarrow LEO \rightarrow DRO-LunarSat”的时空信息分层传递架构, 验证利用近地自主节点作为桥梁, 将 GNSS 高精度时空信息逐级传输至地月空间的可行性, 为未来地月空间综合 PNT 体系构建提供方法参考。

本文的研究目标并非某个单一的编队方案, 而是对未来有可能在地月导航中扮演关键角色的具有普适性的星座构型组合的高精度自主导航进行研究, 这其中涉及 LEO 卫星、GNSS 卫星、DRO 卫星以及月球卫星, 星座大致构型如图 1-3 所示。

全文结构安排如下。

第 2 章介绍圆型限制性三体问题、DRO 轨道族、微分修正 DRO 轨道搜索及航天器星间测量自主导航原理, 重点分析近地空间与地月空间 ISL 自主导航在可观测性方面的差异。

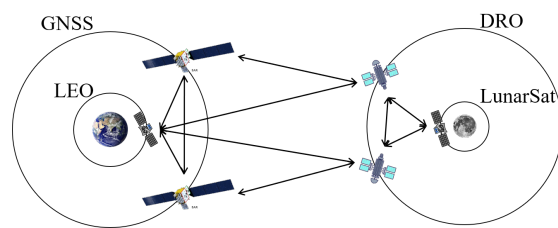


图 1-3 地月空间编队示意图

Figure 1-3 Cislunar constellation diagram.

第3章建立地月空间航天器精密定轨理论与软件实现框架，系统阐述 GCRS、LCRS 和 BCRS 下的时空基准、观测模型、动力学模型及软件关键实现方法。

第4章研究 LEO-DRO 编队的星间自主导航性能，重点分析观测时间间隔与轨道构型对定轨精度的影响，并揭示地月空间法向弱可观问题的成因。

第5章研究地月空间 ISL 对 GNSS 星座自主旋转的抑制作用，构建 GNSS-DRO-LunarSat 异构网络并评估其联合导航能力。

第6章研究 LEO 卫星星上实时自主定轨方法及其在地月导航中的应用，基于地月时空信息分层传递架构开展仿真验证。

第7章对全文工作进行总结，并展望未来地月空间一体化自主导航与时空基准体系的发展方向。

1.3 本文创新点

(1) 针对近地空间与地月空间参考系、时间尺度和动力学环境存在系统性差异，传统近地定轨软件难以直接适用于异构编队联合处理的问题，构建了以 BCRS 为全局背景、兼容 GCRS 和 LCRS 的时空基准转换体系与观测模型，并作为主要成员研制了航天器定轨分析软件 SODA，实现了近地卫星、DRO 航天器及近月卫星的多源数据联合精密定轨。

(2) 系统分析了 LEO-DRO 异构编队自主导航中星间双单程测距上下行观测时间间隔和轨道构型对定轨性能的影响，研究了 DRO 法向弱可观测性的本质，提出了一种通过优化近月航天器星座构型改善法向约束的有效方法。

(3) 研究了 GNSS-DRO-LunarSat 多层次异构组网模型，并引入少量深空节点为近地星座提供绝对定向约束，显著提升了 GNSS 星座在仅依靠星间链路下的绝对定轨精度，为解决星间链路自主定轨中的整体旋转问题提供了新思路。

(4) 研究了面向星载实时处理的自适应滑动窗口滤波定轨策略，利用卫星实测数据验证了厘米级实时自主定轨能力，并在分层时空基准传递架构下，将具备星上实时自主定轨能力的 LEO 卫星作为近地与深空之间的动态时空基准桥梁，实现了地月空间航天器的高精度自主定轨。

第2章 DRO轨道族与航天器自主导航原理

相较于近地空间，地月空间航天器处于显著的三体动力学环境中，其运动特征已难以使用经典二体轨道根数作严格而统一的表征。与此同时，地月三体动力学还孕育出一类具有重要工程价值的特殊周期轨道，其中，DRO轨道因长期稳定性较好、对地对月可视条件优越，已成为地月空间导航与任务设计中的关键候选轨道。另一方面，地月空间引力场的非对称性使星间测量自主导航的可观测性特征区别于近地二体环境，从而使仅依赖星间测距确定航天器绝对轨道状态成为可能。基于此，本章首先从圆型限制性三体问题出发，分析DRO轨道族的动力学特性及其搜索方法，随后讨论星间测量条件下近地空间与地月空间自主导航的可观测性差异，并介绍LiAISON自主导航的基本原理。

2.1 圆型限制性三体问题与Hill方程

2.1.1 地月会合坐标系

在深空探测任务分析中，为了更直观地描述航天器相对于地月系统的几何关系，并简化限制性三体问题下的动力学方程，常采用归一化地月会合坐标系(Normalized Earth-Moon Synodic Reference System, NEMSRS)描述航天器位置。该坐标系原点位于地月质心(Earth-Moon Barycenter, EMB)，距离单位取无量纲长度，X轴取由地球质心指向月球质心的单位矢量，Z轴沿地月瞬时轨道角动量方向(轨道平面法向)，Y轴与X、Z轴呈右手系。地月会合坐标系与BCRS的转换关系如下：

$$\mathbf{r}_{\text{Syn}} = \frac{1}{LD} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_{\text{Syn}} \\ \hat{\mathbf{y}}_{\text{Syn}} \\ \hat{\mathbf{z}}_{\text{Syn}} \end{bmatrix} (\mathbf{r}_{\text{BCRS}} - \mathbf{r}_{\text{EMB,BCRS}}) \quad (2-1)$$

其中， \mathbf{r}_{Syn} 为目标在NEMSRS中的坐标；LD为月球距离(Lunar Distance, LD)； \mathbf{r}_{BCRS} 为目标在BCRS下的坐标； $\mathbf{r}_{\text{EMB,BCRS}}$ 为地月质心在BCRS下的坐标； $\hat{\mathbf{x}}_{\text{Syn}}$ 、 $\hat{\mathbf{y}}_{\text{Syn}}$ 和 $\hat{\mathbf{z}}_{\text{Syn}}$ 分别为XYZ轴基向量，若地球质心在BCRS下的位置速度分别为 \mathbf{r}_E 和 \mathbf{v}_E ，月球质心在BCRS下的位置速度分别为 \mathbf{r}_L 和 \mathbf{v}_L ，则XYZ轴基矢量可写为：

$$\hat{\mathbf{x}}_{\text{Syn}} = \frac{\mathbf{r}_{\text{rel}}}{\|\mathbf{r}_{\text{rel}}\|} \quad (2-2)$$

$$\hat{\mathbf{z}}_{\text{Syn}} = \frac{\mathbf{r}_{\text{rel}} \times \mathbf{v}_{\text{rel}}}{\|\mathbf{r}_{\text{rel}} \times \mathbf{v}_{\text{rel}}\|} \quad (2-3)$$

$$\hat{\mathbf{y}}_{\text{Syn}} = \hat{\mathbf{z}}_{\text{Syn}} \times \hat{\mathbf{x}}_{\text{Syn}} \quad (2-4)$$

其中， $\mathbf{r}_{\text{rel}} = \mathbf{r}_L - \mathbf{r}_E$ ， $\mathbf{v}_{\text{rel}} = \mathbf{v}_L - \mathbf{v}_E$ 。

2.1.2 圆型限制性三体问题

在物理学以及经典力学的定义中，三体问题指：已知三个质点的初始位置与速度，根据牛顿运动定律和万有引力定律求解其后续的运动问题。三体问题是航天动力学中广泛应用的动力学模型，研究三体问题具有十分丰富的理论和工程意义。在19世纪末，Bruns和Poincare分别证明了，由代数式和积分式表示的一般三体问题不存在通解。

为将复杂的三体问题模型应用于航天动力学，人们将三体问题进行了简化，得到限制性三体问题——系统中某一天体的质量相对于另外两个天体可忽略不计。根据两个大质量天体之间的相互运动，限制性三体问题又可分为圆型限制性三体问题(Circular Restricted Three-Body Problem, CR3BP)以及椭圆型限制性三体问题(Elliptical Restricted Three-Body Problem, ER3BP)。本节主要针对圆型限制性三体问题进行介绍。

CR3BP中，两个大质量天体（质点 P_1 和 P_2 ）绕它们的公共质心做圆周运动，且第三体（质点 P ）的质量可忽略。若记 $\mathbf{r} = [x, y, z]^T$ 为质点 P 相对于两个主天体公共质心在质心旋转坐标系下的坐标，则归一化CR3BP的动力学方程可表示为^[70]：

$$\begin{cases} \ddot{x} - 2\dot{y} = \frac{\partial \Omega}{\partial x} \\ \ddot{y} + 2\dot{x} = \frac{\partial \Omega}{\partial y} \\ \ddot{z} = \frac{\partial \Omega}{\partial z} \end{cases} \quad (2-5)$$

$$\Omega = \frac{1}{2}(x^2 + y^2) + \frac{1 - \mu}{r_1} + \frac{\mu}{r_2} \quad (2-6)$$

其中， $r_1 = \sqrt{(x + \mu)^2 + y^2 + z^2}$ 为质点 P 相对于 P_1 的距离； $r_2 = \sqrt{(x - 1 + \mu)^2 + y^2 + z^2}$ 为质点 P 相对于 P_2 的距离； Ω 为势能函数； μ 为质量系数，写作

$$\mu = \frac{m_2}{m_1 + m_2}, m_1 > m_2 \quad (2-7)$$

其中， m_1 和 m_2 分别为两个主天体的质量。则CR3BP中唯一存在的积分常数，即Jacobi常数 C 表示为

$$C = 2\Omega - v^2 \quad (2-8)$$

其中， $v^2 = \dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2$ 。

2.1.3 Hill方程与DRO轨道族

在CR3BP中， μ 通常是定义为大于0小于1/2的常数，在太阳系中，存在诸多 $\mu \approx 0$ 的情况，比如地月质量比约为81/1，日地质量比约为333400:1，木星与其卫星的质量比不超过10000:1，研究 $\mu \approx 0$ 时的CR3BP特解具有相当的现实意义。同时， $\mu \approx 0$ 时的CR3BP形式也比普通的CR3BP更为简洁。

Hill方程即为CR3BP在 $\mu = 0$ 时的特殊形式。若对式(2-5)做如下变换:

$$\begin{cases} x = 1 - \mu + \mu^{1/3}\xi \\ y = \mu^{1/3}\eta \\ z = \mu^{1/3}\zeta \end{cases} \quad (2-9)$$

并且, 当 $m_2 \ll m_1$ 时, 可得到Hill方程^[1]:

$$\begin{cases} \ddot{\xi} - 2\dot{\eta} - 3\xi = -\frac{\xi}{\rho^3} \\ \ddot{\eta} + 2\dot{\xi} = -\frac{\eta}{\rho^3} \\ \ddot{\zeta} + \zeta = -\frac{\zeta}{\rho^3} \end{cases} \quad (2-10)$$

其中, $\rho = \sqrt{\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2}$ 。此时, Jacobi常数 C 可以变换为:

$$C = 3 - \mu^{2/3}\Gamma \quad (2-11)$$

其中, Γ 是与Jacobi常数等价的积分常数, 其表达式为^[1]:

$$\Gamma = 3\xi^2 - \zeta^2 + \frac{2}{\rho} - (\dot{\xi}^2 + \dot{\eta}^2 + \dot{\zeta}^2) \quad (2-12)$$

利用Hill方程可以研究更具普适性的CR3BP周期轨道族。目前已经发现的轨道周期族包括经典的a、c、f、g和g'族, 图2-1为1969年M. Henon提供的各类周期轨道族 ξ 与 Γ 的关系图, 根据此图即可得到各类周期轨道在Hill方程中的轨道初值。

DRO轨道即为f族周期轨道, 该轨道是一类关于 ξ 轴对称的周期轨道, 其绕 P_2 运行方向与 P_1 和 P_2 公转方向相反, 当其退化后即绕 P_2 运行的椭圆轨道。文献^[71]根据图2-1以及前人研究成果计算得到的一系列f族轨道的初值, 图2-2展示了Hill方程中, 这些DRO在NEMSRS下的运动轨迹。

为方便接下来的研究内容, 本文从中选取了4个DRO初值(对应4个不同轨道周期)作为后续地月DRO航天器的轨道初值, 如表2-1所示。

表 2-1 Hill方程中f族轨道的初值

Table 2-1 Initial values of f-family orbit for Hill equation

DRO	Γ	ξ	轨道周期
DRO-0	4.0	-0.20421	约3.5 d
DRO-1	2.0	-0.32163	约6.0 d
DRO-2	1.0	-0.43991	约9.0 d
DRO-3	0.5	-0.53182	约12.0 d

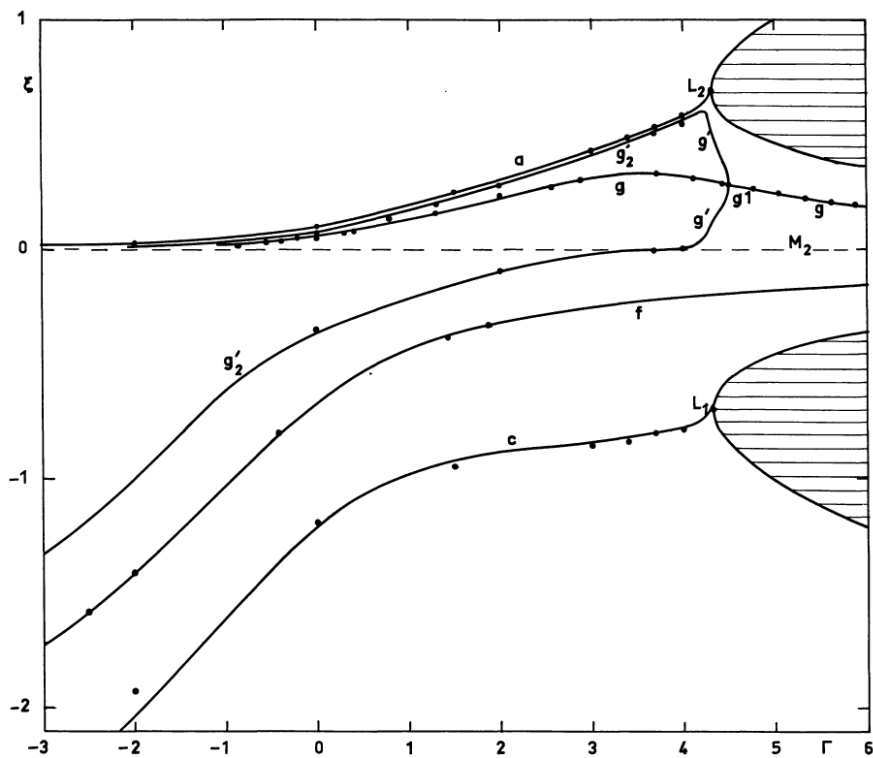


图 2-1 周期轨道在 (ξ, Γ) 平面中的示意图^[1]

Figure 2-1 General map of the periodic orbits in the (ξ, Γ) plane^[1].

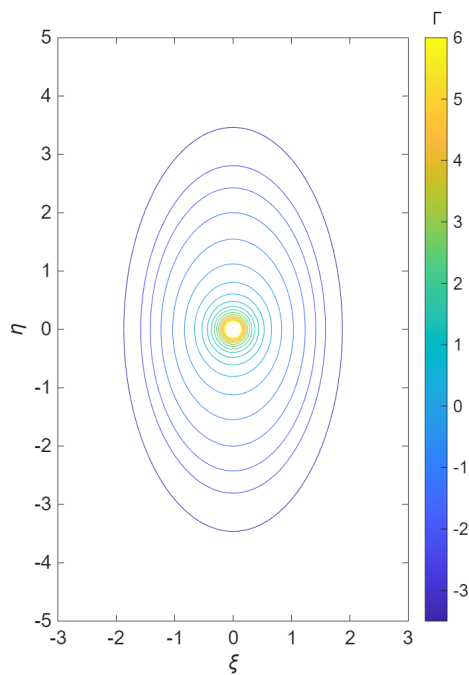


图 2-2 Hill方程中不同 Γ 对应的DRO轨道

Figure 2-2 DRO orbits corresponding to different values of Γ in the Hill equation.

2.1.4 微分修正DRO轨道搜索

Hill方程是 $\mu \rightarrow 0$ 时的特殊形式，而在真实物理世界或CR3BP中 $\mu \neq 0$ ，因此表 2-1中的初值在CR3BP动力学方程下并不完全满足DRO的轨道动力学特征，如图 2-3即为这些DRO轨道初值使用CR3BP动力学方程积分后，在NEMSRS下的运动轨迹，其表现为不闭合的拟周期轨道。

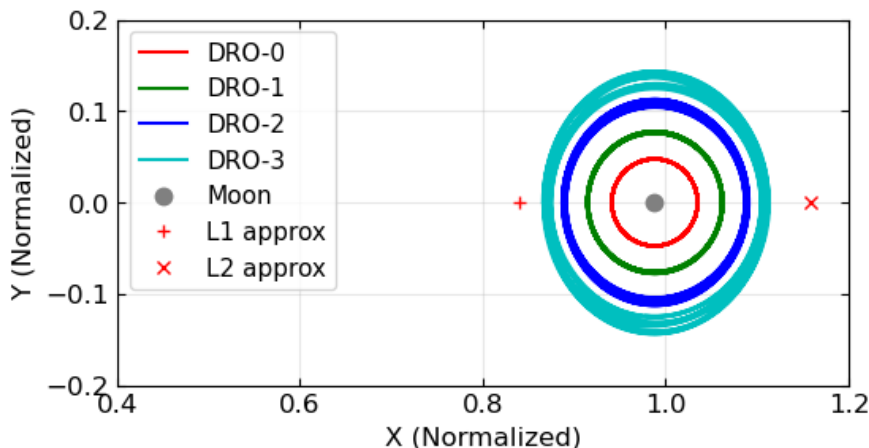


图 2-3 NEMSRS下未经微分修正的DRO轨道

Figure 2-3 DRO orbits without differential correction in NEMSRS.

为获得在CR3BP动力学方程下符合DRO轨道动力学特征的轨道，需要在表 2-1的基础上，对轨道初值进行再搜索。本文使用的是微分改正法。

由于DRO属于平面CR3BP下的特解，因此可仅考虑二维的情况^[72]。设 $\mathbf{X} = [x, y, \dot{x}, \dot{y}]^T$ 为状态量， $\varphi(t, \mathbf{X}_0)$ 为CR3BP动力学方程的相流。寻找该系统的逆行轨道，即搜索以下非线性方程的解

$$\varphi(T, \mathbf{X}_0) = \mathbf{X}_0 \quad (2-13)$$

其中 T 为逆行轨道的运行周期。由于DRO轨道具有沿x轴对称的特征，因此其x轴必须满足垂直相交条件，同时相交时x方向速度为零。可以取初始状态为

$$\mathbf{X}_0 = [x_0, 0, 0, \dot{y}_0]^T \quad (2-14)$$

其中， x_0 可根据表 2-1中初值基于式 (2-9)进行逆变换得到； \dot{y}_0 可联合式 (2-8)和式 (2-11)求得。为使问题简化，可固定 x_0 为已知，以DRO轨道动力学特征为约束条件，搜索合适的 \dot{y}_0 以及运行周期 T 。定义映射 $\mathbf{f}: R^2 \rightarrow R^3$ ，且

$$\mathbf{f}(\dot{y}_0, T) = \begin{bmatrix} \varphi_x(T, \mathbf{X}_0) - x_0 \\ \varphi_y(T, \mathbf{X}_0) \\ \varphi_{\dot{x}}(T, \mathbf{X}_0) \end{bmatrix} \quad (2-15)$$

为寻找DRO轨道的初始状态，需要满足方程

$$\mathbf{f}(y_0^*, T^*) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2-16)$$

用牛顿法进行改正，令待估计参数为 $\Xi = \begin{bmatrix} \dot{y}_0 \\ T \end{bmatrix}$ ，进行线性展开，有

$$\mathbf{0} = \mathbf{f}(\Xi) + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \Xi} \Delta \Xi \quad (2-17)$$

则

$$\left[\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \Xi} \right]^T \left[\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \Xi} \right] \Delta \Xi = - \left[\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \Xi} \right]^T \mathbf{f} \quad (2-18)$$

算出 $\Delta \Xi$ 后，进行改正迭代求解。其中

$$\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \Xi} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \varphi_x}{\partial \dot{y}_0} & \frac{\partial(\varphi_x - x_0)}{\partial T} \\ \frac{\partial \varphi_y}{\partial \dot{y}_0} & \frac{\partial \varphi_y}{\partial T} \\ \frac{\partial \varphi_{\dot{x}}}{\partial \dot{y}_0} & \frac{\partial \varphi_{\dot{x}}}{\partial T} \end{bmatrix} \quad (2-19)$$

对比CR3BP动力学方程，有

$$\frac{\partial \varphi_x}{\partial T} = \dot{x}(T), \quad \frac{\partial \varphi_y}{\partial T} = \dot{y}(T), \quad \frac{\partial \varphi_{\dot{x}}}{\partial T} = \left(2\dot{y} + \frac{\partial \Omega}{\partial x} \right) \Big|_{t=T} \quad (2-20)$$

其他元素则满足原动力学系统的变分方程的解。即，令

$$\frac{\partial \varphi(t, \mathbf{X}_0)}{\partial \mathbf{X}_0} = \Phi(t, t_0) \quad (2-21)$$

则

$$\begin{cases} \dot{\Phi} = \mathbf{A}\Phi, \Phi(t_0, t_0) = \mathbf{I} \\ \mathbf{A} = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}}, \mathbf{F} = \dot{\mathbf{X}} \end{cases} \quad (2-22)$$

通过以上过程进行迭代，就可以得到CR3BP动力学方程下的DRO初始轨道根数。由于采用牛顿法改正，收敛速度较快。同时在搜索过程中，不仅改进轨道初状态，轨道周期也可同时获得。由于已知DRO轨道关于 x 平面对称，因此在轨道改进时，也可以利用 y 两次改变正负号作为积分终止时间，如此可不需要进行轨道周期搜索，因为两次改变正负号表明轨道积分了一个完整周期。

图 2-4展示了经微分修正后的 DRO 轨道在 NEMSRS 下的轨迹。可以看到，经微分修正后的 DRO 轨道在多个运行周期内的轨迹是闭合的。

本文在考虑完整动力学模型相对完整的卫星摄动力下（考虑包括中心天体非球形摄动、太阳系行星三体引力、太阳光压和相对论效应等），对上述周期轨

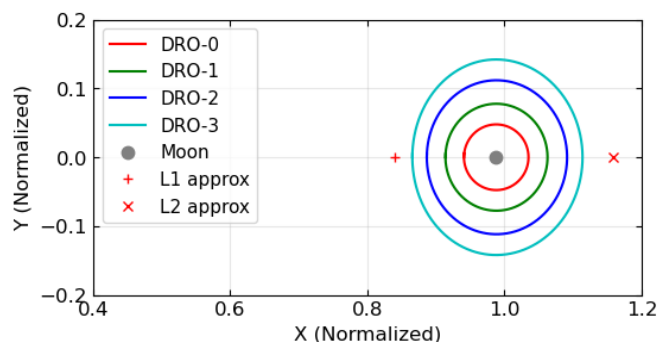


图 2-4 NEMSRS下经微分修正后的DRO轨道

Figure 2-4 DRO orbits after differential correction in NEMSRS.

道积分了3个地月周期，最终得到的卫星轨道在地月会合坐标系下的运行轨迹以及星下点轨迹如图 2-5所示。DRO轨道作为典型的庞加莱稳定性轨道，其在实际运行中会受到多种外部摄动的影响，主要包括太阳辐射压、地球非球形引力摄动、太阳引力摄动以及其他天体的微弱摄动等。如图 2-5所示，在这些摄动作用下，DRO轨道的严格周期特性会被打破，不再是完美的闭合周期轨道——轨道的周期会出现微小波动，轨道形状也会有细微偏差，位置和速度的瞬时值会与理想周期轨道存在差异，但这些偏差始终处于可控范围，轨道稳定性的主要特征得以保留。

对于地月探测任务而言，DRO轨道的这一特性使其能够长期驻留于地月系统的特定区域，无需频繁进行轨道修正，大幅降低了任务的燃料消耗和控制复杂度。

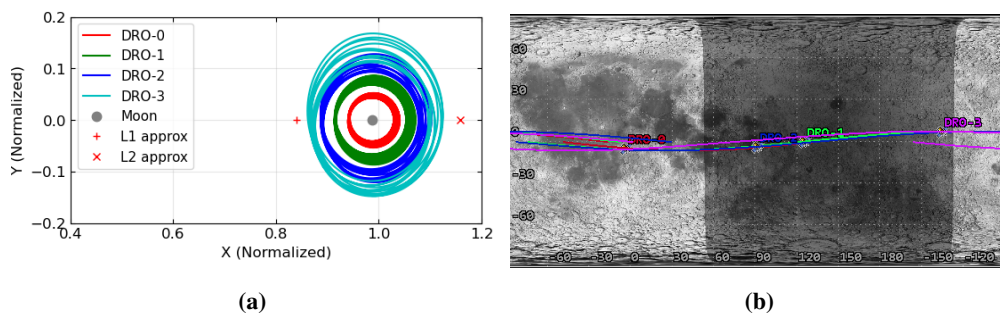


图 2-5 经微分修正后的DRO轨道在完整动力学模型下的运行轨迹。(a)为 NEMSRS 下的轨迹；(b)为 DRO 的星下点轨迹

Figure 2-5 Trajectory of corrected DROs. (a) is trajectory in NEMSRS; (b) is Subsattellite track of the DRO.

2.2 航天器星间测量自主导航原理

假设运行在两条轨道上的卫星之间可以进行相互测量，得到一段或多段连续时间的星-星跟踪数据(Satellite-to-Satellite Tracking, SST)，也即 ISL，测量形式通常包括测距或距离变化率。本文主要关注星间距离测量。

2.2.1 卫星位置对轨道根数的偏导数

对于某绕大质量天体作椭圆运动的卫星，在仅考虑大质量天体引力力的情况下，其轨道常使用二体问题中的六个积分常数来描述——半长轴 a 、偏心率 e 、轨道倾角 i 、升交点赤经 Ω 、近地点角距 ω 和平近点角 M ，又称轨道根数。

根据Liu等^[73]的研究，卫星位置（ $\mathbf{r} = (x, y, z)$ ）对轨道根数的偏导数可采用矢量旋转法推导，最终结果如下：

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial a} &= \frac{\mathbf{r}}{a} - \frac{3 \dot{\mathbf{r}}}{2a}(t - t_0), & \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial e} &= H\mathbf{r} + K\dot{\mathbf{r}}, & \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial M} &= \frac{1}{n}\dot{\mathbf{r}} \\ \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial i} &= \mathbf{R}(\Omega) \times \mathbf{r} \\ \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \Omega} &= \mathbf{e}_z \times \mathbf{r} = (-y, x, 0)^T \\ \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \omega} &= \mathbf{h} \times \mathbf{r} \end{aligned} \quad (2-23)$$

其中， t_0 为初始历元，辅助变量定义如下：

$$\begin{cases} H = -\frac{a}{p}(\cos E + e), K = \frac{\sin E}{n} \left(1 + \frac{r}{p}\right) \\ p = a(1 - e^2), n = \sqrt{\mu}a^{-\frac{3}{2}}, \mu = GM \end{cases} \quad (2-24)$$

$$\mathbf{R}(\Omega) = \begin{pmatrix} \cos \Omega \\ \sin \Omega \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{h} = \begin{pmatrix} \sin i \sin \Omega \\ -\sin i \cos \Omega \\ \cos i \end{pmatrix}, \quad \mathbf{e}_z = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2-25)$$

其中， E 为偏近点角。

2.2.2 近地空间ISL自主导航的可观测性

记近地空间中卫星A的初始历元轨道根数为 σ_{10} ；卫星B的初始历元轨道根数为 σ_{20} 。若卫星A与卫星B之间存在星间测距 L_{12} ，待估计参数为卫星A和卫星B的初始历元轨道根数，即

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} \sigma_{10} \\ \sigma_{20} \end{pmatrix} \quad (2-26)$$

其中

$$\sigma_{10} = \begin{pmatrix} a_1 \\ e_1 \\ i_1 \\ \Omega_1 \\ \omega_1 \\ M_1 \end{pmatrix}, \quad \sigma_{20} = \begin{pmatrix} a_2 \\ e_2 \\ i_2 \\ \Omega_2 \\ \omega_2 \\ M_2 \end{pmatrix} \quad (2-27)$$

则观测方程可写为

$$\mathbf{L}_{12} - \mathbf{v}_{12} = \mathbf{X}_0 + \mathbf{B}(\mathbf{X} - \mathbf{X}_0) \quad (2-28)$$

其中, \mathbf{v}_{12} 为观测方程改正数; $\mathbf{B} = \left. \frac{\partial \mathbf{L}_{12}}{\partial \mathbf{X}} \right|_{\mathbf{X}=\mathbf{X}_0}$ 为系数矩阵。

对于这样一个星间链路自主导航问题, 式 (2-28)有12个参数要解, 分别为卫星A和卫星B的轨道根数。若取任意观测历元 t 来进行分析, 系数矩阵 \mathbf{B} 可表示为:

$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= \left(-\mathbf{e}_{12} \cdot \frac{\partial \mathbf{r}_1}{\partial \sigma_{10}}, \mathbf{e}_{12} \cdot \frac{\partial \mathbf{r}_2}{\partial \sigma_{20}} \right) \\ &= (\mathbf{B}_{a1}, \mathbf{B}_{e1}, \mathbf{B}_{i1}, \mathbf{B}_{\Omega1}, \mathbf{B}_{\omega1}, \mathbf{B}_{M1}, \mathbf{B}_{a2}, \mathbf{B}_{e2}, \mathbf{B}_{i2}, \mathbf{B}_{\Omega2}, \mathbf{B}_{\omega2}, \mathbf{B}_{M2}) \end{aligned} \quad (2-29)$$

其中, $\mathbf{e}_{12} = \frac{\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|}$; \mathbf{r}_1 和 \mathbf{r}_2 分别为卫星A和B在 t 时刻的位置; σ_1 和 σ_2 分别为卫星A和B在 t 时刻的轨道根数。根据最小二乘原理, 若要式 (2-28)有唯一解, 需要累积多个历元的观测数据, 使得最终构成的设计矩阵 \mathbf{B} 列满秩 (观测总数 > 12), 同时各待估参数的对应系数线性无关。若观测数不足, 可通过增加观测解决; 若观测值系数之间线性相关, 则式 (2-28)无法得到唯一解。下面将分别讨论轨道根数的相关性。

2.2.2.1 半长轴系数的相关性

结合式 (2-29)和式 (2-23), 卫星A和卫星B在历元 t 的半长轴系数可写为

$$\begin{cases} \mathbf{B}_{a1} = -\mathbf{e}_{12} \cdot \left(\frac{\mathbf{r}_1}{a_1} - \frac{\dot{\mathbf{r}}_1}{n_1} \left(\frac{3n_1}{2a_1} \right) (t - t_0) \right) \\ \mathbf{B}_{a2} = \mathbf{e}_{12} \cdot \left(\frac{\mathbf{r}_2}{a_2} - \frac{\dot{\mathbf{r}}_2}{n_2} \left(\frac{3n_2}{2a_2} \right) (t - t_0) \right) \end{cases} \quad (2-30)$$

可见, 卫星A和卫星B关于半长轴 a 的系数一般情况下不会出现相关的情况, 故不会因为 a 造成 \mathbf{B} 矩阵列相关。

2.2.2.2 偏心率系数的相关性

结合式 (2-29)和式 (2-23), 卫星A和卫星B在历元 t 偏心率的系数可写为

$$\begin{cases} \mathbf{B}_{e1} = -\mathbf{e}_{12} \cdot (H_1 \mathbf{r}_1 + K_1 \dot{\mathbf{r}}_1) \\ \mathbf{B}_{e2} = \mathbf{e}_{12} \cdot (H_2 \mathbf{r}_2 + K_2 \dot{\mathbf{r}}_2) \end{cases} \quad (2-31)$$

可见, 卫星A和卫星B关于偏心率 e 的系数一般情况下不会出现相关的情况, 故不会因为 e 造成 \mathbf{B} 矩阵列相关。

2.2.2.3 轨道倾角系数的相关性

结合式 (2-29)和式 (2-23), 卫星A和卫星B在历元 t 轨道倾角的系数可写为

$$\begin{cases} \mathbf{B}_{i1} = -\mathbf{e}_{12} \cdot \mathbf{R}(\Omega_1) \times \mathbf{r}_1 = \frac{\mathbf{r}_2 \times \mathbf{r}_1}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|} \cdot \mathbf{R}(\Omega_1) \\ \mathbf{B}_{i2} = \mathbf{e}_{12} \cdot \mathbf{R}(\Omega_2) \times \mathbf{r}_2 = \frac{\mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|} \cdot \mathbf{R}(\Omega_2) \end{cases} \quad (2-32)$$

可见，当 $\Omega_1 = \Omega_2$ 时，卫星A和卫星B关于轨道倾角 i 的系数互为相反数，其他情况下不会出现相关的情况。故当 $\Omega_1 = \Omega_2$ 时，会因为 i 造成**B**矩阵列相关。

2.2.2.4 升交点赤经系数的相关性

结合式 (2-29)和式 (2-23)，卫星A和卫星B在历元 t 升交点赤经的系数可写为

$$\begin{cases} \mathbf{B}_{\Omega_1} = -\mathbf{e}_{12} \cdot (-y_1, x_1, 0)^T = \frac{-1}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|} (x_1 y_2 - x_2 y_1) \\ \mathbf{B}_{\Omega_2} = \mathbf{e}_{12} \cdot (-y_2, x_2, 0)^T = \frac{1}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|} (x_1 y_2 - x_2 y_1) \end{cases} \quad (2-33)$$

可见，不论何种情况下，卫星A和卫星B关于升交点赤经 Ω 的系数互为相反数，即 Ω 会导致**B**矩阵列相关。

2.2.2.5 近地点角距系数的相关性

结合式 (2-29)和式 (2-23)，卫星A和卫星B在历元 t 近地点角距的系数可写为

$$\begin{cases} \mathbf{B}_{\omega_1} = -\mathbf{e}_{12} \cdot \mathbf{h}_1 \times \mathbf{r}_1 = \frac{1}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|} (\mathbf{r}_2 \times \mathbf{r}_1) \cdot \mathbf{h}_1 \\ \mathbf{B}_{\omega_2} = \mathbf{e}_{12} \cdot \mathbf{h}_2 \times \mathbf{r}_2 = \frac{1}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|} (\mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2) \cdot \mathbf{h}_2 \end{cases} \quad (2-34)$$

可见，当卫星A和卫星B轨道面重合时，两卫星关于近地点角距 ω 的系数互为相反数，进而导致**B**矩阵列相关，其他情况下不会出现相关的情况。

2.2.2.6 平近点角系数的相关性

结合式 (2-29)和式 (2-23)，卫星A和卫星B在历元 t 平近点角的系数可写为

$$\begin{cases} \mathbf{B}_{M_1} = -\mathbf{e}_{12} \cdot \frac{1}{n_1} \dot{\mathbf{r}}_1 \\ \mathbf{B}_{M_2} = \mathbf{e}_{12} \cdot \frac{1}{n_2} \dot{\mathbf{r}}_2 \end{cases} \quad (2-35)$$

可见，一般情况下卫星A和卫星B关于平近点角 M 的系数不会出现相关的情况，因此不会因为 M 造成**B**矩阵列相关。

但需要注意的是，当 $e = 0$ 时，卫星轨道为标准圆形，此时 $\mathbf{h} \times \mathbf{r} = \alpha \cdot \dot{\mathbf{r}}$ (α 为常数)，使得 \mathbf{B}_{ω} 与 \mathbf{B}_M 线性相关，但这只是数学上的表达奇异，而非物理上的秩亏。因此，在定轨过程中把待估参数从轨道根数换成位置速度或奇异根数即可解决该问题。

2.2.3 地月空间ISL自主导航的可观测性

经过上一节的分析，近地空间ISL自主导航存在升交点赤经、轨道倾角和近地点角距的**B**矩阵系数相关的问题，即轨道定向参数估计不准。尤其升交点赤经，在仅依靠ISL时是无论如何也难以估计准确的参数，进而导致星座自主旋转

的问题。针对这个问题，本文尝试将上一节的方法应用到目前人们关注的近月空间，探索近地-近月ISL的可行性。

假设存在卫星C绕月运行，同时其轨道高度使地球引力对该卫星的影响可以忽略。若地月坐标系之间的转换仅考虑平移，则其初始历元根数可定义为

$$\sigma_{30} = \begin{pmatrix} a_3 \\ e_3 \\ i_3 \\ \Omega_3 \\ \omega_3 \\ M_3 \end{pmatrix} \quad (2-36)$$

若卫星A与卫星C之间存在星间测距 L_{13} ，待估计参数为卫星A和卫星C的初始历元轨道根数，即

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} \sigma_{10} \\ \sigma_{30} \end{pmatrix} \quad (2-37)$$

则对任意观测历元 t ，其观测方程系数矩阵 \mathbf{B} 可同样表示为：

$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= \left(-\mathbf{e}_{13} \cdot \frac{\partial \mathbf{r}_1}{\partial \sigma_{10}}, \mathbf{e}_{13} \cdot \frac{\partial \mathbf{r}_3}{\partial \sigma_{30}} \right) \\ &= (\mathbf{B}_{a1}, \mathbf{B}_{e1}, \mathbf{B}_{i1}, \mathbf{B}_{\Omega1}, \mathbf{B}_{\omega1}, \mathbf{B}_{M1}, \mathbf{B}_{a3}, \mathbf{B}_{e3}, \mathbf{B}_{i3}, \mathbf{B}_{\Omega3}, \mathbf{B}_{\omega3}, \mathbf{B}_{M3}) \end{aligned} \quad (2-38)$$

其中， $\mathbf{e}_{13} = \frac{\mathbf{r}_m + \mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1}{|\mathbf{r}_m + \mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1|}$ ； \mathbf{r}_m 是月球相对于地球的位置矢量； \mathbf{r}_3 是卫星C相对于月球的位置矢量。下面将分别讨论各轨道定向参数的相关性。

2.2.3.1 轨道倾角系数的相关性

结合式(2-38)和式(2-23)，卫星A和卫星C在历元 t 轨道倾角的系数可写为

$$\begin{cases} \mathbf{B}_{i1} = -\mathbf{e}_{13} \cdot \mathbf{R}(\Omega_1) \times \mathbf{r}_1 = \frac{(\mathbf{r}_m + \mathbf{r}_3) \times \mathbf{r}_1}{|\mathbf{r}_m + \mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1|} \cdot \mathbf{R}(\Omega_1) \\ \mathbf{B}_{i3} = \mathbf{e}_{13} \cdot \mathbf{R}(\Omega_3) \times \mathbf{r}_3 = \frac{(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_m) \times \mathbf{r}_3}{|\mathbf{r}_m + \mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1|} \cdot \mathbf{R}(\Omega_3) \end{cases} \quad (2-39)$$

若以白道面作为坐标系的XOY平面，当 $i_1 = i_3 = 0$ ，且 $\Omega_1 = \Omega_3 = \Omega$ 时，

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_{i1} + \mathbf{B}_{i3} &= (\mathbf{r}_m \times \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_m \times \mathbf{r}_3) \cdot \frac{\mathbf{R}(\Omega)}{|\mathbf{r}_m + \mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1|} \\ &= (0, 0, \alpha)^T \cdot (\cos \Omega, \sin \Omega, 0)^T \\ &= 0 \end{aligned} \quad (2-40)$$

其中， α 为某不恒为0的标量。这说明，若以白道面作为坐标系的XOY平面，当卫星A与卫星C的轨道面都处于白道面时，卫星A和卫星C关于轨道倾角 i 的系数互为相反数，使得 \mathbf{B} 矩阵列相关，体现在定轨结果中即为轨道法向估计不准，其他情况下则不会出现相关的情况。

2.2.3.2 升交点赤经系数的相关性

结合式 (2-38)和式 (2-23)，卫星A和卫星C在历元 t 升交点赤经的系数可写为

$$\begin{cases} \mathbf{B}_{\Omega 1} = -\mathbf{e}_{13} \cdot (-y_1, x_1, 0)^T = \frac{-1}{|\mathbf{r}_m + \mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1|} (x_1 y_3 - x_3 y_1 + y_m x_1 - x_m y_1) \\ \mathbf{B}_{\Omega 3} = \mathbf{e}_{13} \cdot (-y_3, x_3, 0)^T = \frac{1}{|\mathbf{r}_m + \mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1|} (x_1 y_3 - x_3 y_1 + y_m x_3 - x_m y_3) \end{cases} \quad (2-41)$$

若考察两星系数之和：

$$\mathbf{B}_{\Omega 1} + \mathbf{B}_{\Omega 3} = \frac{1}{|\mathbf{r}_m + \mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1|} [(x_3 y_m - y_3 x_m) - (x_1 y_m - y_1 x_m)] \quad (2-42)$$

式 (2-42)括号内的两项分别代表卫星C和卫星A的位置矢量与月球位置矢量在XOY平面内叉积的z分量。只有当月球位置矢量 \mathbf{r}_m 平行于Z轴（即 $x_m = y_m = 0$ ）时， $\mathbf{B}_{\Omega 1} + \mathbf{B}_{\Omega 3} \equiv 0$ ，此时才会出现类似于近地空间ISL的秩亏问题。

然而，在实际地月系统中，月球作为地球的天然卫星，其轨道面位于黄道面附近， x_m 与 y_m 远大于卫星坐标值，且 \mathbf{r}_1 与 \mathbf{r}_3 具有完全独立的运动周期。因此，卫星A和卫星C关于升交点赤经 Ω 的系数互不相反，即在地月空间下， Ω 不会导致 \mathbf{B} 矩阵列相关。地月空间 ISL 利用月球位置矢量的动态演化，消除了系数矩阵对于升交点赤经的奇异性，从而解决了星座整体旋转产生的问题。

2.2.3.3 近地点角距系数的相关性

结合式 (2-38)和式 (2-23)，卫星A和卫星C在历元 t 近地点角距的系数可写为

$$\begin{cases} \mathbf{B}_{\omega 1} = -\mathbf{e}_{13} \cdot \mathbf{h}_1 \times \mathbf{r}_1 = \frac{(\mathbf{r}_m + \mathbf{r}_3) \times \mathbf{r}_1}{|\mathbf{r}_m + \mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1|} \cdot \mathbf{h}_1 \\ \mathbf{B}_{\omega 3} = \mathbf{e}_{13} \cdot \mathbf{h}_3 \times \mathbf{r}_3 = \frac{(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_m) \times \mathbf{r}_3}{|\mathbf{r}_m + \mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1|} \cdot \mathbf{h}_3 \end{cases} \quad (2-43)$$

当 $\Omega_1 = \Omega_3 = \Omega$ ，且 $i_1 = i_3 = i$ 时（即 $\mathbf{h}_1 = \mathbf{h}_3 = \mathbf{h}$ ），可考察两星系数之和：

$$\mathbf{B}_{\omega 1} + \mathbf{B}_{\omega 3} = (\mathbf{r}_m \times \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_m \times \mathbf{r}_3) \cdot \frac{\mathbf{h}}{|\mathbf{r}_m + \mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1|} \quad (2-44)$$

同样，若以白道面作为坐标系的XOY平面，当两卫星轨道面与白道面平行时，式 (2-44)的形式可写为

$$\mathbf{B}_{\omega 1} + \mathbf{B}_{\omega 3} = (0, 0, \alpha)^T \cdot (0, 0, \beta)^T \neq 0 \quad (2-45)$$

其中， α 和 β 均为不恒等于0的常数。

当两卫星轨道面与白道面垂直时，式 (2-44)的形式又可写为

$$\mathbf{B}_{\omega 1} + \mathbf{B}_{\omega 3} = (\alpha, \beta, \gamma)^T \cdot (\delta, \theta, 0)^T \neq 0 \quad (2-46)$$

其中， α 、 β 、 γ 、 δ 和 θ 均为不恒等于0的标量。

可见，在地月空间中，不论何种情况下，两卫星关于近地点角距 ω 的系数不会出现相关的情况，故不会因为 ω 导致 \mathbf{B} 矩阵列相关。

2.2.4 LiAISON自主导航原理

虽然上述公式推导更为直观，但仅适用于近地空间和近月空间。对于更一般性的地月空间，文献^[47]使用引力场非对称性进行了分析总结。

近地空间主要受二体引力场影响。当一条轨道绕地心旋转时，轨道的大小和形状不会发生任何改变，此时任意两条形状和大小相同的轨道可以通过旋转实现完全重合。当两条轨道绕地心发生整体旋转时，尽管轨道的绝对方位在惯性空间中发生了改变，但轨道的大小、形状和相对方位并未发生变化，因此也不会造成两条轨道之间的星间测距观测值发生变化，也即ISL无法确定轨道绝对状态。就算引入J2摄动，引力场依旧关于赤道面和Z轴对称——一条轨道绕Z轴旋转或相对赤道面做镜像后，其轨道大小和形状依旧不发生变化，使得ISL对升交点赤经不敏感^[2]。

而在地月空间中，有地球和月球引力场的共同影响，引力场的高度对称性就消失了。以CR3BP模型为例，一方面，CR3BP模型的引力势取决于航天器距离地月的距离，因而引力加速度关于X轴对称；另一方面，由于地月绕公共质心旋转，因而CR3BP中的科氏加速度是关于X轴不对称的，如图2-6所示，假设两条轨道的位置和速度分别为 $(\mathbf{r}_1, \mathbf{v}_1)$ 和 $(\mathbf{r}_2, \mathbf{v}_2)$ ，其关于XOZ平面对称。设地月旋转角速度为 ω ，则两条轨道的科氏加速度分别为 $\omega \times \mathbf{v}_1$ 和 $\omega \times \mathbf{v}_2$ ，其大小相同，方向却并不关于XOZ平面对称，进而导致地月空间中的加速度场的不对称性，运行在其中的轨道具有唯一性。

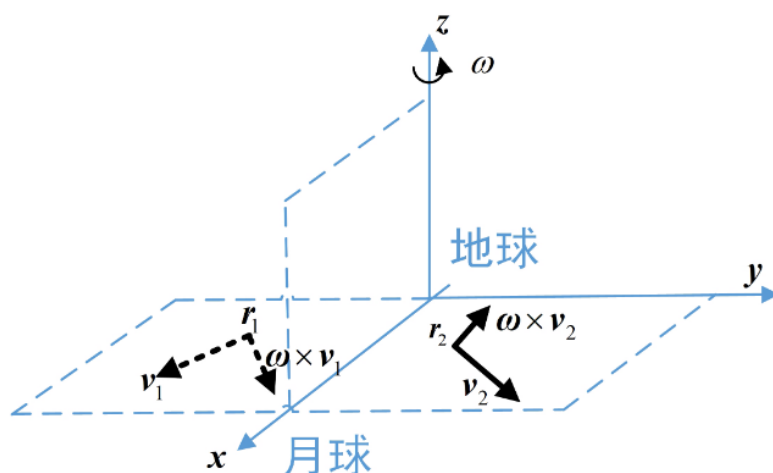


图 2-6 地月旋转导致的科氏加速度关于XOZ平面对称^[2]

Figure 2-6 The asymmetry of the Coriolis acceleration in the XOZ plane due to Earth-Moon rotation^[2].

理论上，虽然地月空间的轨道具有唯一性，具备通过ISL确定绝对轨道状态的前提条件。但实际上，在轨道确定的过程中会受到多方面因素影响，包括测量误差、轨道动力学模型误差和测量几何构型等等。若ISL测量误差和轨道动力学模型误差对轨道的影响大于非对称引力场对轨道的影响，则轨道的唯一性在

精密定轨过程中就无法发挥作用。同时，地月空间中不同位置引力场的非对称性强弱是不一样，只有运行在非对称性比较强的区域中的轨道，其唯一性才能够被测量分辨出来。

Hill^[47]使用非对称度 α 来表征地月空间引力场非对称性的强弱，也即非对称度——航天器受到的第三体加速度大小与所有加速度大小之和的比值，表示如下：

$$a(x, y, z) = \frac{|\mathbf{a}_{3rd}(x, y, z)|}{\sum_{i=1}^n |\mathbf{a}_i(x, y, z)|} \quad (2-47)$$

其中， $\mathbf{a}_i(x, y, z)$ 代表第 i 个力学模型在位置 (x, y, z) 的加速度， $i = 1 \dots n$ 。 $\mathbf{a}_{3rd}(x, y, z)$ 为第三体加速度。在地月空间中，若航天器位置靠近地球，使地球引力高于月球引力，则月球引力视为第三体；相反若位置靠近月球，地球引力视为第三体。图 2-7展示了地月空间中各区域的非对称度。

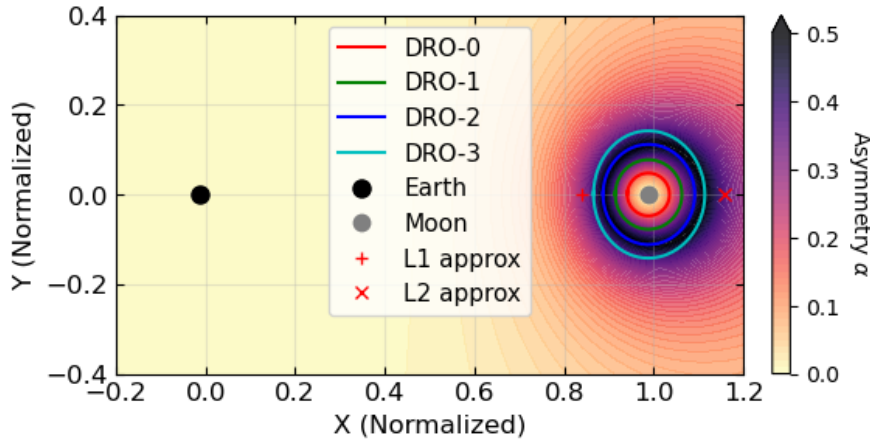


图 2-7 地月空间非对称度强度分析

Figure 2-7 Strength of the asymmetry in cislunar space.

