



中国科学院大学  
University of Chinese Academy of Sciences

## 博士学位论文

基于星间链路的北斗三号卫星空间信号精度提升关键技术研究

作者姓名：\_\_\_\_\_杨建华\_\_\_\_\_

指导教师：\_\_\_\_\_胡小工 正高级工程师 中国科学院上海天文台\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_唐成盼 副高级工程师 中国科学院上海天文台\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_宋叶志 副高级工程师 中国科学院上海天文台\_\_\_\_\_

学位类别：\_\_\_\_\_天文学\_\_\_\_\_

学科专业：\_\_\_\_\_天体测量与天体力学\_\_\_\_\_

培养单位：\_\_\_\_\_中国科学院大学\_\_\_\_\_

2023 年 06 月



**Research on Key Technologies for Improving the BeiDou-3  
Space Signals Accuracy Based on Inter-satellite Links**

A dissertation submitted to  
University of Chinese Academy of Sciences  
in partial fulfillment of the requirement  
for the degree of  
Doctor of Philosophy  
in Astrometry and Celestial Mechanics

By

YANG Jianhua

Supervisor: Professor HU Xiaogong

Senior Engineer TANG Chengpan

Senior Engineer SONG Yezhi

Shanghai Astronomical Observatory Chinese Academy of  
Sciences

June 2023





# 中国科学院大学

## 研究生学位论文原创性声明

本人郑重声明：所呈交的学位论文是本人在导师的指导下独立进行研究工作所取得的成果。承诺除文中已经注明引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体享有著作权的研究成果，未在以往任何学位申请中全部或部分提交。对本论文所涉及的研究工作做出贡献的其他个人或集体，均已在文中以明确方式标明或致谢。本人完全意识到本声明的法律结果由本人承担。

作者签名：

日 期：

# 中国科学院大学

## 学位论文使用授权声明

本人完全了解并同意遵守中国科学院大学有关收集、保存和使用学位论文的规定，即中国科学院大学有权按照学术研究公开原则和保护知识产权的原则，保留并向国家指定或中国科学院指定机构送交学位论文的电子版和印刷版文件，且电子版与印刷版内容应完全相同，允许该论文被检索、查阅和借阅，公布本学位论文的全部或部分内容，可以采用扫描、影印、缩印等复制手段以及其他法律许可的方式保存、汇编本学位论文。

涉密及延迟公开的学位论文在解密或延迟期后适用本声明。

作者签名：

导师签名：

日 期：

日 期：



## 摘要

2020年,中国的北斗三号系统(BDS-3)全面建成,可在全球范围向用户提供全天候的导航定位授时(PNT)服务。作为全球卫星导航系统之一,北斗与其他 GNSS 在共同合作的基础上,又存在竞争关系。其中,导航系统的全球 PNT 服务能力直接反映了其技术的先进程度,并影响着其在 GNSS 领域的市场份额和国际话语权。因此,提升 BDS-3 的全球 PNT 服务能力对于中国卫星导航系统的发展至关重要。

空间信号精度是评估 GNSS 全球定位授时服务性能的重要指标。北斗卫星搭载星地星间多源观测载荷,具备全球全天候提供高精度导航授时服务的能力,但是随着其他 GNSS 的快速发展,如何提升 BDS-3 服务性能,保持 BDS-3 的核心竞争力,是 BDS-3 发展亟需突破的关键技术。

本论文以提升北斗三号卫星空间信号精度为目标,针对区域网条件下融合多种观测数据的卫星定轨和钟差测定中的多项关键技术展开研究,实现在区域监测站站构型下,更高精度的卫星钟差测定和轨道确定,为北斗系统进一步发展完善提供科学积累,本文的主要研究成果和创新如下:

1)梳理了国内外 GNSS 的空间段和地面段发展现状,指出更高的空间信号精度是 GNSS 坚持不懈追求的目标。着重分析了星间链路在国内外导航中的应用情况,指出星间链路技术是 GNSS 未来发展的重要趋势。明确论文研究的必要性和意义。

2)详细介绍了导航系统空间段信号精度的评估方法,分别推导和计算了传统 GNSS 对低轨用户和地面用户,以及未来低轨导航系统对地面用户的 SISRE 系数。在此基础上,以地面用户为参考,评估了北斗、GPS、Galileo 导航系统的 SISRE 特征,指出 BDS-3 卫星的 SISRE 为 0.4m,优于 GPS,但是与 Galileo (0.14m)仍存在一定差距。与 Galileo 相比,BDS-3 卫星的钟差参数误差大、钟差误差与轨道误差自洽性差,限制了 BDS-3 卫星空间信号精度的进一步提升。

3)介绍了在区域条件下,利用多源观测数据生成卫星钟差参数和广播星历的基本原理。并分析限制 BDS-3 卫星空间信号精度提升的内在原因。分析结果显示:1)传统的“多跳法”时间同步策略未顾及双向链路的误差特性,其测量的星地钟差误差较大,是 BDS-3 卫星钟差参数精度差的主要原因。2)区域站构型下卫星定轨精度与 EOP 参数的预报精度高度相关,提升 EOP 的预报精度和更新频度可提升 BDS-3 卫星的切平方向轨道精度。

4)针对传统双向钟差估计策略中的不足,论文研究并设计了一整套的基于星间链路的高精度钟差参数生成策略。该策略第一步对星间链路采用顾及权重

的整网平差处理, 可实现高精度的星间钟差估计, 其星间钟差的精度在 1000s 及更长的时间尺度上优于全球 100 个站解算的钟差精度, 其小时尺度的预报性能与超高精度星间链路计算的钟差预报性能相当。该策略第二步通过 3 颗 GEO 卫星的 L 波段双向时间同步结果, 平差实现所有卫星钟差向地基时间基准的溯源, 其溯源误差优于 0.1ns。该策略第三步在星间链路支持的多星精密定轨中, 约束双向估计钟差, 实现双向估计钟差与 GNSS 双频下行钟差的零值估计。在区域观测条件下, 使用该方法估计得到的零值多天稳定度优于 0.15ns。在全球 GNSS 观测支持下, 零值多天稳定度可进一步提升至 0.08ns。通过新的钟差参数生成策略, BDS-3 卫星钟差参数精度可从 1.05ns 提升至 0.29ns, 约 71%。

5) 在高精度星间时间同步的基础上, 本文基于 BDS-3 多台高性能原子钟的高精度比相结果, 构建了可自主维持 60 天的天基时间基准。并以构建的天基时间基准为系统时间, 实现了 BDS-3 卫星钟差预报精度的进一步提升。结果显示, 12 颗 BDS-3 卫星构建的天基时间基准频率稳定度可优于  $1.0\text{E-}15@1\text{day}$ , 2 小时预报精度可以达到 0.012m ( $<0.04\text{ns}$ )。之后, 论文利用高稳定的天基时间基准评估了 BDS-3 卫星和地基时间基准的性能。评估结果显示, 在天基时间基准下, BDS-3 地基时间基准稳定度为  $1.0\text{E-}14@1\text{day}$ , BDS-3 星载原子钟的频率稳定度可优于  $3.0\text{E-}15$ 。以天基时间基准为系统时间, BDS-3 铷钟的 2 小时预报精度可优于 0.04m; BDS-3 被动型氢钟预报精度可优于 0.03m, 相较于地基时间基准进一步提升约 59%。

6) 利用北斗三号星载高精度原子钟在轨数据验证了地球 J2 和日月引力对空间原子钟频率产生的广义相对论效应。基于 IERS2010 规范, 本文推导了 BDS-3 卫星高精度相对论修正模型, 相较于目前通用的 GNSS 协议相对论修正模型, 该模型更为精确。利用实测数据验证了本文推导模型的正确性。分析结果显示, 更精细的相对论效应包括地球 J2 项引起半轨道周期项、月球公转引起的半月项、太阳运动引起的半年项、IGSO 轨道共振导致的长周期项。上述周期信号均在论文提出的高精度星间同步结果中得到证实。采用更高精度的相对论数值修正模型后, 不同时间尺度下的星间钟差拟合残差显著降低, 半轨道周期和半月项周期对应的卫星频率不稳定性显著降低。采用更高精度的相对论模型后, 卫星星间钟差预报精度可从 0.183ns 提升至 0.156ns, 约 17%。

本文基于 BDS-3 系统现有测量能力和数据处理流程, 从算法层面设计了卫星钟差测定优化算法、天基时间基准建立与维持方法、高阶相对性效应修正方法, 并利用实测数据验证了方法的可行性和对卫星钟差预报精度提升的预期效果。上述研究成果可直接应用于 BDS-3 工程, 采用论文提出的优化数据处理算法后, 有望将 BDS-3 卫星空间信号精度提升至世界一流水平。

**关键词：**北斗三号，空间信号精度，星间链路，钟差测定，钟差预报



## Abstract

China BeiDou Navigation Satellite System (phase 3)(BDS-3) had been completely constructed in 2020. The BDS-3 provides all-time, all-weather and high-accuracy positioning, navigation and timing(PNT) services to global users. As a core provider of Global Navigation Satellite Systems(GNSSs), BDS cooperates and meanwhile competes with other GNSSs.

The service capability especially for GNSS positioning and timing (PNT) service can not only reflect the technical ability of the relevant fields of the supporting country but also directly affect the market share and international discourse power of the relevant country. Therefore, improving the capability of BDS PNT service is crucial to the development of China's satellite navigation system.

The paper takes the critical technology of improving BDS-3 space signal accuracy as the topic, aims to improve BDS-3 signal-in-space signal accuracy, break through the critical technology to establish a better strategy to estimate satellite orbit and clock offsets with multi-source measurements, and under the regional monitoring station, realize the broadcast with better accuracy of clock offsets and orbit. The main research results and innovations of this paper are as follows:

1) The paper mainly reviewed the development of space and ground segments of GNSSs, pointing out that space-in-signal of higher accuracy is the continuous goal of all GNSSs. After that, the paper introduced the application and developments of inter-satellite-link in satellite navigation, pointing out that ISL technology is an important trend in the future GNSS.

2) The paper introduced the definition and evaluation method of the signal-in-space ranging errors (SISRE) .After that the paper calculated the SISRE coefficient of the GNSS both for LEO users and ground users, as well as calculated the SISRE coefficient of the future LEO for ground users. On this basis, taking the ground user as a reference, the paper evaluated and analyzed the levels and characteristics of the SISRE of BDS-3, GPS, and Galileo. The evaluation results point out that the SISRE of the BDS-3 satellite is 0.4m, which is better than GPS but inferior to Galileo (0.14m) at present. The reason is that the errors of the BDS-3 satellite's clock offset parameters are so large, and the self-consistence between the clock offset parameters errors and orbit radius direction errors is poor for BDS-3. These features are the bottleneck of further improving the BDS-3 satellite signal-in-space accuracy.

3) The paper introduced the model of GNSS multi-source measurements. After that, the paper introduced and analyzed the basic method of time synchronization under regional monitoring conditions, and detailed introduced the traditional two-way superimposition strategy. And point in detail that the two-way superimposition strategy

didn't consider the differences in the error characteristics of multi-source observation links. Because of this neglect, the large errors exist in satellite clock offsets. On the other hand, the paper introduced the basic method of GNSS broadcast ephemeris under regional conditions, analyzed and pointed out that improving the EOP prediction accuracy or update frequency can effectively improve and maintain the BDS-3 satellite tangent plane direction orbital accuracy.

4) Given the reasons for the poor clock error of the two-way superposition strategy, the paper proposed a new strategy to generate clock offsets parameters using multi-source measurements. The new strategy uses indirect adjustment processing with different weights based on the whole network ISL measurement links to achieve high-precision inter-satellite clock offsets estimation at first. The clock offsets estimated by the new strategy perform better stability than the clock offsets calculated by 100 GNSS stations in the world at the time scale of more than 1000s. The hourly prediction performance is equivalent to the clock offsets measured by ultra-accuracy ISL measurements. After that, the strategy used the L-band two-way clock offsets of three GEO satellites to realize the traceability of all satellite clock offsets to the ground-based time reference, and the traceability error is better than 0.1ns. Last, in the orbit determination processing supported by the inter-satellite link, The paper constrains the high-accuracy clock offsets to realize the hardware calibration for the GNSS dual-frequency downlink signal. The stability of the hardware is better than 0.15 ns. With this Strategy, the 2-hour prediction errors of clock BDS-3 clock offsets can be from 1.05ns to 0.29ns, about 71%.

5) On the basis of the new strategy, the paper constructed the space-borne time (SPBT) that can be autonomously maintained for 60 days. Taking the constructed SPBT as the time reference, the accuracy of BDS-3 clock offset parameters can be further improved. The evaluation results show that the frequency stability of the SPBT constructed by 12 BDS-3 satellites can be better than  $1.0\text{E-}15@1\text{day}$ . The prediction error in 2 hours reached 0.012 m ( $<0.04\text{ ns}$ ). Then, the paper evaluated the performance of the BDS-3 satellite and the ground-based time reference SPBT. The evaluation results show that: Under the SPBT, the stability of the BDS-3 ground-based time references is about  $1.0\text{E-}14@1\text{day}$ . On the contrary, the frequency stability of the BDS-3 atomic clock onboard can be better than  $3.0\text{E-}15$ . Among them, the two-hour prediction errors of the BDS-3 rubidium clock can be better than  $0.04\text{m}(<0.15\text{ns})$ , and the prediction error of the BDS-3 passive hydrogen clock can be better than  $0.03\text{m}(<0.12\text{ns})$ . The results show that: With respect to the BDS's SPBT, the prediction errors of the clock offsets of the satellite can be further reduced 66%.

6) In the high-accuracy inter-satellite clock offsets, the paper found obvious relativistic effects, which are unable to be described by the current GNSS conventional correction model. And the paper derived that the more accurate relativistic effects mainly include the half-orbital periodic term caused by the earth's J2 term, the half-



lunar term caused by the moon's gravity and revolution, the half-lunar term caused by the sun's gravity and motion, and the long-period term relative with the IGSO orbital resonance. Therefore, based on the principle of relativity near the earth, this paper presented a numerical calculation method to calculate the high-precision relativistic effect of the BDS-3 satellite. After adopting the presented model, the fitting residual and instability of inter-satellite clock offsets at different time scales can be significantly reduced. Compared with the high-accuracy inter-satellite clock offsets given by chapter 4, the 2-h prediction error of inter-satellite clock error can be reduced from 0.183 ns to 0.156 ns, about 17%.

Through the above research, the accuracy of BDS-3 satellite clock offset parameters can be improved by one order of magnitude, so that the accuracy of BDS-3 signal-in-space can reach the top level.

**Key Words:** BDS-3, Signal-In-Space Accuracy, Inter-Satellite Link, Clock Offsets Estimation, Clock Offsets Predication



## 目 录

第 1 章	绪论.....	1
1.1.	引言.....	1
1.2.	GNSS 发展现状.....	2
1.2.1.	GPS .....	3
1.2.2.	Galileo.....	5
1.2.3.	北斗卫星导航系统.....	6
1.2.4.	GLONASS .....	10
1.2.5.	IRNSS (NavIC) .....	11
1.3.	星间链路发展现状.....	12
1.3.1.	国外星间链路发展现状.....	13
1.3.2.	国内星间链路发展现状.....	14
1.4.	本文选题背景与研究内容.....	16
1.4.1.	研究背景与意义.....	16
1.4.2.	研究内容.....	17
第 2 章	GNSS 导航电文卫星空间信号测距误差 .....	19
2.1.	空间信号测距误差计算方法.....	19
2.2.	不同场景下的空间信号测距误差系数确定.....	25
2.2.1.	面向地面用户的 GNSS 卫星空间信号测距误差系数.....	25
2.2.2.	面向地面用户的低轨卫星空间信号测距系数.....	26
2.2.3.	面向低轨用户的 GNSS 卫星空间信号测距误差系数.....	27
2.3.	GNSS 卫星空间信号测距误差特征分析.....	29
2.3.1.	Galileo.....	29
2.3.2.	GPS .....	34
2.3.3.	BDS-3 .....	37
2.4.	本章小结.....	39
第 3 章	多源数据支持的卫星钟差测定和精密定轨基本原理 ..	41
3.1.	多源数据处理时空基准.....	41
3.1.1.	时间系统.....	41
3.1.2.	空间系统.....	44
3.2.	多源数据观测模型.....	49
3.2.1.	下行伪距和相位观测模型.....	49
3.2.2.	L 波段星地双向观测模型 .....	54
3.2.3.	C 波段站间双向观测模型 .....	56
3.2.4.	Ka 波段/超高精度星间双向观测模型 .....	57
3.3.	钟差参数生成策略.....	59
3.3.1.	单向时间同步基本原理.....	60
3.3.2.	双向时间同步基本原理.....	61
3.3.3.	“多跳法”时间同步策略 .....	63
3.3.4.	原子钟钟差模型与预报方法.....	64
3.3.5.	钟差参数的主要误差源.....	65
3.4.	广播星历生成策略.....	67

3.4.1.	轨道根数与受摄运动.....	67
3.4.2.	卫星定轨基本原理.....	70
3.4.3.	全局参数消参处理与实时处理.....	72
3.4.4.	摄动力模型.....	76
3.4.5.	星历精度改善途径.....	81
3.5.	本章小结.....	85
<b>第 4 章</b>	<b>基于多源观测的高精度时间同步策略 .....</b>	<b>87</b>
4.1.	基于星间链路的高精度星间时间同步方法.....	88
4.1.1.	算法.....	88
4.1.2.	与 Ka 波段星间双向钟差对比 .....	90
4.1.3.	与超高精度星间双向钟差对比.....	91
4.1.4.	与 GFZ 精密星间钟差对比 .....	91
4.2.	基于 GEO 卫星的高精度星地钟差计算方法.....	96
4.2.1.	算法.....	96
4.2.2.	改善情况.....	98
4.3.	基于 GNSS 下行伪距和相位的多源设备零值估计方法.....	102
4.3.1.	多源观测零值定义.....	102
4.3.2.	多源观测零值标校方法.....	104
4.3.3.	轨道误差与钟差误差的自洽性分析.....	106
4.4.	本章小结.....	109
<b>第 5 章</b>	<b>基于星间链路的天基时间基准 .....</b>	<b>111</b>
5.1.	构建方法.....	112
5.1.1.	原子时算法.....	112
5.1.2.	权重确定.....	113
5.2.	天基时间基准性能评估.....	114
5.3.	天基时间基准下的原子钟性能评估.....	116
5.3.1.	星载原子钟频率稳定度.....	117
5.3.2.	星载原子钟频率预报能力.....	119
5.3.3.	地基时间基准性能.....	124
5.4.	本章小结.....	126
<b>第 6 章</b>	<b>高精度星间时间同步中的相对论效应 .....</b>	<b>127</b>
6.1.	不同参考系下的相对论效应.....	128
6.1.1.	数值修正模型.....	128
6.1.2.	相对论常数修正和 GNSS 协议相对论修正模型.....	130
6.2.	BDS-3 高精度星间时间同步中的相对论效应.....	131
6.2.1.	高精度相对论框架下的高精度星间钟差.....	131
6.2.2.	拟合残差.....	133
6.2.3.	频率稳定度.....	135
6.2.4.	预报误差.....	136
6.3.	高精度相对论效应基本特征.....	137
6.3.1.	拟合残差.....	137
6.3.2.	频率稳定度.....	139
6.3.3.	预报误差.....	140
6.4.	IGSO 卫星的相对论效应 .....	141

---

6.4.1.	地球 2 阶田谐项引力场轨道共振.....	142
6.4.2.	IGSO 卫星的相对论频漂初步分析 .....	144
6.5.	本章小结.....	147
第 7 章	总结与展望 .....	149
7.1.	本文主要工作总结.....	149
7.2.	未来展望.....	150
参考文献	.....	152
致 谢	.....	161
作者简历及攻读学位期间发表的学术论文与其他相关学术成果	.....	166



## 图目录

图 1-1 GNSS 服务商和发展现状 .....	2
图 1-2 GPS BLOCK IIIA 卫星示意图 .....	4
图 1-3 Galileo FOC 卫星示意图 .....	5
图 1-4 BDS-3 卫星示意图 .....	10
图 1-5 GLONASS-K 卫星示意图 .....	11
图 1-6 Ka 波段星间链路时分多址示意图 .....	14
图 1-7 超高精度星间链路示意图 .....	15
图 2-1 地面用户对卫星的观测示意图 .....	21
图 2-2 不同 PC0 修正示意图以及对钟差影响的示意图 .....	24
图 2-3 地面用户对不同低轨高度下的卫星 SISRE 系数 .....	27
图 2-4 GNSS 卫星对低轨星载接收机的 SISRE 系数 .....	28
图 2-5 Galileo F/NAV 钟差参数误差 .....	31
图 2-6 Galileo F/NAV E30 广播星历误差 .....	32
图 2-7 Galileo F/NAV 线性负相关系数拟合图 .....	33
图 2-8 Galileo E31 F/NAV 轨道误差和钟差误差示意图 .....	33
图 2-9 不同 GPS 卫星钟差参数误差统计结果 .....	34
图 2-10 不同 GPS 卫星广播星历 SISORB 统计结果 .....	34
图 2-11 不同 GPS 卫星 SISRE 统计结果 .....	35
图 2-12 G01 (BLOCK-II F) SISRE 误差构成 (R+CLK) .....	36
图 2-13 GPS (BLOCK-II RB) G22 R+CLK .....	36
图 2-14 不同 GPS 卫星的 SISRE 贡献项 .....	37
图 2-15 BDS-3 C38 卫星 SISRE 各项构成 .....	39
图 2-16 BDS-3 C28 卫星 SISRE 各项构成 .....	39
图 3-1 北斗三号高性能星载原子钟频率稳定度 .....	42
图 3-2 某一时刻固体潮对测站坐标的影响 .....	53
图 3-3 海洋负荷潮表的示意图 .....	54
图 3-4 星地双向时间同步 .....	55
图 3-5 C 波段站间双向观测示意图 .....	56
图 3-6 星间双单向测距原理 .....	57

图 3-7 区域模式下 GNSS 钟差参数生成策略.....	59
图 3-8 单向时间同步示意图.....	60
图 3-9 多跳法卫星钟差估计策略.....	62
图 3-10 多跳法钟差参数生成过程.....	63
图 3-11 基于“多跳法”实现的 IGSO 和 MEO 典型的一天去趋势项双向钟差 ..	66
图 3-12 广播星历生成流程图.....	67
图 3-13 二体运动下的开普勒根数.....	68
图 3-14 事后模式最小二乘估计中的全局参数消参处理.....	75
图 3-15 实时模式最小二乘估计中的全局参数消参处理.....	76
图 3-16 不同摄动力的影响量级[76].....	77
图 3-17 引力场系数及其导数的递推示意图[77].....	79
图 3-18 区域站定轨测站分布和全球定轨测站分布.....	82
图 3-19 星间链路支持下区域站 BDS-3 卫星定轨精度.....	83
图 3-20 不同预报时长下的 EOP 预报误差.....	84
图 3-21 不同 EOP 预报时长下的卫星定轨误差.....	84
图 4-1 整网溯源法钟差参数生成过程.....	87
图 4-2 星间钟差平差处理过程.....	88
图 4-3 Ka 波段星间链路双向钟差观测归算误差与归算间隔关系图 .....	89
图 4-4 双向估计星间钟差与直接测量的双向星间钟差.....	90
图 4-5 平差前后钟差的噪声.....	91
图 4-6 Ka 估计钟差与超高精度星间链路钟差多小时拟合残差 .....	91
图 4-7 两种方法测定的 Allan 偏差.....	92
图 4-8 扣除相同趋势项后, Ka 星间估计钟差与 GBM 钟差 1 天的钟差差异 ..	93
图 4-9 Ka 波段星间估计钟差和 GBM 星间钟差之间的 9 天差异 .....	93
图 4-10 Ka 波段星间估计钟差与 GBM 星间钟差的 9 天互差 .....	96
图 4-11 Ka 波段星间估计钟差与 GBM 星间钟差的频率稳定 .....	96
图 4-12 实时估计的零值误差.....	98
图 4-13 新旧策略下的钟差对比.....	99
图 4-14 60 天 BDS-3 GEO 卫星长期星地钟差拟合残差.....	100
图 4-15 60 天 MEO 卫星长期星地钟差拟合残差 .....	100
图 4-16 调频情况下的卫星钟差.....	101
图 4-17 区域站场景多源数据零值波动情况.....	105



图 4-18 全球站场景观测下多源数据零值波动情况.....	106
图 4-19 不同处理策略下的卫星精密产品 SISRE 特征分析.....	108
图 4-20 不同处理策略下的卫星精密产品 SISRE 误差构成.....	109
图 5-1 BDS-3 卫星相对于地基时间基准的钟差多天拟合残差.....	111
图 5-2 天基时间基准的频率稳定度.....	115
图 5-3 移除某颗卫星后对天基时间基准拟合残差的影响.....	116
图 5-4 天基时间基准下星载原子钟 60 天拟合残差.....	117
图 5-5 BDS-3 原子钟频率稳定度.....	118
图 5-6 C40 (氢钟) 2 小时预报误差.....	120
图 5-7 C32 (铷钟) 2 小时预报误差.....	121
图 5-8 C40 (氢原子钟) 24 小时拟合残差和预报误差.....	122
图 5-9 C36 (铷原子钟) 24 小时拟合残差和预报误差.....	123
图 5-10 天基时间基准下的部分星载氢钟稳定度和地基时间基准稳定度...	124
图 5-11 C30 在不同时间基准下的长期拟合残差.....	125
图 5-12 天基时间基准下的地基时间基准的预报能力.....	125
图 6-1 GNSS 相对论修正模型下的钟信号.....	128
图 6-2 不同相对论修正下的 30 天星间钟差.....	133
图 6-3 不同相对论修正下的星间去趋势钟差.....	134
图 6-4 不同相对论修正下卫星间钟差的频率稳定性.....	135
图 6-5 在不同的相对论修正下, 星间钟差两小时预测误差.....	137
图 6-6 BDS-3 ME0 卫星 (C26) 中的相对论周期信号.....	138
图 6-7 BDS-3 IGS0 卫星 (C38) 中的相对论长期漂移项和周期信号.....	139
图 6-8 GNSS 协议相对论修正误差的频率稳定度.....	139
图 6-9 GNSS 协议相对误差对 BDS-3 预报能力影响.....	141
图 6-10 GNSS 协议相对误差对 BDS-3ME0 星载理想原子钟天内预报能力影响	141
图 6-11 地球引力场田谐项示意图.....	143
图 6-12 地球引力场 2 阶田谐项引起的卫星半长轴和偏心率的 1 阶长周期项	144
图 6-13 BDS-3 IGS0-3 卫星半长轴和偏心率变化.....	145
图 6-14 基于卫星实测轨道计算的 BDS-3 IGS0-3 卫星相对论频率变化.....	146
图 6-15 基于卫星导航电文计算的 BDS-3 IGS0-3 卫星相对论频率变化、实测卫星钟速、实测卫星钟差拟合残差.....	147
图 6-16 高精度相对论框架下的卫星钟差预报体制.....	148



## 表目录

表 1-1 北斗三号系统服务情况.....	7
表 1-2 北斗三号组网卫星基本信息.....	8
表 2-1 以地面用户为代表的 GNSS 卫星 SISRE 系数.....	26
表 2-2 以地面用户为代表的低轨卫星 SISRE 系数.....	27
表 2-3 GNSS 卫星对 1150km 卫星星载接收机的 SISRE 系数.....	29
表 2-4 Galileo I/NAV 7 天比较结果.....	30
表 2-5 Galileo F/NAV 7 天比较结果.....	30
表 2-6 不同类型 GPS 卫星统计结果.....	35
表 2-7 BDS-3 卫星统计结果.....	37
表 2-8 不同 GNSS 的 SISRE 统计结果.....	40
表 3-1 北斗时基本信息.....	42
表 3-2 BDCS 基本信息.....	46
表 3-3 钟差处理模式.....	60
表 3-4 引力场中的主要成分.....	78
表 3-5 不同 IERS 规范推荐的行星历表.....	79
表 3-6 区域观测条件下 BDS-3 卫星定轨策略.....	81
表 3-7 不同轨道精度要求下 EOP 最长预报天数.....	85
表 4-1 两种钟差的每 24 小时互差和拟合残差统计.....	94
表 4-2 新策略下的钟差参数精度（2 小时预报误差）.....	101
表 4-3 约束双向钟差变化的星地星间联合定轨策略.....	104
表 4-4 不同策略的卫星定轨介绍.....	106
表 5-1 天基时间基准的原子钟构成信息.....	114
表 5-2 BDS-3 卫星构建的天基时间基准性能.....	115
表 5-3 BDS-3 星载氢钟原子钟频率稳定度.....	118
表 5-4 BDS-3 星载氢钟原子钟频率稳定度.....	118
表 5-5 天基时间基准下 BDS-3 星载氢原子钟 2 小时预报误差.....	120
表 5-6 天基时间基准下铷原子钟 2 小时预报误差.....	120
表 5-7 天基时间基准下 BDS-3 星载氢原子钟 24 小时预报能力.....	121
表 5-8 天基时间基准下 BDS-3 星载铷原子钟 24 小时预报能力.....	122

表 6-1 不同高度导航卫星的相对论常数修正 ..... 130

## 第1章 绪论

### 1.1. 引言

人类通过天空中的事物来确定自身的时空信息有着悠久的历史。史记记载“斗为帝车，运于中央，临制四方，分阴阳，建四时，均五行，移节度，定诸记，皆系于斗”的原理就是用天上的北斗星来定方向、定季节、定时辰。古人“日出而作，日入而息；旭日东升、日薄西山”也是用太阳的周期性升落确定自身所处的时间和方位。1957年4月，苏联发射了第一颗人造卫星，标志着人类可将地面研制的设备投入太空。此时，用人造天体代替自然天体传递时空信息的想法已不再遥远。上个世纪60年代，第一个卫星导航系统“子午仪”面世。人类首次通过人造天体的信号实现了定位和授时。随着半个多世纪不断发展，多个独立的全球卫星导航系统（Global Navigation Satellite System, GNSS）相继诞生。它们可以向地表和近地用户提供全天候，大范围的定位、测速、授时服务。截至今日，GNSS技术是21世纪最重要和最成功的现代天文测量技术之一。其不仅在军事、防灾、交通运输、农林牧业等多个领域得到广泛的应用，还是推动天文学、航天航空、大气科学、地球物理等多个学科前进发展的重要力量。

独立可控的卫星导航系统对现代国家的国家安全至关重要。20世纪后期，各个国家开始发展自身的卫星导航系统。在这一背景下，中国根据自身国情发展中国的卫星导航系统。北斗卫星导航系统（Beidou Navigation Satellite System, BDS）的建设分为三个阶段。第一阶段的建设于2000年完成，称为北斗一号系统（BDS-1），该系统可向中国地区提供初步的导航服务。第二阶段的建设于2012年完成，称为北斗二号系统（BDS-2），其可向中国以及中国周边地区提供导航授时服务和星基导航增强服务。第三阶段的建设于2020年完成，称为北斗三号系统（BDS-3），其可向全球提供全天候的导航授时服务以及向中国地区提供星基增强和B2b精密服务。此时，中国的BDS与美国GPS、欧盟的Galileo、俄罗斯的GLONASS都具备提供全球定位授时服务的能力。它们被国际学者称为“GNSS Big 4”<sup>[1]</sup>。目前，“GNSS Big 4”是卫星导航系统核心供应商。

“GNSS Big 4”之间相互合作，又存在竞争。GNSS全球定位授时服务的服务能力既侧面反映国家相关领域技术先进程度，又直接影响着国家在GNSS市场中的份额和国际话语权。因此提升BDS的全球定位授时服务能力对于中国卫星导航系统的发展至关重要。

空间信号精度是评估GNSS全球定位授时服务性能的重要指标<sup>[2]</sup>。如何提升BDS-3全球定位授时服务的空间信号精度，是BDS发展亟需突破的关键技术。

BDS 地面监测站只分布在中国境内，无法在全球范围内捕获卫星的下行导航信号和导航信息，卫星相当长时间内的时空信息只有通过预报的手段得到<sup>[3]</sup>。这一困境导致 BDS 在计算卫星的时空信息时，与全球范围内部署监测站的 GPS 和 Galileo 相比有天然的劣势。为克服这一困难，BDS-3 卫星搭载了 Ka 波段和超高精度星间链路载荷，具备星间双向通信和测量的能力<sup>[4]</sup>。因此 BDS-3 可通过境内卫星的星地测量和卫星间的星间测量，实现卫星时空信息的全弧段解算。然而，BDS 首次将星间链路纳入卫星时空信息处理的解算，缺乏较深的研究<sup>[5,6]</sup>。星间链路的潜能未得到充分发挥，北斗三号卫星的时空信息处理精度有待进一步挖掘。

论文正是在这一背景下，研究挖掘星间链路潜力，设计一套更适合 BDS-3 卫星的时空处信息解算方法，以此提升 BDS-3 的服务精度。

## 1.2. GNSS 发展现状

GNSS 泛指所有的区域、全球卫星导航系统以及增强系统。最早的卫星导航系统为美国的“子午仪”导航系统。如今 GNSS 卫星已经超过上百颗，其中 GPS, GLNOASS, BDS, GALILEO 共 4 个全球卫星导航系统被 ICG 确认为导航系统核心供应商。除此之外，如下图所示，印度的区域卫星导航系统（IRNASS）、日本的准天顶卫星系统（QZSS）等也是国际上重要的卫星导航系统。

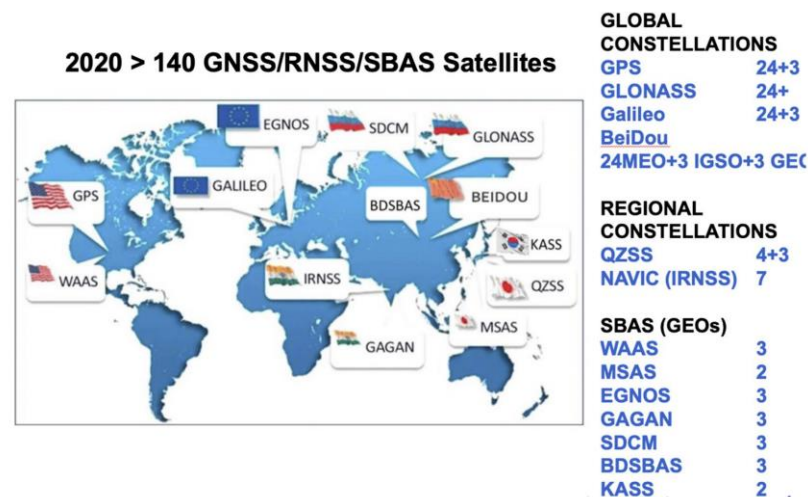


图 1-1 GNSS 服务商和发展现状<sup>[7]</sup>

Figure 1-1 GNSS service providers and development status

这些导航系统的服务能力可用 4 大指标进行衡量。它们分别是精度、完好性、可用性、连续性。接下来，论文介绍上述系统的发展现状和调研结果。

### 1.2.1. GPS

GPS (Global Positioning System) 的研发计划于 1973 年 12 月提出,旨在以卫星播发的无线电测距信号为美军提供全球、全天候、连续、实时的导航定位授时 (Positioning, Navigation and Timing, PNT) 服务。1979 年, GPS 系统发射了第一颗 BLOCK I 实验卫星,并开始缓慢发展 GPS 信号中的误差修正理论。1993 年, GPS 完成了 24 颗卫星的星座组网,可提供连续的全球卫星导航服务。1995 年,美国空军部宣布 GPS 具备完全工作的能力。1997 年, GPS 开始使用新设计的 BLOCK IIR 卫星替代旧的 GPS 卫星。

1999 年,美国提出了“GPS 现代化”计划<sup>[8]</sup>。“GPS 现代化”拟通过空间段、地面端、信号体制 3 个方面的升级来提升 GPS 的服务性能<sup>[9]</sup>。

#### (1) 空间段升级

空间段升级包括优化星座布局,卫星型号升级,研制新型卫星三个方面。优化星座布局的任务是:在 GPS 已有的 24 轨位星座的基础上,对 GPS 星座轨位进行扩展,并对星座中的部分重要轨位进行调整。截至 2023 年, GPS 提供服务的卫星已有 32 颗。

卫星型号升级首先体现在 GPS BLOCK 第二代卫星的升级。其目的是为了更新替换一些上个世纪发射的寿命超过年限的卫星。为了使 GPS 卫星具备提供更强大的导航服务的能力,美国着力开展 BLOCK 第二代导航卫星的替换。第一颗 GPS BLOCK IIR-M 卫星于 2005 年发射。随后,第一颗 GPS BLOCK IIF 于 2010 年发射。2016 年, GPS 核心星座的 BLOCK IIA 卫星均被替换。2019 年,美国完成了多次发射任务,余下的 BLOCK IIR-M 卫星和 BLOCK IIF 相继被送入轨道,并正常工作。

研制新型卫星主要体现在 GPS BLOCK 第三代卫星的研制。2008 年,美国宣布由洛克希德·马丁公司研制 GPS 在 BLOCK II 的基础上,全力研制生产第三代 GPS 卫星 BLOCK III。根据 GPS 的计划,未来的 GPS 星座由 10 颗 BLOCK IIIA 卫星和 22 颗 BLOCK IIIF 卫星构成<sup>[10]</sup>。BLOCK IIIA 的概念图如下图所示。在载荷方面,它与 BLOCK IIF 相比, BLOCK III 搭载了性能更好的星载铷原子钟;新增了民用信号,可实现与其他 GNSS 的兼容互操作;提升军码的抗干扰功率;更长的卫星寿命 (15 年)。2018 年,第一颗 BLOCK IIIA 卫星发射。到 2021 年共 6 颗 BLOCK IIIA 卫星发射,具备服务状态。截至 2023 年, BLOCK IIIF 尚处在研制阶段。预计 2025 年, BLOCK IIIF 具备发射状态。

图 1-2 GPS BLOCK IIIA 卫星示意图<sup>[10]</sup>

Figure 1-2 GPS BLOCK IIIA

## （2）地面段升级

地面段是 GPS 系统地面运行控制的大脑，它的作用是基于观测数据生成导航电文并上注给卫星。一些论文显示，GPS 地面控制段由 1 个主控站（MCS）、1 个备用主控站、17 个监测站和 12 个地面天线组成<sup>[11,12]</sup>。为适应 GPS 现代化的新需求，美国将运行控制系统的现代化分为了 3 个阶段<sup>[13]</sup>，分别是美国 GPS 新一代地面运行控制系统 OCX 计划、OCS 精度改进计划，体现结构演进计划。其中，OCX 是 GPS 的下一代运控系统。GPS OCX 将实现地面段、空间段、用户段的集成，具备任务指挥、卫星控制等能力。除此之外，OCX 可支持处理新型的 BLOCK III 卫星。OCX 计划是 GPS 现代化的最后一步。尽管 OCX 计划的概念可追溯至 2018 年，然而受限于 OCX 技术复杂程度与工作量的认识不足或严重低估，OCX 计划的实施遇到了严重拖延。与传统的 GPS 运行控制系统相比，OCX 计划中的地面段能力将得到显著增强，可大大提高整个系统的性能和效率，主要包括以下几个方面：

- 1) 采用基于 Kalman 滤波的新型轨道钟差实时估计技术
- 2) 具备更多民用、军用频点信号的信息处理能力
- 3) 允许更多的 GPS 卫星参与运行；
- 4) 支持 GPS 第三代卫星处理
- 5) 支持高速星间链路，点波束增强等信息处理
- 6) 具备卫星发射、异常处置与退役卫星管理能力

## （3）信号体制升级

为了提升 GPS 的应用能力和与其它 GNSS 兼容互操作的能力，美国在 GPS



现代化计划中新增了包括 L1C,L2C,L5 3 种民用信号, 和 M 码军用信号。一些研究结果显示, 上述新信号中的频率间偏差得到明显降低。

截至 2023 年, GPS 由 32 颗卫星构成, 绝大部分卫星搭载了高性能星载铷原子钟, 部分卫星搭载了高性能星载铯原子钟(基准频率为 10.23MHz)。GPS 星座为 Walker 星座。根据 GPS 的官方文件<sup>[14]</sup>, 其在 2018 年可提供全球范围内 95%水平误差低于 8.3 米, 高程水平误差低于 11.2m、授时精度优于 40ns 的公开服务。

### 1.2.2. Galileo

Galileo 是欧洲自主研发的 GNSS, 其研发计划可追溯至 1999 年。Galileo 的研发旨在具备自主可控的导航系统, 摆脱欧洲对美国 GPS 的依赖。与 GPS 一致, Galileo 也具备提供全球、全天候、连续、实时的 PNT 服务的能力。Galileo 第一颗卫星 GIOVE-A 于 2005 年发射。并于 2008 年, Galileo 发射了第二颗卫星 GIOVE-B。2011 年, Galileo 在圭亚那太空中心发射了第一颗在轨验证卫星 (IOV)<sup>[15]</sup>。2014 年 Galileo 发射了第一颗 FOC (Full Operational Capabilities) 卫星。2016 年, Galileo 具备试运行能力。并于 2019 年, Galileo 具备完全运行能力。Galileo 计划的星座由 24 颗正常卫星和 6 颗辅助卫星构成, 其中 24 颗卫星遵循 Walker 24/3/1 的星座构型。然而截止 2023 年 3 月, Galileo 仅 22 颗卫星提供公开授权服务。有 2 颗卫星为大偏心率轨道<sup>[16]</sup>。

截至 2023 年, Galileo 星座主要由 FOC 卫星构成。FOC 卫星采用模块化设计, 在 E1、E5、E6 3 个频点播发导航信号。并搭载了星载高性能被动性氢钟和铷钟, 其时频系统的基准频率也为 10.23MHz。除此之外, FOC 卫星具备温度控制系统, 该系统可保证时间系统的环境温度在很小的范围内变化, 以此保证 FOC 高性能星载原子钟和其他载荷的稳定性。下图为 FOC 卫星的示意图:



图 1-3 Galileo FOC 卫星示意图<sup>[17]</sup>

Figure 1-3 Galileo FOC

对于地面段, Galileo 的控制中心分别位于德国的奥伯普法芬霍芬和意大利

的富齐诺<sup>[18]</sup>。它们可通过控制和接收全球分布的遥测、跟踪、监测站获取和监视 Galileo 卫星的数据和状态。

为进一步提升 Galileo 的服务能力，Galileo 于 2016 年宣布启动第二代 Galileo (G2G, Galileo second generation) 的论证工作<sup>[19]</sup>。G2G 的提升主要在导航卫星升级、地面段升级、服务能力更新 3 个方面。

2020 年 8 月，ESA 开始研制新一代 Galileo 卫星，且该卫星预计于 2024 年发射，新的卫星的变化主要包括<sup>[18]</sup>：

- 1) 增加卫星允许承载的载荷质量，达到中大型卫星的水平；
- 2) 数字化有效载荷显著增加，具备更灵活的载荷重构能力；
- 3) 搭载星间链路载荷，保持精确的定轨能力和时间同步能力，增强卫星自主导航能力；
- 4) 搭载更高性能，更低故障率的星载原子钟

同时，为了使 Galileo 能够提供更健全的服务，提高 Galileo 服务性能，欧洲也开展了对 Galileo 升级和现代化改造，主要包括以下几点：

- 1) 开展虚拟化仿真技术，进行多源数据验证
- 2) 研发更先进的定轨与时间同步算法及其测试平台，以此提升 Galileo 卫星空间信号精度
- 3) 研发新一代 Galileo 运控系统，增强运控系统业务处理能力

最后，结合 GNSS 的前沿技术，欧洲计划对 Galileo 的服务能力进行更新，主要包括以下几点：

- 1) 在全球导航定位授时服务中增加导航信号认证，以此提升 Galileo 的可靠性
- 2) 采用 PPP-RTK 技术，提供全球范围类的高精度服务 (High Accuracy Service, HAS)
- 3) 升级搜救支持服务功能，让求救者这知悉救援中心已经获得了求救者的位置。

截至 2023 年，尽管 Galileo 出现过多次严重故障，但是 Galileo 的定位精度显著优于其他 GNSS<sup>[20]</sup>。根据 Galileo 的官方文件显示<sup>[21]</sup>，Galileo 在 2018 年公开服务的 95% 水平定位误差为 1.90m、垂直误差为 3.31m。

### 1.2.3. 北斗卫星导航系统

北斗卫星导航系统 (BDS) 是中国着眼于中国自身安全和经济社会发展需要，自主建设的 GNSS。它可为全球用户提供全天候的定位、导航、授时服务。它是中国重要的时空基础设施。

根据中国自身的国情，BDS 形成了“先区域、后全球”的总体思路。并在此基础上逐步形成了三步走发展战略。2000 年年底，北斗一号成功完成了 4 颗地

球同步轨道（Geostationary Earth Orbit satellite, GEO）卫星的入轨。这标志着北斗一号系统建成。北斗一号可向中国提供无线电测定服务（Radio Determination Satellite Service, RDSS）及短报文服务。2012年年底，北斗5颗GEO卫星，5颗倾斜地球静止轨道卫星（Inclined Geosynchronous Orbit, IGSO）和4颗地球中轨道（Medium Earth Orbit, MEO）卫星成功入轨，其混合星座完成部署，可向亚太地区提供服务<sup>[22]</sup>。这标志着北斗二号系统建成。

针对北斗系统中监测站部署受限制，原子钟性能不够高，空间信号精度较低的情况。中国开展了北斗三号卫星的研究和关键技术攻关。2015年，中国完成了新一代北斗导航卫星的试验，开展了包括星间链路，高性能原子钟支持下的导航体制设计和导航试验<sup>[23]</sup>。2017年，第一颗BDS-3组网卫星成功入轨，标志着BDS开始提供全球范围的PNT服务。2018年，BDS-3完成了18颗MEO卫星的部署，其星座实现了全球覆盖。2020年，随着第30颗BDS-3卫星入轨联试完成，北斗三号宣布全面建成。北斗三号是北斗三步走发展战略中的最后一步，可向民用用户提供五大服务。它们包括基本导航服务、星基增强服务、全球短报文通信服务、国际搜救服务、精密定位服务。这些服务的基本信息如下：

表 1-1 北斗三号系统服务情况  
Table 1-1 Introduction of BDS-3 Service

服务类型	信号频点	电文播发
基本导航服务	B1C/B2a	3 IGSO+24 MEO 播发本星的导航电文
	B1I/B3I	除 C61 外所有 BDS-3 组网卫星
星基增强服务	B1C/B2a	3 颗 GEO
全球短报文通信服务	L 波段（上行）	14 MEO
	B2b（下行）	24 MEO
国际搜救服务	UHF（上行）	6MEO
	B2b（下行）	24 MEO
精密定位服务	B2b	3 颗 GEO 播发 BDS-3 非 GEO 卫星和

## GPS 卫星的精密电文

注：

- 1) 星基增强服务中，每颗 GEO 卫星播发 3 颗 BDS-3 GEO 卫星的星历和 BDS-3 非 GEO 卫星和 GPS 卫星的增强电文；
- 2) 精密定位服务，每颗 GEO 卫星 BDS-3 非 GEO 卫星和 GPS 卫星的增强电文；
- 3) 上述播发状态仅为 2023 年前的 BDS-3 的服务状态，后续可能会存在变动。

与其他 GNSS 一样，BDS 由地面段、空间段、用户段三部分组成。地面段通常包括地面时间基准站、时间同步站（Time Synchronization Station, TSS）、地面监测站。需要说明的是，不同于 GPS 和 Galileo，BDS-3 的监测站仅在中国境内，尚未实现全球分布。

北斗三号空间段为混合星座，其由 24 颗 MEO 卫星，3 颗 IGSO 卫星和 3 颗 GEO 卫星构成。这些卫星由中国科学院微小卫星研究院和中国航天科技集团研制<sup>[23]</sup>。它们均搭载了各种观测载荷，可实现星地、星间多源观测。除此之外，BDS-3 卫星为了提升原子钟的能力，还搭载了我国自主研究生产的高性能被动氢原子钟和甚高精度星载铷原子钟<sup>[24,25]</sup>。通过星间链路，BDS-3 卫星可实现全弧段的星间钟差和距离测量。通过高性能星载原子钟，BDS-3 卫星的原子钟信息预报能力得到大幅度增强。下表总结了 BDS-3 卫星的一些基本信息：

表 1-2 北斗三号组网卫星基本信息  
Table 1-2 Basic information of BDS-3 working satellite

轨位	卫星	制造商	主钟	PRN
MEO Slot A-1	MEO-16	SECM	被动型氢钟	C35
MEO Slot A-2	MEO-09	SECM	被动型氢钟	C29
MEO Slot A-3	MEO-10	SECM	被动型氢钟	C30
MEO Slot A-4	MEO-07	SECM	被动型氢钟	C27
MEO Slot A-5	MEO-08	SECM	被动型氢钟	C28
MEO Slot A-6	MEO-21	SECM	被动型氢钟	C43
MEO Slot A-7	MEO-15	SECM	铷钟	C34
MEO Slot A-8	MEO-22	SECM	铷钟	C44
MEO Slot B-1	MEO-13	CASC	铷钟	C32
MEO Slot B-2	MEO-19	CASC	铷钟	C41

MEO Slot B-3	MEO-14	CASC	铷钟	C33
MEO Slot B-4	MEO-20	CASC	铷钟	C42
MEO Slot B-5	MEO-21	CASC	铷钟	C21
MEO Slot B-6	MEO-04	CASC	铷钟	C22
MEO Slot B-7	MEO-01	CASC	铷钟	C19
MEO Slot B-8	MEO-02	CASC	铷钟	C20
MEO Slot C-1	MEO-06	CASC	铷钟	C24
MEO Slot C-2	MEO-12	SECM	被动型氢钟	C26
MEO Slot C-3	MEO-23	CASC	氢钟	C45
MEO Slot C-4	MEO-17	CASC	氢钟	C36
MEO Slot C-5	MEO-24	CASC	铷钟	C46
MEO Slot C-6	MEO-18	CASC	铷钟	C37
MEO Slot C-7	MEO-05	CASC	铷钟	C23
MEO Slot C-8	MEO-11	SECM	被动型氢钟	C25
IGSO-1		CASC	被动型氢钟	C38
IGSO-2		CASC	被动型氢钟	C39
IGSO-3		CASC	被动型氢钟	C40
GEO-1		CASC	被动型氢钟	C59
GEO-2		CASC	被动型氢钟	C60
GEO-3		CASC	被动型氢钟	C60

注:

- 1) BDS-3 的 MEO 为 walker 星座, A,B,C 分别代北斗 walker 星座的轨道面;
- 2) 卫星的主钟会经常调整, 这里列出的是于 2022 年 4 月份时的原子钟主钟情况。



图 1-4 BDS-3 卫星示意图<sup>[25]</sup>

Figure 1-4 BDS-3 Satellite<sup>[25]</sup>

与 Galileo 类似，面对竞争日益激烈的 GNSS，BDS 计划从 2 个方面增强其服务能力：

- 1) 在 BDS-3 已有工程技术上，总结 BDS-3 工程中的经验，借鉴最新的 GNSS 技术，提升 BDS-3 的服务精度和稳定性。
- 2) 开展下一代卫星导航系统论证，攻关低轨卫星、超高精度星间链路对 BDS-3 卫星服务能力提升的关键技术。

根据 IGMAS 的评估结果显示，BDS-3 在 2019 年导航定位授时服务的 95% 水平定位误差为 3.2m、垂直误差为 5.5m。

#### 1.2.4. GLONASS

GLONASS 是过去苏联和现在俄罗斯的 GNSS。GLONASS 在最初设计时面临两个挑战。第一个是精确到纳秒的卫星时间尺度构建，第二个挑战是导航卫星轨道参数的高精度确定和预测。为解决第一个问题，稳定度为  $10^{-13}$  的铯原子钟和稳定度为优于  $10^{-14}$  的氢原子钟被 GLONASS 采用。第二个问题则通过对 GLONASS 卫星光压、地球自转不规则、极运动等无限小二阶因子的科学研究得到了解决<sup>[26]</sup>。

传统的 GLONASS 的使用频分多址 (Frequency Division Multiple Access, FDMA) 来区分卫星信号。这一做法的初衷在于防止 GLONASS 信号被干扰和欺骗。但是随着兼容互操作已经称为了未来 GNSS 的趋势，俄罗斯在 GLONASS-K 卫星上也实现了支持码分多址 (Code Division Multiple Access, CDMA) 的播发体制。目前，俄罗斯最新型号的卫星为 GLONASS-K1 卫星。该卫星不仅具备 CDMA 的播发方式，还搭载了星间链路终端和高性能原子钟，它们的稳定度可达到  $5 \times 10^{-14}$  的水平<sup>[27]</sup>。

图 1-5 GLONASS-K 卫星示意图<sup>[17]</sup>

Figure 1-5 GLONASS-K Satellite

GLONASS 空间段的建设分三步实现，1976 年，苏联正式启动 GLONASS 导航卫星系统项目的研发。1982 年，第一颗 GLONASS 卫星发射。1996 年，GLONASS 星座具备 24 颗卫星，具备全球服务的能力。2001 年，受卫星的寿命（3 年）和政治因素等影响，GLONASS 星座卫星的数目降低至 6 颗<sup>[28]</sup>。2002 年，GLONASS 开始复兴。2003 年，第一颗 GLONASS-M 卫星升空。2011 年，第一颗 GLONASS-K1 进入预定轨道，24 颗卫星在轨运行，俄罗斯再次实现了全球服务。截至 2023 年初，俄罗斯卫星不断更新换代，其星座卫星已经完全由 GLONASS-M 和 GLONASS-K1 卫星构成。在未来，俄罗斯的空间段建设主要包括以下两个方面<sup>[29,30]</sup>：

- 1) GLONASS-K 全面替换 GLONASS-M 卫星
- 2) 发射新一代 GLONASS-K2 卫星

GLONASS 系统地面段包括位于俄罗斯首都的主控站和分布于俄罗斯境内各地的指令上注站。为了提高 GLONASS 的服务能力，俄罗斯联邦航天局着力于在俄罗斯境外布设监测站。2021 年，中俄签署《2021 至 2025 年中俄卫星导航领域合作路线图》，积极推动实施中俄联合建站，合作共赢。在未来，GLONASS 有望在中国建设 GLONASS 监测站<sup>[30]</sup>。

GLONASS 的官方文件显示<sup>[31]</sup>，2014 年，GLONASS 的 95%水平定位误差约为 5m，95%高程定位误差约为 9m。

#### 1.2.5. IRNSS (NavIC)

IRNSS 是印度的卫星导航系统，其研发计划可追溯至 2006 年。旨在到建立自主可控的卫星导航系统。2013 年，IRNSS 的第一颗卫星 IRNSS-1A 由日本发射。2016 年，印度第 7 颗卫星导航星成功入轨，IRNSS 完成星座部署。印度总理宣布将 IRNSS 更名为 NavIC (Navigation with Indian Constellation, NavIC 在

梵语中表示“领航者”或者“舵手”<sup>[32]</sup>。

IRNSS 的星座由 7 颗导航卫星组成，包括 4 颗 IGSO 和 3 颗 GEO 卫星，他们均在印度上空。其播发的频率包含了 L5 频段，具备和其他 GNSS 兼容互操作的可能。不同于其他 GNSS，IRNSS 卫星的载荷大多从国外采购。其中，IRNSS 的星载铷原子钟从瑞士采购。IRNSS 的地面段由 17 个监测站构成，其中 15 个在印度本土，2 个在印度境外（毛里求斯，比可亚岛）。它们均由印度空间研究机构飞行器控制中心（SAC-ISRO）管理。2016 年后，IRNSS 的发展主要体现在以下 3 个方面<sup>[33]</sup>：

#### （1）本土化有效载荷发展

不同于其他 GNSS，印度的工业水平无法满足 IRNSS 的需求，因此印度的大部分载荷多由国外采购。2016 年，印度开始发展本土化有效载荷。2017 年，印度多颗星载原子钟发生故障，印度加大印度铷原子钟（India rubidium atomic frequency standards, IRAFS）的研制<sup>[34]</sup>。

#### （2）兼容互操作向全球导航系统迈进

目前 IRNSS 系统及提供一个民用信号和一个授权信号的服务，难以实现与其他 GNSS 的兼容互操作。因此，印度正在研发 L1 频段信号及相关服务的研制。除此之外，IRNSS 计划在区域服务的基础上发展成由 18 颗卫星组成的全球卫星导航系统。

#### （3）推广产业应用

为了实现 IRNSS 导航在手机、汽车和物联网平台等市场上的应用与拓展。印度空间研究组织（Indian Space Research Organisation, ISRO）和美国的高通公司（Qualcomm）合作开发支持 IRNSS 系统的导航芯片。

根据印度官方文件显示<sup>[35]</sup>，IRNSS 2021 年 11 月标准定位服务在印度核心地区的 95% 水平定位误差约为 5.5 米，95% 三维定位误差约为 11 米。

### 1.3. 星间链路发展现状

GNSS 领域里，星间链路的概念的提出可追溯至 1985 年，国外学者为降低卫星导航系统对于地面段的依赖，提出了星间链路这一概念<sup>[36,37]</sup>。目前，星间链路泛指在卫星或航天器之间直接进行星间通信或星间测量的无线链路。根据星间链路的应用场景，通常按空域和频域两种方式对其分类<sup>[38]</sup>。按频域划分，星间链路可以分为微波星间链路和激光星间链路；按空域划分，星间链路可以分为同轨星间链路和异轨星间链路。通过星间链路，导航卫星系统可以最大限度地摆脱对地面系统的依赖，以此提升整个系统的抗毁性、自主性、机动性和灵活性。目前，星间链路测量技术是 BDS-3 实现高精度时空信息处理的主要手段。不同 GNSS 的发展计划均显示，星间链路技术的发展将是未来 GNSS 不可



或缺的重要组成部分<sup>[39]</sup>。以下将从国外，国内两个方面介绍星间链路技术的发展现状。

### 1.3.1. 国外星间链路发展现状

美国从上个世纪 80 年代开始研究基于星间链路的 180 天星座自主导航，并于 GPS 的 BLOCK IIR 和 BLOCK IIF 卫星上安装了星间链路。这些卫星的星间链路的频段为 UHF 频段，接收端由相控阵天线构成，发射端由平面直射阵列构成<sup>[40]</sup>。通过星间链路，GPS 的 BLOCK IIR 卫星具备自主导航 180 天时，用户定位精度优于 6m 的能力。可能受中国 BDS 的启发，在 GPS 最新一代卫星中，考虑到 UHF 频段星间链路波束宽、数据率低，抗干扰能力差的特点。GPS 的 BLOCK III 卫星搭载了 Ka 波段星间链路，使卫星具备 GPS 的星地、星间一体化的能力，以此实现 GPS 对整星座的监视和管理，同时大幅降低 GPS 对于海外地面站的依赖。除了导航星座外，美国的星间链路广泛引用与卫星通信。跟踪与数据中继卫星（Tracking and Data Relay Satellite, TDRS）先后搭载了 S 频段、Ku 频段、Ka 频段的星间链路终端，可分别实现 300Kb/s、25Mb/s、800Mb/s 的传输速率<sup>[38]</sup>。美国的铱星星座也搭载了 Ka 波段星间链路终端，可实现同轨相邻卫星和异轨相邻卫星间的通信<sup>[41]</sup>。2023 年，举世瞩目的马斯克星链卫星，将激光星间链路作为其核心传输链路<sup>[42]</sup>。截至 2023 年，NASA 计划推进如 Orion Artemis II Optical Communications System (O2O) 等更多的星间链路项目<sup>[43]</sup>。在地球物理研究方面，美国国家航空航天局(National Aeronautics and Space Administration, NASA)跟德国航空中心共同推进研发的探测重力场卫星 GRACE 和 GRACE-FOLOW-ON 也搭载了高精度的星间链路载荷<sup>[44]</sup>。

俄罗斯为解决区域监测跟踪站无法全球分布这一难题，在 GLONASS-M 卫星上搭载了 S 频段星间链路载荷，并在 GLONASS-K 上搭载了激光星间链路终端<sup>[27]</sup>。根据俄罗斯的电文中的 GLONASS-K 轨道精度小于 0.3m 可以推测，俄罗斯可能已经攻克了星间链路在 GLONASS 定轨处理中的关键技术<sup>[2]</sup>。

为提升卫星的定轨精度和钟差解算精度、降低卫星业务解算对地面段的依赖。Galileo 在欧空局的框架下先后通过 GNSS+和 ADVISE 两个项目开展了星间链路技术的论证研究<sup>[15]</sup>。在下一代 Galileo 系统论证中，Galileo 明确了激光星间链路（0.1-10 GHz）的观测是 G2G 精密定轨和时间同步的主要技术手段<sup>[45]</sup>。除此之外。欧洲航天局（ESA）为满足更高精度科研任务需求，提出了 Kepler 计划。Kepler 采用原子钟分布式部署方的式构，利用低轨卫星构建高精度的天基时间基准。其钟组间比相和信息传递依托激光星间链路实现<sup>[46]</sup>。

上述调研可知，由于其强大的通信和测量能力，星间链路已经成为卫星发展的趋势。但是国外关于星间链路实际应用于大型星座导航服务中的文献并不多，多为自主导航研究，与地面数据结合的定轨和时间同步研究也基本处于仿

真和论证阶段，缺乏实测数据支持。

### 1.3.2. 国内星间链路发展现状

星间链路(Inter-Satellite Links)在中国的发展可追溯到 21 世纪初。2008 年，天链一号和神州七号飞船成功进行了在轨双向跟踪与通信，中国具备了星间链路通信技术<sup>[38]</sup>。2015 年，中国新一代北斗试验导航卫星成功入轨，首次实现了基于星间链路支持下的卫星精密定轨和时间同步验证<sup>[5]</sup>。2020 年，BDS-3 卫星全面组网完成。它们搭载了 Ka 波段相控阵天线，可实现时分多址模式的星间双向测量。除此之外，部分 BDS-3 卫星搭载了超高精度星间链路试验载荷，具备星间持续高精度测量的能力。2023 年，中国星网和一些低轨导航卫星，均计划将超高精度星间链路作为未来导航时空信息处理的重要观测手段。

通常，星间链路包含两种体制的星间链路，它们的信息如下：

#### (1) Ka 星间链路

如下图所示，Ka 波段星间链路采用时分多址双向体制。在一个轮询周期内，星座卫星在不同的时间与不同的卫星连接，进行双单向测距测量。

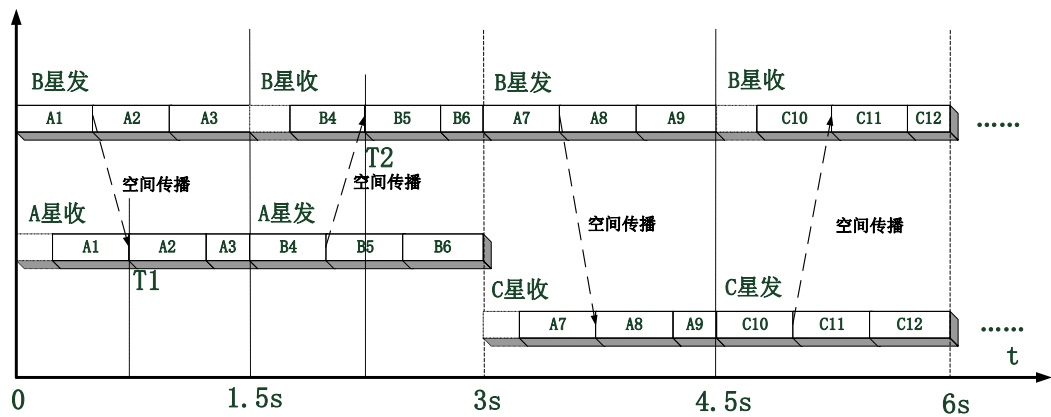


图 1-6 Ka 波段星间链路时分多址示意图图<sup>[56]</sup>

Figure 1-6 Ka-band time-division inter-satellite links

#### (2) 超高精度星间链路

如下图所示，BDS-3 搭载多个超高精度星间链路试验终端，它们在同一时刻向其他卫星的终端发射信号，并接收对应终端的发射信号，形成双向观测。超高精度星间链路长时间建链，可实现部分卫星间的持续的双单向持续测量。

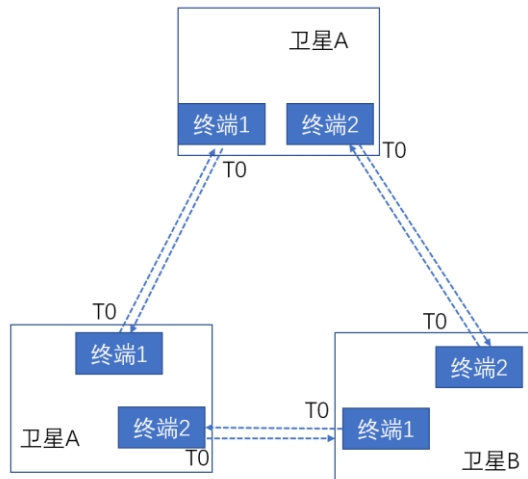


图 1-7 超高精度星间链路示意图

Figure 1-7 Ultra accuracy inter-satellite links

国内对于星间链路在导航业务处理中的算法研究可分为 3 个阶段。第一个阶段为仿真论证阶段，第二个阶段为实测数据处理阶段，第三个是算法优化与应用拓展阶段。

#### （1）仿真论证阶段

该阶段的研究多为北斗试验导航卫星成功入轨前，采用仿真手段，验证星间链路的拓扑结构和星间链路对卫星定轨精度和时间精度性能提升效果<sup>[47,48,120-121]</sup>。以及论证以星间链路为主要观测手段的自主导航，包括分布式/集中式自主导航算法<sup>[49,50]</sup>、整体星座旋转<sup>[51]</sup>。

#### （2）实测数据验证阶段

该阶段的研究多为在 BDS-3 试验星/组网星成功入轨后的研究，这些研究主要分析北斗 Ka 波段星间链路在 BDS-3 精密定轨、时间同步、自主导航中的应用和实现情况<sup>[5-6,52,53,107-115]</sup>。包括基于双向数据的处理和单向数据的处理。

#### （3）算法优化与应用拓展阶段

该阶段的研究一方面包括星间链路中的高精度模型、地月星间链路、包含星间链路的多源数据融合算法研究，以及研究 Ka 波星间链路对时空基准建立、其他地球物理参数解算等领域的贡献<sup>[54,55, 116-119]</sup>。

唐成盼和潘军洋等人的论文结果显示<sup>[5,6]</sup>，在 Ka 波段星间链路支持和区域网观测条件下，BDS-3 导航业务处理的轨道精度可优于 0.1m，卫星钟差精度可优于 1.5ns。

## 1.4. 本文选题背景与研究内容

### 1.4.1. 研究背景与意义

GNSS 的定位精度由用户等效距离误差 (User Equivalent Range Error, UERE) 和定位几何精度因子 (Dilution of Precision, DOP) 共同决定。UERE 可反应观测值的噪声水平和模型误差。DOP 可反应星座的构型与卫星几何分布对最终定位精度的影响。UERE 可继续划分为空间信号测距误差 (Signal-In-Space Range Errors, SISRE)、传播段误差和用户设备误差 (User Equipment Errors, UEE)。UEE 可反应接收机设备端的误差, 传播段误差反应了信号在对流层、大气层传播中的误差, SISRE 可反应来自卫星端的误差。因此, 研究各导航系统 SISRE 可反应不同导航系统来自卫星端的定位精度。其大小主要取决于卫星的广播星历精度和钟差参数精度。SISRE 是衡量不同 GNSS 系统的重要指标, 因此如何降低卫星 SISRE, 对提升导航系统的竞争力具有重要意义。

为弥补北斗卫星导航系统地面监测站分布不均匀的缺陷, 北斗三号卫星搭载了 Ka 波段相控阵天线, 引入了 L 波段星地双向观测数和 Ka 波段星间观测。也正是因为如此, BDS 采用了与其他 GNSS 不同的方法来分别获得卫星的轨道和钟差。一方面北斗三号通过区域网监测数据+ISL 的测距数据来估计卫星轨道<sup>[23]</sup>, 另一方面采用星地双向时间同步方法+Ka 波段星间时间同步方法来获得境内外卫星钟差<sup>[56]</sup>。上述两种方法独立开展, 可独立实现。采用上述体制, 北斗三号的空间信号精度相对于北斗二号卫星有较大提升。但是与 Galileo 相比, 还存在一定差距<sup>[57]</sup>。

北斗三号首次采用多源数据融合处理的方式进行精密定轨和钟差测定。学术界对该方法进行研究较少, 相关理论与算法尚不完善。国外 GNSS 对多源数据, 尤其是星间链路支持的时空信息处理多为仿真验证, 缺乏实际应用。尽管国内学者通过将多源观测数据进行简单的法方程叠加或者进行观测量的线性叠加, 实现了区域条件下的卫星的精密轨道确定和钟差测定。但是上述算法并未顾及卫星轨道和钟差的自治处理, 也未克服多源设备的零值不稳定波动和未知系统误差对最终结果的影响, 更未考虑多源观测的误差特征和差异性。上述缺陷导致北斗三号卫星的空间信号精度与世界一流 GNSS 存在差距, 有进一步提升的空间。因此, 以上述遇到的不足为导向, 研究区域网条件下基于星间链路的卫星轨道和钟差的最优测定理论, 以此提高北斗三号卫星的空间信号精度。该研究无论对北斗三号的性能提升, 还是丰富融合多种数据的定轨和钟差测定的理论, 均有重要意义。

综上所述, 研究以北斗三号卫星空间信号精度提升关键技术为题, 以提升北斗三号卫星空间信号精度为目标, 突破在区域网条件下融合多种数据的卫星钟差测定和定轨最优策略的关键技术, 实现更高精度的北斗三号卫星钟差测定

和轨道确定方法,为北斗系统进一步发展与完善提高科学积累,对提升将来北斗在全球卫星导航市场中的份额和提升我国的国防力量均有重要意义。

#### 1.4.2. 研究内容

本文在北斗全球卫星导航系统已有的工程建设基础上,以提升北斗三号卫星导航电文空间信号精度为目标,通过挖掘北斗三号高性能星载原子钟和星间链路的潜力,研究北斗三号卫星高精度时空信息测量和预报的关键技术和方法,以此提升北斗三号卫星空间信号精度。论文的研究兼顾了北斗三号监测站只能部署在中国境内的特点,并顾及了北斗全球卫星导航系统多中的多源观测数据的数据特征。论文的主要研究内容如下:

第一章,绪论。主要阐述论文选题背景和意义,介绍国内外全球卫星导航系统和部分区域卫星导航系统的发展现状、并介绍国内外星间链路发展现状、说明本文的论文安排。

第二章,GNSS 卫星导航电文空间信号测距误差。该章节介绍和推导了GNSS 卫星 SISRE (GNSS 性能的重要指标)的计算方法。分析了不同卫星导航系统对不同用户的卫星 SISRE 系数。通过对 GPS、GALILEO,北斗三号的 SISRE 进行分析和对比,指出北斗三号卫星空间信号精度的特征和提升瓶颈,为后续研究提供目标和思路。

第三章,多源数据支持的广播电文与钟差参数生成处理基本原理与特征。系统性地介绍了在区域监测条件下,利用多源数据提供基本导航服务产品的基本原理和流程。包括 GNSS 处理中地时空基准、多源观测数据的观测模型、精密定轨和时间同步的基本原理。并结合第二章的结论,深度分析限制北斗三号卫星空间信号精度进一步提升的内在原因。该章节是后续章节的理论基础和研究出发点。