由图 2-7可知，从地球至月球，非对称度呈先增后降的变化趋势。针对前文搜索得到的DRO轨道以及常规的近地空间航天器，表 2-2对这些轨道的非对称度进行了总结。

表 2-2 LEO、MEO和DRO所处区域的非对称度

Table 2-2 Strength of the asymmetry in LEO, MEO, and DRO regions

DRO	轨道周期	非对称度
LEO	1.68 h	$5.47e - 06 \%$
MEO	12.0 h	$5.00e - 04 \%$
DRO-0	约3.5 d	16.4 %
DRO-1	约6.0 d	34.1 %
DRO-2	约9.0 d	49.3 %
DRO-3	约12.0 d	38.8 %

2.3 本章小结

本章围绕地月空间DRO轨道动力学特性与航天器自主导航的可观测性问题开展了深入分析，主要工作如下：

(1) 在动力学模型与轨道搜索方面，介绍了地月圆型限制性三体问题模型与Hill方程，以及DRO轨道族的动力学特征。采用微分修正算法，成功从Hill方程的近似解中搜索得到四条在CR3BP模型下精确闭合的DRO轨道，为后续章节的仿真验证提供了基准轨道数据。

(2) 在自主导航理论分析方面，推导了星间链路观测值对航天器轨道六根数的偏导数矩阵，建立了观测方程与轨道参数间的映射关系。通过对近地空间ISL偏导数矩阵的秩亏分析，得出仅依靠近地星间测距无法解算升交点赤经 Ω 的结论，阐述了星座整体旋转问题的数学本质。

(3) 在地月空间可观测性拓展与LiAISON原理探讨方面，将上述分析框架拓展至地月空间。通过对比研究发现，除轨道面与白道面完全重合的特殊情况外，地月空间ISL天然具备对星座绝对定向参数的可观测性。在此基础上，进一步探讨了更具普遍性的LiAISON自主导航问题，指出利用地月空间引力场非对称性，能够有效打破测量几何的旋转对称性，为实现地月空间航天器自主导航提供了理论支撑。

第3章 地月空间航天器精密定轨理论与软件实现

在完成地月空间自主导航机理分析之后，为实现地月空间航天器高精度轨道确定，需要建立严密的时空基准、观测模型、动力学模型与参数估计框架。与传统近地精密定轨相比，地月空间场景同时涉及近地、转移段与近月等不同区域，参考系层级更多、时间尺度转换更复杂，且跨区域星间观测与多源测量的统一处理对软件实现提出了更高要求。因此，本章围绕地月空间航天器精密定轨的理论与工程实现展开，系统介绍 GCRS、BCRS 和 LCRS 等时空基准及其转换关系，建立适用于地月空间的观测与动力学模型，并结合自主研发的定轨分析软件，说明相关方法的实现过程与实测数据验证结果，为后续自主导航分析提供统一的平台支撑。

3.1 地月空间时空基准及转换

航天器在从近地空间到地月转移轨道再到近月空间的移动过程中，会涉及诸多时空参考系之间的转换，包括地球时空参考系、太阳系时空参考系、月球时空参考系以及卫星轨道参考系等，因此本节将重点对这些坐标系进行介绍。

3.1.1 坐标系统

3.1.1.1 国际天球参考系

根据 1997 年 8 月 IAU 第 23 届大会决议，自 1998 年 1 月 1 日起，启用国际天球参考系 (International Celestial Reference System, ICRS) 取代自 1984 年启用的 FK5 (the Fifth Fundamental Catalogue) 参考系，作为建立星表和太阳系质心历表的基础。其具体实现是国际天球参考架 (International Celestial Reference Frame, ICRF)，ICRF 由空间位置尽量分布均匀的一系列射电源维持。目前最新的 ICRF3 所使用的射电源总数已由最初的 608 颗增加至 4588 颗，其射电源位置精度优于 0.1 mas ^[74]。

ICRS 和 ICRF 只确定了空间坐标轴指向，在具体应用中还需定义坐标原点^[74]。在 IAU2000 大会决议 B1.3 以广义相对论作为基础，定义了 ICRS 的两种实现——太阳系质心天球参考系 (Barycentric Celestial Reference System, BCRS) 和地心天球参考系 (Geocentric Celestial Reference System, GCRS)^[50]。为应对人类日益频繁的月球探测任务，IAU 2024 对月球天球参考系 (Lunar Celestial Reference System, LCRS) 的定义进行了补充^[75]。

3.1.1.2 质心天球参考系

作为 ICRS 的一种实现，BCRS 的原点位于太阳系质心，坐标轴指向与 ICRS 保持一致，记录时间的尺度是质心坐标时 (Barycentric Coordinate Time, TCB)，可

作为描述整个太阳系动力学的基础参考系。根据IAU 2000 B1.3号决议，BCRS ($t = \text{TCB}, \mathbf{x}$) 在谐和规范下的度规张量 g_{ab} 形式如下^[50]:

$$\begin{cases} g_{00} = -1 + \frac{2\omega}{c^2} - \frac{2\omega}{c^4} + O(c^{-5}) \\ g_{0i} = -\frac{4}{c^3}\omega^i + O(c^{-5}) \\ g_{ij} = \delta_{ij} \left(1 + \frac{2\omega}{c^2}\right) + O(c^{-4}) \end{cases} \quad (3-1)$$

其中, ω 和 ω^i 分别是标量和矢量引力势, 它们由太阳系内所有物质的质量和质量流 (运动) 决定。 δ_{ij} 为克罗内积, 写为

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, i = j \\ 0, i \neq j \end{cases} \quad (3-2)$$

根据式 (3-1), BCRS 中的线元 ds_{BCRS}^2 可表示为:

$$ds_{\text{BCRS}}^2 = g_{ab}(t, x^i) dx^a dx^b \quad (3-3)$$

3.1.1.3 地心天球参考系

GCRS 是 ICRS 的另一种实现, 其原点位于地球质心, 坐标轴指向同样与 ICRS 保持一致, 记录时间的尺度是地心坐标时 (Geocentric Coordinate Time, TCG), 可作为描述近地空间动力学的基础参考系。根据 IAU 2000 B1.3 号决议, GCRS ($T = \text{TCG}, \mathbf{X}$) 在谐和规范下的度规张量 $G_{E,\alpha\beta}$ 形式如下^[50]:

$$\begin{aligned} G_{E,00} &= -1 + \frac{2W_E}{c^2} - \frac{2W_E}{c^4} + O(c^{-5}) \\ G_{E,0i} &= -\frac{4}{c^3}W_E^i + O(c^{-5}) \\ G_{E,ij} &= \delta_{ij} \left(1 + \frac{2W_E}{c^2}\right) + O(c^{-4}) \end{aligned} \quad (3-4)$$

其中, 标量势 $W_E = U_E + U_{E,\text{EXT}}$ 为地球引力势 U_E 和太阳等外部天体的潮汐势 $U_{E,\text{EXT}}$ 之和; 矢量势 $W_E^i = U_E^i + U_{E,\text{EXT}}^i$ 。根据式 (3-4), GCRS 中的线元 ds_{GCRS}^2 可表示为:

$$ds_{\text{GCRS}}^2 = G_{E,\alpha\beta}(T, \mathbf{X}^i) dX^\alpha dX^\beta \quad (3-5)$$

3.1.1.4 地固坐标系

IAU2000 B1.3决议给出了地心地球参考系(Geocentric Terrestrial Reference System, GTRS)的定义。GTRS原点位于地心, 是广义相对论框架下的空间坐标系, 并与地球同向旋转, 通过地球定向参数与GCRS相联系。GTRS/ITRS 需通过相关观测与参考框架加以实现^[76]; 类似地, TT 也需通过时间尺度的实际实现来获得。

IERS 维护的国际地球参考系 (International Terrestrial Reference System, ITRS) 是 GTRS 的一种实现, 其构成了一套规定和惯例, 对其原点、尺度、方向和时

间演变进行了定义。根据 IERS conventions 2010, ITRS 需满足以下要求^[77]: 1、原点: 位于地球陆地、海洋和大气的质量中心; 2、尺度: 长度单位为 Si 米; 3、方向: 初始对准点接近 1900 年平均赤道与格林尼治子午线的交点; 4、时间演变: 在统计意义上相对于全球构造板块的水平运动无残余的整体旋转。

ITRS 的具体实现是国际地球参考架 (International Terrestrial Reference Frame, ITRF)。ITRF 由 VLBI、GNSS、SLR 和卫星综合多普勒轨道和无线电定位 (Doppler Orbitography and Radiopositioning Integrated by Satellite, DORIS) 四种大地测量技术建立^[77]。

IERS conventions 2010 中给出了 ITRS 与 GCRS 之间两种转换方法, 一种是以春分点为基准的转换方法, 另一种是以天球中间原点 (Celestial Intermediate Origin, CIO) 为基准的转换方法。本文主要介绍以春分点为基准的转换, 以 CIO 为基准的转换可参阅 IERS conventions 2010。

以春分点为基准的转换与 IAU 1980 规范的转换方法类似, 转换公式如下:

$$[\mathbf{ITRS}] = \mathbf{RPOM} \cdot \mathbf{R}_z(\mathbf{GST}) \cdot \mathbf{RBPN} \cdot [\mathbf{GCRS}] \quad (3-6)$$

其中, $[\mathbf{ITRS}]$ 为 ITRS 下的矢量; $[\mathbf{GCRS}]$ 为 GCRS 下的矢量; \mathbf{RPOM} 为极移矩阵; \mathbf{RBPN} 为不考虑框架偏差的岁差章动矩阵; $\mathbf{R}_z(\mathbf{GST})$ 为地球自转矩阵 (IAU 2000 model), 且 \mathbf{R}_x 、 \mathbf{R}_y 、 \mathbf{R}_z 均为旋转矩阵, 其定义为:

$$\mathbf{R}_x(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & +\cos \alpha & +\sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & +\cos \alpha \end{bmatrix} \quad (3-7)$$

$$\mathbf{R}_y(\alpha) = \begin{bmatrix} +\cos \alpha & 0 & -\sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ +\sin \alpha & 0 & +\cos \alpha \end{bmatrix} \quad (3-8)$$

$$\mathbf{R}_z(\alpha) = \begin{bmatrix} +\cos \alpha & +\sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & +\cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-9)$$

(1) 岁差章动矩阵 \mathbf{RBPN} 的计算公式如下:

$$\mathbf{RBPN} = P(T)N(T) \quad (3-10)$$

其中, $P(T) = \mathbf{R}_z(-z_A)\mathbf{R}_y(-\theta_A)\mathbf{R}_z(-\zeta_A)$ 为岁差矩阵, z_A 、 θ_A 和 ζ_A 均为岁差常数, 其值可参阅 IERS conventions 2010; $N(T)$ 为章动矩阵, IAU 2000 章动模型有 IAU 2000A 和 IAU 2000B 两种模式, 分别对应 0.2 mas 和 1.0 mas 两种精度; $T = (MJD(TT) - MJD(J2000.0))/36525$ ^[77-79]。

(2) 地球自转矩阵 $\mathbf{R}_z(\mathbf{GST})$ 的计算公式如下:

$$\mathbf{R}_z(\mathbf{GST}) = \mathbf{R}_z(\mathbf{GAST}) \quad (3-11)$$

其中, \mathbf{GAST} 为格林尼治恒星时 (Greenwich apparent sidereal time)。

(3) 极移矩阵 **RPOM** 的计算公式如下:

$$\mathbf{RPOM} = \mathbf{R}_z(s')\mathbf{R}_y(x_p)\mathbf{R}_x(y_p) \quad (3-12)$$

其中, x_p 和 y_p 均为极移参数, 可通过对地球自转参数(Earth Orientation Parameter, EOP) 的解算或预报得到; s' 为地球中间零点(Terrestrial Intermediate Origin, TIO), 它是从极移观测量的数值积分而来, 因此无法预报, 通过观测发现其存在每世纪约 47 mas 的长期漂移, 故可用下式计算:

$$s' = (-47 \times 10^{-6}) \times (MJD(TT) - MJD(J2000.0))/36525 \quad (3-13)$$

3.1.1.5 月球天球参考系

目前, IAU 仅给出了月球天球参考系 (Lunar Celestial Reference System, LCRS) 的定义, 即 LCRS 原点位于月球质心, 坐标轴指向与 ICRS 保持一致, 时间引数为月心坐标时 (Lunar Coordinate Time, TCL)。但尚未给出具体实现, 及其与 BCRS 和 GCRS 之间的转换关系。但可参照 BCRS 和 GCRS 的度规形式, 写出 LCRS ($\mathcal{T} = TCL, \mathcal{X}$) 谐和规范下的度规张量 $G_{M,\mu\nu}$, 形式如下^[50]:

$$\begin{aligned} G_{M,00} &= -1 + \frac{2W_M}{c^2} - \frac{2W_M}{c^4} + O(c^{-5}) \\ G_{M,0i} &= -\frac{4}{c^3}W_M^i + O(c^{-5}) \\ G_{M,ij} &= \delta_{ij} \left(1 + \frac{2W_M}{c^2} \right) + O(c^{-4}) \end{aligned} \quad (3-14)$$

其中, 标量势 $W_M = U_M + U_{M,EXT}$ 为月球引力势 U_M 和太阳等外部天体的潮汐势 $U_{M,EXT}$ 之和; 矢量势 $W_M^i = U_M^i + U_{M,EXT}^i$ 。根据式 (3-14), LCRS 中的线元 ds_{LCRS}^2 可表示为:

$$ds_{LCRS}^2 = G_{M,\mu\nu}(\mathcal{T}, \mathcal{X}^i)d\mathcal{X}^\mu d\mathcal{X}^\nu \quad (3-15)$$

3.1.1.6 月固坐标系

目前常用的月固坐标系包括主轴坐标系 (Principal Axes, PAs) 和平地球/平转坐标系 (Mean-Earth/mean-Rotation frame, MER), 前者常用于月面反射器位置描述和重力场模型建立, 后者主要用于月面地理产品^[80]。PAs 的方向取自 GRAIL (the Gravity Recovery and Interior Laboratory) 观测数据, 其与 MER 之间的转换关系与历表版本相关, 如 DE440 星历中定义的转换关系如下^[81]:

$$\mathbf{r}_{MER} = \mathbf{R}_x(-0.2785'')\mathbf{R}_y(-78.6944'')\mathbf{R}_x(-67.8526'')\mathbf{r}_{PAs,DE440} \quad (3-16)$$

PAs 下向量 (\mathbf{r}_{PAs}) 与 ICRF3 下向量 (\mathbf{r}_{ICRF3}) 之间的转换关系通过欧拉角建立, 其转换关系如下:

$$\mathbf{r}_{ICRF3} = \mathbf{R}_z(-\phi_m)\mathbf{R}_x(-\theta_m)\mathbf{R}_z(-\psi_m)\mathbf{r}_{PAs} \quad (3-17)$$

其中, ϕ_m 、 θ_m 和 ψ_m 均为月球平动角, 可从 DE 系列星历中获取。

3.1.1.7 卫星轨道坐标系

卫星轨道坐标系又称RTN (Radial, Tangent, and Normal) 坐标系，其原点位于航天器质心，R轴指向中心天体质心，其方向称轨道径向；N轴与航天器的轨道径向及速度方向正交，其方向称为轨道法向；T轴与N轴和R轴呈右手系，其方向称为轨道切向。RTN坐标系常用于描述某目标与航天器之间的相互位置关系。若某目标在天球坐标系下的位置为 \mathbf{r}_{obj} ，航天器在天球坐标系下的位置速度分别为 \mathbf{r}_{ref} 和 \mathbf{v}_{ref} ，则目标相对于航天器在RTN坐标系下的位置表示为：

$$\mathbf{r}_{RTN} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_R \\ \hat{\mathbf{y}}_T \\ \hat{\mathbf{z}}_N \end{bmatrix} (\mathbf{r}_{obj} - \mathbf{r}_{ref}) \quad (3-18)$$

其中， \mathbf{r}_{RTN} 目标相对于航天器在RTN坐标系下的位置； $\hat{\mathbf{x}}_R$ 、 $\hat{\mathbf{y}}_T$ 和 $\hat{\mathbf{z}}_N$ 分别为XYZ轴基矢量，写为：

$$\hat{\mathbf{x}}_R = \frac{-\mathbf{r}_{ref}}{\|\mathbf{r}_{ref}\|} \quad (3-19)$$

$$\hat{\mathbf{z}}_N = \frac{\mathbf{r}_{ref} \times \mathbf{v}_{ref}}{\|\mathbf{r}_{ref} \times \mathbf{v}_{ref}\|} \quad (3-20)$$

$$\hat{\mathbf{y}}_T = \hat{\mathbf{z}}_N \times \hat{\mathbf{x}}_R \quad (3-21)$$

3.1.1.8 卫星固联坐标系

卫星固联坐标系 (Satellite Body-fixed System, SBS) 常用于描述卫星载荷与卫星质心之间的相互位置关系，该坐标系的定义并不统一，通常其原点位于卫星质心，X轴平行于卫星飞行方向，Z轴指向中心天体质心，Y轴与Z轴和X轴呈右手系。如图 3-1为Swarm卫星本体固联坐标系示意图。

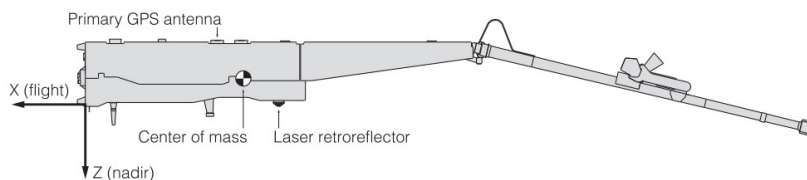


图 3-1 Swarm卫星SBS示意图

Figure 3-1 Diagram of Swarm Satellite Body-Fixed Reference Frame

注: 取自<https://earth.esa.int/eogateway/missions/swarm>

3.1.1.9 不同天球参考系之间的转换

(1) GCRS与BCRS之间的转换

IAU B1.3 决议根据 GCRS 和 BCRS 度规定义了两坐标系之间的时空转换关系^[50]。考虑到目前常使用 TT 和 TDB 描述航天器动力学方程或作为历书时间引数，故结合 TCG/TCB 和 TT/TDB 之间的关系，舍弃部分微小项，可得到 GCRS ($T = TT, \mathbf{X}$) 和 BCRS ($t = TDB, \mathbf{x}$) 的坐标转换关系^[82]：

正变换 (BCRS \rightarrow GCRS):

$$\mathbf{X}_{TT} = \left(1 + L_C + c^{-2} \sum_{B \neq E} U_B \right) \mathbf{r}_{E,TDB} + \frac{1}{2c^2} (\mathbf{v}_E \cdot \mathbf{r}_{E,TDB}) \mathbf{v}_E + \mathcal{O}(10^{-6} \text{ m}) \quad (3-22)$$

逆变换 (GCRS \rightarrow BCRS):

$$\mathbf{r}_{E,TDB} = \left(1 - L_C - c^{-2} \sum_{B \neq E} U_B \right) \mathbf{X}_{TT} - \frac{1}{2c^2} (\mathbf{v}_E \cdot \mathbf{X}_{TT}) \mathbf{v}_E + \mathcal{O}(10^{-6} \text{ m}) \quad (3-23)$$

其中：

- $\mathbf{r}_{E,TDB} = \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_E(t)$ 是目标在 BCRS 下相对于地球质心的位置矢量；
- \mathbf{X}_{TT} 是目标在 GCRS 下的位置矢量；
- \mathbf{x}_E 和 \mathbf{v}_E 是地球质心在 BCRS 下的位置和速度矢量；
- $\sum_{B \neq E} U_B$ 是除地球外所有太阳系天体在地球质心处的引力势之和；
- 常数定义为： $L_C = 1 - \frac{1-L_B}{1-L_G}$ ； $L_B = 1 - \frac{d(TDB)}{d(TCB)} = 1.550519768 \times 10^{-8}$ ； $L_G = 1 - \frac{d(TT)}{d(TCG)} = 6.969290134 \times 10^{-10}$ 。

需要指出的是，式 (3-22) 仅适用于近地空间，可取得 μm 级转换精度^[82]。同时，速度转换公式可通过对式 (3-22) 进行微分得到。

图 3-2展示了，地球空间目标在进行GCRS-BCRS坐标系转换过程中，相比直接平移，由相对论效应产生的坐标修正量变化。从图 3-2可以看到，近地空间

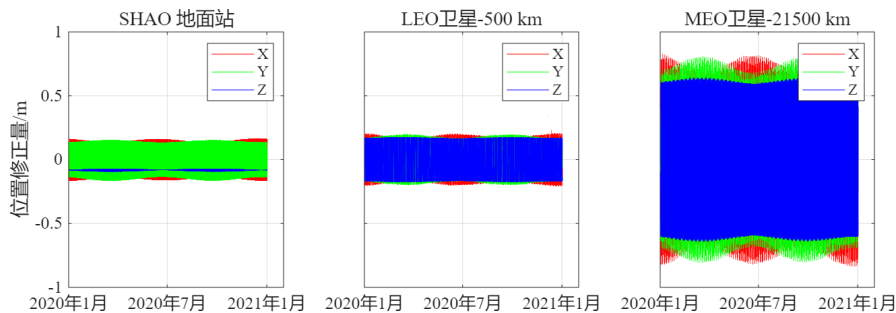


图 3-2 近地空间中随轨道高度变化的 GCRS-BCRS 变换相对论修正量

Figure 3-2 Relativistic Corrections in GCRS-BCRS Transformation vs. Orbital Altitude

目标在进行GCRS-BCRS坐标转换时，相比直接平移，由相对论效应产生的坐标修正量变化多为厘米至分米级别，随着目标逐渐远离地球，修正量也逐渐增大。考虑到目前人类对近地空间目标的定轨精度可达毫米至厘米级，因此针对近地空间GCRS与BCRS之间的坐标转换，必须考虑相对论效应。

(2) LCRS与BCRS之间的转换

根据LCRS度规——式(3-14)，可写出类似于式(3-22)与LCRS相关的空间转换关系。考虑到目前IAU决议中并没有对类似于TT的月球时间(Lunar Time, TL)进行定义和实现，本文参照Turyshev等^[82]和Fienga等^[18]的框架，分别给出LCRS ($\mathcal{T} = TCL, \mathcal{X}$) 和 LCRS ($\mathcal{T} = TL, \mathcal{X}$) 与 BCRS ($t = TDB, \mathbf{x}$) 之间的坐标转换关系：

正变换 (BCRS \rightarrow LCRS):

$$\mathcal{X}_{TCL} = \left(1 + L_B + c^{-2} \sum_{B \neq M} U_B \right) \mathbf{r}_{M,TDB} + \frac{1}{2c^2} (\mathbf{v}_M \cdot \mathbf{r}_{M,TDB}) \mathbf{v}_M + \mathcal{O}(10^{-7} \text{ m}) \quad (3-24)$$

$$\mathcal{X}_{TL} = \left(1 + L_B - L_L + c^{-2} \sum_{B \neq M} U_B \right) \mathbf{r}_{M,TDB} + \frac{1}{2c^2} (\mathbf{v}_M \cdot \mathbf{r}_{M,TDB}) \mathbf{v}_M + \mathcal{O}(10^{-7} \text{ m}) \quad (3-25)$$

逆变换 (LCRS \rightarrow BCRS):

$$\mathbf{r}_{M,TDB} = \left(1 - L_B - c^{-2} \sum_{B \neq M} U_B \right) \mathcal{X}_{TCL} - \frac{1}{2c^2} (\mathbf{v}_M \cdot \mathcal{X}_{TCL}) \mathbf{v}_M + \mathcal{O}(10^{-7} \text{ m}) \quad (3-26)$$

$$\mathbf{r}_{M,TDB} = \left(1 - L_B + L_L - c^{-2} \sum_{B \neq M} U_B \right) \mathcal{X}_{TL} - \frac{1}{2c^2} (\mathbf{v}_M \cdot \mathcal{X}_{TL}) \mathbf{v}_M + \mathcal{O}(10^{-7} \text{ m}) \quad (3-27)$$

其中，

- $\mathbf{r}_{M,TDB} = \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_M(t)$ 是目标在 BCRS 下相对于月球质心的位置矢量；
 - \mathcal{X}_{TCL} 和 \mathcal{X}_{TL} 是目标分别在 LCRS ($\mathcal{T} = TCL, \mathcal{X}$) 和 LCRS ($\mathcal{T} = TL, \mathcal{X}$) 下的位置矢量；
 - \mathbf{x}_M 和 \mathbf{v}_M 是月球质心在 BCRS 下的位置和速度矢量；
 - $\sum_{B \neq M} U_B$ 是除月球外所有太阳系天体在月球质心处的引力势之和；
 - 常数定义为： $L_L = 1 - \frac{d(TL)}{d(TCL)}$ ； L_B 定义同上。
- 类似于 L_G ， L_L 也可写出相应表达式：

$$\begin{aligned} L_L &= 1 - \frac{d(TL)}{d(TCL)} \\ &\approx \frac{1}{c^2} \left[\frac{GM_M}{R_M} \left(1 + \frac{1}{2} J_{2M} \right) + \frac{1}{2} R_M^2 \omega_M^2 \right] = 3.1405877 \times 10^{-11} \end{aligned} \quad (3-28)$$

其中， $GM_M = 4902.800118 \text{ km}^3 \text{ s}^{-2}$ 为DE440中的月球中心引力常数， $R_M = 1737.1513 \text{ km}$ 为月球平均半径， $J_{2M} = 2.033 \times 10^{-4}$ 为月球J2项重力场系数， $\omega_M = 2.6616996 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ 。需要指出的是，不同版本DE星历和重力场模型计算得到的 L_L 数值间存在一定的差异。

同样，本文针对月球空间LCRS-BCRS变换中的相对论修正量进行了量级分析。图 3-3展示了不同轨道高度月球卫星在LCRS-BCRS变换中的相对论修正量。

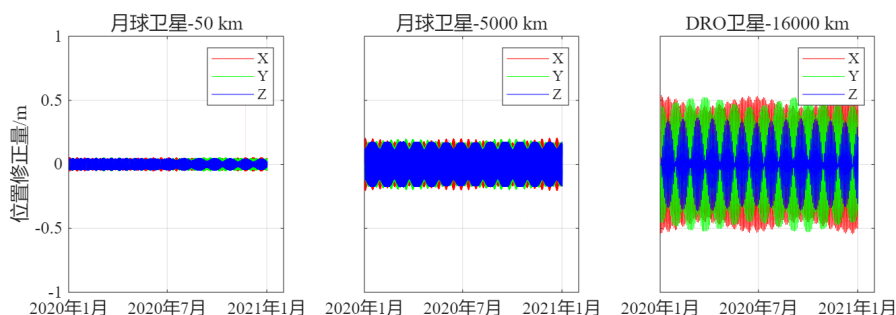


图 3-3 近月空间中随轨道高度变化的 LCRS-BCRS 变换相对论修正量

Figure 3-3 Relativistic Corrections in LCRS-BCRS Transformation vs. Orbital Altitude

从图 3-3 中可以看到，近月空间目标在进行 LCRS-BCRS 坐标转换时，相比于直接平移，由相对论效应产生的坐标修正量级仅为厘米至分米级。随着目标逐渐远离月球，修正量虽有所增大，但即便是对于处于地月三体动力学环境下的 DRO 轨道（轨道周期约 6 天），其修正量幅值也仅在 0.5 m 左右。

鉴于目前地月空间航天器的定轨精度普遍在米级甚至十米量级，且月球表面尚未使用高精度原子钟建立类似地球的高精度时空基准，因此在精度需求不高的情况下，也可忽略高阶相对论效应、仅采用坐标系平移模型。

(3) LCRS与GCRS之间的转换

在相对论时空框架下，LCRS与GCRS被定义为依附于中心天体的局部参考系(Local Reference System)，而BCRS则是描述太阳系整体动力学的全局背景参考系(Global Reference System)。为了保证坐标转换的严谨性与一致性，局部系之间的转换不应直接进行，而应以BCRS作为中间过渡参考系，参照如图 3-4所示的步骤进行^[83]。

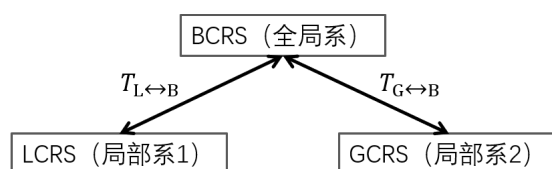


图 3-4 不同局部系之间的转换

Figure 3-4 Transformation between different local reference systems

采用图 3-4所示的“局部-全局-局部”转换策略，一方面能够兼容不同局部系的特定定义与实现方式，另一方面也便于在工程应用软件中通过模块化方式实现标准化程序编制。

3.1.2 时间系统

3.1.2.1 恒星时

以地球相对于恒星的自转周期为基准的时间系统是为恒星时 (Sidereal Time, ST)。恒星日则是春分点在某地子午线上空连续经过两次的时间间隔。由于地球存在自转不均匀的现象，因此每个恒星日的间隔也存在细微的差距。其中，考

虑自转不均匀影响的可称为真恒星时，反之为平恒星时。若以太阳为参考点，则称为太阳时。基于此，1925年，建立了用于天文观测和民用目的的国际时间标准，格林尼治标准时间(GMT)和世界时(Universal Time, UT)。

3.1.2.2 世界时

世界时 (Universal Time, UT) 是以地球自转运动为基础的时间系统。由于地球自转的不均匀性，UT 的时间精度较低，UT 的原始测量值称 UT0。若对 UT 引入极移改正可得到 UT1，继续对其进行季节性改正可得到 UT2。在精密定轨中，UT1 主要用于各时间系统与地球坐标系之间的转换。

3.1.2.3 国际原子时

国际原子时(International Atomic Time, TAI)是由巴黎国际度量衡局 (International Bureau of Weights and Measures, BIPM) 根据全世界数百个主要时间标准、氢原子钟和其他时钟为输入，在归算到大地水准面后，通过钟组算法综合计算得到的时间。因此，TAI 被认为是大地水准面上均匀的、与地球自转无显著关联的时间尺度。TAI 的秒长定义为铯 (133) 原子基态的两个超精细结构能态间跃迁辐射震荡 9192631770 次所经历的时间——即国际单位制(Le Système International d'Unités, SI)。

3.1.2.4 协调世界时

UT1可以反映地球实际的自转角度，但由于地球自转存在季节性变化，且受潮汐摩擦等相关地球物理作用的影响，地球自转速度存在长期变慢的趋势，UT1相对于TAI的差异会逐年累积，因此UT1无法作为全球高精度时间基准。国际上为避免TAI与UT1之间存在明显系统偏差，引入了协调世界时 (Coordinated Universal Time, UTC) 来协调TAI和UT1。UTC的秒长由TAI决定，通过闰秒的形式使UTC与UT1保持一致。但由于UTC在跨跳秒时间段会产生时间与频率的不连续，这对于时间和频率连续性要求高的工作，比如导航系统，是不允许的。所以目前国际上正在酝酿取消UTC跳秒^[74]。

3.1.2.5 GNSS时

GNSS 时 (GNSS Time, GNSST) 是 GNSS 中所有终端时间同步和钟差测量的基准，其基于原子钟的时间刻度，通常由 GNSS 星载原子钟或地面原子钟维持。对于 GPS 而言，其时间基准为 GPST；对 BDS 而言，其时间基准为 BDT。不同 GNSS 系统的时间基准概况如表 3-1所示^[84-86]。

3.1.2.6 坐标时

20 世纪 60 年代，由于 UT 存在地球自转不均匀的问题，人们逐渐建立时间均匀且连续的历书时，用以天体历表编写和确定各天体运动状态。随着时间测量技术水平的不断提高以及广义相对论的应用，历书时逐渐被 TDB 和地球

表 3-1 常用的GNSS时基本信息

Table 3-1 Basic information on commonly used GNSSTs

GNSS系统	GNSS时	与TAI的整秒时差
GPS	GPST	TAI - GPST = 19 s
BDS	BDT	TAI - BDT = 33 s
Galileo	GST	TAI - GST = 19 s
GLONASS	GLONASST	GLONASST = UTC(SU) + 3 h; TAI - GLONASST = LeapSec - 3 h

力学时 (Terrestrial Dynamic Time, TDT) 所替代。直至 20 世纪 90 年代, IAU 工作小组根据广义相对论提出 TCB 和 TCG 的概念以期替代 TDB 和 TDT 作为天体测量和历表编写的时间引数, 但仍保留了 TDB 和 TDT, 并将 TDT 改为 TT (Terrestrial Time)。目前最新的 JPL DE 系列星历仍然以 TDB 作为时间引数^[81,87]。目前, 地月空间导航中涉及到的动力学时主要包括: TT、TL、TDB、TCG、TCL和TCB。

- 地球时 (TT): 平均速率接近位于地球旋转大地水准面上观测者原时的平均速率。在 1977 年 1 月 1 日 0 时 0 分 0 秒 (TAI), TT 的值严格等于 1977 年 1 月 1 日 0 时 0 分 32.184 秒。TT 可用做地心历表和运动方程的时间自变量。TT 的准确实现是 TAI, 其与 TAI 的关系如下^[77]:

$$TT = TAI + 32.184 \text{ s} \quad (3-29)$$

- 月球时 (TL): 尽管 IAU 没有正式定义 TL, 但参照 TT 的定义范式, 可将 TL 定义为平均速率接近位于月球旋转水准面观测者原时的平均速率的时间。TL 也可用做月心历表和运动方程的时间自变量^[82]。

- 质心力学时 (TDB): 用于太阳系质心历表和运动方程的时间自变量, 通过引入线性系数抵消长期项, 使其与 TT 在长期平均速率上保持一致, 二者仅存在周期项差异^[50]。

- 地心坐标时 (TCG): 基于 SI 秒的 GCRS 坐标时。根据 IAU 2006 B3 决议, TCG 与 TT 之间仅有线性关系, 可描述如下^[50]:

$$TT = TCG - L_G \times (JD_{TCG} - T_0) \times 86400 \text{ s} \quad (3-30)$$

其中, $T_0 = 2443144.5003725$ 。

- 月心坐标时 (TCL): 基于 SI 秒的 LCRS 坐标时。TL 与 TCL 之间也仅有线性关系, 根据式 (3-28), 可描述如下^[82]:

$$TL = TCL - L_L \times (JD_{TCL} - \mathcal{T}_0) \times 86400 \text{ s} \quad (3-31)$$

其中, $\mathcal{T}_0 = 2443144.5003725$ 。

• 质心坐标时 (TCB): BCRS 的坐标时, 用含长期项的相对论变换与 TCG 和 TT 相联系。根据 IAU 2006 B3 决议, TCB 与 TDB 之间也仅有线性关系, 可描述如下^[50]:

$$TDB = TCB - L_B \times (JD_{TCB} - t_0) \times 86400 \text{ s} + TDB_0 \quad (3-32)$$

其中, $t_0 = 2443144.5003725$, $TDB_0 = -6.55 \times 10^{-5} \text{ s}$ 。

3.1.2.7 本地时/原时

在本论文中, 本地时(Local Time), 物理上对应为原时(Proper Time), 定义为随航天器或地面测站一同运动的理想时钟所记录的时间, 包括地月空间航天器星载原子钟等所记录的时间。

原时是固有时间, 其流逝速率由当地的物理规律决定。在实际工程应用中, 设备时钟的读数是对原时的测量, 二者之间存在由时钟偏差和漂移引起的误差。由于不同设备时钟的起始历元通常是独立的, 因此不同设备之间需要通过时间同步统一到相同的时间系统^[3]。

特别地, 受广义相对论效应的影响, 处于不同运动状态或引力势中的观测者, 其原时相对于坐标时(Coordinate Time, 如TDB、TT或TL)存在速率差异。因此, 在高精度测量建模中, 必须建立原时与坐标时之间的转换模型。

3.1.2.8 时间系统之间的转换

本文针对地月空间自主导航所涉及的大部分时间系统转换进行了总结, 如图 3-5所示。图 3-5中各时间系统的转换公式如下:

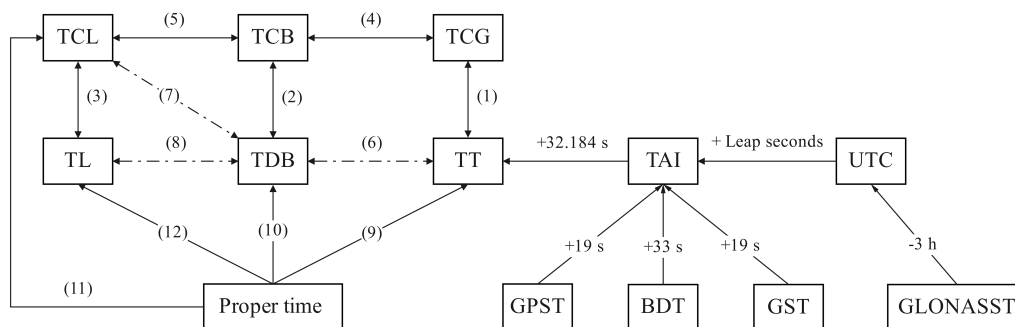


图 3-5 不同时间系统之间的转换

Figure 3-5 Transformation between different time systems

- (1) TT与TCG之间的转换, 参考式 (3-30)。
- (2) TDB与TCB之间的转换, 参考式 (3-32)。
- (3) TL与TCL之间的转换, 参考式 (3-31)。

(4) TCG与TCB之间的转换

根据IAU 2000 决议 B1.3, TCG与TCB之间的转换为四维时空变换, 其表达式为^[50]:

$$T_{\text{TCG}} - t_{\text{TCB}} = -\frac{1}{c^2} \left[\int_{t_0}^t \left(\frac{1}{2} v_E^2 + \sum_{B \neq E} U_B \right) dt + \mathbf{v}_E \cdot \mathbf{r}_{E, \text{TCB}} \right] + \mathcal{O}(c^{-4}) \quad (3-33)$$

或

$$t_{\text{TCB}} - T_{\text{TCG}} = \frac{1}{c^2} \left[\int_{T_0}^T \left(\frac{1}{2} v_E^2 + \sum_{B \neq E} U_B \right) dT + \mathbf{v}_E \cdot \mathbf{X}_{\text{TCG}} \right] + \mathcal{O}(c^{-4}) \quad (3-34)$$

其中,

- $\mathbf{r}_{E, \text{TCB}} = \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_E(t)$ 是目标在 BCRS 下相对于地球质心的位置矢量;
- \mathbf{X}_{TCG} 是目标在 GCRS 下的位置矢量;
- \mathbf{x}_E 和 \mathbf{v}_E 是地球质心在 BCRS 下的位置和速度矢量;
- $\sum_{B \neq E} U_B$ 是除地球外所有太阳系天体在地球质心处的引力势之和;
- t_0 为1977年1月1日0时0分0秒 (TAI), 即 $T_0 = 2443144.5003725$

(5) TCL与TCB之间的转换

目前, IAU尚未给出具体的TCL与TCB之间的转换表达式, 但可根据LCRS度规, 结合TCG与TCB之间的转换形式, 给出TCL与TCB之间的转换关系^[88,89]:

$$\mathcal{T}_{\text{TCL}} - t_{\text{TCB}} = -\frac{1}{c^2} \left[\int_{t_0}^{t_{\text{TCB}}} \left(\frac{1}{2} v_M^2 + \sum_{B \neq M} U_B \right) dt + \mathbf{v}_M \cdot \mathbf{r}_{M, \text{TCB}} \right] + \mathcal{O}(c^{-4}) \quad (3-35)$$

或

$$t_{\text{TCB}} - \mathcal{T}_{\text{TCL}} = \frac{1}{c^2} \left[\int_{\mathcal{T}_0}^{\mathcal{T}_{\text{TCL}}} \left(\frac{1}{2} v_M^2 + \sum_{B \neq M} U_B \right) d\mathcal{T} + \mathbf{v}_M \cdot \mathcal{X}_{\text{TCL}} \right] + \mathcal{O}(c^{-4}) \quad (3-36)$$

其中,

- $\mathbf{r}_{M, \text{TCB}} = \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_M(t)$ 是目标在 BCRS 下相对于月球质心的位置矢量;
- \mathcal{X}_{TCL} 是目标在 LCRS 下的位置矢量;
- \mathbf{x}_M 和 \mathbf{v}_M 是月球质心在 BCRS 下的位置和速度矢量;
- $\sum_{B \neq M} U_B$ 是除月球外所有太阳系天体在月球质心处的引力势之和。

(6) TT与TDB之间的转换

TT与TDB之间的关系无法直接建立, 其转换过程应当遵循 $\text{TT} \leftrightarrow \text{TCG} \leftrightarrow \text{TCB} \leftrightarrow \text{TDB}$ 这样的转换链条, 即 $\text{TDB} - \text{TT} = (\text{TDB} - \text{TCB}) + (\text{TCB} - \text{TCG}) + (\text{TCG} - \text{TT})$, 进而得到^[82]:

$$t_{\text{TDB}} - T_{\text{TT}} = \text{TDB}_0 - L_C \times (\text{JD}_{\text{TT}} - T_0) \times 86400 + \frac{1}{c^2} \left[\int_{T_0}^{T_{\text{TT}}} \left(\frac{1}{2} v_E^2 + \sum_{B \neq E} U_B \right) dT + \mathbf{v}_E \cdot \mathbf{X}_{\text{TT}} \right] + \mathcal{O}(c^{-4}) \quad (3-37)$$

为方便计算, IAU在其发布的SOFA (the Standards of Fundamental Astronomy Service) 软件包中, 提供了级数解析解, 其表达式为^[82,90,91]:

$$t_{\text{TDB}} - T_{\text{TT}} = \text{TDB}_0 + \mathbf{P}(T_{\text{TT}}) - \mathbf{P}(T_0) + \frac{1}{c^2} (\mathbf{v}_E \cdot \mathbf{X}_{\text{TT}}) + \mathcal{O}(c^{-4}) \quad (3-38)$$

其中, $\mathbf{P}(t)$ 即为级数多项式。目前 SOFA 中, 该解析解包含了 787 阶系数。本文对位于中国上海 (7821)、澳大利亚 Yarragadee (7090) 和美国华盛顿 (7105) 的 SLR 测站进行了解析解与积分形式解的计算对比, 结果显示, 级数解析解与积分形式解之间的差异优于 5 ns , 如图 3-6 所示 (图中已将起始历元统一为 2012 年 3 月 1 日 UTC)。

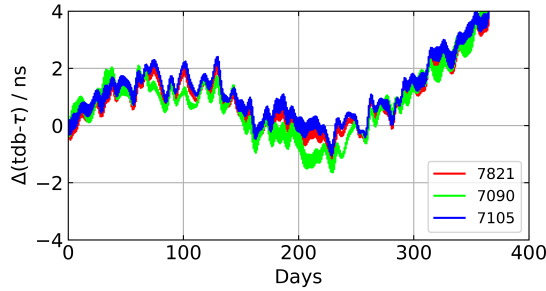


图 3-6 7821、7090及7105测站TDB-TT级数解析解与数值积分结果对比

Figure 3-6 Comparison of TDB-TT Analytical Series Solutions and Numerical Integration Results for Stations 7821, 7090, and 7105

(7) TCL与TDB之间的转换

与计算TDB-TT类似, TCL与TDB的转换过程应当遵循 $\text{TCL} \leftrightarrow \text{TCB} \leftrightarrow \text{TDB}$, 即 $\text{TDB} - \text{TCL} = (\text{TDB} - \text{TCB}) + (\text{TCB} - \text{TCL})$ 。故有^[88,89]:

$$t_{\text{TDB}} - \mathcal{T}_{\text{TCL}} = \text{TDB}_0 - L_B \times (\text{JD}_{\text{TCL}} - \mathcal{T}_0) \times 86400 + \frac{1}{c^2} \left[\int_{\mathcal{T}_0}^{\mathcal{T}_{\text{TCL}}} \left(\frac{1}{2} v_M^2 + \sum_{B \neq M} U_B \right) d\mathcal{T} + \mathbf{v}_M \cdot \mathbf{X}_{\text{TCL}} \right] + \mathcal{O}(c^{-4}) \quad (3-39)$$

(8) TL与TDB之间的转换

TL与TDB的转换过程应当遵循 $\text{TL} \leftrightarrow \text{TCL} \leftrightarrow \text{TCB} \leftrightarrow \text{TDB}$, 即 $\text{TDB} - \text{TL} = (\text{TDB} - \text{TCB}) + (\text{TCB} - \text{TCL}) + (\text{TCL} - \text{TL})$ 。故有^[88,89]:

$$t_{\text{TDB}} - \mathcal{T}_{\text{TL}} = \text{TDB}_0 - \frac{L_B - L_L}{1 - L_L} \times (\text{JD}_{\text{TL}} - \mathcal{T}_0) \times 86400 + \frac{1}{c^2} \left[\int_{\mathcal{T}_0}^{\mathcal{T}_{\text{TL}}} \left(\frac{1}{2} v_M^2 + \sum_{B \neq M} U_B \right) d\mathcal{T} + \mathbf{v}_M \cdot \mathbf{X}_{\text{TL}} \right] + \mathcal{O}(c^{-4}) \quad (3-40)$$

(9) 原时 τ 与TT之间的转换

对于近地空间中的一个未经校准、仅记录自身原时 τ 的时钟, 原时 τ 与TT之间的转换关系可根据GCRS度规得到^[77]:

$$T_{\text{TT}} - \tau = (TT_0 - \tau_0) \times 86400 - \int_{TT_0}^{T_{\text{TT}}} \left[L_G - \frac{1}{c^2} \left(\frac{1}{2} v_c^2 + U_E(\mathbf{X}_{\text{TT}}) + U_{E,tide}(\mathbf{X}_{\text{TT}}) \right) \right] dT \quad (3-41)$$

其中,

- τ_0 是原时 τ 的时间起点, 其值取决于用户;
- \mathbf{X}_{TT} 是时钟在GCRS下的位置矢量;
- v_c 是时钟在GCRS下的运动速度;
- $U_E(\mathbf{X}_{TT})$ 是地球在时钟位置 \mathbf{X}_{TT} 处产生的引力势;
- $U_{E,tide}(\mathbf{X}_{TT})$ 是除地球外及其它太阳系天体 (主要是太阳、月球、行星) 在时钟位置处产生的潮汐势。

(10) 原时 τ 与TDB之间的转换

对于太阳系中的一个未经校准、仅记录自身原时 τ 的时钟, 原时 τ 与TDB之间的转换关系可根据BCRS度规得到^[92,93]:

$$t_{\text{TDB}} - \tau = (TDB_0 - \tau_0) \times 86400 - \int_{\tau_0}^{t_{\text{TDB}}} \left[\frac{1}{c^2} \left(U_{\text{total}}(\mathbf{x}_{\text{TDB}}) + \frac{1}{2} v_c^2 \right) - L_B \right] dt \quad (3-42)$$

其中,

- \mathbf{x}_{TDB} 是时钟在BCRS下的位置矢量;
 - v_c 是时钟在BCRS下的运动速度;
 - $U_{\text{total}}(\mathbf{x}_{\text{TDB}})$ 是太阳系所有天体在时钟位置 \mathbf{x}_{TDB} 处产生的引力势。
- #### (11) 原时 τ 与TCL之间的转换

对于近月空间中的一个未经校准、仅记录自身原时 τ 的时钟, 原时 τ 与TCL之间的转换关系可根据LCRS度规得到:

$$\mathcal{T}_{\text{TCL}} - \tau = (\mathcal{T}_0 - \tau_0) \times 86400 + \frac{1}{c^2} \int_{\tau_0}^{\mathcal{T}_{\text{TCL}}} \left[\left(\frac{1}{2} v_c^2 + U_M(\mathbf{x}_{\text{TCL}}) + U_{M,tide}(\mathbf{x}_{\text{TCL}}) \right) \right] d\mathcal{T} \quad (3-43)$$

其中,

- \mathbf{x}_{TCL} 是时钟在LCRS下的位置矢量;
- v_c 是时钟在LCRS下的运动速度;
- $U_M(\mathbf{x}_{\text{TCL}})$ 是月球在时钟位置 \mathbf{x}_{TCL} 处产生的引力势;
- $U_{M,tide}(\mathbf{x}_{\text{TCL}})$ 是除月球外及其它太阳系天体 (主要是太阳、地球、行星) 在时钟位置处产生的潮汐势。

(12) 原时 τ 与TL之间的转换

同样, 对于近月空间中的一个未经校准、仅记录自身原时 τ 的时钟, 结合式(3-31)和式(3-43), 可得到原时 τ 与TL之间的转换关系:

$$\mathcal{T}_{\text{TL}} - \tau = (\mathcal{T}_0 - \tau_0) \times 86400 - \int_{\tau_0}^{\mathcal{T}_{\text{TL}}} \left[L_L - \frac{1}{c^2} \left(\frac{1}{2} v_c^2 + U_M(\mathbf{x}_{\text{TL}}) + U_{M,tide}(\mathbf{x}_{\text{TL}}) \right) \right] d\mathcal{T} \quad (3-44)$$

其中,

- \boldsymbol{x}_{TL} 是时钟在LCRS下的位置矢量；
- v_c 是时钟在LCRS下的运动速度；
- $U_M(\boldsymbol{x}_{TL})$ 是月球在时钟位置 \boldsymbol{x}_{TL} 处产生的引力势；
- $U_{M,tide}(\boldsymbol{x}_{TL})$ 是除月球外及其它太阳系天体（主要是太阳、地球、行星）在时钟位置处产生的潮汐势。

图 3-7展示了地心处各时间尺度之间的差异，可以看到，TDB与TT之间的差异极小，仅为毫秒级。

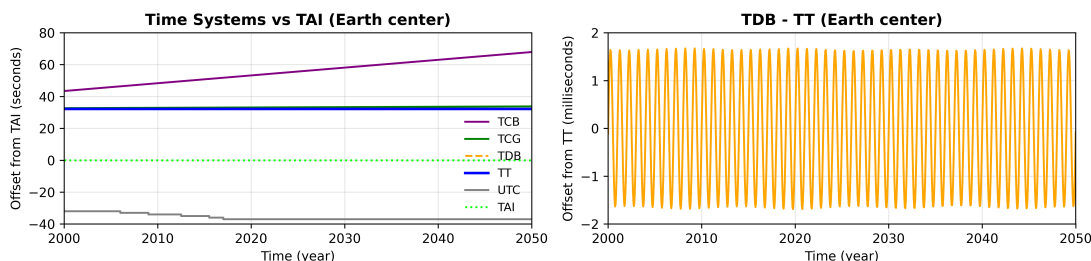


图 3-7 地心处时间尺度之间的关系图

Figure 3-7 Difference between time systems at earth center

同样的，图 3-8展示了月心处，与月球相关的时间尺度之间的差异，可以看到，在本文选取的 L_L 下，TDB与TL之间存在明显线性漂移，约 $1\text{ s}/50\text{ yr}$ 。

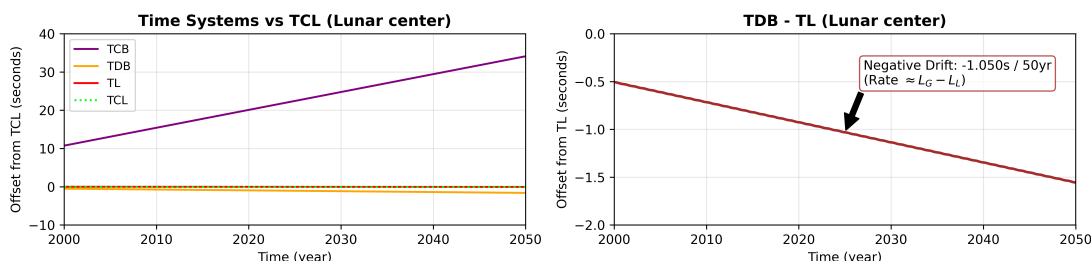


图 3-8 月心处时间尺度之间的关系图

Figure 3-8 Difference between time systems at lunar center

需要特别指出的是，前文已经提及，在精度要求不高的前提下，可对LCRS与BCRS之间的空间坐标转换仅采用坐标系平移模型。但是，考虑到图 3-8中显示的TDB与TL之间的明显线性漂移，针对近月空间航天器，若空间坐标的转换采用了坐标系平移模型，那么相应的时间系统也应沿用平移之前坐标系的坐标时，即使用TDB或TCB。

3.2 观测模型

根据本文的技术路线，以下会介绍本文涉及的主要的星间测量建模及其误差修正。

3.2.1 星间单程测距

距离测量是深空探测以及星间链路中，一类常用且重要的观测手段。如图3-9所示，由航天器A于 τ_1 时刻向航天器B发射信号，航天器B于 τ_2 时刻接收信号，并通过对时间做差获取的单向测距值，即为星间单程测距(One-Way Ranging, OWR)。

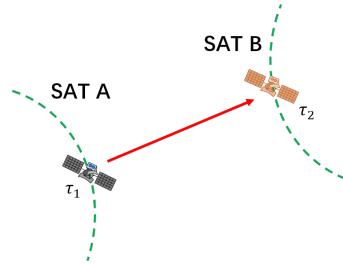


图 3-9 星间单程测距模式示意图

Figure 3-9 Inter-satellite one-way ranging mode

OWR观测值在BCRS下进行建模如下^[94]:

$$\begin{aligned} \rho_{12} &= (\tau_2 - \tau_1) \cdot c \\ &= \|r_B(t_2) - r_A(t_1)\| + (\delta t_{A1} - \delta t_{B2}) \cdot c + (\Delta t_{B2} - \Delta t_{A1}) \cdot c + \\ &\quad (D_{B2}^{recv} - D_{A1}^{tran}) \cdot c + \Delta R_{12} + \epsilon_{12} \end{aligned} \quad (3-45)$$

其中，

- τ_2 、 τ_1 分别为卫星A和卫星B上的原时，其对应TDB分别为 t_1 和 t_2 ;
- $\|r_B(t_2) - r_A(t_1)\|$ 为卫星A和卫星B之间在BCRS下的几何距离;
- D_{B2}^{recv} 、 D_{A1}^{tran} 分别为卫星A和卫星B的发射或接收时延;
- δt_{A1} 和 δt_{B2} 分别为卫星A在 t_1 时刻以及卫星B在 t_2 时刻TDB与卫星原时的差异。对任意卫星 i ，其在 t_j 时刻的TDB与卫星原时的差异 δt_{ij} 可写为:

$$\delta t_{ij} = t_j - \tau_{ij} \quad (3-46)$$

- Δt_{A1} 和 Δt_{B2} 分别为卫星A在 t_1 时刻和卫星B在 t_2 时刻的物理钟差，可用二次多项式描述。对任意卫星 i ，其在 t_j 时刻的物理钟差 Δt_{ij} 可写为:

$$\Delta t_{ij} = a_{i0} + a_{i1}(t_j - t_{i0}) + a_{i2}(t_j - t_{i0})^2 \quad (3-47)$$

其中， a_{i0} 为钟差； a_{i1} 为钟速； a_{i2} 为钟漂； t_{i0} 是卫星 i 物理钟差的基准历元时刻。

- ΔR_{12} 是观测数据的修正量，包括相位中心修正、电离层修正和夏皮罗时延等；其中，夏皮罗时延是由行星引力场导致的时空弯曲效应，使得光信号传播的实际距离比坐标距离长。其可通过下式计算^[94]:

$$\begin{aligned} \Delta R_{rel} &= \frac{2GM_S}{c^2} \ln \left\{ \frac{r_1^S + r_2^S + r_{12}^S + \frac{2GM_S}{c^2}}{r_1^S + r_2^S - r_{12}^S + \frac{2GM_S}{c^2}} \right\} + \\ &\quad \sum_B \frac{2GM_B}{c^2} \ln \left\{ \frac{r_1^B + r_2^B + r_{12}^B}{r_1^B + r_2^B - r_{12}^B} \right\} \end{aligned} \quad (3-48)$$

其中, GM_S 为太阳引力常数; GM_B 为太阳系内行星、外行星系统或月球的引力常数; 角标 S 表示太阳, B 表示行星系统或月球; r_1 和 r_2 分别为传播路径起点与终点距各引力天体质心的直线距离, r_{12} 为两点之间的直线距离。

- ϵ_{12} 为测量噪声。

3.2.2 星间双单程测距

在工程实践中, 常采用双单程测距模式对星间距离进行测量。即航天器A和航天器B之间相互发送和接收对方的测距信号, 获取上下行OWR观测值, 随后对双单程测距观测进行求和或求差, 进而得到星间双单程测距(Dual One-Way Ranging, DOWR), 如图 3-10所示。

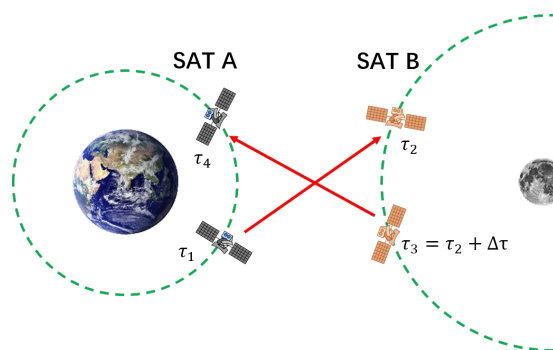


图 3-10 星间双单程测距模式示意图

Figure 3-10 Inter-satellite dual one-way ranging mode

根据图 3-10, DOWR测量过程可描述为: 航天器A于 τ_1 时刻向航天器B发射信号, 航天器B于 τ_2 时刻接收信号, 可记为上行观测; 随后, 航天器B于 $\tau_3 = \tau_2 + \Delta\tau$ 时刻向航天器A发射信号, 航天器A于 τ_4 时刻接收信号, 可记为下行观测。此时, 可对该上下行观测进行求和或求差组合, 分别执行不同解算任务。

BCRS下, DOWR的求和组合公式如下^[23,94]:

$$\begin{aligned}
 \rho_{12} + \rho_{34} &= (\tau_2 - \tau_1 + \tau_4 - \tau_3) \cdot c \\
 &= (\tau_4 - \tau_1 - \Delta\tau) \cdot c \\
 &= \|r_B(t_2) - r_A(t_1)\| + \|r_A(t_4) - r_B(t_3)\| + \\
 &\quad (\delta t_{A1} - \delta t_{A4}) \cdot c + (\delta t_{B3} - \delta t_{B2}) \cdot c + \\
 &\quad (\Delta t_{B2} - \Delta t_{B3}) \cdot c + (\Delta t_{A4} - \Delta t_{A1}) \cdot c + \\
 &\quad (D_{B2}^{\text{recv}} - D_{A1}^{\text{tran}}) \cdot c + (D_{A4}^{\text{recv}} - D_{B3}^{\text{tran}}) \cdot c + \\
 &\quad \Delta R_{12} + \Delta R_{34} + \epsilon_{12} + \epsilon_{34}
 \end{aligned} \tag{3-49}$$

求差组合公式如下^[23,94]:

$$\begin{aligned}
\rho_{12} - \rho_{34} &= [\tau_2 - \tau_1 - (\tau_4 - \tau_3)] \cdot c \\
&= \|r_B(t_2) - r_A(t_1)\| - \|r_A(t_4) - r_B(t_3)\| + \\
&\quad (\delta t_{A1} + \delta t_{A4}) \cdot c - (\delta t_{B3} + \delta t_{B2}) \cdot c + \\
&\quad (\Delta t_{B2} + \Delta t_{B3}) \cdot c - (\Delta t_{A4} + \Delta t_{A1}) \cdot c + \\
&\quad (D_{B2}^{\text{recv}} + D_{A1}^{\text{tran}}) \cdot c - (D_{A4}^{\text{recv}} + D_{B3}^{\text{tran}}) \cdot c + \\
&\quad \Delta R_{12} - \Delta R_{34} + \epsilon_{12} - \epsilon_{34}
\end{aligned} \tag{3-50}$$

其中,

- τ_1 和 τ_4 均为航天器A上的原时, 其对应TDB分别为 t_1 和 t_4 ;
- τ_2 和 τ_3 均为航天器B上的原时, 其对应TDB分别为 t_2 和 t_3 ;
- $\Delta\tau$ 为上下行观测时间间隔。

可以看到, 在式 (3-49)中, 扣除了观测值中大部分钟差信息, 保留了几何距离信息; 对应的, 在式 (3-50)中, 扣除了观测值中大部分几何信息, 保留了钟差信息。因此式 (3-49)常用于精密定轨, 式 (3-50)常用于航天器钟差确定。

在观测数据记录方面, 式 (3-49)可仅记录总接收时刻 τ_4 、DOWR求和组合观测值 $\rho_{12} + \rho_{34}$ 和上下行观测时间间隔 $\Delta\tau$; 类似地, 式 (3-50)可仅记录总接收时刻 τ_4 、DOWR求差组合观测值 $\rho_{12} - \rho_{34}$ 和上下行观测时间间隔 $\Delta\tau$ 即可。该记录方式在实际工程应用中具备较强的普适性, 当 $\Delta\tau = 0$ 时, 记为瞬时转发式星间双程测距; 当 $\Delta\tau \neq 0$ 即为DOWR观测模式, 在该模式下 $\Delta\tau$ 的值可在毫秒至秒量级。针对DOWR观测值中的几何距离 (光行时) 和卫星钟差相关项, 以下将分述其具体计算与处理方法。

3.2.2.1 光行时计算

根据上述DOWR观测数据记录方式, 观测数据中仅总接收时刻 τ_4 、DOWR组合观测值和上下行观测时间间隔 $\Delta\tau$ 已知。其他时刻如 t_1 、 t_2 和 t_3 在精密定轨过程中未知, 须通过光行时迭代计算获得。

下行信号光行时可使用以下不动点格式迭代计算:

$$\begin{aligned}
\Delta t_{34}^{i+1} &= \rho_{34}(t_4, \Delta t_{34}^i) \\
&= \frac{\|r_A(t_4) - r_B(t_4 - \Delta t_{34}^i)\| + \Delta R_{34}}{c}
\end{aligned} \tag{3-51}$$