第四章,基于多源观测手段的高精度时间同步策略。该章节以第二章为指导,站在第三章的理论上,提出、验证了一套以星间链路为主要测量手段的。适合北斗三号的高精度钟差参数生成策略。该策略包括基于星间链路的高精度星间时间同步方法,基于 GEO 卫星的高精度星地钟差计算方法,基于 GNSS 下行位居和相位的多源设备零值一体化标定方法。

第五章,北斗三号天基时间基准关键技术研究。该章节在第四章的基础上,利用北斗三号高性能原子钟和高精度星间时间同步结果,构建了由北斗三号星载原子钟维持的天基时间基准,并基于该时间基准,初步研究星载原子钟、地面原子钟的性能和导航服务能力。

第六章,北斗三号高精度时间同步中的相对论效应。该章节介绍并推导了卫星钟差中的相对论效应数值修正模型和 GNSS 协议相对论(偏心率)修正模型。并在高精度星间时间同步中发现了目前 GNSS 协议相对论(偏心率)修正

模型不能描述的相对论信号。并分别利用仿真和实测结果分析了这些信号对卫星空间信号精度的影响。

第七章，对论文进行了总结，并对针对论文的不足之处和尚未完成的研究，提出未来的研究展望。

## 第2章 GNSS 导航电文卫星空间信号测距误差

PNT 精度、完好性、可用性、连续性是全球和区域导航卫星系统 (GNSS/RNSS) 的重要指标。其中 PNT 精度更是 GNSS/RNSS 的核心竞争力, GNSS/RNSS 的定位精度与各种因素相关<sup>[58]</sup>。通常, 定位的精度与观测几何构型相关的质量因子 (DOP) 与单次测距的测量精度和建模误差 (称为用户等效距离误差, UERE) 构成<sup>[59]</sup>。前者由星座构型决定, 后者可被分为空间段误差、接收设备段误差以及传播段的误差<sup>[60]</sup>。其中, 空间段的误差通常使用 SISRE 描述。因此本章从 SISRE 的计算原理出发, 通过与其他系统的横向比较, 分析 BDS-3 SISRE 的大小和特征, 寻找 BDS-3 空间信号精度提升的主要瓶颈。

本章共由 4 个部分构成。本章第一节从地面用户的角度, 介绍了 SISRE 的基本概念。并推导了 GNSS 卫星对地面用户的系数确定方法。第二节计算分析了不同系统对不同用户的 SISRE 系数, 本章第三节以事后的精密轨道和钟差参数为参考, 分别评估了 GPS、Galileo 和 BDS-3 卫星导航电文 SISRE 的大小、主要成分、特征。为北斗三号空间信号精度提升提供依据和目标。第四节则为本章的结论。

### 2.1. 空间信号测距误差计算方法

单点定位 (Standard Point Positioning, SPP) 是目前 GNSS 最基本的定位方式, 其本质一个最小二乘估计问题。它寻求最小化观测向量  $\bar{\rho}$  和模型  $h(\bar{x})$  之差的测站坐标, 模型  $h(\bar{x})$  取决于给定的一组初始坐标  $\bar{x}$ 。根据最小二乘原理, 有:

$$\bar{x} = \bar{x} + (B^T B)^{-1} B^T (\bar{\rho} - h(\bar{x})) \quad (2.1)$$

其中,  $B = \frac{d(h(\bar{x}))}{d\bar{x}}$ , 为系数矩阵。

式 (2.1) 中的  $\Delta\bar{\rho} = \bar{\rho} - h(\bar{x})$  可以直观反应观测值误差或噪声对定位的影响。

然而在实际中, 精确的  $h(\bar{x})$  是得不到的, 只能用近似的理论模型来描述:

$\tilde{h}(\bar{x}) = h(\bar{x}) + \Delta\vec{h}$ 。此时, 该模型的误差会导致解算的位置存在扰动, 其扰动可用下式描述:

$$\Delta\tilde{\bar{x}} = \bar{x} - \tilde{\bar{x}} = (B^T B)^{-1} B^T \Delta\bar{\rho} \quad (2.2)$$

其中,  $\Delta\vec{p} = \Delta\vec{p} - \Delta\vec{h}(\vec{x})$ 。该向量可描述所有可视卫星构成的一组观测矢量和模型误差矢量的差。对于标准定位而言, 单次观测的  $h(\vec{x})$  可以表示为:

$$h(\vec{x}) = \|\vec{r}_s - \vec{r}_r\| + c(dt_r - dt_s) + D_R + D_S + T + I + F_r + F_s \quad (2.3)$$

其中,  $\vec{r}_r$  和  $\vec{r}_s$  为测站和接收机坐标,  $dt_r$  和  $dt_s$  为接收机和卫星钟差,  $D_R$  和  $D_S$  分别为接收机和卫星的零值,  $T$  为对流层模型,  $I$  为电离层模型,  $F_r$  和  $F_s$  表示接收机和卫星的框架偏差。由于该偏差通常在厘米级, 因此该偏差在 SPP 中我们不做考虑。对于接收机而言, 其通常采用的是近似模型:

$$\tilde{h}(\vec{x}) = \|\tilde{\vec{r}}_s - \vec{r}_r\| + c(dt_r - \tilde{dt}_s) + \tilde{D}_S + \tilde{T} + \tilde{I} \quad (2.4)$$

其中,  $\tilde{\vec{r}}_s$  和  $\tilde{dt}_s$  通常为 GNSS 导航电文提供的近似的卫星位置和钟差。除此之外, 特定接收机所有的硬件误差通常被忽视。在 GNSS 空间误差分析过程中,  $\Delta\vec{p}$  通常被分为空间段误差  $\Delta\vec{p}_{SIS}$  和用户段误差  $\Delta\vec{p}_{UE}$ 。其中,  $\Delta\vec{p}_{UE}$  通常包括如热噪声、多路径误差、接收机未知误差、建模不完全导致的对流层和电离层延迟误差。对于单次观测,  $\Delta\vec{p}_{SIS}$  的误差可用下式计算:

$$\Delta\vec{p}_{SIS} = -\vec{e}_s \cdot \Delta\vec{r}_s + \Delta(cdt_s) - \Delta B_s \quad (2.5)$$

其中,  $\vec{e}_s = \frac{\vec{r}_s - \vec{r}_r}{\|\vec{r}_s - \vec{r}_r\|}$  表示从接收机到卫星的视线单位矢量,  $\Delta\vec{r}_s$ 、 $\Delta(cdt_s)$ 、 $\Delta B_s$  为导航电文中的广播星历误差、钟差参数误差、群延迟误差。这些参数均由 GNSS 系统端上注和播发, 与接收设备无关。因此  $\Delta\vec{p}_{SIS}$  可直接反应系统的导航信息的时空信息播发精度。

从上式可以看到,  $\Delta\vec{p}_{SIS}$  与视线方向是高度相关的。考虑到地球用户可能分布在地球表面任何地方, 因此为了考虑到各种可能的观测几何结构, 自 GPS 计划的早期阶段起,  $\Delta\vec{p}_{SIS}$  的监测就采用了地理平均的概念来平均化不同用户的空间段误差<sup>[61]</sup>。假设用户平均分散在某一曲面  $S$  上, 则卫星端误差在该区域内的用户视线方向上的瞬时投影的平均值可表示为:

$$SISRE = \frac{\int \Delta p_{SIS} ds}{\int ds} \quad (2.6)$$



对应地，根据误差传播定律，SISRE 的均方根误差  $RMS(SISRE)$  可表示为：

$$SISRE_{RMS} = \sqrt{\frac{\int Err^2 ds}{\int ds}} \quad (2.7)$$

由上式可知，卫星端误差由卫星钟差参数误差和卫星轨道误差构成，定义卫星端轨道误差向量为  $\vec{E}$ ，钟差参数误差为  $T$ ，卫星指向用户的单位矢量为  $\vec{l}$ 。假设地球近似为球形，且用户平均分散在地球表面  $S$  上。卫星端误差在轨道参考系下的投影关系如下图所示：

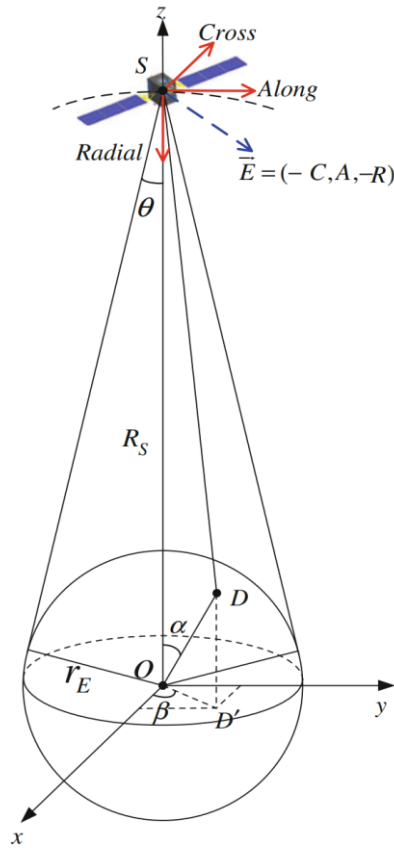


图 2-1 地面用户对卫星的观测示意图<sup>[62]</sup>

Figure 2-1 Schematic diagram of satellite observation by ground users

其中， $RMS(SISRE)$  可进一步表示为：

$$\begin{aligned}
 SISRE_{RMS} &= \sqrt{\frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}-\theta_{\max}} \left( \vec{l} \cdot \vec{E} - cdt_s \right)^2 r_E^2 \sin \alpha d\alpha d\beta}{\int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} r_E^2 \sin \alpha d\alpha d\beta}} \\
 &= \sqrt{\frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}-\theta_{\max}} \left( \vec{l} \cdot \vec{E} - cdt_s \right)^2 \sin \alpha d\alpha d\beta}{2\pi(1-\sin \theta_{\max})}}
 \end{aligned} \quad (2.8)$$

其中，上图的 O 为地心，X 轴指向与卫星迹向相反的方向，Y 轴指向卫星的法向，Z 轴指向与卫星径向相反的方向， $\alpha$  为以地心为顶点卫星与用户的夹角， $\beta$  为用户投影到 XOY 平面上与 X 轴的夹角， $R_s$  为卫星轨道高度， $\theta$  为以卫星为顶点，用户和地心的夹角， $\theta_{\max}$  可通过卫星视线与地球相切时得出。在轨道参考系下， $\vec{E}$  可分解为径向轨道误差  $R\vec{e}_R$ ，迹向轨道误差  $A\vec{e}_A$ ，法向轨道误差  $C\vec{e}_C$ ，即

$$\vec{E} = (A, C, R) \quad (2.9)$$

其中  $\vec{e}_R$ ， $\vec{e}_A$ ， $\vec{e}_C$  分别为轨道参考系下径向、迹向和法向的三个基向量。根据图 2-1 的几何关系可知，轨道参考系下的  $\vec{l}$  可通过下式计算：

$$\vec{l} = \frac{\overrightarrow{SD}}{\|\overrightarrow{SD}\|} = \frac{(r_E \sin \alpha \cos \beta, r_E \sin \alpha \sin \beta, r_E \cos \alpha - R_s)}{\sqrt{r_E^2 + R_s^2 - 2r_E R_s \cos \alpha}} \quad (2.10)$$

将公式(2.7)和公式 (2.8) 代入公式(2.6)，可以得到：

$$RMS(SISRE) = \sqrt{w_R^2 R^2 - 2w_R(cdt_s)R + (cdt_s)^2 + w_{AC}^2(A^2 + C^2)} \quad (2.11)$$

其中  $w_R$  和  $w_{AC}$  分别为轨道径向和切法平面误差投影系数，他们的计算方法如下：

$$w_R = \sqrt{\frac{\int_0^{\frac{\pi}{2}-\theta_{\max}} \left( \frac{r_E \cos \alpha - R_s}{\sqrt{r_E^2 + R_s^2 - 2r_E R_s \cos \alpha}} \right)^2 \sin \alpha d\alpha}{1 - \sin \theta_{\max}}} \quad (2.12)$$

$$w_{AC} = \sqrt{\frac{\int_0^{\frac{\pi}{2}-\theta_{\max}} \left( \frac{r_E \sin \alpha}{\sqrt{r_E^2 + R_s^2 - 2r_E R_s \cos \alpha}} \right)^2 \sin \alpha d\alpha}{2(1 - \sin \theta_{\max})}} \quad (2.13)$$

式(2.9)可进一步化简为:

$$SISRE_{RMS} = \sqrt{(w_R R - cdt_s)^2 + w_{AC}^2 (A^2 + C^2)} \quad (2.14)$$

当不考虑卫星钟差的影响时, 式(2.12)可以进一步反应轨道误差对地表用户的平均影响。该影响可称作 SISORB (又称为  $SISRE_{orb}$ ):

$$SISRE_{RMS}^{orb} = \sqrt{w_R^2 R^2 + w_{AC}^2 (A^2 + C^2)} \quad (2.15)$$

根据式(2.13)可知, SISRE 主要包括两个部分: 第一部分为径向轨道误差与钟差参数误差的综合误差。第二部分为卫星的切平面方向上的轨道误差。值得一提的是, 当  $\omega_{AC}$  明显小于  $w_R$ , 且切平面轨道误差与径向轨道误差的大小基本相同时, SISRE 将由径向轨道误差与钟差参数误差的综合误差所决定。事实上, 基于 GNSS 信号的精密定轨会使得解算的钟差吸收轨道的残余误差, 导致轨道误差和钟差参数误差存在较强的相关性。该相关性可使得  $w_R R - cdt_s$  可能会互相抵消, 以此降低卫星的 SISRE。

需要注意的是, 由于不同产品的时空基准存在差异, 因此导航电文和精密产品不能用于直接比较, 而需要进行相位中心 (Phase Center Offset, PCO)、群延迟参数 (Time Group Delay, TGD)、差分码偏差参数 (Differential Code Bias, DCB)、系统时间基准差异修正。他们的修正方法如下:

### (1) 广播星历修正

导航电文的播发的轨道空间参考点为卫星 GNSS 天线的相位中心, 而事后精密轨道的空间参考点是卫星的质心。在进行对比前, 需按式(2.16)将相心轨道修正至质心轨道。

$$\vec{r}_c^{ITRS} = A \left( A^T \vec{r}_p^{ITRS} - \vec{l}(f_i) \right) \quad (2.16)$$

其中,  $\vec{r}_c^{ITRS}$  为地固参考系下的卫星质心位置,  $A$  为星固坐标系到地固参考系的旋转矩阵, 其具体计算方式可参考 3.2 节。  $\vec{l}_i(f_i)$  为星固坐标系下  $i$  频点天线相位中心相对于卫星质心的修正矢量。

对于 GPS 卫星, 我们重点考虑了 PCO 在地心方向上的修正, 这是因为该方向的差异对 SISRE 的影响远大于切平面方向轨道误差对 SISRE 的影响。文章采用 Monterbruck 推荐的方法修正径向方向的 GPS 卫星的天线 PCO 修正<sup>[63]</sup>。并采用 IGS 提供的 GPS 天线 PCO 信息来修正切向和法向 PCO。该方法有两个前提和假设:

- 1) 导航电文中的广播星历质心与 IGS 质心在轨道径向上的平均误差为 0。
- 2) 卫星天线严格对准地心。

对于 Galileo，论文采用了 Galileo 官方的姿态信息和修正量。考虑到 Galileo 的钟差参数为双频钟差参数，因此 PCO 需以双频组合的相心为基准，具体计算公式如下式所示：

$$\vec{l}(f_1, f_2) = \frac{f_1^2 \vec{l}_1(f_1) - f_2^2 \vec{l}_2(f_2)}{f_1^2 - f_2^2} \quad (2.17)$$

其中， $\vec{l}(f_1, f_2)$  表示 Galileo 双频组合的 PCO 修正矢量， $\vec{l}_1(f_1)$  和  $\vec{l}_2(f_2)$  分别表示不同频点的 PCO 修正矢量， $f_1, f_2$  为服务的参考的播发频率。I/NAV 为 E1, E5b。F/NAV 为 E1, E5a。论文的试验表明，Galileo 采用式 (2.17) 修正比其中任意单频修正效果误差更小。

对于 BDS-3，其导航电文的时空参考点为 B3 频点相位中心。因此在计算 BDS-3 卫星的轨道误差时，论文采用了 BDS-3 官方的 B3 频点 PCO 矢量进行修正。

## (2) 卫星钟差改正

卫星钟差首先需考虑相对论修正，但是考虑到不同 GNSS 系统的接口控制文件 (ICD) 和精密钟差已经进行了该修正，因此无需在比较时进行额外的相对论修正。

论文通过合适的频段选取，避免了钟差比较时进行 TGD 和 DCB 的修正。对于 BDS-3 和 GPS，论文分别选择 L1CA/L2P 和 B3I 频点的钟差参数。对于 Galileo，E1-E5a 和 E1-E5b 之间的 TGD 可以忽略不计<sup>[59]</sup>。因此论文选择这两个双频组合频点进行比较。

如下图所示，考虑到文章中采用的 PCO 空间参考点和 IGS PCO 的空间参考点存在差异，因此对 IGS 的精密钟差进行补偿。考虑到该差异主要来自径向方向。因此需按式 (2.18) 所示对该差异进行修正。

$$dclk_i = \vec{l}_{IGS}(z) - \vec{l}_{GNSS}(z) \quad (2.18)$$

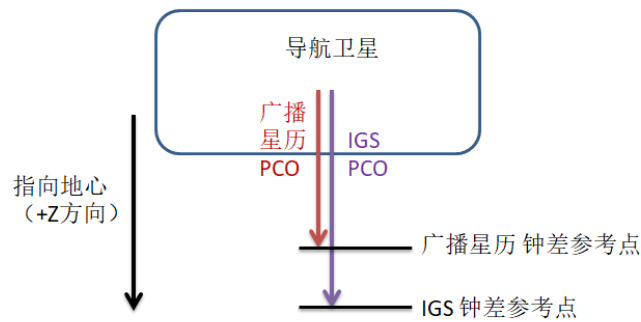


图 2-2 不同 PCO 修正示意图以及对钟差影响的示意图

**Figure 2-2 Schematic diagram of the influence and correction of satellite PCO on clock offsets**

对于 GPS 和 Galileo，导航电文的时间基准为 GPST 或者 GST。而精密产品的时间基准可能为 IGST，该差异可通过式(2.19)进行修正：

$$dclk_{REF} = - \frac{\sum_{i=1}^n (clk_{bcast}(i, t) + dclk_{pcO}(i))}{n} \quad (2.19)$$

其中， $dclk_{REF}$  为参考时间的差异修正。其中  $clk_{bcast}$  为卫星钟差参数计算的钟差。 $n$  为 GPS 或者 Galileo 所有卫星的数目， $i$  为表征卫星的索引下标。

综上所述，通过选取合适的频点的电文，不同时刻 GPS 和 Galileo 卫星的钟差参数误差可用下式表示：

$$CLK(t) = clk_{bcast}(t) + dclk_i + dclk_{REF} - clk_0(t) \quad (2.20)$$

对于 BDS-3，通过选择 B3 频点，并采用与 BDS-3 电文相同的时间基准，各个时刻的钟差参数误差可用下式表示：

$$CLK(t) = clk_{bcast}(t) - clk_0(t) \quad (2.21)$$

其中， $clk_0(t)$  为事后精密钟差， $CLK(t)$  为电文的钟差参数误差。

## 2.2. 不同场景下的空间信号测距误差系数确定

从式 (2.10) 和 (2.11) 可知， $w_R$  和  $w_{AC}$  的大小与卫星的轨道高度和用户离地心的距离高度相关。目前，GNSS 的主要用户是地面用户。但是随着低轨星座建设的不断推进，计算卫星的 SISRE 误差的场景不再局限于 GNSS 对地面用户，还包括 GNSS 对低轨星载用户和低轨导航系统对地面用户。为更好的支持不同场景下的 SISRE 的解算，我们根据 SISRE 的计算原理，分别研究了基于地面用户的 GNSS 卫星 SISRE 投影系数、基于地面用户的低轨卫星 SISRE 投影系数，基于低轨星载用户的 GNSS 卫星 SISRE 投影系数。

### 2.2.1. 面向地面用户的 GNSS 卫星空间信号测距误差系数

地面用户是当前 GNSS 的核心用户，我们假设地面用户可收到用户站心坐标系下高度角大于  $0^\circ$  的所有卫星观测数据。则根据该几何关系， $\theta_{max}$  为可以通过卫星的高度  $R_s$  和地球半径计算。此时，将 GNSS 卫星的轨道高度带入式 (2.12) 和 (2.13)，并以  $\theta_{max}$  为上限进行数值积分，则可计算基于地面用户的 GNSS 卫

星 SISRE 投影系数。其结果如下表所示：

表 2-1 以地面用户为代表的 GNSS 卫星 SISRE 投影系数  
Table 2-1 GNSS SISRE projection coefficient for ground users

卫星系统	卫星高度 (km)	$\theta_{\max}$	$w_R$	$w_{AC}$
GPS	20189	13.9	0.9794	0.1428
Galileo	23229	12.4	0.9835	0.1277
GLONASS	19069	14.5	0.9774	0.1493
BDS-3	MEO	21529	13.2	0.9814
	IGSO/GEO	35786	8.7	0.9920

从表中可以看出：GNSS 卫星的径向轨道误差投影系数接近于 1，切法平面方向误差投影系数小于 0.2，意味着 GNSS 径向轨道误差对地面用户的 SISRE 的影响显著大于切法平面对 SISRE 的影响。该计算结果与文献 Montenbruck 等人文献中的计算结果一致<sup>[59]</sup>。

#### 2.2.2. 面向地面用户的低轨卫星空间信号测距系数

低轨卫星通常指轨道高度 300 到 2000 公里内的卫星，低轨卫星导航系统是未来 GNSS 的发展趋势，中国下一代卫星导航系统，以及中国星网，都计划基于低轨星座提供导航增强服务。为了便于地面用户分析 GNSS 导航星座和低轨导航星座的 SISRE 特征，需要计算不同轨道高度低轨卫星对地面用户的 SISRE 投影系数。

以低轨星座的轨道高度为变量，不同轨道高度低轨星座对地面用户的 SISRE 投影系数的变化如下图所示。图中，蓝色和橙色分别表示不同轨道高度低轨卫星对地面用户的轨道径向和切法平面 SISRE 误差投影系数。从图中可以看出，当低轨卫星的轨道高度从 300 km 到 2000 km 范围内逐渐增大时，轨道径向误差对地面用户的投影系数从 0.374 变化到 0.7164，不断变大；轨道切法平面误差对地面用户的投影系数从 0.656 变化到 0.493，不断减小。说明随着低轨星座轨道高度的增加，轨道径向误差对 SISRE 的影响越来越大，切法平面误差对 SISRE 的影响不断降低。

通过与第 2.2.1 节中 SISRE 误差投影系数进行对比可以看出：GNSS 卫星对地面用户的 SISRE 误差投影系数并不适用于低轨导航卫星低轨星座，否则会给地面用户导航性能评估带来风险。相比于传统的 GNSS 卫星，低轨卫星的切法方向的误差对地面用户定位误差的影响更大。

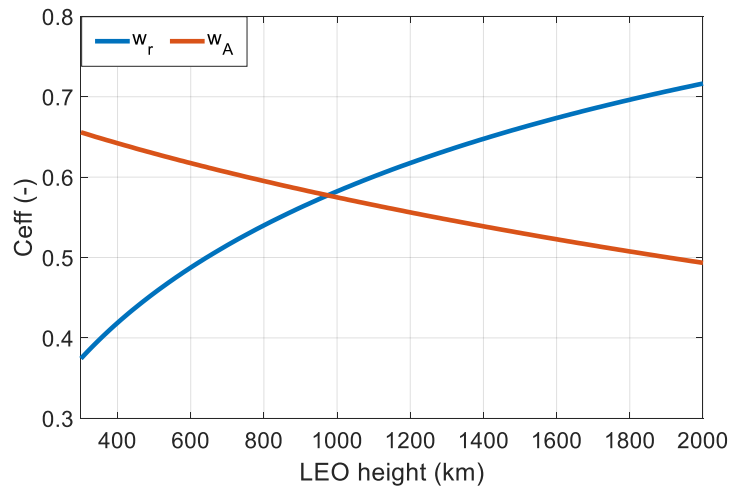


图 2-3 地面用户对不同低轨高度下的卫星 SISRE 投影系数

Figure 2-3 Ground user's coefficient of SISRE with different LEO altitudes

以四种常见的低轨星座为例，下表计算了一些特定低轨卫星对地面用户的 SISRE 误差投影系数。包括卫星最大天顶角  $\theta_{\max}$ 、轨道径向误差投影系数  $w_R$  和轨道切法平面误差投影系数  $w_{AC}$ 。

表 2-2 以地面用户为代表的低轨卫星 SISRE 投影系数

Table 2-2 LEO SISRE projection coefficient for ground users

星座	卫星高度 (km)	$\theta_{\max}$	$w_R$	$w_{AC}$
星链 (Starlink)	550	67.0	0.472	0.623
微厘卫星	970	60.2	0.577	0.578
星网卫星	倾斜轨卫星	1150	57.8	0.609
	近极轨卫星	1175	57.6	0.613
开普勒 (Kepler)	1209	57.2	0.619	0.555

从图 2-3 和表 2-2 中可以看出，当低轨卫星轨道高度为 970km 时， $w_R$  和  $w_{AC}$  基本相等。当卫星高度大于 970km 时， $w_R$  大于  $w_{AC}$ ，此时卫星径向轨道误差对 SISRE 的贡献更大，当卫星高度小于 970km 时， $w_R$  小于  $w_{AC}$ ，此时卫星切法向轨道误差对 SISRE 贡献更大。

### 2.2.3. 面向低轨用户的 GNSS 卫星空间信号测距误差系数

考虑到 GNSS 卫星除了给地面用户导航外，还会给搭载 GNSS 星载接收机的低轨卫星提供导航服务。因此在评估 GNSS 对低轨卫星的导航定位的 SISRE

时，需要顾及低轨星载接收机的 GNSS 卫星空间信号误差投影系数。

假设低轨星载接收机用户分布于 300-2000km 的近圆轨道上，此时各物理量的计算不再是基于  $r_E = 6371\text{km}$  得出，而是基于低轨卫星平均高度  $r_{\text{ref}}$  得出，即

在式 (2.12) 和式 (2.13) 中，用低轨卫星的轨道高度  $r_{\text{ref}}$  替换  $r_E$ 。对应地，

$\theta_{\text{max}}$  也不在以地球半径为参考，而是由低轨卫星高度决定。下图给出了不同轨道高度下的低轨星载接收机用户的 GNSS 卫星 SISRE 投影系数。图 2-4 的上图为轨道径向误差投影系数，下图为轨道切法平面误差投影系数。两个子图中横坐标表示低轨星载接收机的轨道高度，蓝色，红色和黄色曲线分别表示 GPS，Galileo 和 GLONASS 卫星对不同轨道高度的低轨星载接收机误差投影系数，紫色曲线表示 BDS MEO 卫星对不同轨道高度低轨星载接收机的误差投影系数，绿色曲线表示 BDS GEO/IGSO 卫星对不同轨道高度低轨星载接收机的误差投影系数。

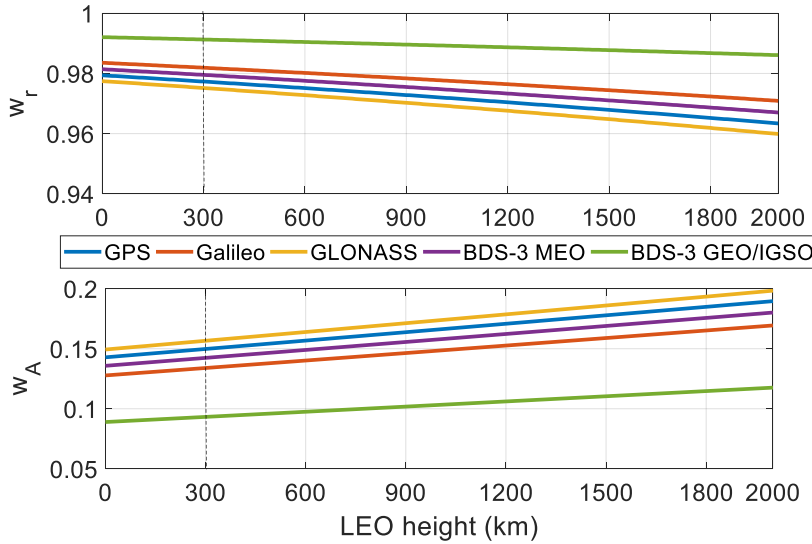


图 2-4 GNSS 卫星对不同高度下的低轨星载接收机的空间信号测距误差投影系数

Figure 2-4 LEO user's coefficient of SISRE with respect to GNSS

从上图中可以看出：随着低轨卫星的轨道高度不断变大，卫星轨道径向投影误差系数不断变小，切法平面误差投影系数不断变大。当低轨卫星轨道高度从 300km 提高至 2000km 时，GNSS MEO 卫星的切法平面误差投影系数  $w_{AC}$  可从 0.15 增加至 0.2。这表明与地面用户相比，GNSS 卫星切法平面方向的误差对低轨星载接收机用户的影响会更加显著。

以星网卫星的低轨星载接收机为例，下表计算了 GNSS 卫星对轨道高度为 1150km 的低轨星载接收机用户的 SISRE 投影系数。从表中可看出，与 MEO 卫星相比，GEO 和 IGSO 卫星的轨道径向误差对低轨星载接收机用户的 SISRE 影



响更大，轨道切法平面误差对低轨星载接收机用户的 SISRE 影响较小。对于四大 GNSS 系统的 MEO 卫星，轨道径向和切法平面的误差投影系数差别不大，其中，Galileo 卫星的轨道切法平面误差对 SISRE 的影响相对较小，轨道径向误差对 SISRE 的影响相对较大。

表 2-3 GNSS 卫星对 1150km 卫星星载接收机的 SISRE 投影系数

Table 2-4 GNSS SISRE projection coefficient for 1150km LEO

卫星系统	卫星高度 (km)	$\theta_{\max}$	$w_R$	$w_{AC}$
GPS	20189	16.4	0.971	0.169
Galileo	23229	14.7	0.977	0.152
GLONASS	19069	17.2	0.968	0.177
BDS-3	MEO	21529	15.6	0.973
	GEO/IGSO	35786	10.3	0.988

### 2.3. GNSS 卫星空间信号测距误差特征分析

GNSS 的 SISRE 性能不仅在轨卫星的载荷能力有关，还与运控系统信息处理中的定轨、钟差测定以及播发策略高度相关。本节将以精密轨道和精密钟差为参考，以地面用户为代表，采用表 2-1 中的系数分别评估不分别评估了 GPS、Galileo 和 BDS-3 卫星导航电文 SISRE 的大小、主要成分、特征。并以此为依据，寻找 BDS-3 卫星空间信号精度提升的途径。以此降低 BDS-3 卫星 SISRE。这对提升 BDS-3 定位精度具有参考价值和指导意义。

作为对比的 GPS 和 Galileo，本章研究的主要分析了 GPS 第二代卫星的 LNAV 和 Galileo 的 FOC 卫星 F/NAV 和 I/NAV。评估的时间从 2019 年 1 月 13 日到 1 月 20 日。GPS 和 Galileo 的导航电文从 MGEX 全球监测站收集的多系统导航电文获取。BDS-3 的导航电文为 BDS-3 监测站的回收电文，选择的频点为 B3I 频点。GPS 和 Galileo 轨道和钟差的基准为德国波茨坦地理中心(Helmholtz-Centre Potsdam - German Research Centre for Geosciences, GFZ)提供的精密轨道和精密钟差，其轨道和钟差精度优于 3-5cm。BDS-3 中国区域内的精密钟差和轨道通过复现唐成盼等人的工作得出，它们的精度可达到 10cm 和 0.5ns<sup>[5,6]</sup>。

#### 2.3.1. Galileo

表 2-4 和表 2-5 统计分析了 Galileo 卫星的 SISRE。其中，I/NAV 协议中伽利略的 FOC 卫星径向误差 RMS 为 0.10m、切线误差和法向误差 RMS 为 0.19m、0.17m。Galileo 钟差参数误差 RMS 为 0.21m，SISORB 为 0.10m。平均 SISRE 为 0.19m。F/NAV 协议中 FOC 卫星径向轨道误差 RMS 为 0.11m、切向和法线轨道

误差 RMS 为 0.19、0.17m，钟差参数误差为 0.14m。平均 SISO RB 为 0.12m、平均 SISRE 为 0.14m。

表 2-4 Galileo I/NAV 7 天比较结果 (RMS) 单位: 米  
Table 2-4 Statistical results of Galileo I/NAV for 7 days

SATID	R	T	N	CLK	CLK+R	SISRE
E01	0.11	0.17	0.18	0.15	0.11	0.12
E02	0.12	0.20	0.16	0.37	0.36	0.36
E03	0.07	0.20	0.19	0.12	0.13	0.13
E04	0.06	0.20	0.15	0.26	0.27	0.27
E05	0.07	0.19	0.17	0.13	0.12	0.13
E07	0.06	0.17	0.17	0.13	0.11	0.12
E08	0.07	0.19	0.17	0.40	0.41	0.40
E09	0.06	0.20	0.15	0.21	0.20	0.20
E21	0.11	0.16	0.18	0.31	0.29	0.28
E24	0.12	0.22	0.18	1.60	1.59	1.54
E25	0.13	0.18	0.16	0.17	0.11	0.11
E26	0.10	0.23	0.19	0.13	0.10	0.11
E27	0.11	0.19	0.19	0.18	0.15	0.15
E30	0.13	0.17	0.14	0.18	0.13	0.13
E31	0.11	0.17	0.19	0.15	0.09	0.10

表 2-5 Galileo F/NAV 7 天比较结果 (RMS) 单位: 米  
Table 2-5 Statistical results of Galileo F/NAV for 7 days

SATID	R	T	N	CLK	CLK+R	SISRE
E01	0.13	0.17	0.18	0.14	0.06	0.06
E02	0.14	0.19	0.16	0.18	0.17	0.15
E03	0.09	0.20	0.19	0.11	0.15	0.16
E04	0.08	0.20	0.15	0.09	0.13	0.13
E05	0.09	0.19	0.17	0.15	0.19	0.19
E07	0.09	0.17	0.17	0.09	0.08	0.08
E08	0.09	0.19	0.17	0.12	0.16	0.17
E09	0.09	0.20	0.15	0.12	0.15	0.15
E21	0.12	0.16	0.18	0.24	0.25	0.25

E24	0.13	0.22	0.18	0.12	0.08	0.09
E25	0.14	0.18	0.16	0.16	0.13	0.13
E26	0.12	0.23	0.19	0.18	0.23	0.23
E27	0.12	0.19	0.19	0.14	0.11	0.11
E30	0.14	0.17	0.14	0.16	0.08	0.08
E31	0.13	0.17	0.17	0.14	0.12	0.13

F/NAV 服务中, Galileo 卫星的钟差参数误差如下图所示。可以看到, 所有卫星的钟差参数误差中存在与轨道周期相关的信号。这表明 Galileo 的钟差参数中吸收了的 Galileo 的轨道误差。说明每 10 分钟一次的电文更新可以有效发挥高频播发导航电文以及 Galileo 高性能氢原子钟的优势。

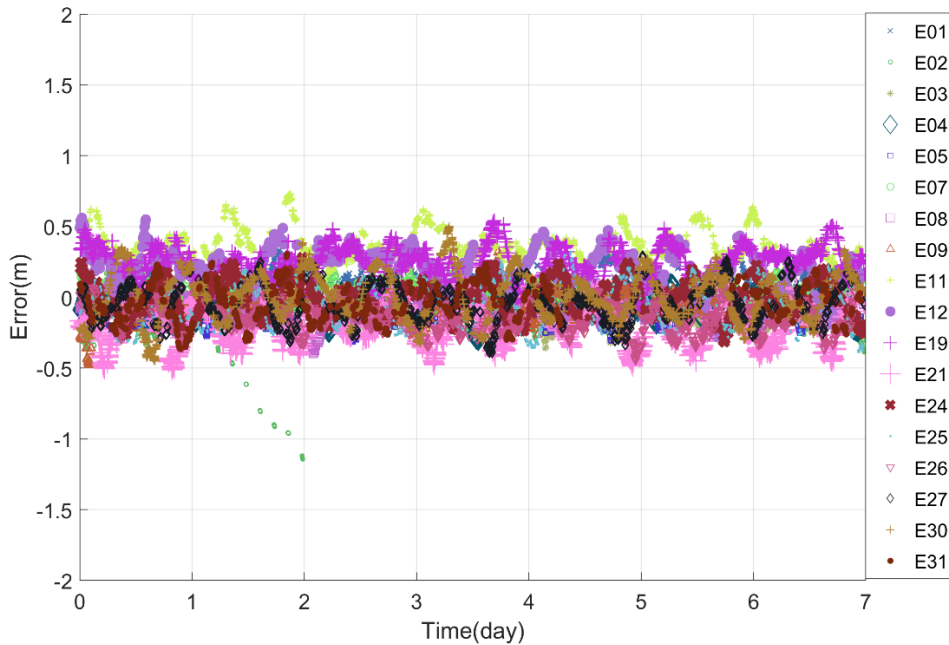


图 2-5 Galileo F/NAV 钟差参数误差

Figure 2-5 The errors clock offset parameters of Galileo

Galileo 典型的卫星广播星历轨道误差和钟差参数误差图如下图所示。从图中可以看到, Galileo FOC 卫星径、切、法三个方向的轨道误差大小基本相同。通过第二章对的分析可知, 在三者大小基本相同时, 切向和法向误差对卫星 SISRE 的贡献较小。因此, Galileo 的 SISRE 主要由径向轨道误差和钟差参数误差的综合效应决定。这一结论可从与表 2-4 和表 2-5 中得到反应。

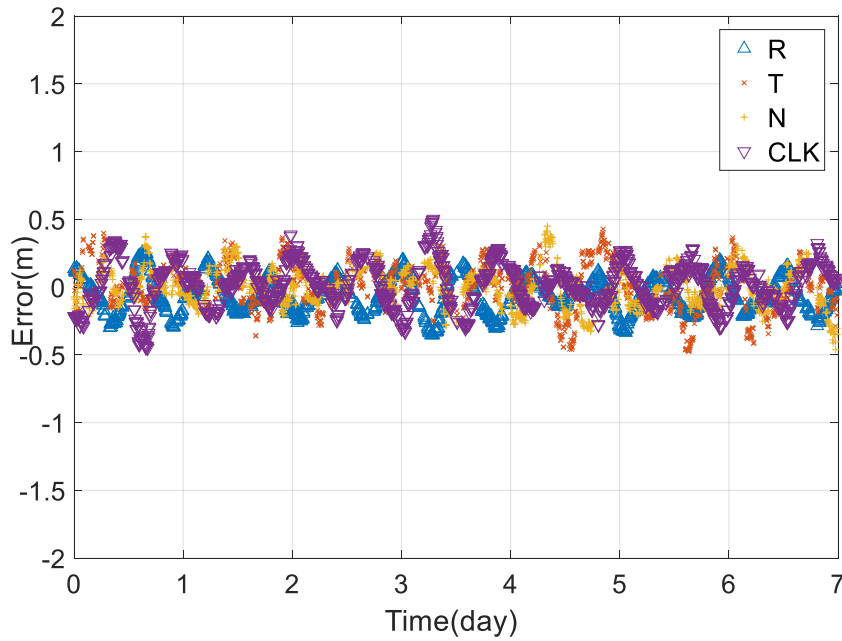


图 2-6 Galileo F/NAV E30 广播星历误差

Figure 2-6 The errors clock offset parameters of Galileo F/NAV E30

进一步观察表 2-4 和表 2-5 可以发现，Galileo 卫星的广播星历径向轨道误差与钟差参数误差的综合效应小于他们两者本身。这一原因可以从图 2-6 得到反应。图中的蓝线和紫线分别代表 Galileo 的钟差参数误差和轨道径向误差，尽管它们波动相位相差  $180^\circ$ ，但是它们的周期和大小却基本一致。

进一步的计算表明，Galileo FOC 卫星轨道径向误差和钟差参数误差的相关性系数范围在 -0.85 到 -1 之间。这表明 Galileo 广播星历径向轨道误差和钟差参数误差存在较强的自洽性。这一自洽性可通过下图进一步得到验证。大部分卫星的线性负相关系数在 -1 附近，体现了 FOC 卫星径向轨道误差和钟差参数误差的自洽关系。

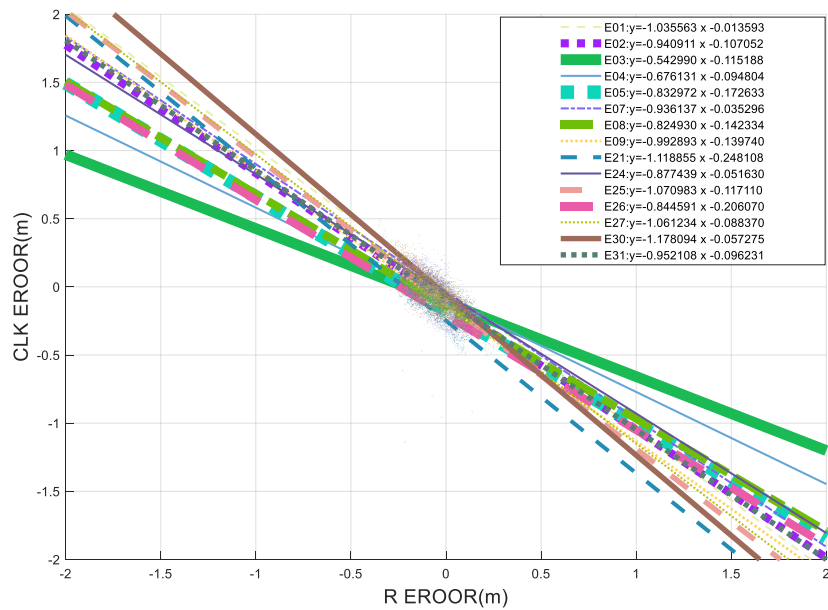


图 2-7 Galileo F/NAV 线性负相关系数拟合图

Figure 2-7 The negative correlation coefficient fitting of Galileo F/NAV

根据 2.1 节最后的结论可知，当径向轨道误差和钟差参数误差有较强的相关性时，他们的综合效应会将两者的误差相互抵消，从而降低卫星的 SISRE。以 E01 为例，下图给出了该卫星的径向轨道误差和钟差参数误差以及他们的综合效应。从图中可以看到，该卫星的径向轨道误差和钟差参数误差可以相互抵消，使得综合误差分别为该星钟差参数误差的 40%，径向轨道误差的 43%，这一效应有效降低了该卫星的 SISRE。

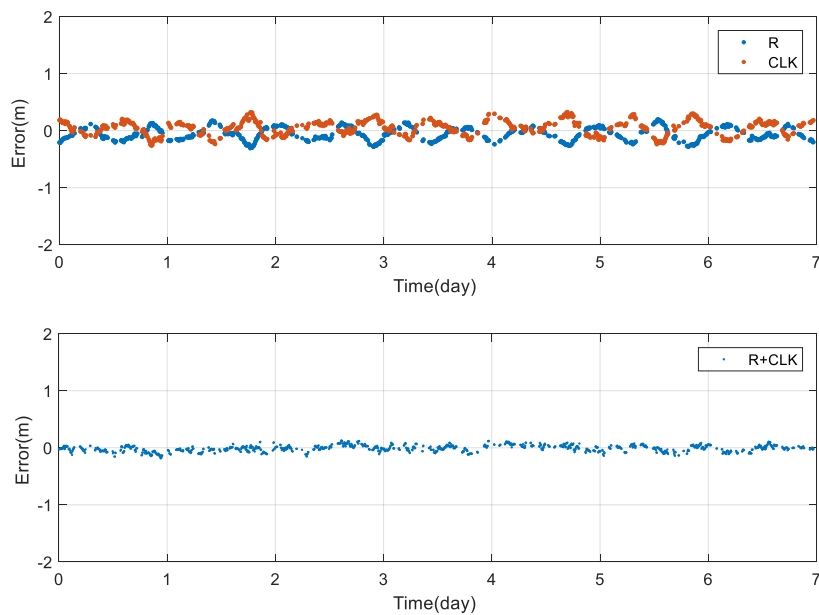


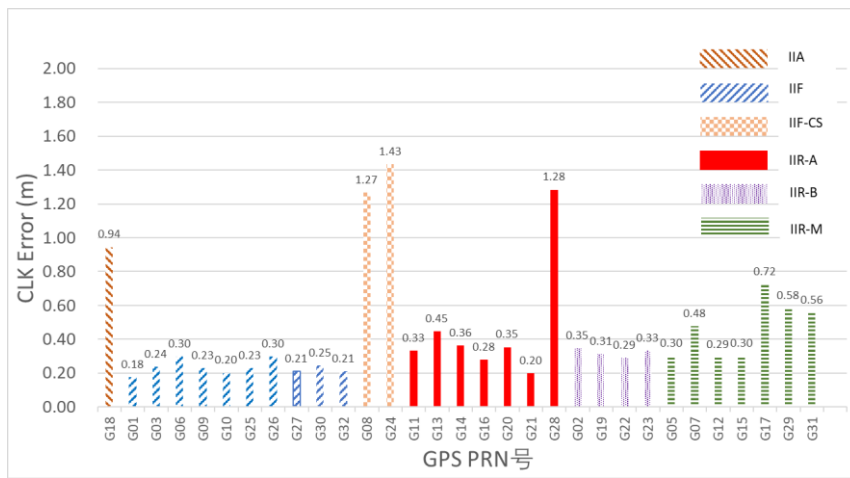
图 2-8 Galileo E31 F/NAV 轨道误差和钟差误差示意图。上图为轨道径向误差和钟差参数误

差；下图为轨道径向误差和钟差参数误差两者相互抵消后的误差图

**Figure 2-8 The errors of orbit R direction and clock offsets parameters and their synthetization of Galileo E31 F/NAV**

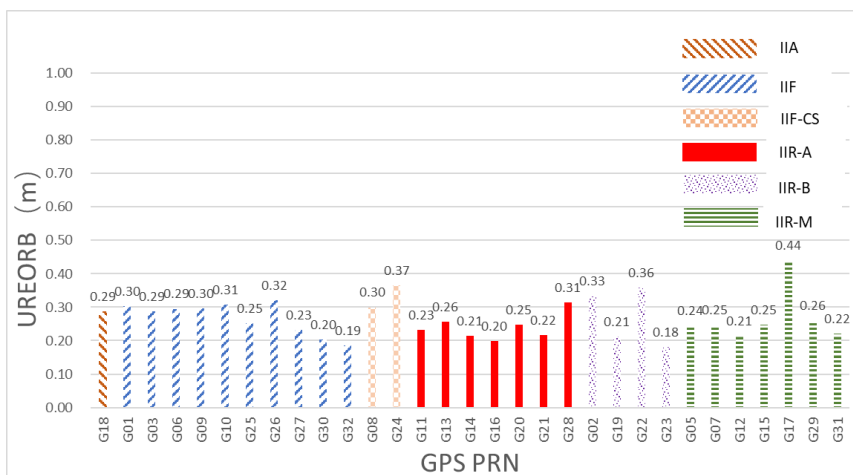
### 2.3.2. GPS

由于在轨 GPS 卫星的型号并不一致，因此论文在评估时，充分结合了 GPS 卫星型号的差异性。图 2-9、图 2-10、图 2-11 分别为 GPS 卫星的 SISRE、钟差参数误差和 SISORB 的统计结果。其中，棕色为 BLOCK IIA,浅蓝色和浅黄色分别表示搭载铷钟和铯钟的 BLOCK IIF，红色、紫色、绿色分别表示 BLOCK IIR、IIR-B、BLOCK IIR-M。评估期间内，G28 处于异常状态，因此论文未统计该星结果。



**图 2-9 不同 GPS 卫星钟差参数误差统计结果**

**Figure 2-9 The statistical results of GPS clock offsets parameters' error**



**图 2-10 不同 GPS 卫星广播星历 SISORB 统计结果**

**Figure 2-9 The statistical results of GPS broadcast ephemeris' SISRE(orbit)**

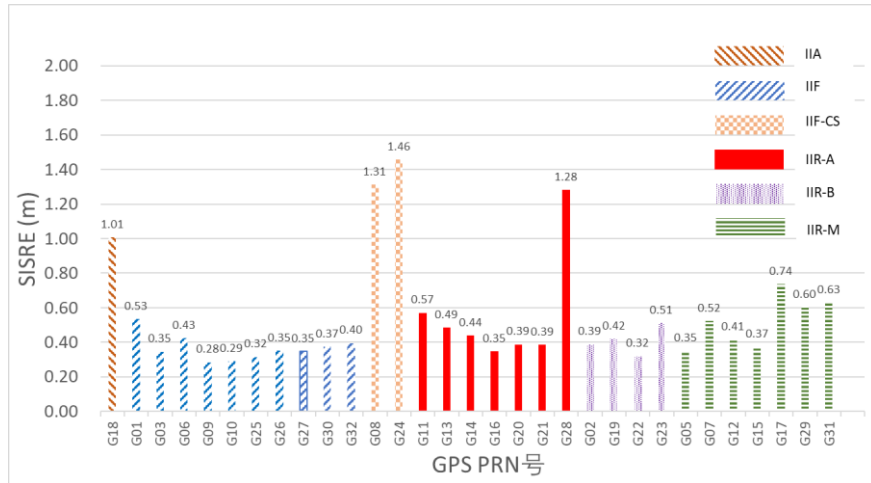


图 2-11 不同 GPS 卫星 SISRE 统计结果

Figure 2-9 The statistical results of GPS SISRE

上图可以看出，不同类型的 GPS 卫星的 SISRE 特征显著不同，它们的差异主要源于它们的卫星钟差参数误差显著不同。其中，BLOCK IIF 的钟差参数误差小于 BLOCK IIR 和 BLOCK IIA。铷钟的钟差参数误差明显小于铯钟。不同卫星的 SISO RB 差异较小，在 0.24m 至 0.33m 之间。将卫星按型号分类后的统计结果如下表所示：

表 2-6 不同类型 GPS 卫星统计结果（单位：米）

Table 2-6 The statistical results of different GPS

卫星 类型	R	CLK	R+CLK	SISO RB	SISRE
IIA	0.20	0.88	0.87	0.29	0.88
IIF-Rb	0.16	0.22	0.27	0.27	0.35
IIF-Cs	0.23	1.25	1.27	0.33	1.27
IIR-A	0.11	0.42	0.43	0.24	0.48
IIR-B	0.13	0.31	0.32	0.27	0.40
IIR-M	0.12	0.41	0.41	0.27	0.47

从上表可以看出，与 Galileo 类似，对于 BLOCK IIF，轨道径向误差和钟差参数误差大小相当，因此下图给出了典型的 BLOCK IIF 的 SISRE 误差构成：

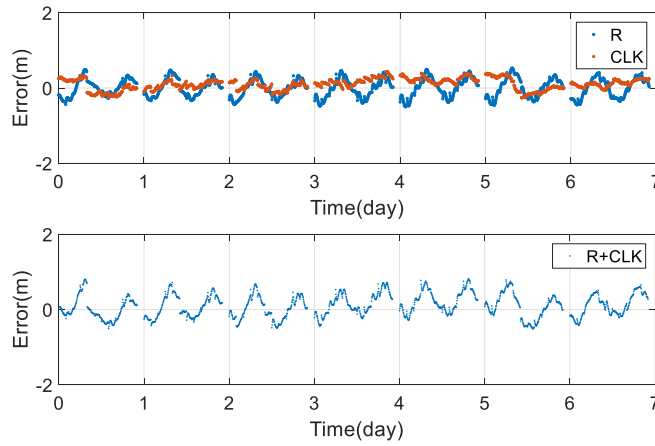


图 2-12 G01(BLOCK-IIF) SISRE 误差构成 (R+CLK)

Figure 2-12 The errors of GPS G01(BLOCK-IIF) R+CLK

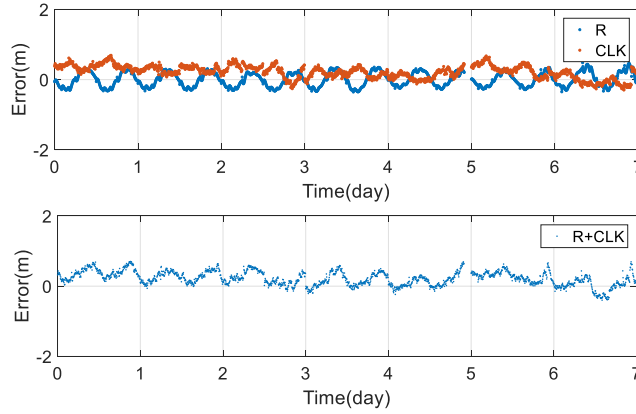


图 2-13 GPS(BLOCK-IIRB) G22 R+CLK

Figure 2-13 The errors of GPS G22 (BLOCK-IIF) R+CLK

尽管 BLOCK IIF 的钟差参数误差与轨道径向误差的大小基本一致，但是从图中可看出两者的相关性。然而，对于 BLOCK IIR-M，如图 2-13 所示。两者展现出了较弱的相关性（相比于 BLOCK IIF），但是 BLOCK IIR-M 的钟差参数误差较大，该相关性无法有效降低 BLOCK IIR 卫星的 SISRE。

通过公式(2.12)可知，将轨道径向误差和钟差参数误差的和与 SISRE 做差，可有效反应的轨道切平面方向误差的贡献。通过对比下图可以发现，GPS 的轨道切平面误差较大，这一特征导致了 GPS 的 SISRE 进一步恶化。该特征对 BLOCK IIF 的影响尤为明显。因此在计算 BLOCK IIF 的 SISRE 时，SISRE 的各项构成都不可忽视。对于 BLOCK IIR，尽管能看到其轨道径向误差和钟差参数误差之间存在一定的自洽性，但是其 SISRE 主要由较大的钟差误差决定。对于 BLOCK IIA 和 BLOCK IIF（CS）。较大的钟差参数误差完全掩盖了该星的广播星历轨道误差，是 SISRE 的主要较大的主要因素。



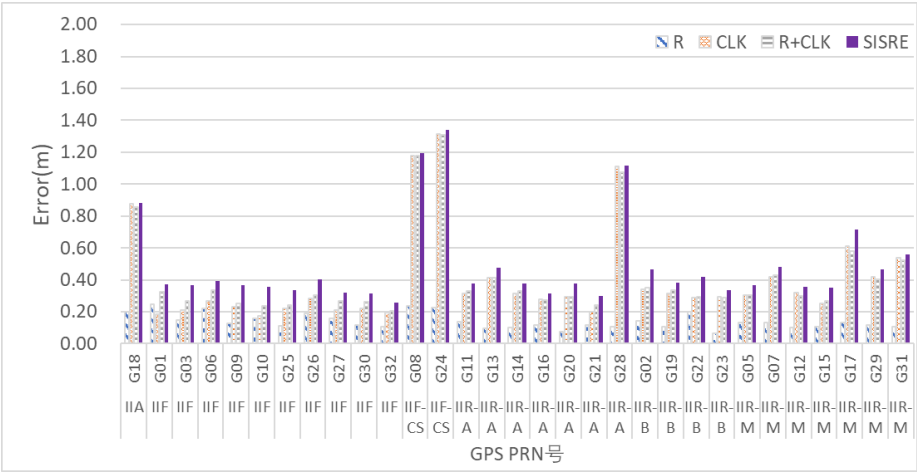


图 2-14 不同 GPS 卫星的 SISRE 贡献项

Figure 2-14 The SISRE construction of different GPS satellite

2.3.3. BDS-3

BDS-3 卫星境内的统计结果如下表所示。其中，BDS-3 卫星的平均值 SISRE 为 0.39 m, 平均钟差参数误差 RMS 为 0.35 m, 平均 SISOBR 为 0.14 m。该统计结果包含了 C59 轨道机动后快速恢复<sup>[64]</sup>的异常情况。排除该异常情况后, BDS-3 卫星钟差参数误差不变。SISOBR 可降低至 0.09m。对应的。SISRE 可降低至 0.34 m。这一结果表明 BDS-3 卫星的 SISOBR 优于 GPS 卫星和 Galileo 卫星。除此之外, 不同 BDS-3 卫星的 SISRE 大小基本一致。该特征和 Galileo 统计结果一致。

表 2-7 BDS-3 卫星统计结果(单位: m)  
Table 2-7 Statistical results of BDS-3

PRN	轨道径向 误差	轨道切平 面误差	SISOBR	CLK	SISRE
19	0.04	0.43	0.07	0.26	0.27
20	0.05	0.39	0.07	0.48	0.48
21	0.05	0.44	0.07	0.31	0.31
22	0.04	0.44	0.07	0.29	0.29
23	0.09	0.45	0.1	0.41	0.37
24	0.08	0.41	0.1	0.25	0.23
25	0.05	1.23	0.18	0.44	0.45
26	0.05	1.19	0.17	0.39	0.40
27	0.06	0.23	0.06	0.34	0.32
28	0.07	0.23	0.07	0.35	0.34

29	0.05	0.3	0.06	0.39	0.38
30	0.05	0.36	0.07	0.44	0.43
32	0.05	0.44	0.08	0.37	0.35
33	0.04	0.45	0.07	0.29	0.29
34	0.05	0.24	0.06	0.36	0.34
35	0.06	0.28	0.07	0.38	0.37
36	0.07	0.4	0.08	0.48	0.44
37	0.07	0.41	0.08	0.24	0.23
38	0.06	0.5	0.09	0.38	0.37
39	0.14	0.63	0.16	0.25	0.24
59	0.40	9.00	1.29	0.29	1.30

然而 BDS-3 卫星与 Galileo 卫星在轨道误差的特征上有明显区别: 尽管 BDS-3 卫星径向轨道误差为 0.06 m, 但是其在切平面方向上的轨道误差可达到 0.41 m。因此, BDS-3 径向轨道误差远低于其在切平面方向轨道误差。这一特征和三个方向误差大小基本相同的 Galileo FOC 卫星轨道误差特征有显著区别。但是, 得益于较小的  $\omega_{A,R}$ , BDS-3 卫星的 SISORB 低于 Galileo FOC 卫星。除此之外, 通过对表 2-5 中各星的 SISRE 和钟差参数误差, 可以看出 BDS-3 卫星的 SISRE 大小与钟差参数误差基本相等。进一步的相关性分析显示, BDS-3 卫星轨道径向误差和钟差参数误差之间基本没有相关性, 其相关性系数小于 0.1。

图 2-15, 图 2-16 分别给出了北斗三号 MEO 和 IGSO 星的 SISRE 构成图。从图中可发现, BDS-3 卫星的钟差参数和 SISRE 在卫星入境前后有明显增大。该现象在论文后续的第三章进行了分析<sup>[64]</sup>。事实上, 钟差参数误差的异常增大在 BDS-3 其它 MEO 和 IGSO 卫星入境前后也普遍存在。钟差参数误差的异常增大, 严重恶化了 BDS-3 卫星的空间信号精度。

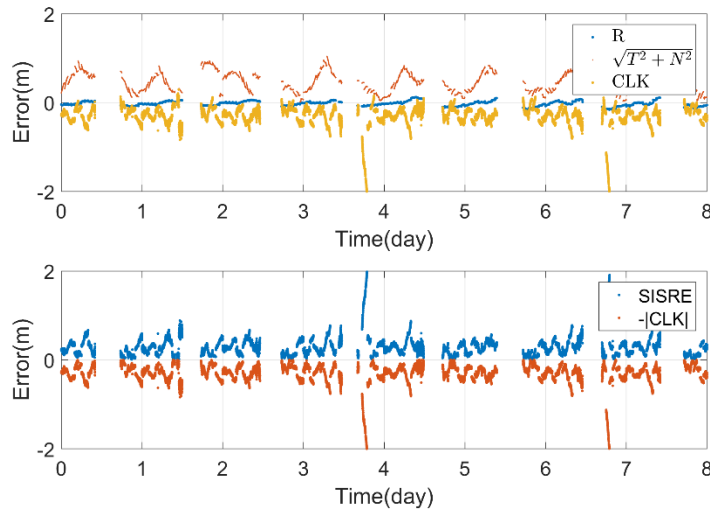


图 2-15 BDS-3 C38 卫星 SISRE 各项构成

Figure 2-15 The SISRE construction of different BDS-3 C38

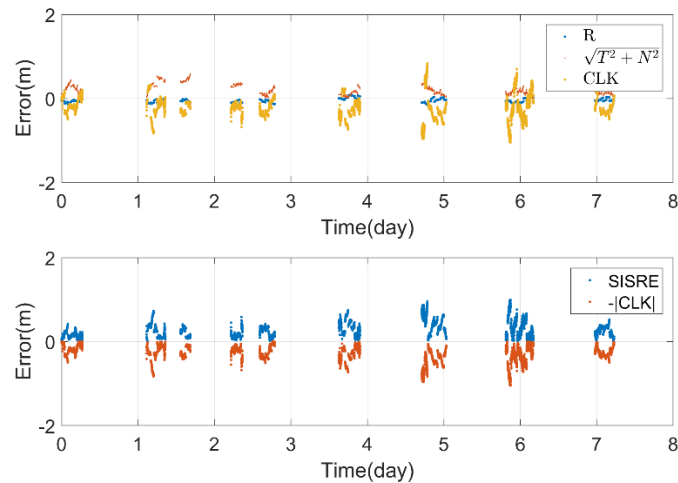


图 2-16 BDS-3 C28 卫星 SISRE 各项构成

Figure 2-16 The SISRE construction of different BDS-3 C28

当钟差参数误差较大显著大于轨道误差时,  $SISRE \approx |c\Delta dt|$ 。图 2-15, 图 2-16 中的下图展示了不同时刻钟差参数误差绝对值与 SISRE 的关系, 它们的相关系数可达到 0.89, 表明其 SISRE 主要取决于钟差参数误差。因此如何提升 BDS-3 钟差参数精度是实现 BDS-3 卫星空间信号精度提升的关键。

#### 2.4. 本章小结

本章从定位误差的基本原理出发, 推导了空间段误差对定位的影响, 并给出了计算空间段误差统计计算的基本方法, 并在此基础上, 给出了以地面用户为代表的 GNSS 卫星/低轨卫星 SISRE 系数, 以及以低轨卫星用户为代表的

GNSS 卫星 SISRE 系数。最后，本文基于回收电文和精密产品，分析了 GNSS 导航电文卫星 SISRE。下表总结了 2.3 节钟所有正常卫星的统计结果。其中，GPS、Galileo 的评估结果与官方评估的结果基本一致。在 SISOORB 方面，BDS-3 卫星为 0.08m，略微低于 Galileo 卫星(0.10m)和 GPS 卫星（0.22m）。钟差参数误差方面，Galileo 卫星为 0.13m，优于 BDS-3 卫星（0.35m）和 GPS 卫星 (0.49m)。但是考虑到 GPS 现代化的不断推进，新一代的 BLOCK III 已经开始取代 SISRE 较大的 BLOCK IIR 和 BLOCK IIA，GPS 钟差参数误差可能会在未来很有可能小于 0.27m，从而使 GPS 的平均 SISRE 低于 BDS-3 的平均 SISRE。

表 2-8 不同 GNSS 的 SISRE 统计结果 (RMS) (单位: 米)

Table 2-8 SISRE statistical results of different GNSS

GNSS 系统	SISOORB	CLK	SISRE
GPS	IIA	0.29	0.88
	IIR-A	0.24	0.48
	IIR-B	0.27	0.40
	IIR-M	0.27	0.47
	IIF-CS	0.33	1.27
	IIF-Rb	0.27	0.35
Galileo	I/NAV	0.10	0.21
	F/NAV	0.12	0.14
BDS-3	0.09	0.35	0.35

论文进一步的分析发现，BDS-3 卫星的 SISRE 特征和 GPS 与 Galileo 显著不同：

(1) 尽管轨道 SISOORB 最小，但是轨道切法向误差较大，随着低轨用户的引入，SISOORB 与 Galileo 的差距会逐渐变小。

(2) BDS-3 卫星的钟差参数误差较大，其对 SISRE 的贡献远大于 GPS 和 Galileo。

(3) 轨道误差和钟差参数误差自洽性差，无法像 Galileo 一样做到相互自洽。

如何解决上述不足，尤其是 BDS-3 卫星钟差参数误差较大，是 BDS-3 卫星空间信号精度提升的主要瓶颈。

## 第3章 多源数据支持的卫星钟差测定和精密定轨基本原理

通常, GNSS 向用户提供定位授时服务通过两步实现。首先, GNSS 利用各站回收的观测数据计算 GNSS 卫星在导航系统各自维持的时空基准下的时空状态信息, 并以参数电文的形式上注给卫星。之后, 用户根据用户接收机接收到的4颗以上卫星的电文和观测数据计算自己在 GNSS 时空基准下的时间和位置。根据第二章的内容可知, BDS-3 导航电文空间信号精度提升的主要瓶颈来自卫星的钟差参数误差大, 与轨道误差不自洽。因此, 本章从区域构型下 GNSS 利用多源观测数据生成钟差参数和广播星历的基本原理出发, 深层次地分析 BDS-3 卫星空间信号精度提升瓶颈的内在原因, 为 BDS-3 空间信号精度提升提出指导和建议。

本章共由 5 个部分构成, 第一节介绍 GNSS 多源数据处理的时空基准。第二节介绍区域条件下 GNSS 多源数据的观测模型。第三节介绍区域条件下钟差参数生成的策略和改善的空间。第四节介绍区域条件下广播星历生成策略和精度提升途径。第五节为本章的总结。

### 3.1. 多源数据处理时空基准

#### 3.1.1. 时间系统

导航系统空间段的卫星均为绕地卫星。因此在 GNSS 数据处理中, 其涉及的时间系统包括本地时、北斗时、国际原子时、世界协调时、世界时、格林尼治恒星时、地球动力学时、地心动力学时等。这些时间系统不仅起算时刻存在整秒和小数秒(通常小于 1ms)的差异, 其频率(秒长)也存在差异。以下为对上述时间系统的介绍。

##### (1) 本地时/原子时

本地时在论文中的定义为由设备内部时钟或者设备附近时钟记录的时间系统, 如 GNSS 接收机记录的时间, 卫星载荷记录的时间。它们的秒长由设备的时钟本身的秒长或者频率确定。本地时的起始时刻可以是任意的, 因此不同设备之间的时间需要进行同步。然而, 设备间的时间同步必然存在误差, 因此不同设备的本地时不可能完全一致。特别地, 论文定义由设备或者设备附近原子钟组所维持的本地时称为原子时。

需要说明的是, 受相对论效应的影响, 对于不同参考系和引力影响的观测者, 其所监听到的其他设备的本地时/原子时的秒长和频率存在区别。因此在高精度时空信息传递过程中, 本地时/原子时只能作为其局部范围内的时间系统, 不适合作为描述卫星运动状态的时间系统。

对于 GNSS 而言，其原子钟主要涉及星载原子钟和地面原子钟，GNSS 卫星的星载原子钟主要由被动性氢钟和铷钟构成，他们的预报能力由频率稳定度决定。下图给出了 BDS-3 星载原子钟的性能：

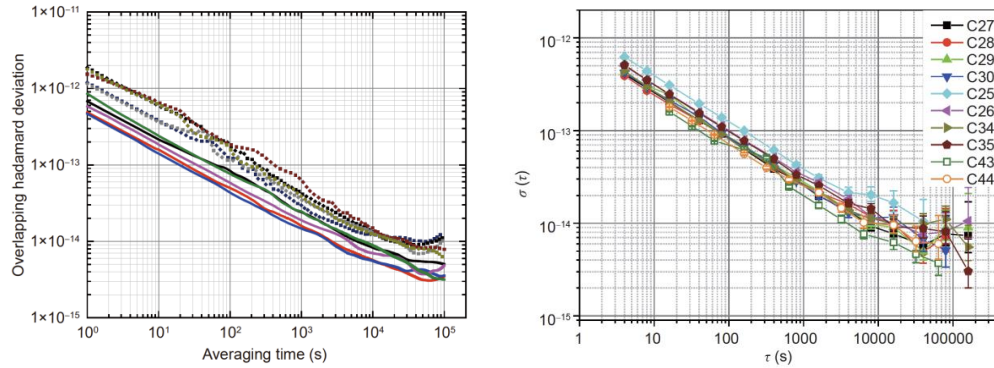


图 3-1 北斗三号高性能星载铷原子钟（左图实线）、甚高精度铷原子钟（左图虚线）、星载被动型氢钟（右图）频率稳定度<sup>[24,25]</sup>

Figure 3-1 The stability of the BDS-3 RAFS and PHMs

## (2) GNSS 时和北斗时

GNSS 时是导航系统中所有终端时间同步和钟差测量的基准。对于北斗三号而言，其时间基准是 BDT。BDT 的起始时刻与 UTC 2006 年 1 月 1 日 00 时 00 分 00 秒对齐。用周计数 (WN) 和周内秒 (SOW) 表示。其基本信息如下表所示：

表 3-1 北斗时基本信息<sup>[65,66]</sup>

Table 3-1 Basic information of BDT

钟组构成	主动性氢钟、铯原子钟
钟组算法	ALGOS 算法
是否闰秒	无闰秒
与 UTC 的时差	<20ns (模 1 秒)
与 UTC/TAI 的频率偏差	<2E-14
频率稳定度	2E-14@1 天
	1E-14@7 天
与 TAI 的整秒时差	BDT-TAI=-33s
与 UTC 的时差监视方式	GNSS 共视和星地双向时间同步
溯源链路	通过国家授时中心/向 UTC 溯源
与 UTC 的时差获取	通过导航电文播报与 UTC 的时差

从上表可知，尽管北斗时的频率由北斗地面系统多台高性能原子钟组生成，

但是它定期通过频率调整的方式与 UTC 保持一致, 因此其频率与 UTC 基本一致。也正是因为这种溯源机制, BDT 从概念上来说地球动力学时的一种实现。

### (3) 国际原子时

国际原子时 (International Atomic Time, TAI) 是由巴黎国际度量衡局 (International Bureau of Weights and Measures, BIPM) 根据来自世界各地数百个主要时间标准、氢原子钟和其他时钟为输入计算的时间尺度。其引入源于满足人们日益增长的对于时间精度的需求。TAI 的秒长定义为铯 (133) 原子基态的两个超精细结构能态间跃迁辐射震荡 9,192,631,770 次所经历的时间。国际原子时是由位于全世界的许多台原子钟归算到大地水准面后并通过钟组算法综合计算出来的时间。TAI 被认为是大地水准面上均匀的、与地球自转无显著关联的时间尺度。

### (4) 世界协调时

由于受到季节性变化, 潮汐摩擦等相关地球物理作用的影响, 使得地球自转速度有长期变慢的趋势, 因此相对于国际单位的原子时, 以地球自转定义传统时间会越来越慢, 且随着时间积分便逐年累计。国际上为了避免原子时和地球自转的时间系统存在明显的偏差, 引入了世界协调时 (Universal Time Coordinated, UTC) 来协调原子时和地球自转相关的世界时。UTC 的秒长由 TAI 决定, 并通过闰秒的形式, 使世界协调时和世界时 UT1 保持一致。闰秒一般发生在 6 月 30 日或者 12 月 31 日, 闰秒由 BIPM 提前通知各国, 并可在国际地球自转和参考系服务 (International Earth Rotation and Reference Systems Service, IERS) 的公报 C 钟获取。