其中, Δt_{34} 的初值可设为0。在获取 Δt_{34} 后, 可通过下式计算 t_2 和 t_3 :

$$\begin{cases} t_3 = t_4 - \Delta t_{34} \\ t_2 = t_3 - \Delta\tau \end{cases} \tag{3-52}$$

随后, 可再次通过以下不动点格式迭代获取上行信号光行时:

$$\begin{aligned}
\Delta t_{12}^{i+1} &= \rho_{12}(t_2, \Delta t_{12}^i) \\
&= \frac{\|r_B(t_2) - r_A(t_2 - \Delta t_{12}^i)\| + \Delta R_{12}}{c}
\end{aligned} \tag{3-53}$$

其中, Δt_{12} 的初值可设为0。

3.2.2.2 航天器物理钟差处理

航天器钟差包含两部分, 一部分是航天器搭载的时钟固有的时间测量误差, 也称为物理钟差; 另一部分, 则是由大质量恒星/行星引力引起的广义相对论效应, 造成的航天器原时与坐标时的差异, 又称相对论钟差。若不考虑航天器钟差的影响, 一方面会导致信号发射/接收时刻的记录有偏, 进而直接影响DOWR观测值大小; 另一方面, 也会对光行时计算过程中航天器位置的计算造成影响。随着时间同步技术以及时钟制造技术的发展与进步, 不同中心天体甚至不同类型的航天器钟差会有不同的表现与处理方式。因此, 有必要对航天器钟差修正进行详细讨论。

本节将主要讨论航天器物理钟差对DOWR组合观测值的影响。由式 (3-49)和式 (3-50), 航天器物理钟差对DOWR求和以及求差组合观测值的影响可分别表达为:

$$\begin{cases} \Delta t_{B2} - \Delta t_{B3} = a_{B1}(t_2 - t_3) + a_{B2}(t_2 - t_3)(t_2 + t_3 - 2t_{B0}) \\ \Delta t_{A4} - \Delta t_{A1} = a_{A1}(t_4 - t_1) + a_{A2}(t_4 - t_1)(t_4 + t_1 - 2t_{A0}) \end{cases} \quad (3-54)$$

$$\begin{cases} \Delta t_{B2} + \Delta t_{B3} = 2a_{B0} + a_{B1}(t_2 + t_3 - 2t_{B0}) + a_{B2} [(t_2 - t_{B0})^2 + (t_3 - t_{B0})^2] \\ \Delta t_{A4} + \Delta t_{A1} = 2a_{A0} + a_{A1}(t_4 + t_1 - 2t_{A0}) + a_{A2} [(t_4 - t_{A0})^2 + (t_1 - t_{A0})^2] \end{cases} \quad (3-55)$$

式 (3-54)为航天器物理钟差对DOWR求和组合观测值的影响, 可以看到, 通过对上下行观测值求和, 航天器物理钟差剩余项仅剩钟速和钟漂相关的项。其影响量级大多取决于上下行观测时间间隔 $\Delta\tau$ 。在地月空间星间测距中, 上下行观测时间间隔 $\Delta\tau$ 的选择会同时受到测量体制、时钟稳定性与轨道动力学非线性等多种因素影响。本文在精密定轨中主要关注时钟与动力学特性的影响, 暂不讨论测量体制的限制。对于时钟稳定性, 目前星载原子钟 (如铷钟、氢钟) 的频率稳定度已优于 10^{-13} [95], 且其线性频偏可通过地面测控或星间链路进行高精度标定与补偿。

为了分析进行高精度标定与补偿后物理钟差对DOWR求和组合观测值的影响, 本文基于BDS-3星载被动型氢原子钟的噪声特性进行数值仿真。仿真采用的幂律谱噪声系数如表 3-2 所示。基于该参数生成的时钟残差序列, 在不同上下行观测时间间隔下的测距误差分析如图 3-11所示。仿真结果表明, 在完成补偿后, 由时钟随机噪声在短时间 ($\Delta\tau < 20$ s) 内引入的测距残差极值优于 1 cm, RMS值优于 2 mm, 相比于地月空间常规的米级距离测量精度, 其影响可忽略不计。鉴于此, 为了剥离时钟硬件性能的干扰, 本文在后续定轨仿真中假设航天器钟速已得到理想化校准, 以重点关注动力学与几何特性。

式 (3-55)为航天器物理钟差对DOWR求差组合观测值的影响, 可以看到, 通过对上下行观测求差, 航天器物理钟差的钟差、钟速和钟漂相关的项均有保留。

表 3-2 北斗导航卫星星载氢原子钟稳定度指标^[3]Table 3-2 Stability index of the hydrogen atomic clock on Beidou navigation satellites^[3]

Noise Type	Coeff. Symbol	Value
White Freq. Mod. (WFM)	q_0	1.5881×10^{-24}
Random Walk Freq. Mod. (RWFM)	q_{-2}	1.332×10^{-34}

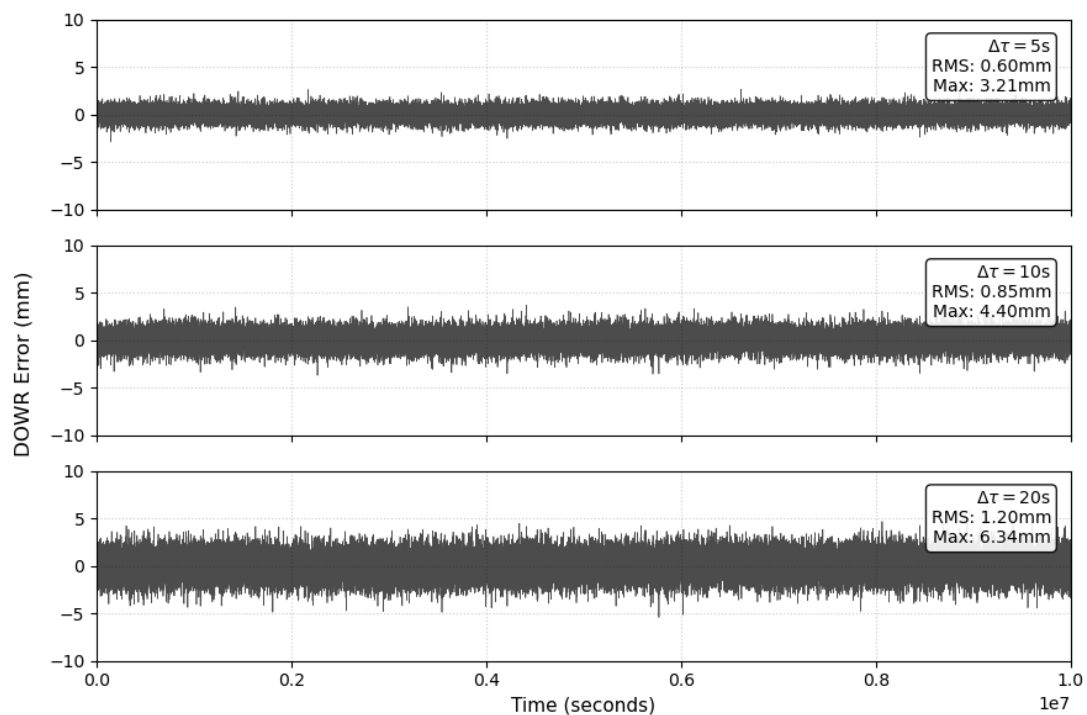


图 3-11 物理钟差导致的星间双单程测距误差

Figure 3-11 Inter-satellite dual one-way ranging error caused by physical clock offset

此时，物理钟差对观测值的影响不可忽略。因此DOWR求差组合观测值可以在精密定轨完成后，通过固定航天器轨道，对航天器钟差参数进行求解。这也是星间链路数据处理中，常用的轨道和钟差解耦方法。

3.2.2.3 航天器原时与坐标时的差异

由于式 (3-49) 和式 (3-50) 是建立在BCRS下的，同时距离测量又是根据两航天器各自的计时结果的组合计算。因此观测值中天然含有航天器原时与坐标时之间的差异，该部分差异由大质量恒星/行星引力引起的广义相对论效应造成，故又称相对论钟差。对处于不同引力势和不同运动状态的航天器，其相对论钟差的计算公式有别，本节将分开进行介绍。

(1) 近地空间中未经时钟修正的目标

这类目标处于近地空间、其时钟仅记录自身原时，故其原时与TDB的关系应遵循 $\tau \rightarrow \text{TT} \rightarrow \text{TDB}$ 的转换链条，即

$$\delta t = t_{\text{TDB}} - \tau = (t_{\text{TDB}} - T_{\text{TT}}) + (T_{\text{TT}} - \tau) \quad (3-56)$$

其中， $t_{\text{TDB}} - T_{\text{TT}}$ 可参考式 (3-37) 或式 (3-38) 计算； $T_{\text{TT}} - \tau$ 可参考式 (3-41) 进行计算。

(2) 近地空间中的导航卫星

这类航天器通常指GNSS卫星或LEO导航卫星，同样也需要遵循 $\tau \rightarrow \text{TT} \rightarrow \text{TDB}$ 的转换链条。在对这类航天器进行相对论修正时（计算 $T_{\text{TT}} - \tau$ ），由于航天器速度项和地心引力势在式 (3-41) 中的主导作用，在不考虑日月等天体产生的潮汐势下，航天器原时与TT之间的微分关系可写为：

$$\frac{d\tau}{dT_{\text{TT}}} = 1 + L_G - \frac{v_c^2}{2c^2} - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{GM_E}{r_c} \quad (3-57)$$

在无摄运动下，根据活力公式以及开普勒方程，上式可进一步写成：

$$T_{\text{TT}} - \tau = T_0 - \tau_0 + \left(\frac{1}{c^2} \frac{3GM_E}{2a} - L_G \right) (T_{\text{TT}} - t_0) + 2 \frac{\mathbf{r}_c \cdot \dot{\mathbf{r}}_c}{c^2} \quad (3-58)$$

其中， a 为卫星轨道半长轴。式 (3-58) 等号右侧第二项称为相对论常数修正。相对论常数修正通常在卫星发射前予以修正^[34]。式 (3-58) 等号右侧第三项在早期被称为相对论偏心率修正，也称为GNSS协议相对论修正，通常在数据处理过程中由用户计算并予以扣除^[96]。因此，对于GNSS或LEO导航卫星上的载荷，其原时可看作未经GNSS协议相对论修正的GNSST，若要将其时间转换至TDB，须经如下计算（以BDS为例）：

$$\begin{cases} t_{\text{TDB}} - \tau_{\text{BDT}} = [t_{\text{TDB}} - T_{\text{TT}}](T_{\text{TT}}) + 2 \frac{\mathbf{X}_E \cdot \dot{\mathbf{X}}_E}{c^2} + 65.184 \text{ s} \\ T_{\text{TT}} = \tau_{\text{BDT}} + 2 \frac{\mathbf{X}_E \cdot \dot{\mathbf{X}}_E}{c^2} + 65.184 \text{ s} \end{cases} \quad (3-59)$$

其中， $[t_{\text{TDB}} - T_{\text{TT}}](T_{\text{TT}})$ 可根据式 (3-37) 或式 (3-38) 进行计算； \mathbf{X}_E 和 $\dot{\mathbf{X}}_E$ 分别为卫星在GCRS下的位置和速度矢量。

(3) 近地空间中已将时间修正至UTC或GNSST的航天器

这类航天器包括使用星地链路将时钟修正至 UTC 的航天器，以及使用 GNSS 信号进行时间修正的航天器。在时间转换中，这类航天器的转换过程相对简单，仅需遵循 UTC \rightarrow TT \rightarrow TDB 或 GNSST \rightarrow TT \rightarrow TDB 的转换链条即可。

(4) 地月空间中的其他航天器

针对地月空间中的其他航天器，由于现阶段人类尚未在月球附近建立相应的时空基准，因此这类航天器时钟可看作太阳系中未做时间修正、仅记录自身原时的时钟，其原时与TDB的差异可使用式 (3-42)计算。

由于本文主要研究内容为地月空间自主导航，因此对于近地航天器，考虑以GNSS卫星或LEO导航卫星为主；对于近月或远离近地空间的航天器，考虑其时钟未经过修正、仅记录自身原时。在此条件下，相对论钟差对DOWR求差组合观测值的影响不必讨论，与物理钟差相同，是必须考虑的项，重点是对DOWR求和组合观测值的影响。相对论钟差对DOWR求和组合观测值的影响可写为：

$$\begin{cases} \delta t_{A1} - \delta t_{A4} = [t_{\text{TDB}} - T_{\text{TT}}](T_1 - T_4) + \frac{2}{c^2} (\mathbf{X}_E(T_1) \cdot \dot{\mathbf{X}}_E(T_1) - \mathbf{X}_E(T_4) \cdot \dot{\mathbf{X}}_E(T_4)) \\ \delta t_{B3} - \delta t_{B2} = \int_{t_2}^{t_3} \left[\frac{1}{c^2} (U_{\text{total}}(\mathbf{x}_{\text{TDB}}) + \frac{1}{2}v_c^2) - L_B \right] dt \end{cases} \quad (3-60)$$

为分析相对论钟差对DOWR求和组合观测值的影响，本文基于地月空间中不同周期DRO轨道，以及近地空间中不同LEO卫星进行了数值仿真，如图 3-12。仿真中使用的DRO和LEO卫星基本情况列于表 3-3。

表 3-3 DRO和LEO卫星信息

Table 3-3 Information of DROs and LEOs

Satellite	Orbital period
Sentinel-1A	1.65 hours
Sentinel-3B	1.68 hours
SWARM-B	1.58 hours
DRO-0	3.5 days
DRO-1	6.0 days
DRO-2	9.0 days
DRO-3	12.0 days

从图 3-12中可以看到，随着 $t_3 - t_2$ 的不断增大，DRO的相对论钟差量级也从 $< 1 \text{ ns}$ 逐渐增加至 $< 20 \text{ ns}$ 。该量级对DOWR而言不可忽视，必须在观测值中对该项进行修正。同时，LEO卫星的相对论钟差对DOWR的影响比DRO卫星的更为显著。随着 $t_4 - t_1$ 的不断增大，该项幅值也从 5 ns 逐渐增加至 60 ns ，因此也必须在观测值中对该项进行修正。

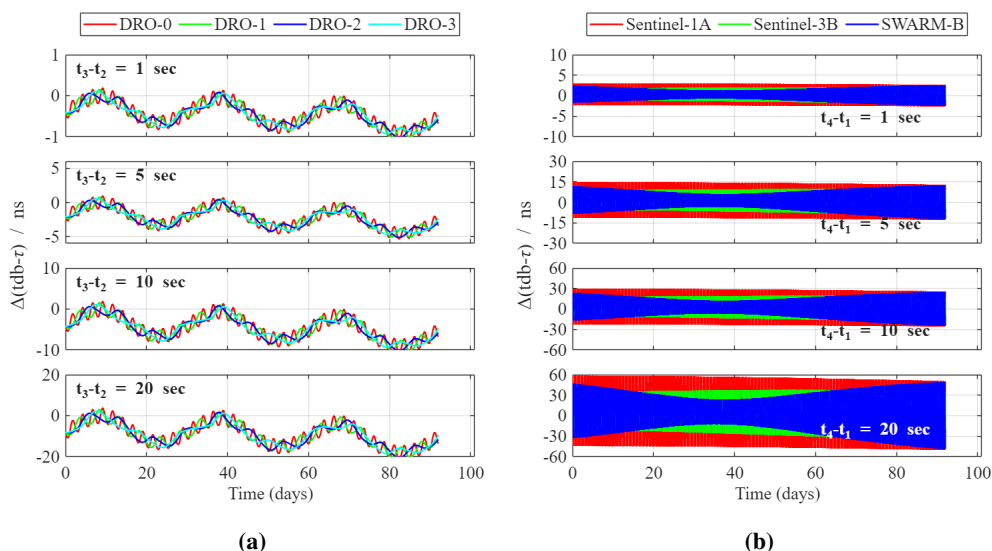


图 3-12 DRO和LEO卫星相对论钟差量级分析。(a)为DRO卫星相对论钟差；(b)为LEO卫星相对论钟差

Figure 3-12 General relativistic clock correction for DRO and LEO satellites. (a) is correction for DRO satellites; (b) is correction for LEO satellites

3.2.2.4 上下行观测时间间隔对DOWR的影响

上下行观测时间间隔 $\Delta\tau$ 决定了卫星钟差对DOWR求和组合观测值的影响量级，这部分已经在前两节讨论完毕。同时， $\Delta\tau$ 产生的时标误差会使卫星位置的插值结果有偏，进而对光行时计算造成不良影响。上下行观测时间间隔 $\Delta\tau$ 可进一步写为：

$$\begin{aligned} \Delta\tau &= \tau_3 - \tau_2 \\ &= t_3 - t_2 + \delta t_{B2} - \delta t_{B3} + a_{B1} \cdot (t_3 - t_2) \end{aligned} \quad (3-61)$$

由式 (3-61)， $\Delta\tau$ 同样包含相对论钟差改正项以及物理钟差改正项。其中， $\Delta\tau$ 的相对论钟差改正项可依据式 (3-60)进行修正； $\Delta\tau$ 的物理钟差改正项则依赖卫星钟速的修正精度。以LEO-LRO编队为例，若考虑LEO卫星相对地球运行速度约 $7.2 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$ ，LRO卫星相对地球运行速度约 $2.7 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$ ，假设LRO卫星搭载高精度原子钟，则由时钟随机噪声在短时间 ($\Delta\tau < 20 \text{ sec}$) 内引入的LEO-LRO相对位置误差小于1 mm，远小于DOWR的测量误差。因此， $\Delta\tau$ 的物理钟差改正项可忽略不计。

3.2.3 归一化星间测距

考虑到式 (3-49) 和式 (3-50)均由不同时刻下的OWR观测值组成，若要得到瞬时双向距离观测量或瞬时双向钟差观测量，可分别对OWR观测进行归算到同

一时刻^[24]:

$$\begin{aligned}\rho_{12}(t_0) &= \rho_{12} + d\rho_{12} \\ &= \|r_B(t_0) - r_A(t_0)\| + (\Delta t_B(t_0) - \Delta t_A(t_0)) \cdot c + \\ &\quad (D_{B2}^{recv} - D_{A1}^{tran}) \cdot c + \Delta R_{12} + \epsilon_{12}\end{aligned}\quad (3-62)$$

$$\begin{aligned}\rho_{34}(t_0) &= \rho_{34} + d\rho_{34} \\ &= \|r_A(t_0) - r_B(t_0)\| + (\Delta t_A(t_0) - \Delta t_B(t_0)) \cdot c + \\ &\quad (D_{A2}^{recv} - D_{B1}^{tran}) \cdot c + \Delta R_{34} + \epsilon_{34}\end{aligned}\quad (3-63)$$

其中, $d\rho_{12}$ 和 $d\rho_{34}$ 为归算修正量; t_0 为归算时刻, 通常选在 t_1 和 t_4 之间, 如 $(t_2 + t_3)/2$ 。归算修正量与归算时刻和观测时刻的距离差和钟差有关, 可用下式表示:

$$\begin{aligned}d\rho_{12} &= \|r_B(t_0) - r_A(t_0)\| - \|r_B(t_2) - r_A(t_1)\| - (\delta t_{A1} - \delta t_{B2}) \cdot c + \\ &\quad [(\Delta t_B(t_0) - \Delta t_A(t_0)) - (\Delta t_B(t_2) - \Delta t_A(t_1))] \cdot c\end{aligned}\quad (3-64)$$

$$\begin{aligned}d\rho_{34} &= \|r_A(t_0) - r_B(t_0)\| - \|r_A(t_4) - r_B(t_3)\| - (\delta t_{B3} - \delta t_{A4}) \cdot c + \\ &\quad [(\Delta t_A(t_0) - \Delta t_B(t_0)) - (\Delta t_A(t_4) - \Delta t_B(t_3))] \cdot c\end{aligned}\quad (3-65)$$

通过对式 (3-62) 和式 (3-63) 进行求和或求差组合, 即可得到归一化星间测距组合测量值, 即:

$$\begin{aligned}\frac{\rho_{12}(t_0) + \rho_{34}(t_0)}{2} &= \|r_B(t_0) - r_A(t_0)\| + \frac{c}{2}(D_{B2}^{recv} - D_{B3}^{tran} + D_{A4}^{recv} - D_{A3}^{tran}) + \\ &\quad \frac{1}{2}(\Delta R_{12} + \Delta R_{34}) + \frac{1}{2}(\epsilon_{12} + \epsilon_{34})\end{aligned}\quad (3-66)$$

$$\begin{aligned}\frac{\rho_{12}(t_0) - \rho_{34}(t_0)}{2c} &= \Delta t_B(t_0) - \Delta t_A(t_0) + \frac{1}{2}[(D_{B2}^{recv} + D_{B3}^{tran}) - (D_{A4}^{recv} + D_{A1}^{tran})] + \\ &\quad \frac{1}{2c}(\Delta R_{12} - \Delta R_{34}) + \frac{1}{2c}(\epsilon_{12} - \epsilon_{34})\end{aligned}\quad (3-67)$$

式 (3-66) 和式 (3-67) 即为 BDS-3 使用的 Ka 波段/超精度星间双向观测值。

值得注意的是, $d\rho_{12}$ 和 $d\rho_{34}$ 可由卫星预报轨道和预报钟差计算, 其计算精度取决于卫星预报钟速精度和卫星运动速度精度。根据 Tang 等^[24]的研究表明, 目前 BDS-3 卫星速度预报误差约 0.1 mm/s、预报钟速精度优于 $1E - 13$, 在归算时间间隔为 3 s 的条件下, 可计算出归算误差小于 0.3 mm, 远小于定轨解算误差和钟差测定误差。

3.2.4 星载 GNSS 观测值

目前, 在 LEO 卫星上搭载星载 GNSS 接收机, 利用获取的星载 GNSS 观测数据进行定位授时已经十分普遍。对于某 LEO 卫星搭载的星载 GNSS 接收机 rcv ,

其接收到来自卫星 S 在 j 频率播发的GNSS信号，得到的伪距和载波相位观测数据可表示如下^[97]：

$$\begin{cases} P_{rcv,j}^s = \rho_{rcv}^s + c\delta t_{rcv} - c\delta t_s + \delta\rho_{ion,j} + \delta\rho_{rel} + \delta\rho_{pco,j} + \delta\rho_{pco,j}^s + \varepsilon_P \\ L_{rcv,j}^s = \rho_{rcv}^s + c\delta t_{rcv} - c\delta t_s - \delta\rho_{ion,j} + \delta\rho_{rel} + \delta\rho_{pco,j} + \delta\rho_{pco,j}^s + \lambda_j N_j^s + \varepsilon_L \end{cases} \quad (3-68)$$

其中， $P_{rcv,j}^s$ 和 $L_{rcv,j}^s$ 分别为接收机 rcv 接收到的伪距和载波相位观测值； ρ_r^s 为LEO卫星与卫星 S 之间的几何距离； δt_r 和 δt_s 分别为星载接收机和卫星 S 的钟差； $\delta\rho_{ion,j}$ 是电离层延迟； $\delta\rho_{rel}$ 是广义相对论延迟改正； $\delta\rho_{pco,j}$ 和 $\delta\rho_{pco,j}^s$ 分别为LEO卫星和卫星 S 的天线相位中心(Phase Center Offset, PCO)改正； λ_j 是波长； N_j^s 是载波相位模糊度（单位：cycle）； ε_P 和 ε_L 分别是伪距和载波相位的观测噪声。

电离层延迟是GNSS观测值中的一项主要误差项。为消除电离层延迟对星载GNSS观测数据的影响，通常对双频GNSS观测数据采用消电离层(Ionosphere-Free, IF)组合，使用该组合观测值可以消除电离层一阶延迟。IF组合伪距和载波相位观测值可以表示为^[98]：

$$\begin{cases} P_{r,IF}^s = \frac{f_i^2}{f_i^2 - f_j^2} \cdot P_{r,i}^s - \frac{f_j^2}{f_i^2 - f_j^2} \cdot P_{r,j}^s \\ L_{r,IF}^s = \frac{f_i^2}{f_i^2 - f_j^2} \cdot L_{r,i}^s - \frac{f_j^2}{f_i^2 - f_j^2} \cdot L_{r,j}^s \end{cases} \quad (3-69)$$

其中， $P_{rcv,IF}^s$ 和 $L_{rcv,IF}^s$ 分别为IF伪距和IF载波相位观测值； f_i 和 f_j 分别是第 i 和第 j 波段的频率。

3.3 精密定轨理论方法

3.3.1 卫星轨道动力学

在地月空间中，航天器在运动过程中会受到多种作用力的影响。其天球坐标系下的运动方程可以由以下微分方程描述：

$$\ddot{\mathbf{r}} = \ddot{\mathbf{r}}_{TB} + \ddot{\mathbf{r}}_{NB} + \ddot{\mathbf{r}}_{NS} + \ddot{\mathbf{r}}_{TD} + \ddot{\mathbf{r}}_{RL} + \ddot{\mathbf{r}}_{SR} + \ddot{\mathbf{r}}_{DG} + \ddot{\mathbf{r}}_{TH} \quad (3-70)$$

其中，

- \mathbf{r} 、 $\dot{\mathbf{r}}$ 和 $\ddot{\mathbf{r}}$ 分别是航天器质心相对于中心天体的位置、速度和加速度矢量；
- $\ddot{\mathbf{r}}_{TB}$ 是中心天体质点引力引起的加速度；
- $\ddot{\mathbf{r}}_{NB}$ 是N体引力摄动引起的加速度；
- $\ddot{\mathbf{r}}_{NS}$ 是中心天体非球形引力摄动引起的加速度；
- $\ddot{\mathbf{r}}_{TD}$ 是中心天体潮汐摄动引起的加速度；
- $\ddot{\mathbf{r}}_{RL}$ 是相对论效应对航天器运动的影响；
- $\ddot{\mathbf{r}}_{SR}$ 是太阳光压引起的加速度；
- $\ddot{\mathbf{r}}_{DG}$ 是地球高层大气对航天器的阻力引起的加速度，对于地球中轨及以上高度的航天器，该项为0；

- $\ddot{\mathbf{r}}_{\text{TH}}$ 是作用在航天器上的其他力引起的加速度。

对于 LEO 卫星，式 (3-70) 应在 GCRS 中描述；对于月球卫星，式 (3-70) 应在 LCRS 中描述；对于地月空间中的其他航天器，式 (3-70) 应在 BCRS 下描述。以下将会对上述力模型进行详细介绍。

(1) 中心天体质点引力

对于环绕型航天器，其受到的主要作用力来自于中心天体，其他天体产生的引力作为摄动力予以考虑。对于近地空间航天器，中心天体应选取地球，对于近月空间航天器，中心天体应选取月球。根据牛顿第二定律和万有引力定理，航天器所受中心天体的引力加速度为：

$$\ddot{\mathbf{r}}_{\text{TB}} = -\frac{GM_C}{\|\mathbf{r}\|^3}(\mathbf{r}) \quad (3-71)$$

其中， GM_C 为中心天体的引力常数。

(2) N体引力摄动

除中心天体以外的其他天体产生的引力，称为N体摄动。对于近地空间航天器，太阳和月亮的引力最大，可达中心天体质点引力的 10^{-6} 。N体摄动的计算公式如下：

$$\ddot{\mathbf{r}}_{\text{NB}} = -\sum_{B \neq C} GM_B \left[\frac{\Delta_B}{\|\Delta_B\|^3} + \frac{\mathbf{r}_{BC}}{\|\mathbf{r}_{BC}\|^3} \right] \quad (3-72)$$

其中， Δ_B 为航天器相对于天体B的位置向量； \mathbf{r}_{BC} 为天体B相对于中心天体的位置向量。

(3) 中心天体非球形引力摄动

通常，中心天体的形状并非标准球形，其质量分布也不均匀，因此不能简单作为质点引力。为了表征中心天体形状与质量分布不均匀的程度，引入位函数 U 进行描述。完整的中心天体引力场可以被球谐函数展开如下^[77]：

$$U = \frac{GM}{r} \left[\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{R}{r}\right)^n \bar{P}_{nm}(\sin \varphi) [\bar{C}_{nm} \cos(m\lambda) + \bar{S}_{nm} \sin(m\lambda)] \right] \quad (3-73)$$

其中， \bar{C}_{nm} 和 \bar{S}_{nm} 为归一化非球形引力场谐系数，表征中心天体内部的质量分布，由静态项、速率项和潮汐项等部分构成，通常静态引力场系数项可从引力场文件中获取； \bar{P}_{nm} 为缔合勒让德多项式； φ 为航天器的纬度； λ 为航天器的经度； R 为中心天体参考椭球的平均赤道半径。

位函数中，当 $n = 0$ 时，代表中心天体质点引力；当 $n \geq 1$ 时，称非球形引

力。 \bar{P}_{nm} 的递推公式如下:

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{P}_{nm}(u) = \sqrt{\frac{(2n+1)(2n-1)}{(n+m)(n-m)}} u \bar{P}_{n-1,m}(u) - \\ \sqrt{\frac{(2n+1)(n-1+m)(n-1-m)}{(2n-3)(n+m)(n-m)}} \bar{P}_{n-2,m}(u), \\ (n \geq 2; 0 \leq m \leq n-1) \\ \bar{P}_{n,n}(u) = \sqrt{\frac{2n+1}{2n}} \sqrt{1-u^2} \cdot \bar{P}_{n-1,n-1}(u), (n \geq 2) \\ \bar{P}_{0,0}(u) = 1, \bar{P}_{1,0}(u) = \sqrt{3}u, \bar{P}_{1,1}(u) = \sqrt{3}\sqrt{1-u^2} \end{array} \right. \quad (3-74)$$

中心天体对航天器的非球形引力加速度可表征为位函数的梯度, 即

$$\ddot{\mathbf{r}}_{\text{NS}} = \mathbf{R}_{T2C} \nabla U (n \geq 1) \quad (3-75)$$

其中, ∇U 是位函数 U 对地固坐标的梯度; \mathbf{R}_{T2C} 为从中心天体固联坐标系到天球坐标系的旋转矩阵。

(4) 中心天体潮汐摄动

自然天体并非严格刚体, 受其自转和第三体引力的影响, 会引起其几何形状和质量分布的周期性形变。这种形变引起的摄动变化可通过对中心天体引力场模型的球谐系数进行修正, 作为非球形引力摄动的一部分参与计算。以地球为例, 以下给出地球固体潮、海潮和极潮的球谐系数修正公式。

根据 IERS conventions 2010, 地球固体潮分两步计算^[77]。第一步, 使用与频率无关的勒夫数计算月球和太阳的引潮位。固体潮对地球引力场球谐系数二阶项的归一化修正公式为:

$$\Delta \bar{C}_{nm} - i \Delta \bar{S}_{nm} = \frac{k_{nm}}{2n+1} \sum_{j=2}^3 \frac{GM_j}{GM_E} \left(\frac{R_E}{r_j} \right)^{n+1} \bar{P}_{nm}(\sin \Phi_j) e^{-im\lambda_j} \quad (3-76)$$

其中, k_{nm} 表示 n 阶 m 次的 k 勒夫数; R_E 为地球赤道半径; GM_E 为地球引力常数; GM_j 为太阳($j=3$)与月球($j=2$)的引力常数; r_j 为太阳与月球的地心距; Φ_j 为太阳与月球的地心纬度; λ_j 为太阳与月球的地心经度; \bar{P}_{nm} 为缔合勒让德多项式。

第二步, 进行勒夫数频率相关修正。球谐系数的频率变化计算式为:

$$\Delta \bar{C}_{20} = \sum_{f(2,0)} \left[\left(A_0 H_f \delta k_f^R \right) \cos \theta_f - \left(A_0 H_f \delta k_f^I \right) \sin \theta_f \right] \quad (3-77)$$

$$\Delta \bar{C}_{2m} - i \Delta \bar{S}_{2m} = \eta_m \sum_{f(2,m)} (A_m \delta k_f H_f) e^{i\theta_f}, (m=1,2) \quad (3-78)$$

其中, $\theta_f = m(\theta_g + \pi)$, θ_g 为格林尼治平恒星时; $(A_0 H_f \delta k_f^R)$ 和 $(A_0 H_f \delta k_f^I)$ 均可从 IERS conventions 2010 表 6-5b 中获取; $(A_m \delta k_f H_f)$ 可从 IERS conventions 2010 表 6-5a 和表 6-5c 中获取。

与地球固体潮类似，地球海潮摄动的影响也可通过对地球引力场球谐系数的修正来描述，其二阶球谐系数的归一化修正公式如下：

$$[\Delta\bar{C}_{nm} - i\Delta\bar{S}_{nm}](t) = \sum_f \sum_+ \left(C_{f,nm}^\pm \mp iS_{f,nm}^\pm \right) e^{\pm i\theta_f(t)} \quad (3-79)$$

公式中的各项系数可在IERS conventions 2010推荐的海潮模型文件中获得。

极潮包括固体极潮和海洋极潮。固体极潮产生于地球极移而造成的自转离心力变化。这种变化的离心力作用于弹性地幔，会引起地球形变，即固体极潮；作用于海洋也会促使其产生平衡响应，进而促使海洋的质量分布发生变化。根据IERS conventions 2010，固体极潮对地球引力场球谐系数的修正可表示为：

$$\begin{cases} \Delta\bar{C}_{21} = -1.333 \times 10^{-9}(m_1 + 0.0115m_2) \\ \Delta\bar{S}_{21} = -1.333 \times 10^{-9}(m_2 - 0.0115m_1) \end{cases} \quad (3-80)$$

其中， $m_1 = x_p - \bar{x}_p$ ， $m_2 = y_p - \bar{y}_p$ ； x_p 和 y_p 为极移参数，可从地球自转参数中获取； \bar{x}_p 和 \bar{y}_p 为平均极移参数，根据IERS Conventions 2010 (Version 1.3.0)，平均极移参数计算公式如下（单位：毫角秒）：

$$\begin{cases} \bar{x}_p = 55.0 + 1.677 \times (MJD_{UT1} - 51544.0)/365.25 \\ \bar{y}_p = 320.5 + 3.460 \times (MJD_{UT1} - 51544.0)/365.25 \end{cases} \quad (3-81)$$

海洋极潮对地球引力场球谐系数的修正可表示为：

$$\begin{cases} \Delta\bar{C}_{21} = -2.1778 \times 10^{-10}(m_1 - 0.01724m_2) \\ \Delta\bar{S}_{21} = -1.7232 \times 10^{-10}(m_2 - 0.03365m_1) \end{cases} \quad (3-82)$$

(5) 广义相对论效应

大质量天体会使其周围的时空发生弯曲。为描述这种相对论效应对航天器运动的影响，通常采用后牛顿摄动近似来处理。在BCRS下，太阳及其他太阳系天体对航天器产生的后牛顿摄动加速度可以表示为^[94]：

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{r}}_{\text{RL}} = \sum_j \frac{GM_j \mathbf{r}_{sj}}{r_{sj}^3} \left\{ -\frac{2(\beta + \gamma)}{c^2} \sum_k \frac{GM_k}{r_{sk}} - \frac{2\beta - 1}{c^2} \sum_{k \neq j} \frac{GM_k}{r_{jk}} + \right. \\ \left. \gamma \left(\frac{v_s}{c} \right)^2 + (1 + \gamma) \left(\frac{v_j}{c} \right)^2 - \frac{2(1 + \gamma)}{c^2} \mathbf{v}_s \cdot \mathbf{v}_j - \right. \\ \left. \frac{3}{2c^2} \left[\frac{\mathbf{r}_{sj} \cdot \mathbf{v}_j}{r_{sj}} \right]^2 + \frac{1}{2c^2} \mathbf{r}_{sj} \cdot \mathbf{a}_j \right\} + \\ \frac{1}{c^2} \sum_j \frac{GM_j}{r_{sj}^3} \left\{ \mathbf{r}_{sj} \cdot [(2 + 2\gamma)\mathbf{v}_s - (1 + 2\gamma)\mathbf{v}_j] \right\} \mathbf{v}_{sj} + \\ \frac{3 + 4\gamma}{2c^2} \sum_j \frac{GM_j \mathbf{a}_j}{r_{sj}} \end{aligned} \quad (3-83)$$

其中, β 和 γ 均为后牛顿参数(在广义相对论中均为1); GM_j 和 GM_k 分别为行星 j 和行星 k 的引力常数; \mathbf{r}_{sj} 是BCRS下航天器 s 指向行星 j 的位置向量, r_{sj} 是其模长; \mathbf{v}_s 和 \mathbf{v}_j 分别为航天器 s 与行星 j 在BCRS下的速度; \mathbf{a}_j 为行星 j 在BCRS下的加速度; r_{sk} 、 r_{jk} 分别代表对应两行星之间的距离。

根据IERS conventions 2010, 针对GCRS下航天器, 其后牛顿摄动加速度表达式为^[77,99]:

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{r}}_{\text{RL}} = & \frac{GM_E}{c^2 r^3} \left\{ \left[2(\beta + \gamma) \frac{GM_E}{r} - \gamma \mathbf{v} \cdot \mathbf{v} \right] \mathbf{r} + 2(1 + \gamma)(\mathbf{r} \cdot \mathbf{v}) \mathbf{v} \right\} + \\ & (1 + \gamma) \frac{GM_E}{c^2 r^3} \left[\frac{3}{r^2} (\mathbf{r} \times \mathbf{v})(\mathbf{v} \cdot \mathbf{J}) + (\mathbf{v} \times \mathbf{J}) \right] + \\ & \left\{ (1 + 2\gamma) \left[\dot{\mathbf{R}} \times \left(\frac{-GM_S \mathbf{R}}{c^2 R^3} \right) \right] \times \mathbf{v} \right\} \end{aligned} \quad (3-84)$$

其中, GM_E 和 GM_S 分别为地球和太阳的引力常数; \mathbf{r} 和 \mathbf{v} 分别为航天器相对于地球的位置和速度向量, r 是 \mathbf{r} 的模长; \mathbf{R} 是地球相对于太阳的位置向量, 其模长为 R ; \mathbf{J} 为地球角动量, 且 $|\mathbf{J}| \cong 9.8 \times 10^8 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ 。

(6) 太阳光压摄动

太阳光压摄动是航天器受到太阳光照射后, 其表面吸收或者反射光子而产生的摄动力。太阳光压摄动与航天器的几何构型、表面材料光学属性、太阳辐射通量、航天器和太阳的相对位置和航天器面质比等因素有关。对于几何结构复杂的航天器可将其分为若干个平面分别计算, 然后矢量求和得到作用于整个航天器的太阳光压摄动。航天器第 i 面元的太阳光压摄动力计算公式如下^[100,101]:

$$\mathbf{f}_{\text{SR},i} = -\frac{\Phi}{c} \cdot A_i \cos \theta_i \cdot \left[(\alpha_i + \delta_i) \mathbf{e}_\odot + (\kappa \alpha_i + \delta_i) \frac{2}{3} \mathbf{e}_{n,i} + 2\rho_i \cos \theta_i \cdot \mathbf{e}_{n,i} \right] \quad (3-85)$$

其中, $\Phi = 1,367 \text{ W/m}^2 \cdot (1\text{AU}^2/r_\odot^2)$ 为太阳在航天器位置的辐射通量; r_\odot 为航天器至太阳的几何距离; $1 \text{ AU} = 149597870700.0 \text{ m}$ 为1个天文单位(astronomical unit); \mathbf{e}_\odot 为航天器指向太阳的方向向量; A_i 为第 i 面元的面积; $\mathbf{e}_{n,i}$ 为第 i 面元的法向量; $\theta_i = \arccos(\mathbf{e}_\odot^T \mathbf{e}_{n,i}) > 0$; α_i 、 δ_i 和 ρ_i 分别为第 i 面元的吸收、漫反射和镜面反射系数, 且满足 $\alpha_i + \delta_i + \rho_i = 1$; κ 为热再辐射因子(本文中, $\kappa = 1$ 时为卫星本体; $\kappa = 0$ 时为太阳翼)。则航天器的光压摄动加速度计算公式为:

$$\ddot{\mathbf{r}}_{\text{SR}} = \nu \cdot \frac{C_R}{m} \sum_{i=1}^{n_f} \mathbf{f}_{\text{SR},i} \quad (3-86)$$

其中, C_R 为无量纲的太阳光压系数; m 为航天器质量; n_f 为卫星面元数; ν 为蚀因子, 且满足:

$$\nu = \begin{cases} 0, & \text{处于地影内} \\ 1, & \text{处于地影外} \end{cases} \quad (3-87)$$

特别地, GNSS卫星通常不会直接使用上述模型。目前, GNSS卫星太阳辐射压建模大致可分为三类^[102]:

1) 基于卫星物理参数与其构造建立的物理模型，包括 ROCK 模型以及经典的 T10、T20 和 T30 模型等；

2) 根据大量观测数据而建立的经验模型，如 ECOM 模型等；

3) 物理 + 经验结合的半分析半经验模型，包括 JPL 模型等。

其中，ECOM(Extended CODE Orbit Model)模型应用较广、形式也更简洁。目前，ECOM模型的计算公式如下^[103]：

$$\ddot{\mathbf{r}}_{\text{SR}} = \nu \cdot (\mathbf{e}_D, \mathbf{e}_Y, \mathbf{e}_B) \cdot \begin{pmatrix} a_D(u) \\ a_Y(u) \\ a_B(u) \end{pmatrix} \quad (3-88)$$

其中， \mathbf{e}_D 、 \mathbf{e}_Y 和 \mathbf{e}_B 为星固系方向向量，其具体可表示为：

$$\begin{cases} \mathbf{e}_D = \mathbf{e}_O \\ \mathbf{e}_Y = \mathbf{e}_O \times \mathbf{e}_{\text{sat}} \\ \mathbf{e}_B = \mathbf{e}_D \times \mathbf{e}_Y \end{cases} \quad (3-89)$$

其中， \mathbf{e}_{sat} 为地球指向卫星的方向向量。

$a_D(u)$ 、 $a_Y(u)$ 和 $a_B(u)$ 为卫星在星固系下的光压加速度值； u 为卫星在天球坐标系下相对于升交点的夹角。故有：

$$\begin{cases} a_D = D_0 + D_c \cos u + D_s \sin u + \\ \quad \sum_{i=1}^3 \{D_{2i,c} \cos(2iu) + D_{2i,s} \sin(2iu)\} \\ a_Y = Y_0 + Y_c \cos u + Y_s \sin u \\ a_B = B_0 + B_c \cos u + B_s \sin u \end{cases} \quad (3-90)$$

其中， D_0 、 Y_0 和 D_0 为待求的常数项动力学系数； $D_{2i,c}$ 、 $D_{2i,s}$ 、 D_c 、 D_s 、 Y_c 、 Y_s 、 B_c 和 B_s 为待求的周期项系数。式 (3-90)中，当D方向仅保留1阶周期项时，即为经典的ECOM9 参数模型；当D方向和Y方向仅保留常数项时，即为ECOM5 参数模型；当D方向周期项保留至4阶、Y方向仅保留常数项时，为拓展ECOM 模型 (D4B1组合)；当D方向周期项保留至2阶、Y方向仅保留常数项时，为拓展ECOM 模型 (D2B1组合)。

(7) 大气阻力

对于LEO卫星，其飞行轨道较低，因此会受地球高层大气拖曳力影响。通常大气阻力摄动量级较大，会显著影响LEO卫星的寿命，导致LEO卫星轨道衰减。同时，由于真实大气变化复杂，常用的大气模式（如Jacchia 系列模型、MSISE 系列模型和DTM 系列模型等）很难完全精准描述大气的结构、密度和温度等信息。对于几何结构复杂的卫星可同样将其分为若干个平面分别计算，然后矢量求和得到作用于整个卫星的大气阻力摄动。卫星所受大气阻力摄动力可表示如下^[104]：

$$\ddot{\mathbf{r}}_{\text{DG}} = -\frac{1}{2}\rho \frac{C_d}{m} V_r \mathbf{V}_r \sum_{i=1}^{n_f} A_i \cos \theta_i \quad (3-91)$$

其中, ρ 为大气密度, 可由大气模式计算; C_d 为无量纲的大气阻力系数; m 为航天器质量; n_f 为卫星面元数; \mathbf{V}_r 为卫星相对于大气的运动速度, 其模长为 V_r ; A_i 为卫星第 i 面元的面积; θ_i 为卫星第 i 面元的法向量与 \mathbf{V}_r 的夹角 ($0 \leq \theta_i \leq \pi/2$)。

(8) 经验力模型

航天器运动过程中受力情况非常复杂, 上述力模型无法完全准确地描述航天器运动规律。因此, 定轨中常引入一些经验参数吸收作用在卫星上但又没有精确模型化的摄动力的影响, 称为经验摄动力。经验摄动力通常在轨道坐标系下描述, 表示为:

$$a_{rin} = \begin{bmatrix} a_R \\ a_T \\ a_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{R,0} + a_{R,C} \cos u + a_{R,S} \sin u \\ a_{T,0} + a_{T,C} \cos u + a_{T,S} \sin u \\ a_{N,0} + a_{N,C} \cos u + a_{N,S} \sin u \end{bmatrix} \quad (3-92)$$

其中, a_R 、 a_T 和 a_N 分别为径向、法向和切向经验摄动力; $a_{R,0}$ 、 $a_{R,C}$ 和 $a_{R,S}$ 分别为径向摄动力系数; $a_{T,0}$ 、 $a_{T,C}$ 和 $a_{T,S}$ 分别为切向摄动力系数; $a_{N,0}$ 、 $a_{N,C}$ 和 $a_{N,S}$ 分别为法向摄动力系数; u 为航天器纬度。

3.3.2 数值积分器选择与 KSG 方法

求解包含复杂保守力与非保守力的二阶常微分方程初值问题是航天器精密轨道确定与预报的核心。在常微分方程求解中, 二体问题可以获得解析解, 但若完全准确地描述天体或探测器的轨道动力学方程, 一般采用数值解, 这就涉及到数值积分器的选择问题。在实际工程中, 数值积分器的选择本质上是对计算精度、运算效率以及动力学场景适应性的综合取舍。

3.3.2.1 多场景定轨需求与积分器的工程取舍

针对近地空间、地月空间等不同任务场景, 定轨软件需要面对截然不同的计算约束, 这要求对单步法与多步法、低阶与高阶积分器进行合理取舍。

单步法是一类仅需利用当前时刻的卫星状态, 即可递推得到下一时刻状态的数值积分方法, 无需依赖历史状态值, 结构简单、容易自起步, 无需额外初始化历史值, 且易于实现变步长调整, 适配不同轨道段的状态变化需求, 因而得到较为广泛应用。高阶单步法 (如八阶 Runge-Kutta) 的计算量较大, 每一步需多次计算加速度 (摄动项), 对于复杂摄动模型 (如高阶地球重力场、大气阻力、太阳辐射压), 会显著增加计算机运行时间, 在硬件资源较为紧张时候不宜采用。

Adams Bashforth Moulton (ABM) 积分器是一类经典的多步积分法, 属于线性多步法的范畴, 核心由 Adams - Bashforth 预估器 (Predictor) 和 Adams - Moulton 校正器 (Corrector) 组成, 通过结合历史时刻的状态值 (加速度为主) 构造多项式, 实现下一时刻状态的递推, 常用于中高精度的轨道积分任务^[105]。Cowell 方法是由 Cowell 与 Grommelin 在进行天体轨道计算时提出的, 可以直接

计算二阶微分方程的初值问题，但是要求方程右函数不含速度项。该方法亦分为显式与隐式方法，特别适合经典天体力学的数值计算，其稳定性好且精度较高。人造地球卫星轨道计算中，由于部分摄动力含有速度项，不适合直接使用 Cowell 方法^[105]。因此在高精度卫星轨道计算中，常联合 Adams 和 Cowell 方法进行轨道积分，即 Adams - Cowell 积分器。Adams - Cowell 积分器通常比单纯 Adams 方法更适合卫星长弧段的轨道计算^[105]。

本文选用 KSG (Krogh-Shampine-Gordon) 方法作为后续精密定轨任务的数值积分器^[106]。KSG 方法作为传统多步法——Adams-Cowell 方法的改进方法，不仅继承了其能直接求解二阶微分方程的优势，同时其校正过程计算更简单、效率更高。在同等阶数下，KSG 方法自身的运算量相比 Adams-Cowell 方法减小了约 1/3，且其内存数组的差分递推结构也更为清晰；同时，其经典的预估-校正 (Predictor Evaluate Corrector Evaluate, PECE) 架构确保了每进行一步积分仅需调用 2 次右函数，最大化地减小轨道积分过程中的计算负荷。这些优点使得 KSG 方法易于在定轨软件中编程实现，提高程序的运行稳健性。

3.3.2.2 KSG 方法计算公式

以下不加推导地给出 k 阶定步长 KSG 方法的计算公式^[106]：

给定航天器轨道运动二阶常微分方程 $\ddot{\mathbf{X}} = \mathbf{F}(\mathbf{X}, \dot{\mathbf{X}}, t)$ ，假设当前处于 t_n 时刻，状态向量为 $\mathbf{X}_n, \dot{\mathbf{X}}_n$ ，积分步长为 h ，内存中已缓存了过去 k 个历元的加速度向量序列 $\mathbf{F}_n, \mathbf{F}_{n-1}, \dots, \mathbf{F}_{n-k+1}$ 。推演至 t_{n+1} 时刻的计算步骤如下：

(1) KSG 预估公式：

$$\begin{cases} \mathbf{X}_{n+1}^P = \mathbf{X}_n + h\dot{\mathbf{X}}_n + h^2 \sum_{j=0}^{k-1} \alpha_{j+1}^* \mathbf{F}_{n-j}, \\ \dot{\mathbf{X}}_{n+1}^P = \dot{\mathbf{X}}_n + h \sum_{j=0}^{k-1} \beta_{j+1}^* \mathbf{F}_{n-j}, \\ \mathbf{F}_{n+1}^P = \mathbf{F}(\mathbf{X}_{n+1}^P, \dot{\mathbf{X}}_{n+1}^P, t_{n+1}). \end{cases} \quad (3-93)$$

其中， α^* 和 β^* 均为固定系数，可预先计算存于计算机内存。计算公式如下：

$$\begin{cases} \alpha_{l+1}^* = (-1)^l \sum_{j=l+1}^k \binom{j-1}{l} \alpha_j, \\ \beta_{l+1}^* = (-1)^l \sum_{j=l+1}^k \binom{j-1}{l} \beta_j. \end{cases} \quad l = 0, 1, \dots, k-1. \quad (3-94)$$

其中，

$$\begin{cases} \alpha_1 = \frac{1}{2}, & \beta_1 = 1, \\ \alpha_j = g_{j,2}, & \beta_j = g_{j,1}, \quad j = 2, 3, \dots, k+1. \end{cases} \quad (3-95)$$

系数 $g_{i,j}$ 按如下递推公式计算:

$$\begin{cases} g_{1,j} = \frac{1}{j!}, & j = 1, 2, \dots, k+2, \\ g_{i,j} = g_{i-1,j} - \frac{j}{i-1} g_{i-1,j+1}, & i = 2, 3, \dots, k+1, \quad j = 1, 2, \dots, k+3-i. \end{cases} \quad (3-96)$$

(2) KSG校正公式:

$$\begin{cases} \mathbf{X}_{n+1} = \mathbf{X}_{n+1}^p + h^2 \alpha_{k+1} (\mathbf{F}_{n+1}^p - \mathbf{d}), \\ \dot{\mathbf{X}}_{n+1} = \dot{\mathbf{X}}_{n+1}^p + h \beta_{k+1} (\mathbf{F}_{n+1}^p - \mathbf{d}), \\ \mathbf{F}_{n+1} = \mathbf{F}(\mathbf{X}_{n+1}, \dot{\mathbf{X}}_{n+1}, t_{n+1}). \end{cases} \quad (3-97)$$

其中, \mathbf{d} 可按式计算:

$$\begin{cases} \mathbf{d} = \sum_{l=0}^{k-1} \gamma_{l+1}^* \mathbf{F}_{n-l}, \\ \gamma_{l+1}^* = (-1)^l \binom{k}{l+1}, \quad l = 0, 1, \dots, k-1 \end{cases} \quad (3-98)$$

在完成校正步后, 积分器利用 $(\mathbf{X}_{n+1}, \dot{\mathbf{X}}_{n+1})$ 更新状态向量, 并将 \mathbf{F}_{n+1} 推入历史缓存, 完成状态更新并进入下一个积分循环。

3.3.3 精密定轨方法

目前, 精密定轨中最常用的包括基于最小二乘原理的批处理定轨方法和基于滤波理论的实时定轨方法。

3.3.3.1 批处理最小二乘定轨

令 $\mathbf{X} = (\mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}, \mathbf{p})^T$, 则航天器的状态方程及其初值条件可表示为:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}} = (\dot{\mathbf{r}}, \ddot{\mathbf{r}}, \dot{\mathbf{p}})^T \\ \mathbf{X}|_{t_0} = \mathbf{X}_0 \end{cases} \quad (3-99)$$

其中, \mathbf{X} 为状态向量, $\dot{\mathbf{X}}$ 为状态向量的一阶时间导数; \mathbf{r} 和 $\dot{\mathbf{r}}$ 分别为航天器位置和速度向量; \mathbf{p} 为待估动力学参数向量, 如大气阻力系数、太阳光压系数和经验力系数等。

若给定初始历元参考状态向量 \mathbf{X}_0^* , 则任意历元 t 的参考状态向量 \mathbf{X}^* 可通过对式 (3-99) 进行数值积分得到。令 $\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{F}(\mathbf{X}, t)$, 则对式 (3-99) 在参考状态 \mathbf{X}^* 下进行线性展开可得:

$$\dot{\mathbf{X}} = \dot{\mathbf{X}}^* + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}} \Big|_{\mathbf{X}^*} (\mathbf{X} - \mathbf{X}^*) \quad (3-100)$$

令 $\mathbf{A} = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}} \Big|_{\mathbf{X}^*}$, $\mathbf{x} = \mathbf{X} - \mathbf{X}^*$, 则式 (3-100) 可表示为:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} \quad (3-101)$$

式 (3-101) 的解形式为:

$$\mathbf{x} = \mathbf{\Psi}(t, t_0)\mathbf{x}_0 \quad (3-102)$$

其中, $\mathbf{\Psi}(t, t_0)$ 为状态转移矩阵; \mathbf{x}_0 为初始历元状态向量的修正量。状态转移矩阵 $\mathbf{\Psi}(t, t_0)$ 可通过对以下常微分方程初值问题进行求解得到

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{\Psi}}(t, t_0) = \mathbf{A}(t)\mathbf{\Psi}(t, t_0) \\ \mathbf{\Psi}(t_0, t_0) = \mathbf{I} \end{cases} \quad (3-103)$$

若在历元 t_i 存在线性化后的观测方程:

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{H}_i\mathbf{x}_i + \varepsilon_i \quad (3-104)$$

其中, ε_i 为观测值 \mathbf{y}_i 的观测噪声; \mathbf{y}_i 的协方差矩阵为 \mathbf{D}_i ; $\mathbf{H}_i = \partial\mathbf{y}_i/\partial\mathbf{x}_i$ 为观测方程对当前历元状态修正量的偏导数矩阵。结合式 (3-102)和式 (3-104), 根据最小二乘原理, 初始历元状态修正量 \mathbf{x}_0 的法方程可写为:

$$\begin{cases} (\sum_i \mathbf{\Psi}(t_i, t_0)^T \mathbf{H}_i^T \mathbf{P}_i \mathbf{H}_i \mathbf{\Psi}(t_i, t_0)) \mathbf{x}_0 = \sum_i \mathbf{\Psi}(t_i, t_0)^T \mathbf{H}_i^T \mathbf{P}_i \cdot \mathbf{y}_i \\ \mathbf{P}_i = \sigma_0^2 \mathbf{D}_i^{-1} \end{cases} \quad (3-105)$$

其中, \mathbf{P}_i 为观测权阵, σ_0 为单位权中误差。对式 (3-105)进行求解即可得到改进后的轨道初值 $\hat{\mathbf{X}}_0 = \mathbf{X}_0^* + \mathbf{x}_0$ 。