### (5) 世界时

世界时描述是以地球自转运动为基础的时间系统, 在航天领域通常指 UT1。UT1 秒长受地球自转角速度变化影响。由于地球自转角速度的不规则变化, UT1 与 TAI 的时差还不能通过理论模型进行精确的预测。因此, UT1 的秒长需通过天文观测 (如 VLBI) 确定。国际地球自转和参考系服务会定期在公报 A 中公布 UT1 与 TAI 的时差。

对于 GNSS 时空信息处理而言, UT1 主要用于计算格林尼治恒星时和地球自转的角度。

### (6) 格林尼治恒星时

恒星时也是以地球自传运动为基础的时间系统。其时间大小与观测者长与地球自转角度相对应。格林尼治恒星时由格林尼治处的春分点的时角确定。根据真春分点 (受岁差章动影响) 和平春分点 (只受岁差影响) 的区别, 格林尼治恒星时又可分为格林尼治真恒星时 (GAST) 和格林尼治平恒星时 (GMST)。该时间可通过 UT1 计算得到, 对于 GNSS 处理而言, 该时间系统的主要用处为

计算地固参考系到地心参考系的旋转矩阵。

#### (7) 地球时

卫星的运动方程通常其空间参考点为地心，而 UTC/TAI 描述的是大地水准面上的时间系统。根据相对论原理，地心的时间系统和 TAI 并不一致。因此，根据 IAU2000 以后的决议，定义 TCG 为相对论时空 GCRS 下的坐标时。为了保证坐标时的速率与旋转地球表面上的观测者得到的原时速率相等，IAU 定义了地球时 TT。并明确了 TT 与 TCG 的关系<sup>[66,67]</sup>：

- 1) 视地心历表的时间参考时 TT；
- 2) TT 与 TCG 相差一个比例常数，与大地水准面上的 Si 秒一致；
- 3) TAI 的起始时刻为 1977 年 1 月 1 日 00 时 00 分 00 秒，TT 的时间读数为 1977 年 1 月 1 日 0 时 0 分 32.184 秒。

对于北斗卫星导航系统而言，地球时 TT 用于描述北斗卫星的运动状态。除此之外，TT 是坐标时，其频率只有通过 BDT 或者 TAI 获得，因此 BDT 是 TT 的一种实现方式<sup>[65]</sup>。

#### (8) 质心动力学时

质心动力学时 (TDB) 用于描述太阳系质心中行星的历表和运动方程。在 IAU1976 决议里，规定 TDB 和 TT 之差只有周期项<sup>[66]</sup>。

对于 GNSS 时空信息处理而言，TDB 主要用于计算太阳系的行星历表。

### 3.1.2. 空间系统

GNSS 时空信息处理中涉及的空间坐标系包括站心坐标系、地固参考系、地心参考系、卫星本体参考系、IGS 协议参考系。位置和速度的状态量在这些参考系中的转换可通过旋转矩阵实现。在旋转矩阵中，矩阵的列向量为坐标系 A 的基向量在坐标系 B 中的投影。如果参考系 A 中的位置矢量  $\mathbf{X}$  在参考系 B 中的位置矢量为  $\mathbf{X}_0$ ，则可以通过旋转矩阵  $\mathbf{A}(t)$  使得：

$$\begin{cases} \mathbf{X} = \mathbf{A}(t)\mathbf{X}_0 \\ \mathbf{X}_0 = \mathbf{A}^T(t)\mathbf{X} \end{cases} \quad (3.1)$$

在卫星的轨道计算中，不仅需要涉及到位置参数的转换，还涉及到速度参数的转换。因此，还需要考虑到旋转矩阵对时间的偏导矩阵  $\dot{\mathbf{A}}(t)$ 。此时，坐标系 A 与坐标系 B 之间的速度矢量转换关系可以由下述方法求得。

$$\dot{\mathbf{X}}_0 = \mathbf{A}^T(t)\dot{\mathbf{X}} + \dot{\mathbf{A}}^T(t)\mathbf{X} \quad (3.2)$$

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}(t)\dot{\mathbf{X}}_0 + \dot{\mathbf{A}}(t)\mathbf{X}_0 \quad (3.3)$$



事实上,很少有文献去描述  $\dot{A}(t)$  和  $\dot{A}^T(t)$  的计算方法,论文推荐两种工程中常用的算法。一种是根据求导公式,对矩阵中各项计算导数表达式,并带入具体数值,得到  $\dot{A}(t)$ 。一种是根据导数的定义,利用极短时间内的数值差分得到  $\dot{A}(t)$ 。然而,计算  $\dot{A}(t)$  和  $\dot{A}^T(t)$  时,一些旋转矩阵中参数的计算量非常大(如章动参数)。在一次转换中可能涉及 6 次旋转矩阵参数的计算,多次调用会浪费大量计算资源,此时需要根据旋转矩阵的特性进行简化。

我们通过旋转矩阵的性质可以知道:

$$AA^T = I \quad (3.4)$$

式 (3.4) 对时间  $t$  求可得到:

$$\dot{A}A^T + A\dot{A}^T = 0 \quad (3.5)$$

经整理,得到:

$$\dot{A}^T = -A^T \dot{A} A^T \quad (3.6)$$

对式 (3.2) 求导,并把式 (3.6) 带入就可以得到从参考系 B 到参考系 A 下的速度矢量坐标转换关系:

$$\dot{X}_0 = A^T(t)\dot{A}(t) - A^T \dot{A} A^T X \quad (3.7)$$

因此在计算出  $\dot{A}(t)$  后。仅通过对旋转矩阵转置,就可计算  $A^T(t)$  和  $\dot{A}^T(t)$ 。使得状态量(位置矢量,速度矢量)可以在两个时空参考系中任意变换。

除此之外,该方法对式 (1) 进行转置:

$$X^T = X_0^T A^T \quad (3.8)$$

经整理并对时间求导:

$$\begin{cases} X_0^T = X^T A(t) \\ \dot{X}_0^T = \dot{X}^T A(t) + X_0^T \dot{A}(t) \end{cases} \quad (3.9)$$

即将状态量从行向量转换为列向量就可以直接根据  $A(t)$  和  $\dot{A}(t)$  实现不同参考系状态量的任意转换。

#### (1) 站心坐标系

站心坐标系又可称为地平坐标系。其原点为测站的参考点,通常为一基岩。他的基本面为测站所在位置与地球参考椭球相切的平面。它的 X 轴指向正东方向,它的 Z 轴为基本面的法向量,并经过原点。他的 Y 轴通过 Z 轴和 X 轴叉乘

得到，构成右手系。站心坐标系的长度单位通常定义为国际单位制的 SI 米。站心坐标系主要用于描述卫星相对于测站的高度角、方位角。测站的偏心修正，天线相位中心修正，以及测站的固体潮海潮修正，都需要涉及站心坐标系。

需要指出的是，站心坐标系的指向与参考椭球相关，不同参考椭球的参数下计算的站心 Z 轴指向并不一致。

### （2）北斗坐标系

卫星导航中的空间基准参考点采用局部的站心坐标系来描述是不合理的。因此需要一个统一的坐标系来描述。对于而言，其空间基准为北斗坐标系（BDCS）。BDCS 是一个以地球为中心，固定在地球上的参考系。BDCS 的定义符合国际地球自转协议，其实现与 ITRF 一致。他的原点为地球质心。他的 Z 轴为空间参考轴，他的 X 轴通过远点垂直于 Z 轴，并指向 IERS 的参考子午线。它的 Y 轴于 X 轴和 Z 轴构成右手坐标系。它的长度单位为国际单位制的 Si 米。BDCS 的参考椭球基本信息如下：

表 3-2 BDCS 基本信息<sup>[65,69]</sup>

Table 3-2 Basic information of BDCS

半长轴	6378137.0m
地球引力常数	$3.986004418 \times 10^{14} \text{m}^3/\text{s}^2$
扁率	1/298.257222101
地球自转速率	$7.2921150 \times 10^{-5} \text{rad/s}$
与 ITRF 对齐情况	ITRF 2020(3cm)

BDCS 是北斗卫星导航系统自主实现的 ITRS<sup>[65]</sup>，也是所有观测量的空间坐标系。为了与国际地球参考框架一致，BDCS 会通过 GNSS 数据定期向 ITRF 看齐，BDCS 于 ITRF 坐标差异可小于 3cm。

### （3）地固坐标系

IAU2000 第 B1.3 号决议给出了 GTRS 的定义<sup>[68]</sup>。它是一个空间坐标系，其原点位于地球中心，并与地球进行昼夜视运动。在这个参考系中，除了地球物理效应引起的微小变化外，地球固体表面上各点的坐标几乎保持不变。IUGG2007 第 2 号决议明确指出，GTRS 是相对论框架下的地心时空坐标系统。该坐标系统与 TT 一样无法直接得到，需要通过测量实现。

IERS 维护的国际地球参考系统（International Terrestrial Reference System, ITRS）是 GTRS (Geocentric Terrestrial Reference System)的一种实现，它构成了一套规定和惯例，以及定义起源、规模、方向和时间演变所需的建模。ITRS 基于 VLBI、月球激光测距（LLR）、GPS、卫星激光测距（Satellite Laser Ranging SLR）和卫星综合多普勒轨道和无线电定位（DORIS）观测到的一组台站的估计坐标和速度实现。根据 IERS，ITRS 满足以下要求：

- 1) 它的原点为地球陆地, 海洋, 大气的质量中心
- 2) 它的长度单位为 Si 米
- 3) 它的最初方向由 BIH 方向给出
- 4) 无整体旋转

对于 GNSS 而言, GTRS 主要用于描述地面站的位置和各种地球物理现象, 其国际实现是 ITRS, 北斗实现是 BDCS。考虑到 BDCS 会定期向 ITRS 靠齐, 其互差在几个厘米。因此, 在大多数情况下, 可默认 BDCS 就是 GTRS。

#### (4) 地心参考系

由于卫星的运动都是基于惯性参考系描述的。因此引入了地心天球参考系 (Geocentric Celestial Reference System, GCRS)。地心参考系的基本面为 J2000.0 的瞬时平赤道面, X 轴在瞬时赤道面内指向 J2000.0 的春分点附近的无旋转原点, Z 轴与 J2000.0 地球平赤道面垂直, 指向北极。Y 轴通过 Z 轴和 X 轴叉乘得到。对于卫星精密定轨而言。GCRS 多用于卫星轨道积分和太阳系天体星历的计算。对于时间同步而言, GCRS 是不同设备时间同步中的空间参考系。

地心参考系到地固参考系的变换有两种模式, 一种是基于春分点的变换, 一种是基于无旋转原点的变换。两种变化各有利弊, 学术上也存在争论。从国内航天继承性的角度考虑, GNSS 通常采用基于春分点的变换。在  $t$  时刻, BDCS 到 GCRS 的转换关系为:

$$[BDCS] = W(t) R_{eqx}(t) Q_{eqx}(t) [GCRS] \quad (3.10)$$

$Q_{eqx}(t)$ 、 $R_{eqx}(t)$ 、 $W(t)$  分别称为框架偏差-岁差-章动矩阵; 地球自转矩阵和极移动矩阵, 三者的计算公式分别为<sup>[68]</sup>:

$$\begin{cases} Q_{eqx}(t) = NPB \\ R_{eqx}(t) = R_3(\Phi_{GST}) \\ W(t) = R_1(-y_p) R_2(-x_p) R_3(s') \end{cases} \quad (3.11)$$

在  $Q_{eqx}(t)$  中,  $N$  表示章动, 代表章动矩阵,  $P$  表示岁差, 表示岁差矩阵,  $B$  为偏差, 表示为参考框架偏差矩阵, 它们的计算公式如下式所示:

$$\begin{cases} B = R_1(-\eta_0) R_2(\xi_0) R_3(d\alpha_0) \\ P = R_3(\chi_A) R_1(-\omega_A) R_3(-\psi_A) R_1(\varepsilon_A) \\ N = R_1[-(\varepsilon_A + \Delta\varepsilon)] R_3(-\Delta\psi) R_1(\varepsilon_A) \end{cases} \quad (3.12)$$

上述参数的定义和方式可在 IERS2010 中查到。在  $R_{eqx}(t)$  中,  $\Phi_{GST}$  可以根据 ut1 计算得到。在  $W(t)$  的计算中  $x_p$  和  $y_p$  表示极移参数,  $s$  为 TIO 定位角, 表示 TIO 在 CIP 赤道上的位置, 它们的成分如下:

$$\begin{cases} (x_p, y_p) = (x_p, y_p)_{IERS} + (x_p, y_p)_{oceanide} + (x_p, y_p)_{nutaition} \\ s' = \frac{1}{2} \int_{t_0}^t (x_p \dot{y}_p - \dot{x}_p y_p) dt \end{cases} \quad (3.13)$$

需要明确的是，上述旋转矩阵的计算需要地球定向参数（Earth orientation Parameter, EOP）参数的支持，如果没有独立的高精度解算渠道，因此可使用 IERS 预报参数进行替代。

#### （5）卫星轨道坐标系

卫星轨道坐标系是与卫星固连运动的坐标系。其原点为卫星质心，R 指向 GCRS 的地心，其方向称为轨道径向；C 轴与卫星的径向及速度方向正交，其指向方向称为轨道的法向；A 轴与 R 轴和 N 轴正交，且与卫星运动方向相同，通常称为轨道的迹向。卫星轨道坐标系与地心惯性坐标系的关系为：

$$\vec{e}_R = -\frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} \quad (3.14)$$

$$\vec{e}_C = \frac{\vec{r} \times \vec{v}}{|\vec{r} \times \vec{v}|} \quad (3.15)$$

$$\vec{e}_A = \vec{e}_N \times \vec{e}_R \quad (3.16)$$

其中， $\vec{r}$  和  $\vec{v}$  为卫星在地心惯性系的位置和速度向量。对于北斗卫星导航系统而言，轨道参考系多用于计算卫星的加速度和空间信号精度。

#### （6）星固坐标系

星固坐标系也是与卫星固连的坐标系，不同类型的 GNSS 卫星的星固坐标系的定义存在差异<sup>[70]</sup>。星固坐标系与轨道坐标系的转换主要有两种模式。通常，星固坐标系的原点为卫星质心，Z 轴指向 GCRS 地心，Y 轴由 Z 轴和卫星指向太阳的矢量叉乘得到。X 轴由 Y 轴和 Z 轴叉乘得到。星固坐标系也是右手正交坐标系。对于 BDS-3 IGSO 和 MEO 卫星，星固坐标系和 GCRS 的转换关系为可如下式所示：

$$\vec{e}_z = -\frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} \quad (3.17)$$

$$\vec{e}_y = \vec{e}_z \times \frac{\vec{r}_{\oplus} - \vec{r}}{|\vec{r}_{\oplus} - \vec{r}|} \quad (3.18)$$

$$\vec{e}_x = \vec{e}_y \times \vec{e}_z \quad (3.19)$$

其中， $\vec{r}_{\oplus}$  为太阳在 GCRS 下的矢量。

不同于 IGSO 和 MEO，GEO 卫星的星固坐标系的 Z 轴指向地心，但是 Y 轴由 Z 轴和卫星运动速度矢量叉乘得到，X 轴由 Y 轴和 Z 轴叉乘得到，GEO 星固系地心惯性系的转换关系为：

$$\vec{e}_z = -\frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} \quad (3.20)$$

$$\vec{e}_y = \vec{e}_z \times \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} \quad (3.21)$$

$$\vec{e}_x = \vec{e}_y \times \vec{e}_z \quad (3.22)$$

在 GNSS 时空信息处理中, 星固坐标系常用于计算卫星天线的 PCO 修正。需要说明的时, 对于 MEO 和 IGSO, 上述定义会在一些特殊情况 (地心矢量与日心矢量夹角很小时) 下失效。在特殊情况下, 星固坐标系和 GCRS 的转换关系需参考卫星的偏航模式来确定<sup>[23,70]</sup>。

### 3.2. 多源数据观测模型

北斗三号卫星搭载了 GNSS 天线、L 波段上行接收天线、Ka 波段相控阵天线, 以及 C 波段转发天线。因此其观测数据包括 GNSS 下行伪距/载波数据、L 波段下行观测数据、L 波段上行观测数据、C 波段上行观测数据、C 波段下行观测数据。对这些观测数据的特性分析和精确建模是区域条件下 GNSS 实现定轨和时间同步的基础。下面为对上述观测进行介绍。

#### 3.2.1. 下行伪距和相位观测模型

GNSS 下行伪距/相位观测是北斗卫星导航用户端和系统端的重要观测源。

GNSS 单频伪距观测量  $P_r^s$  和  $\varphi_r^s$  相位观测量的观测方程如下

$$p_r^s = \rho_r^s + c(dt_r - dt^s) + cD_\rho + \delta_\rho + \varepsilon_\rho \quad (3.23)$$

$$\varphi_r^s = \rho_r^s + c(dt_r - dt^s) + cD_\varphi + \delta_\varphi + \lambda N_r^s + \varepsilon_\varphi \quad (3.24)$$

其中,  $p_r^s$  为卫星质心到地面站心的距离,  $c$  为光速,  $dt_r$  为接收机钟差,  $dt^s$  为卫星钟差,  $\delta_\rho$  为伪距观测误差,  $\delta_\varphi$  为相位测量误差。  $\varepsilon_\rho$  为观伪距测噪声,  $D_\rho$  为伪距的链路时延。  $\varphi_r^s$  为卫星质心到地面站心的距离,  $c$  为光速,  $dt_r$  为接收机钟差,  $dt^s$  为卫星钟差,  $\delta_\rho$  为伪距观测误差,  $\varepsilon_\rho$  为观伪距测噪声,  $D_\rho$  为伪距的链路时延。  $D_\varphi$  为伪距的链路时延。  $\varepsilon_\rho$  和  $\varepsilon_\varphi$  分别为伪距和相位未建模误差 (如多路径效应) 和观测噪声。  $\lambda$  为载波的波长,  $N_r^s$  为整周模糊度。

$D_\rho$  和  $D_\varphi$  的进一步展开的形式如下:

$$D_{\rho} = D_{\rho}^{i,s} + D_{\rho}^{i,r} \quad (3.25)$$

$$D_{\varphi} = D_{\varphi}^{i,s} + D_{\varphi}^{i,r} \quad (3.26)$$

其中,  $i$  为 GNSS 下行频率,  $D_{\rho}^{i,r}$  和  $D_{\rho}^{i,s}$  为接收机的伪距接收时延和卫星的发射时延。从该式可知, 依靠链路时延无法解耦计算它们的时延。因此, 在北斗三号系统中, 约束 B3I 频点的  $D_{\rho}^{i,s}$  和  $D_{\rho}^{i,r}$  为已知值。并约束某一颗基准星  $D_{\rho}^{i,s}$  为已知值, 实现各星其他频点的  $D_{\rho}^{i,r}$  和  $D_{\rho}^{i,s}$  的解算。由于解算的值表征的是不同频点与 B3I 频点的差, 因此  $D_{\rho}^{i,s}$  通常用 DCB 或者 TGD 表示。对应地, 不同频点  $D_{\rho}^{i,r}$  与 B3I 的差用  $D_{\rho}^{i,r}$  表示。对于  $D_{\varphi}^{i,s}$  和  $D_{\varphi}^{i,r}$ , 尽管一些学者发现其数值上与  $D_{\rho}^{i,s}$  和  $D_{\rho}^{i,r}$  并不一致。但是该差异可以在模糊度估计中认为  $N_r^s$  为小数进行吸收。

根据 GNSS 误差理论  $\delta_{\rho}$  和  $\delta_{\varphi}$  可以进一步展开为

$$\delta_{\rho} = \delta_{ph} + \delta_{tr} - \delta_{ion} + \delta_{rel} + \delta_{ecc} + \delta_{tide} \quad (3.27)$$

$$\delta_{\varphi} = \delta_{ph} + \delta_{tr} + \delta_{ion} + \delta_{rel} + \delta_{ecc} + \delta_{tide} \quad (3.28)$$

其中,  $\delta_{tr}$  为对流程延迟,  $\delta_{ion}$  为电离层延迟,  $\delta_{ph}$  卫星相位中心改正,  $\delta_{rel}$  相对论效应改正,  $\delta_{tide}$  为测站潮汐改正,  $\delta_{ecc}$  为测站偏心改正。上述改正均可以通过模型修正。以下为上述改正模型的介绍

### (1) 卫星天线相位中心修正

由于伪距/相位观测的时空参考点为卫星天线相位中心到接收机天线相位中心, 因此需要将卫星质心到卫星质心相心的距离补偿在观测中。根据测站矢量和伪距矢量的几何关系不难得出, 卫星天线相位中心修正可用下式表示:

$$\delta_{ph} = \vec{l} \cdot \vec{\rho} \quad (3.29)$$

卫星天线相位中心的修正值为伪距矢量与天线相位中心矢量的点乘。需要说明的是, 北斗卫星的天线相位中心矢量  $\vec{l}$  为星固坐标下的矢量,  $\vec{\rho}$  通常为 BDCS 下的矢量, 两者需要转换至同一坐标系下进行修正。除此之外, 不同频点天线的  $\vec{l}$  存在差异, 在计算  $\vec{l}$  时需明确参考频点。

## (2) 相对论修正

在纳秒级的尺度上，伪距和相位观测中的相对论效应由主要由光行时效应、卫星周期运动引起的频率周期波动、Sagnac 效应构成<sup>[71]</sup>。它们的修正如下：

### 1) 光行时效应

光行时效应主要反应光传播的时间内物体运动引起的效应。该效应通常反应自卫星的运动。其计算公式如下：

$$\delta_{rel}^{abb} = -\frac{\vec{\rho} \cdot \vec{v}}{c} \quad (3.30)$$

需要指出该模型只是光行时一阶近似修正，精度更高的修正需用迭代的方法求解。

### 2) Sagnac 效应

由于观测者随地球旋转所引起的效应，修正模型如下

$$\delta_{rel}^{sagnac} = \frac{\vec{\omega}_e \cdot \vec{\rho} \times \vec{r}}{c} \quad (3.31)$$

式中， $\vec{\omega}_e$  为地球自转角速度， $\vec{r}$  为接收机矢量， $\vec{\rho}$  为伪距矢量。

### 3) 偏心率效应（GNSS 协议相对论效应）

GNSS 协议相对论效应源于卫星轨道速度和引力势能的周期变化，其计算公式可通过下式计算：

$$\delta_{rel}^{ecc} = -2 \frac{\vec{r} \cdot \vec{v}}{c^2} \quad (3.32)$$

正如第六章详细讨论的，偏心率效应的引入主要是为了抑制卫星钟信号的周期波动。如果卫星的信息能及时播发给用户，偏心率效应是可以不用考虑的。

### 4) 引力时延效应

在引力场的作用下，会造成时空弯曲，因此光传播实际距离要比坐标距离长。这种由引力引起的传播时间偏差称为引力传播时延，其计算方式可通过下式计算：

$$\delta_{rel}^{gp} = \frac{2GM_E}{c^3} \ln \frac{r_s + r_r + l}{r_s + r_r - l} \quad (3.33)$$

式中  $GM_E$  为地球引力常数， $r_s$  和  $r_r$  为卫星质心和站心与地心的距离， $l$  为卫星质心和站心的距离。

## (3) 对流层延迟

电磁波经过穿过地表 9-16 公里以下的中性大气时，大气的折射会使电磁波

的传播路径产生弯曲，降低电磁波的传播速度，从而产生延迟。该延迟在 GNSS 数据处理中必须予以修正。对流层延迟主要受地表上空的压力、空气湿度和温度影响。对流层延迟主要可以分为干分量和湿分量的影响，其中对流层干延迟分量可以通过先验的 Hopfield 模型和 Saastamoinen 模型进行建模，湿延迟可以通过系数估计的方法进行估计。

#### (4) 电离层延迟

电磁波经过高层大气时，受太阳、x 射线和紫外线等作用下产生的高层大气自由电子和例子会影响电磁波的传播路径，从而改变信号传播速度，产生延迟。受磁暴和太阳活动的影响，该延迟很难精确建模。但是考虑到电离对伪距和相位观测量的影响大小相等，方向相反，且其一阶影响与信号负二次方成正比。因此可通过双频模式消除电离层。对于两个频点的伪距  $P_1, P_2, L_1, L_2$ 。伪距无电离层组合和相位无电离层的组合公式如下：

$$PC = \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} P_1 - \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} P_2 \quad (3.34)$$

$$LC = \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} L_1 - \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} L_2 \quad (3.35)$$

需要指出的是，采用双频无电离层组合可以有效消除 1 阶电离层的影响，但是采用该方法后频率间的零值标定误差和观测噪声会被放大。

#### (5) 潮汐效应

在 GNSS 数据处理中，测站的坐标通常描述的是不含潮汐效应的坐标，但是实际观测中，测站的坐标会受潮汐影响。因此需要进行潮汐修正。观测中的潮汐修正主要包括固体潮修正和海潮修正。

##### 1) 固体潮修正

太阳系天体产生的引潮位作用在非刚体的固体地球上，产生地球周期性形变的现象称为地球固体潮。IERS2010 推荐使用两步法来计算固体潮效应<sup>[72]</sup>。两步法的步骤如下：

- 1) 根据太阳系天体历表，计算日月位置，实现时域修正
- 2) 根据比较重要的潮波计算频域修正

在 IERS2010 中，给出了计算固体潮对日月引力的程序和下载地址 (<ftp://tai.bipm.org/iers/conv2010/chapter7/>)。调用该程序时需要时间以日月坐标，日月坐标可以通过 JPL 提供的行星历表得到。

下图给出了在某一个时刻下，固体潮对全部地球各个地方的影响。



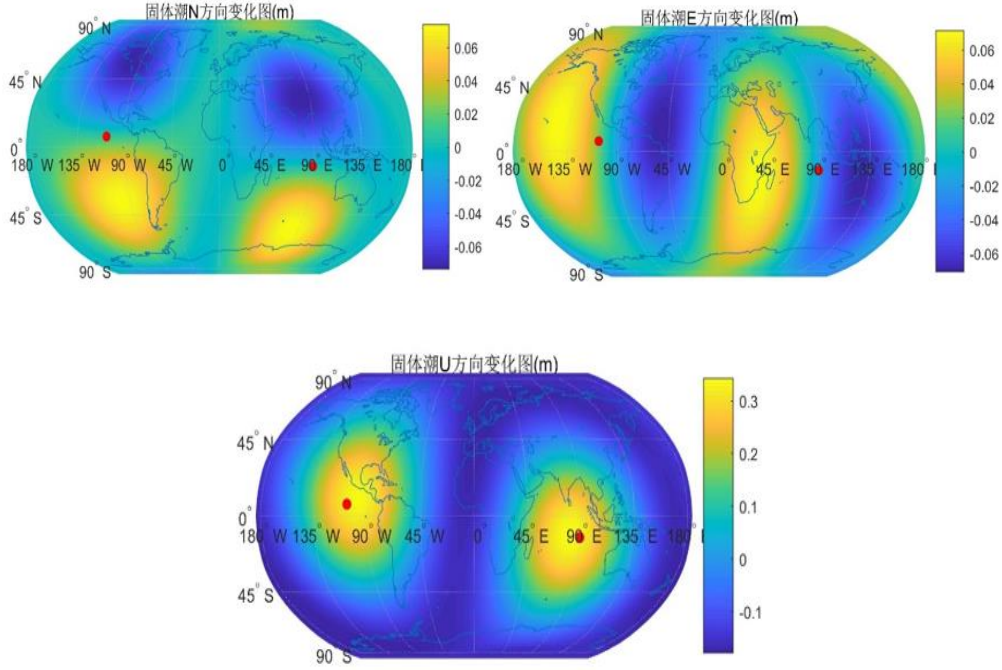


图 3-2 某一时刻固体潮对测站坐标的影响。红点为日月的投影位置

Figure 3-2 The global effect of solid tide at the same time

## 2) 海洋负荷潮修正

由于海潮的周期性涨落会对弹性地球施加一定的作用力，使地球受力而产生形变，从而影响测站坐标。可由(3-36)式得到海洋负荷潮对测站坐标的影响  $\Delta x_c$ ：

$$\Delta X = \sum_{j=1}^{11} f_j A_{cj} \cos(\omega_j t + \chi_j + \mu_j - \varphi_{cj}) \quad (3.36)$$

式中， $c=1,2,3$  分别表示（站心坐标系的 Z 轴、X 轴，-Y 轴）方向的修正。 $f_j$  潮汐 j 分量的比例因子， $A_{cj}$  表示各个 j 分量的对坐标分量的影响幅度， $\omega_j$  表示 j 分量的角速度，代表不同潮波， $\chi_j$  表示 j 分量的天文参数，与日月位置有关。 $\mu_j$  表示 j 分量的相位偏差， $\varphi_{cj}$  表示 j 分量对测站坐标分量的影响相位角。IERS2010 给出了计算其值的函数（ARG2.F）下载网（<ftp://tai.bipm.org/iers/conv2010/chapter7/>）振幅项和相位项合称 OLC（OCEAN LOADING COEFFICIENT），共  $6 \times 11$  项，以 IERS2010 推荐的 BLQ 格式存储。其格式如下表所示：

---

```

Columns designate partial tides  $M_2, S_2, N_2, K_2, K_1, O_1, P_1, Q_1, M_f, M_m$ , and  $S_{sa}$ .
$$
ONSALA
$$ CSR4.0.f_PP ID: 2009-06-25 20:02:03
$$ Computed by OLMPP by H G Scherneck, Onsala Space Observatory, 2009
$$ Onsala, lon/lat: 11.9264 57.3958
.00352 .00123 .00080 .00032 .00187 .00112 .00063 .00003 .00082 .00044 .00037
.00144 .00035 .00035 .00008 .00053 .00049 .00018 .00009 .00012 .00005 .00006
.00086 .00023 .00023 .00006 .00029 .00028 .00010 .00007 .00004 .00002 .00001
-64.7 -52.0 -96.2 -55.2 -58.8 -151.4 -65.6 -138.1 8.4 5.2 2.1
85.5 114.5 56.5 113.6 99.4 19.1 94.1 -10.4 -167.4 -170.0 -177.7
109.5 147.0 92.7 148.8 50.5 -55.1 36.4 -170.4 -15.0 2.3 5.2

```

---

图 3-3 海洋负荷潮表的示意图

Figure 3-3 The schematic diagram ocean loading table

前三行为各个方向的 11 个谐波的振幅项，因此可以通过该三行初步判断海潮对测站的影响量级。IERS2010 推荐使用两种模型。它们分别是 TPXO7.2 模型，和 FES2004 模型。然而，IERS2010 同时也指出，一些区域模型在区域场景下精度可能会更高。

#### (6) 测站偏心修正

与卫星天线相位中心修正由于伪距/相位计量的空间参考点为卫星天线相位中心到接收机天线相位中心，因此需要将基岩到接收机天线相位中心的距离补偿在观测中，其修正可用  $\delta_{ecc} = \vec{l}_{ecc} \cdot \vec{\rho}$  表示。

需要说明的是，接收机天线的相位中心矢量  $\vec{l}_{ecc}$  为站心坐标系的矢量， $\vec{\rho}$  通常为 BDCS 下的矢量，两者需要转换至同一坐标系下进行修正。除此之外，每一个频点的相位中心都不相同，因此在计算偏心修正时，需明确与频率相关的修正部分和与频率无关的修正部分。

#### 3.2.2. L 波段星地双向观测模型

不同于与全球监测站支持的卫星导航系统，区域监测条件下的 GNSS 可采用独立的星地和站间双向时间同步体制。该体制通过 L 波段天线，发射上行 L 波段伪距，同时接受卫星的下行 L 波段伪距。另外一方面，卫星将上行的 L 波段伪距记录后回转给地面，通过对上下行伪距的处理，即可计算卫星的钟差<sup>[73]</sup>。

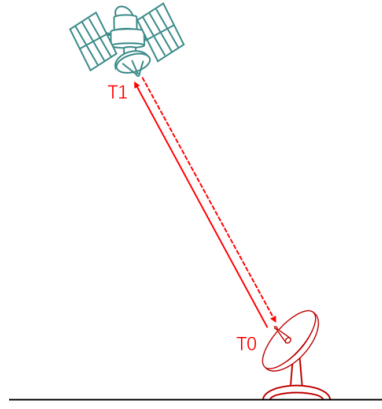


图 3-4 星地双向时间同步

Figure 3-4 The schematic of two-way satellite time and frequency transfer

如下式所示，L 波段上行  $p_{up}$  和下行  $p_{down}$  的测量模型与伪距测量模型类似：

$$p_L^{up} = \rho_r^s + c(dt_r - dt_s) + cD_L^{up} + \delta_L^{up} + \varepsilon_L^{up} \quad (3.37)$$

$$p_L^{down} = \rho_r^s + c(dt_s - dt_r) + cD_L^{down} + \delta_L^{down} + \varepsilon_L^{down} \quad (3.38)$$

其中， $\rho_r^s$  为卫星质心到地面站心的距离， $c$  为光速， $dt_r$  为 L 波段天线的设备钟差。 $dt^s$  为卫星钟差， $\delta_L^{up}$  和  $\delta_L^{down}$  为 L 波段测量误差， $\varepsilon_L^{up}$  和  $\varepsilon_L^{down}$  为上下行伪距测噪声， $D_L^{up}$  和  $D_L^{down}$  为上下伪距链路时延， $c$  为光速， $dt_r$  为接收机钟差， $dt^s$  为卫星钟差。 $D_L^{up}$  和  $D_L^{down}$  的进一步展开的形式如下：

$$D_L^{up} = D_{L,s}^{up} + D_{L,r}^{up} \quad (3.39)$$

$$D_L^{down} = D_{L,s}^{down} + D_{L,r}^{down} \quad (3.40)$$

其中， $D_{L,s}^{up}$  和  $D_{L,r}^{up}$  为 L 波段上行链路的地面天线发射零值和卫星天线接收零值， $D_{L,s}^{down}$  和  $D_{L,r}^{down}$  为 L 波段下行链路的卫星天线发射零值和卫星天线接收零值。这些零值的钟差参考点通常为 GNSS 某频点的下行信号。约定某一个地面天线的发射时延和接收时延为已知值。则通过比对上下行 L 波段观测 O-C 与 B3I 观测的 O-C 之差的均值，则可计算出卫星的发射和接收零值。在此基础上，将共钟的两个天线，同时对准同一颗卫星。计算它们上行 O-C 之差和下行 O-C 之差的均值，则可计算出其他地面天线的零值。

需要明确的是，上述方法计算的零值受电离层影响，误差较大，只能进行初步标校。其目的主要是抑制零值过大引起的时标偏差。在后续的 5.3 节中，以双向钟差和 GNSS 钟差一致性为导向，通过约束钟差的定轨方式，可实现高精

度地 L 波段测量的钟差的零值标校。

根据误差理论，在双向时间同步中， $\delta_L^{up}$  和  $\delta_L^{down}$  为测量误差可以进一步展开为：

$$\delta_L^{up} = \delta_{ph}^{up} + \delta_{tr}^{up} + \delta_{ion}^{up} - \delta_{rel} + \delta_{ecc}^{up} + \delta_{tide} \quad (3.41)$$

$$\delta_L^{down} = \delta_{ph}^{down} + \delta_{tr}^{down} + \delta_{ion}^{down} - \delta_{rel} + \delta_{ecc}^{down} + \delta_{tide} \quad (3.42)$$

其中， $\delta_{ph}^{up}$  和  $\delta_{ph}^{down}$  为卫星上下行 L 波段天线的相位中心修正， $\delta_{ecc}^{up}$  和  $\delta_{ecc}^{down}$  为地面 L 波段双向天线的相位中心修正。它们的修正可参考 3.2.1 节。