3.3.3.2 实时滤波定轨

基于最小二乘原理的批处理定轨方法常用于事后、长弧段的轨道确定, 而对于有实时轨道需求的航天任务, 则不宜采用最小二乘批处理定轨, 而应该使用实时滤波定轨方法。目前, 基于滤波理论的实时定轨方法的发展已相对完备, 如戴小蕾^[107]利用平方根信息滤波 (Square Root Information Filter, SRIF) 实现了厘米级多系统 GNSS 卫星实时定轨; Li 等^[108]同样利用 SRIF 实现了 LEO 卫星基于星载 GNSS 的厘米级高精度定轨; Zhong 等^[109]利用扩展卡尔曼滤波实现了 GRACE-FO 卫星编队基于星载 GNSS 在星间距约束下的厘米级高精度定轨。

但需要指出的是, 上述滤波定轨方法多基于“逐历元”解算策略, 因而其数值积分器多选择单步法积分器, 如 RKF-7(8)。单步法积分器在应对仅需获取实时状态的需求下已经足够, 但若要高频率获取长时间轨道预报结果, 使用单步法积分器一方面会因运算量激增而导致运算时间加长, 另一方面由于单步法积分器全局截断误差的快速累积, 在长时间预报中容易导致长弧段轨道发散。而多步法积分器利用了历史信息, 且在长弧段预报中的运算负荷显著更小。但

多步法积分器高度依赖定步长产生的等间隔历史节点，难以适应观测数据时间不规则的“逐历元”解算策略。

为了能最大限度提高运算效率，在实现高精度定轨的同时兼顾高效率轨道预报，本文使用了一种自适应滑动窗口滤波方法，该方法在解算原理上与最小二乘批处理等价，但其可以通过滑动窗口的形式将长弧段轨道拆分为多个子弧段，在轨道积分和预报中可以使用多步法积分器，以实现近实时条件下的高精度解算与高效预报。具体详见第6章。

3.4 航天器定轨分析软件介绍

当前，国际上已有多家机构研发了成熟的高精度定轨软件，但主要侧重于近地空间卫星应用。代表性软件包括MIT的GAMIT/GLOBK、CSR的UTOPIA、瑞士伯尔尼大学的Bernese GPS Software、德国GFZ的EPOS、奥地利格拉茨技术大学的GROOPS、ESA的NAPOS、澳大利亚地质科学局的GINAN，以及国内武汉大学研发的PANDA软件等。然而，与近地卫星相比，深空航天器具有测控距离远、相对论效应显著、时空参考系转换复杂以及需协同处理多类观测数据等特征，这对精密定轨技术提出了更高的挑战与技术要求。

欧美等航天强国凭借其长期的技术积累，其大型航天机构（如JPL、GSFC、ESA、CNES等）已相继研制了专用的深空探测定轨软件，如著名的GEODYN。近年来，随着我国深空探测任务的蓬勃发展，北京航天飞行控制中心、武汉大学和上海天文台等单位也立足于自身任务需求，分别研制了深空航天器定轨软件。

尽管现有软件系统已具备一定规模，但仍面临诸多局限：部分软件因开发年代较早，代码维护与重构成本高昂；部分软件针对特定任务定制，通用性与扩展性不足；亦有部分软件架构庞杂，学习曲线陡峭，难以进行二次开发；多数软件采用 Fortran 语言开发，不利于未来星载嵌入式处理。随着GNSS与星间链路技术的快速发展，如何协同实现近地卫星与深空航天器多源数据的高精度处理，成为精密定轨软件面临的新课题。若基于传统软件架构进行兼容性改造，不仅面临巨大的学习与改造成本，更易受限于历史架构的束缚而难以突破。

鉴于此，作者作为主要参与者，在充分吸收现有软件优势的基础上，自主研发了C语言（C99标准）航天器定轨分析软件(Spacecraft Orbit Determination Analyzer, SODA)。该软件以动力学统计定轨为核心，支持星载GNSS、SLR、地基/天基测角、地基/天基测距、VLBI等多源观测数据的处理，实现了对近地空间航天器、太阳系小行星及地月空间航天器等目标的精密定轨。此外，面向未来低轨星座在轨实时处理星载GNSS数据的需求，团队在SODA基础上拓展了实时滤波定轨功能，具体技术细节在后续章节详述。

3.4.1 软件模块介绍

SODA主要由三个功能模块组成，分别为GNSS数据预处理模块、时空信息处理模块以及精密定轨与观测值仿真模块。

(1) GNSS数据预处理模块

该模块专用于星载 GNSS 数据的预处理工作，涵盖GNSS数据读取、周跳探测、单点定位 (Single Point Positioning, SPP) 及初轨拟合等功能。模块支持将 RINEX 格式的星载 GNSS 数据转换为 SODA 标准格式输出，在输出过程中，基于周跳探测与 SPP 结果对原始数据进行第一次清洗。

(2) 时空信息处理模块

时空信息处理模块是SODA的底层核心组件，以功能函数库的形式构建。其主要功能包括时空系统转换、测量数据建模、轨道动力学与状态转移矩阵积分以及最小二乘估计等。作为软件的基础架构，该模块为其他上层应用模块提供算法支撑与函数调用接口。

(3) 精密定轨与观测值仿真模块

该模块是SODA实现核心业务逻辑的关键部分，负责统筹执行航天器动力学轨道积分及精密定轨任务。此外，该模块具备观测值仿真能力，可为航天预研任务提供关键数据支持。图 3-13展示了该模块的主要运行流程。

在运行机制上，该模块支持针对不同航天器设置相应的中心天体，以实现多参考系下的轨道积分。在法方程叠加阶段，软件采用自适应参考系策略：针对近地空间航天器，采用GCRS下进行观测值建模与处理的策略；针对其他中心天体航天器，则自动切换至其中心天体对应的天球参考系。此外，该模块在轨道积分与法方程叠加等关键计算环节引入了并行计算策略，显著提升了多航天器解算的效率。

3.4.2 软件功能/性能展示

为验证本软件以及上述观测模型对地月空间航天器的精密定轨能力，本节分别选取了LEO卫星、月球卫星和绕地月L2点Halo轨道的CE5T1航天器作为定轨目标，分别采用不同技术进行精密定轨。

3.4.2.1 基于星载GNSS的Sentinel-6 MF卫星精密定轨

Sentinel-6 Michael Freilich (简称 Sentinel-6 MF, 后文称 S6MF) 卫星是欧美多个航天机构如 NASA、ESA 和 CNES 等合作研发的雷达测高卫星，用于监测全球海洋^[110]。S6MF 于 2020 年 11 月 21 日发射，其轨道高度为 1336 km，轨道倾角为 66 deg，S6MF 卫星如图所示。与之前的哨兵系列卫星任务一样，该任务将持续监测全球海平面上升，将有助于天气预报研究，将把先前的研究延续到至少 2030 年，提供近 40 年的海平面上升记录，以及洋流变化信息。作为测高卫星，S6MF 搭载了包括星载 GNSS 接收机，激光反射器阵列 (LRA) 和多普勒轨道成像卫星集成无线电定位 (DORIS) 系统以支持厘米级高精度定轨。

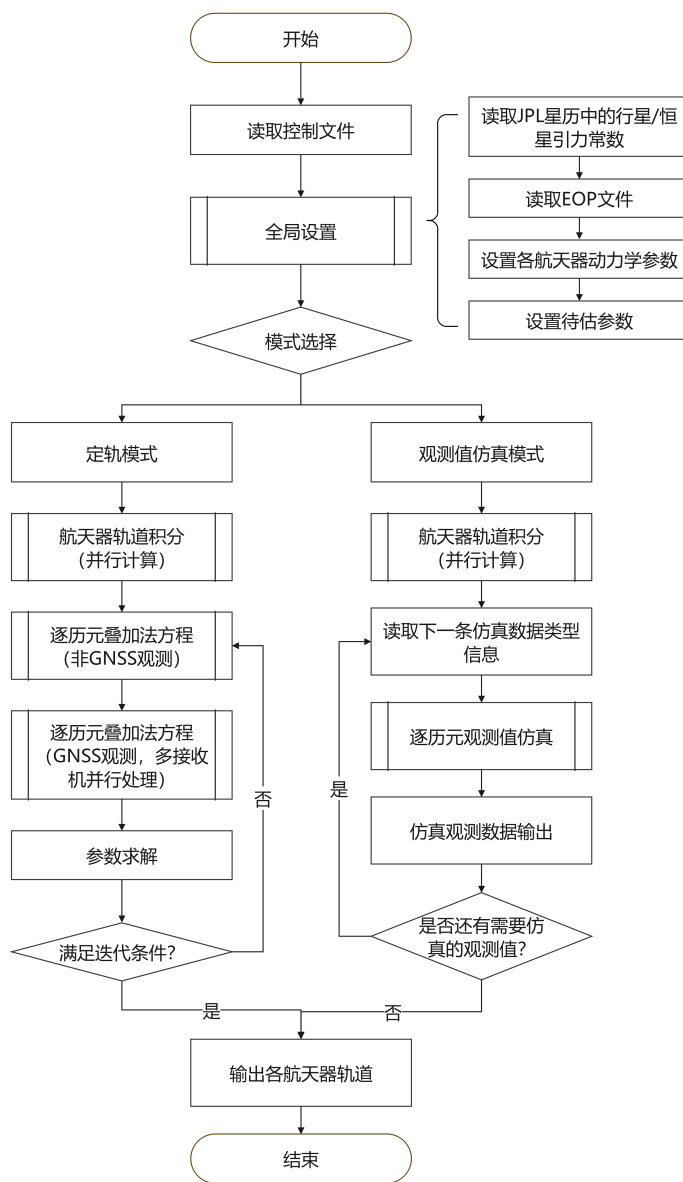


图 3-13 SODA精密定轨与观测值仿真模块运行流程

Figure 3-13 Workflow of Precise Orbit Determination and Observation Simulation Module in SODA



图 3-14 S6MF卫星示意图

Figure 3-14 Sentinel-6 Michael Freilich

注: 取自https://www.esa.int/Applications/Observing_the_Earth/Copernicus/Sentinel-6

[//www.esa.int/Applications/Observing_the_Earth/Copernicus/Sentinel-6](https://www.esa.int/Applications/Observing_the_Earth/Copernicus/Sentinel-6)

本文使用了2025年1月2日至2025年1月16日共计15天的星载GNSS观测数据对S6MF进行精密定轨, 精密定轨中使用的模型以及解算如表 3-4所示。

定轨完成后, 通过SLR检核以及轨道互比等手段评定定轨精度。在轨道互比中, 以CNES提供的精密星历(Precise Orbit Ephemeris-F, ftp://ftp.ids-doris.org/pub/ids/data/POD_configuration_POEF.pdf)作为参考基准。SLR数据处理策略如表 3-5所示:

通过与第三方机构发布的使用不同软件策略计算出来的精密轨道进行比较, 可以反映精密定轨的结果精度。图 3-15展示了S6MF卫星精密定轨结果与参考轨道在RTN和3D方向的轨道差异。由图 3-15可知, 本次精密定轨结果与参考轨道之间差异优于3 cm, 在径向差异最小, 优于1 cm。

通过使用卫星其他载荷的观测数据(如SLR观测数据)做检核, 可以客观反映本次精密定轨的结果精度。图 3-16展示了S6MF卫星精密定轨结果的SLR检核残差。由图 3-16可知, SLR残差平均RMS为3.62 cm, 且绝大部分残差集中于0附近, 说明定轨结果无明显偏差。

通过与参考轨道比较和SLR检核, 本次对S6MF精密定轨精度为厘米级, 这也说明本软件具备近地空间航天器厘米级高精度定轨的能力。

3.4.2.2 基于单程激光测距的LRO卫星精密定轨

LRO是美国国家航天局于2009年6月发射的低月球轨道卫星^[115]。其主要目标是对月球地形进行详细测绘, 以帮助未来美国重启载人登月计划识别着陆点。得益于LRO搭载的高增益天线(HGA), 在LRO任务期间, NASA基于LRO的激光测距系统(LR), 进行了单程激光测距试验, 以评估星载时钟的性能, 并结合微波测量数据实现LRO的精密定轨, 如下图所示。

利用单程激光测距数据对 LRO 进行精密定轨, 是一个绝佳的验证本文前述

表 3-4 S6MF精密定轨模型和参数解算策略

Table 3-4 models and the parameter estimation strategy in POD for S6MF

项目	模型 & 描述
观测值模型	
GNSS轨道和钟差	CODE事后产品
GNSS天线相位中心	igs20.atx
观测数据	双频IF组合 (C1C/C2L/L1C/L2L)
采样率	30 s
接收机相位中心	仅考虑天线PCO (在轨校准)
LEO卫星姿态	四元数产品 (实际测量值)
天线相位缠绕	模型改正
超限观测值处理	根据 3σ 原则剔除
观测值权重	$\sin(z)$, z 是GNSS卫星高度角
参数估计方法	最小二乘批处理
动力学模型	
地球自转参数	EOP IERS Bulletin A
引力场模型	EIGEN_GL04C (140×140) ^[111] ; N-body gravity: DE421 ^[112]
地球固体潮	IERS2010 ^[77]
海潮	FES2004 ^[113] , 30×30
极潮	IERS2010 ^[77]
广义相对论	IERS2010 ^[77]
太阳光压	macro-box模型 ^[100]
大气阻力	NRLMSIS-00 ^[114]
经验加速度	仅考虑切向和法向的正弦和余弦项系数
积分器	KSG积分器 ^[106]
积分步长	15 s
参数估计	
轨道参数	估计初始历元位置和速度
接收机钟差	逐历元估计
模糊度	估计IF浮点模糊度
太阳光压系数	每6小时估计1个
大气阻力系数	每3小时估计1个
经验加速度	每3小时估计1组
观测数据时间	2025年1月2日至2025年1月16日
定轨弧长	24小时

表 3-5 S6MF的SLR数据处理中的各项模型

Table 3-5 models in S6MF SLR observation processing

项目	模型 & 描述
测站坐标与地壳运动	SLRF2020
测站固体潮和极潮改正	IERS2010
测站海潮改正	FES2020
大气折射改正	Mendes-Pavlis模型
相对论效应改正	IERS2010
截止高度角	30 deg

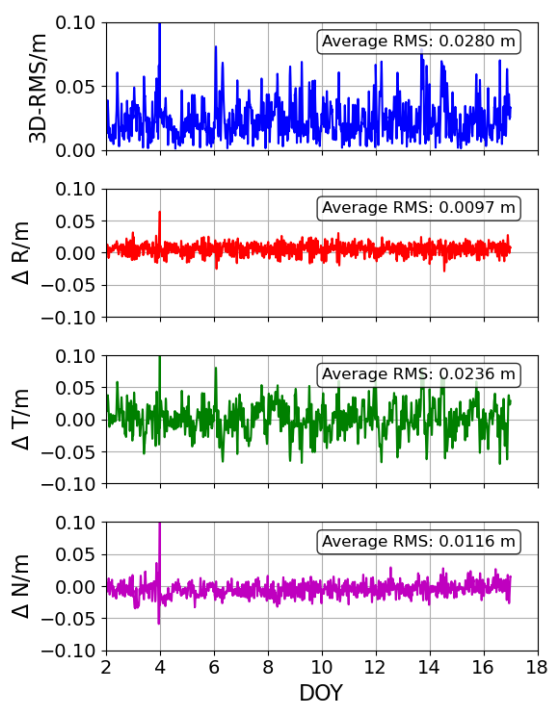


图 3-15 S6MF卫星精密定轨结果与参考轨道在RTN和3D方向的轨道差异

Figure 3-15 Orbital difference between S6MF POD results and reference orbit in RTN and 3D directions

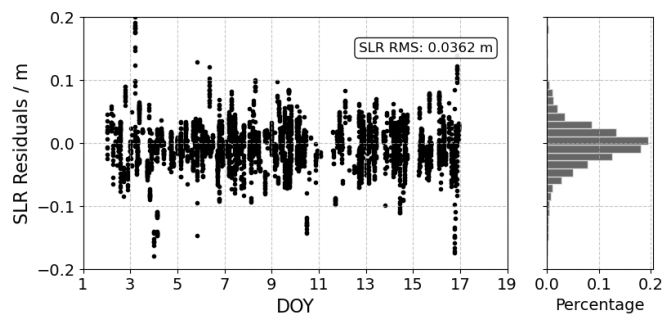


图 3-16 S6MF卫星SLR检核残差

Figure 3-16 Residuals of SLR validation

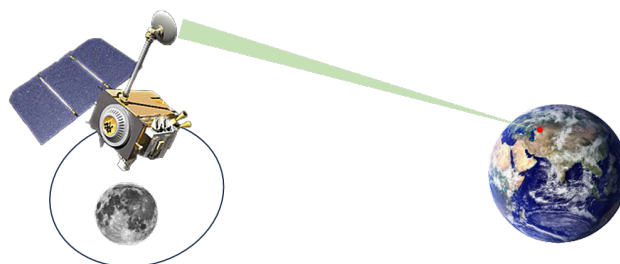


图 3-17 LRO单程激光测距示意图

Figure 3-17 Schematic illustration of the LRO-LR system, with the Earth-based ground station sending a laser uplink to LRO

单程测距模型以及本软件性能的机会。本文从 NASA 的行星数据系统 (<https://pds-geosciences.wustl.edu>) 获取了 2011 年 4 月 23 日至 2011 年 4 月 30 日共计 8 天的数据, 这些数据观测于 LRO 任务 SM-08 阶段, 来自三个 SLR 测站。表 3-6展示了本文在精密定轨期间使用的观测数据概况。同时, 本文还从该行星数据系统获取了 NASA 发布的 LRO 精密轨道, 已知该轨道重叠弧段精度为 1 ~ 2 m, 后续将使用该精密轨道作为参考基准, 以检验定轨结果精度。

表 3-6 SLR测站及其观测数据信息

Table 3-6 SLR stations and their observation information

测站名称 (编号)	地理位置	时频基准	数据量
GOIL(7125)	Greenbelt, Maryland, USA	氢原子钟	3567
YARL(7090)	Yarragadee, Australia	铷原子钟	2936
MONL(7110)	Monument Peak, California, USA	铷原子钟	4156

表 3-7展示了本文在针对LRO进行精密定轨时使用的模型与数据处理策略。鉴于单程激光测距的特殊性, 在精密定轨的过程中, 必须对钟差参数进行估计。但是由于本文仅使用了单程激光测距, 而钟差参数与轨道参数、测站偏差等具有强相关性, 考虑到本次定轨涉及测站较少, 观测几何较差, 因此在定轨过程中需要对轨道初值和钟速赋予一定的先验约束, 同时卫星钟差、经验力等参数估计也不能过于频繁。在卫星钟差处理中, LRO时钟可看作未进行时间内修正、仅记录自身原时的时钟, 考虑到本文单程测距模型建立在BCRS下, 因此可使用式 (3-42)扣除卫星广义相对论时钟修正项, 剩余钟差项归为物理钟差, 通过估计钟差、钟速和钟漂吸收。

在数据处理中, 本文将观测数据分为5个定轨弧段进行精密定轨, 每个弧段弧长为48小时, 弧段之间存在24小时重叠。图 3-18和表 3-8展示了这5个定轨弧段与参考轨道在3D和 RTN方向的比较结果。

由图 3-18和表 3-8可知, 本次定轨结果精度在 20 ~ 40 m, 其中R方向定轨精度最高, 普遍为米级, 这与LRO轨道高度较低, 受月球引力约束较强, 同时观测数据方向与LRO径向接近平行有关。在T方向和N方向精度较差, 主要与观测

表 3-7 LRO精密定轨模型和参数解算策略

Table 3-7 models and the parameter estimation strategy in POD for LRO

项目	模型 & 描述
测站&观测值模型	
测站坐标与地壳运动	SLRF2020
测站固体潮和极潮改正	IERS2010
测站海潮改正	FES2020
大气折射改正	Mendes-Pavlis模型
相对论效应改正	IERS2010
相对论效应时钟修正	考虑地球、月球、木星和太阳引力势以及卫星速度项影响
截止高度角	30 deg
超限观测数据	通过 3σ 原则剔除
参数估计方法	最小二乘批处理
动力学模型	
地球自转参数	EOP IERS Bulletin A
引力场模型	GRGM900C (250×250); N-体摄动: DE440
广义相对论效应	IERS2010 ^[77]
太阳光压	球模型
经验加速度	仅考虑切向和法向的正弦和余弦项系数
积分器	KSG积分器 ^[106]
积分步长	15 s
参数估计	
轨道参数	估计初始历元位置和速度
卫星钟差	估计每弧段的钟差、钟速和钟漂
太阳光压系数	每弧段估计一个
经验加速度	每弧段估计一组
测站系统差	每弧段估计一组
定轨弧长	48 hours

表 3-8 LRO精密定轨结果在RTN和3D方向的误差统计

Table 3-8 Statistics of orbital difference between LRO POD results and reference orbit in RTN and 3D directions

弧段	3D-RMS(m)	R-RMS(m)	T-RMS(m)	N-RMS(m)
弧段1	19.25	5.10	17.74	5.45
弧段2	23.78	2.53	18.78	14.36
弧段3	17.99	5.37	12.03	12.24
弧段4	26.40	6.25	13.57	21.76
弧段5	34.19	3.60	8.94	32.80

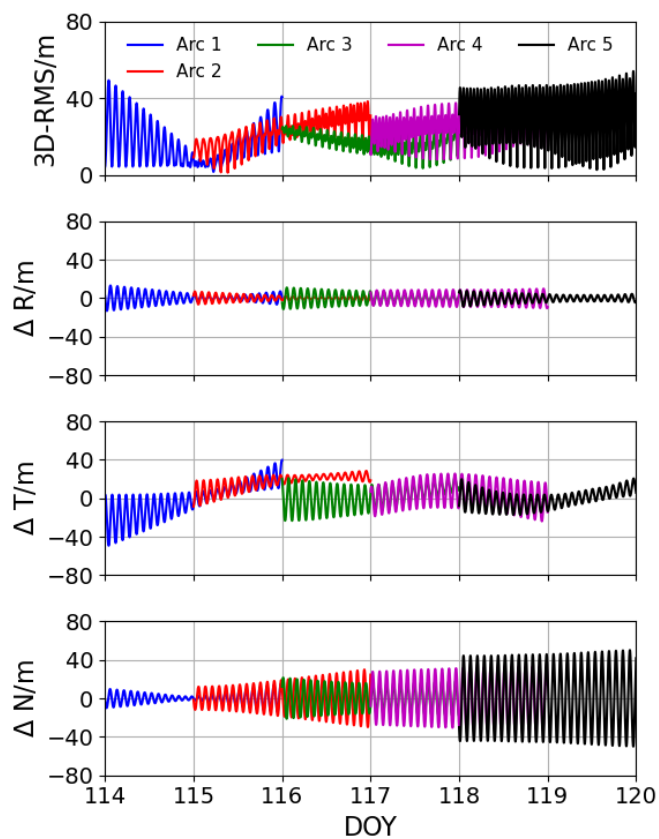


图 3-18 LRO精密定轨结果与参考轨道在RTN和3D方向的轨道差异

Figure 3-18 Orbital difference between LRO POD results and reference orbit in RTN and 3D directions

几何较差有关（本文仅使用了3个测站）。为方便分析，本文对这三个测站的残差进行了分析，如图 3-19所示。

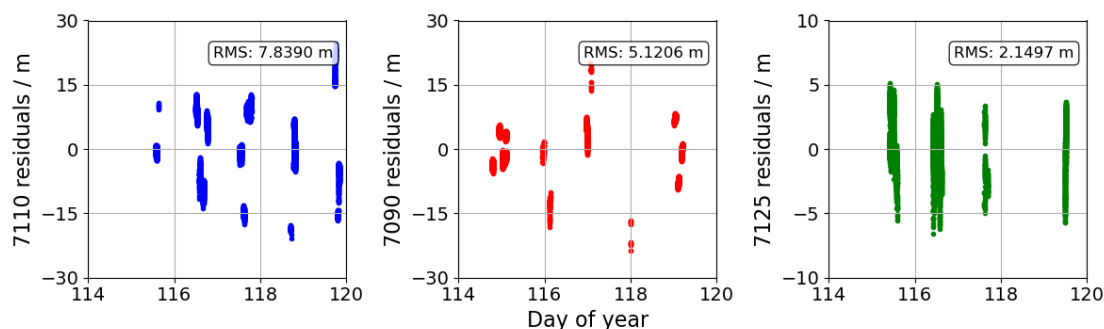


图 3-19 LRO卫星各测站定轨残差

Figure 3-19 Residuals of each SLR station in LRO POD

根据文献^[3]，不同测站的原子钟性能对单程激光测距的影响十分显著。根据图 3-19，7110站和7090站的秒信号来自GPS铷原子钟，该秒信号在每次观测前与UTC进行实时同步，每次同步精度约几十纳秒，使得单程激光测距中的测站时间不连续，体现为图 3-19中残差的不连续和阶跃现象。而7125站由于使用了高精度氢原子钟，其系统的时间同步不会造成钟差测量的不连续问题，体现在图 3-19中为残差分布较为均匀。上述测站时间测量不连续问题，进一步提高了LRO单程激光测距精密定轨的难度，进而使得本文定轨精度较差。

3.4.2.3 地月L2点Halo轨道航天器精密定轨

嫦娥（CE）-5T1 是我国嫦娥探月工程任务中，第一枚运行在绕地月 L2 点的 Halo 轨道航天器，由服务舱和返回器组成^[116]。CE-5T1 航天器于 2014 年 10 月 23 日 18 时 0 分成功发射。在完成主要的月球飞行探测任务后，服务舱和返回器发生分离，其中返回舱在 10 月 31 日 22 时 42 分成功返回地球，服务舱最终飞向地月拉格朗日 L2 平动点，在该区域飞行约为 40 天，为后续“鹊桥”中继卫星积累了宝贵的数据和经验^[117]。

CE-5T1 的轨道测量系统采用了 S 频段的无线电测距、测速和 VLBI 联合测量模式。CE-5T1 航天器也搭载了 X 频段 VLBI 信标，使用 Δ VLBI 技术进行 VLBI 测量^[117]。

在 CE-5T1 服务舱在 Halo 轨道绕地月 L2 点飞行期间，地面跟踪站主要由中国的 VLBI 网及深空站组成。VLBI 网包括 65 米口径的上海天马望远镜（编号：1）、昆明 40 米口径望远镜（编号：3）、北京 50 米口径望远镜（编号：2）以及乌鲁木齐 25 米口径射电望远镜（编号：4）^[117]。VLBI 系统单次连续跟踪时间通常约 4 小时左右，约每三天左右进行一次跟踪。由于 Halo 轨道的周期较长，因此只要能在周期内将测量弧段分散开，就不需要密集的跟踪测量。深空站主要包括 35 米口径的喀什站 A（编号：7）和 18 米口径的喀什站 B（编号：13）、18 米口径的青岛站（编号：14）以及 66 米口径的佳木斯站（编号：6），测距与

多普勒系统一般每天跟踪测量 4 小时左右^[117]。

为尽可能减小轨道机动对精密定轨的影响，本文选取了 2014年11月28日至 2014年12月10日和 2014年12月11日至 2014年12月24日两个时间段共25天的地面双程测距和 VLBI 时延观测值，分4个弧段对CE-5T1服务舱进行精密定轨。弧段划分及其它信息如表 3-9所示。精密定轨中使用的模型与参数解算策略如表 3-10所示。

表 3-9 CE-5T1精密定轨弧段基本情况

Table 3-9 Basic Information of arcs in POD for CE-5T1

弧段	起始时间	结束时间	数据类型	参与测站
弧段1	2014年11月28日	2014年12月7日	双程测距、时延	1、2、3、4、14
弧段2	2014年12月1日	2014年12月10日	双程测距、时延	1、2、3、4、7、14
弧段3	2014年12月11日	2014年12月20日	双程测距、时延	1、2、3、4、7、13、14
弧段4	2014年12月14日	2014年12月24日	双程测距、时延	1、2、3、4、6、7、14

考虑到本文设置的定轨弧段中，弧段1与弧段2以及弧段3与弧段4之间存在时间重叠，且缺少外部轨道比较条件。因此，本节将依靠观测值残差评定以及重叠弧段比较两种手段来对次定轨精度进行评价。图 3-20和表 3-11展示了各弧段观测值残差的统计情况。图 3-21和表 3-12展示了重叠弧段比较结果的统计情况。

根据图 3-20和表 3-11，本次定轨测距残差为米级。在弧段1和弧段2，VLBI残差优于2 ns，且均匀分布于0附近；弧段3和弧段4的VLBI残差相对较差，弧段3残差优于4 ns，弧段4则由于CE-5T1服务舱在2014年12月20日（对应DOY 354）存在较小的轨道机动，因此其VLBI残差仅优于 7 ns，且DOY 354之后的VLBI残差存在较为明显的偏差。

根据图 3-21和表 3-12，弧段1与弧段2由于定轨弧段较长，同时在此期间航天器没有发生机动，因此重叠弧段的轨道误差较小，优于60米。而在弧段3和弧段4，因受到轨道机动的影响，重叠弧段的轨道误差较大，为百米量级。

表 3-10 CE-5T1精密定轨模型和参数解算策略

Table 3-10 models and the parameter estimation strategy in POD for CE-5T1

项目	模型 & 描述
测站&观测值模型	
测站坐标与地壳运动	SLRF2020
测站固体潮和极潮改正	IERS2010
测站海潮改正	FES2020
相对论效应改正	IERS2010
相对论效应时钟修正	考虑地球、月球、木星和太阳引力势以及卫星速度项影响
对流层延迟修正	Saastamoinen 模型
截止高度角	10 deg
超限观测数据	通过 3σ 原则剔除
参数估计方法	最小二乘批处理
动力学模型	
地球自转参数	EOP IERS Bulletin A
引力场模型	GRGM900C (50×50); N-体摄动: DE440
广义相对论效应	IERS2010 ^[77]
太阳光压	球模型
积分器	KSG积分器 ^[106]
积分步长	60 s
参数估计	
轨道参数	估计初始历元位置和速度
太阳光压系数	每弧段估计一个
测站系统差	每弧段估计所有深空站的测距系统差

表 3-11 CE5T精密定轨各弧段残差统计

Table 3-11 Statistics of residuals for each arc in CE5T POD

弧段	双程测距RMS	时延RMS
弧段1	2.11 m	1.63 ns
弧段2	2.22 m	1.18 ns
弧段3	4.13 m	3.84 ns
弧段4	5.73 m	7.26 ns

表 3-12 CE-5T1精密定轨重叠弧段误差统计

Table 3-12 Statistics of overlapping difference for CE-5T1 POD

重叠弧段	3D-RMS(m)	R-RMS(m)	T-RMS(m)	N-RMS(m)
弧段1 & 弧段2	55.04	13.24	28.18	45.39
弧段3 & 弧段4	687.20	159.15	398.62	536.67

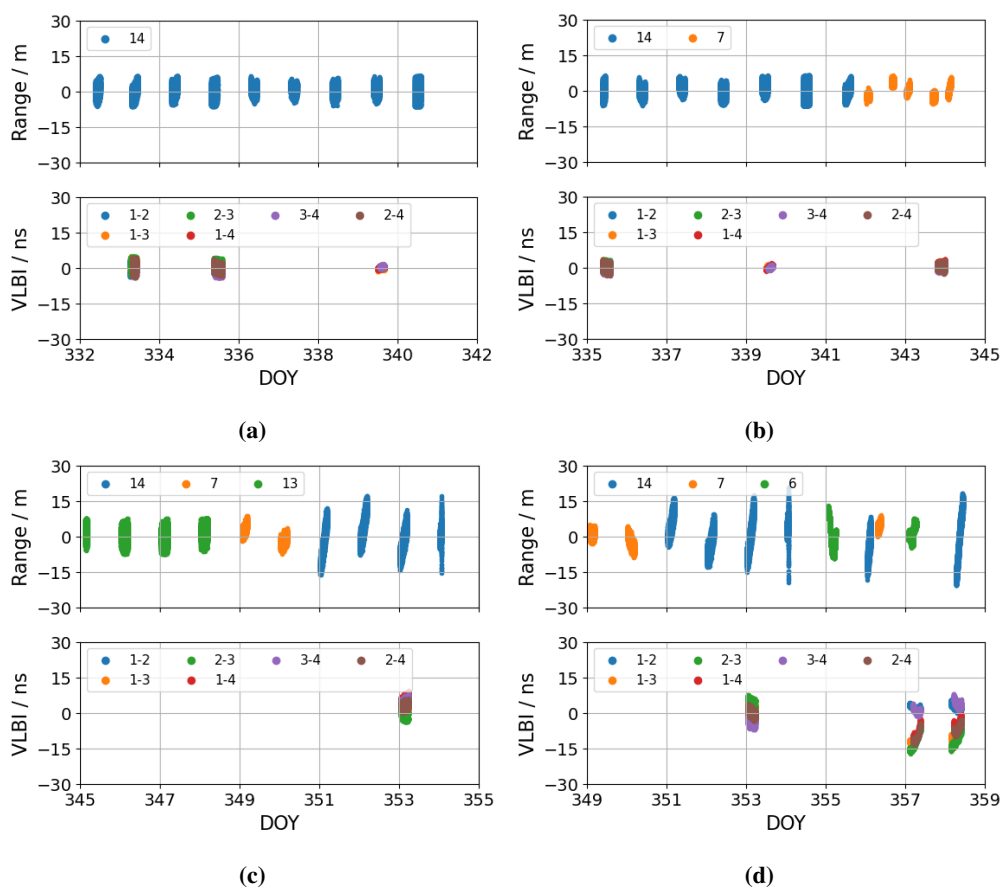


图 3-20 CE-5T1精密定轨中，各弧段残差。(a)为弧段1残差；(b)为弧段2残差；(c)为弧段3残差；(d)为弧段4残差

Figure 3-20 Residuals of different arcs in CE-5T1 POD. (a) is residual of arc 1; (b) is residual of arc 2; (c) is residual of arc 3; (d) is residual of arc 4

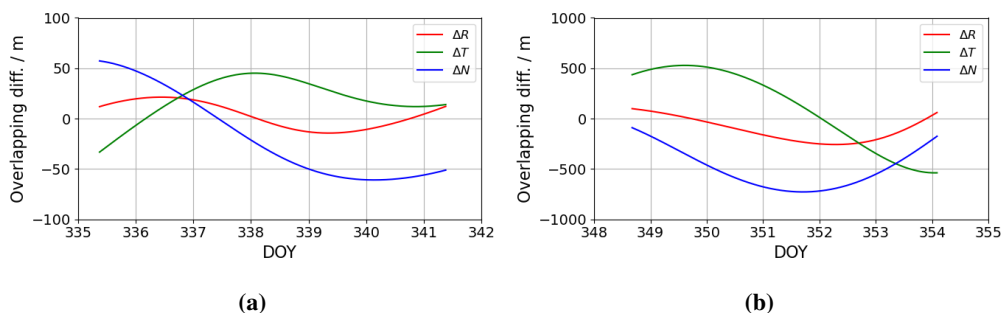


图 3-21 CE-5T1精密定轨重叠弧段误差。(a)为弧段1与弧段2的重叠弧段误差；(b)为弧段3与弧段4的重叠弧段误差

Figure 3-21 Overlapping difference in CE-5T1 POD. (a) is overlapping between arc 1 and arc 2; (b) is overlapping between arc 3 and arc 4

3.5 本章小结

本章围绕地月空间航天器高精度轨道确定问题，系统介绍了相应的理论与软件实现框架。首先系统梳理了GCRS、BCRS和LCRS等时空基准及其转换关系，并分析了跨尺度空间下相对论效应对时间与坐标转换的影响。在此基础上，研究了包含相对论修正的星间单程与双单程测距观测模型，以及适用于地月空间的动力学模型与参数估计方法。随后，本章介绍了自主研制的SODA定轨分析软件，介绍了其模块化设计思想与多源数据处理流程。通过选取 Sentinel-6 MF、LRO 和 CE-5T1 等具有代表性的实测任务开展多场景精密定轨验证。测试结果表明，SODA软件在近地空间具备厘米级定轨能力，在深空环境具备米级至百米级定轨能力（视条件而定），充分证实了软件算法的正确性与模型的适用性，为后续章节开展地月空间自主导航研究提供了软件基础。

第4章 LEO-DRO星间自主导航分析

在上述建模和软件平台的基础上，本文首先选取 LEO - DRO 跨区域异构编队作为地月空间星间自主导航的典型应用场景。LEO 卫星在动力学建模与轨道确定方面已形成较为成熟的理论与实践基础，能够作为近地时空基准向深空延拓的重要桥梁；DRO 航天器则处于典型地月三体动力学环境中，是检验 LiAISON 导航原理与跨区域自主定轨能力的关键节点。与此同时，面向地月空间自主导航与授时需求，我国已围绕 LEO - DRO 编队启动了相关工程研究，并于2024年开展在轨验证工作，对地月空间自主轨道确定的可行性进行了初步验证^[20]。因此，LEO 与 DRO 构成的异构编队兼具理论代表性与工程背景支撑，是研究地月空间自主导航的理想对象。

然而，将理论模型应用于这种大尺度、跨区域的异构编队时，不可避免地会面临实际工程与测量几何的双重挑战，主要体现在以下两个方面：

一方面，是星间测量的时序体制问题。在第 3 章中，本文在BCRS下建立了双单程星间测距模型。理论上，上下行观测时间间隔 $\Delta\tau$ 可任意设置。但在实际工程中，受限于航天器时钟误差累积与收发体制， $\Delta\tau$ 不宜过长，否则钟差参数需额外估计或导致精度下降；过短则极大提高了系统调度与硬件工程的实现难度。由于 LEO 和 DRO 具有截然不同的动力学演化特征，这种秒级甚至更长的观测间隔对定轨精度的具体影响目前仍缺乏系统性评估。

另一方面，是系统可观测性的几何约束问题。如前文理论推导所述，地月空间 ISL 自主导航依赖于轨道面的空间相对构型。由于 DRO 轨道天然运行在近白道面内，这种特殊的共面几何属性极易引发观测方程的秩亏，导致轨道面法向估计不准。即使引入大倾角的LEO卫星，由于地月空间尺度的悬殊差异，其能否有效提供法向约束仍需深入探究。

鉴于此，本章将从观测测量体制和星座空间构型两个层面，对 LEO - DRO 编队的星间自主导航性能进行仿真分析与评估，随后分析轨道面与白道面夹角对自主导航系统可观测性的影响机制，并据此探讨地月空间导航星座的优化设计准则。本章所涉及的主要技术路线如图 4-1所示。

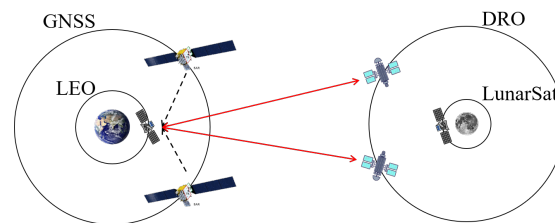


图 4-1 LEO-DRO编队示意图

Figure 4-1 LEO-DRO constellation diagram.

4.1 观测时间间隔对自主导航的影响

4.1.1 仿真算例设计

本节将基于前述 SODA 软件进行了为期1个月的LEO-DRO编队自主定轨仿真计算，时间起点位于2020年1月2日0时0分0秒（UTC）。

4.1.1.1 仿真流程设计

整个仿真过程遵循图 4-2所示的流程进行。即先基于动力学轨道积分生成 DRO 精密星历，进而生成OWR观测值；随后根据不同的 $\Delta\tau$ ，对OWR观测值进行组合，得到DOWR观测值；然后利用该观测值对LEO-DRO编队进行自主定轨；最后对定轨结果进行分析。

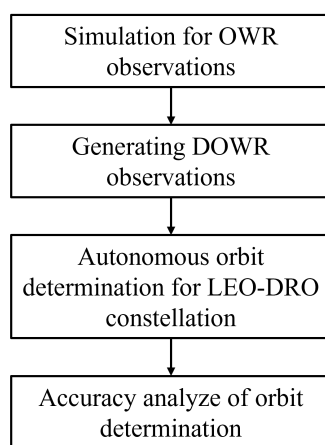


图 4-2 LEO-DRO编队自主定轨仿真流程

Figure 4-2 LEO-DRO constellation autonomous orbit determination simulation process.

4.1.1.2 星座和载荷设置

为保证 LEO 对 DRO 的连续覆盖，同时卫星数也尽可能的少，本文使用欧空局发射的 Sentinel-1A（后文简称 SE1A）、Sentinel-3B（后文简称 SE3B）和 SWARM-B（后文简称 SWMB）三颗卫星组成的LEO卫星编队进行仿真实验。这三颗卫星轨道面均匀分布全球，可以实现对月球的连续接力跟踪。LEO卫星编队在近地空间中的分布情况如图 4-3所示。

DRO 卫星则使用前述 4 个不同轨道周期的 DRO 轨道。表 4-1展示了 2020 年 1 月 2 日 0 时 0 分 0 秒（UTC）时刻，各DRO卫星在LCRS下的轨道初值。

4.1.1.3 观测值仿真设置

在OWR观测值仿真中使用的模型和计算策略如表 4-2所示。

为实现快速、高精度的观测值仿真，本文使用奥地利 Technische Universität Graz (TU Graz) 基于星载 GNSS 精密定轨得到的厘米级动力学轨道作为 LEO 卫星的轨道真值，并直接参与观测值仿真。考虑到常规地月空间航天器的定轨精

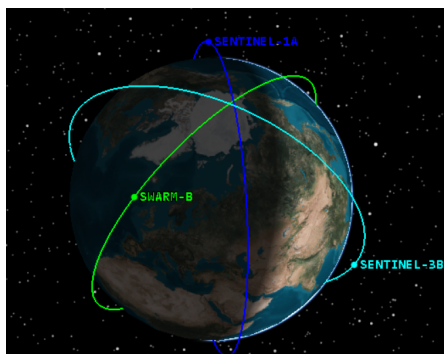


图 4-3 LEO卫星轨道分布图

Figure 4-3 LEO satellites orbit distribution.

表 4-1 各DRO轨道位置速度初值（单位：km 或 km/s）

Table 4-1 Initial position and velocity of DROs (unit: km or km/s)

DRO	X	Y	Z	V _x	V _y	V _z
DRO-0	-18900.960	-1.720	1875.502	0.0178280	0.4575956	0.1895429
DRO-1	-29768.918	-2.708	2953.906	0.0143245	0.3721242	0.1541565
DRO-2	-40716.531	-3.705	4040.215	0.0125884	0.3297702	0.1366215
DRO-3	-49223.375	-4.479	4884.331	0.0118551	0.3118817	0.1292154

表 4-2 观测值仿真中的参数设置

Table 4-2 Settings in observation simulation

项目	模型 & 描述
地球自转参数	EOP IERS Bulletin A
月球自转参数	DE440 ^[81]
LEO精密轨道	TU Graz发布的精密轨道 ^[49]
航天器钟差	仅考虑广义相对论修正项
引力场模型	DRO: GRGM900C (100×100) ^[111] ;
N体引力	DE440 ^[81]
广义相对论	IERS2010 ^[77]
太阳光压	Cannon-ball模型
经验加速度	仅考虑切向和法向的正弦和余弦项系数
积分器	KSG积分器 ^[106]
积分步长	60 sec
天线半锥角	30 degree
观测值采样率	120 sec
观测值噪声	OWR: 1 m
仿真时间	2020年1月

度为米级，因此直接使用厘米级精密轨道产品作为真值不会影响最终的定轨精度水平。

在仿真中，LEO 卫星和 DRO 卫星的天线均简化为圆锥体指向模型，且天线相位中心与卫星质心重合。LEO 天线采用天顶指向，其天线半张角设置为 30 度；DRO 天线始终瞄准地球，其天线半张角能覆盖整个近地空间。当 LEO - DRO 矢量与天线主轴的夹角在视场范围内时，认为链路可通。

根据上述仿真设置，同时考虑地月遮挡，本文分析了 LEO 卫星对 4 颗 DRO 卫星在 2020 年 1 月份的可视时间分布，如图 4-4 所示。根据图 4-4，平均每颗 LEO 卫星能对各 DRO 卫星实现 4 ~ 6 天的连续观测，且由于 LEO 卫星轨道面均匀分布于全球，各 LEO 能实现对 DRO 的接力观测。本文根据各 LEO 卫星的连续观测时间，划分了 6 个定轨弧段（亦为后续定轨弧长），每个弧段的弧长为 4 ~ 5 天不等，各定轨弧段的始末年积日 (Day Of Year, DOY) 以及参与的 LEO 卫星情况如表 4-3 所示。

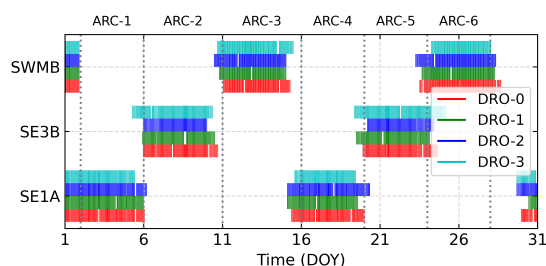


图 4-4 各LEO卫星对DRO卫星的可视时间

Figure 4-4 Visibility analyze between DRO Satellites and LEO satellites.

表 4-3 各定轨弧段始末时刻

Table 4-3 Table of start and end Times for each POD arcs

Arc No.	LEO	开始时刻 (DOY)	结束时刻 (DOY)
1	SE1A	002.0	006.0
2	SE3B	006.0	011.0
3	SWMB	011.0	016.0
4	SE1A	016.0	020.0
5	SE3B	020.0	024.0
6	SWMB	024.0	028.0

为分析不同上下行观测时间间隔 $\Delta\tau$ 下的自主定轨结果精度，在组合生成 DOWR 观测值时，本文选取了不同的 $\Delta\tau$ （包括0 sec、5 sec、10 sec和20 sec），以进行对比分析。表 4-4展示了在不同 $\Delta\tau$ 下仿真获得的各弧段观测数情况（LEO 观测所有 DRO 卫星的数量汇总）。根据表 4-4，平均每个弧段仅获取约 1600 条观测数据，平均每天每颗 DRO 航天器仅获得 400 条观测数据。

表 4-4 各定轨弧段观测数

Table 4-4 Table of number of observation for each POD arcs

Arc No.	LEO	$d\tau = 0 \text{ sec}$	$d\tau = 5 \text{ sec}$	$d\tau = 10 \text{ sec}$	$d\tau = 20 \text{ sec}$
1	SE1A	1509	1502	1499	1488
2	SE3B	1662	1662	1657	1653
3	SWMB	1692	1684	1673	1659
4	SE1A	1561	1550	1544	1538
5	SE3B	1643	1627	1624	1616
6	SWMB	1276	1270	1258	1242

考虑到目前各国对地月航天器的测距水平^[23,118]，本文设置单程星间测距的观测噪声为1 m。采样率设置为120 sec。

4.1.1.4 自主定轨策略

为防止由观测数据较少导致的法方程奇异，在定轨中，所有 DRO 卫星和每个弧段参与建链的 LEO 卫星将会同时解算。

根据表 4-3，不同定轨弧段使用了不同的 LEO 卫星进行自主定轨，因此各 LEO 卫星的动力学信息难以实现时间上的连续。考虑到星载 GNSS 技术的广泛应用，在对每个弧段进行自主定轨前，使用 LEO 卫星的星载 GNSS 观测数据以及 GNSS 广播星历进行精密定轨，从而获取 LEO 卫星的轨道初值。在自主定轨阶段，仅使用 DOWR 观测值。

受益于各 LEO 的连续观测，DRO 动力学信息可实现各弧段间的时间连续性，但由于 DRO 卫星轨道周期较长（大于表 4-3 中各弧段的弧长），因此需要每次定轨结束后，不仅输出用于下一个定轨弧段的初轨，还要输出其不确定度作为下一定轨弧段的先验约束，以期望能通过多个弧段的积累，提高 DRO 卫星的定轨精度。

在动力学参数设置方面，考虑到实际工程任务中，常使用月球预报星历获取月球位置信息，以 DE430 与 DE440 为例，两者计算所得地月距离差异为分米至米级^[119]，该差异会对光行时归算造成影响，因此为尽可能符合工程实际，本文使用 JPL DE430 星历以模拟月球星历误差对自主定轨的影响。地球非球形引力采用 EIGEN_GL04C 模型，截断至 120×120 阶。月球非球形重力场采用 GRGM900C 模型，截断至 50×50 阶。

在参数估计方面，由于每弧段观测数较少，为防止动力学模型过于参数化，LEO 卫星在对太阳光压和大气阻力建模时使用了 Macro-box 模型，同时设置 LEO 卫星光压系数每个定轨弧段估计 1 个，大气阻力系数每 24 小时估计 1 个，经验加速度每 24 小时估计 1 组；DRO 卫星轨道周期较长，其太阳光压系数每个定轨弧段估计 1 个，经验加速度每个定轨弧段估计 1 组。其他动力学模型以及参数估计策略列于表 4-5。

表 4-5 LEO-DRO精密定轨模型和参数解算策略

Table 4-5 models and the parameter estimation strategy in POD for LEO-DRO constellation

项目	模型 & 描述
观测值模型	
LEO卫星姿态	名义姿态
超限观测值处理	根据 3σ 原则剔除
参数估计方法	最小二乘批处理
动力学模型	
地球自转参数	EOP IERS Bulletin A
月球自转参数	DE430 ^[87]
引力场模型	LEO: EIGEN_GL04C ^[111] (120×120); DRO: GRGM900C(50×50) ^[120]
N体引力	DE421 ^[87]
地球固体潮	IERS2010 ^[77]
海潮	FES2004 ^[113] , 30×30
极潮	IERS2010 ^[77]
广义相对论	IERS2010 ^[77]
太阳光压	LEO: macro-box模型 ^[100] ; DRO: Cannon-ball模型
大气阻力	NRLMSIS-00 ^[114]
经验加速度	仅考虑切向和法向的正弦和余弦项系数
积分器	KSG积分器 ^[106]
积分步长	LEO: 15 sec; DRO: 60 sec
参数估计	
轨道参数	估计初始历元位置和速度
太阳光压系数	每个定轨弧段估计1个
大气阻力系数	LEO: 每24小时估计1个
经验加速度	LEO: 每24小时估计1组; DRO: 每个定轨弧段估计一组
参数先验约束	
轨道参数	LEO: 初始值: 使用星载GNSS数据与广播星历进行估计得到; 位置标准差: 2 m; 速度标准差: 0.02 m/s; DRO: 初始值: 由上一定轨弧段积分获得; 标准差: 由上一弧段计算获得
太阳光压系数	初始值: 2; 标准差: 2
大气阻力系数	初始值: 2; 标准差: 2
经验加速度	初始值: 0 m/s ² ; 标准差: 1e - 8 m/s ²

4.1.2 定轨结果分析

4.1.2.1 DRO卫星与LEO卫星定轨结果分析

图 4-5展示了各DRO卫星不同上下行观测时间间隔 $\Delta\tau$ 下的自主定轨精度。从图 4-5中可知，在考虑月球星历预报误差后，不同上下行观测时间间隔下 DOWR 观测值的定轨性能相当，均能实现优于 50 米的定轨精度。

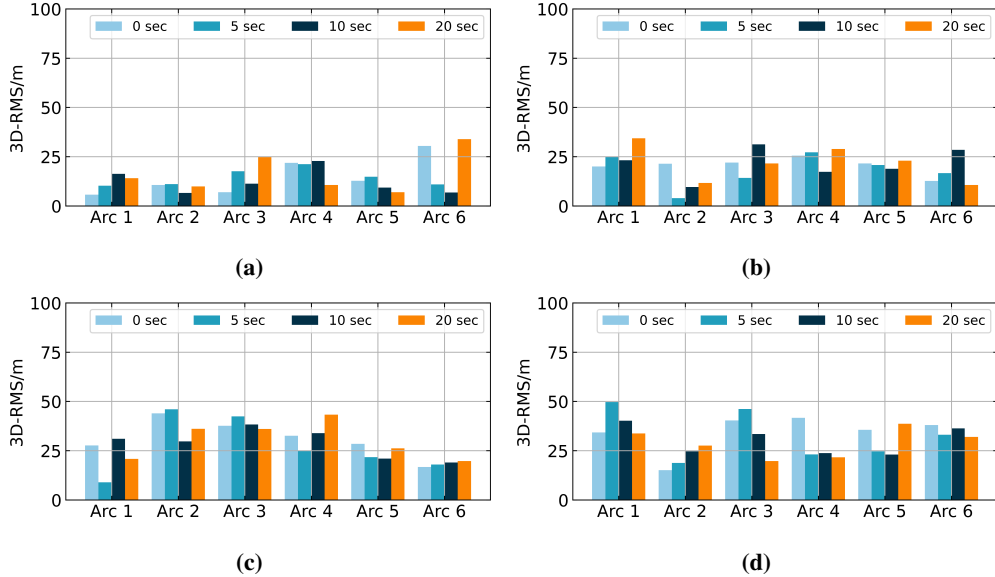


图 4-5 各DRO在不同上下行观测时间间隔下的定轨精度。(a)为DRO-0定轨精度；(b)为DRO-1定轨精度；(c)为DRO-2定轨精度；(d)为DRO-3定轨精度

Figure 4-5 Autonomous orbit determination accuracy of DROs under different uplink-downlink observation intervals. (a) is accuracy of DRO-0; (b) is accuracy of DRO-1; (c) is accuracy of DRO-2; (d) is accuracy of DRO-3

表 4-6统计了当 $\Delta\tau = 5 \text{ sec}$ 时，各 DRO 卫星在径向（Radial, R）、切向（Tangential, T）和法向（Normal, N）的轨道精度。

从表 4-6可知，当 $\Delta\tau = 5 \text{ sec}$ 时，所有 DRO 卫星的定轨精度优于 50 米，尤其轨道周期最短的 DRO-0，其定轨精度优于 20 米。同时，随着 DRO 运行周期的增长，整体定轨精度也会不断降低，且所有 DRO 卫星的轨道误差主要集中于轨道 N 方向。一方面，这与定轨弧长较短有关。本文选取的定轨弧长小于 DRO-1、DRO-2 和 DRO-3 卫星的轨道周期，导致了其定轨精度随轨道周期的增长而降低，也使得轨道 N 方向的误差更显著。这样的现象在地球 GEO 卫星定轨中也存在^[121]。

另一方面，这也受 LEO-DRO 观测几何的影响。由于 DRO 卫星轨道位于近白道面内，同时 LEO-DRO 视线方向几乎与白道面平行，使得观测值对轨道面变化不敏感，如表 4-6中 DRO-0 卫星，虽然定轨弧长大于该卫星的轨道周期，但由于观测几何的影响，其 N 方向的轨道误差（多为10-20m）相比 R 方向和 T 方向的轨道误差（米级甚至分米级）更为显著。

表 4-6 $\Delta\tau = 5 \text{ sec}$ 时, 各DRO卫星在RTN方向下的定轨精度 (单位: m)

Table 4-6 Autonomous orbit determination accuracy of all DROs in RTN-directions when $\Delta\tau = 5 \text{ sec}$ (Unit: m)

ARC	DRO-0				DRO-1				DRO-2				DRO-3			
	ΔR	ΔT	ΔN	3D	ΔR	ΔT	ΔN	3D	ΔR	ΔT	ΔN	3D	ΔR	ΔT	ΔN	3D
1	0.33	0.57	10.20	10.22	0.48	0.81	24.76	24.78	1.19	3.29	8.23	8.94	34.57	27.82	22.36	49.69
2	0.32	0.70	11.02	11.05	0.43	0.87	3.83	3.95	4.80	1.55	45.69	45.97	3.47	10.69	15.06	18.79
3	0.64	1.38	17.50	17.57	0.23	0.27	14.23	14.23	0.92	1.10	42.36	42.38	10.94	13.59	42.71	46.14
4	1.09	0.95	21.12	21.17	0.71	0.49	27.20	27.21	4.98	3.16	24.08	24.79	8.20	4.78	21.07	23.10
5	0.17	0.34	14.82	14.82	1.18	0.83	20.70	20.75	0.89	0.99	21.63	21.67	3.31	3.47	24.15	24.63
6	0.32	0.81	10.87	10.90	2.18	1.48	16.41	16.62	4.24	8.67	15.14	17.95	10.17	12.24	28.98	33.06

相比DRO卫星, LEO卫星作为地球卫星, 具有更强的轨道动力学约束, 同时在自主定轨中, LEO卫星也使用了广播星历定轨结果的方差协方差作为先验约束, 因此LEO卫星的定轨精度较高为米级, 如图 4-6所示。

为进一步分析LEO定轨结果, 表 4-7展示了不同 $\Delta\tau$ 取值下, 各LEO卫星在RTN三个方向的定轨精度。从表 4-7中可以看到, LEO 卫星轨道误差主要分布于轨道 T 方向, 这与定轨中估计的大气阻力系数频率和精度较低有关。在轨道 N 方向精度最高, 均为分米级。

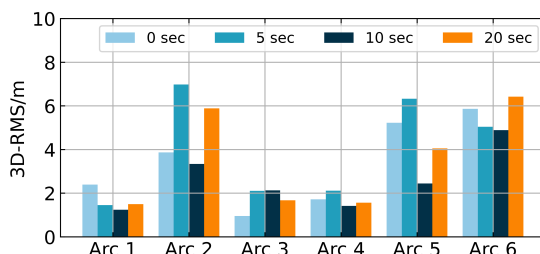


图 4-6 LEO卫星在不同上下行观测时间间隔下的定轨精度

Figure 4-6 Autonomous orbit determination accuracy for all LEO satellites under different uplink-downlink observation intervals.

4.1.2.2 上下行观测时间间隔增长的影响

法方程的条件数 (法方程的最大特征值和最小特征值之比) 能表征估计系统的可观性^[2], 同时为更清晰地表达条件数变化趋势情况, 可以对条件数进行归一化, 形成归一化条件数如下:

$$\text{Cond}_{\text{norm}} = \frac{\text{Cond} - \min(\text{Cond})}{\max(\text{Cond}) - \min(\text{Cond})} \quad (4-1)$$

其中, Cond为条件数; $\text{Cond}_{\text{norm}}$ 为归一化条件数。为方便分析, 本文对每个定轨弧段分别做了归一化, 图 4-7展示了不同上下行观测时间间隔 $\Delta\tau$ 下的条件数、归一化条件数和对应LEO卫星各弧段的平均定轨精度。

表 4-7 在不同上下行观测时间间隔下，各弧段LEO卫星在RTN方向的定轨精度（单位：m）

Table 4-7 Autonomous orbit determination accuracy of LEO Satellites in RTN-directions under different uplink-downlink observation intervals (Unit: m)

ARC	Radial				Tangential				Normal			
	0 sec	5 sec	10 sec	20 sec	0 sec	5 sec	10 sec	20 sec	0 sec	5 sec	10 sec	20 sec
1	0.89	0.58	0.38	0.52	2.17	1.32	1.05	1.14	0.5	0.2	0.54	0.83
2	1.5	2.62	1.15	2.26	3.55	6.44	3.11	5.39	0.35	0.51	0.42	0.62
3	0.19	0.54	0.53	0.29	0.83	1.98	1.96	1.54	0.43	0.46	0.62	0.57
4	0.44	0.63	0.39	0.38	1.44	1.78	0.96	1.41	0.82	0.95	0.96	0.55
5	2.04	2.43	0.91	1.5	4.76	5.77	2.22	3.75	0.69	0.85	0.47	0.3
6	2.27	1.91	1.84	2.47	5.39	4.65	4.5	5.91	0.38	0.33	0.43	0.48

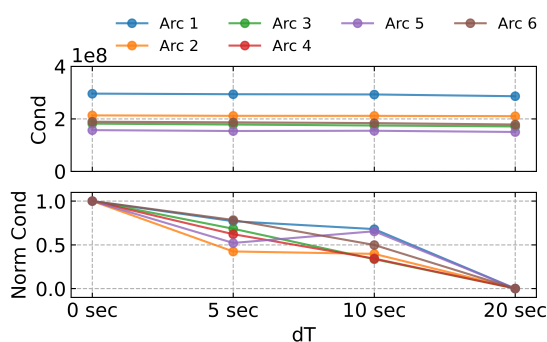


图 4-7 各定轨弧段的条件数、归一化条件数

Figure 4-7 Normalized and unnormalized condition numbers for each orbit determination arc.

从图 4-7可知, 各弧段不同上下行观测时间间隔 $\Delta\tau$ 下的条件数量级一致, 但随着 $\Delta\tau$ 的增长, 归一化条件数产生了明显的下降趋势, 说明系统可观性随着 $\Delta\tau$ 的增长而增强。

DOWR对卫星轨道形状的敏感程度增加是产生该现象的根本原因。如图 4-8所示, LEO 卫星于 τ_1 时刻发射信号, DRO卫星于 τ_2 时刻接收; DRO卫星经过 $\Delta\tau$ 后于 $\tau_3 = \tau_2 + \Delta\tau$ 时刻发射信号, LEO卫星于 τ_4 时刻接收到。若 $\Delta\tau$ 增加为 $\Delta\tau'$, 则DRO卫星于 τ_3' 时刻发射信号, LEO卫星于 τ_4' 时刻接收到。由于 $\tau_4' - \tau_1 > \tau_4 - \tau_1$, 且 $\tau_3' - \tau_2 > \tau_3 - \tau_2$, 因此 $\Delta\tau'$ 下LEO/DRO的“发射-接收基线”相比 $\Delta\tau$ 下更长。因此更长的上下行观测时间间隔下的 DOWR 包含了更多 LEO/DRO 的轨道变化信息, 进而提高了观测系统的观测几何。

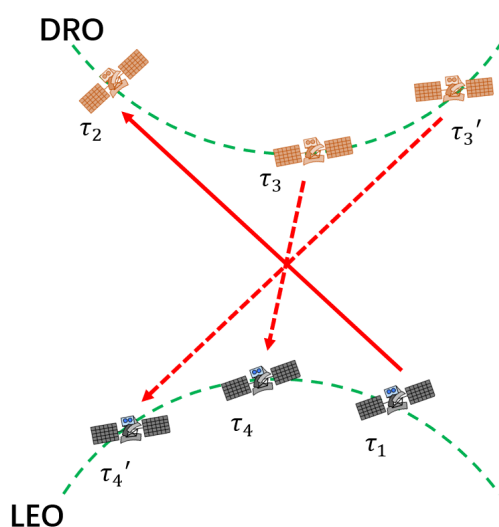


图 4-8 不同上下行观测时间间隔导致的LEO/DRO发射-接收信号时刻位置变化

Figure 4-8 Transmission and reception position changes of LEO/DRO satellite caused by different uplink-downlink observation intervals.

需要指出的是, 在目前的仿真条件下, 更长的上下行观测时间间隔对 LEO - DRO 编队自主定轨精度提升的贡献并不明显。主要原因在于, 仿真中设置的上下行观测时间间隔较短, 对观测几何的提升有限, 导致其被整体的观测几何、观测噪声以及 DRO 轨道周期较长等其他因素淹没, 甚至定轨法方程条件数偶尔会出现小幅度的上升(如图 4-7中的 Arc 5)。但它对整个观测系统的调度能力提出了更低的要求, 提升了观测系统的容错能力。例如从图 4-5和图 4-6可知, 不论是 $\Delta\tau = 0 \text{ sec}$, 还是 $\Delta\tau = 20 \text{ sec}$, LEO 卫星和 DRO 卫星在不同方案下的定轨精度相当。这说明在 LEO - DRO 编队自主定轨系统中, 在保证卫星钟差可容忍的前提下, 可不必过多要求上下行观测时间间隔的长短。这对我国未来实施地月空间相关任务提高观测系统冗余度具有一定的参考意义。

4.2 轨道面与白道面夹角对自主导航的影响

地月空间航天器（如DRO、地月转移轨道等）受限于任务需求与动力学特性，其轨道面通常长期运行在白道面附近。这种天然的“共面构型”是地月空间ISL自主导航面临的核心挑战。正如第2章理论推导所述，严格的共面观测会导致轨道面法向（即轨道倾角与升交点赤经）的完全秩亏。

为了打破这一几何奇异性，通常可引入大倾角的近地卫星（如极轨LEO卫星）参与ISL。然而，在上一节的仿真分析中，尽管极轨LEO卫星从理论上打破了严格的共面条件，但DRO轨道法向的定轨误差依然显著偏大（可达几十米量级）。这表明，仅靠地球端卫星的轨道面倾斜，无法彻底解决DRO的法向“弱可观”问题。

4.2.1 可观性分析

若把DRO近似看作为绕月大周期轨道，则可同样从式(2-39)出发，假设将地球卫星轨道固定为已知，仅对DRO轨道进行求解。则在以白道面作为坐标系XOY平面的情况下，DRO轨道倾角的观测方程系数为：

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_{i3} &= \mathbf{e}_{i3} \cdot \mathbf{R}(\Omega_3) \times \mathbf{r}_3 \\ &= \frac{(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_m) \times \mathbf{r}_3}{|\mathbf{r}_m + \mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1|} \cdot \mathbf{R}(\Omega_3) \\ &= \frac{\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_m}{|\mathbf{r}_m + \mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1|} \cdot (\mathbf{r}_3 \times \mathbf{R}(\Omega_3)) \end{aligned} \quad (4-2)$$

其中， \mathbf{r}_1 为地球卫星相对地球的位置矢量； \mathbf{r}_m 为月球相对地球的位置矢量； \mathbf{r}_3 为DRO相对月球的位置矢量； Ω_3 为DRO升交点赤经。

由于DRO近似位于白道面内（ $i_3 \approx 0$ ），其位置矢量 \mathbf{r}_3 位于XOY平面内，而 $\mathbf{R}(\Omega_3)$ 位于X轴上。根据向量叉乘性质，二者的叉积结果必然垂直于XOY平面（即沿Z轴方向）。设 $\mathbf{r}_3 = (x_3, y_3, 0)^T$ ，则有：

$$\mathbf{r}_3 \times \mathbf{R}(\Omega_3) = \begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \cos \Omega_3 \\ \sin \Omega_3 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ x_3 \sin \Omega_3 - y_3 \cos \Omega_3 \end{pmatrix} \quad (4-3)$$

将上式代入式(4-2)可知， \mathbf{B}_{i3} 的大小完全取决于矢量 $\frac{\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_m}{|\mathbf{r}_m + \mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1|}$ 在Z轴方向的分量。考虑到地月平均距离 $D_{EM} \approx 384400 \text{ km}$ 远大于地球卫星的轨道高度，且月球和DRO均位于 $Z=0$ 平面附近，矢量 $\frac{\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_m}{|\mathbf{r}_m + \mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1|}$ 的Z轴分量主要由地球卫星的Z轴坐标 z_1 决定：

$$\left| \left(\frac{\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_m}{|\mathbf{r}_m + \mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1|} \right)_z \right| = \frac{|z_1|}{|\mathbf{r}_m + \mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1|} \approx \frac{|z_1|}{D_{EM}} \quad (4-4)$$

以地球高轨卫星（如GEO或IGSO，轨道高度约36000 km）为例，即使其轨道面垂直于白道面，该比值也仅为：

$$\frac{|z_1|}{D_{EM}} \approx \frac{42164 \text{ km}}{384400 \text{ km}} \approx 0.11 \quad (4-5)$$

若采用 LEO 卫星（轨道高度 400 ~ 2000 km），该比值将进一步缩小至 0.01 ~ 0.02 量级。这表明，虽然 LEO 极轨卫星打破了绝对的共面秩亏，但由于 LEO 轨道尺度 ($|z_1|$) 相对于地月空间尺度 (D_{EM}) 过小，导致观测方程对 DRO 轨道倾角的系数 (\mathbf{B}_{i_3}) 极低。此时，微弱的轨道面法向几何约束极易被观测噪声淹没，从而导致 DRO 轨道法向估计精度远低于径向和切向。

若将 DRO 轨道面进行调整，使其与白道面之间呈一定夹角（即 $i_3 \neq 0 \text{ degree}$ ），得到新的月球航天器轨道。此时，式 (4-3) 可重写为：

$$\mathbf{r}_3 \times \mathbf{R}(\Omega_3) = \begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \cos \Omega_3 \\ \sin \Omega_3 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -z_3 \sin \Omega_3 \\ z_3 \cos \Omega_3 \\ x_3 \sin \Omega_3 - y_3 \cos \Omega_3 \end{pmatrix} \quad (4-6)$$

此时， \mathbf{B}_{i_3} 的大小不光取决于矢量 $\frac{\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_m}{|\mathbf{r}_m + \mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1|}$ ，还取决于月球航天器位置 Z 轴分量的大小。由于月球航天器轨道不再与白道面平行，因此月球航天器位置 Z 轴分量即转化为月球航天器轨道尺度大小与轨道倾角相关的量，此时月球航天器轨道法向不再是弱可观的了。特别地，当 $i_3 = 90 \text{ degree}$ 时，月球航天器位置 Z 轴分量完全转化为月球航天器轨道尺度大小，此时观测方程对轨道法向的敏感度也最强。

4.2.2 仿真算例设计

本节将延续上一节的仿真流程，通过重新设置卫星/航天器编队构型，对不同轨道面与白道面夹角对自主导航的影响进行数值仿真分析。

4.2.2.1 星座和载荷设置

对于 LEO 卫星，本节使用了三颗轨道面与白道面夹角分别为 0 degree、45 degree 和 90 degree 的 LEO 卫星——LEO1、LEO2 和 LEO3，以及上节的 DRO-0 和轨道高度与 DRO-0 相同、轨道面与白道面呈 90 degree 的月球卫星 (LunarSat)。LEO 卫星在近地空间以及 DRO-0 和 LunarSat 在近月空间的分布情况如图 4-9 所示。其他设置信息如表 4-8 所示。

表 4-8 各卫星/航天器轨道信息

Table 4-8 Table of orbit information for each satellites/spacecrafts.

卫星/航天器	轨道高度	轨道面与白道面夹角
LEO1	2000 km	0 degree
LEO2	2000 km	45 degree
LEO3	2000 km	90 degree
DRO-0	约16380 km	0 degree
LunarSat	约16380 km	90 degree

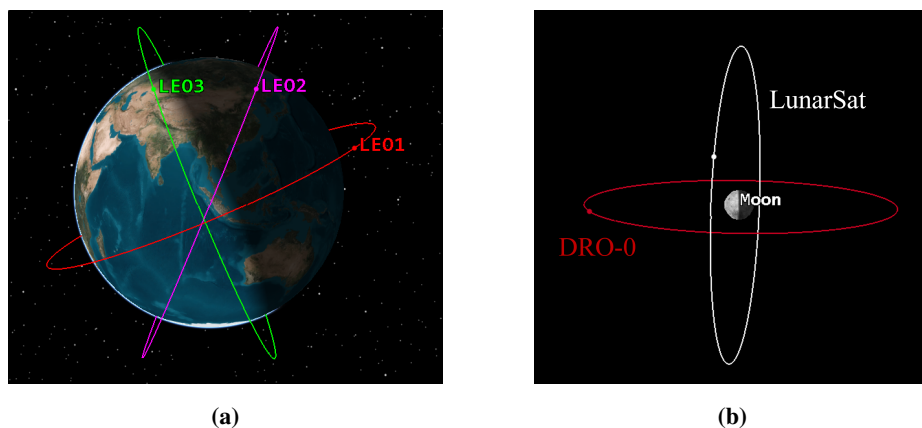


图 4-9 不同卫星/航天器在各自中心天体下的分布情况。(a)为各LEO卫星在近地空间的分布情况；(b)为DRO-0和LunarSat的分布情况

Figure 4-9 Distribution of different satellites/spacecraft relative to their respective central bodies. (a) Distribution of LEO satellites within near-Earth space; (b) Distribution of DRO-0 and LunarSat.

4.2.2.2 观测值仿真设置

在观测仿真设置方面，本节将继续沿用上一节的设置。但由于本节使用了特殊根数的LEO，因此也不再使用现有的LEO精密轨道作为轨道真值，而是直接采用动力学积分方式获得。其他具体的观测值仿真设置如表所示。

仿真中，LEO、DRO和LunarSat的天线依旧简化为圆锥体指向模型，且天线相位中心与卫星质心重合。LEO天线采用天顶指向，天线半张角设置为30度；DRO和LunarSat天线始终瞄准地球。当LEO-DRO或LEO-LunarSat矢量与天线主轴在时场范围时，认为链路可通。在该设置下，各LEO卫星对DRO和LunarSat的可视时间分布如图 4-10所示。

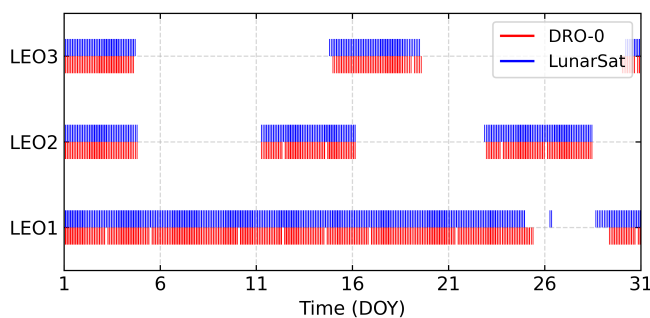


图 4-10 各LEO卫星对DRO和LunarSat的可视时间
Figure 4-10 Visibility analyze between LEO and DRO/LunarSat.

由图 4-10可知，由于 DRO 和 LunarSat 天线始终瞄准地球，因此卫星可视情况主要取决于 LEO 卫星。LEO1 由于轨道面位于近白道面，因此其对 DRO 和 LunarSat 的可视时间要比 LEO2 和 LEO3 更长，但由于地球 J2 项导致轨道面发生进动逐渐与白道面产生夹角（如图 4-11），因此长时间仿真下出现了对 DRO

表 4-9 观测值仿真中的参数设置

Table 4-9 Settings in observation simulation

项目	模型 & 描述
地球自转参数	EOP IERS Bulletin A
月球自转参数	DE440
引力场模型	LEO: EIGEN_GL04C ^[111] (150×150); DRO & LunarSat: GRGM900C ^[120] (100×100)
N体引力	DE440 ^[81]
地球固体潮	IERS2010 ^[77]
海潮	FES2004 ^[113] , 30×30
极潮	IERS2010 ^[77]
广义相对论	IERS2010 ^[77]
太阳光压	Cannon-ball模型
大气阻力	NRLMSIS-00 ^[114]
经验加速度	仅考虑切向和法向的正弦和余弦项系数
积分器	KSG积分器 ^[106]
积分步长	LEO: 15 sec; DRO & LunarSat: 60 sec
天线半锥角	30 degree
观测值采样率	120 sec
观测值噪声	OWR: 1 m

和 LunarSat 不可视的情况。

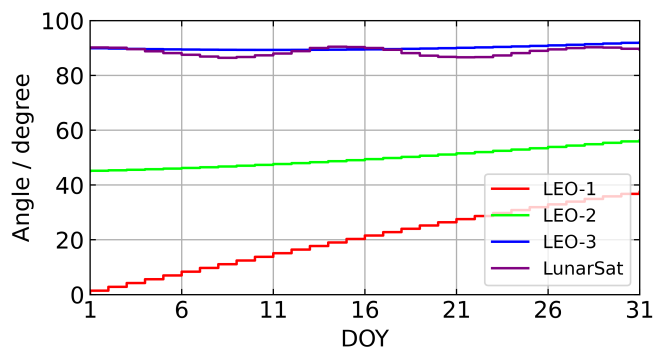


图 4-11 各卫星/航天器轨道面与白道面的夹角随时间变化

Figure 4-11 Variation of the angle between orbital plane of each satellite/spacecraft and the moon's orbital plane.

根据图 4-11，为保证定轨期间 LEO1 轨道面与白道面夹角足够小 (≤ 10 degree) 以达到对比实验的目的，本节仅选取了 DOY2 ~ DOY5 共 3 天的定轨弧段进行定轨分析。表 4-10 统计了不同链路的观测值数量。

根据表 4-10，在本文的建链设置条件下，LEO1 轨道面与白道面夹角较小，因而获得观测数最多 (> 350 条)，LEO2 和 LEO3 则相对较少 (约 260 ~ 280 条)。

表 4-10 不同链路的观测数

Table 4-10 Number of observation in different scheme.

卫星/航天器1	卫星/航天器2	观测数
LEO1	DRO-0	351
LEO1	LunarSat	360
LEO2	DRO-0	265
LEO2	LunarSat	275
LEO3	DRO-0	265
LEO3	LunarSat	270

4.2.2.3 自主定轨策略

在精密定轨方面，本节选取了与上节相同的解算策略，但在参数先验约束上，由于无法使用广播星历获取LEO高精度初轨，因此结合当前LEO卫星定轨精度，使用了位置标准差为100m、速度标准差为0.1m/s的初值，并以此作为先验约束。对于DRO和LunarSat则结合当前几十米甚至百米的地月航天器定轨精度，使用位置标准差为5000m、速度标准差为5m/s的初值，并以此作为先验约束。其他参数初值及其标准差见表4-11。

表 4-11 LEO-DRO/LunarSat精密定轨参数初值及其标准差

Table 4-11 Initial values and standard deviations of the precise orbit determination parameters for LEO-DRO/LunarSat

项目	模型 & 描述
参数先验约束	
轨道参数	LEO: 位置标准差: 100 m, 速度标准差: 0.1 m/s; DRO/LunarSat: 位置标准差: 5000 m, 速度标准差: 5 m/s
太阳光压系数	初始值: 2; 标准差: 2
大气阻力系数	初始值: 2; 标准差: 2
经验加速度	初始值: 0 m/s ² ; 标准差: 1e-8 m/s ²

4.2.3 定轨结果分析

表4-12统计了各LEO卫星在与DRO-0或LunarSat建链时的定轨精度。可以看到，由于初轨精度较低，先验约束较弱，各LEO卫星的定轨精度为10~30m。不论LEO与DRO-0还是LunarSat进行建链，其3D定轨差异不大，但可以明显看到，当LEO与这主要由于LEO卫星轨道高度较低，受地球引力的约束较强。

DRO-0和LunarSat的定轨精度是本节分析的重点。图4-12、图4-13和图4-14分别展示了DRO-0和LunarSat在与不同轨道面的LEO建链下的定轨精度。从图

表 4-12 各LEO卫星在RTN方向下的定轨精度（单位：m）

Table 4-12 Autonomous orbit determination accuracy of all LEOs in RTN-directions (Unit: m)

LEO	LEO-DRO-0				LEO-LunarSat			
	ΔR	ΔT	ΔN	3D	ΔR	ΔT	ΔN	3D
LEO1	4.72	10.77	13.61	17.99	2.93	7.25	16.70	18.44
LEO2	1.99	5.07	10.35	11.70	4.02	14.32	17.27	22.80
LEO3	0.61	8.44	19.42	21.18	3.62	9.90	5.35	11.82

4-12中可以看到，当轨道面近似平行于白道面的LEO1与DRO-0建链时，DRO-0的自主定轨精度为712米，其中绝大部分误差集中与轨道N方向；如果把DRO-0的轨道面进行调整使其垂直于白道面得到LunarSat并与LEO1建链，则可极大降低将该误差，此时定轨精度约10米，N方向定轨误差约8米，这与第2章中的理论推导结果契合。

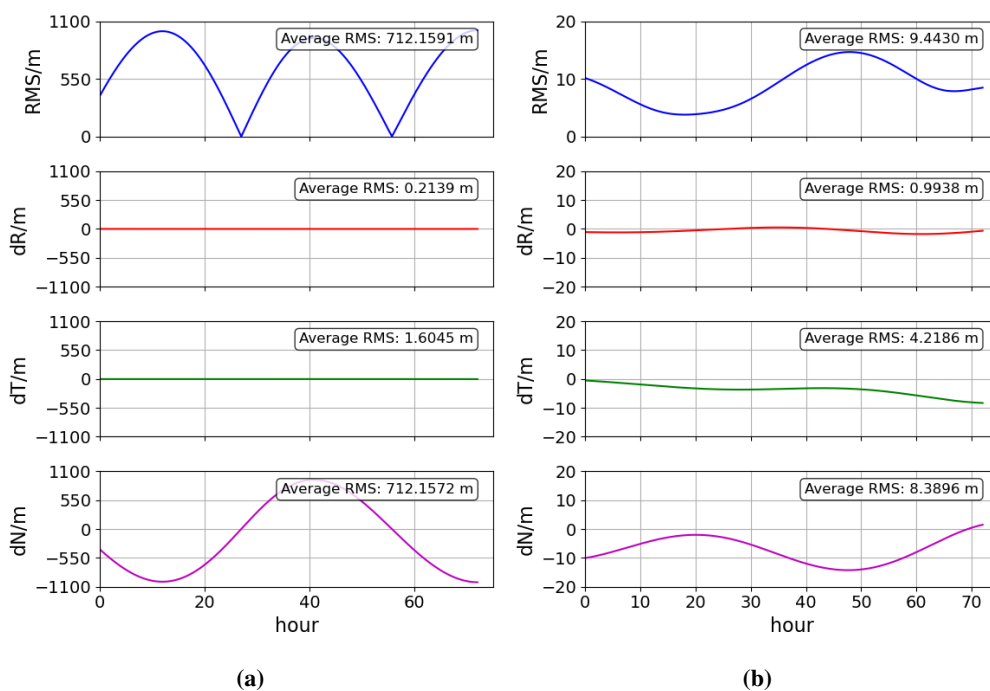


图 4-12 LEO1-DRO-0/LunarSat下，DRO-0/LunarSat定轨精度。(a)为DRO-0的定轨精度；(b)为LunarSat的定轨精度

Figure 4-12 POD accuracy of DRO-0/LunarSat under LEO1-DRO-0/LunarSat. (a) Accuracy of DRO-0; (b) Accuracy of LunarSat.

结合图 4-12、图 4-13和图 4-14可知，通过加大 LEO 轨道面与白道面夹角，可以提高 DRO-0 的定轨精度，使其从700 m提高至20 ~ 40 m，这正是通过调整 LEO 轨道面以增大式 (4-5)中 $\frac{|z_1|}{D_{EM}}$ ，提高了观测方程中观测值对轨道法向的灵敏程度，进而提高了 DRO-0 轨道法向精度，但是受限于 LEO 轨道尺度，该精度提

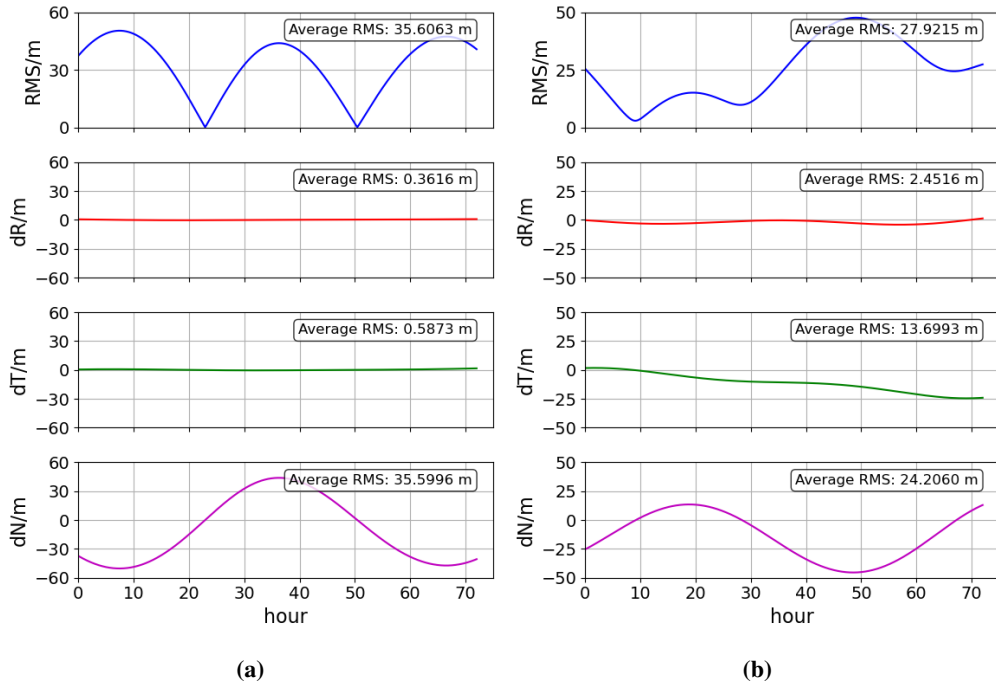


图 4-13 LEO2-DRO-0/LunarSat下，DRO-0/LunarSat定轨精度。(a)为DRO-0的定轨精度；(b)为LunarSat的定轨精度

Figure 4-13 POD accuracy of DRO-0/LunarSat under LEO2-DRO-0/LunarSat. (a) Accuracy of DRO-0; (b) Accuracy of LunarSat.

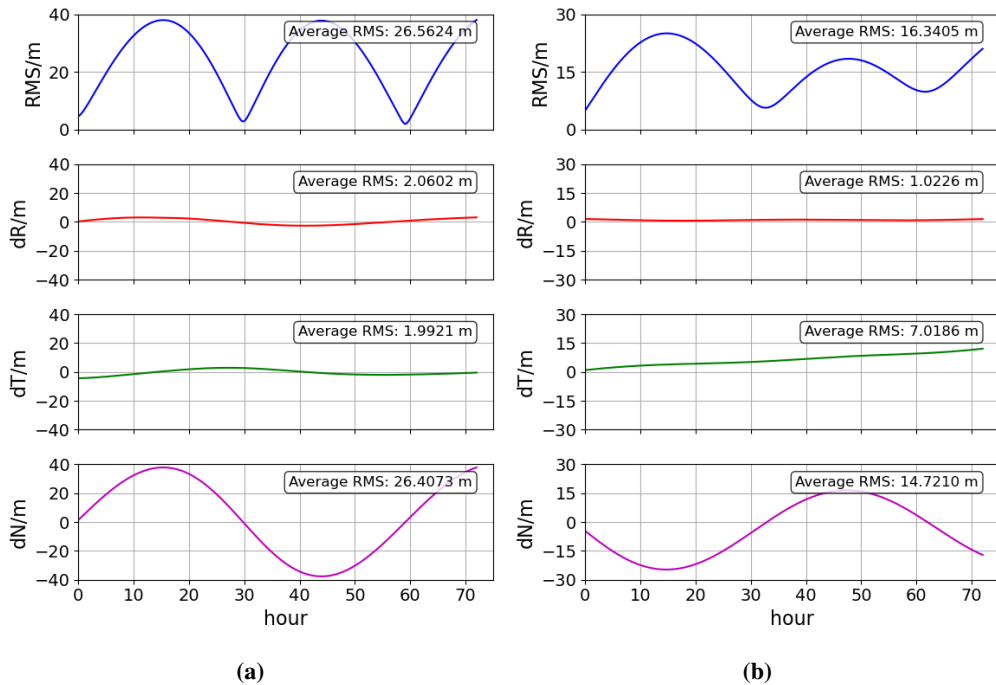


图 4-14 LEO3-DRO-0/LunarSat下，DRO-0/LunarSat定轨精度。(a)为DRO-0的定轨精度；(b)为LunarSat的定轨精度

Figure 4-14 POD accuracy of DRO-0/LunarSat under LEO3-DRO-0/LunarSat. (a) Accuracy of DRO-0; (b) Accuracy of LunarSat.

升有限。

相比与LEO卫星，DRO-0的轨道尺度更大，若调整其轨道面与白道面垂直，可对航天器定轨精度产生更显著的提升。在图 4-12、图 4-13和图 4-14里，相比DRO-0，LunarSat的轨道面与白道面垂直，同时也能取得更高的定轨精度，其精度提升主要体现在轨道法向。如在与LEO1进行建链时，LunarSat相比DRO-1可取得约98%的轨道精度提升；与LEO2建链时，LunarSat相比DRO-1可取得约21%的轨道精度提升；与LEO-3建链时可取得约37%的轨道精度提升。

综合上述仿真结果，可得到以下结论：首先，当LEO与DRO处于严格共面构型时（如LEO1-DRO-0），系统会出现法向秩亏，DRO轨道N方向误差发散至百米量级；其次，即使采用大倾角的LEO3进行观测，由于LEO轨道尺度相比地月距离过小，DRO的法向误差虽收敛至26m，但相较于R方向和T方向仍处于“弱可观测”状态。

相比之下，当近月目标航天器自身具备大倾角特性时（如LunarSat轨道面与白道面垂直），即使地球端使用共面的LEO1进行观测，其定轨精度也能提升至米级水平。这说明，地月空间星间链路的法向几何约束，对月球端的轨道倾角远比对地球端的轨道倾角更为敏感。

因此，仅通过调整近地轨道（LEO/MEO）的倾角来约束DRO轨道的法向精度是低效的。要实现地月空间的高精度绝对自主导航，可考虑在月球端引入异面轨道（如LunarSat），进而为DRO提供Z轴方向的强几何灵敏度。

4.3 本章小结

本章基于SODA软件，构建了LEO-DRO星间自主导航仿真平台，系统分析了观测时间间隔与空间构型对自主定轨性能的影响。

(1) 对不同上下行观测时间间隔 $\Delta\tau$ 下的双单程测距自主定轨性能进行了仿真评估。结果表明，当上下行观测时间间隔由0s放宽至20s时，LEO卫星三维定轨精度变化仅约5.3%。同时，各DRO卫星在不同 $\Delta\tau$ 条件下均可实现优于50m的自主定轨精度。这说明，在航天器时钟稳定性与链路能力满足要求的条件下，适当放宽上下行观测时间间隔不会显著降低定轨精度，反而有助于改善系统可观测性并提高观测系统调度冗余度。

(2) 针对地月空间自主导航中的DRO法向弱可观问题，本章从理论分析与数值仿真两个层面对其形成机理进行了分析。结果表明，LEO轨道尺度相对于地月距离尺度过小，是导致DRO轨道法向约束不足的根本原因。具体而言，对于GEO/IGSO卫星，法向敏感度 $|z_1|/D_{EM}$ 最大不超过0.11，而对于轨道高度400–2000km的LEO卫星，该值仅为0.01–0.02量级。尽管极轨LEO卫星在理论上能打破严格的共面秩亏，但其对DRO轨道法向的几何约束依旧较弱，因此难以有效改善其法向定轨性能。进一步分析表明，相较于调整近地端航天器构型，直接优化近月航天器星座构型在改善系统法向可观测性方面更为有效。这为后续章节进一步设计多层次、异构的地月空间综合导航星座奠定了理论基础。

第5章 地月空间ISL对GNSS星座自主旋转的抑制

尽管目前ISL在BDS-3里面已经成熟应用，并且在BDS-3的全球服务中占据重要地位，但基于ISL的星座自主导航的星座整体漂移/旋转问题仍然尚未解决，使得特殊时期星座的完全自主导航难以实施。其主要的原因即为第2章所推导的结论——观测方程中升交点赤经对应系数呈相反数。

如第2章分析表明，近地空间引力场呈现出高度的对称性，这为近地空间ISL自主导航中对星座进行精确定向带来了巨大挑战。若将星座中的部分航天器部署至地月空间，则有望解决该星座所面临的旋转问题。例如，Psiaki^[122]提出了一种利用相对位置测量数据来估计双星轨道并修正中心天体引力场模型的方法，并通过仿真将其应用于月球环境。Parker 和 Anderson^[123]在月球 Halo 轨道航天器与 GEO 卫星之间实施了 LiAISON 导航体制，仿真结果表明，仅依赖相对测量数据即可估算出两颗卫星的绝对位置和速度。Zhang 和 Xu^[124]构建了一个虚拟月球探测场景，利用用户与拉格朗日点导航卫星之间的星间测距数据，验证了地月 L1、L2、L4 和 L5 四星星座的导航性能。Huang 等人^[23]在 BCRS 框架下利用 ISL 数据对地月空间中的 L1、L2、L4、L5 点、DRO 以及 MEO 航天器进行了定轨仿真，但并未对抑制星座整体漂移的性能展开分析。

在 2024 年 11 月 28 日，中国卫星导航系统管理办公室在京组织召开纪念北斗卫星导航系统工程三十周年座谈会，发布《北斗卫星导航系统2035年前发展规划》，明确在确保北斗三号系统稳定运行基础上，我国将建设技术更先进、功能更强大、服务更优质的下一代北斗系统，计划在 2035 年完成系统建设。下一代北斗系统将覆盖地表至深空的各类用户终端，未来还将支持嫦娥任务月球南极探索。随着北斗系统逐步扩展至地月空间，未来基于 LEO、MEO、GEO 甚至地月航天器形成的异构星座（如图 5-1所示）将显著提高 BDS 自主导航的能力。

鉴于当前 BDS 所面临的独特挑战以及未来自主导航的需求，本节将聚焦构建地月空间导航系统的可行性分析。尝试将地月航天器引入 ISL 网络，并在月球引力场的动力学约束下为整个星座提供方向基准。该方案将为惯性空间中的导航卫星星座提供定向基准，从而有效抑制自主导航中的整体漂移现象。

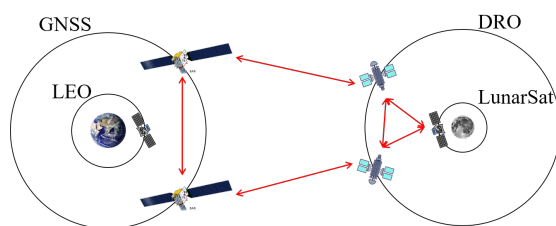


图 5-1 LEO-DRO编队示意图

Figure 5-1 LEO-DRO constellation diagram.

5.1 GNSS-DRO-LunarSat编队及其仿真设置

如前所述，DRO轨道位于月球公转平面，绕月逆行，其运动范围广，具有高度轨道稳定性，以及对地球和月球良好的覆盖能力，因而在探索地月空间资源、建立月球空间站、小行星预警和防护等方面拥有广阔的应用前景，是布设未来地月导航系统的理想轨道。但是，在第4章中已经表明，在与LEO卫星进行ISL自主导航时，由于DRO航天器轨道面天然与白道面重合，因此受地月距离影响，DRO航天器在轨道法向会产生巨大的定轨误差。为解决这个问题，第4章中将DRO轨道面旋转90 degree，使其与白道面垂直，取得了显著效果，但只是一种理想情况。相比地球，DRO轨道更靠近月球，根据第4章中的分析，如果在星座中添加几颗近月极轨卫星，从理论上可为DRO航天器提供更强有力的轨道法向约束。故本节将基于GNSS-DRO-LunarSat编队，探究该星座构型对GNSS星座整体旋转的抑制效果，同时也探讨在此场景下DRO航天器和LunarSat的自主定轨性能。

本节同样基于SODA软件进行了为期120天的GNSS-DRO-LunarSat编队自主定轨仿真计算，时间起点位于2020年06月05日0时0分0秒（UTC）。

5.1.1 仿真流程设计

整个仿真过程遵循图5-2所示的流程进行。即先基于动力学轨道积分同时生成GNSS卫星、DRO航天器和LunarSat的精密星历，进而生成ISL观测值；然后利用该观测值对GNSS-DRO-LunarSat编队在不同组网情况下进行自主定轨；最后对定轨结果进行分析。

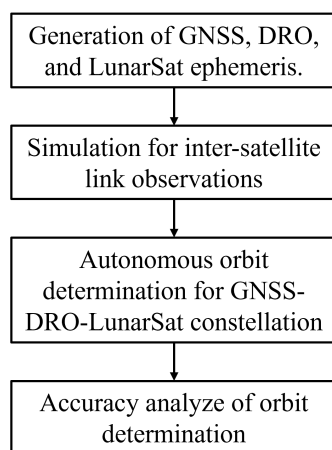


图 5-2 GNSS-DRO-LunarSat编队自主定轨仿真流程

Figure 5-2 GNSS-DRO-LunarSat constellation autonomous orbit determination simulation process.

5.1.2 星座与观测值仿真设置

(1) 仿真时间：2020年06月05日0时0分0秒（UTC）2020年10月03日0时0分0秒（UTC），共120天。

(2) 星座设置：本研究构建的地月空间航天器编队由三层架构组成：第一层为代表 GNSS 的 Walker 星座，由 24 颗 MEO 卫星构成，分布于 3 个轨道平面，其 PRN 编号范围为 G01 至 G24。第二层为 DRO 星座，由 3 颗均匀分布于第 2 章里通过再搜索得到的 DRO-1 轨道的航天器组成，其 PRN 编号范围为 G25 至 G27，分别命名为 DRO-a、DRO-b 和 DRO-c。第三层由部署在月球附近的 3 颗极轨卫星组成，PRN 编号分别为 G28、G29 和 G30，命名为 LunarSat-a、LunarSat-b 和 LunarSat-c。需说明的是，该编队方案并非针对某一特定的既定任务，但其构型涵盖了未来绝大多数地月空间任务的基本形式。表 5-1 列出了 24 颗 GNSS 卫星的轨道参数信息，表 5-2 列出了 3 枚 DRO 航天器在 2020 年 06 月 05 日 0 时 0 分 0 秒 (UTC) 的位置和速度信息，表 5-3 列出了各 LunarSat 的轨道参数信息。图为 GNSS、DRO 和 LunarSat 的星座构型示意图。

表 5-1 GNSS星座轨道参数信息

Table 5-1 Orbital information of GNSS constellation

Plane number	Semi-major axis	Orbital Period	Eccentricity	Inclination	Node	PRN
1					120°	1-8
2	27900.0 km	12.88 h	0.000001	55°	240°	9-16
3					0°	17-24

表 5-2 DRO-a、DRO-b 和 DRO-c 的轨道位置/速度初值 (单位: km 或 km/s)

Table 5-2 Initial position of DRO satellites (unit: km)

DRO	X	Y	Z	Vx	Vy	Vz
DRO-a	11968.579	22716.164	8696.653	0.4128244	-0.1440260	-0.1042148
DRO-b	15941.062	-20748.830	-10642.070	-0.3378426	-0.1935199	-0.0503999
DRO-c	-28093.378	-2316.065	1811.909	-0.0238263	0.4024777	0.1777717

表 5-3 LunarSat星座轨道参数信息

Table 5-3 Orbital information of LunarSat constellation

Satellite	Semi-major axis	Orbital Period	Eccentricity	Inclination	Node	PRN
LunarSat-a					0°	28
LunarSat-b	3474.8 km	5.0 h	0.3	95°	120°	29
LunarSat-c					240°	30

(3) 建链方式：本文为 24 颗 GNSS 卫星建立了 ISL，其构型遵循如图 5-4a 所示 BDS 的 ISL 方案 (图中以 G12 卫星为例)。每颗 GNSS 卫星与其同轨道面内的两颗相邻卫星，以及异轨面内的两颗邻近卫星建立星间链路。对于 DRO 之

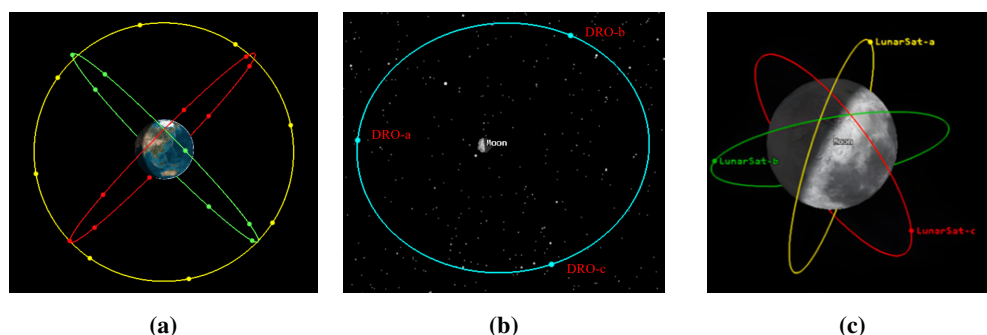


图 5-3 不同卫星/航天器在各自中心天体下的分布情况。(a)为各GNSS卫星在近地空间的分布情况；(b)为DRO-a、DRO-b和DRO-c的分布情况；(c)为LunarSat-a、LunarSat-b和LunarSat-c的分布情况；

Figure 5-3 Distribution of different satellites/spacecraft relative to their respective central bodies. (a) Distribution of GNSS satellites within near-Earth space; (b) Distribution of DRO-a, DRO-b, and DRO-c; (c) Distribution of LunarSat-a, LunarSat-b, and LunarSat-c.

间和 LunarSat 之间则两两航天器建立 ISL，如图 5-5所示。考虑到 DRO 航天器与 LunarSat 靠近月球，为满足建立星间通信链路时对双向指向的要求，以及保证三层星座之间能尽可能多的建立 ISL，本文规定：GNSS 卫星与 DRO 之间以及 DRO 与 LunarSat 之间，只要两颗卫星处于彼此的天线指向范围内，即可建立链路（本文假设所有卫星/航天器的天线简化为圆锥体指向模型，天线半锥角为 45 degree，且天线相位中心与卫星/航天器质心重合。GNSS 卫星和 LunarSat 的地月 ISL 天线指向始终与中心天体至卫星的位置矢量方向一致；每个 DRO 有两套 ISL 天线，其中一个天线与月球至航天器的位置矢量方向一致，另一个则与月球至航天器的位置矢量方向相反），如图 5-4b和图 5-4c所示。在此情景下，GNSS 卫星之间的 ISL 观测类型为归一化星间测距，采样率为 300 sec，测量精度设置为 1 cm；GNSS 卫星与 DRO 之间的 ISL 观测类型为双单程星间测距（上下行观测时间间隔为 5 sec），采样率为 300 sec，测量精度设置为 1 m；DRO 之间的 ISL 观测类型为双单程星间测距（上下行观测时间间隔为 0 sec），采样率为 300 sec，测量精度设置为 3 cm；DRO 与 LunarSat 之间的 ISL 观测类型为双单程星间测距（上下行观测时间间隔为 5 sec），采样率为 300 sec，测量精度设置为 10 cm；LunarSat 之间的 ISL 观测类型为为双单程星间测距（上下行观测时间间隔为 0 sec），采样率为 300 sec，测量精度设置为 3 cm。

(4) 仿真模型设置：仿真中涉及的具体模型参数和设置如表 5-4所示。

5.1.3 自主定轨设置

(1) 弧长与仿真场景设置：考虑到目前在 GNSS 定轨中普遍采用 1 ~ 3 天的弧段，本文将定轨弧长扩展为4天，以纳入更多观测数据，增强几何约束。由于本次仿真的主要目的是探究GNSS-DRO-LunarSat编队构型对自主定轨中GNSS星座整体旋转的抑制效果，以及DRO航天器和LunarSat的自主定轨性能，本文根据

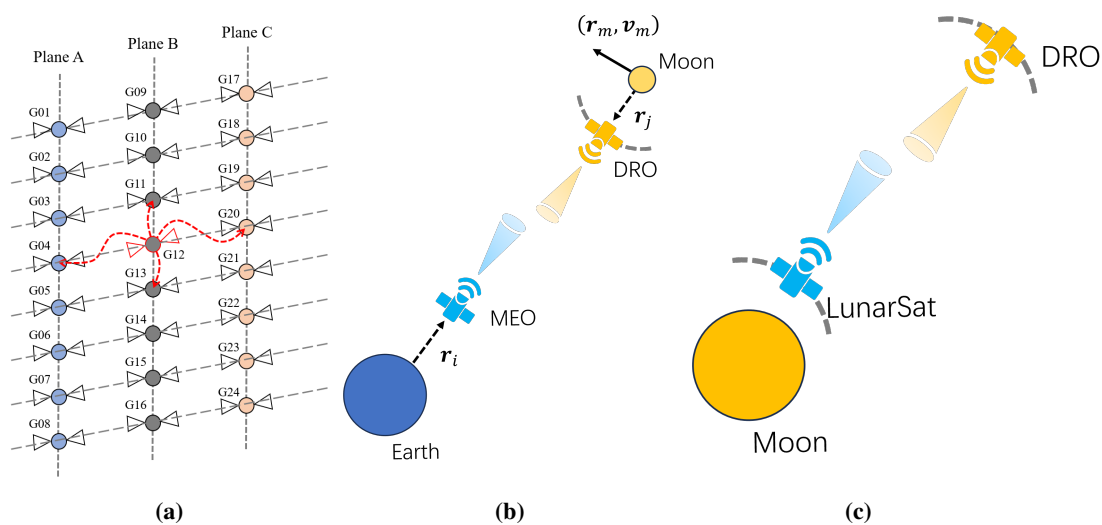


图 5-4 GNSS-DRO-LunarSat星间链路示意图。(a)为各GNSS卫星之间的建链方式；
 (b)为GNSS卫星与DRO之间的建链方式；(c)为DRO与LunarSat之间的建链方式；
Figure 5-4 Diagram of GNSS-DRO-LunarSat ISL. (a) ISL of GNSS satellites; (b) ISL between GNSS satellites and DRO; (c) ISL between DRO and LunarSat.

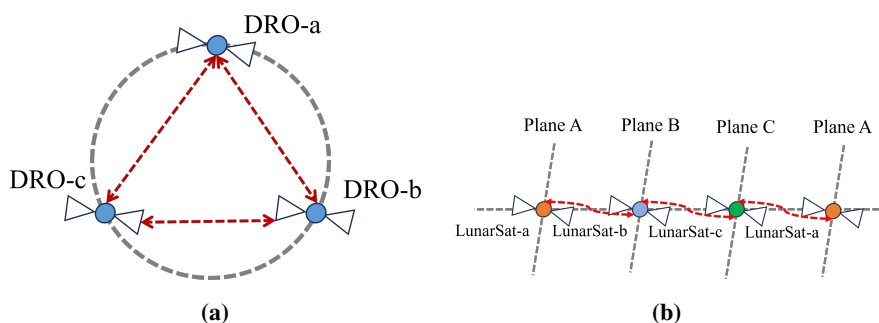


图 5-5 DRO与LunarSat的星间链路示意图。(a)为DRO航天器之间的建链方式；
 (b)为LunarSat之间的建链方式

Figure 5-5 Diagram of DROs and LunarSats ISL. (a) ISL of DROs; (b) ISL of LunarSats.