将上行观测和下行观测相减，可得。

$$\frac{(p_{up} - p_{down})}{2} = c(dt^s - dt_r) + \frac{c(D_L^{up} - D_L^{down}) + (\varepsilon_L^{up} - \varepsilon_L^{down}) + (\delta_L^{up} - \delta_L^{down})}{2} \quad (3.43)$$

由上式可知，该式的右边不显含卫星的位置信息，因此上式被称为 L 波段星地双向基本方程。

### 3.2.3. C 波段站间双向观测模型

C 波段站间双向观测是卫星不能被时间基准站的 L 波段天线观测时测量钟差的主要手段。C 波段双向测量的基本原理如下图所示：

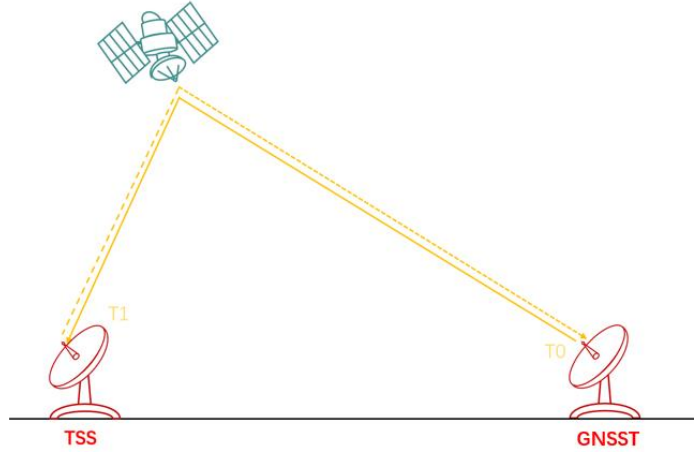


图 3-5 C 波段站间双向观测示意图

Figure 3-5 The schematic of C-band two-way measurements

在钟面同一时刻，TSS 和时间基准站的 C 波段天线向同一颗 GEO 的通信转发载荷发射信号。通过卫星的通信转发载荷，两个站的 C 波段天线接收来自对方的信号。之后 TSS 将自己收到的测量值发送给时间基准站。时间基准站以此实现站间钟差的测量，C 波段站间双向测量如下：

$$p_{r1}^{r2} = \rho_{r1}^s + \rho_{r2}^s + c(dt_{r1} - dt_{r2}) + cD_{r1}^{r2} + \delta_s^{r2} + \delta_{r2}^s + \varepsilon_{r1}^{r2} \quad (3.44)$$

$$p_{r2}^{r1} = \rho_{r1}^s + \rho_{r2}^s + c(dt_{r2} - dt_{r1}) + cD_{r2}^{r1} + \delta_s^{r1} + \delta_{r1}^s + \varepsilon_{r2}^{r1} \quad (3.45)$$

其中  $p_{r1}^{r2}$  为 TSS C 波段天线发射时间基准站 C 波段天线接收的测量信息， $p_{r2}^{r1}$  为时间基准站 C 波段发射 TSS 的 C 波段接天线接收的测量信息。 $cD_{r1}^{r2}$  和  $cD_{r2}^{r1}$  为链路的时延，该零值可通过 GNSS 共视钟差进行标定。其余的误差项的修正原理与 L 波段星地双向测量模型中的误差项修正原理一致。将式(3.44)和式(3.45)相减可得：

$$\frac{p_{r1}^{r2} - p_{r2}^{r1}}{2} = c(dt_{r1} - dt_{r2}) + \frac{c(D_{r1}^{r2} - D_{r2}^{r1}) + (\delta_s^{r1} - \delta_{r1}^s) + (\delta_s^{r2} - \delta_{r2}^s) + (\varepsilon_{r1}^{r2} - \varepsilon_{r2}^{r1})}{2} \quad (3.46)$$

该式不显含卫星和两个站的空间信息，因此可称为 C 波段站间双向观测。

#### 3.2.4. Ka 波段/超高精度星间双向观测模型

BDS-3 卫星搭载了 Ka 波段相控阵天线和超高精度星间链路载荷终端，可实现 Ka 波段星间双向测量和超高精度双向测量。BDS-3 卫星 Ka 星间链路采用双向测距体制，其示意图如下图所示：

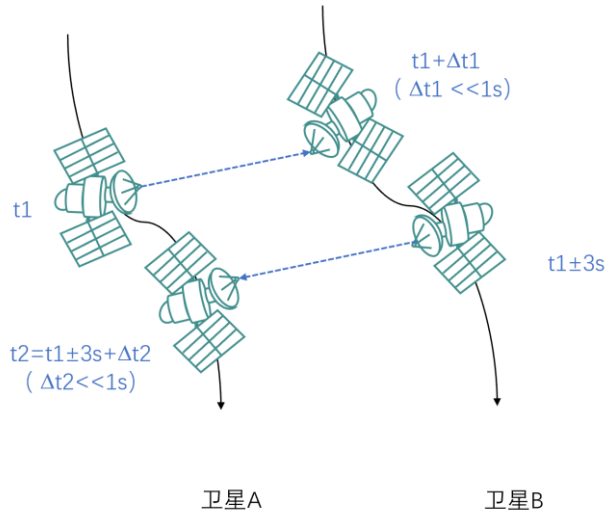


图 3-6 星间双单向测距原理

Figure 3-6 The principle of inter-satellite dual-way and two-way ranging

双向测量的过程为：首先，由卫星 A 在其  $t_1$  时刻发出测距信号（本地时  $T_0$ ），经  $\Delta t_1$  后，卫星 B 接收到测距信号（本地时  $T_1$ ），得到测距值  $\rho_{AB}$ ，然后由卫星 B 在  $t_0$  内 3 秒发出测距信号（本地时  $T_2$ ），经  $\Delta t_2$  后，卫星 B 接收到测

距信号（本地时  $T_3$ ），得到测距值  $\rho_{BA}$ ，则两个正反向测距值可以表示为：

$$\begin{aligned} \rho_{AB}(t_1) = & \left| \bar{R}_B(t_1) - \bar{R}_A(t_1 - \Delta t_1) \right| \\ & + c \left( clk_B(t_1) - clk_A(t_1 - \Delta t_1) + D_{Ka(A)}^{Send} + D_{Ka(B)}^{Rcv} \right) + \delta_{AB} + \varepsilon_{AB} \end{aligned} \quad (3.47)$$

$$\begin{aligned} \rho_{BA}(t_2) = & \left| \bar{R}_A(t_2) - \bar{R}_B(t_2 - \Delta t_2) \right| \\ & + c \left( clk_A(t_2) - clk_B(t_2 - \Delta t_2) + D_{Ka(A)}^{Rcv} + D_{Ka(B)}^{Send} \right) + \delta_{BA} + \varepsilon_{BA} \end{aligned} \quad (3.48)$$

其中， $\bar{R}_A$  和  $\bar{R}_B$  分别为卫星的三维位置向量， $clk_A$  和  $clk_B$  分别为卫星的钟差， $D_{Ka(A)}^{send}$  和  $D_{Ka(A)}^{rcv}$  分别为卫星 A 星间链路载荷的发射和接收时延， $D_{Ka(B)}^{send}$  和  $D_{Ka(B)}^{rcv}$  分别为卫星 B 星间链路载荷的发射和接收时延， $\delta_{AB}$  和  $\delta_{BA}$  分别表示 Ka 波段两个单向测距值的误差改正模型，包括卫星天线相位中心改正、GNSS 协议相对论效应、改正等，它们的模型  $\delta_{BA}$  为观测噪声及其它未知的系统误差。

考虑到  $t_1$  和  $t_2$  是不同的时刻，若要得到双向钟差观测或双向距离观测量，则需要将单向观测量进行归算到同一时刻，归算方程如下式所示：

$$\begin{aligned} \rho_{AB}(t_0) = & \rho_{AB}(t_1) + d\rho_{AB} = \left| \bar{R}_B(t_0) - \bar{R}_A(t_0) \right| \\ & + c * \left( clk_B(t_0) - clk_A(t_0) + D_{Ka(A)}^{Send} + D_{Ka(B)}^{Rcv} \right) + \delta_{AB} + \varepsilon_{AB} \end{aligned} \quad (3.49)$$

$$\begin{aligned} \rho_{BA}(t_0) = & \rho_{BA}(t_2) + d\rho_{BA} = \left| \bar{R}_A(t_0) - \bar{R}_B(t_0) \right| \\ & + c * \left( clk_A(t_0) - clk_B(t_0) + D_{Ka(A)}^{Rcv} + D_{Ka(B)}^{Send} \right) + \delta_{BA} + \varepsilon_{BA} \end{aligned} \quad (3.50)$$

$d\rho_{AB}$  和  $d\rho_{BA}$  表示观测时刻归算到归算时刻的归算修正量，该值与归算时刻和观测时刻的距离差和钟差有关， $d\rho_{AB}$  和  $d\rho_{BA}$  可用下式表示：

$$\begin{aligned} d\rho_{BA} = & \left| \bar{R}_B(t_0) - \bar{R}_A(t_0) \right| - \left| \bar{R}_B(t_2) - \bar{R}_A(t_2 - \Delta t_2) \right| \\ & + c * \left( clk_A(t_2) - clk_B(t_2) \right) - c * \left( clk_A(t_0) - clk_B(t_0) \right) \end{aligned} \quad (3.51)$$

$$\begin{aligned} d\rho_{AB} = & \left| \bar{R}_B(t_0) - \bar{R}_A(t_0) \right| - \left| \bar{R}_B(t_1) - \bar{R}_A(t_1 - \Delta t_1) \right| \\ & + c * \left( clk_B(t_1) - clk_A(t_1) \right) - c * \left( clk_B(t_0) - clk_A(t_0) \right) \end{aligned} \quad (3.52)$$

$d\rho_{AB}$  和  $d\rho_{BA}$  可由卫星预报轨道和预报钟差参数计算，其计算精度取决于卫星预报钟速的精度和卫星速度测定精度。唐成盼等人的论文结果表明<sup>[23]</sup>，目前

BDS-3 卫星速度预报误差约为 0.1mm/s、预报钟速误差小于  $1 \times 10^{-4}$  ns/s、归算的时间间隔为 3 秒。通过上述信息可计算出 3 秒的归算误差小于  $1 \times 10^{-3}$  ns，远小于定轨解算误差和钟差测定误差。

将归算时刻的双向观测相减，则可以消除卫星轨道的信息，得到星间双向钟差观测方程：

$$\begin{aligned} \frac{\rho_{AB}(t_0) - \rho_{BA}(t_0)}{2c} &= clk_B(t_0) - clk_A(t_0) \\ &+ \left( \frac{D_{Ka(A)}^{Send} - D_{Ka(A)}^{Rcv}}{2} - \frac{D_{Ka(B)}^{Send} - D_{Ka(B)}^{Rcv}}{2} \right) + \frac{\Delta\rho_{cor}^{AB} - \Delta\rho_{cor}^{BA}}{2c} + \frac{(\delta_{AB} - \delta_{BA})}{2c} \end{aligned} \quad (3.53)$$

同理，将归算时刻的双向观测相加，则可以消除卫星的钟差信息，得到双向几何距离观测方程：

$$\begin{aligned} \frac{\rho_{AB}(t_0) + \rho_{BA}(t_0)}{2} &= |\vec{R}_A(t_0) - \vec{R}_B(t_0)| \\ &+ c \left( \frac{D_{Ka(A)}^{Send} + D_{Ka(A)}^{Rcv}}{2} + \frac{D_{Ka(B)}^{Send} + D_{Ka(B)}^{Rcv}}{2} \right) + \frac{\Delta\rho_{cor}^{AB} + \Delta\rho_{cor}^{BA}}{2c} + \frac{(\delta_{AB} + \delta_{BA})}{2c} \end{aligned} \quad (3.54)$$

### 3.3. 钟差参数生成策略

区域条件下，钟差参数生成流程如下图所示：

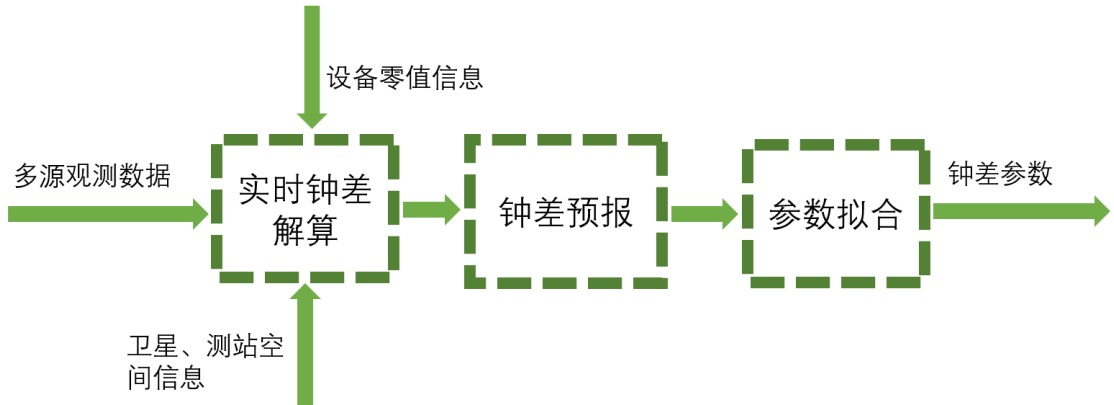


图 3-7 区域模式下 GNSS 钟差参数生成策略

Figure 3-7 The strategy of clock offsets parameter generation under the regional monitoring station

其处理流程包括实时钟差解算、钟差预报、钟差参数生成三个部分。钟差解算即利用多源观测数据，实时计算卫星的钟差。钟差预报即利用钟差模型对历史钟差进行预报，得到预报钟差。参数拟合即根据 GNSS 的 ICD 接口，将预报钟差拟合成参数，上注给卫星供用户使用。钟差参数的精度是卫星空间段的精度的重要构成部分，其精度主要由卫星的更新频率，原子钟预报能力、时间



同步精度共同决定。

### 3.3.1. 单向时间同步基本原理

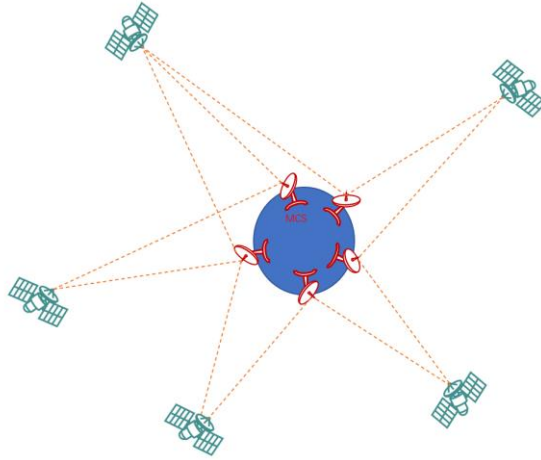


图 3-8 单向时间同步示意图

**Figure 3-8 Schematic diagram of one-way time synchronization based on pseudorange and phase measurements**

如上图所示，基于 GNSS 的下行伪距相位观测的单向时间同步的基本原理就是利用冗余的观测数据，估计卫星或者测站钟差。根据式（3.23）和式（3.24）可知，观测值对卫星钟差的偏导数为：

$$\frac{\partial p_r^s(i)}{\partial (dt^s(i))} = \frac{\partial \varphi_r^s(i)}{\partial (dt^s(i))} = -1 \quad (3.55)$$

$$\frac{\partial p_r^s(i)}{\partial (dt_r(i))} = \frac{\partial \varphi_r^s(i)}{\partial (dt_r(i))} = 1 \quad (3.56)$$

在多星多站构成的观测网中，GNSS 下行伪距相位观测数量是远大于待估计的钟差参数数量的。结合 GNSS 载波相位的高精度测量，该方法估计的钟差噪声可小于 3mm。基于该方法的估计钟差时，还需要知道卫星的位置信息和大气信息。因此在钟差估计中，通常还会同时对卫星的轨道进行估计。因此该方法通常被称为轨道钟差一体化估计方法（Orbit Determination And Time Synchronization, ODTS）<sup>[74]</sup>。常用的 ODTS 方法包括标准 ODTS 方法、PPP 授时法、固定轨道解算钟差法、约束钟差的多星定轨法，它们的处理模式如下：

**表 3-3 钟差处理模式**

**Table 3-3 Clock offsets estimation method**

方法	站坐标 处理	轨道处理	大气/模糊 度参数处	主要目的	应用场景
----	-----------	------	---------------	------	------



理					
标准 ODTs 方法	全部已知/部分站已知	待估参数求解	估计	同时估计轨道和星站钟差	事后精确钟差测量
PPP 授时法	待估参数求解	已知	估计	利用精确轨道估计测站坐标和钟差	高精度测站钟差测量
固定估计轨道解算钟差	已知	已知	估计	快速钟差估计和高性能原子钟的钟差建模	实时处理、模型研究
约束钟差的轨道估计	全部已知/部分已知	待估参数求解	估计	估计钟差的零值	零值标定

如上表所示，ODTS 为上述多种钟差处理模式的统称。尽管它们在参数估计的选择上有所差异，但它们的估计原理都是利用冗余的 GNSS L 波段单向下行伪距和相位观测数据实现多个设备间的钟差估计。

ODTS 方法是目前 GNSS 测量中最常用的方法，但是由于该方法解算的钟差与其他参数有较强的耦合性，不利于预报。因此传统的 ODTs 方法对地面测站的部署有较高要求，不适合作为区域条件下的 GNSS 钟差估计策略。

### 3.3.2. 双向时间同步基本原理

ODTS 解算的钟差精度对监测站的分布和数量有较高的要求。当 GNSS 监测站数目较少或这无法被全球部署时，卫星钟差无法与其他待估参数解耦，估计的卫星钟差预报能力较差。也正是因为如此，区域监测条件下的 GNSS 可采用双向测量的方法解算卫星钟差。该方法的基本原理是将双向观测相减，消除大部分与空间信息相关的误差，得到两个原子钟间的钟差。

如下图所示，区域条件下，GNSS 地面段的地面的时间基准站和时间同步站(TSS)均配置了 C 波段天线，通过 C 波段双向观测，GNSS 可计算时间基准站和时间同步站的钟差。在此基础上，卫星可通过 L 波段星地双向观测实现境内卫星的星地钟差测定，并可通过 Ka 波段星间双向观测实现境外卫星的星间钟差测定。

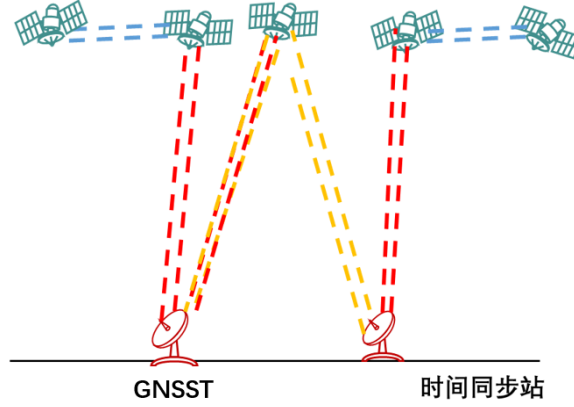


图 3-9 多跳法卫星钟差估计策略

Figure 3-9 The two-way superimposition clock estimation strategy

上述步骤涉及 C 波段站间时间同步, L 波段星地双向时间同步, Ka 波段星间时间同步, 以下分别对它们进行介绍。

#### (1) 星地双时间同步

L 波段星地双向观测为持续建链体制, 地面 L 波段天线会根据其收到的跟踪规划, 持续跟踪一颗卫星, 实现点对点的持续的双向观测。基于式 (3.43) 可知, 卫星与 L 波段天线的钟差可用下式表示:

$$c(dt^s - dt_r) = \frac{(p_{up} - p_{down})}{2} - \frac{c(D_L^{up} - D_L^{down}) + (\varepsilon_L^{up} - \varepsilon_L^{down}) + (\delta_L^{up} - \delta_L^{down})}{2} \quad (3.57)$$

此时, 测量的主要误差为电离层误差和多路径效应。

$$err_L = (err_{ion}^{up} - err_{ion}^{down}) + \varepsilon^{up} - \varepsilon^{down} \quad (3.58)$$

由上式可知, 当电离层比较活跃或者天线的仰角较低时, 基于 L 波段星地双向观测实现的卫星钟差精度会显著降低。通过该方法测量的钟差在后文称之为 **L 波段星地双向钟差**。

#### (2) 站间双向双时间同步

由式 (3.46) 可知, 两个 C 波段天线之间的站间钟差可用下式计算:

$$dt_{r1} - dt_{r2} = \frac{p_{r1}^{r2} - p_{r2}^{r1}}{2c} - \frac{(D_{r1}^{r2} - D_{r2}^{r1}) + (\delta_s^{r1} - \delta_{r1}^s) + (\delta_{r2}^{r2} - \delta_{r2}^s) + (\varepsilon_{r1}^{r2} - \varepsilon_{r2}^{r1})}{2c} \quad (3.59)$$

考虑到 C 波段通常为通信波段, 因此其测量的误差主要来自 C 波段测量噪声。通过该方法测量的舰钟差在后文称为 **C 波段站间双向钟差**。

#### (3) 星间双时间同步

将归算时刻的双向观测相减, 则可以消除卫星轨道的信息, 得到星间双向

钟差观测方程：

$$\begin{aligned} clk_B(t_0) - clk_A(t_0) = & \frac{\rho_{AB}(t_0) - \rho_{BA}(t_0)}{2c} \\ & - \left( \frac{D_{Ka(A)}^{Send} - D_{Ka(A)}^{Rcv}}{2} - \frac{D_{Ka(B)}^{Send} - D_{Ka(B)}^{Rcv}}{2} \right) - \frac{\Delta\rho_{cor}^{AB} - \Delta\rho_{cor}^{BA}}{2c} - \frac{(\delta_{AB} - \delta_{BA})}{2c} \end{aligned} \quad (3.60)$$

同理，将归算时刻的双向观测相加，则可以消除卫星的钟差信息，得到双向几何距离观测方程：

$$\begin{aligned} |\bar{R}_A(t_0) - \bar{R}_B(t_0)| = & \frac{\rho_{AB}(t_0) + \rho_{BA}(t_0)}{2} \\ & - c \left( \frac{D_{Ka(A)}^{Send} + D_{Ka(A)}^{Rcv}}{2} + \frac{D_{Ka(B)}^{Send} + D_{Ka(B)}^{Rcv}}{2} \right) - \frac{\Delta\rho_{cor}^{AB} + \Delta\rho_{cor}^{BA}}{2c} - \frac{(\delta_{AB} + \delta_{BA})}{2c} \end{aligned} \quad (3.61)$$

通过该方法测量的钟差在文中被称为 **Ka 波段星间双向钟差**。

### 3.3.3. “多跳法” 时间同步策略

基于“多跳法”策略来实现全星座卫星的钟差参数生成的步骤如下图所示：

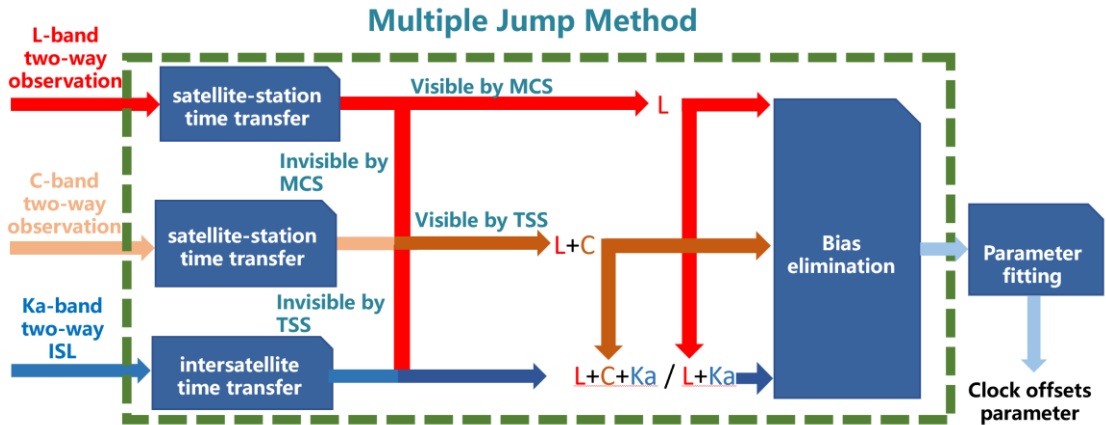


图 3-10 多跳法钟差参数生成过程

Figure 3-10 The procedure of the BDS-3 two-way superimposition strategy

当卫星可被时间基准站的 L 波段天线跟踪时，地面可通过时间基准站的 L 波段星地双向钟差，直接得到卫星的钟差（红线），该方式测量的钟差我们用 L 表示。当卫星不能被时间基准站的 L 波段天线跟踪，但是可被 TSS 的 L 波段天线跟踪时，“多跳法”时间同步策略将卫星相对于 TSS 的 L 波段星地双向钟差与 TSS 相对于时间基准站的 C 波段站间双向钟差相加，得到时间基准站不可视但 TSS 站可视的卫星双向钟差（橘线）。该方式计算的钟差用 C+L 表示。通过 L 或者 L+C，“多跳法”时间同步策略可实现所有境内卫星的钟差测定。当卫星在境外不可被境内的 L 波段天线跟踪时，“多跳法”时间同步策略将该卫星相对于境

内卫星的 Ka 播段星间双向钟差与境内卫星的钟差相加，得到境外卫星的双向钟差。根据钟差是否经过 C 波段站间时间同步，我们用 L+Ka 或者 L+C+Ka 表示该钟差。根据天线的跟踪规划和星间链路的建链规划，“多跳法”时间同步策略可实现所有境内外卫星的双向钟差计算。基于“多跳法”时间同步策略计算的钟差论文称为**双向钟差**。扣除双向钟差与 GNSS 下行单向观测钟差的系统间偏差后，对双向钟差进行低阶多项式拟合，即可得到卫星的钟差参数。

### 3.3.4. 原子钟钟差模型与预报方法

原子钟是一种精密的频率源。原子钟的快慢、稳定都由其频率决定。如果原子钟输出的信号为类似于正弦函数一样频率非常稳定的周期信号，则输出的信号可以表示为：

$$V(\tau) = (V_0 + \varepsilon(\tau)) \sin(2\pi\nu_0\tau + \varepsilon_f(\tau)) \quad (3.62)$$

其中， $\tau$  为本地参考系时间。 $V_0(\tau)$  为输出信号的本征振幅， $\nu_0$  为原子钟本征频率， $h_0(\tau)$  为理想钟面读数， $\varepsilon_0(\tau)$  振幅上的扰动， $\varepsilon_f(\tau)$  为频率上的扰动，该扰动包含无规则的噪声和有规则地成分。

原子钟的理想钟面读数是无法测量的，观测者获取到的只有周期信号，因此，钟面的实际读数和理想的钟面读数存在时差。从上式可知，实际的钟面读数可以表示为：

$$T = \tau + x(\tau) \quad (3.63)$$

实际的钟面读数与理想的钟面读数在式（3.62）中的形式应该相等。因此有：

$$2\pi\nu_0\tau + \varepsilon_f(\tau) = 2\pi\nu_0T \quad (3.64)$$

通过上式可以计算出，实际钟面数相对于理想钟面数的钟面时之差  $x(\tau)$ （时差）为：

$$x(\tau) = T - \tau = \frac{\varepsilon_f(\tau)}{2\pi\nu_0} \quad (3.65)$$

同时，根据式（3.62）可以算出，该周期函数的频率为：

$$\nu = \nu_0 + \frac{\varepsilon_f(\tau)}{2\pi} \quad (3.66)$$

定义实际的原子钟频率相对于理想的原子钟频率之差为频差  $y(\tau)$ ，则  $y(\tau)$  可表示为：

$$y(\tau) = \frac{v(\tau) - v_0}{v_0} = \frac{1}{2\pi v_0} \frac{d\varepsilon_f(\tau)}{d\tau} = \frac{dx(\tau)}{d\tau} = \frac{dT}{d\tau} - 1 \quad (3.67)$$

上式表明，频差是时差的导数。若知道初始的时差，则可通过对频差进行积分得到各个时刻的时差。通常，原子钟的频差可以表示为确定性部分和不确定性部分。在短期尺度上，GNSS 的原子钟主要由氢钟、铯钟、铷钟维持。对于铷钟和氢钟，它们的频差通常可以表示为：

$$y(\tau) = y_0 + A_2\tau + \varepsilon_y(\tau) \quad (3.68)$$

其中， $y_0$  为初始或者标定的频差， $A_2$  为频漂， $\varepsilon_y(\tau)$  为频差噪声。此时，将该式（3.68）代入式（3.67）可得：

$$x(\tau) = T - T_0 = \tau - \tau_0 + y_0(\tau - \tau_0) + A_2(\tau - \tau_0)^2 + \varepsilon_x(\tau) \quad (3.69)$$

其中， $x_0 = T_0 - \tau_0$  为初始时刻的相位差， $y_0$  为初始时刻的频率差， $\varepsilon_x$  为各类噪声叠加在时差上的综合效应。观察式（3.69）可知，钟面时与参考系时间的时差可用二次多项式描述。在牛顿参考框架下，时间的频率与参考系选择无关，此时，若用时间  $\tau$  作为参考系时间，则卫星或者测站 A 的时差（钟差）应满足：

$$clk_A = T_A - \tau = A_0 + A_1\tau + A_2\tau^2 + \varepsilon_t(\tau) \quad (3.70)$$

其中  $A_1$ ， $A_1$ ， $A_2$  分别表示为钟差、频差、频漂考虑到 GNSS 卫星的  $\varepsilon_x(\tau)$  和  $A_2$  在几个小时的尺度上远小于 1ns。因此，GNSS 通常采用线性模型对卫星钟差进行预报。

需要说明的是，该式是不涉及相对论变化下的预报。在相对论时空参考框架下的原子钟模型和钟差模型可参考论文第 6 章。

### 3.3.5. 钟差参数的主要误差源

由第 2 章的结论可知，BDS-3 卫星钟差参数误差是 BDS-3 卫星 SISRE 的主要误差源。事实上，BDS-3 卫星和地面时间基准站的均配置了高性能原子钟，它们的性能足以媲美 Galileo 卫星。因此钟差参数误差源大概率来自卫星时间同步中的钟差测量误差。在该背景下，本小节重点分析了“多跳法”时间同步策略计算的卫星双向钟差特征。

以 IGSO-1 和 MEO-23 为例，扣除相同趋势项后，基于“多跳法”时间同步策略实现的 24 小时双向钟差如图 3-11 所示。其中，红线表示为仅通过 L 波段星地双向钟差计算的卫星双向钟差；橘线为通过 C 波段站间双向钟差和 L 波段星地双向钟差计算得到的卫星双向钟差；蓝线为由境外卫星与境内卫星的 Ka 波段星

间双向钟差与境内卫星的双向钟差相加得到的境外卫星双向钟差，不同深浅的蓝线表示境外卫星通过不同境内卫星归算的卫星双向钟差。如图可知，多跳法利用多源双向观测数据可实现全弧段的双向钟差测定，但是该方法测量的双向钟差的存在下述弊端：

1) 由于卫星 L 波段的上下行频率存在微小差异，因此将上行观测与下行观测相减无法彻底消除测量中的电离层和多路径效应，这些残余误差在天线仰角过低时会严重恶化双向钟差测定精度（图 3-11①处）。

2) 正常情况下，C 波段的观测噪声明显大于其他波段的测量噪声。如果卫星的钟差计算需要经过 C 波段站间双向钟差归算得到，则卫星钟差的噪声会明显增大（图 3-11②处）。

3) 受温度、姿态、光照等参数影响，地面天线的零值存在波动，该波动难以被建模和预测、因此当跟踪卫星的地面天线一旦发生切换，卫星的钟差会出现“台阶状”误差（图 3-11③处）。

4) 星间链路为时分体制，一颗卫星在不同时刻与不同卫星建链。在多跳法中，境外卫星的钟差需经过境内卫星的星地钟差归算得到，由于境外卫星的归算链路会频繁切换，台阶状误差就会像噪声一样体现在境外卫星的钟差中（如图 3-11 的④所示）。

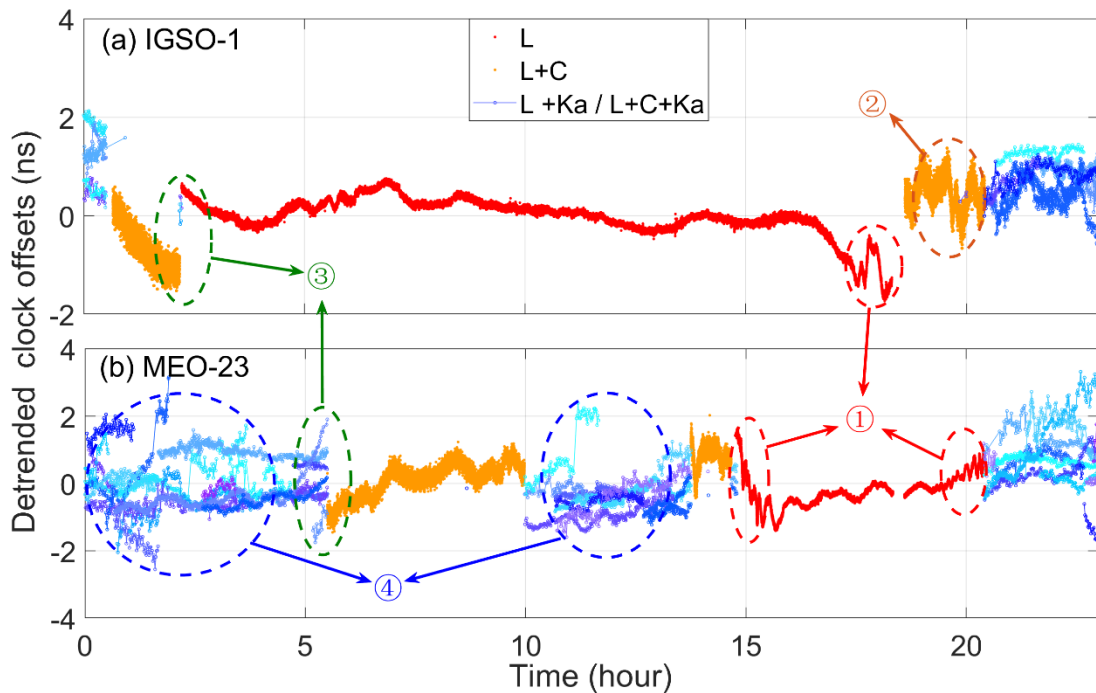


图 3-11 基于“多跳法”实现的 IGSO 和 MEO 典型的一天去趋势项双向钟差。①-④描述双向叠加策略中的异常现象。（起始时间为 2022 年 5 月 23 日）

Figure 3-11 The typical one day detrended two-way clock offsets of IGSO and MEO measured by BDS-3 two-way superimposition strategy.