表 5-4 观测值仿真中的参数设置
Table 5-4 Settings in observation simulation

项目	模型 & 描述
地球自转参数	EOP IERS Bulletin A
月球自转参数	DE440
引力场模型	GNSS: EIGEN_GL04C (80×80) ^[111] ; DRO & LunarSat: GRGM900C (150×150) ^[120]
N体引力	DE440 ^[81]
地球固体潮	IERS2010 ^[77]
海潮	FES2004 ^[113] , 50×50
极潮	IERS2010 ^[77]
广义相对论	IERS2010 ^[77]
太阳光压	GNSS: ECOM5模型; DRO & LunarSat: Cannon-ball模型
经验加速度	仅考虑切向和法向的正弦和余弦项系数
积分器	KSG积分器 ^[106]
积分步长	GNSS & DRO: 60 sec; LunarSat: 30 sec
天线半锥角	均设置为 45 degree
观测噪声	GNSS-GNSS: 0.01 m; GNSS-DRO: 1.0 m; DRO-DRO: 0.03 m; DRO-LunarSat: 0.1 m; LunarSat-LunarSat: 0.03 m

不同的航天器组合设置了三个定轨场景，如表所示。第一个场景为仅使用GNSS卫星ISL进行自主定轨，以展示自主定轨中GNSS星座的整体旋转效应；第二个场景是在第一个场景的基础上添加了GNSS-DRO之间的ISL，以探究通过添加DRO航天器能否抑制GNSS星座的整体旋转，并对其效果进行评估；第三个场景则是在第二个场景基础上添加LunarSat，其主要目的是加强DRO航天器轨道法向的约束，以提高DRO航天器的定轨精度。

表 5-5 仿真场景设置

Table 5-5 Simulation Scenario Setup

名称	描述
S	仅GNSS卫星的ISL参与自主导航
SD	仅GNSS卫星、DRO卫星和GNSS-DRO的ISL参与自主导航
SDL	所有GNSS-DRO-LunarSat的ISL参与自主导航

(2) 自主定轨策略：本次自主定轨使用的模型和参数解算策略如表 5-6所示。

本次精密定轨基于最小二乘批处理方法，所有卫星/航天器均使用名义姿态。在动力学模型方面，为模拟现实条件中的动力学误差，设置中心天体非球形引力阶数小于观测值仿真时的阶数，同时行星星历也采用了 DE431 以模拟月球预报误差。在参数估计方面，所有卫星/航天器均需估计初始历元的轨道参数，GNSS 卫星的 ECOM-5 太阳光压模型参数是每 24 小时估计一组，DRO 和 LunarSat 的光压系数则是每 4 天估计一组。除第一定轨弧段外，其他每一个定轨弧段的所有卫星/航天器轨道初值均来自于上一定轨弧段的定轨结果。第一定轨弧段的轨道初值由精密轨道通过添加位置和速度的随机误差得到。通常，GNSS 广播星历误差为分米至米级，故 GNSS 卫星添加的位置中误差为 50 m，速度中误差为 0.05 m/s；DRO 航天器的定轨精度通常为几十至百米量级，故添加的位置中误差为 5000 m，速度中误差为 5 m/s；LunarSat 距离月球较近，通常定轨精度为米级至几十米量级，故添加的位置中误差为 200 m，速度中误差为 0.2 m/s。

表 5-6 GNSS-DRO-LunarSat精密定轨模型和参数解算策略

Table 5-6 models and the parameter estimation strategy in POD for GNSS-DRO-LunarSat constellation

项目	模型 & 描述
观测值模型	
卫星姿态	名义姿态
超限观测值处理	根据 3σ 原则剔除
参数估计方法	最小二乘批处理
动力学模型	
地球自转参数	EOP IERS Bulletin A
月球自转参数	DE421
引力场模型	GNSS: EIGEN_GL04C (50×50) ^[111] ; DRO & LunarSat: GRGM900C (120×120) ^[120]
N体引力	DE431 ^[87]
地球固体潮	IERS2010 ^[77]
海潮	FES2004 ^[113] , 10×10
极潮	IERS2010 ^[77]
广义相对论	IERS2010 ^[77]
太阳光压	GNSS: ECOM-5模型; DRO & LunarSat: Cannon-ball模型
经验加速度	DRO & LunarSat: 仅考虑切向和法向的正弦和余弦项系数
积分器	KSG积分器 ^[106]
积分步长	GNSS & LunarSat: 30 sec; DRO: 60 sec
参数估计	
轨道参数	估计初始历元位置和速度
太阳光压系数	GNSS: 每24小时估计1组ECOM-5参数; DRO & LunarSat: 每4天估计1个
经验加速度	DRO & LunarSat: 每4天估计1组
参数先验约束	
轨道参数	GNSS: 位置标准差: $9E + 9$ m, 速度标准差: $9E + 9$ m/s; DRO & LunarSat: 位置标准差: $5E + 3$ m, 速度标准差: 5 m/s
太阳光压系数	GNSS: 初始值: 0 nm/s^2 , 标准差: 1 nm/s^2 ; DRO & LunarSat: 初始值: 1, 标准差: 10
经验加速度	初始值: 0 m/s^2 ; 标准差: $1E - 7 \text{ m/s}^2$

5.2 观测值概况

本次仿真总共获取1942575条观测数据，其中因GNSS卫星数量和持续可视的优势，以GNSS-GNSS的ISL数据最多，约占总数据量的85.40%；因持续可视条件，DRO-DRO和LunarSat-LunarSat的ISL数据占比也相对较高（约10.00%）。其余包括76284条GNSS-DRO的ISL数据，占总数据的4.60%，还有25367条DRO-LunarSat的ISL数据，占总数据的1.30%。详见表5-7。

表 5-7 GNSS-DRO-LunarSat编队ISL观测值概况

Table 5-7 Overview of GNSS-DRO-LunarSat constellation ISL observations

观测类型	观测数	测量噪声	百分比
GNSS-GNSS	1658928	1.0 cm	85.40 %
GNSS-DRO	76284	100.0 cm	3.93 %
DRO-DRO	95432	3.0 cm	4.91 %
DRO-LunarSat	25367	10.0 cm	1.30 %
LunarSat-LunarSat	86564	3.0 cm	4.46 %
总计	1942575	—	100 %

5.3 定轨结果分析

本节将从定轨残差、GNSS星座整体旋转的抑制、DRO轨道精度提升和LunarSat定轨精度四个角度对定轨结果进行分析。

5.3.1 定轨残差分析

表5-8统计了各场景下ISL观测残差。从表5-8可知，在各场景下，GNSS卫星之间、DRO航天器之间和LunarSat之间的ISL观测残差RMS与仿真中设置的观测噪声相近，且无较大的均值偏移，说明编队各层级内部之间的相对位置关系较为稳定。但各层级之间比如GNSS-DRO和DRO-LunarSat的观测残差RMS相比仿真设置有分米级的差异，其均值也存在厘米级至分米级的偏差，这一方面与这类观测数据相比编队各层级内部的观测数据较少有关，另一方面，与卫星/航天器的绝对定轨精度有关。

根据各场景残差统计情况，总体而言，本次定轨内符合精度合理，残差RMS与预设观测噪声符合。

5.3.2 GNSS星座整体旋转的抑制效果分析

观测值残差统计显示，GNSS卫星之间的ISL在各仿真场景下的残差RMS差异仅为毫米级，表明自主定轨下GNSS卫星之间的相对位置能被准确估计。但如果把定轨结果与仿真轨道（轨道真值）进行比较，就能发现各仿真场景下的定轨结果差异。图5-6展示了三种不同仿真场景下各GNSS卫星的平均定轨精度。

表 5-8 各场景下星间链路观测残差统计汇总

Table 5-8 Statistical summary of ISL observation residuals in different scenarios

Link Type	Scenario	Avg RMS (cm)	Avg Mean (cm)	Total Obs
GNSS-GNSS	S	1.273	-0.009	1,631,148
	SD	1.278	-0.009	1,644,988
	SDL	1.305	-0.047	1,644,997
GNSS-DRO	SD	125.590	2.859	61,127
	SDL	160.371	16.511	76,009
DRO-DRO	SD	3.942	0.340	94,374
	SDL	3.156	-0.033	94,940
DRO-LunarSat	SDL	42.263	2.764	24,791
LunarSat-LunarSat	SDL	3.113	0.007	83,372

可以看到，在仅使用GNSS-GNSS的ISL观测数据进行定轨时，GNSS卫星的绝对定轨精度约 120 m；添加DRO航天器参与建链后，GNSS卫星的定轨精度提升至平均约 30 m，提升幅度达 75 %；若在此基础上再添加近月极轨卫星LunarSat参与建链，GNSS卫星的定轨精度再次提升至平均约 6 m，相比仅添加DRO航天器参与建链提升幅度达 80 %，相比仅GNSS卫星参与建链提升幅度达 95 %。这说明，添加地月空间航天器参与GNSS星间链路组网，就算获得占比小于 5 % 的数据，也能大幅度提升GNSS卫星的定轨精度。

为进一步分析，本文选取了G02、G12和G22三颗GNSS卫星作为分析对象，对其详细的绝对定轨精度进行分析，以探究地月空间航天器对GNSS星座自主导航的具体增益。图 5-7展示了这三颗卫星在轨道坐标系下各历元的轨道误差，同时表 5-9对该误差进行了统计。根据图 5-7和表 5-9，各GNSS卫星在不同场景下轨道径向精度均优于 2 cm，且不同场景之间的精度差异仅为毫米甚至亚毫米级，而在轨道切向和法向精度则相对较差。在仅GNSS卫星之间建链时，轨道切向和法向误差均大于 80 m，若添加地月空间航天器参与建链，则可大幅提升GNSS星座的轨道切向和轨道法向轨道精度，如SD场景下，轨道切向和法向精度可优于 30 m，其中轨道切向精度提升至少 68 %，轨道法向精度提升至少 71 %；SDL场景下，轨道切向和法向精度可进一步提升至优于 10 m，则相比SD场景，轨道切向精度提升至少 71 %，轨道法向精度提升至少 76 %。这表明，不论在何种场景下，基于ISL的自主导航均能准确地对轨道形状进行估计，这也与第 2 章的理论推导结果相符。

结合第 2 章的理论推导，本文将从轨道根数的角度分析G02、G12和G22三颗卫星的定轨精度，图 5-8展示了这三颗卫星的轨道倾角、升交点赤经以及近地点角距+平近点角（无奇点根数）在各历元下的误差，表 5-10则对该误差进行了统计。根据图 5-8和表 5-10，若仅GNSS卫星之间进行建链，定轨结果中出现了

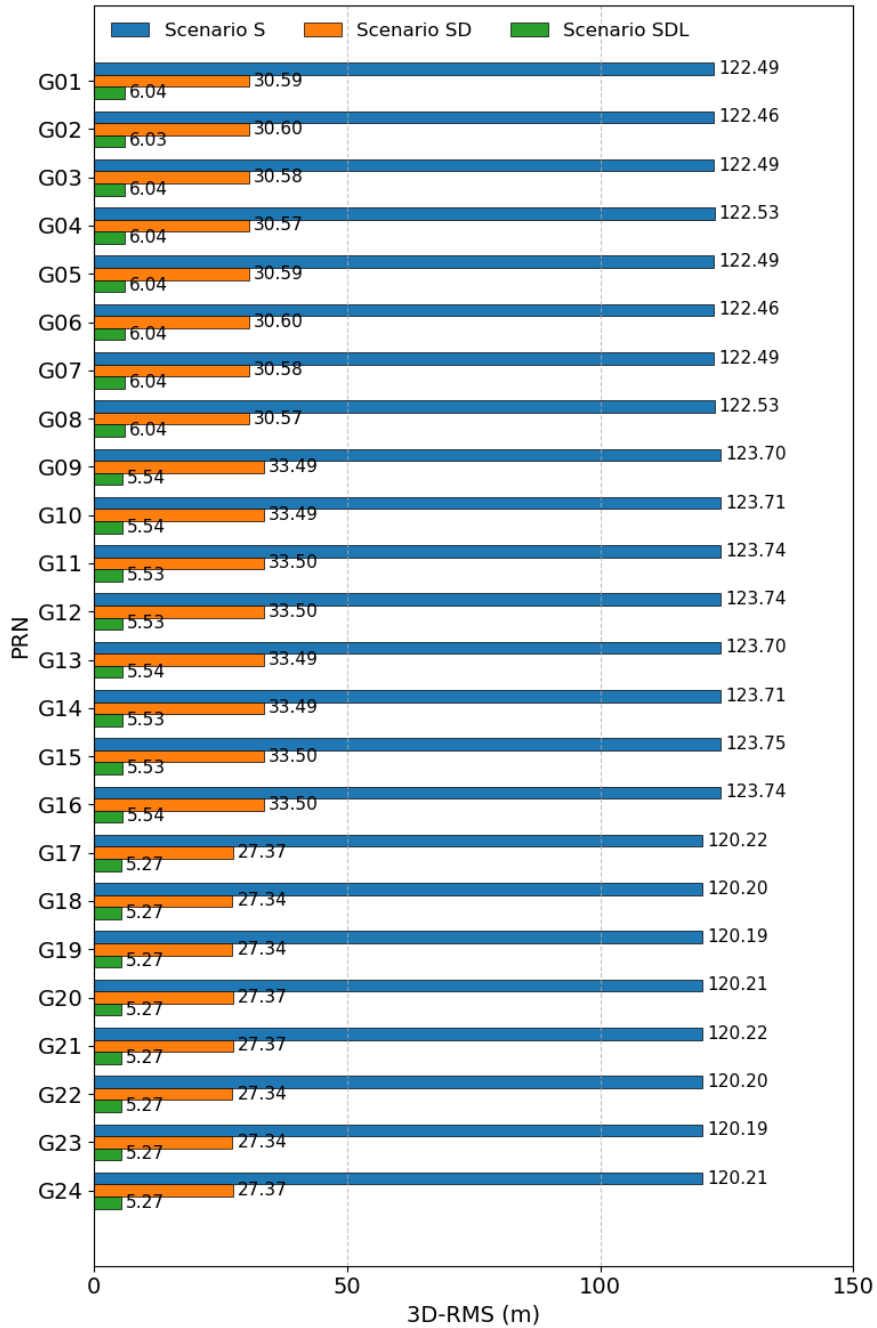


图 5-6 GNSS卫星在不同场景下的定轨精度

Figure 5-6 GNSS satellite orbit determination accuracy in different scenarios.

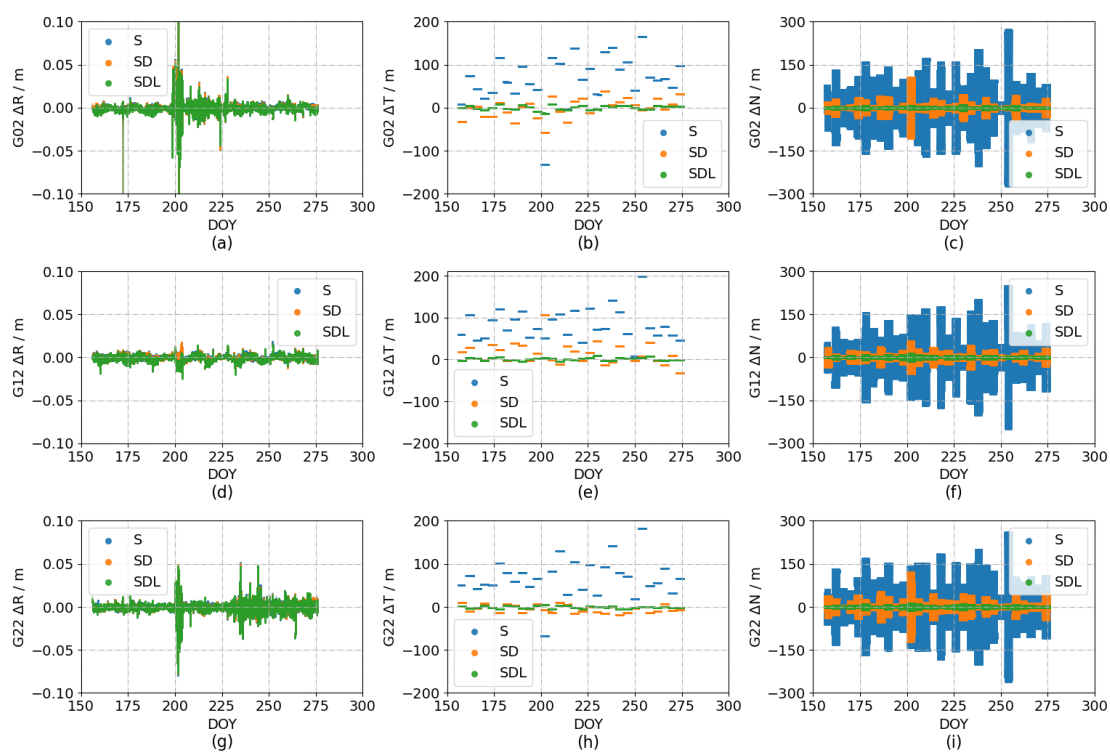


图 5-7 G02、G12和G22在不同场景下的定轨精度。(a)~(c)为G02的定轨精度；(d)~(f)为G12的定轨精度；(g)~(i)为G22的定轨精度

Figure 5-7 Orbit determination accuracy in different scenarios for G02, G12, and G22. (a)~(c) are accuracies of G02; (d)~(f) are accuracies of G12; (g)~(i) are accuracies of G22.

表 5-9 G02、G12和G22在不同场景下的定轨精度统计

Table 5-9 Statistical of Orbit determination accuracy in different scenarios for G02, G12, and G22.

PRN	Scenario	R-RMS (m)	T-RMS (m)	N-RMS (m)
G02	S	0.011	86.961	86.223
	SD	0.011	21.671	21.600
	SDL	0.011	5.049	3.305
G12	S	0.003	90.371	84.524
	SD	0.003	29.034	16.708
	SDL	0.004	3.729	4.090
G22	S	0.007	80.312	89.427
	SD	0.007	9.790	25.525
	SDL	0.007	2.863	4.424

升交点赤经的估计不准的情况，其误差RMS > 1.0 arcsec，显著大于其他轨道根数，如轨道倾角RMS均优于 0.3 arcsec、近地点角距+平近点角的RMS均优于 0.3 arcsec，这直接验证了第 2 章的理论推导结果——仅地球卫星进行ISL组网进行自主导航会使升交点赤经对应的观测方程系数秩亏。若添加DRO航天器参与建链，则可以借助于已知的地月指向以及月球引力，为GNSS星座提供惯性空间中的方向指引，使观测方程不再秩亏，进而提高GNSS星座中升交点赤经的估计精度。在SD场景中，该参数的误差RMS提升至优于 0.2 arcsec，该精度提升可达 84 %。

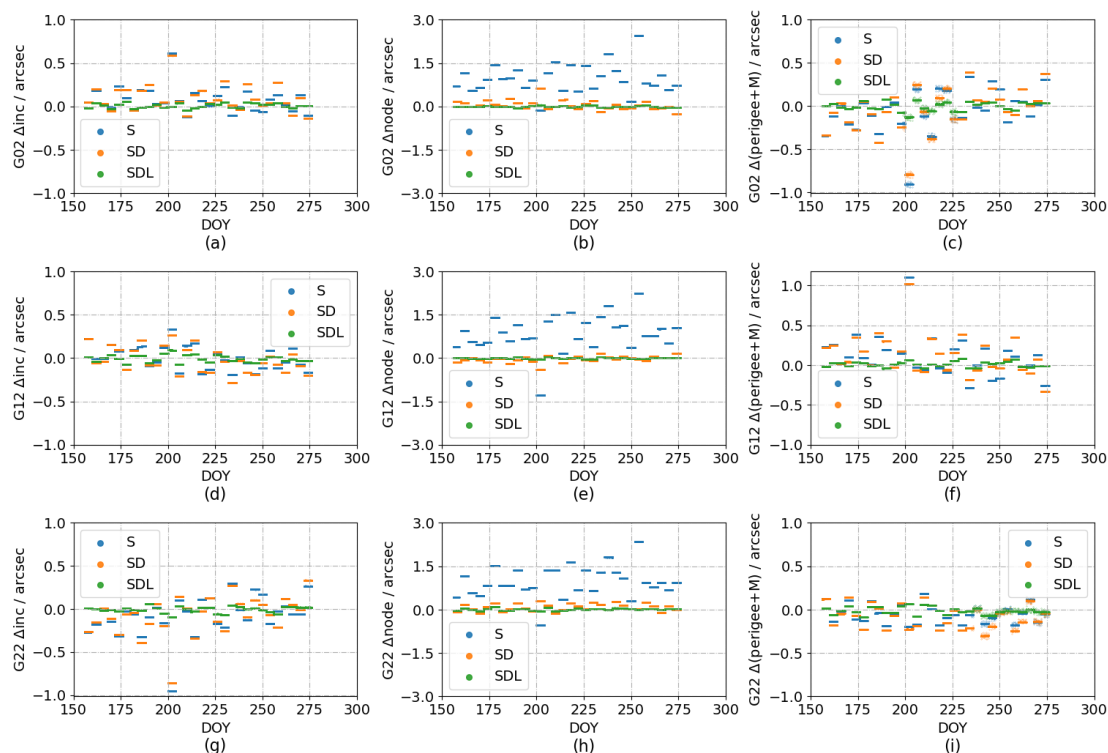


图 5-8 G02、G12和G22在不同场景下的轨道定向参数精度。(a)~(c)为G02的参数精度；(d)~(f)为G12的参数精度；(g)~(i)为G22的参数精度

Figure 5-8 The orbital elements estimation error(for only inclination angle, right ascension of ascending node, and the sum of the argument of perigee and mean anomaly) of G02, G12, and G22. (a)~(c) are accuracies of G02; (d)~(f) are accuracies of G12; (g)~(i) are accuracies of G22.

更进一步地，本文发现，若再在近月端添加极轨月球卫星与DRO航天器建链，GNSS星座的轨道参数估计精度还可以进一步提升。根据图 5-8和表 5-10，在SDL场景下，GNSS卫星轨道倾角的RMS可优于 0.05 arcsec，相比SD场景精度提升至高可达 85 %；近地点角距+平近点角的RMS优于 0.05 arcsec，相比SD场景精度提升至高可达 87 %；升交点赤经的RMS可优于 0.04 arcsec，相比SD场景精度提升至高可达 86 %，相比仅GNSS卫星之间建链，精度提升至少 96 %。

考虑到LunarSat并没有直接通过ISL与GNSS卫星连接，结合第 2 章和第 4 章的结论，初步判断是LunarSat提高了DRO的定轨精度，从而为GNSS卫星提供了

表 5-10 G02、G12和G22在不同场景下的轨道定向参数精度统计

Table 5-10 Statistical of the orbital elements estimation error(for only inclination angle, right ascension of ascending node, and the sum of the argument of perigee and mean anomaly) of G02, G12, and G22.

PRN	Scenario	Inc (arcsec)	Node (arcsec)	perigee+M (arcsec)
G02	S	0.161	1.083	0.252
	SD	0.176	0.172	0.248
	SDL	0.028	0.024	0.049
G12	S	0.133	1.067	0.276
	SD	0.147	0.116	0.275
	SDL	0.040	0.019	0.035
G22	S	0.244	1.102	0.118
	SD	0.236	0.152	0.156
	SDL	0.035	0.037	0.042

更准确的方向指引，进而大幅度提高了GNSS卫星的定轨精度。

5.3.3 DRO轨道精度提升分析

图 5-9展示了各 DRO 航天器在 SD 和 SDL 场景下的定轨精度，表 5-11则对各 DRO 航天器定轨结果进行了统计。根据图 5-9和表 5-11，在 SD 场景下，DRO 航天器的定轨精度为百米量级，部分弧段定轨精度可达公里级，定轨误差主要分布在轨道法向，轨道径向和切向精度均为分米至米级。

SD 场景下，DRO 航天器的定轨精度较差，主要由空间几何构型与建链约束两方面因素共同导致。一方面，受限于空间几何构型，难以对轨道法向形成有效约束。由于 DRO 轨道位于近白道面，各 DRO 之间的 ISL 观测缺乏平面外的几何变化；同时地月距离尺度极大，导致来自地球方向的观测视线夹角变化微弱，观测几何强度较差。另一方面，是由本文设置的严苛建链约束所致。在第 4 章的试验阶段场景中，DRO 的 ISL 天线可时刻对准地球动态建链。而在本节中，DRO 作为 GNSS 星座在深空的扩充，需同时兼顾地月空间，因此将 DRO 天线设置为固定指向天顶方向，且不随地球转动。这种天线策略使得来自地球方向的观测数据虽然数量多，但在空间分布上高度集中于地月连线附近。

添加 LunarSat 与 DRO 建链后，DRO 航天器的定轨精度有显著提升。根据第 4 章关于月球航天器轨道可观性的分析，LunarSat 采用近月极轨构型，与近白道面的 DRO 形成了跨轨道面的观测几何，相比主要集中于地月方向的观测视线，LunarSat 至 DRO 的观测视线与白道面夹角更大，因而能够对 DRO 轨道法向提供更强约束，进而提升该方向的定轨精度。另一方面，3 颗 LunarSat 分布于不同轨道相位，在 DRO 轨道不同区域提供了更分散的观测采样和跨轨道面的补充视线，有效缓解了原有 GNSS-DRO 链路因建链约束导致的观测几何分布过

于集中的问题，从而进一步增强了 DRO 法向方向的可观性。

根据图 5-9和表 5-11展示的定轨结果，相比 SD 场景，SDL 场景下 DRO 轨道法向误差 RMS 从高于 500m 提升至优于 60m，降低至少 90%。同时，由于 DRO 的定轨精度的显著提高，其能为 GNSS 卫星提供更准确的方向指引，进而也提高了 GNSS 卫星的定轨精度，使 GNSS 卫星定轨精度从 30m 提升至优于 10m。

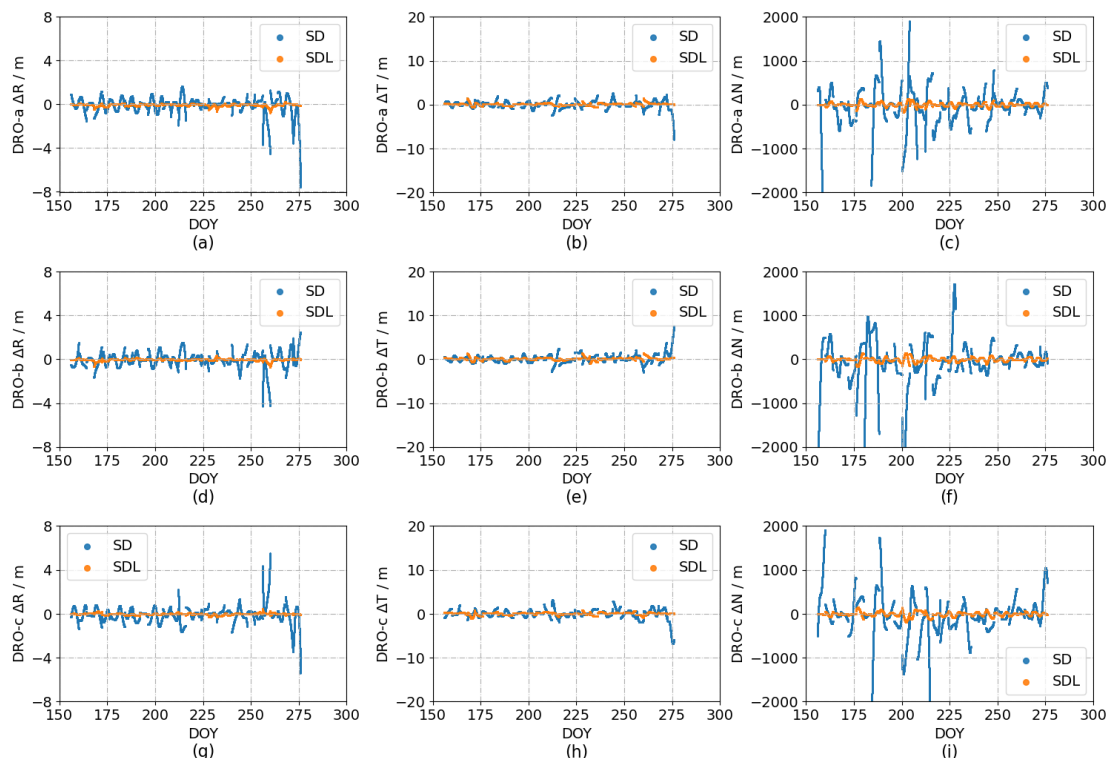


图 5-9 各DRO在不同场景下的定轨精度。(a)~(c)为DRO-a的定轨精度；(d)~(f)为DRO-b的定轨精度；(g)~(i)为DRO-c的定轨精度

Figure 5-9 Orbit determination accuracy in different scenarios for DROs. (a)~(c) are accuracies of DRO-a; (d)~(f) are accuracies of DRO-b; (g)~(i) are accuracies of DRO-c.

表 5-11 各DRO在各场景下的定轨精度统计

Table 5-11 Statistical of Orbit determination accuracy in different scenarios for DROs.

PRN	Scenario	R-RMS (m)	T-RMS (m)	N-RMS (m)
DRO-a	SD	0.806	0.882	532.936
	SDL	0.128	0.292	46.233
DRO-b	SD	0.690	0.979	512.197
	SDL	0.101	0.320	49.320
DRO-c	SD	0.753	1.108	580.879
	SDL	0.079	0.287	50.629

5.3.4 LunarSat定轨精度分析

作为 GNSS-DRO-LunarSat 编队的重要组成成分，也十分有必要对 LunarSat 的定轨精度进行评估。图 5-10展示了各 LunarSat 在 SDL 场景下的定轨精度，表 5-12则对各 LunarSat 的定轨结果进行了统计。

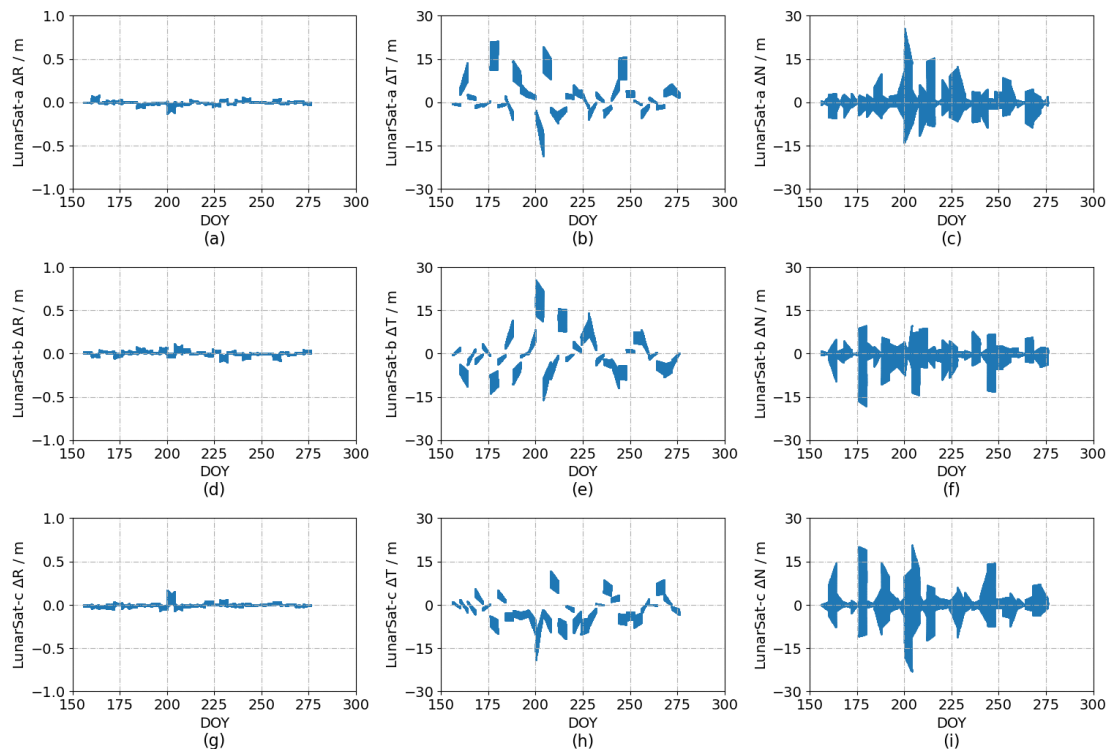


图 5-10 各LunarSat的定轨精度。(a)~(c)为LunarSat-a在轨道坐标系下的定轨精度；(d)~(f)为LunarSat-b在轨道坐标系下的定轨精度；(g)~(i)为LunarSat-c在轨道坐标系下的定轨精度

Figure 5-10 Orbit determination accuracy for LunarSats. (a)~(c) are accuracies of LunarSat-a; (d)~(f) are accuracies of LunarSat-b; (g)~(i) are accuracies of LunarSat-c.

表 5-12 各LunarSat的定轨精度统计

Table 5-12 Statistical of Orbit determination accuracy for LunarSats.

PRN	Scenario	R-RMS (m)	T-RMS (m)	N-RMS (m)
LunarSat-a	SDL	0.023	6.093	4.299
LunarSat-b	SDL	0.028	6.446	4.049
LunarSat-c	SDL	0.026	4.829	5.167

如图 5-10和表 5-12所示，在 SDL 场景下，三颗 LunarSat 的定轨精度表现出高度的一致性：得益于 LunarSat 之间的厘米级精度 ISL，其轨道径向精度最高，RMS 约 2 ~ 3 cm。然而，主要误差却呈现出强烈的震荡，集中于切向（RMS 约 5 ~ 6 m）和法向（RMS 约 4 ~ 5 m），在部分历元中，T 和 N 方向的瞬时误差可达十几米甚至二十米。

为方便分析，本节采用了前文中 GNSS 卫星轨道误差的分析方法，将 LunarSat 各历元的轨道参数提取了出来，做了统计分析，如表 5-13所示。

表 5-13 各LunarSat的轨道定向参数精度统计

Table 5-13 Statistical of the orbital elements estimation error(for only inclination angle, right ascension of ascending node, argument of perigee, and mean anomaly) of LunarSats.

PRN	Inc (arcsec)	Node (arcsec)	Perigee (arcsec)	M (arcsec)
LunarSat-a	0.306	0.061	0.363	0.001
LunarSat-b	0.268	0.115	0.353	0.001
LunarSat-c	0.356	0.117	0.262	0.001

根据表 5-13，LunarSat 平近点角（M）的精度最高，可达 0.001 arcsec；其次为升交点赤经（Node），其 RMS 可优于 0.12 arcsec；而轨道倾角（Inc）和近地点角距（Perigee）的 RMS 明显偏高，均大于 0.25 arcsec。

根据表 5-4 的仿真设定，LunarSat 与 DRO 的地月 ISL 天线分别采用了天顶和径向指向策略，且天线半锥角限制为 45 degree。由于 LunarSat 为极轨卫星（ $i = 95 \text{ degree}$ ），而 DRO 轨道天然位于近白道面（ $i \approx 0 \text{ degree}$ ），当 LunarSat 飞越月球高纬度极区时，其径向天线主轴指向月球极点，而 DRO 则位于其赤道地平线附近。此时星间视线矢量与天线主轴的夹角接近 90 degree，远超天线半锥角的覆盖范围。这一物理约束导致 LunarSat 在极区存在长时间的“通信盲区”，使得 LunarSat 与 DRO 的有效建链时间被压缩在 LunarSat 穿越月球赤道面（即纬度幅角 $u \approx 0 \text{ degree}$ 或 180 degree ）的短暂窗口内，如图 5-11所示。

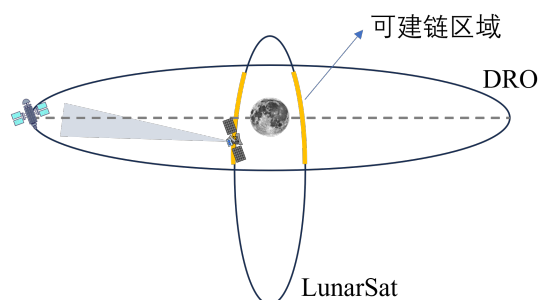


图 5-11 DRO-LunarSat建链示意图

Figure 5-11 Diagram of DRO-LunarSat ISL.

根据式 (2-34)，星间测距观测方程对 LunarSat 近地点角距的系数可进一步写为：

$$\begin{aligned}
\mathbf{B}_{\omega 2} &= \mathbf{e}_{12} \cdot \mathbf{h}_2 \times \mathbf{r}_2 \\
&= \frac{1}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|} (\mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2) \cdot \mathbf{h}_2 \\
&= \frac{1}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|} \mathbf{r}_1 \cdot (\mathbf{r}_2 \times \mathbf{h}_2)
\end{aligned} \tag{5-1}$$

其中, \mathbf{r}_1 为 DRO 的位置向量; \mathbf{r}_2 为 LunarSat 的位置向量。由于 \mathbf{h}_2 对应轨道法向的方向向量, 因此 $\mathbf{r}_2 \times \mathbf{h}_2 \approx |\mathbf{r}_2| \cdot \mathbf{v}_2 / |\mathbf{v}_2|$, 故

$$\mathbf{B}_{\omega 2} \approx \frac{|\mathbf{r}_2|}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1| \cdot |\mathbf{v}_2|} \mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{v}_2 \tag{5-2}$$

根据式 (5-2), 在本文仿真设置下, 当 LunarSat 与 DRO 建立 ISL 时, DRO 的位置向量与极轨卫星 LunarSat 的速度向量夹角接近垂直, 使得 $\mathbf{B}_{\omega 2}$ 数值较小, 进而使得 LunarSat 的近地点角距处于弱可观状态, 进而影响了该根数的估计精度。

类似地, 式 (2-32)也能借鉴式 (4-2)的处理方式, 也可进一步写为:

$$\begin{aligned}
\mathbf{B}_{i2} &= \mathbf{e}_{12} \cdot \mathbf{R}(\Omega_2) \times \mathbf{r}_2 \\
&= \frac{\mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|} \cdot \mathbf{R}(\Omega_2) \\
&= \frac{-1}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|} \cdot (\mathbf{r}_1 \times \mathbf{R}(\Omega_2)) \mathbf{r}_2
\end{aligned} \tag{5-3}$$

与式 (4-2)相似, 由于 DRO 处于近白道面, 其位置 Z 轴分量大小可忽略不计, 此时式 5-3中 $\mathbf{r}_1 \times \mathbf{R}(\Omega_2)$ 结果为一与 XOY 平面垂直的向量, 则 \mathbf{B}_{i2} 的值仅取决于 LunarSat 在观测时的位置矢量 \mathbf{r}_2 的 Z 轴分量。而在本文的仿真设置中, LunarSat 仅在月球赤道面附近与 DRO 建链, 无疑限制了 \mathbf{B}_{i2} 的大小, 影响了 LunarSat 的“轨道倾角”估计精度, 进而导致 LunarSat 轨道法向的误差显著。需要注意的是, 此时的“轨道倾角”是相对于白道面(推导中假设 XOY 平面已调整为白道面)而言的, 而在实际定轨中使用的 XOY 平面通常在 J2000.0 平赤道附近, 因此轨道法向误差会分摊给轨道倾角和升交点赤经。从表 5-13统计结果来看, 轨道倾角的误差处于主导作用, 升交点赤经精度相对较高。

根据李济生^[125]的研究, 轨道根数误差与轨道切向和法向误差之间的映射可写为:

$$\begin{cases} \Delta T = r(\Delta\omega + \Delta f + \Delta\Omega \cos(i)) \\ \Delta N = r[\Delta i \sin(\omega + f) - \Delta\Omega \sin(i) \cos(\omega + f)] \end{cases} \tag{5-4}$$

LunarSat 作为极轨大椭圆卫星, 其轨道倾角为 $i = 95 \text{ degree}$, 因此可近似认为 $\sin(i) \approx 1$ 、 $\cos(i) \approx 0$ 。同时根据表 5-13的统计结果, $\Delta f = \text{func}(M, e) \approx 0$ 。此时, 式 (5-4)可近似为:

$$\begin{cases} \Delta T \approx r \cdot \Delta\omega \\ \Delta N \approx r \cdot \Delta i \sin(\omega + f) - r \cdot \Delta\Omega \cos(\omega + f) \end{cases} \quad (5-5)$$

根据式(5-5)，LunarSat的切向误差主要受近地点角距误差影响，法向误差则主要受轨道倾角误差主导，并同时受到升交点赤经误差次要影响。图5-12展示了各LunarSat在轨道坐标系下的误差随坐标系Z轴坐标的变化情况。根据图5-12，可以看到式(5-5)在实际定轨误差中的体现。如图5-12中的(b)、(e)和(h)，代表了各LunarSat的轨道切向误差随Z轴坐标的变化，可以看到各LunarSat的切向轨道误差呈梯形分布，即在近月点处切向误差最小，在远月点处切向误差最大，这也符合式(5-5)中 ΔT 与 r 和 $\Delta\omega$ 之间的关系；图5-12中的(c)、(f)和(i)，代表了各LunarSat的轨道法向误差随Z轴坐标的变化，可以看到各LunarSat的法向轨道误差呈“蝴蝶状”分布，即在 $Z = 0$ 处轨道法向误差最小，在近月点处轨道法向误差稍大，在远月点处轨道法向误差最大。该变化规律总体上与式(5-5)中法向误差主要受 $\Delta i \sin(\omega + f)$ 主导的结果一致，这也反映了前述分析的合理性。

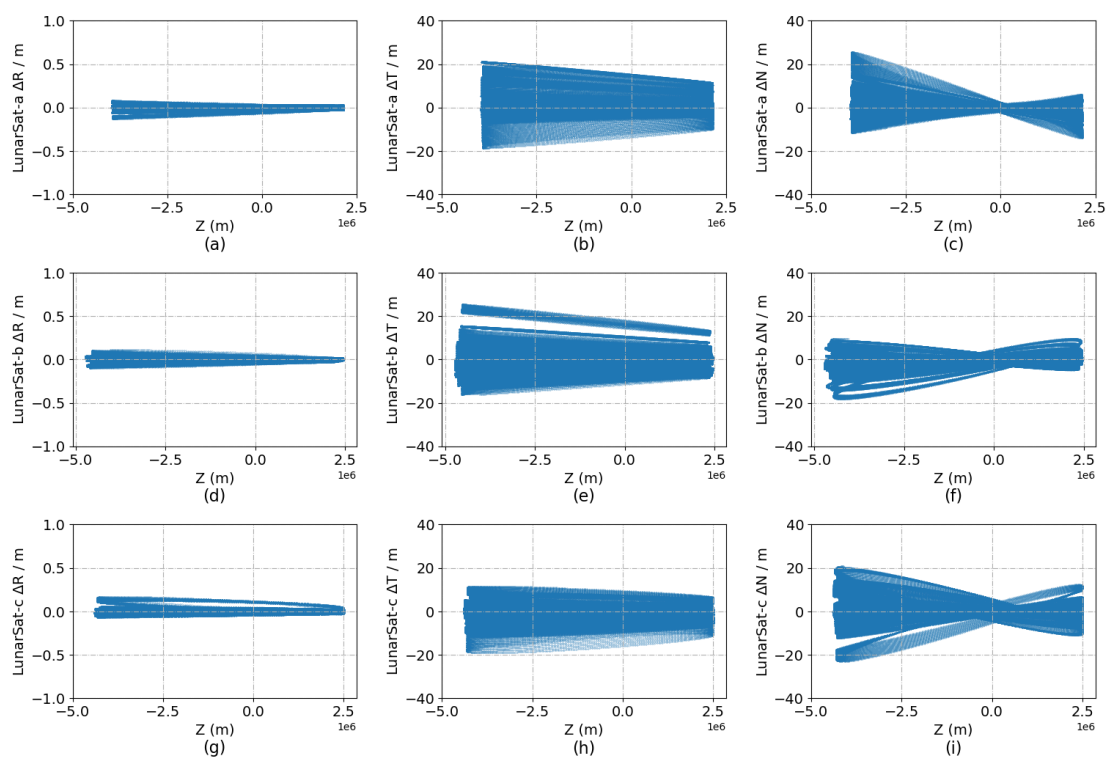


图 5-12 各LunarSat的定轨精度随Z轴坐标的变化。(a)~(c)为LunarSat-a在轨道坐标系下的定轨精度；(d)~(f)为LunarSat-b在轨道坐标系下的定轨精度；(g)~(i)为LunarSat-c在轨道坐标系下的定轨精度

Figure 5-12 The orbit determination accuracy of LunarSats varies with the Z-axis coordinate.(a)~(c) are accuracies of LunarSat-a; (d)~(f) are accuracies of LunarSat-b; (g)~(i) are accuracies of LunarSat-c.

综上所述，LunarSat所表现出的切向与法向数米级误差，并非源于动力学

发散，而是由于天线硬件指向约束影响了空间观测几何，导致特定轨道根数（ i 、 $node$ 与 ω ）的弱可观。即便如此，得益于 LunarSat 自身在月球非对称引力场中的绝对动力学约束，其 3D-RMS 仍能稳定在 6 ~ 7 m 水平，为抑制 GNSS 星座的整体旋转提供了重要的空间锚固作用。

5.3.5 GNSS-DRO-LunarSat 星间自主导航综合分析

通过上述精度评估，本节对 GNSS - DRO - LunarSat 这种“跨区域、异构、多层次”星间自主导航系统的运行机制与工程约束进行了整体总结：

首先，引入深空节点可有效抑制星间自主导航中 GNSS 星座的整体旋转效应。仿真结果充分证明，仅靠近地空间的 GNSS 星间链路无法避免升交点赤经的秩亏。而向地月空间延伸的 DRO 与 LunarSat，凭借已知的地月指向与月球引力场摄动，成功将 GNSS 卫星的绝对定轨精度从百米级（S 场景）提升至优于 10 m（SDL 场景），实现了高精度的系统绝对定向。

其次，异面轨道的引入可有效弥补共面观测法向缺陷。DRO 虽然能够为 GNSS 星座提供空间锚固作用，但由于其轨道接近白道面，在仅有 GNSS 与 DRO 建链的 SD 场景下，自身仍面临显著的法向弱可观问题，定轨误差高于 500 m。极轨 LunarSat 的加入，通过跨轨道面的观测几何为 DRO 提供了更强的法向约束；同时，多颗 LunarSat 在不同轨道区域形成了更分散的观测采样和补充视线方向，使 DRO 的观测点不再主要集中于地月方向，从而将 DRO 的法向误差压缩了 90% 以上，进一步稳固了地月空间的导航基准。

最后，观测几何是影响地月空间星间自主导航性能的重要因素。研究发现，即便使用了 3 颗 LunarSat 形成坚固的三维组网拓扑，只要其星间链路天线的视场角受到严格限制，其与 DRO 建立的 ISL 将退化为近似 2D 平面约束。这不仅限制了 LunarSat 自身轨道倾角与近地点精度的进一步提升，也为未来地月空间导航系统的工程设计提供了重要启示：未来要实现地月空间 DRO 航天器的高精度绝对定轨与授时，需要在总体设计阶段，为整个星座建立更加立体、轨道法向约束更稳固的观测几何构型。

5.4 本章小结

面向我国下一代北斗卫星导航系统向深空拓展的发展需求，针对当前基于 ISL 的 GNSS 自主导航中存在的星座整体旋转（即绝对定向秩亏）问题，本章探讨了利用地月空间异构星座（GNSS-DRO-LunarSat）进行联合自主定轨的可行性。通过数值仿真与对比分析，主要得出以下结论：

（1）引入地月空间航天器参与 ISL 测量，能够为 GNSS 星座提供有效的空间定向基准。近地空间对称的引力场是导致 GNSS 星座整体旋转的主要原因。仿真结果表明，将 ISL 网络延伸至地月空间，借助月球引力场的动力学约束，可显著抑制星座的旋转漂移；仅加入近白道面的 DRO 航天器即可有效消除 GNSS 升交点赤经的秩亏，进一步引入极轨 LunarSat 后，GNSS 卫星的绝对定轨精度

可收敛至约 6 m。

(2) 异面观测是弥补共面法向几何缺陷的有效途径。受限于近白道面的共面构型，仅依赖 GNSS 观测时，DRO 的轨道法向误差仍达百米量级。极轨 LunarSat 的引入通过跨轨道面的观测几何增强了对 DRO 法向的面外约束，同时 3 颗 LunarSat 在不同轨道区域提供了更分散的 DRO 观测采样点和视线方向补充，缓解了原有 GNSS-DRO 观测点过于集中的问题，可将 DRO 的法向误差压缩 90% 以上，从而构建了更为稳固的地月导航基准。

(3) 星载天线的可视条件约束会导致深空导航网络出现几何降维与部分轨道参数弱可观现象。本章分析了 LunarSat 切向与法向存在数米级震荡误差的成因，发现受限于 45 degree 天线半锥角，极轨卫星仅能在穿越赤道面时与 DRO 发生瞬时建链。这种观测几何的物理受限使得原本可观的轨道倾角与近地点角距退化为弱可观状态。这一现象的揭示完善了异构星间链路系统的自主定轨误差规律分析，也可为未来地月空间导航星座的构型设计与载荷指标论证提供一定的理论参考。

第6章 LEO星上实时自主定轨及其在地月导航中的应用

在本文的第2章至第5章中，系统性地揭示了地月空间异构星座（如GNSS-DRO-LunarSat）联合定轨在抑制星座整体旋转、打破空间观测几何奇异性、提升绝对定向精度方面的动力学机理。然而，若在实际工程中直接要求大跨度的深空航天器（DRO、LunarSat）极其频繁地与地球中高轨的GNSS星座建立星间链路，在系统调度、天线指向扫描调度、链路信号预算以及系统通信带宽上均将面临极大的挑战。

考虑到当前星载 GNSS 技术已广泛应用于LEO卫星，以及“通导遥”一体的大型 LEO 星座的蓬勃发展，本节针对一种具有较高工程应用价值的分层级空间基准传递与自主导航架构——GNSS → LEO → DRO-LunarSat 编队进行研究。

在该架构中，地球端的运维人员仅需维持常规的 GNSS 星座日常运营（播发标准的广播星历）。运行于近地空间的庞大 LEO 星座群，首先利用其搭载的星载 GNSS 接收机，在完全脱离地面精密测控网的情况下，实现分米级星上绝对实时定轨与高精度时间同步。随后，这些LEO卫星，便可作为布设在近地空间的动态时空基准点，与地月空间的 DRO 航天器进行高频次的星间建链测距；DRO 航天器在与 LEO 进行建链后，进一步与绕月的极轨 LunarSat 进行组网（如第五章所述）。

最终，整个 GNSS → LEO → DRO - LunarSat 大尺度深空异构编队在物理上实现了高精度的时空统一与绝对定轨，并且时空基准可向近地端的 GNSS 进行溯源，如图 6-1所示。该模式理论上可降低深空探测器对地球表面深空测控站的依赖，降低未来高频次地月空间开发任务的运维成本，为构建地月空间 PNT 系统提供了一条可行的技术路径。

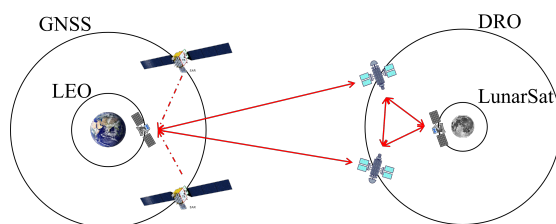


图 6-1 LEO-DRO-LunarSat编队示意图

Figure 6-1 LEO-DRO-LunarSat constellation diagram.

针对这一深空异构编队，其自主导航的关键技术主要包括 LEO 星上实时定轨以及 LEO → DRO - LunarSat 编队自主导航。本章将会分别对这两点进行重点介绍。

6.1 LEO星上实时自主定轨方法研究现状

LEO卫星因其更短的轨道周期和更强的信号播发强度，是地球科学、遥感和通信领域的富有价值的天基平台^[126-128]。精密定轨是LEO卫星实现上述服务的关键前提。例如，光学遥感卫星至少需要精度为1 m的精密轨道^[129]；由SAR（Synthetic Aperture Radar，合成孔径雷达）卫星支持的InSAR技术需要5 cm的事后定轨精度^[130]，或优于10 cm的实时（Real-Time, RT）/近实时（Near-Real-Time, NRT）定轨精度^[129]；测高卫星则需要事后轨道的径向精度优于3 cm^[110]，实时/近实时轨道的径向精度优于10 cm^[129]。

目前，星载 GNSS 技术已广泛应用于 LEO 卫星，实现了优于 1 cm 的事后定轨精度^[131]。除了这些传统应用外，利用新兴的LEO星座提供定位、导航和授时（PNT）服务已成为一种发展趋势^[132]。与主要使用轨道产品的传统任务不同，这些LEO导航卫星作为PNT服务提供者，引入了一项关键的新需求：能够生成并向用户播发高精度的预报轨道（即广播星历，BRDC），而不仅仅是确定卫星当前或过去的位置。因此，星上处理系统面临着双重挑战：既要实现高精度的实时精密定轨（RTPOD），又要确保短期轨道预报的稳定性。

目前，基于卡尔曼滤波的RTPOD已经取得了显著进展。例如，Wang等^[133]利用CNES提供的SSR产品，对FY-3C卫星的星载GPS数据进行了RTPOD实验，定轨精度优于10 cm；Li等^[108]同样利用CNES的SSR产品，采用平方根信息滤波对Sentinel-6A卫星进行了RTPOD实验，模糊度固定解的3D轨道精度为3.61 cm，相较于浮点解提升了30%；Montenbruck等^[134]也对同一卫星进行了RTPOD实验，即使仅使用广播星历，在结合GPS和Galileo双系统观测后，精度亦优于10 cm。然而，现有的RTPOD策略大多侧重于当前历元的位置精度。但对于LEO导航任务而言，其核心挑战在于预报阶段：由于LEO空间复杂的动力学环境（如大气阻力和重力场摄动），轨道误差在预报过程中会迅速累积。因此，需要一种能够在一个轨道弧段内有效拟合动力学参数的策略以生成可靠的广播星历，而不仅仅是在单一历元对实时状态进行滤波。

在GNSS的发展过程中也遇到过类似的挑战。为了解决这一问题，针对GNSS卫星，人们基于批处理最小二乘（BLSQ）开发了一系列有效平衡精度与时效性的产品生成模式。例如，BDS的广播星历是通过基于星地和星间链路观测数据的BLSQ定轨结果进行轨道预报拟合生成的^[135]；GNSS卫星的自主导航在采用集中式或分布式卡尔曼滤波定轨后，同样遵循生成广播星历的步骤^[136]；Li等^[137]通过实现多线程并行处理，改进了以往的GNSS精密产品生成策略，基于2天弧长的BLSQ精密定轨，实现了五大系统每小时的超快速轨道更新，有力支撑了实时精密单点定位技术。

与GNSS卫星相比，LEO卫星轨道周期更短，且受到更为复杂的摄动影响，导致预报精度下降更快，这需要更频繁的轨道更新。若仅依赖地面的BLSQ处理，会使LEO服务面临数据传输延迟和链路不稳定等风险。此外，随着LEO星座规模的不断扩大，集中式处理可能会给地面系统带来过重的计算和数据传输

负担。因此，实现星上自主定轨与轨道预报是更为理想的解决方案。

然而，将这种集中式的长弧段批处理模式难以直接移植到 LEO 星上环境。星载平台有限的计算资源和存储能力无法支撑 BLSQ 庞大的计算负荷。为了解决动力学拟合需求（即保障轨道预报稳定性）与星上计算资源受限之间的矛盾，序贯最小二乘（Sequential Least Squares, SLSQ）方法提供了一种稳健的解决方案。该方法最初由 Beutler 等^[138]提出，用于高效叠加 GNSS 轨道的法方程（Normal Equation, NEQ），它在数学上与批处理等价，同时大幅降低了 CPU 负载和内存占用。虽然在线性假设下它与卡尔曼滤波理论等价，但 SLSQ 方法在处理法方程方面具有独特性，使其特别适合基于弧段解的数据处理。

Zhao 等^[139]和 Fu 等^[140]已成功将该方法的滑动窗口变体应用于 GNSS 定轨和钟差估计。然而，现有的 SLSQ 应用大多针对具备丰富计算与存储资源的地面数据处理系统。考虑到 LEO 卫星星上计算资源极为受限，且超快速预报对实时性要求极高，如何对 SLSQ 方法进行轻量化改造，使其成为适用于星上环境的通用滤波框架，仍是一个有待探索的课题。

本文在 SLSQ 方法的基础上发展了一种星上自适应滑动窗口滤波策略。该策略旨在每个弧段定轨完成后，直接提供快速且稳定的预报轨道。通过利用历史观测数据的滑动窗口，该方法结合了动力学轨道拟合的优势与星上处理所需的高效性。本文利用 Sentinel-6 Michael Freilich (S6MF)、Sentinel-3B (SE3B) 和 Swarm-A (SWMA) 卫星的星载 GNSS 数据对该策略进行了验证。在两种场景下（分别使用精密 GNSS 产品和仅使用广播星历）开展了计算实验，以评估 RTPOD 精度以及用于生成广播星历的预报轨道精度。最后，本文将所生成的 LEO 实时高精度轨道基准拓展至地月空间，探讨其对 GNSS → LEO → DRO - LunarSat 编队自主定轨的支撑作用。

6.2 自适应滑动窗口滤波方法

本节先介绍 GNSS 观测数据处理中常用的法方程钟差约化方法，以将定轨法方程中的历元级高频钟差参数消去，仅保留弧段级更新的时变参数（如轨道参数、模糊度等），方便不同弧段间的平稳过渡。随后在此基础上，介绍本文使用的自适应滑动窗口滤波方法。

6.2.1 法方程钟差约化

在 GNSS 观测数据处理中，观测历元数往往与待求解的钟差参数相等，这对求解法方程造成了诸多不便，尤其是星载算力不足或长弧段解或多接收机组网观测时，需要求解的参数数量极其庞大。因此，常基于高斯消元法将法方程中的钟差参数消去，以降低求解法方程的计算量。具体计算方法如下：

结合式 (3-68)，第 i 个历元的星载 GNSS 无电离层组合的线性化方程可表示

为:

$$\begin{cases} \mathbf{y}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{G,i} & \mathbf{H}_{T,i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{z} \\ \delta t_i \end{bmatrix} + \varepsilon_i \\ \mathbf{H}_{G,i} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{y}_i}{\partial \mathbf{x}_i} \boldsymbol{\Psi}(t_i, t_0) & \frac{\partial \mathbf{y}_i}{\partial \delta AMB_{IF,1}} & \cdots & \frac{\partial \mathbf{y}_i}{\partial \delta AMB_{IF,m}} \end{bmatrix} \\ \mathbf{H}_{T,i} = \frac{\partial \mathbf{y}_i}{\partial \delta t_i} \\ \mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_0^T & \delta AMB_{IF,1} & \cdots & \delta AMB_{IF,m} \end{bmatrix}^T \end{cases} \quad (6-1)$$

其中, \mathbf{z} 表示全局待估参数 (例如轨道参数、IF模糊度等) 的改正向量; $\delta AMB_{IF,j}$ 为第 j 个 ($1 \leq j \leq m$, m 为模糊度总数) IF模糊度的改正值 (单位: m); δt_i 表示接收机钟差; $\mathbf{H}_{G,i}$ 和 $\mathbf{H}_{T,i}$ 分别为 \mathbf{z} 和 δt_i 的设计矩阵; ε_i 为观测向量 \mathbf{y}_i 的噪声; \mathbf{y}_i 的协方差矩阵记为 \mathbf{D}_i 。

应用最小二乘法, 结合式 (3-104) 和式 (3-105), 可推导出关于 \mathbf{z} 和 δt_i 的法方程, 其形式如下:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{N}_{GG,i} & \mathbf{N}_{GT,i} \\ \mathbf{N}_{TG,i} & \mathbf{N}_{TT,i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{z}} \\ \delta t_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_{G,i} \\ \mathbf{W}_{T,i} \end{bmatrix} \quad (6-2)$$

其中:

$$\begin{cases} \mathbf{N}_{GG,i} = \mathbf{H}_{G,i}^T \mathbf{D}_i^{-1} \mathbf{H}_{G,i} \\ \mathbf{N}_{GT,i} = \mathbf{H}_{G,i}^T \mathbf{D}_i^{-1} \mathbf{H}_{T,i} = \mathbf{N}_{TG,i}^T \\ \mathbf{N}_{TT,i} = \mathbf{H}_{T,i}^T \mathbf{D}_i^{-1} \mathbf{H}_{T,i} \\ \mathbf{W}_{G,i} = \mathbf{H}_{G,i}^T \mathbf{D}_i^{-1} \cdot \mathbf{y}_i \\ \mathbf{W}_{T,i} = \mathbf{H}_{T,i}^T \mathbf{D}_i^{-1} \cdot \mathbf{y}_i \end{cases} \quad (6-3)$$

将所有历元的法方程叠加后, 最终的全局法方程可写为:

$$\mathbf{N}_{bb} \begin{bmatrix} \mathbf{z}^T & \delta t_1 & \cdots & \delta t_n \end{bmatrix}^T = \mathbf{W}_y \quad (6-4)$$

其中,

$$\mathbf{N}_{bb} = \begin{bmatrix} \sum \mathbf{N}_{GG,i} & \mathbf{N}_{GT,1} & \cdots & \mathbf{N}_{GT,n} \\ \mathbf{N}_{TG,1} & \mathbf{N}_{TT,1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{N}_{TG,n} & 0 & \cdots & \mathbf{N}_{TT,n} \end{bmatrix} \quad (6-5)$$

$$\mathbf{W}_y = \begin{bmatrix} \sum \mathbf{W}_{G,i}^T & \mathbf{W}_{T,1}^T & \cdots & \mathbf{W}_{T,n}^T \end{bmatrix}^T$$