上述原因导致基于“多跳法”时间同步策略实现的卫星钟差测定精度较差，是限制 BDS-3 卫星空间信号精度提升的主要瓶颈。因此，在已有的测量手段上，亟需设计一种精度更高的方法来估计卫星的钟差。

### 3.4. 广播星历生成策略

卫星的广播星历生成流程如图 3-12 所示：



图 3-12 广播星历生成流程图

Figure 3-12 The procedure of broadcast ephemeris generation

其处理过程包括实时卫星精密定轨、轨道积分、参数拟合三个部分，卫星精密定轨即利用冗余的多源观测数据，采用动力学模型，估计高精度的卫星初轨和力学参数。轨道积分即利用卫星的初轨和力学参数进行积分，得到高精度的数值预报轨道。参数拟合即根据 GNSS 官方 ICD 文件，将积分得到的数值预报轨道进行拟合，得到星历参数。以下从卫星轨道摄动的基本理论出发，介绍区域条件下 GNSS 广播星历生成的流程和精度提升途径。

#### 3.4.1. 轨道根数与受摄运动

根据引力势定义，点 A 在一个有质量的点 B 附近的引力势满足：

$$U = \frac{Gm}{l} \quad (3.71)$$

其中，G 为万有引力常数，l 为 A 和 B 两点的距离。如果将地球看成是一个密度均匀的球体，则它对球体外的任意一点，其引力势可表示为：

$$U_{E(n=0)}(\vec{r}) = \int \int \int_V \frac{Gdm}{l} = \frac{GM}{r} (r > r_E) \quad (3.72)$$

上式表明，均匀球形地球对地球外卫星的引力势等同于地球中心相同质量的质点产生的引力势。因此，在惯性参考系下，均匀的地球附近的引力为引力场的梯度，根据牛顿第二定律有：

$$\ddot{\vec{r}} = \frac{\vec{F}}{m} = \nabla U_E(\vec{r}) = -\frac{GM}{r^3} \vec{r} \quad (3.73)$$

该方程的解是为椭圆运动（又称为 Kepler 轨道），对于绕地卫星而言，满足式（3.73）的运动也称作卫星的无摄运动。如下图所示，可用 6 个参数对卫星的无摄运动进行描述：

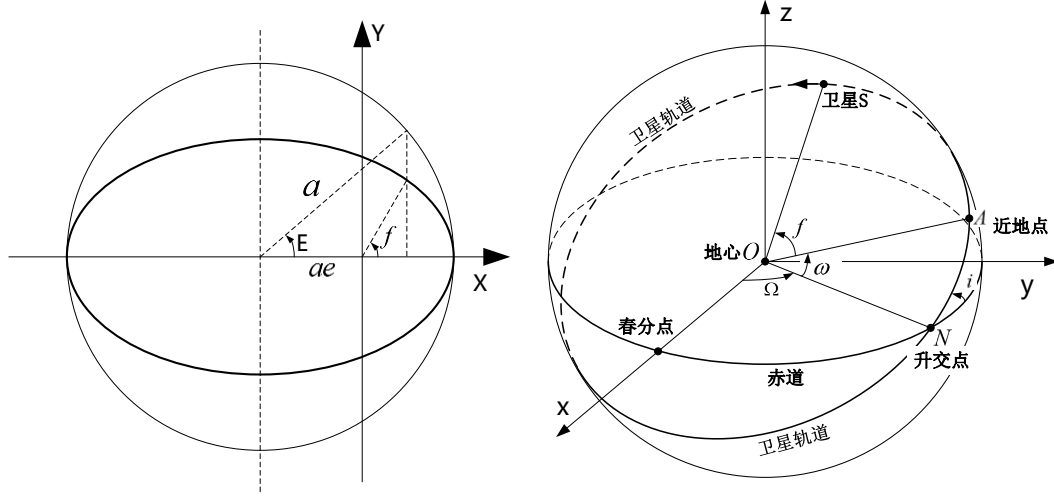


图 3-13 二体运动下的开普勒根数

Figure 3-13 The orbit Kepler elements of classic two body motion

图中  $a$  为半长轴， $e$  为偏心率， $i$  为卫星轨道相对于赤道面的倾角， $\Omega$  为升交点赤经， $\omega$  为近地点幅角， $f$ 、 $E$  和  $M$  分别为真近点角、偏近点角和平近点角，其中  $M = n(t - t_0)$ ， $n = dM / dt$  为平均角速度。在轨道根数的选取中  $f$ 、 $E$  和  $M$  是等价的，通常选取  $a$ 、 $e$ 、 $i$ 、 $\Omega$ 、 $\omega$  和  $M$  六个参数为轨道根数，其中  $a$  和  $e$  确定了卫星轨道的形状， $M$  确定了卫星在轨道面上的位置， $i$ 、 $\Omega$  和  $\omega$  则确定了卫星轨道面的空间指向。此时，卫星的位置和速度可以根据 Kepler 根数  $\vec{\sigma}_0(a, e, i, \Omega, \omega, M)$  计算。

$$\vec{r} = f(\vec{\sigma}_0, t) \quad (3.74)$$

$$\dot{\vec{r}} = g(\vec{\sigma}_0, t) \quad (3.75)$$

考虑到导航卫星的偏心率非常小，在一些方程求解和积分中会存在  $1/e$  的情况，因此。在 Kepler 六根数的基础上，可采用无奇点根数  $\xi = e \cos \omega$ 、 $\eta = e \sin \omega$ 、 $\lambda = \Omega + M$  来避免一些奇异。

对于二体问题，Kepler 六个根数只有  $f$  会随时间变化。但是事实上，卫星并非只受来自地心的引力影响，还受其他力的作用，此时，根据牛顿第二定律，卫星的运动方程可用下式表示：



$$m\ddot{\vec{r}} = \vec{F}_0 + \vec{F}_\varepsilon \quad (3.76)$$

$\vec{F}_\varepsilon$  包含了各种影响卫星运动的力的因素，这些力在大部分情况下满足：

$$|\vec{F}_\varepsilon|/|\vec{F}_0| = O(\varepsilon^k) \quad (3.77)$$

其中， $\varepsilon$  为  $10^{-3}$ ，他通常取决于地球 J2 项的引力大小。 $k$  为整次幂，可以表示为  $k$  阶小量。此时，式 (3.77) 形式可以表示为：

$$\vec{F}_\varepsilon = \sum_{k=1}^n \vec{F}_k(\vec{r}, \dot{\vec{r}}, t, \varepsilon^k) \quad (3.78)$$

在摄动力的影响下，卫星的轨道在大体上还是椭圆，但是其运动不再是二体下的无摄运动，而是受摄运动。此时 Kepler 根数  $\vec{\sigma}_0$  当不再是常数，而应该看成是随时间  $t$  的函数，即  $\vec{\sigma}(t)$ 。在该情况下。根据牛顿第二定律，卫星的位置速度的变化满足下式：

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{\partial \vec{f}(\vec{\sigma}, t)}{\partial t} + \frac{\partial \vec{f}(\vec{\sigma}, t)}{\partial \vec{\sigma}} \frac{d\vec{\sigma}}{dt} = \vec{g}(\vec{\sigma}, t) \quad (3.79)$$

$$m \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{\partial g(\vec{\sigma}_0, t)}{\partial t} + \frac{\partial g(\vec{\sigma}_0, t)}{\partial \vec{\sigma}_0} \frac{d\vec{\sigma}}{dt} = \vec{F}_0 + \vec{F}_\varepsilon \quad (3.80)$$

对上式进行化简，可以得到：

$$\frac{\partial \vec{f}(\vec{\sigma}, t)}{\partial \vec{\sigma}} \frac{d\vec{\sigma}}{dt} = \vec{0}_{(3 \times 1)} \quad (3.81)$$

$$\frac{\partial \vec{g}(\vec{\sigma}, t)}{\partial \vec{\sigma}} \frac{d\vec{\sigma}}{dt} = \frac{\vec{F}_{\varepsilon(3 \times 1)}}{m} \quad (3.82)$$

式 (3.81) 和式 (3.82) 共 6 个方程，且  $\frac{\partial \vec{f}(\vec{\sigma}, t)}{\partial \vec{\sigma}}$  和  $\frac{\partial \vec{g}(\vec{\sigma}, t)}{\partial \vec{\sigma}}$  为位置速度对轨道根数的偏导数，可根据二体运动方程进行推导。 $\vec{F}_{\varepsilon(3 \times 1)}$  通常亦有清晰的表达式。因此，根据式 (3.81) 和式 (3.82)，可以计算出  $\frac{d\vec{\sigma}}{dt}$  各分量对时间的导数。经上述处理，受摄运动就可以看成一个变化的圆锥曲线运动，无摄运动解的表达式仍然成立，只是相应的六个不变根数变为与时间相关的函数，即瞬时根数，亦称吻切根数。此时，受摄运动方程的解可转换为轨道根数的函数：

$$\frac{d\vec{\sigma}}{dt} = f_\varepsilon(\vec{\sigma}, t, \varepsilon) \quad (3.83)$$

进一步地,  $f_\varepsilon$  通常可分解为:

$$f_\varepsilon = f_1(\bar{\sigma}, t, \varepsilon) + f_2(\bar{\sigma}, t, \varepsilon^2) + f_3(\bar{\sigma}, t, \varepsilon^3) \cdots f_N(\bar{\sigma}, t, \varepsilon^N) + \cdots \quad (3.84)$$

其中,  $f_N$  为  $N$  阶摄动量, 其摄动量级为  $\varepsilon^N$ 。  $N$  的大小由摄动力本身的量级和对应的级数展开所决定 (如重力场)。 在一些分析中, 保留一些低阶摄动量而舍弃一些高阶摄动量可以直观分析一些摄动力对轨道的量级影响。

考虑到与  $i$ 、 $\Omega$ 、 $\omega$  和  $M$  相关的变化对卫星位置和速度的影响都是通过周期函数实现的, 因此可在式 (3.84) 的基础上, 可将  $f_N$  进一步展开为:

$$f_N = f_{NC} + f_{NL} + f_{NS} \quad (3.85)$$

NC、NL、NS 分别代表轨道根数变化地长期项、长周期项、短周期项。其中, 长期项表示只与  $a$ 、 $e$ 、 $i$  有关的项, 长周期项的周期只与  $\omega$  和  $\Omega$  的角度有关。短周期项的周期只与  $f$  或者  $M$  有关。此时, 式 (3.85) 的构造解可表示为:

$$\bar{\sigma}(t) = \bar{\sigma}_0 + \sum_{N=1}^{\infty} (\bar{\sigma}_C^{(N)}(t) + \bar{\sigma}_L^{(N)}(t) + \bar{\sigma}_S^{(N)}(t)) \quad (3.86)$$

式 (3.86) 的构造解求解过程及其麻烦, 但是一些基本摄动力的解的表达式可以参考刘林等人编写的《航天动力学引论》<sup>[75]</sup>。这些不同阶数的解, 尤其是低阶的不同周期解对于理解与卫星轨道相关地信号变化有很好的帮助。

基于上述理论, 我们可以通过一段时间的卫星精密位置信息以拟合的方式得到这段时间内的轨道根数、摄动线性项 (长周期摄动项+长期摄动项)、摄动周期项。这些参数具备较强的预报能力, 并可通过简单的运算实现卫星位置的预报和计算。对于目前的 GNSS, 其参数可大致分为 16 参和 18 参两类, 这些信息可参考 GNSS 的 ICD 文件。他们的参数表达精度可优于 1cm。

### 3.4.2. 卫星定轨基本原理

不同于上面的分析解, 卫星的精密定轨通常采用数值方法进行解算。其基本原理就是利用冗余的观测数据估计卫星初始时刻的位置速度, 以及经验参数。假设在  $t$  时刻存在一组观测, 它构成一组经过误差修正后的观测向量  $\bar{y}$ , 则其对

卫星初始时刻的卫星轨道  $\bar{r} = \begin{pmatrix} \bar{x} \\ \bar{v} \end{pmatrix}$ ,  $P$  个经验系数构成的向量  $p_{p \times 1}$  和  $q$  个与轨道运

动无关的参数向量  $q_{q \times 1}$  满足如下关系:

$$\bar{y}(t) = G(\bar{r}_0, \bar{p}, \bar{q}) \quad (3.87)$$

如果存在一组近似的初值  $\tilde{x}_0$ ,  $\tilde{p}$ ,  $\tilde{q}$ , 则误差向量为:

$$l(t) = y(t) - G(\tilde{r}_0, \tilde{p}, \tilde{q}) \quad (3.88)$$

$y(t)$  对  $G(x_0, p, q)$  的线性化偏导数矩阵为:

$$\begin{aligned} b(t) &= \left( \frac{\partial \bar{y}(t)}{\partial \bar{r}(t)}_{m \times 6}, \frac{\partial \bar{r}(t)}{\partial \bar{r}_0}_{6 \times 6}, \frac{\partial \bar{y}(t)}{\partial \bar{r}(t)}_{m \times 6}, \frac{\partial \bar{r}(t)}{\partial \bar{p}}_{6 \times p}, \frac{\partial \bar{y}(t)}{\partial \bar{q}(t)}_{m \times q} \right)_{m \times (6+p+q)} \\ &= \left( \frac{\partial \bar{y}(t)}{\partial \bar{r}(t)}_{m \times 6} \cdot \phi(t, t_0)_{6 \times 6}, \frac{\partial \bar{y}(t)}{\partial \bar{r}(t)}_{m \times 6} \cdot S(t, t_0)_{6 \times p}, \frac{\partial \bar{y}(t)}{\partial \bar{q}(t)}_{m \times q} \right)_{m \times (6+p+q)} \end{aligned} \quad (3.89)$$

其中,  $\phi(t, t_0) = \frac{\partial \bar{r}(t)}{\partial \bar{r}_0}$  为卫星轨道的状态转移矩阵,  $S(t, t_0) = \frac{\partial \bar{r}(t)}{\partial \bar{p}}$  为敏感

矩阵。考虑到式 (3.76) 为二阶微分方程。因此可将其转换为一阶形式:

$$\frac{d\bar{r}(t)}{dt}_{6 \times 1} = f(t, \bar{r}(t)) = \begin{pmatrix} \bar{v}(t)_{3 \times 1} \\ \bar{a}(t)_{3 \times 1} \end{pmatrix}_{6 \times 1} \quad (3.90)$$

其中,  $\bar{a}(t)_{3 \times 1}$  为卫星的加速度, 根据式 (3.76) 可知,  $\bar{a}(t)_{3 \times 1}$  包括地球中心引力和各种摄动力。摄动力的种类和计算方式可见 3.5.3 节。式 (3.89) 对初始时刻的卫星状态的偏导数为:

$$\frac{\partial}{\partial \bar{r}(t_0)} \frac{d\bar{r}(t)}{dt} = \frac{\partial f(t, \bar{r}(t))}{\partial \bar{r}(t_0)} = \frac{\partial f(t, \bar{r}(t))}{\partial \bar{r}(t)} \frac{\partial \bar{r}(t)}{\partial \bar{r}(t_0)} \quad (3.91)$$

根据对状态转移矩阵的定义可知:

$$\frac{d\Phi(t, t_0)}{dt} = \frac{\partial f(t, \bar{r}(t))}{\partial \bar{r}(t_0)} \Phi(t, t_0) \quad (3.92)$$

上式的矩阵展开形式为:

$$\frac{d\Phi(t, t_0)}{dt} = \begin{pmatrix} 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \\ \frac{\partial \bar{a}(t, \bar{r}(t), \bar{v}(t))}{\partial \bar{r}(t)} & \frac{\partial \bar{a}(t, \bar{r}(t), \bar{v}(t))}{\partial \bar{v}(t)} \end{pmatrix} \Phi(t, t_0) \quad (3.93)$$

考虑到  $\bar{a}$  有清晰的解析式, 且  $\Phi(t_0, t_0)$  显然为单位矩阵, 因此对式 (3.93)

进行数值积分, 即可计算各个时刻  $\Phi(t, t_0)$ 。

同样地, 对  $S(t, t_0)$  进行求导:

$$\frac{dS(t, t_0)}{dt} = \frac{1}{dt} \frac{\partial \bar{r}(t)}{\partial \bar{p}} = \frac{\partial f(t, \bar{r}(t), \bar{p})}{\partial \bar{r}(t)} \cdot \frac{\partial \bar{r}(t)}{\partial \bar{p}} + \frac{\partial f(t, \bar{r}(t), \bar{p})}{\partial \bar{p}} \quad (3.94)$$

根据对敏感转移矩阵的定义可知：

$$\frac{dS(t, t_0)}{dt} = \begin{pmatrix} 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \\ \frac{\partial \bar{a}(t, \bar{r}(t), \bar{v}(t), \bar{p})}{\partial \bar{r}(t)} & \frac{\partial \bar{a}(t, \bar{r}(t), \bar{v}(t), \bar{p})}{\partial \bar{v}(t)} \end{pmatrix}_{6 \times 6} + \begin{pmatrix} 0_{3 \times 3} \\ \frac{\partial \bar{a}(t, \bar{r}(t), \bar{v}(t), \bar{p})}{\partial \bar{p}} \end{pmatrix} \quad (3.95)$$

对于起始时刻卫星状态显然与动力学参数无关，因此  $S(t_0, t_0) = 0$ 。同样的，对式（3.95）进行数值积分，即可计算各个时刻的  $S(t, t_0)$ 。

在实际的定轨过程中，观测量由多个观测历元。对应的其观测量为  $B^T = (b^T(t_0), b^T(t_1), b^T(t_2), \dots)$ ，误差向量为  $L^T = (l^T(t_0), l^T(t_1), l^T(t_2), \dots)$ ，此时，根据最小二乘原理，可采用间接平差的方式计算上述待估参数的改正数：

$$V = \begin{pmatrix} \Delta \bar{r}_0 \\ \Delta \bar{p} \\ \Delta \bar{q} \end{pmatrix} = (B^T P B)^{-1} B^T P L \quad (3.96)$$

其中  $P$  为观测权重，其大小通过先验经验确定。

### 3.4.3. 全局参数消参处理与实时处理

在含卫星钟差的定轨和一些最小二乘估计中，通常会涉及到两种类型的参数，一类是可用模型精确描述的参数，比如卫星的轨道，设备的零值。一类是历元间无关的参数，比如卫星的钟差。以 3 天的 GNSS 精密定轨为例，如果有  $M$  个站  $N$  个卫星，平均每个站在同一时刻能看到  $N/4$  个卫星，则每天至少存在  $3 \times 86400 \times M \times N/4$  个观测。此时，计算构建系数矩阵  $B$  无疑对计算的资源占用是巨大的。在该背景下，需将大矩阵进行模块化处理，实现全局参数和历元间不相关参数的独立处理，以此降低卫星时空参数方程求解对服务器资源的占用。

$$\text{假设，线性化后的误差方程为：} y_{m \times 1} = B_{m \times n} X_{n \times 1} + \varepsilon_{m \times 1} \quad (3.97)$$

$$\text{根据间接平差公式，待估参数的改正数为：} V = (B^T P B)^{-1} B^T P L \quad (3.98)$$

其中， $X_{n \times 1}$  由  $n_0$  个全局待估参数  $X_{n_0 \times 1}^0$  和与  $N$  个与历元  $i$  相关的非全局待估

参数构成的向量  $X_{n \times 1} = [X_{n0 \times 1}^0, X_{n1 \times 1}^1, X_{n2 \times 1}^2 \dots X_{nN \times 1}^N]^T$ 。其中  $n_i$  为历元  $i$  的待估参数，

满足  $n = \sum_{i=1}^N n_i$ 。

将观测向量按历元进行分块，各个历元的观测量可以表示为：

$$Y_m = \begin{pmatrix} y_{m_1}^1 \\ y_{m_2}^2 \\ \vdots \\ y_{m_N}^N \end{pmatrix} \quad (3.99)$$

对应的观测的权矩阵为：

$$P_{m \times m} = \text{diag} (p_{m_1 \times m_1}, p_{m_2 \times m_2} \dots p_{m_N \times m_N}) \quad (3.100)$$

其中， $m = \sum_{i=1}^N m_i$ ， $p_{m_i \times m_i}$  通常为对角矩阵

按上述分块后， $B$  的在展开形式可以写成：

$$B_{m \times n} = \begin{pmatrix} B_{m_1 \times n_0}^{10} & B_{m_1 \times n_1}^{11} & 0 & \dots & 0 \\ B_{m_2 \times n_0}^{20} & 0 & B_{m_2 \times n_2}^{22} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ B_{m_N \times n_0}^{N0} & 0 & 0 & \dots & B_{m_N \times n_N}^{NN} \end{pmatrix} \quad (3.101)$$

对应的法方程的左边的形式为：

$$B^T_{n \times m} P_{m \times m} B_{m \times n} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^N (B^{i0})^T_{n_0 \times m_i} P^i_{m_i \times m_i} B^{i0}_{m_i \times n_0} & (B^{10})^T_{n_0 \times m_1} P^1_{m_1 \times m_1} B^{11}_{m_1 \times n_1} & \dots & (B^{N0})^T_{n_0 \times m_N} P^N_{m_N \times m_N} B^{NN}_{m_N \times n_N} \\ (B^{11})^T_{n_1 \times m_1} P^1_{m_1 \times m_1} B^{i0}_{m_i \times n_0} & (B^{11})^T_{n_1 \times m_1} P^1_{m_1 \times m_1} B^{11}_{m_1 \times n_1} & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ (B^{NN})^T_{n_N \times m_N} P^1_{m_1 \times m_1} B^{i0}_{m_i \times n_0} & 0 & 0 & (B^{NN})^T_{n_N \times m_N} P^n_{m_N \times m_N} B^{NN}_{m_N \times n_N} \end{pmatrix} \quad (3.102)$$

该式可简化为：

$$B_{n \times m}^T P_{m \times m} B_{n \times m} = Nbb = \begin{pmatrix} Nbb_{n_0 \times n_0}^{00} & Nbb_{n_0 \times n_1}^{01} & Nbb_{n_0 \times n_2}^{02} & \cdots & Nbb_{n_0 \times n_N}^{0N} \\ (Nbb_{n_1 \times n_0}^{01})^T & Nbb_{n_1 \times n_1}^{11} & 0 & \cdots & 0 \\ (Nbb_{n_2 \times n_0}^{02})^T & 0 & Nbb_{n_2 \times n_2}^{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (Nbb_{n_N \times n_0}^{0N})^T & 0 & 0 & \cdots & Nbb_{n_N \times n_N}^{NN} \end{pmatrix} \quad (3.103)$$

法方程的右边的形式为：

$$B_{n \times m}^T P_{m \times m} Y = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^N (B^{i0})_{n_0 \times m_i}^T P_{m_i \times m_i}^i y_{m_i \times 1}^i \\ (B^{11})_{n_1 \times m_0}^T P_{m_1 \times m_1}^1 y_{m_1 \times 1}^1 \\ \vdots \\ (B^{NN})_{n_N \times m_N}^T P_{m_N \times m_N}^N y_{m_N \times 1}^N \end{pmatrix} \quad (3.104)$$

法方程的分量形式可以看成：

$$\begin{cases} Nbb_{n_0 \times n_0}^{00} X_0 + \sum_{i=1}^N Nbb_{n_0 \times n_i}^{0i} X_i = \sum_{i=1}^N B_{n_0 \times m_i}^{i0} P_{m_i \times m_i}^i y_{m_i \times 1}^i \\ (Nbb_{n_1 \times n_0}^{01})^T X_0 + Nbb_{n_1 \times n_1}^{11} X_1 = (B^{11})_{n_1 \times m_0}^T P_{m_1 \times m_1}^1 y_{m_1 \times 1}^1 \\ (Nbb_{n_2 \times n_0}^{02})^T X_0 + Nbb_{n_2 \times n_2}^{22} X_2 = (B^{22})_{n_2 \times m_0}^T P_{m_2 \times m_2}^2 y_{m_2 \times 1}^2 \\ \cdots \\ \cdots \\ (Nbb_{n_N \times n_0}^{0N})^T X_0 + Nbb_{n_N \times n_N}^{NN} X_N = (B^{NN})_{n_N \times m_N}^T P_{m_N \times m_N}^N y_{m_N \times 1}^N \end{cases} \quad (3.105)$$

上式的第二式至最后一式都有相同的形式，将  $X_i$  写成  $X_0$  的函数，有：

$$X_i = (Nbb_{n_i \times n_i}^{ii})^{-1} (B^{ii})_{n_i \times m_0}^T P_{m_i \times m_i}^i y_{m_i \times 1}^i - (Nbb_{n_i \times n_i}^{ii})^{-1} (Nbb_{n_i \times n_0}^{0i})^T X_0 \quad (3.106)$$

将式 (3.106) 代入式 (3.105) 有：

$$\begin{aligned} & Nbb_{n_0 \times n_0}^{00} X_0 - \sum_{i=1}^N Nbb_{n_0 \times n_i}^{0i} (Nbb_{n_i \times n_i}^{ii})^{-1} (Nbb_{n_i \times n_0}^{0i})^T X_0 \\ &= \sum_{i=1}^N B_{n_0 \times m_i}^{i0} P_{m_i \times m_i}^i y_{m_i \times 1}^i - \sum_{i=1}^N Nbb_{n_0 \times n_i}^{0i} (Nbb_{n_i \times n_i}^{ii})^{-1} (B^{ii})_{n_i \times m_0}^T P_{m_i \times m_i}^i y_{m_i \times 1}^i \end{aligned} \quad (3.107)$$

将  $Nbb_{n_0 \times n_0}^{00}$  按式 (3.102) 中进行展开有：

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^N \left( (B^{i0})_{n_0 \times m_i}^T P_{m_i \times m_i}^i B_{m_i \times n_0}^{i0} - Nbb_{n_0 \times n_i}^{0i} (Nbb_{n_i \times n_i}^{ii})^{-1} (Nbb_{n_i \times n_0}^{0i})^T \right) X_0 \\ &= \sum_{i=1}^N \left( B_{n_0 \times m_i}^{i0} P_{m_i \times m_i}^i y_{m_i \times 1}^i - Nbb_{n_0 \times n_i}^{0i} (Nbb_{n_i \times n_i}^{ii})^{-1} (B^{ii})_{n_i \times m_0}^T P_{m_i \times m_i}^i y_{m_i \times 1}^i \right) \end{aligned} \quad (3.108)$$

通过上式，可以看出累加中的各项都只与当前历元 $i$ 相关，且方程右边的维度不变。为了简化秒速，我们定义一些新的矩阵  $B_{n_0 \times n_0}^{X_0} = \sum_{i=1}^N B_{n_0 \times n_0}^i$ ， $L_{n_0 \times 1}^{X_0} = \sum_{i=1}^{X_0} L_{n_0 \times 1}^i$ ，其中：

$$B_{n_0 \times n_0}^i = \left( B^{i0} \right)_{n_0 \times m_i}^T P_{m_i \times m_i}^i B_{m_i \times n_0}^{i0} - Nbb_{n_0 \times n_i}^{0i} \left( Nbb_{n_i \times n_i}^{ii} \right)^{-1} \left( Nbb_{n_i \times n_0}^{0i} \right)_{n_i \times n_0}^T \quad (3.109)$$

$$L_{n_0 \times 1}^i = \left( B_{n_0 \times m_i}^{i0} P_{m_i \times m_i}^i y_{m_i}^1 - Nbb_{n_0 \times n_i}^{0i} \left( Nbb_{n_i \times n_i}^{ii} \right)^{-1} \left( B^{ii} \right)_{n_i \times m_0}^T P_{m_i \times m_i}^i \right) y_{m_i \times 1}^i \quad (3.110)$$

则误差方程可表示为：

$$B_{n_0 \times n_0}^{X_0} X_0 = L_{n_0 \times 1}^{X_0} \quad (3.111)$$

此时，则可利用最小二乘原理求解全局变量 $X_0$ ，求解完 $X_0$ 后，再根据方程(3.105)，一步一步求解出实时非全局变量 $x_i$ 。下图给出了批处理模式下的全局消参处理流程：

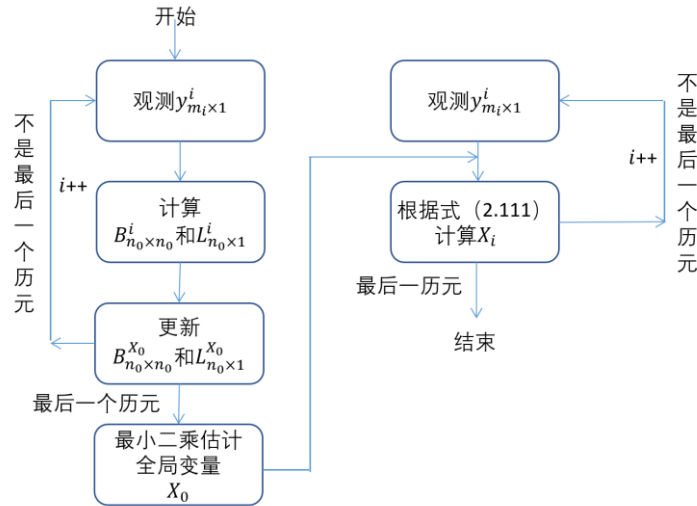


图 3-14 事后模式最小二乘估计中的全局参数消参处理

Figure 3-14 Global parameter elimination in least squares estimation of near real time model

事实上，对于钟差估计，通常需要较强的实时性，按上图的流程需要对观测测量进行两次计算，只能满足一些准实时的业务需求。然而，只需要对上图中的流程进行少许改动，即可实现钟差的快速估计。

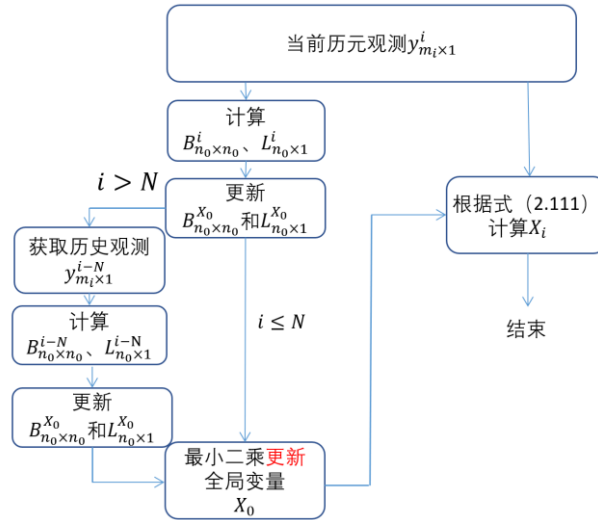


图 3-15 实时模式最小二乘估计中的全局参数消参处理

Figure 3-15 Global parameter elimination in least squares estimation of real time model

其中， $i > n$  的目的主要是为了抑制一些过程噪声的长期积累。

#### 3.4.4. 摄动力模型

对于绕地卫星而言，摄动力  $\vec{F}_e$  包括地球非球形摄动、第三体摄动、太阳光压摄动、地球潮汐摄动、相对论摄动等效应的影响，尽管这些摄动力的量级通常为与中心引力 1/1000，但是在高精度的精密定轨中，这些摄动力都必须予以考虑。不同摄动力的影响量级如下图所示：



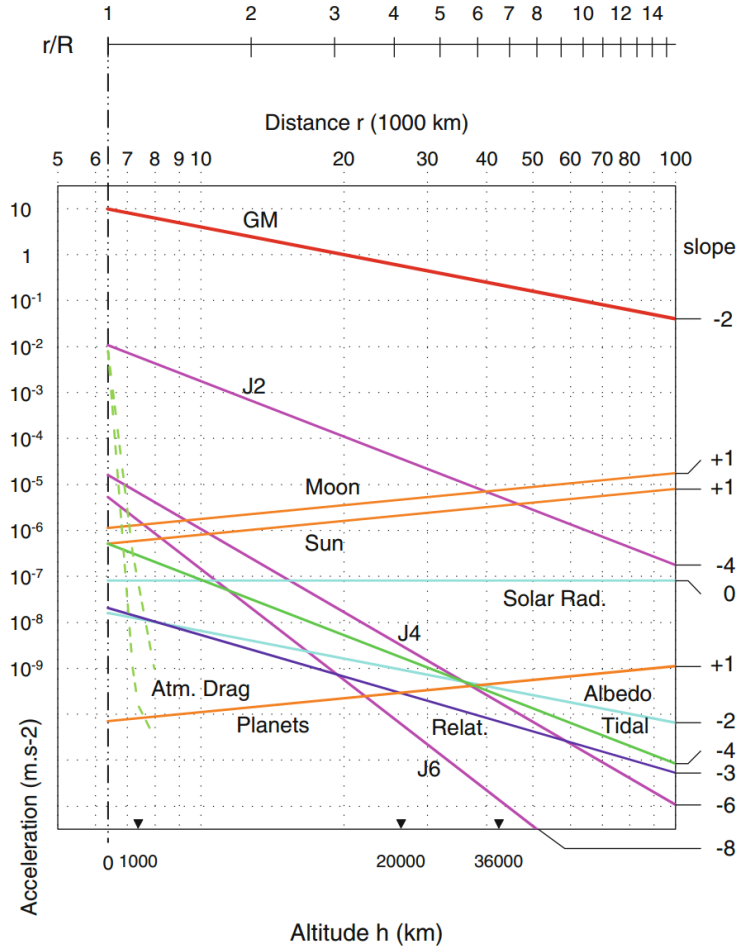

 图 3-16 不同摄动力的影响量级<sup>[76]</sup>

Figure 3-16 Influence magnitude of different perturbation forces for satellite orbit

## (1) 地球非球形摄动

地球内部质量分布并不均匀，且存在转动。因此，由质量分布不均和地球形状不规则引起的摄动称为地球非球形摄动。对于地球而言，非球形引力摄动中的最大项为 J2 项，为地球中心引力的  $10^{-3}$ ，其对卫星的主要影响为造成卫星轨道平面的长期岁差运动。根据 IERS2010，完整的地球引力场可以被球谐函数展开成如下形式<sup>[68]</sup>：

$$U_E(r_A, \lambda_A, \phi_A) = \frac{GM_E}{r_A} + \frac{GM_E}{r_A} \sum_{n=2}^N \left( \frac{a_e}{r_A} \right)^n \sum_{m=0}^n [\bar{C}_{nm} \cos(m\lambda_A) + \bar{S}_{nm} \sin(m\lambda_A)] \bar{P}_{nm} \sin(\phi_A) \quad (3.112)$$

其中， $r_A, \lambda_A, \phi_A$  为卫星在 BDCS 下的球坐标系分量。 $\bar{C}_{nm}$  和  $\bar{S}_{nm}$  为球谐系数， $\bar{P}_{nm}$  为正则化的缔结勒让德多项式，其计算公式如下：

$$\bar{P}_{nm} = N_{nm} P_{nm} \quad (3.113)$$

其中

$$N_{nm} = \sqrt{\frac{(n-m)!(2n+1)(2-\delta_{0m})}{(n+m)!}} \quad \delta_{0m} = \begin{cases} 1(m=0) \\ 0(m \neq 0) \end{cases} \quad (3.114)$$

式中的第一项为球形引力势，后面的部分为非球形引力势。根据 IERS2010,  $\bar{C}_{nm}$  和  $\bar{S}_{nm}$  为正则化的引力场球谐系数，其由以下几部分构成：

$$\bar{S}_{nm} = \bar{S}_{nm}^{static} + \bar{S}_{nm}^{pole} + \bar{S}_{nm}^{stide} + \bar{S}_{nm}^{otide} + \bar{S}_{nm}^{sptide} \quad (3.115)$$

$$\bar{C}_{nm} = \bar{C}_{nm}^{static} + \bar{C}_{nm}^{pole} + \bar{C}_{nm}^{rate} + \bar{C}_{nm}^{stide} + \bar{C}_{nm}^{otide} + \bar{C}_{nm}^{sptide} \quad (3.116)$$

$\bar{S}_{nm}^{static}$ 、 $\bar{C}_{nm}^{static}$  为正则化的静态引力场球谐系数，具体值为 IERS 推荐的 EGM2008 文件。 $\bar{C}_{nm}^{rate}$  为地球静态引力场中的低阶系数的长期速率项， $\bar{S}_{nm}^{pole}$  和  $\bar{C}_{nm}^{pole}$  为极移引起的引力场项， $\bar{S}_{nm}^{stide}$  和  $\bar{C}_{nm}^{stide}$  为太阳系天体引起的固体潮项，包括固体潮和固体极潮，上述参数的计算可参考 IERS， $\bar{S}_{nm}^{otide}$  和  $\bar{C}_{nm}^{otide}$  为海洋潮汐引起的引力场项，其系数可通过 IERS 文件下载。上述系数的最大项对应的阶数和数值如下表所示：