需要注意的是, 式 (6-4) 包含 $n_{orb} + n_{amb} + n_{clk}$ 个待估参数, 即 n_{orb} 个轨道参数、 n_{amb} 个模糊度参数和 n_{clk} 个钟差参数 (若观测历元数为 n , 则 $n = n_{clk}$)。直接求解式 (6-4) 需要庞大的存储空间和计算时间。根据 Liao 等^[141] 的方法, 钟差参数可作为局部参数, 在法方程形成过程中直接被消去。消去钟差参数后的法方程可简化为:

$$\mathbf{N} \cdot \hat{\mathbf{z}} = \mathbf{W} \quad (6-6)$$

其中,

$$\begin{aligned}\mathbf{N} &= \sum \left(\mathbf{N}_{GG,i} - \mathbf{N}_{GT,i} (\mathbf{N}_{TT,i})^{-1} \mathbf{N}_{TG,i} \right) \\ \mathbf{W} &= \sum \left(\mathbf{W}_{G,i} - \mathbf{N}_{GT,i} (\mathbf{N}_{TT,i})^{-1} \mathbf{W}_{T,i} \right)\end{aligned}\quad (6-7)$$

式 (6-6) 极大地降低了原始法方程的维度, 且其求解结果与式 (6-4) 在数学上严格等价。若需要各历元的钟差参数, 也可在求得全局参数后回代求解^[141]。

6.2.2 自适应滑动窗口滤波

传统的用于精密定轨的 SLSQ 通常不需要频繁更新初始历元。例如, Beutler 等^[138] 提出的法方程叠加方法通过组合多个单天解法方程来生成三天解法方程, 这等同于每 24 小时更新一次初始历元。同样, Zhao 等^[139] 在其 GNSS POD 中实现每 30 分钟更新一次初始历元。然而, 这对于计算资源和存储空间有限的星上平台并不适用。这是因为更少地更新初始历元意味着需要进行更长时间的轨道动力学积分, 这将显著增加计算负担, 且也难以应对 LEO 卫星实时状态的高频变化。为了解决这一问题, 借鉴 Ge 等^[142] 提出的数据处理策略, 本文将 SLSQ 重新发展为一种自适应滑动窗口滤波方法。该方法即使在频繁更新初始历元的情况下也能保持求解精度, 并且在形式上等价于卡尔曼滤波, 包含测量更新和时间更新两个步骤。

6.2.2.1 测量更新

假设第 k 弧段的先验估计参数可表示为:

$$\bar{\mathbf{z}}_k = \left[\bar{\mathbf{z}}_{k,dyn}^T \quad \bar{\mathbf{z}}_{k,ndyn}^T \right]^T \quad (6-8)$$

其中, $\mathbf{z}_{k,dyn}$ 表示时变参数 (如轨道参数等); $\mathbf{z}_{k,ndyn}$ 表示非时变参数 (如模糊度等)。 $\bar{\mathbf{z}}_k$ 的改正值可记为 $\hat{\mathbf{z}}_k = \left[\hat{\mathbf{z}}_{dyn,k}^T \quad \hat{\mathbf{z}}_{ndyn,k}^T \right]^T$, 其先验法方程由下式给出:

$$\bar{\mathbf{N}}_k \hat{\mathbf{z}}_k = \bar{\mathbf{w}}_k \quad (6-9)$$

根据式 (6-6), 仅利用当前弧段观测数据构建的法方程可表示为:

$$\mathbf{N}_k \hat{\mathbf{z}}_k = \mathbf{w}_k \quad (6-10)$$

为了提高求解的稳定性, 本文引入 Yang 等^[143] 提出的自适应滤波方法, 结合式 (6-9) 和式 (6-10), 当前弧段迭代形式的最终法方程可表示为:

$$(\mathbf{N}_k + \alpha \bar{\mathbf{N}}_k) \hat{\mathbf{z}}_k = \mathbf{w}_k + \alpha (\bar{\mathbf{w}}_k - \bar{\mathbf{N}}_k \bar{\mathbf{z}}_k) \quad (6-11)$$

其中, α ($0 < \alpha \leq 1$) 表示自适应因子; $\bar{\mathbf{z}}_k$ 表示先验参数的改正值。通常, 当观测系统表现出显著的非线性时, 需要通过迭代求解式 (6-11) 以获得最优估计。其迭代形式表达为:

$$(\mathbf{N}_k + \alpha \bar{\mathbf{N}}_k) \hat{\mathbf{z}}_k^t = \mathbf{w}_k + \alpha \left(\bar{\mathbf{w}}_k - \bar{\mathbf{N}}_k \sum_{n=0}^{t-1} \hat{\mathbf{z}}_k^n \right) \quad (6-12)$$

其中, $\hat{\mathbf{z}}_k^t$ 表示第 t 次迭代的参数改正量。当式 (6-12) 的解与先验值之间的差异超限时, 将对 α 进行修正, 以使求解在迭代过程中更好地适应新的观测值。本文采用以下函数修正 α :

$$\alpha = \begin{cases} 1, & |\Delta x| < c \\ c/|\Delta x|, & |\Delta x| \geq c \end{cases} \quad (6-13)$$

其中, c 为经验常数, 根据经验通常取值为 $1.5 \sim 2.0$ ^[144]; Δx 表示解与先验值之差的归一化值, 当仅考虑位置变量 $\mathbf{pos}_k = [X, Y, Z]^T$ 时, 其表达式为:

$$\Delta x = \sqrt{\frac{\Delta \mathbf{pos}_k^T \Delta \mathbf{pos}_k}{tr(\mathbf{cov}_k(\mathbf{pos}))}} \quad (6-14)$$

其中, $\Delta \mathbf{pos}_k$ 表示初始历元解算位置与先验位置的差异; $\mathbf{cov}_k(\mathbf{pos})$ 表示初始历元位置的先验协方差矩阵; $tr(\mathbf{cov}_k(\mathbf{pos}))$ 代表该矩阵的迹。

经过式 (6-12) 的迭代求解并收敛后, 新参数将被估计出并记为 $\hat{\mathbf{Z}}_k \sim N(\bar{\mathbf{Z}}_k + \hat{\mathbf{z}}_k, \hat{\mathbf{N}}_k^{-1} \cdot \hat{\sigma}_0^2)$, 其事后估计法方程可表示为:

$$\hat{\mathbf{N}}_k \hat{\mathbf{z}}_k = \hat{\mathbf{w}}_k \quad (6-15)$$

该式也可分块写为:

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{N}}_{k,dyn} & \hat{\mathbf{N}}_{k,cov} \\ \hat{\mathbf{N}}_{k,cov}^T & \hat{\mathbf{N}}_{k,ndyn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{z}}_{dyn,k} \\ \hat{\mathbf{z}}_{ndyn,k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{w}}_{k,dyn} \\ \hat{\mathbf{w}}_{k,ndyn} \end{bmatrix} \quad (6-16)$$

6.2.2.2 时间更新

对于当前弧段 $k+1$, 可求解式 (3-99) 的微分方程初值问题对时变参数进行更新, 从而获得该弧段的先验估计参数 $\bar{\mathbf{z}}_{k+1} = [\bar{\mathbf{z}}_{k+1,dyn}^T \ \bar{\mathbf{z}}_{k+1,ndyn}^T]^T$ 。同时, 时变参数改正量 $\bar{\mathbf{z}}_{k+1,dyn}$ 的状态预报方程可根据式 (3-102) 写为:

$$\bar{\mathbf{z}}_{k+1,dyn} = \Psi(k+1, k) \hat{\mathbf{z}}_{k,dyn} + \omega, \quad \omega \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{Q}_w) \quad (6-17)$$

其中, ω 表示过程噪声; \mathbf{Q}_w 为 ω 的协方差矩阵。参考 Ge 等^[142] 的做法, 可将式 (6-17) 视为虚拟观测方程, 并与式 (6-16) 联合构建全局法方程:

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{N}}_{k,dyn} + \Psi^T \mathbf{Q}_w^{-1} \Psi & -\Psi^T \mathbf{Q}_w^{-1} & \hat{\mathbf{N}}_{k,cov} \\ -\mathbf{Q}_w^{-1} \Psi & \mathbf{Q}_w^{-1} & \mathbf{0} \\ \hat{\mathbf{N}}_{k,cov}^T & \mathbf{0} & \hat{\mathbf{N}}_{k,ndyn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{z}}_{k,dyn} \\ \bar{\mathbf{z}}_{k+1,dyn} \\ \bar{\mathbf{z}}_{k+1,ndyn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{w}}_{k,dyn} \\ \mathbf{0} \\ \hat{\mathbf{w}}_{k,ndyn} \end{bmatrix} \quad (6-18)$$

为便于后续推导, 本文将上式表示为如下简洁形式:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{N}_{11} & \mathbf{N}_{12} & \mathbf{N}_{13} \\ \mathbf{N}_{21} & \mathbf{N}_{22} & \mathbf{0} \\ \mathbf{N}_{31} & \mathbf{0} & \mathbf{N}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{z}}_{k,dyn} \\ \bar{\mathbf{z}}_{k+1,dyn} \\ \bar{\mathbf{z}}_{k+1,ndyn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{w}}_{k,dyn} \\ \mathbf{0} \\ \hat{\mathbf{w}}_{k,ndyn} \end{bmatrix} \quad (6-19)$$

实际上， $\bar{\mathbf{z}}_{k+1,dyn}$ 和 $\bar{\mathbf{z}}_{k+1,ndyn}$ 更受关注，而 $\hat{\mathbf{z}}_{k,dyn}$ 则被视为应被消去的过期参数。采用与 Ge 等^[142] 的方法，消去 $\hat{\mathbf{z}}_{k,dyn}$ 后，即可得到当前弧段待估参数的先验法方程：

$$\begin{bmatrix} \mathbf{N}_{22} - \mathbf{N}_{21}\mathbf{N}_{11}^{-1}\mathbf{N}_{12} & -\mathbf{N}_{21}\mathbf{N}_{11}^{-1}\mathbf{N}_{13} \\ -\mathbf{N}_{31}\mathbf{N}_{11}^{-1}\mathbf{N}_{12} & \mathbf{N}_{33} - \mathbf{N}_{31}\mathbf{N}_{11}^{-1}\mathbf{N}_{13} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{z}}_{k+1,dyn} \\ \bar{\mathbf{z}}_{k+1,ndyn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{N}_{21}\mathbf{N}_{11}^{-1}\hat{\mathbf{w}}_{k,dyn} \\ \hat{\mathbf{w}}_{k,ndyn} - \mathbf{N}_{31}\mathbf{N}_{11}^{-1}\hat{\mathbf{w}}_{k,dyn} \end{bmatrix} \quad (6-20)$$

6.2.2.3 滤波器初始化

特别地，当 $k = 0$ 时，若仅有先验估计参数 $\bar{\mathbf{Z}}_0 = [\bar{\mathbf{z}}_{0,dyn}^T \ \bar{\mathbf{z}}_{0,ndyn}^T]^T$ 及其改正值 $\hat{\mathbf{z}}_0 = [\hat{\mathbf{z}}_{0,dyn}^T \ \hat{\mathbf{z}}_{0,ndyn}^T]^T$ 满足以下关系：

$$\bar{\mathbf{Z}}_0 + \hat{\mathbf{z}}_0 = \tilde{\mathbf{Z}}_0 + \varepsilon_z \quad \varepsilon_z \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{D}_0) \quad (6-21)$$

其中， $\tilde{\mathbf{Z}}_0$ 表示初始轨道的真值； ε_z 表示与 $\bar{\mathbf{Z}}_0$ 相关的误差噪声； \mathbf{D}_0 为 $\bar{\mathbf{Z}}_0$ 的先验协方差矩阵。则初始先验法方程可写为：

$$\mathbf{D}_0^{-1}\hat{\mathbf{z}}_0 = \mathbf{0} \quad (6-22)$$

后续的所有测量更新和时间更新均可基于此先验法方程进行。

6.3 在轨实时定轨策略

基于上述自适应滑动窗口滤波算法，本文在前述 SODA 软件的基础上，添加了实时定轨功能模块。目前该软件已能够同时支持 LEO 卫星的事后精密定轨与实时精密定轨。其 RTPOD 工作流程如图 6-2 所示。

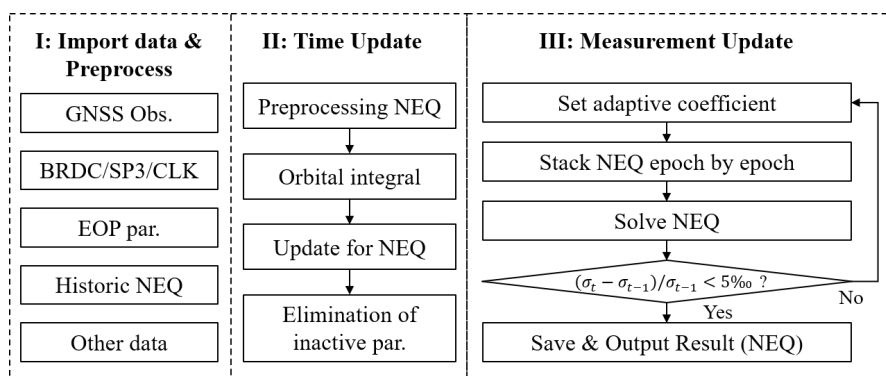


图 6-2 SODA 软件的 RTPOD 处理流程图（其中 σ_t 表示第 t 次迭代中观测值的单位权中误差 UWE）

Figure 6-2 The POD procedure of SODA, where σ_t denotes the Unit Weight Error (UWE) of observations in t^{th} iteration.

如图 6-2 所示，该 RTPOD 流程与传统的 BLSQ 类似。同时，由于本文在实时处理中复用了历史观测数据以维持参数估计的精度（类似于 Zhao 等^[139] 的方

法), 因此在每次启动定轨时需要考虑计算延迟。基于此, 本文的定轨过程实际上相当于一个滑动窗口式的BLSQ, 代表了一种超快速的处理策略。

为了在星上计算效率与轨道预报稳定性之间取得最佳平衡, 本文将配置设定为: 使用 30 min 的历史观测数据窗口进行定轨, 并允许 5 min 的系统计算延迟。因此, 预报轨道产品以 5 min 的间隔周期性滚动发布。需要说明的是, 这些参数设置可根据不同的星载计算机性能及具体任务需求进行灵活调整。

图 6-3 直观地展示了该实时处理策略中的延迟与弧段更新时序。

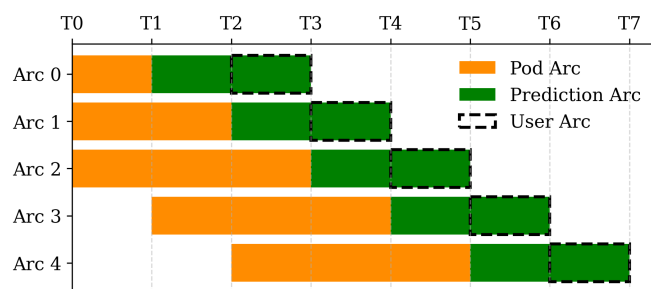


图 6-3 实时处理中的计算延迟与弧段更新时序

Figure 6-3 The calculation delay and arc updating of real-time processing.

为避免后续论述产生歧义, 在此结合定轨起始历元 (设当前周期定轨起始历元为 t_0 , 定轨结束历元为 t_e , 且 $t_e = t_0 + 30 \text{ min}$), 对图中涉及的特定弧段进行明确定义:

- 定轨弧段 (Pod Arc, 图中橙色部分): 仅用于当前周期的轨道确定, 其时间区间为 $[t_0, t_e]$ 。
- 预报弧段 (Prediction Arc, 图中绿色部分): 完成定轨后, 由动力学积分生成的完整预报轨道序列。积分从定轨结束历元开始起算, 即区间为 $[t_e, t_e + T_{\text{pred}}]$ (其中 T_{pred} 为预报总时长)。
- 用户弧段 (User Arc, 图中虚线框部分): 扣除定轨解算与数据下发所消耗的 5 min 延迟后, 实际提供给用户应用的有效预报弧段。本系统将其长度设定为 20 min, 故其对应的时间区间为 $[t_e + 5 \text{ min}, t_e + 25 \text{ min}]$ 。

由此可见, 定轨弧段结束时刻 (t_e) 与用户弧段起始时刻 ($t_e + 5 \text{ min}$) 之间的时间差, 即代表了系统的计算延迟。

6.4 LEO实时定轨精度分析

6.4.1 观测数据、模型与定轨策略

本节选取了 Sentinel-6 Michael Freilich (S6MF)、Sentinel-3B (SE3B) 和 Swarm-A (SWMA) 三颗卫星各 48 小时的星载 GPS 观测数据来模拟实时处理场景。这三颗卫星运行在三个典型的轨道高度——1336 km、814.5 km 和 462 km, 这使得本文能够在统一的处理策略下, 全面评估不同轨道环境对 RTPOD 及轨道预报性能的影响。这些卫星的具体信息详见表 6-1。

表 6-1 LEO卫星及其星载GPS观测数据基本信息

Table 6-1 Information of LEO satellites and their onboard GPS observations.

	S6MF	SE3B	SWMA
轨道高度	1336 km	814.5 km	462 km
轨道倾角	66 deg	98.65 deg	87.35 deg
发射日期	2020年11月21日	2018年4月25日	2013年11月22日
观测信号类型	C1C/C2L/L1C/L2L	C1W/C2W/L1C/L2W	
观测时段	2021年9月1日至2021年9月3日		

为了模拟真实场景，计算中分别独立使用了欧洲定轨中心（CODE）提供的最终精密 GNSS 产品以及广播星历（BRDC）。对于 S6MF 和 SE3B 卫星，采用 CNES 提供的符合 POE-F（Precise Orbit Ephemeris-F）标准的事后精密轨道作为参考基准进行精度评估；对于 SWMA 卫星，则使用欧洲航天局（ESA）提供的 RDPOD 产品作为参考基准。

受限于星上计算资源，通常需要对地球重力场模型进行适度简化。本研究采用了 90×90 阶的EIGEN_GL04C地球重力场模型，并考虑了所有固体潮、海洋潮汐（ 20×20 阶）以及极潮摄动。太阳光压和大气阻力的计算采用了ESA提供的航天器 Macro-box 模型以精确描述卫星表面的几何与物理特性。最后，在轨道切向和法向分别引入并估计包含正弦/余弦项的经验加速度参数，以补偿每个弧段内未模型化的摄动残差。由于本文的参数估计不再是纯单历元模式，因此在轨道积分过程中采用了 KSG 多步积分器^[106]，这极大地提升了计算效率。在参数估计策略中，每5分钟执行一次定轨，每个弧段仅利用过去30分钟的观测数据。每次定轨完成后，会额外向外输出20分钟的预报轨道供用户使用。本文定轨所采用的详细动力学模型及参数解算策略如表 6-2所示。

为了验证算法的星上适用性，该估计策略已在如图 6-4所示的嵌入式硬件平台上，利用 SWMA 卫星 24 小时的星载 GNSS 数据进行了计算耗时测试。结果显示，每个定轨弧段的最大计算耗时仅为 70.49 s（包含数据预处理）。各弧段的对应延迟测试情况如图 6-5所示。测试结果表明该算法满足实时性要求，在后续的验证中将主要聚焦于 POD 求解和轨道预报的绝对精度分析，不再进一步赘述计算延迟。

表 6-2 本文采用的定轨动力学模型与参数估计策略
Table 6-2 Models and the parameter estimation strategy.

项目	模型 & 描述
观测模型	
GNSS轨道与钟差	广播星历 / CODE最终精密产品
GNSS卫星天线相位中心	Igs14.atx
观测值类型	双频无电离层组合
采样率	30 s
接收机天线相位中心	仅考虑PCO（飞行中实时标定）
LEO卫星姿态	四元数实测姿态
载波相位天线相位缠绕	修正
粗差剔除策略	3σ 准则
定权函数	$\sin^2(z)$, z 为GNSS卫星的高度角
参数估计方法	自适应序贯滤波
动力学模型	
地球自转参数	EOP IERS Bulletin A
地球重力场	EIGEN_GL04C (90×90) ^[111] ; N体引力: DE421 ^[112]
固体潮	IERS2010 ^[77]
海潮	FES2004 ^[113] , 20×20阶
极潮	IERS2010 ^[77]
广义相对论效应	IERS2010 ^[77]
太阳光压	Macro-box模型 ^[100]
大气阻力	NRLMSIS-00 ^[114]
经验加速度	仅在切向和法向考虑常数项 (Ca, Cc) 与一次周期项 (Sa, Sc)
积分器	KSG多步积分器 ^[106]
积分步长	15 s
待估参数	
轨道参数	每个弧段初始历元的位置和速度
接收机钟差	每个历元独立估计 (白噪声)
模糊度参数	估计IF组合模糊度 (浮点解)
太阳光压系数	估计1个
大气阻力系数	估计1个
经验加速度	每个弧段估计1组
弧段更新间隔	5 min
定轨弧段长度	30 min
用户预报弧段长度	20 min

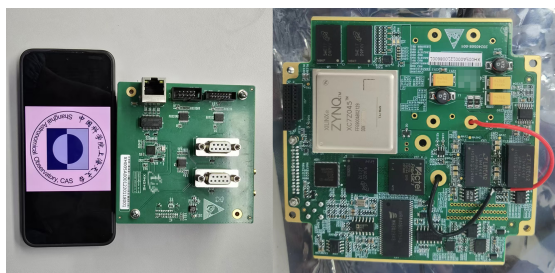


图 6-4 嵌入式测试平台示意图（硬件平台信息：SOC: ZYNQ7045; CPU: ARM Cortex-A9; 主频: 800 MHz; 内存: 1GB）

Figure 6-4 Embedded platform (Platform info: SOC: ZYNQ7045; CPU: ARM Cortex-A9; Main frequency: 800 MHz; DDR: 1GB).

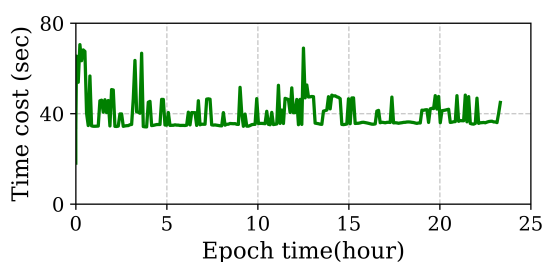


图 6-5 嵌入式测试平台上各个定轨弧段的计算耗时图

Figure 6-5 The time cost of each pod arc on embedded platform for testing.

6.4.2 定轨结果分析

6.4.2.1 基于精密星历的定轨精度评估

本小节首先对观测数据质量进行简要评估，随后将实时定轨结果与参考轨道进行对比分析。

图 6-6展示了S6MF、SE3B和SWMA三颗卫星在各历元的可见卫星数以及位置精度衰减因子（PDOP）。由于目前本软件对每个GNSS系统仅支持两个信号频点，因此本文对S6MF选用了L1C/L2L信号。这种选择使得未播发L2L信号的GPS Block IIR卫星被剔除，导致S6MF的平均可见星数量（6.3颗/历元）略低于SE3B（7.5颗/历元）和SWMA（7.54颗/历元）。此外，在这段观测时间内，SE3B表现出最优的PDOP，平均值为4.831；而SWMA和S6MF的平均PDOP分别为5.509和5.455。

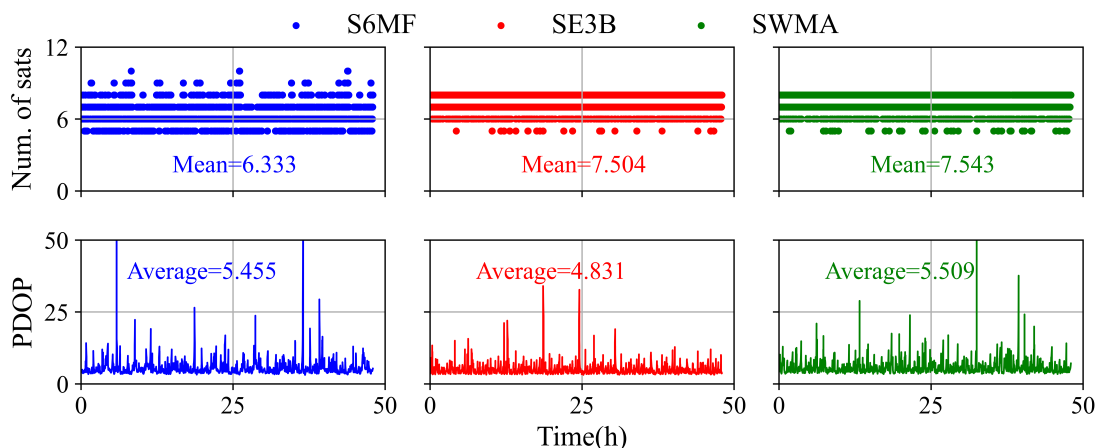


图 6-6 S6MF、SE3B和SWMA各历元的可见卫星数及PDOP时间序列

Figure 6-6 The number of satellites and PDOP of S6MF, SE3B and SWMA

在对每颗卫星完成了总计 556 个弧段的滑动窗口定轨处理后，观测值残差统计结果如表 6-3 所示。可以发现，所有卫星的 IF 相位观测值的加权均方根误差均优于 5 mm。尽管定轨滑动窗口每 5 分钟向前推进一次，且每次完成定轨后会更新过去 30 分钟内的整段轨道，但为了真实客观地验证实时处理流的有效精度，本文在统计时仅提取并对比包含“最新5分钟”（即刚移入窗口的数据）的轨道段。按照此截取策略，图 6-7 展示实时定轨结果在径向（R）、切向（T）和法向（N）上与参考轨道的差异序列。表 6-4 对这些残差进行了统计汇总。需要说明的是，为避免滤波器初始收敛阶段对结果客观性的影响，分析中已剔除了前三个小时的数据。

表 6-3 S6MF、SE3B和SWMA卫星定轨残差的加权RMS统计（单位：cm）

Table 6-3 Weighted-RMS of residuals for S6MF, SE3B and SWMA (unit: cm).

	S6MF	SE3B	SWMA
IF伪距组合	57.63	21.99	23.49
IF相位组合	0.44	0.47	0.45

由图 6-7 和表 6-4 可知，所有卫星均实现了厘米级的定轨精度。其中，S6MF 的精度最高，其径向和 3D-RMS 分别为 2.14 cm 和 4.36 cm。这主要得益于其较高的轨道高度（显著降低了重力场和大气阻力模型误差对定轨的影响），以及其搭载的最先进 GNSS 接收机提供了极高质量的观测数据^[110]。SE3B 紧随其后，径向和 3D 精度分别为 2.55 cm 和 4.45 cm。相比之下，发射于 2013 年（早于 S6MF 七年）且处于最低轨道高度的 SWMA，其定轨精度相对略低，径向和 3D 精度分别为 3.02 cm 和 5.05 cm。

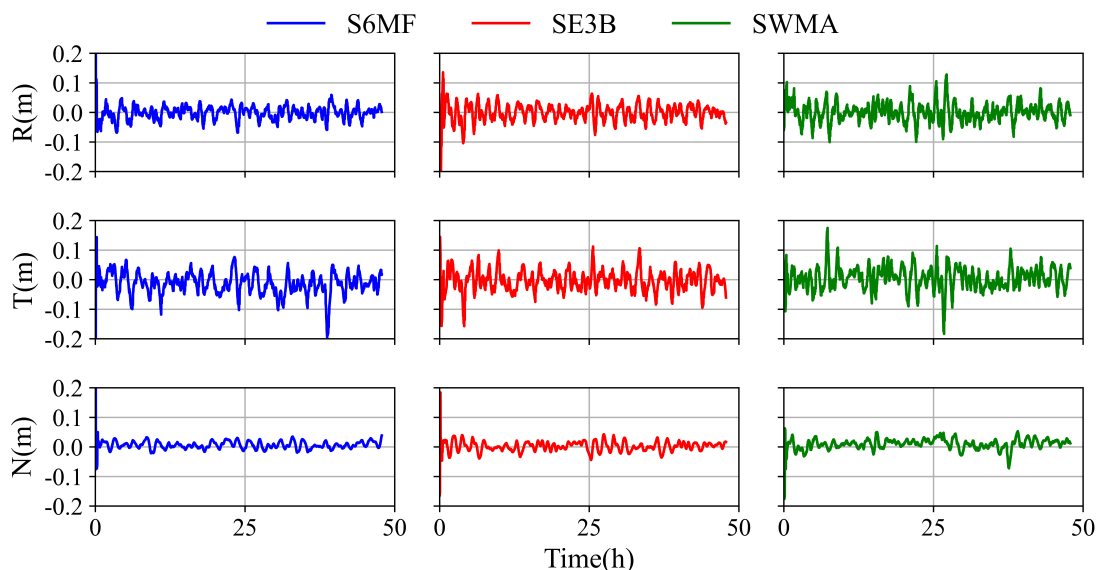


图 6-7 S6MF、SE3B和SWMA卫星基于CODE精密产品的定轨结果（仅包含滑动更新的最新5分钟部分）与参考轨道在径向（R）、切向（T）和法向（N）的误差序列

Figure 6-7 The orbital difference between the reference orbit and POD results based on CODE final products (considering the updating parts only) in radial (R), along-track (T) and cross-track (N) directions for S6MF, SE3B and SWMA.

表 6-4 S6MF、SE3B和SWMA卫星基于CODE精密产品的定轨误差统计（仅统计滑动更新部分）（单位：cm）

Table 6-4 Statistics of the orbital difference between the reference orbit and POD results based on CODE final products (considering the updating parts only) for S6MF, SE3B and SWMA (unit: cm).

卫星	径向 (R)	切向 (T)	法向 (N)	3D-RMS
S6MF	-0.07±2.14	-1.44±3.62	0.64±1.15	4.36
SE3B	-0.00±2.55	-0.33±3.34	0.19±1.47	4.45
SWMA	0.11±3.02	0.56±3.70	1.08±1.64	5.05

6.4.2.2 用户弧段内的轨道预报精度评估

根据本文的在轨自主定轨策略设计，每次完成当前弧段的精密定轨后，程序将立即执行轨道预报，并将位于用户弧段（User Arc，时间区间为 $[t_e+5 \text{ min}, t_e+25 \text{ min}]$ ）范围内的预报轨道数据播发给用户。因此，本节主要关注用户弧段内预报轨道的有效精度。

处理完所有观测时段后，共获得了 556 个有效用户弧段，每个用户弧段包含 20 分钟的预报轨道序列。为了直观展现预报精度随时间的衰减规律，本文将所有用户弧段的数据按照预报时间（每分钟为一个统计区间）进行切片，并进行了合并统计分析。图 6-8以箱线图的形式，展示了三颗卫星在 R、T、N 方

向的轨道预报误差随时间的分钟级分布情况。表 6-5 则重点汇总了预报进行至第 10 分钟和第 20 分钟这两个典型时刻的精度统计信息。

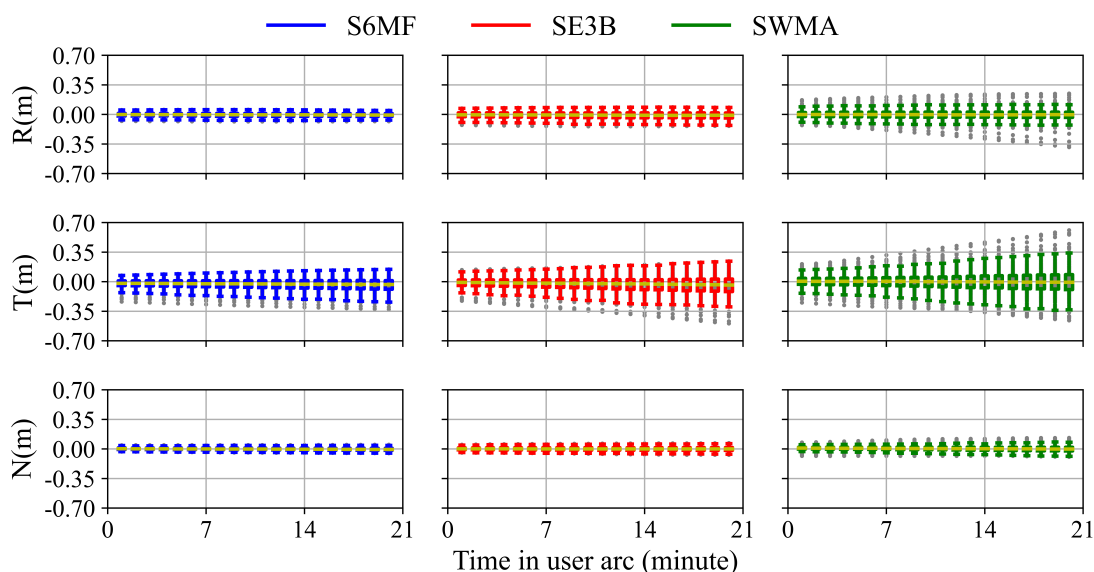


图 6-8 S6MF、SE3B 和 SWMA 卫星预报轨道（合并 556 个用户弧段数据）与参考轨道在径向（R）、切向（T）和法向（N）的误差分钟级箱线图

Figure 6-8 The minute-wise box-plot of orbital difference between the reference orbit and orbital prediction (merged by 556 user arcs' data) in radial (R), along-track (T) and cross-track (N) directions for S6MF, SE3B and SWMA.

结合图 6-8 和表 6-5 可以看出，受不同定轨精度和不同轨道高度（动力学环境）的影响，三颗卫星的轨道预报精度随着预报时长的增加呈现出不同程度的衰减。然而，在整个 20 分钟的用户弧段内，三者的三维预报平均 RMS 均能保持在 20 cm 以内。

SWMA 由于定轨精度最低且运行于受大气阻力影响最严重的低轨，其轨道精度衰减最为剧烈。在用户弧段的第 10 分钟，其 3D-RMS 为 11.39 cm，各单向 RMS 均能维持在 10 cm 优级。但当预报至第 20 分钟时，其 3D-RMS 快速衰减至 16.80 cm，特别是受沿迹动力学误差累积影响的切向，其 RMS 达到了 15.23 cm，在个别极端弧段甚至出现了超过 60 cm 的峰值偏差。

表 6-5 S6MF、SE3B和SWMA卫星预报轨道在第10分钟和第20分钟典型时刻的误差统计
(基于556个用户弧段数据合并)

Table 6-5 Statistics of the orbital difference between the reference orbit and orbital prediction (merged by 556 user arcs' data) at 10 and 20 minutes for S6MF, SE3B and SWMA.

卫星	方向	时刻	峰值误差	平均值±标准差	RMS
S6MF	R	10 min	-8.41 cm	-0.60±2.47 cm	2.54 cm
		20 min	-8.15 cm	-0.80±2.33 cm	2.47 cm
	T	10 min	-28.43 cm	-3.03±5.96 cm	6.69 cm
		20 min	-32.66 cm	-4.27±7.65 cm	8.88 cm
	N	10 min	4.60 cm	-0.00±1.60 cm	1.60 cm
		20 min	-5.07 cm	-0.43±1.90 cm	1.95 cm
SE3B	R	10 min	-14.11 cm	-0.84±3.75 cm	3.84 cm
		20 min	-13.62 cm	-1.09±3.99 cm	4.13 cm
	T	10 min	-34.32 cm	-2.54±7.72 cm	8.12 cm
		20 min	-49.51 cm	-4.38±11.06 cm	11.90 cm
	N	10 min	6.18 cm	0.05±2.15 cm	2.15 cm
		20 min	-7.09 cm	0.03±2.54 cm	2.54 cm
SWMA	R	10 min	-22.81 cm	-0.19±5.28 cm	5.29 cm
		20 min	-38.74 cm	-0.52±6.24 cm	6.26 cm
	T	10 min	38.07 cm	0.12±9.73 cm	9.74 cm
		20 min	60.90 cm	-0.50±15.22 cm	15.23 cm
	N	10 min	11.50 cm	0.48±2.57 cm	2.61 cm
		20 min	13.06 cm	-0.16±3.32 cm	3.32 cm

相比之下，S6MF拥有最高的初始定轨精度和最高（最平稳）的轨道动力学环境，因此其预报精度的衰减最为缓慢。在整个用户弧段内，S6MF在RTN三个方向均能维持优于10 cm的RMS值。即使预报至用户弧段的第20分钟，其3D-RMS仅为9.42 cm。

SE3B的定轨精度与S6MF相当。然而，由于其轨道高度较低，受地球重力和大气阻力摄动的影响更加显著，导致其轨道发散速度快于S6MF。在预报至第10分钟时，其各单向RMS仍能保持在10 cm内，3D-RMS为9.23 cm；但至第20分钟时，其切向RMS已衰减至11.90 cm，整体3D-RMS扩大为12.85 cm。

由于用户弧段内的预报轨道最终将直接用于拟合生成供地面用户使用的广播星历，本文引入了空间用户测距误差（Orbital User Range Error, OURE）^[145]指标，以进一步验证该预报轨道在实际导航服务中的有效性能。OURE的计算公式如下：

$$\sigma_{OURE} = \sqrt{w_R \sigma_R^2 + w_{T,N} (\sigma_T^2 + \sigma_N^2)} \quad (6-23)$$

其中, σ_R^2 、 σ_T^2 和 σ_N^2 分别表示轨道在径向、切向和法向的均方根误差 (RMSE)。 w_R 和 $w_{T,N}$ 代表由卫星轨道高度决定的投影加权系数^[146]。本文使用的这三颗卫星对应的投影系数如表 6-6所示。

表 6-6 S6MF、SE3B和SWMA卫星的OURE投影系数配置

Table 6-6 Projection factors for S6MF, SE3B and SWMA.

	S6MF	SE3B	SWMA
w_R	0.6045	0.5064	0.4170
$w_{T,N}$	0.3160	0.3706	0.4122

图 6-9展示了三颗卫星在各用户弧段内的 OURE 时间序列。如图所示, S6MF 表现出最小的平均 OURE, 仅为 4.69 cm。这一优异表现不仅得益于其整体预报精度高, 更因其径向精度极佳; 由式 (6-23)可知, 对于高轨卫星, 径向误差对 OURE 的贡献占据绝对主导地位。对于轨道略低的 SE3B, 切向和法向误差向用户视线投影的权重增加。由于 SE3B 在切向出现了显著的预报发散, 导致其平均 OURE 升高至 6.59 cm。SWMA 的平均 OURE 最大, 为 8.86 cm, 这主要是因为其较低的轨道高度使得 R、T、N 三个方向的误差几乎同等程度地参与了 OURE 投影。总体而言, 这三颗卫星在提供模拟广播星历服务时, 其平均 OURE 指标均完全满足优于 10 cm 的高精度导航服务门槛。

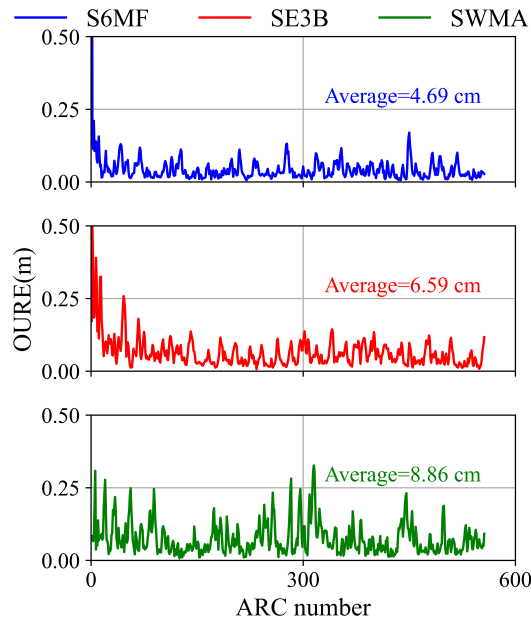


图 6-9 S6MF、SE3B和SWMA卫星各用户弧段的OURE时间序列, 图中标注数值表示整体平均OURE

Figure 6-9 The OURE of each user arc for S6MF, SE3B and SWMA, and the number in the figure represents the average OURE.

6.4.2.3 基于广播星历的定轨精度评估

在诸多完全自主运行的真实工程场景中，LEO 卫星无法实时获取地面播发的精密星历产品，只能依赖接收 GNSS 的广播星历进行实时定轨。因此，有必要专门针对纯广播星历场景，对本文使用的处理策略进行有效性验证。

图 6-10展示了三颗卫星在仅使用 GNSS 广播星历条件下的实时定轨误差序列分布情况。相应的统计结果汇总于表 6-7中。

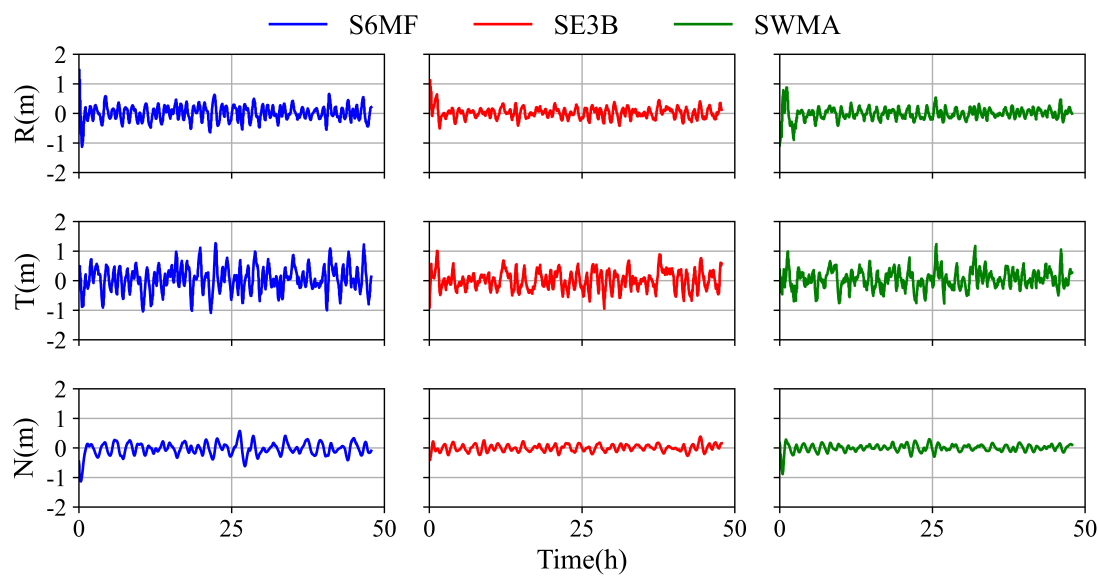


图 6-10 基于GNSS广播星历的定轨结果（仅包含滑动更新的最新5分钟部分）与参考轨道在径向（R）、切向（T）和法向（N）的误差序列

Figure 6-10 The orbital difference between the reference orbit and POD results based on BRDC (considering the updating parts only) in radial (R), along-track (T) and cross-track (N) directions for S6MF, SE3B and SWMA.

表 6-7 基于GNSS广播星历的定轨误差统计（仅统计滑动更新部分）（单位：cm）

Table 6-7 Statistics of the orbital difference between the reference orbit and POD results based on BRDC (considering the updating parts only) for S6MF, SE3B and SWMA (unit: cm).

卫星	径向 (R)	切向 (T)	法向 (N)	3D-RMS
S6MF	-1.51±23.28	6.12±40.98	-1.95±18.66	50.65
SE3B	0.15±15.75	1.30±29.24	1.80±10.86	34.95
SWMA	0.15±15.10	1.29±29.68	0.46± 9.89	34.73

由图 6-10和表 6-7可以看出，在纯广播星历支持下，S6MF 卫星的定轨精度在三者中降为最低，这与此前使用 CODE 精密产品时的结论截然相反。S6MF 的 3D-RMS 发散至 50.65 cm，而 SE3B 和 SWMA 仍能维持在 34.95 cm 和 34.73 cm。导致 S6MF 精度显著下降的核心原因在于：S6MF 主要使用的是 C1C 和 C2L 信

号组合，而在本处理软件解算广播星历的模块中，尚未将广播星历自带的群延迟（Total Group Delay, TGD）参数应用于修正该频点组合下的信号硬件延迟，从而引入了未吸收的系统性偏差。尽管存在此类硬件延迟处理的瑕疵，三颗卫星整体上依旧实现了分米级的在轨实时定轨能力，其中 SE3B 和 SWMA 的精度稳稳优于 40 cm。这一精度水平已经能够满足绝大多数对实时/近实时轨道有分米级精度要求的遥感与低轨导航天基载荷任务。

6.5 GNSS → LEO → DRO-LunarSat 异构编队联合定轨

基于上述自适应滑动窗口滤波算法，可实现 LEO 卫星在轨自主精密定轨，并在地月导航中提供持续的 PNT 服务。在此基础上，本文使用了 GNSS → LEO → DRO-LunarSat 的时空信息传递架构，以释放日益增长的地面深空测控网的测控压力。本节将以数值仿真的形式，验证该架构下，DRO 航天器与 LunarSat 的自主导航可行性及其性能。

6.5.1 仿真与定轨解算设置

为验证上述时空信息传递架构的有效性，本节设计了长达 24 天的数值仿真场景。考虑到工程实际与物理约束，本节并未构建虚构的庞大网络，而是充分整合了前文已验证的星座构型，具体设计如下：

(1) 星座构型组合：在近地空间节点方面，直接沿用第 4 章中使用的由 SE1A、SE3B 和 SWMB 三颗典型低轨卫星组成的 LEO 观测网。正如第 4 章所述，这三颗极轨卫星的轨道面在地球表面均匀分布，但受限于地球实体遮挡，短时间内难以实现三颗卫星同时对靠近月球的航天器建立有效观测。但考虑到 LEO 卫星运行周期极短，因此可在长达 24 天的定轨弧段内，利用其在惯性空间中交替完成对地月空间航天器的测控。在地月空间节点方面，DRO 与 LunarSat 的星座构型及天线硬件约束严格沿用第 5 章的设定，即 3 颗运行于近白道面的 DRO 航天器，以及 3 颗大偏心率极轨 LunarSat。

(2) LEO 卫星自主定轨：在实时场景下，LEO 卫星可仅依靠星载 GNSS 接收机以及 GNSS 卫星广播的星历、钟差和 EOP 参数实现在轨无人值守的自主导航工作。因此在开展本节的仿真工作之前，将使用广播星历以及上述自适应滑动窗口滤波算法，为各 LEO 卫星进行仿实时精密定轨，以获取实时状态下 LEO 卫星的精密轨道，定轨过程中使用的模型以及参数解算策略与前文表 6-2 所示相同。

(3) ISL 建链：在上述轨道基础上，通过精密动力学模型积分生成相应的 DOWR 观测值，包含 LEO-DRO 链路、DRO-DRO 内部链路、DRO-LunarSat 链路以及 LunarSat-LunarSat 内部交叉链路。其中，建链条件均与前文保持一致。表 6-8 展示了本节观测值仿真中的模型选择与参数设置。

(4) DRO-LunarSat 自主定轨设置：如表 6-9 所示，DRO 和 LunarSat 的星间自主导航使用了与第 5 章中相同的模型和参数解算策略，因此本节不再重复叙述。

表 6-8 观测值仿真中的参数设置

Table 6-8 Settings in observation simulation

项目	模型 & 描述
LEO 基准轨道	同第 4 章
地球自转参数	EOP IERS Bulletin A
月球自转参数	DE440
引力场模型	DRO & LunarSat: GRGM900C (150×150) ^[120]
N体引力	DE440 ^[81]
广义相对论	IERS2010 ^[77]
太阳光压	DRO & LunarSat: Cannon-ball模型
经验加速度	仅考虑切向和法向的正弦和余弦项系数
积分器	KSG积分器 ^[106]
积分步长	DRO: 60 sec; LunarSat: 30 sec
天线半锥角	均设置为 45 degree
观测噪声	LEO-DRO: 1.0 m; DRO-DRO: 0.03 m; DRO-LunarSat: 0.1 m; LunarSat-LunarSat: 0.03 m

6.5.2 LEO实时定轨精度与仿真观测数据

在将 LEO 卫星作为动态基准之前，首先需获取其基于 GNSS 广播星历的实时定轨结果。在数据处理过程中，考虑到真实在轨运行情况，SE1A 卫星在 DOY 6、22 和 23 执行了轨道机动，SWMB 卫星在 DOY 17 和 18 也进行了轨道机动。为避免轨道机动带来的异常动力学误差影响统计结果的客观性，本文在精度评估与后续观测值生成中，已将上述机动时段的数据予以剔除。

图 6-11 和表 6-10 展示了剔除机动时段后各 LEO 卫星的实时定轨精度统计。由表可知，三颗卫星的 3D-RMS 均稳定在 0.48 ~ 0.55 m 之间，其中径向、切向和法向的 RMS 分别约为 0.2 m、0.4 m 和 0.15 m。这表明在仅依赖广播星历的条件下，本文选用的 LEO 卫星实时定轨精度处于分米级水平，该结果将在后续的 DRO-LunarSat 自主定轨中固定为已知，为 DRO 和 LunarSat 提供时间和空间基准。

针对图 6-11 中 SE1A 卫星在 DOY 15 出现的局部定轨误差跃变（3D-RMS 约 1.0 m），经核查，该卫星在当日 20:00 至 24:00 时段内执行了一次小幅度的轨道机动。与前述被剔除的剧烈机动不同，此次小规模机动对动力学模型的冲击较小，定轨滤波器在短时间内迅速恢复了收敛。此外，从后续的定轨评估结果来看，DRO 航天器和 LunarSat 的定轨精度稳定，且在相应时段内并未出现对应的误差跳变。因此，为最大限度地保留并反映真实在轨测控环境的复杂性，本文未对 DOY 15 的数据进行额外剔除。

在获取 LEO 实时轨道后，本文基于 LEO 的精密星历仿真生成了整个地月异构编队的 DOWR 观测值。图 6-12 展示了本设定下各 LEO 卫星对 DRO 航天器的

表 6-9 DRO-LunarSat精密定轨模型和参数解算策略

Table 6-9 models and the parameter estimation strategy in POD for DRO-LunarSat constellation

项目	模型 & 描述
观测值模型	
卫星姿态	名义姿态
超限观测值处理	根据 3σ 原则剔除
参数估计方法	最小二乘批处理
动力学模型	
地球自转参数	EOP IERS Bulletin A
月球自转参数	DE421
引力场模型	DRO & LunarSat: GRGM900C (120x120)
N体引力	DE431 ^[87]
广义相对论	IERS2010 ^[77]
太阳光压	Cannon-ball模型
经验加速度	仅考虑切向和法向的正弦和余弦项系数
积分器	KSG积分器 ^[106]
积分步长	LunarSat: 30 sec; DRO: 60 sec
参数估计	
轨道参数	估计初始历元位置和速度
太阳光压系数	每弧段估计1个
经验加速度	每弧段估计1组
参数先验约束	
轨道参数	位置标准差: $5E + 3$ m, 速度标准差: 5 m/s
太阳光压系数	初始值: 1, 标准差: 10
经验加速度	初始值: 0 m/s^2 ; 标准差: $1E - 7 \text{ m/s}^2$

可视时间分布。受限于地球实体遮挡与 LEO 卫星的轨道面分布，近地节点对深空目标的观测呈现出时序接力的特征。表 6-11 统计了总计 24 天（划分为 6 个连续的 4 天定轨弧段）仿真时段内各类星间链路的观测值概况。仿真共获取 54423 条观测数据，其中深空内部交叉链路（DRO-DRO、DRO-LunarSat、LunarSat-LunarSat）合计占比为 85.45%，而跨区域的 LEO-DRO 链路占比为 14.54%。

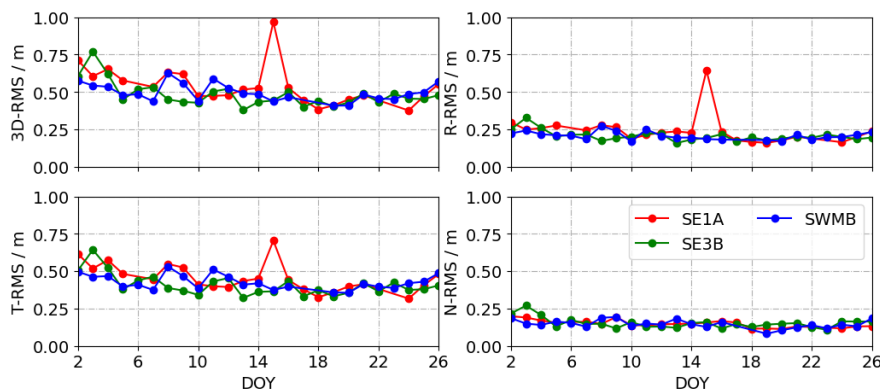


图 6-11 广播星历支持下各LEO卫星的实时定轨精度

Figure 6-11 Real-time orbit determination accuracy for LEOs based on BRDC.

表 6-10 广播星历支持下各LEO的实时定轨精度统计

Table 6-10 Statistical of real-time orbit determination accuracy for LEOs based on BRDC.

航天器	3D-RMS (m)	R-RMS (m)	T-RMS (m)	N-RMS (m)
SE1A	0.554	0.259	0.466	0.151
SE3B	0.488	0.209	0.412	0.157
SWMB	0.502	0.209	0.431	0.149

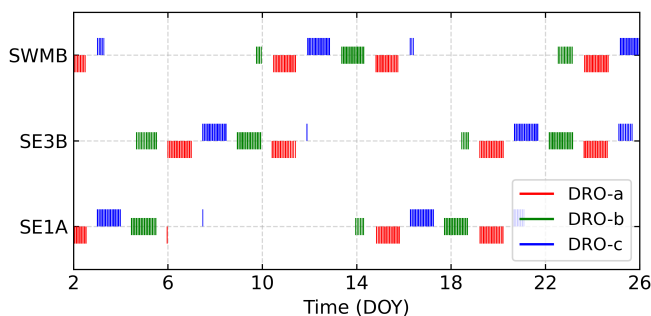


图 6-12 各LEO卫星对各DRO的可视时间

Figure 6-12 Visibility analyze between LEO satellites and DROs.

6.5.3 DRO与LunarSat定轨精度分析

在将上述 LEO 实时定轨结果作为已知动态基准引入 DRO-LunarSat 自主定轨，并分 6 个 4 天独立弧段进行依次解算后，DRO 与 LunarSat 的最终定轨表

表 6-11 LEO-DRO-LunarSat编队ISL观测值概况

Table 6-11 Overview of LEO-DRO-LunarSat constellation ISL observations

观测类型	观测数	测量噪声	百分比
LEO-DRO	7915	100.0 cm	14.54 %
DRO-DRO	21743	3.0 cm	39.95 %
DRO-LunarSat	5808	10.0 cm	10.67 %
LunarSat-LunarSat	18957	3.0 cm	34.83 %
总计	54423	—	100 %

现如图 6-13和表 6-12所示。图 6-13和表 6-12展示了3颗 DRO 航天器的定轨精度。在总计 24 天的自主定轨中，DRO 在径向和切向的 RMS 分别约为 0.8 cm 和 21 cm；其轨道法向的误差 RMS 约为 5.2 m。

表 6-12 各DRO的定轨精度统计

Table 6-12 Statistical of Orbit determination accuracy for DROs.

航天器	R-RMS (m)	T-RMS (m)	N-RMS (m)
DRO-a	0.008	0.205	5.225
DRO-b	0.008	0.219	5.287
DRO-c	0.007	0.224	5.281

极轨 LunarSat 的定轨表现如图 6-14和表 6-13所示，其径向精度同样为亚厘米级（约 0.3 ~ 0.4 cm），切向和法向的误差则在分米级（RMS 约 0.3 ~ 0.8 m）。同时结合图 6-14可以看出，在各定轨弧段内，LunarSat 的切向与法向误差均呈现出与 Z 轴坐标相关的分布特征。

表 6-13 各LunarSat的定轨精度统计

Table 6-13 Statistical of Orbit determination accuracy for LunarSats.

PRN	R-RMS (m)	T-RMS (m)	N-RMS (m)
LunarSat-a	0.004	0.823	0.313
LunarSat-b	0.003	0.594	0.526
LunarSat-c	0.003	0.316	0.657

针对上述误差分布现象，结合前文的理论分析，可得出如下结论：

(1) DRO 与 LunarSat 的径向误差均保持在亚厘米级，整体轨道误差在各定轨弧段内优于 10 m。这说明通过 LEO 星座在近地空间的时序接力观测，系统获得了有效的绝对位置约束，进而取得了米级甚至分米级的定轨精度。

(2) DRO 的主要误差集中在轨道法向（约 5.2 m）。这与第 4 章的结论一致，

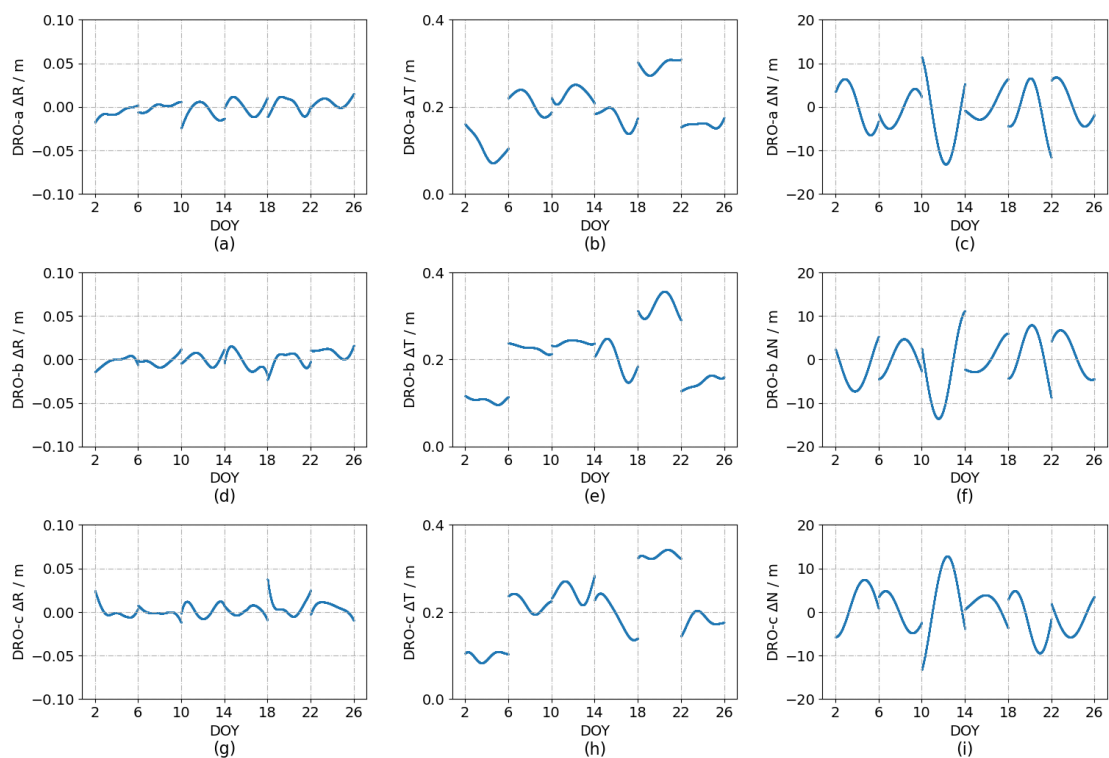


图 6-13 各DRO的定轨精度。(a)~(c)为DRO-a的定轨精度；(d)~(f)为DRO-b的定轨精度；(g)~(i)为DRO-c的定轨精度

Figure 6-13 Orbit determination accuracy for DROs. (a)~(c) are accuracies of DRO-a; (d)~(f) are accuracies of DRO-b; (g)~(i) are accuracies of DRO-c.

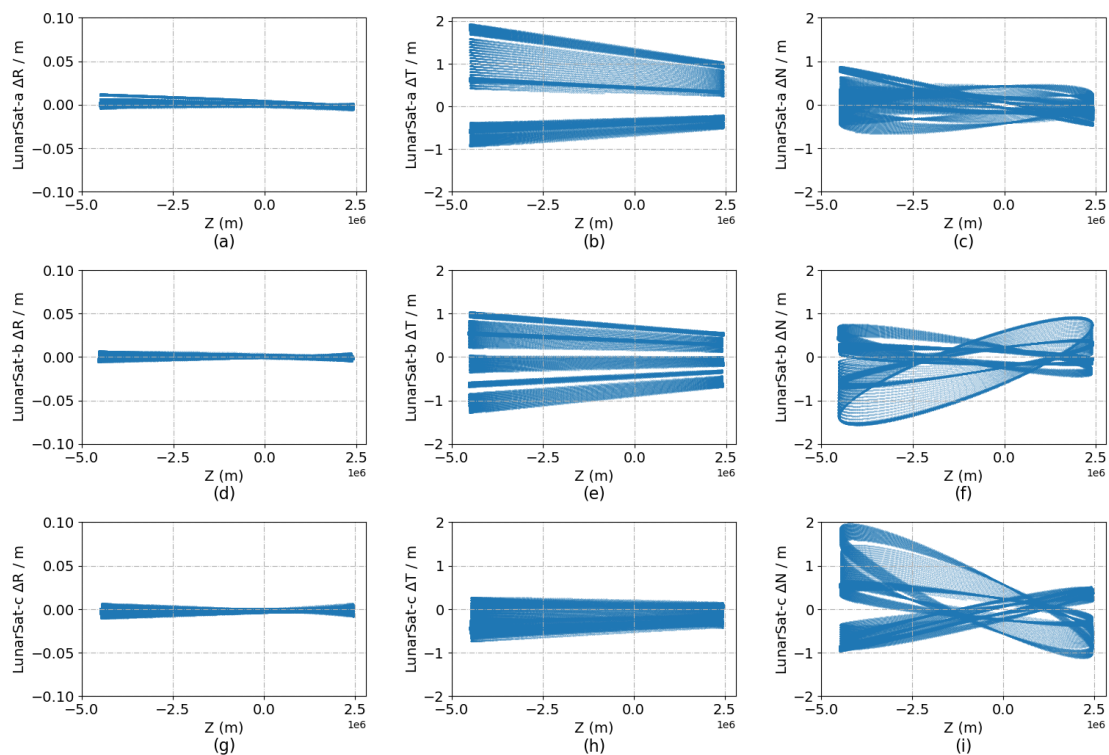


图 6-14 各LunarSat的定轨精度随Z轴坐标的变化。(a)~(c)为LunarSat-a在轨道坐标系下的定轨精度；(d)~(f)为LunarSat-b在轨道坐标系下的定轨精度；(g)~(i)为LunarSat-c在轨道坐标系下的定轨精度

Figure 6-14 The orbit determination accuracy of LunarSats varies with the Z-axis coordinate.(a)~(c) are accuracies of LunarSat-a; (d)~(f) are accuracies of LunarSat-b; (g)~(i) are accuracies of LunarSat-c.

即由于 LEO 轨道尺度远小于地月距离, 导致 LEO-DRO 星间测距无法对 DRO 的轨道法向形成有效的约束。

(3) LunarSat 的轨道误差主要表现为与 Z 轴坐标 (也即纬度) 相关的分布。这与第 5 章的结论保持一致, 即严苛的建链条件, 使 LunarSat 的观测点主要集中在月球赤道面附近, 进而导致 LunarSat 的轨道倾角与近地点幅角的观测几何相对较弱, 影响了轨道切向和法向的定轨精度。

(4) 与第 5 章中 GNSS-DRO-LunarSat 星间链路的自主定轨结果相比, 本节展现出了更优的定轨性能。在第 5 章 SDL 场景下的定轨结果中, DRO 的法向误差约在 50 m, LunarSat 的切向与法向误差在 4 ~ 7 m 之间; 而在本节固定 LEO 轨道为已知后, DRO 的法向误差被进一步压缩至 5.2 m, LunarSat 则全面收敛至亚米级。分析其动力学与几何原因在于: 相比于运行周期约为 12 小时的 GNSS 卫星, LEO 卫星轨道周期极短, 其为 DRO 航天器提供了更为丰富、高频的几何视线变化, 这种变化能在仅有少量观测数据的情况下, 更有效地加速深空航天器轨道参数的收敛。也更进一步说明使用 LEO 作为深空自主导航节点具有更高的运行效率。

6.6 本章小结

本章面向我国卫星导航系统向深空拓展及低轨导航增强的实际工程需求, 首先针对低轨卫星自主运行的关键技术——星上实时精密定轨展开了算法设计与实测试验; 随后在此基础上对 GNSS → LEO → DRO-LunarSat 的分层级时空信息传递架构进行了研究。

通过星载 GNSS 实测数据处理与数值定轨仿真, 本章主要得出以下结论:

(1) 针对未来低轨导航卫星的自主运行需求, 采用了一种星上自适应滑动窗口滤波定轨策略。该方法在数学上与批处理最小二乘等价, 有效化解了短预报更新所需的动力学拟合与星上计算资源受限之间的矛盾。利用 S6MF、SE3B 和 SWMA 等卫星实测数据的验证表明, 在 GNSS 精密星历的支持下, 能实现优于 5 cm 的实时定轨精度、优于 10 cm 的 10 min 轨道预报精度以及优于 20 cm 的 20 min 轨道预报精度, 且预报轨道的空间用户测距误差均优于 10 cm; 在仅依赖 GNSS 广播星历的条件下, 该算法也可稳定实现优于 0.5 m 的星上实时定轨精度。

(2) 通过将上述星上实时定轨策略和 GNSS → LEO → DRO - LunarSat 分层级时空信息传递架构的结合, 可有效为地月空间传递高精度时空信息, 并提供地月 PNT 服务。本章将实时定轨 (基于 GNSS 广播星历) 得到的分米级 LEO 实时轨道作为动态基准, 引入 DRO - LunarSat 观测网络。在总计 24 天 (分为 6 个 4 天独立弧段) 的最小二乘批处理解算中, DRO 与 LunarSat 的径向精度均达到亚厘米级, 三维定轨精度优于 10 m。这表明, 使用异面 LEO 卫星作为深空自主导航节点, 能够实现地月空间航天器的高精度绝对定轨。

(3) GNSS → LEO → DRO - LunarSat 分层级时空信息传递架构具有较为

显著的工程可行性与经济优势。与第 5 章 GNSS 直连深空航天器的架构相比, 利用 LEO 卫星极短的轨道周期与快变几何特性, 深空航天器的轨道收敛精度实现了量级上的提升 (DRO 法向误差由约 50 m 降至 5.2 m, LunarSat 误差降至分米级)。在实际工程中, 将高功耗的深空通信载荷部署于低成本、易迭代的 LEO 卫星上, 不仅避免了对核心 GNSS 星座常规 PNT 服务的干扰, 还能降低深空导航系统的构建与运维成本, 具有一定的工程应用价值。

最后, 受限于当前地月空间真实 ISL 观测数据的匮乏, 本文在深空定轨验证部分仍基于高精度动力学仿真完成。在实际工程应用中, 深空探测器会面临热辐射、姿控喷气电推等复杂的非保守力摄动, 且星间链路质量也会受距离、姿态变化和观测天线的频繁切换的影响而存在动态变化。结合真实的深空复杂摄动和观测建模, 开展进一步定轨与预报分析, 是后续研究的重要方向。

第7章 总结与展望

近年来,随着各航天大国持续推进地月空间探索任务,传统以地基测控为主的导航方式在覆盖范围、连续服务能力和系统扩展性等方面逐渐显现出局限。与此同时,GNSS在近地空间已形成较为成熟的高精度PNT服务体系,未来还要将服务区域进一步向深空延伸;其在星间链路、自主定轨和星座协同运行等方面积累的技术经验,也为地月空间高精度PNT服务体系的构建提供了重要借鉴。在这一背景下,本文围绕地月空间星间测量自主导航中的高精度轨道确定问题,从理论分析、模型构建、软件实现及仿真验证等方面开展了系统研究。

7.1 本文主要工作总结

本文的工作和创新主要体现在以下几个方面:

(1) 系统分析了地月空间星间自主导航的基本机理。为厘清地月空间复杂动力学环境下特殊轨道导航机理,本文先基于圆型限制性三体问题介绍了DRO轨道的动力学特性与微分修正方法,构建了可用于后续分析与仿真的多组DRO轨道初值。随后,结合星间测量模型研究了近地空间与地月空间自主导航在观测几何和可观测性上的差异。研究表明,地月空间特殊动力学环境可为星间自主导航提供不同于近地空间的状态约束。通过引入地月方向指引,可以有效抑制近地星座整体旋转,这为后续利用地月空间节点增强系统可观性奠定了理论基础。

(2) 研究了面向地月空间的精密定轨模型与处理流程,并作为主要成员研制了SODA软件平台。为解决地月空间定轨中多时间系统、多参考系和多中心天体统一处理困难的问题,本文对GCRS、LCRS和BCRS等参考系统下的时空基准关系、状态表达与转换、观测模型和定轨流程进行了系统梳理,并研究了统一的精密定轨模型、观测处理流程与参数估计框架。作者作为主要参与者,参与研制了自主研发的SODA软件平台,实现了观测仿真、轨道预报、参数估计与结果分析等功能。经过实测数据验证,SODA软件具备多类型观测数据处理能力,可实现近地空间和地月空间航天器的高精度定轨分析。

(3) 分析了LEO-DRO星间自主导航中双单程测距上下行时间间隔对定轨性能的影响。针对异构航天器双单程测距观测体制设计规律不明确的问题,本文研究了上下行时间间隔变化对LEO-DRO自主导航定轨性能的影响。结果表明,当上下行时间间隔由0s放宽至20s时,LEO卫星三维定轨精度变化仅约5.3%;在 $\Delta\tau = 10\text{s}$ 时,定轨精度可进一步达到2.57m。上述结果说明,在时钟性能和链路能力满足要求的条件下,适当放宽上下行时间间隔不会显著降低定轨精度,反而有助于改善系统可观性和观测调度裕度。

(4) 揭示了LEO-DRO自主导航中DRO法向弱可观性的形成机理。针对

DRO 法向方向误差约束不足的问题, 本文结合理论分析与数值仿真研究了轨道尺度差异、观测几何及构型关系对法向可观性的影响。研究表明, LEO 轨道尺度相对于地月距离过小, 是导致 DRO 法向弱可观的重要根源: 对于 GEO 卫星, 法向敏感度比例 $|z_1|/D_{EM}$ 约为 0.11, 而对轨道高度 400–2000 km 的 LEO 卫星, 该比例仅为 0.01–0.02 量级。受此限制, 在 LEO-DRO 构型下, 当 LEO 与 DRO 近似共面时, DRO 自主定轨误差约为 712 m; 增大 LEO 轨道面与白道面夹角后, DRO 定轨精度可改善至 20–40 m, 其中法向误差约为 26 m; 若 DRO 轨道调整至与白道面近似垂直, 则定轨精度可进一步提升至约 10 m, 法向误差约为 8 m。该结果说明, 优化近月航天器星座构型, 相比优化近地航天器星座构型更容易改善 DRO 的法向弱可观。

(5) 研究了利用地月空间异构节点抑制 GNSS 星座整体旋转的方法, 并获得了显著精度提升。针对纯 GNSS 星间自主导航中星座整体旋转难以有效约束的问题, 本文构建了包含 GNSS、DRO 和 LunarSat 的异构网络, 研究了地月空间节点对近地星座整体定向能力的增强作用。结果表明, GNSS 星座的绝对定轨精度可由仅使用近地星间链路时的约 120 m, 提升至引入 DRO 后的约 30 m, 精度提升约 75%; 进一步引入 LunarSat 后, GNSS 星座平均定轨精度可提升至约 6 m, 相较仅有 GNSS 的情形提升约 95%。值得注意的是, 这一改进是在地月空间链路观测数量占比不足 5% 的条件下实现的, 说明少量异构观测即可对近地星座整体旋转形成有效抑制。此外, 本文还分析了 LunarSat 在可视条件约束下的弱可观特性。结果表明, 虽然其三维定轨精度可稳定在 6–7 m, 但由于观测点主要分布于月球赤道面附近, 其轨道倾角、升交点赤经和近地点角距参数估计仍存在弱可观现象。该结果进一步揭示了异构星间链路系统中的可观性差异及参数估计特征, 可为后续星座构型设计提供参考。

(6) 研究了 LEO 卫星星上实时自主定轨方法, 并验证了其实时定轨与短时预报能力。面向低轨航天器自主运行对实时、高精度、低资源消耗定轨能力的需求, 本文研究了基于自适应滑动窗口滤波的 LEO 卫星星上实时自主定轨方法, 实现了短弧轨道的连续更新与预报。实测数据验证表明, 在 GNSS 精密星历支持下, 该方法能够实现优于 5 cm 的实时定轨精度、优于 10 cm 的 10 min 轨道预报精度以及优于 20 cm 的 20 min 轨道预报精度, 且预报轨道的空间用户测距误差均优于 10 cm; 在仅依赖 GNSS 广播星历时, 也可稳定实现优于 0.5 m 的实时定轨精度。上述结果表明, 该方法具备为低轨卫星提供厘米级实时定轨和分米级短时预报的能力。

(7) 构建了 GNSS → LEO → DRO-LunarSat 地月空间时空基准分层传递架构, 并验证了其支撑地月空间高精度定轨的可行性。为支撑地月航天器自主运行, 在 LEO 星上实时定轨基础上, 进一步构建了 GNSS → LEO → DRO - LunarSat 地月时空基准分层传递架构, 并通过联合定轨仿真验证了其有效性。结果表明, 在总计 24 天、6 个独立 4 天弧段的联合解算中, 以分米级 LEO 实时轨道作为动态基准, 可实现 DRO 与 LunarSat 径向毫米级、三维优于 10 m 的定轨精度, 相比第 5 章时中数十米量级结果有明显改善。该结果表明, 由近地高精

度动态基准向地月空间逐级传递时空信息是一条可行路径,可为未来地月空间 PNT 体系建设提供工程实现参考。

7.2 未来展望

尽管本文围绕地月空间自主导航中的高精度轨道确定问题开展了研究,并在理论分析、模型构建、软件实现以及异构网络应用验证等方面取得了阶段性成果,但面向未来地月空间 PNT 建设与长期运行需求,相关研究仍有进一步深化和拓展的空间。后续可重点从以下几个方面展开。

(1) 星座构型与观测几何对精密定轨的影响机制需进一步挖掘

地月空间具有狭长的空间几何构型和复杂的多体动力学环境,仅从轨道根数角度分析观测几何对定轨性能的影响,尚难充分揭示特殊轨道条件下的可观性特征。未来可面向 DRO、NRHO 等典型三体轨道,进一步研究测量体制、星座构型与观测几何之间的耦合关系,系统分析其对导航精度、服务连续性和通信覆盖能力的影响,为地月空间 PNT 星座设计提供理论依据。

(2) 地月空间完整 PNT 服务能力的构建

本文重点解决了自主导航中的高精度定轨问题,但钟差及各类系统差仍是制约星间链路应用能力的重要因素。与此同时,未来地月空间 PNT 服务不仅需要提供轨道信息,还应具备时间同步、星间授时、完整性监测和服务连续性保障等能力。此外,随着地月空间 PNT 枢纽逐步建设,多时空基准并存条件下的时间同步与参考框架统一也将成为关键问题。后续可围绕授时基准维持、星间时间同步、系统差建模补偿及多时空基准统一等方面开展深入研究,推动地月空间导航由高精度定轨能力向综合 PNT 服务能力发展。

(3) 从仿真分析走向在轨试验与工程实现

本文的大部分研究工作基于仿真分析完成,所提方法在理想条件下已得到较充分验证,但其在复杂空间环境、有限星载资源约束以及真实观测误差作用下的适应性仍需进一步检验。后续可结合实测数据处理以及条件允许下的在轨验证,对星间测量、自主定轨和时空基准分层传递等关键技术开展更接近真实任务场景的评估研究,以进一步验证其工程适用性。

(4) 进一步发展面向复杂环境的智能自主导航技术

地月空间任务具有运行周期长、环境摄动复杂、观测条件变化大和人工干预受限等特点,对导航系统的长期自主运行能力提出了更高要求。本文主要采用最小二乘批处理方法进行参数估计,但在真实地月空间自主导航场景中,批处理方法通常难以满足跨区域网络实时解算需求,集中式解算模式也难以长期适用于多层异构网络。相比之下,基于滤波的分布式实时自主定轨方法更具应用潜力。与此同时,地月航天器通常会搭载多种测控与通信手段,如何在充分利用多源观测信息的同时兼顾系统实时性与计算资源约束,仍是值得进一步研究的问题。在此基础上,可尝试引入人工智能方法,在异常识别、多源信息融合、模型误差补偿和观测调度优化等方面开展探索,以提升复杂环境下自主导

航系统的自适应能力与运行效率。后续可进一步研究适用于复杂环境与多层次星座构型的智能自主导航技术，为未来地月空间高自主、低依赖的导航体系建设提供支撑。

参考文献

- [1] Henon M. Numerical exploration of the restricted problem, V [J]. *Astronomy and Astrophysics*, 1969, 1: 223-238.
- [2] 王文彬. 基于 DRO-LEO 编队的地月航天器自主导航与授时研究 [D]. 中国科学院大学, 2020.
- [3] 耿仁方. 基于激光测距的地月时频传递与精密定轨研究 [D]. 北京: 中国科学院大学, 2025.
- [4] 裴照宇, 刘继忠, 王倩, 等. 月球探测进展与国际月球科研站 [J]. *科学通报*, 2020, 65(24): 2577-2586.
- [5] Hoshino T, Wakabayashi S, Ohtake M, et al. Lunar polar exploration mission for water prospection - JAXA's current status of joint study with ISRO [J]. *Acta Astronautica*, 2020, 176: 52-58.
- [6] Wang W, Shu L, Liu J, et al. Joint navigation performance of distant retrograde orbits and cislunar orbits via LiAISON considering dynamic and clock model errors [J]. *Navigation*, 2019, 66(4): 781-802.
- [7] 陈明, 唐歌实, 曹建峰, 等. 嫦娥一号绕月探测卫星精密定轨实现 [J]. *武汉大学学报(信息科学版)*, 2011, 36(02): 212-217.
- [8] Li P, Hu X, Huang Y, et al. Orbit determination for Chang'E-2 lunar probe and evaluation of lunar gravity models [J]. *Science China Physics, Mechanics and Astronomy*, 2012, 55(3): 514-522.
- [9] Huang Y, Chang S, Li P, et al. Orbit determination of Chang'E-3 and positioning of the lander and the rover [J]. *Chinese Science Bulletin*, 2014, 59(29-30): 3858-3867.
- [10] Li P, Huang Y, Fan M, 等. Orbit determination for Chang'E-5 mission in rendezvous and docking [J]. *SCIENTIA SINICA Physica, Mechanica & Astronomica*, 2021, 51(11): 119508.
- [11] 李培佳, 黄勇, 樊敏, 等. 嫦娥五号探测器交会对接段定轨精度研究 [J]. *中国科学:物理学天文学*, 2021, 51(11): 66-77.
- [12] Hu H, Wang Q, Huang H, 等. Overall design and implementation of Chang'E-6 mission [J]. *SCIENTIA SINICA Technologica*, 2025, 55(7): 1194-1206.
- [13] Xu L, Pei Z, Zou Y, et al. China's Lunar and Deep Space Exploration Program for the Next Decade (2020-2030) [J]. *Chinese Journal of Space Science*, 2020, 40(5): 615.
- [14] Smith M, Craig D, Herrmann N, et al. The Artemis Program: An Overview of NASA's Activities to Return Humans to the Moon [C]//2020 IEEE Aerospace Conference. Big Sky, MT, USA: IEEE, 2020: 1-10.
- [15] NASA Office of Inspector General. NASA's Management of the Artemis Missions: No. IG-22-003 [R]. NASA, 2021.
- [16] NASA Office of Inspector General. NASA's Readiness for the Artemis II Crewed Mission to Lunar Orbit: No. IG-24-011 [R]. NASA, 2024.
- [17] Johnston M. Deep Space Network Scheduling Using Multi-Objective Optimization with Uncertainty [C]//SpaceOps 2008 Conference. Heidelberg, Germany: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2008.

- [18] Fienga A, Rambaux N, Sosnica K. Lunar References Systems, Frames and Time-scales in the context of the ESA Programme Moonlight [Z]. 2024.
- [19] Parker J S, Anderson R L. Low-Energy Lunar Trajectory Design [M]. 1st ed. Wiley, 2014.
- [20] 郭树人, 李罡, 董明, 等. 关于地月导航系统发展的思考 [J]. 深空探测学报 (中英文), 2025, 12(4): 367-376.
- [21] Thornton C L, Border J S. Radiometric Tracking Techniques for Deep Space Navigation [M]. 1st ed. Wiley, 2003.
- [22] 杨鹏. 月球和深空探测器多源数据定轨问题研究 [D]. 中国科学院大学, 2024.
- [23] Huang Y, Yang P, Chen Y, 等. Orbit determination of a cislunar space probe using Inter-Satellite Link data [J]. SCIENTIA SINICA Physica, Mechanica & Astronomica, 2022, 53 (2).
- [24] Tang C, Hu X, Zhou S, et al. Initial results of centralized autonomous orbit determination of the new-generation BDS satellites with inter-satellite link measurements [J]. Journal of Geodesy, 2018, 92(10): 1155-1169.
- [25] Yang J, Tang C, Hu X, et al. Centimeter-level clock synchronization and space-borne timescale generation for BDS-3 using inter-satellite link measurements [J]. Journal of Geodesy, 2023, 97(8): 77.
- [26] Gardner T, Cheatham B, Bolliger M, et al. CAPSTONE: An Ongoing Demonstration of Navigation and Autonomy Technologies in the Cislunar Domain [C]//Proceedings of the 2022 International Technical Meeting of The Institute of Navigation. Long Beach, California, 2022: 471-484.
- [27] Crenshaw J. Overview of LCRNS Position, Navigation and Time (PNT) Services [Z]. 2025.
- [28] Mangialardo M, Jurado M M, Hagan D, et al. Autonomous navigation for moon missions: A realistic performance assessment, considering earth GNSS signals and LCNS constellation [C]//2022 10th Workshop on Satellite Navigation Technology (NAVITEC). 2022: 1-11.
- [29] Murata M, Koga M, Nakajima Y, et al. Lunar navigation satellite system: Mission, system overview, and demonstration [C]//39th International Communications Satellite Systems Conference (ICSSC 2022): volume 2022. 2022: 12-15.
- [30] Zuber M T, Smith D E, Lehman D H, et al. Gravity Recovery and Interior Laboratory (GRAIL): Mapping the Lunar Interior from Crust to Core [J]. Space Science Reviews, 2013, 178(1): 3-24.
- [31] Zhao Q, Guo J, Wang C, et al. Precise orbit determination for BDS satellites [J]. Satellite Navigation, 2022, 3(1): 2.
- [32] Yang C, Guo J, Xu X, et al. Impacts of inter-satellite links on the ECOM model performance for BDS-3 MEO satellites [J]. Satellite Navigation, 2024, 5(1): 14.
- [33] Xie X, Geng T, Ma Z, et al. Estimation and analysis of BDS-3 satellite yaw attitude using inter-satellite link observations [J]. GPS Solutions, 2022, 26(4): 106.
- [34] 杨建华. 基于星间链路的北斗三号卫星空间信号精度提升关键技术研究 [D]. 中国科学院大学, 2023.
- [35] Yang J, Hu X, Zhou W, et al. Relativistic effects in BDS-3 high-accuracy intersatellite time synchronization [J]. Advances in Space Research, 2023, 71(10): 4091-4103.
- [36] 陈金平, 焦文海, 马骏. 基于星间测距/轨道定向参数约束的导航卫星自主定轨研究 [J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2005(05): 439-443.
- [37] 樊巍, 范安琪. 北斗发布未来重磅计划 [R]. 环球时报, 2024.

- [38] Parker J J K, Dosis F, Anderson B, et al. The lunar gnss receiver experiment (lugre) [C]// Proceedings of the 2022 International Technical Meeting of The Institute of Navigation. Long Beach, California, 2022: 420-437.
- [39] Parker J J K, Bauer F H, Ashman B W, et al. The Multi-GNSS Space Service Volume [C]// IAC 2018 Congress Proceedings. Bremen, Germany, 2018.
- [40] Zhang J, Li M, Jiang K, et al. IGSO real-time orbit determination using combined GNSS and accelerometer observations: A case study of LT4A [J]. *Acta Astronautica*, 2025, 236: 1154-1166.
- [41] Fan M, Hu X, Dong G, et al. Orbit improvement for Chang'E-5T lunar returning probe with GNSS technique [J]. *Advances in Space Research*, 2015, 56(11): 2473-2482.
- [42] Dosis F, Parker J, Konitzer L, et al. Enabling exploration with GNSS: Results of the lunar GNSS receiver experiment (LuGRE) [C]//IAC 2025 Congress Proceedings. Sydney, Australia, 2025: 40-45.
- [43] Traveset D J V, Manager M N. Moonlight: LCNS, and Lunar Pathfinder [Z]. 2024.
- [44] Murata M. Japan Lunar Navigation Satellite System (LNSS) and Its Contribution Towards Lunar Augmented Navigation Service [Z]. 2024.
- [45] 陈诗雨, 倪彦硕, 彭兢. 近月空间星座轨道设计方法 [J]. *中国空间科学技术(中英文)*, 2024, 44(03): 15-29.
- [46] Wang D, Xu T, Li M, et al. Lunar navigation satellite system for the South Pole and Earth-Moon space: Constellation design and performance evaluation with integrated BDS [J]. *GPS Solutions*, 2025, 29(2): 87.
- [47] Hill K A. Autonomous navigation in libration point orbits [D]. University of Colorado, Boulder, 2007.
- [48] 葛茂荣. GPS卫星精密定轨理论及软件研究 [D]. 武汉大学, 1995.
- [49] Mayer-Gürr T, Behzadpour S, Eicker A, et al. GROOPS: A software toolkit for gravity field recovery and GNSS processing [J]. *Computers & Geosciences*, 2021, 155: 104864.
- [50] Soffel M, Klioner S A, Petit G, et al. The IAU 2000 resolutions for astrometry, celestial mechanics, and metrology in the relativistic framework: Explanatory supplement [J]. *The Astronomical Journal*, 2003, 126(6): 2687-2706.
- [51] Klioner S A, Voinov A V. Relativistic theory of astronomical reference systems in closed form [J]. *Physical Review D*, 1993, 48(4): 1451-1461.
- [52] International Astronomical Union. Resolution II: To establish a standard lunar celestial reference system (LCRS) and lunar coordinate time (TCL) [Z]. 2024.
- [53] Kopeikin S M, Kaplan G H. Lunar time in general relativity [J]. *Physical Review D*, 2024, 110(8): 084047.
- [54] Zhou W, Cai H, Li Z, et al. Research on the rotational correction of distributed autonomous orbit determination in the satellite navigation constellation [J]. *Remote Sensing*, 2022, 14(14): 3309.
- [55] Markley F. Autonomous navigation using landmark and intersatellite data [C]//Astrodynamics Conference. Seattle, WA, U.S.A.: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1984.
- [56] Ananda M, Bernstein H, Cunningham K, et al. Global positioning system (gps) autonomous navigation [C]//IEEE Symposium on Position Location and Navigation. A Decade of Excellence in the Navigation Sciences. 1990: 497-508.
- [57] Psiaki M L. Autonomous Orbit Determination for Two Spacecraft from Relative Position Measurements [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1999, 22(2): 305-312.

- [58] Hill K A, Born G H. Autonomous interplanetary orbit determination using satellite-to-satellite tracking [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2007, 30(3): 679-686.
- [59] Hesar S G, Parker J S, Leonard J M, et al. Lunar far side surface navigation using linked autonomous interplanetary satellite orbit navigation (LiAISON) [J]. *Acta Astronautica*, 2015, 117: 116-129.
- [60] Sirbu G, Leonardi M. Fully autonomous orbit determination and synchronization for satellite navigation and communication systems in halo orbits [J]. *Remote Sensing*, 2023, 15(5): 1173.
- [61] Liu P, Hou X Y, Tang J S, et al. Application of two special orbits in the orbit determination of lunar satellites [J]. *Research in Astronomy and Astrophysics*, 2014, 14(10): 1307-1328.
- [62] Gao Z Y, Hou X Y. Comparison of autonomous orbit determination for satellite pairs in lunar halo and distant retrograde orbits [J]. *NAVIGATION*, 2022, 69(2): navi.522.
- [63] Gao Z Y, Hou X Y. Coverage analysis of lunar communication/navigation constellations based on halo orbits and distant retrograde orbits [J]. *The Journal of Navigation*, 2020, 73(4): 932-952.
- [64] Wang K, Li K, Lv S, et al. Multi-orbit lunar GNSS constellation design with distant retrograde orbit and halo orbit combination [J]. *Scientific Reports*, 2023, 13(1): 10158.
- [65] Ely T A. Stable constellations of frozen elliptical inclined lunar orbits [J]. *The Journal of the Astronautical Sciences*, 2005, 53(3): 301-316.
- [66] Sesta A, Iess L, Di Benedetto M, et al. ATLAS: Orbit determination and time transfer for a lunar radio navigation system [J]. *NAVIGATION*, 2025, 72(2): navi.701.
- [67] Iess L, Di Benedetto M, Sesta A, et al. A novel orbit determination and time synchronization architecture for a radio navigation satellite constellation in the cislunar environment [J]. *NAVIGATION*, 2025, 72(3): navi.713.
- [68] Turan E, Speretta S, Gill E. Radiometric autonomous navigation for cislunar satellite formations [C]//NAVITEC. 2022.
- [69] He B, Xu T, Wang D, et al. Autonomous orbit determination for lunar navigation constellation using low earth orbit satellites [J]. *Advances in Space Research*, 2026, 77(6): 6659-6674.
- [70] 李翔宇, 乔栋, 程漪. 三体轨道动力学研究进展 [J]. *力学学报*, 2021, 53(5): 1223-1245.
- [71] Henon M. Numerical exploration of the restricted problem. VI. Hill's case: Non-periodic orbits. [J]. *Astronomy and Astrophysics*, 1970, 9: 24-36.
- [72] 吴小婧, 曾凌川, 巩应奎. Dro计算及其在地月系中的摄动力研究 [J]. *北京航空航天大学学报*, 2020, 46(5): 883-892.
- [73] Liu Y C, Liu L. Orbit determination using satellite-to-satellite tracking data [J]. *Chinese Journal of Astronomy and Astrophysics*, 2001, 1(3): 281-286.
- [74] 钱志瀚, 等. 射电天体测量学基础 [M]. 北京: 科学出版社, 2025.
- [75] Commission A3 Fundamental Standards. Resolution to establish a standard lunar celestial reference system (LCRS) and lunar coordinate time (TCL) [R]. International Astronomical Union, 2024.
- [76] International Union of Geodesy and Geophysics. Resolution 2: Geocentric and international terrestrial reference systems (GTRS and ITRS) [Z]. 2007.
- [77] Petit G, Luzum B. IERS conventions (2010) [J]. *Tech. Rep. DTIC Document*, 2010, 36: 180.
- [78] IAU SOFA Board. SOFA tools for earth attitude [M]. Software version 18, document revision 1.7 ed. *Standards of Fundamental Astronomy (SOFA)*, 2023.

- [79] McCarthy D D, Luzum B J. An Abridged Model of the Precession–Nutation of the Celestial Pole [J]. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 2003, 85(1): 37-49.
- [80] 曹建峰, 刘山洪, 李颢. 深空探测器精密定轨原理与方法 [M]. 第一版. 北京理工大学出版社, 2023.
- [81] Park R S, Folkner W M, Williams J G, et al. The JPL planetary and lunar ephemerides DE440 and DE441 [J]. *The Astronomical Journal*, 2021, 161(3): 105.
- [82] Turyshev S G, Williams J G, Boggs D H, et al. Relativistic time transformations between the solar system barycenter, earth, and moon [J]. *The Astrophysical Journal*, 2025, 985(1): 140.
- [83] Soffel M H, Han W B. 相对论天体力学和天体测量学 [M]. 北京: 科学出版社, 2015.
- [84] United States Space Force. Navstar GPS space segment/navigation user segment interfaces (IS-GPS-200N) [M]. GPS Directorate / Global Positioning Systems Directorate, 2022.
- [85] European Union. Galileo open service service definition document (OS SDD) [M]. European GNSS Service Centre, 2023.
- [86] 苏珂, 吴忠望, 焦国强. 卫星导航技术与应用 [M]. 第一版. 国防工业出版社, 2025.
- [87] Folkner W M, Williams J G, Boggs D H, et al. The planetary and lunar ephemerides DE430 and DE431 [J]. *Interplanetary Network Progress Report*, 2014, 42–196: 1-81.
- [88] Turyshev S G. High-precision relativistic timescales for cislunar navigation [J]. *The Astrophysical Journal*, 2026, 997(1): 97.
- [89] Lu X, Yang T N, Xie Y. Lunar time ephemeris LTE440: Definitions, algorithm, and performance [J]. *Astronomy & Astrophysics*, 2025, 704: A76.
- [90] Fairhead L, Bretagnon P. An analytical formula for the time transformation TB-TT [J]. *Astronomy and Astrophysics*, 1990, 229: 240-247.
- [91] 魏二虎, 李智强, 殷志祥, 等. 相对论框架下时间系统转换及sofa软件的教学应用 [J]. *全球定位系统*, 2013, 38(2): 7-11, 18.
- [92] Moyer T D. Transformation from proper time on earth to coordinate time in solar system barycentric space-time frame of reference part 1 [J]. *Celestial Mechanics*, 1981, 23: 33-56.
- [93] 潘军洋, 谢懿. 火星任务中星上原时 τ 与TCG的相对论变换 [J]. *深空探测学报*, 2015, 2(01): 69-74.
- [94] 曹建峰, 满海钧, 王文彬, 等. 地月空间探测器星间链路定轨能力分析 [J]. *武汉大学学报(信息科学版)*, 2025, 50(4): 637-646.
- [95] 马岳鑫. 北斗三号系统精稳运行相关理论与技术研究 [D]. 中国科学院大学, 2022.
- [96] Ashby N. Relativity in the global positioning system [J]. *Living Reviews in Relativity*, 2003, 6(1): 1.
- [97] Gutsche K. Precise orbit determination of agile and non-agile satellites [D]. Universität Stuttgart, 2024.
- [98] Luo P, Jin S, Shi Q. Undifferenced Kinematic Precise Orbit Determination of Swarm and GRACE-FO Satellites from GNSS Observations [J]. *Sensors*, 2022, 22(3): 1071.
- [99] Huang C, Ries J C, Tapley B D, et al. Relativistic effects for near-earth satellite orbit determination [J]. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 1990, 48(2): 167-185.
- [100] Montenbruck O, Steigenberger P, Hugentobler U. Enhanced solar radiation pressure modeling for Galileo satellites [J]. *Journal of Geodesy*, 2015, 89(3): 283-297.
- [101] Duan B, Hugentobler U. Enhanced solar radiation pressure model for GPS satellites considering various physical effects [J]. *GPS Solutions*, 2021, 25(2): 42.
- [102] 赵辉. 北斗MEO与IGSO卫星最优精密定轨策略与应用研究 [D]. 南京信息工程大学, 2022.

- [103] Arnold D, Meindl M, Beutler G, et al. CODE's new solar radiation pressure model for GNSS orbit determination [J]. *Journal of Geodesy*, 2015, 89(8): 775-791.
- [104] Montenbruck O, Gill E K A. *Satellite orbits: Models, methods and applications* [M]. Springer Berlin, Heidelberg, 2000.
- [105] 刘林. 人造地球卫星轨道力学 [M]. 1 版. 高等教育出版社, 1992.
- [106] 张强, 刘林. Adams-Cowell方法与KSG积分器的比较 [J]. *紫金山天文台台刊*, 1998(01): 21-29.
- [107] 戴小蕾. 基于平方根信息滤波的GNSS导航卫星实时精密定轨理论与方法 [D]. 武汉大学, 2017.
- [108] Li X, Zhao Y, Zhang K, et al. LEO real-time ambiguity-fixed precise orbit determination with onboard GPS/Galileo observations [J]. *GPS Solutions*, 2024, 28(4): 188.
- [109] Zhong S, Wang X, Li M, et al. GRACE-FO real-time precise orbit determination using onboard GPS and inter-satellite ranging measurements with quality control strategy [J]. *Remote Sensing*, 2026, 18: 351.
- [110] Montenbruck O, Hackel S, Wermuth M, et al. Sentinel-6A precise orbit determination using a combined GPS/Galileo receiver [J]. *Journal of Geodesy*, 2021, 95(9): 109.
- [111] Förste, C., Flechtner, F., Schmidt, R., et al. A mean global gravity field model from the combination of satellite mission and altimetry/gravimetry surface gravity data [C]//Poster Presented at EGU General Assembly 2006: volume 8. Vienna, Austria: Geophysical Research Abstracts, 2006: 03462.
- [112] Folkner W M, Williams J G, Boggs D H. The Planetary and Lunar Ephemeris DE 421 [J]. *Interplanetary Network Progress Report*, 2009, 42-178.
- [113] Lyard F, Lefevre F, Letellier T, et al. Modelling the global ocean tides: Modern insights from FES2004 [J]. *Ocean Dynamics*, 2006, 56(5-6): 394-415.
- [114] Picone J M, Hedin A E, Drob D P, et al. NRLMSISE-00 empirical model of the atmosphere: Statistical comparisons and scientific issues [J]. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 2002, 107(A12).
- [115] Mao D, McGarry J F, Mazarico E, et al. The laser ranging experiment of the lunar reconnaissance orbiter: Five years of operations and data analysis [J]. *Icarus*, 2017, 283: 55-69.
- [116] Huang Y, Li P, Fan M, 等. Orbit determination of CE-5T1 in Earth-Moon L2 libration point orbit with ground tracking data [J]. *SCIENTIA SINICA Physica, Mechanica & Astronomica*, 2018, 48(7): 079501.
- [117] 宋叶志. 月球探测器软着陆弹道及地月平动点卫星轨道确定研究 [D]. 中国科学院大学, 2019.
- [118] Bauer S. Application of one-way laser ranging data to the lunar reconnaissance orbiter (LRO) for time transfer, clock characterization and orbit determination [D]. *Technischen Universität Berlin*, 2017.
- [119] 刘婉逸, 邹贤才, 袁路萍. JPL行星历表的发展及比较 [J]. *大地测量与地球动力学*, 2022, 42(09): 925-930.
- [120] Lemoine F G, Goossens S, Sabaka T J, et al. GRGM900C: A degree 900 lunar gravity model from GRAIL primary and extended mission data [J]. *Geophysical Research Letters*, 2014, 41(10): 3382-3389.
- [121] 宋叶志, 黄勇, 杨建华, 等. 风云四号卫星双程测距系统精密轨道确定 [J]. *宇航学报*, 2020, 41(3): 270-275.

- [122] Psiaki M. Absolute Orbit and Gravity Determination Using Relative Position Measurements Between Two Satellites [C]//AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit. Hilton Head, South Carolina: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2007.
- [123] Parker J, Anderson R, Born G, et al. Navigation Between Geosynchronous and Lunar L1 Orbiters [C]//AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference. Minneapolis, Minnesota: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2012.
- [124] Zhang L, Xu B. Navigation Performance of the Libration Point Satellite Navigation System in Cislunar Space [J]. *Journal of Navigation*, 2015, 68(2): 367-382.
- [125] 李济生. 人造卫星精密轨道确定 [M]. 第一版. 解放军出版社, 1995.
- [126] Jin S, Gao C, Yuan L, et al. Long-Term Variations of Plasmaspheric Total Electron Content from Topside GPS Observations on LEO Satellites [J]. *Remote Sensing*, 2021, 13(4): 545.
- [127] Xiang W, Zhang R, Liu G, et al. Extraction and analysis of saline soil deformation in the Qarhan Salt Lake region (in Qinghai, China) by the sentinel SBAS-InSAR technique [J]. *Geodesy and Geodynamics*, 2022, 13(2): 127-137.
- [128] Laniewski D, Lanfer E, Aschenbruck N. Measuring Mobile Starlink Performance: A Comprehensive Look [J]. *IEEE Open Journal of the Communications Society*, 2025, 6: 1266-1283.
- [129] Fernández J, Peter H, Fernández C, et al. The Copernicus POD Service [J]. *Advances in Space Research*, 2024, 74(6): 2615-2648.
- [130] Fernández M, Peter H, Arnold D, et al. Copernicus Sentinel-1 POD reprocessing campaign [J]. *Advances in Space Research*, 2022, 70(2): 249-267.
- [131] Mao X, Wang W, Gao Y. Precise orbit determination for low Earth orbit satellites using GNSS: Observations, models, and methods [J]. *Astrodynamics*, 2024.
- [132] Yang Y, Mao Y, Ren X, et al. Demand and key technology for a LEO constellation as augmentation of satellite navigation systems [J]. *Satellite Navigation*, 2024, 5(1): 11.
- [133] Wang Z, Wang L, Li Z, et al. Real-time precise orbit determination for FY-3C and FY-3D based on BDS and GPS onboard observation [J]. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 2023: rsn2.12413.
- [134] Montenbruck O, Kunzi F, Hauschild A. Performance assessment of GNSS-based real-time navigation for the Sentinel-6 spacecraft [J]. *GPS Solutions*, 2022, 26(1): 12.
- [135] Chen J, Wang J, Yu C, et al. Improving BDS broadcast ephemeris accuracy using ground-satellite-link observations [J]. *Satellite Navigation*, 2022, 3(1): 11.
- [136] Mao Y, Hu X, Song X, 等. Satellite autonomous navigation algorithm analysis based on broadcast ephemeris parameters [J]. *SCIENTIA SINICA Physica, Mechanica & Astronomica*, 2015, 45(7): 079512-079512.
- [137] Li X, Chen X, Ge M, et al. Improving multi-GNSS ultra-rapid orbit determination for real-time precise point positioning [J]. *Journal of Geodesy*, 2019, 93(1): 45-64.
- [138] Beutler G, Brockmann E, Hugentobler U, et al. Combining consecutive short arcs into long arcs for precise and efficient GPS Orbit Determination [J]. *Journal of Geodesy*, 1996, 70: 287-299.
- [139] Zhao Q, Xu X, Ma H, 等. Real-Time Precise Orbit Determination of BDS/GNSS: Method and Service [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2018, 43(12): 2157-2166.
- [140] Fu W, Huang G, Zhang Q, et al. Multi-GNSS real-time clock estimation using sequential least square adjustment with online quality control [J]. *Journal of Geodesy*, 2019, 93(7): 963-976.

- [141] Liao M, Tang C, Zhou S, 等. Efficiency Optimization Method of Precise Orbit Determination for Navigation Satellites Based on Domestic ARM Architecture CPU [J]. *Journal of Geodesy and Geodynamics*, 2024, 44(04): 366-371.
- [142] Ge M, Gendt G, Dick G, et al. A New Data Processing Strategy for Huge GNSS Global Networks [J]. *Journal of Geodesy*, 2006, 80(4): 199-203.
- [143] Yang Y, Ren X, Xu Y. Main progress of adaptively robust filter with applications in navigation [J]. *Journal of Navigation and Positioning*, 2013, 1(01): 9-15.
- [144] Yang Y, Gao W. An optimal adaptive kalman filter [J]. *Journal of Geodesy*, 2006, 80(4): 177-183.
- [145] Wang K, El-Mowafy A, Yang X. URE and URA for predicted LEO satellite orbits at different altitudes [J]. *Advances in Space Research*, 2022, 70(8): 2412-2423.
- [146] Chen L, Jiao W, Huang X, et al. Study on Signal-In-Space Errors Calculation Method and Statistical Characterization of BeiDou Navigation Satellite System [M]//Sun J, Jiao W, Wu H, et al. *China Satellite Navigation Conference (CSNC) 2013 Proceedings: volume 243*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2013: 423-434.

致 谢

至此，全文结束，也标志着廿三年的求学生涯到此为止。但须知，学无止境，我的人生也才刚刚起步。未来当不忘初心，保持谦逊，力争更上一层楼。在此，我要感谢那些在我博士生涯乃至求学生涯中支持我帮助过我的那些人。

首先，要感谢我的博士生导师胡小工老师。胡老师为人谦和、学识渊博，在这四年间虽交流次数不多，但每次交谈都能感受到胡老师恐怖的知识量以及惊人的洞察力。每次听胡老师的报告我都能学到新的知识，真是让人叹为观止。

其次，感谢我的另一位博士生导师宋叶志老师。本文主要是在宋老师的指导下完成的，但限于本人的见识、知识和文笔，最终呈现的结果或有不足。宋老师学识广博，尤其在数学和天体力学方面有深入研究，每次我有问题向宋老师请教，他都毫不吝啬自己的时间去思考并耐心地基于他深厚的理论底子为我讲解，指出我的不足，实在让我钦佩。在博士求学期间，我也多次受宋老师的照顾，以不致过多分心杂事，专注于精密定轨这项细致又复杂的事情，在此我要向宋老师表示衷心的感谢。

感谢我的硕士生导师金双根老师，正是金老师在我研二的时候将我引到卫星定轨这个方向，才有了多年后的这篇博士论文。同时也正是他让我窥探到了学术的雏形，让我终身受益匪浅。

特别感谢北京飞控中心的曹建峰老师，曹老师留在组里的宝贵财富是帮助我完成 SODA 软件的重要参考，更是我深入学习精密定轨软件的“教材”，从某种意义上说，曹老师就像是我短短四年的博士生涯中的半个导师，在此我要向曹老师表示衷心的感谢。

感谢组内的董文丽老师，董老师就像组内学生的大家长。在这四年里，真是麻烦董老师帮忙处理了很多商务和台内审批的琐事，在此表示衷心的感谢。

感谢李凯师兄和李朵朵师姐，早在硕士期间我就经常向他们请教 BERNESE 软件方面的问题，每次他们都耐心解答，使我在硕士期间少走了许多弯路，他们是我在卫星导航与卫星精密定轨方面最早的领路人。

感谢杨建华师兄。虽然师兄已经毕业了，但师兄的辉煌战绩仍在我们师弟师妹之间流传，并引以为傲。我也曾多次向师兄请教，虽然有很多傻瓜问题，但师兄都会在繁忙的工作之余为我解答。本文关于广义相对论时钟改正的相关内容，也主要缘起于师兄在其博士论文中的研究。

感谢我的球搭子钟胜坚师兄，钟师兄为人勤勉、治学严谨，是一个十分具有担当的男子汉。我十分怀念当年与钟师兄一边打球、一边分析定轨问题以及在办公室一起推导相关理论公式的快活日子，也祝愿同为今年毕业的钟师兄未来能闯出自己的一番天下！

感谢一块短暂修行的吴庆丰师弟。吴师弟打破砂锅问到底的风格时常让我

感到害怕，因为我总是因为吴师弟被迫式学到很多新的知识，但也正是如此，我能清晰地看到自己的边界。另外，吴师弟从家乡带来的螃蟹确实很好吃。

感谢其他同在宋老师小组的同门师弟师妹们，感谢各位对我的宽容和帮助，他们是邵瑞、王蕾、刘佳、姜庭威、郑航、赵焯、杨瑜健、聂蒙赏、王海旭、何从瑞、陈昶劭和黄宇翔。

感谢所有在上海的和不在上海的金组的各位师兄师姐同门师弟师妹们，他们是金锐、董州楠、袁靓亮、刘升、苏珂、刘昱含、邱辉、李纯、高超、何杨、尚伟、吴明亮、陈强、柴溢、姚俊远、黄振川、马文骁、杨帅、史奇奇、业明达、李林琳、赵家瑞、邓永涛、董国庆、娄学正、熊伟萌、方文奉和葛建强，感谢各位的关心和陪伴。正所谓聚是一团火、散是满天星，相信奔赴在前程路上的各位终能得偿所愿。

感谢动力学中心的各位老师，包括齐朝祥、黄勇、张忠萍、周旭华、王小亚、唐成盼、周善石、夏凤雨、唐文斌、孙阳、陈一姣等，感谢各位有意和无意之中对我的帮助。衷心感谢研究生处的马金老师和储怡老师一直以来无微不至的关怀和帮助。特别感谢葛茂荣老师，有幸能向葛老师请教实时定轨方法并得到些许指导，使我受益匪浅。

感谢同在动力学中心的耿仁方同学，我从耿同学这里学习到了不少观测方面知识，属实涨了许多见识，还蹭了一顿丰盛的会议午餐，瑞斯拜。感谢其他同在天文台已经毕业和未毕业的各位同学，他们是袁俊军、胡国真、李伟、王智韬、麦晓枫、刘家龙、周厚香、陈泉润、岳恒屹、沈航、陈广耀、张镭、袁淑珍、张政浩等，感谢各位的包容和帮助。

感谢中电星河的各位领导与小伙伴们，包括聂洪山聂总、吴闯吴总、赵鹏、王辉、柳致豪、刘浩、张佩杰、杜晓晨等，那段与各位日夜奋战的日子注定使我终身难忘。要特别感谢柳致豪，我在长沙驻场开发期间受其照顾颇多。

感谢我的大学同学余泽鸿，四年来多次邀请我到金华做客，一起分享各自所遇糟心事，真是有趣且畅快，在此祝愿大佬能早日遇上属于自己的另一半。

特别感谢即将成为我人生另一半的曾琪小朋友，感谢你这几年的不离不弃，你一直是且会永远是我每次出差回来都想见到的第一人。虽然有时候我会因多线程工作而烦闷急躁，但你也一直在我身边默默陪伴，有时候耐心地开导，是我心里的小太阳，希望我们以后能做大做强再创辉煌！

感谢我的父母在我身后默默付出与支持，你们是我坚实的后盾。感谢那些在我身后的众多同学、老师、叔叔、阿姨、弟弟、妹妹们，感谢各位对我的支持和帮助。

最后，我要感谢那个始终对世界保有好奇心的小小的我，坐下歇歇再出发。
YNWA!

罗 鹏
2026年6月

作者简历及攻读学位期间发表的学术论文与其他相关学术成果

作者简历:

2015年09月—2019年06月, 在东南大学交通学院测绘工程系获得学士学位。

2019年09月—2022年08月, 在上海大学通信与信息工程学院获得硕士学位。

2022年09月—2026年06月, 在中国科学院上海天文台攻读博士学位。

已发表(或正式接受)的学术论文:

- (1) Luo, P.; Song, YZ.; Yang, J. et al. A preliminary result for centralized autonomous orbit determination of gnss constellation and lunar satellite based on inter-satellite link measurements. *GPS Solut* 28, 173 (2024).
- (2) 罗鹏, 宋叶志, 胡小工, 陈昶劭, LEO-地月DRO编队非瞬时星间测距自主定轨分析, *天文学报* (已录用)
- (3) Luo, P.; Jin, S.; Shi, Q. Undifferenced Kinematic Precise Orbit Determination of Swarm and GRACE-FO Satellites from GNSS Observations. *Sensors* 2022, 22, 1071.
- (4) Zhong, S.; Wang, X.; Li, M.; Wang, J.; Luo, P.; Li, Y.; Zhou, H. GRACE-FO Real-Time Precise Orbit Determination Using Onboard GPS and Inter-Satellite Ranging Measurements with Quality Control Strategy. *Remote Sens.* 2026, 18, 351.
- (5) Jin, S.; Gao, C.; Yuan, L.; Guo, P.; Calabria, A.; Ruan, H.; Luo, P. Long-Term Variations of Plasmaspheric Total Electron Content from Topside GPS Observations on LEO Satellites. *Remote Sens.* 2021, 13, 545.
- (6) Luo, P.; Song, YZ.; Hu, XG. et al. An onboard ultra-rapid orbit determination strategy for LEO satellite utilizing spaceborne GNSS data based on an adaptive filter. *Advances in Space Research.* (Under review)

参加的研究项目及获奖情况:

- (1) 中国科学院上海天文台重点培育项目: DRO轨道设计与地月空间编队飞行导航
- (2) 中电星河: 一体化组件定轨算法
- (3) xxxxx: 兼顾近地小行星和空间碎片的*****监测技术