表 3-4 引力场中的主要成分

Table 3-4 main components of earth gravity filed

球谐项	最大项	加速度大小（MEO）
静态引力场	J2	$\approx 1.0\text{E-}3$
长期速率项	$\bar{C}_{20}^{rate}$	$\approx 11.6\text{E-}11$ （2020 年）
极移项	$\bar{C}_{20}^{pole}$	$\approx 1\text{E-}8$
固体潮	$\bar{C}_{20}^{stide}$	$\approx 1.5\text{E-}10$
海潮	$\bar{C}_{21}^{otide}$	$\approx 5\text{E-}11$

引力为引力势的梯度，即如下式所示：

$$\vec{F}_{\varepsilon}^{Earth} = \nabla U_E \quad (3.117)$$

式（3.112）的展开并不容易，需采用如下图所示递推的方式进行计算

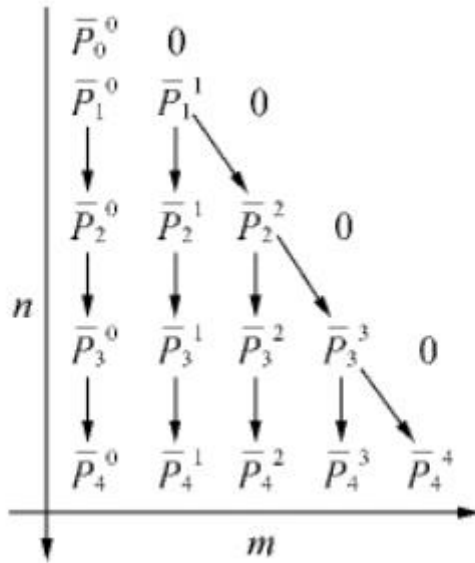


图 3-17 引力场系数及其导数的递推示意图<sup>[77]</sup>

Figure 3-17 Gravitational field coefficient and its recursive derivative

### (2) 第三体摄动

卫星在围绕地球转动的同时，还同时受到太阳系其他三体的引力，称为第三体摄动。其中，太阳和月亮的引力最大，可达到中心天体引力的  $10^{-6}$ 。第三体引力摄动会随着卫星轨道高度的增加而增加，对 GEO 和 IGSO 卫星的影响大于 MEO。第三体引力摄动的主要来源为太阳和月球，其次为太阳系其他行星。其计算公式如下式所示：。

$$\vec{F}_\varepsilon^{body} = -\sum GM_j m \left( \frac{\vec{r}_j}{r_j^3} + \frac{\vec{\Delta}_j}{\Delta_j^3} \right) \quad (3.118)$$

其中， $M_j$  为天体 J 的质量，G 为万有引力常数， $\vec{r}_j$  为天体 J 在 GCRS 下的位置， $\vec{\Delta}_j$  为 GCRS 下，卫星相对于天体 J 的位置。 $\vec{r}_j$  可通过太阳系行星历表得到，如下图所示，IERS 推荐使用美国喷气动力试验室（JPL）给出的行星历表计算行星位置，不同的版本计算的太阳位置互差不超过 63m，月球位置互差不超过 10m。

表 3-5 不同 IERS 规范推荐的行星历表

Table 3-5 Planetary ephemeris recommended by the different IERS convention

历表	规范
DE405	IERS2003
DE421	IERS2010
DE430	未来的最新规范

### (3) 后牛顿效应

事实上，GCRS 并不是严格的惯性参考系，其时空在更理想的惯性参考系来看是不平直的。因而卫星在 GCRS 下的运动还存在由于引力场和非惯性参考系旋转引起的额外加速度，该加速度可通过下式计算<sup>[68]</sup>：

$$\begin{aligned} \frac{\vec{F}_k}{m} = & \frac{GM_E}{c^2 r^3} \left\{ \left[ 2(\beta + \gamma) \frac{GM_E}{r} - \gamma \dot{\vec{r}} \cdot \dot{\vec{r}} \right] \dot{\vec{r}} + 2((1 + \gamma)(\vec{r} \cdot \dot{\vec{r}}) \dot{\vec{r}}) \right\} \\ & + (1 + \gamma) \frac{GM_E}{c^2 r^3} \left[ \frac{3}{r^3} (\vec{r} \times \dot{\vec{r}})(\vec{r} \cdot \dot{\vec{r}}) + (\dot{\vec{r}} \times \vec{J}) \right] + \\ & \left\{ (1 + 2\gamma) \left[ \dot{\vec{R}} \times \left( \frac{GM_S}{c^2 R^3} \right) \times \dot{\vec{r}} \right] \right\} \end{aligned} \quad (3.120)$$

上式 $c$ 为光速， $\beta$ 和 $\gamma$ 为相对论系数， $r$ 为卫星到地心的距离， $\vec{r}$ 为卫星矢量， $\vec{J}$ 为地球总的角动量，具体数值看参考 IERS2010。 $\dot{\vec{R}}$ 为地球相对太阳的运动速度， $M_S$ 为太阳质量。式中的第一项为施瓦西项，第二项为测地岁差项，描述的式旋转物体的自转轴会在空间产生相对论性进动，第三项为引起的 Lense-Thirring 项，描述的是太阳产生的参考系拖拽效应。

### (4) 太阳辐射压

当太阳的光子与卫星表面碰撞时，会被卫星的表面反射和吸收，从而对卫星产生持续不断的作用力，该作用力称为太阳光压摄动。太阳光压为非保守力，根据其于卫星速度向量的夹角，可以改变卫星运动的总能量。太阳光压的大小与卫星表面材料、太阳辐射压变化、卫星姿态、卫星面质比等诸多因素有关。太阳辐射压是目前最难精确建模的摄动力之一，也是 GNSS 精密定轨和轨道积分中最大的误差源之一<sup>[78,79]</sup>。

太阳辐射压的建模通常可以分为三类：

- 1) 基于卫星星体物理参数和卫星构造建立的物理模型，包括 ROCK 模型，以及经典的 T10、T20 和 T30 模型；
- 2) 利用大量长期观测数据建立的太阳辐射压经验模型，包括 ECOM 模型和 CODE 模型；
- 3) 以物理+经验结合的太阳辐射压经验半分析半经验模型，包括 JPL 模型和 Adjustable Box-wing 模型。

对于北斗卫星而言，通常采用的是经验型光压 ECOM 模型，其计算公式如下  $\vec{F}_k^{rad}$ ：

$$\frac{\vec{F}_k^{rad}}{m} = (\vec{e}_D, \vec{e}_Y, \vec{e}_B) \begin{pmatrix} D(u) \\ Y(u) \\ B(u) \end{pmatrix} \quad (3.121)$$

其中:

$$D(u) = D_0 + D_c \cos u + D_s \sin u \quad (3.122)$$

$$Y(u) = Y_0 + Y_c \cos u + Y_s \sin u \quad (3.123)$$

$$B(u) = B_0 + B_c \cos u + B_s \sin u \quad (3.124)$$

上式中,  $\vec{e}_D, \vec{e}_Y, \vec{e}_B$  为星固坐标系,  $u = f + w$  为纬度幅角。  $D_0$ 、 $D_c$ 、 $D_s$ 、 $Y_0$ 、 $Y_s$ 、 $Y_c$ 、 $B_0$ 、 $B_c$ 、 $B_s$  为式 (3.87) 中的动力学参数  $\vec{p}$ , 即待估的动力学参数。对于 BDS-3 GEO 而言, 其 9 个参数都要估计, 对于 MEO 和 IGSO 而言, 通常只估计  $D_0$ 、 $D_c$ 、 $D_s$ 、 $Y_0$ 、 $B_0$  5 个参数。

事实上, 上述公式只是照搬了 GPS 的处理模式, 不是最优的光压模型, 夏风雨等人的研究结果显示, ECOM+cuboid 的经验模型对于 BDS-3 卫星而言, 精度更高<sup>[78]</sup>。

#### 3.4.5. 星历精度改善途径

不同于传统的全球 GNSS 卫星精密定轨, BDS-3 卫星定轨的地面监测站仅分布在中国境内, 观测资料除了 GNSS 星地观测数据外还包括星间链路双向观测数据。BDS-3 的定轨策略如下表所示:

表 3-6 区域观测条件下 BDS-3 卫星定轨策略

Table 3-6 BDS-3 orbit determination strategy under the regional scene

参数	模 型
弧长	3 天
观测量	GNSS: B1I&B3I PC+ LC 星间链路: Ka 波段星间双向几何距离
观测量	GNSS: 30s 星间链路: 3s
空间基准	BDCS 区域站 (类似于 3-18A)
时间基准	BDT (主控站站钟为 0)

卫星和接收机相位中心改正	卫星/天线出厂 PCO
	GNSS: Saastamoinen 模型+GMF 模型
对流层延迟	改正
	星间链路：不考虑
	GNSS：消电离层组合消除一阶电离层
电离层延迟	延迟
	星间链路：不考虑
模糊度	浮点解
重力场模型	EGM2008 12×12
岁差章动模型	IERS1996
测站模型	海洋+大气+固体潮+极潮
N 体引力	JPL DE405 计算日月及其它行星
光压模型	GEO： ECOM 9 参数模型
	MEO： ECOM 5 参数模型
EOP 参数	7 天内的 IERS 预报结果
零值估计	Ka 波段组合时延和（式 3.53）

其中，类比的测站构型如下图所示：

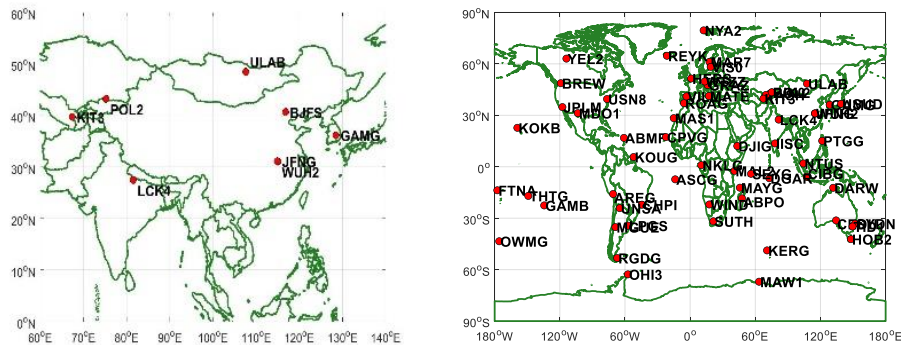


图 3-18 区域站定轨测站分布和全球定轨测站分布(左图为区域站场景 A，右图为全球站场景 B)

Figure 3-18 Distribution of regional stations scene and global stations scene

根据第二章可知，得益于 BDS-3 卫星的径向轨道误差最小，BDS-3 卫星的 SISORB 为“GNSS Big4”中最小。但是，BDS-3 的切平面误差可达到 0.4m，明显大于 Galileo。随着未来低轨用户的增加，BDS-3 在切平面方向上的轨道精

度亟需提升。

以 GFZ 提供的 GFZ Beidou multi-GNSS (GBM)提供的精密轨道为参考，以事后 EOP 为基准，在图 3-18 中区域监测站构型下，ISL 支持的多星定轨误差如下图所示，多颗卫星的轨道 SISORB 为 0.05m。

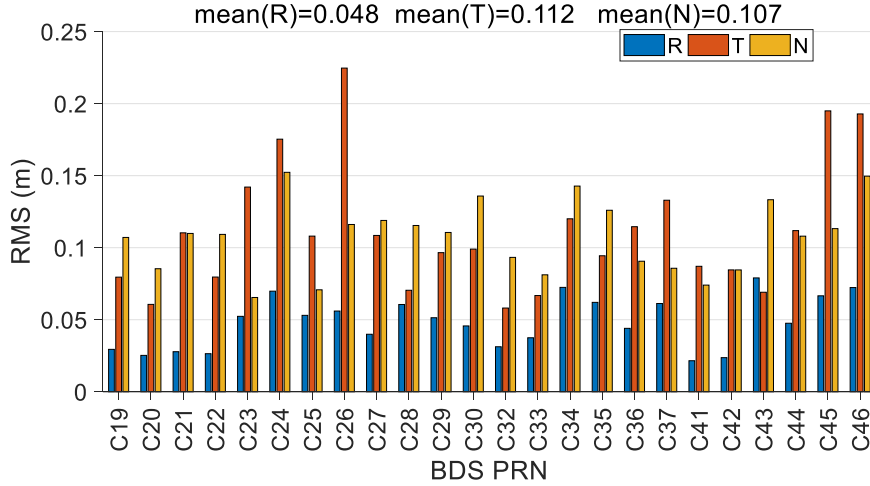


图 3-19 星间链路支持下区域站 BDS-3 卫星定轨精度

Figure 3-19 BDS-3 orbit determination accuracy of regional station scene supported by inter-satellite link

根据 3.1.2 节的介绍可知，BDCS 参考系并非是一个惯性参考系，在该参考系下，卫星的力学建模需考虑参考系的运动。因此，在定轨过程的动力学模型通常都要转换至惯性系（GCRS）下建立。而 GCRS 和 BDCS 的转换需要用到 EOP 参数。此时，在区域条件下，如果精确的 EOP 参数无法实时得知，需要使用预报的 EOP 产品。在定轨过程中使用预报的 EOP 参数会引入 EOP 的预报误差，下图给出了 IRES 和上海天文台提供的两个 EOP 产品的误差序列<sup>[80,81]</sup>。

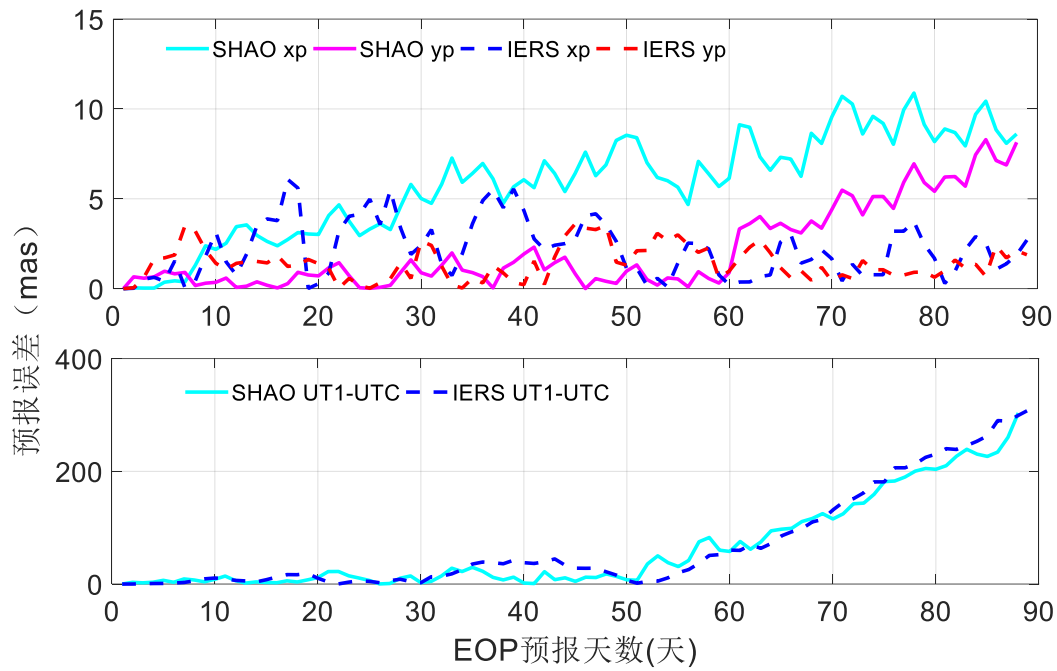


图 3-20 不同预报时长下的 EOP 预报误差

Figure 3-20 EOP forecast error under different forecast duration

对应地，以预报 0 天的 EOP 定轨结果为基准，两个产品在不同预报天数下的卫星的平均轨道误差如下图所示：

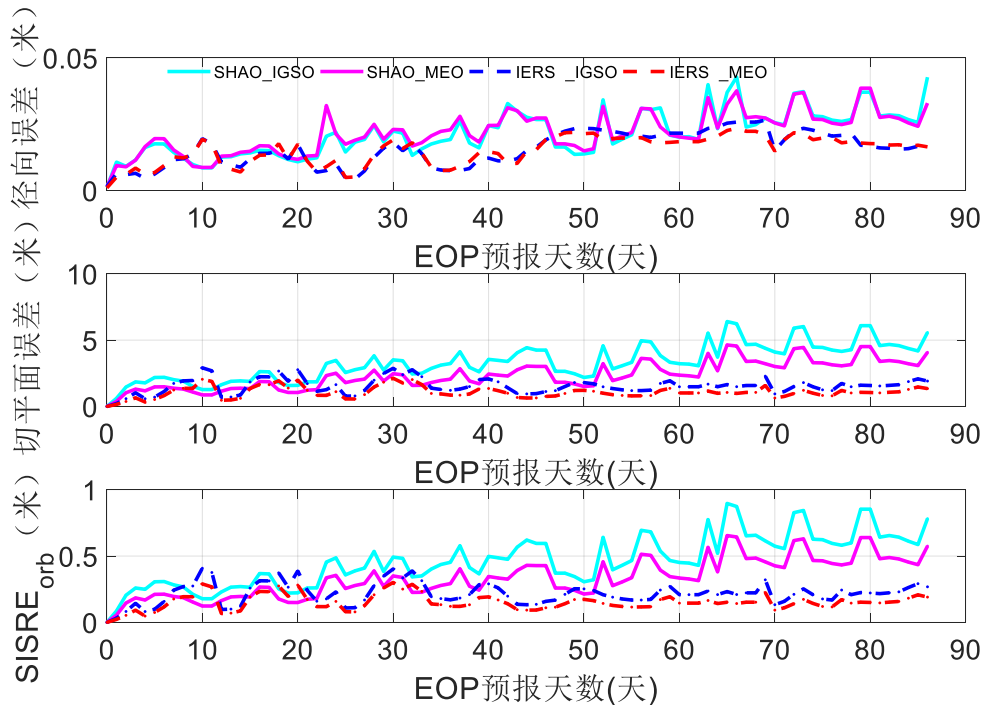


图 3-21 不同 EOP 预报时长下的卫星定轨误差

Figure 3-21 orbit determination error under the forecast EOPs with different forecast duration



可以看到,随着 EOP 预报误差逐渐变大,卫星的定轨误差,尤其是切平面方向上的轨道误差显著提升。这表明卫星的定轨精度会随着 EOP 预报精度衰减而衰减。以 IERS 和 SHAO 的产品为例,下表给出了不同精度下的 EOP 预报产品的更新需求:

表 3-7 不同轨道精度要求下 EOP 最长预报天数(天)

Table 3-7 The maximum EOP prediction duration under the different orbital accuracy demands

轨道误差要求	EOP 最长预报天数 (SHAO/ IERS)	指标对应系统 <sup>[3,82-84]</sup>
<0.10m	<2/3	厘米级服务 (IGS/MEGX) (实时分米级)
<0.20m	<21/23	BDS-3 (B2b/ CNES)
<0.25m	<3/8	高精度导航电文 Galileo/BDS-3
<0.40m	<31/23	GPS
<1.00m	<90/90	BDS-2

可以看到,如果需要通过高精度的广播星历参数播发,需要将 EOP 的更新频率提升至每 3 天更新一次。因此,在区域条件下的卫星精密定轨过程中,提升 EOP 更新的频率或者提升 EOP 的预报精度,都可有效降低 BDS-3 卫星切平面方向上的误差,实现稳定的高精度广播星历播发。

### 3.5. 本章小结

本章首先系统性地介绍了多源数据时空信息处理基本原理和处理策略。该章的介绍是后续章节的理论和技術基础。其次,本章在第二章认识的基础上,从多源数据的特征,多源数据处理策略的角度,回答了第二章中,BDS-3 空间信号精度提升瓶颈的内在原因。其原因主要在于以下几个方面:

1) 传统的 ODTS 方法可实现轨道与钟差的一体化解算,轨道和钟差具有较强的相关性。不同于 Galileo 和 GPS, BDS 采用“多跳法”双向测量体制测量境内外卫星的钟差。因此其钟差不显含空间信息,与轨道信息不自洽。

2) 传统的“多跳法”体制,未顾及不同频段多源观测的数据基本特征,也未实现多源设备的一体化标定,每当链路出现切换时,就会出现明显的“阶跃”误差,较大的 C 波段观测噪声和“台阶状”误差是钟差测定误差和预报误差的主要原因,是 BDS-3 卫星钟差参数误差的主要来源。

3) 在星间链路支持的区域条件下,基于事后精密 EOP 参数,BDS-3 卫星的切平面精度可优于 20cm,达到与 Galileo 相同的水平。然而,受限于 EOP 预报

误差，星间链路支持的区域条件下精密定轨的轨道切平面误差会随 EOP 产品预报误差增大而显著增大，该现象是 BDS-3 卫星切平面轨道精度不如 Galileo 的主要原因。因此，实现高精度的 EOP 预报和增大 EOP 的更新频度，可有效提升星间链路支持的区域条件下精密定轨的轨道切平面精度。

## 第4章 基于多源观测的高精度时间同步策略

由第 3.3.5 节的结论分析可知，限制 BDS-3 卫星空间信号测距精度提升的主要瓶颈是卫星双向钟差测量精度不足。进一步的分析可知，目前 BDS-3 双向钟差误差较大的原因是第三章介绍的“多跳法”时间同步策略完全相信了单次双向测量结果，未顾及不同链路的差异性。“多跳法”时间同步策略将单次测量的误差叠加在了最终的双向钟差中，严重恶化了最终的卫星钟差参数精度。考虑到 BDS-3 卫星均搭载了高性能原子钟，其输出的信号在短时间内具有较高的稳定性。因此，新方法应该更加依赖卫星原子钟的性能，而非单次测量结果。除此之外，不同于第三章介绍的多跳法，新的方法可在钟差估计中摒弃噪声较大的 C 波段站间双向钟差和误差波动较大的 L 波段星地双向钟差，只采用精度更高的 Ka 波段星间双向钟差和误差波动较小的 GEO 卫星 L 波段星地双向钟差。在上述变化下，新的钟差策略如下图所示：

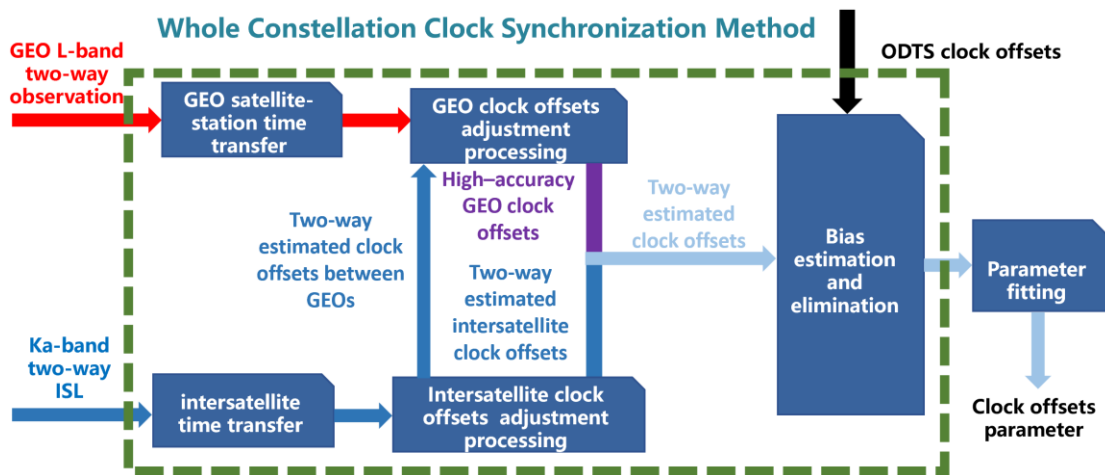


图 4-1 整网溯源法钟差参数生成过程

Figure 4-1 The procedure of the BDS-3 new clock offsets estimation strategy

该策略包括三个步骤：第一步，新的策略以冗余的星间双向钟差为输入，利用最小二乘原理估计所有卫星之间的精度更高的星间钟差，该钟差记为**Ka 波段双向估计钟差**。第二步，新方法以 GEO 卫星的 L 波段星地钟差和 GEO 间的星间估计钟差为输入，利用最小二乘原理估计某颗基准 GEO 卫星与 BDT 的钟差，该钟差称为基准 GEO 卫星的双向估计钟差。将每颗卫星的 Ka 估计钟差与高精度 GEO 钟差相加，则可计算所有卫星的钟差，该钟差记为**双向估计钟差**。第三步，将双向估计钟差与 ISL 支持的区域站 ODTS 钟差相减，标定双向估计钟差的零值，实现双向估计钟差向 ODTS 钟差的靠齐，从而得到与 GNSS 下行信号一致的高精度卫星双向估计钟差。

根据策略中的 3 个步骤，本章被分为 4 节。第 1 节介绍基于星间链路的高精

度时间同步方法，并分析其精度提升情况。第 2 节介绍基于 GEO 卫星的高精度钟差溯源方法，并分析该方法对钟差测定精度和钟差参数精度提升的贡献。第 3 节介绍基于多源观测的高精度零值标定方法。第 4 节为本章的总结。

#### 4.1. 基于星间链路的高精度星间时间同步方法

##### 4.1.1. 算法

如图 4-2(a)所示，BDS-3 ISL 为时分多址体制。一颗卫星在不同的时间与不同的卫星连接，进行双单向测距测量。在一个持续时间为 60 秒的轮循周期内，将 Ka 波段的双向观测进行归算，并按式 (3.3.4) 进行处理，可得到某一卫星原子钟与其他多个卫星原子钟之间的星间钟差。这些钟差的间隔为 3s。事实上，BDS-3 原子钟有较高的短期稳定度。这些冗余的星间双向钟差可以进一步被归算到同一时刻 (图 4-2(b))，从而被用于估计更准确的星间钟差 (图 4-2(c))。

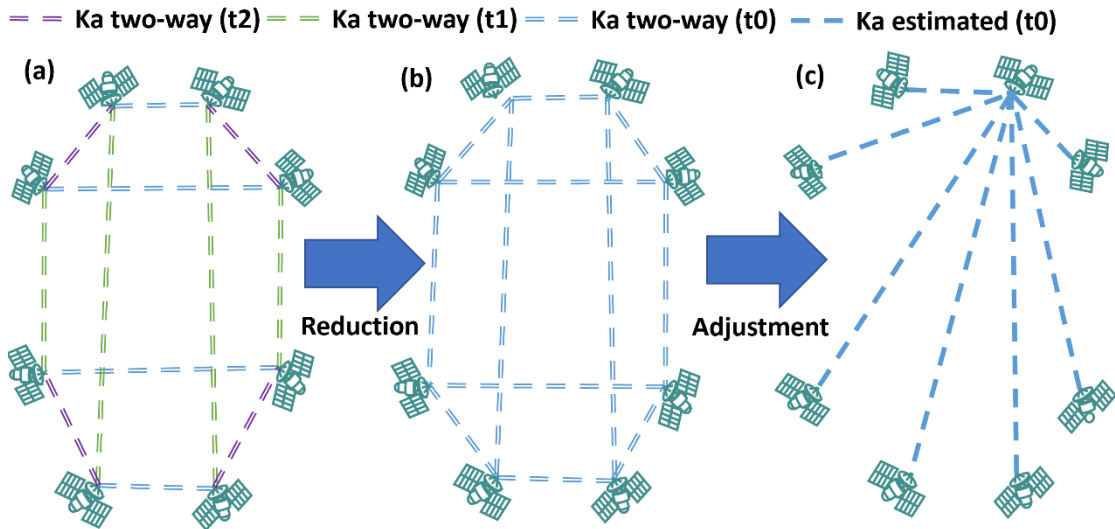


图 4-2 星间钟差平差处理过程

Figure 4-2 The procedure of the inter-satellite clock offset estimation.

对星间双向钟差的进一步归算会额外引入的误差如图 4-3 所示。其中，图 4-3 的上图描述了不同归算时长下的铷钟归算误差，图 4-3 的下图则描述了不同归算时长下的被动型氢钟的归算误差。它们均从利用卫星下行相位观测数据解算的 1Hz 高精度钟差计算而出。由图 4.3 可知，若以每分钟的整整分钟时刻为归算时刻，则不同历元观测的归算时长最大为 60s。此时由于进一步归算引入的归算误差的 RMS 可小于 3.5mm, 95%置信区间误差小于 7mm。因此，以整分钟时刻为归算时刻，对星间 Ka 波段星间双向钟差观测进一步归算，既可保证归算误差不影响卫星钟差测定精度，又增加了同一时刻的星间链路观测，为基于星间链路观测的整网平差处理创造了有利条件。

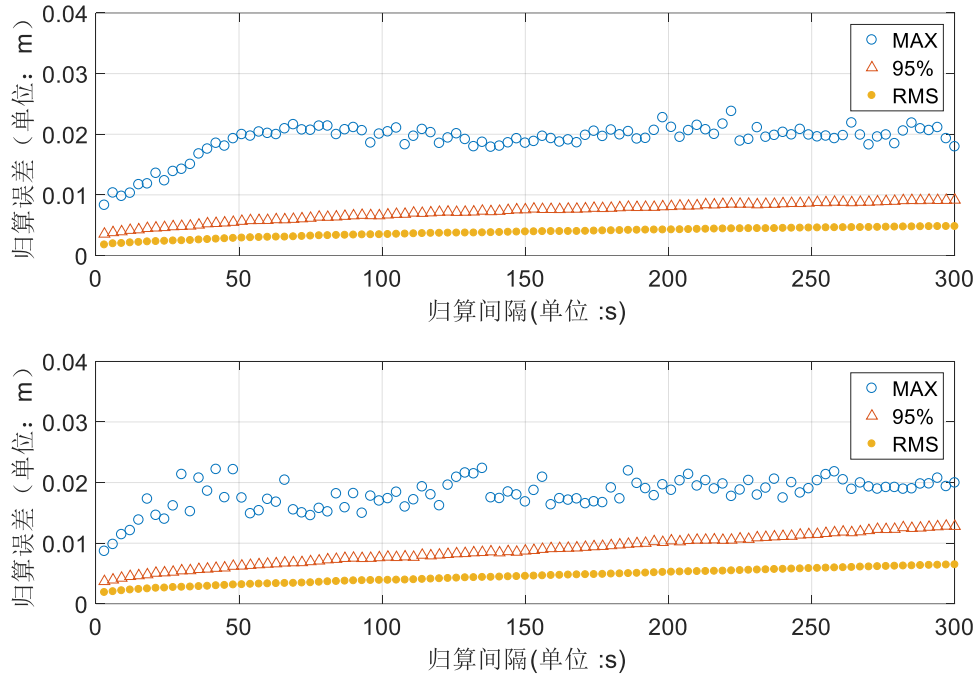


图 4-3 Ka 波段星间链路双向钟差观测归算误差与归算间隔关系图

Figure 4-3 Relationship between reduction error and reduction interval of two-way clock offsets ISL measurements

在归算到整分钟后，设置一颗星为基准  $z$ ，其历元  $i$  时刻的钟差约束为已知值。待估参数为该历元下其他卫星相对于该卫星的 **Ka 波段星间双向估计钟差**，这里记为  $\vec{x}_i = [x_i^{Az}, x_i^{Bz}, \dots, x_i^{Yz}]$ 。观测量为一组归算到整分钟下的双向钟差值集合  $\vec{\rho}_i = [\rho_{AB}^i, \rho_{AC}^i \dots \rho_{AZ}^i \dots \rho_{zB} \dots]$ 。则在最小二乘估计中，Ka 波段星间双向钟差相对于 Ka 波段星间双向估计钟差的偏导数可通过下式表达：

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho_{AB}}{\partial \vec{x}} = [1, -1, 0 \dots 0] \\ \dots \\ \frac{\partial \rho_{Az}}{\partial \vec{x}} = [1, 0, 0 \dots 0] \\ \dots \\ \frac{\partial \rho_{zB}}{\partial \vec{x}} = [0, -1, 0 \dots 0] \\ \dots \end{cases} \quad (4.1)$$

试验结果表明，对 BDS-3 全星座的星间双向钟差按 1 分钟次的频度进行归算，将在整分钟产生 300 多条观测。考虑到 BDS-3 卫星的数量为 30 颗，则每分钟存在 29 个高精度星间钟差需要估计。此时，每分钟约有 270 条冗余观测，将冗余的观测按式 (3.104) 进行处理，则可实现星间钟差的实时估计。以下，分

别将 Ka 波段星间双向估计钟差与 Ka 波段星间双向钟差，超高精度星间双向钟差、GFZ 精密钟差进行对比。

#### 4.1.2. 与 Ka 波段星间双向钟差对比

以本文提出的 4.1.1 节算法计算 Ka 波段星间双向估计钟差和传统的 3.2.2 节介绍的 Ka 波段星间双向钟差相比，3 天拟合残差如下图所示：

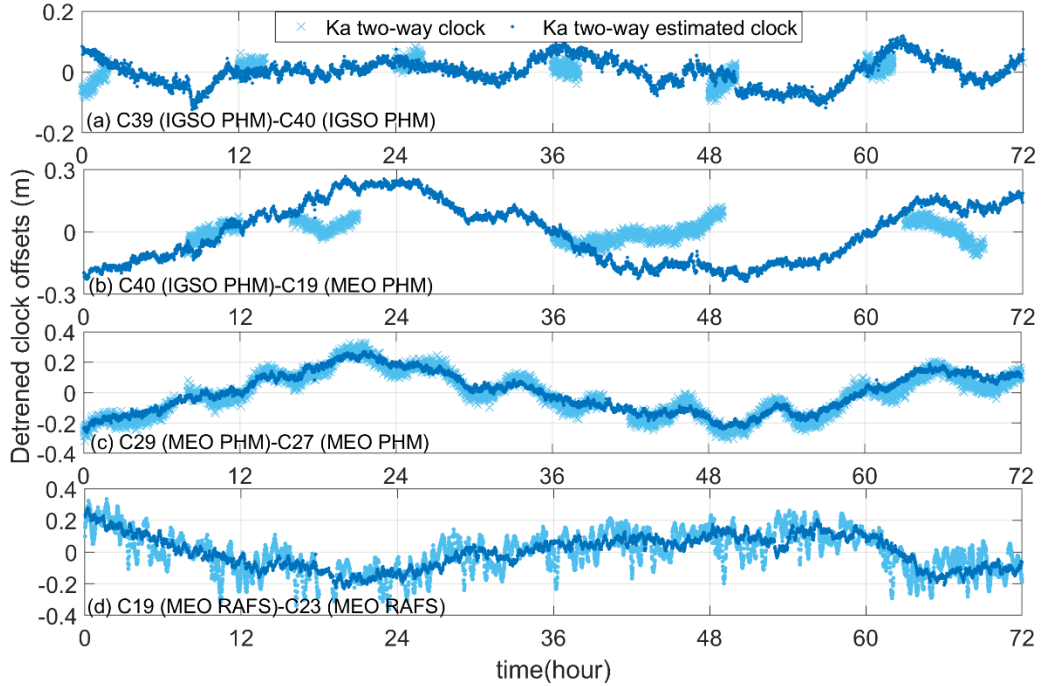


图 4-4 双向估计星间钟差与直接测量的双向星间钟差

Figure 4-3 The comparison between the Ka-band estimated two-way inter-satellite clock offsets and Ka-band direct two-way inter-satellite clock offsets

其中浅蓝色为 Ka 波段星间双向钟差，深蓝色为平差后的 Ka 波段星间双向估计钟差，对比两者可以看出，该方法的优势主要体现在以下两点：

- 1) 估计的钟差受建链影响较小，即使两颗星未直接建链，也可以估计它们的钟差。
- 2) 相较于 Ka 波段双向星间钟差，新方法估计出的钟差系统差更小、噪声更小。

进一步地，以 10 分钟为间隔，对钟差序列进行拟合，可有效过滤掉来自与轨道相关的低频系统误差，得到钟差的观测噪声。两种方法测定的钟差观测噪声统计如下图所示。其中，蓝色为双向钟差观测直接测量的钟差白噪声 RMS，各星的平均值为 1.7cm，黄色为平差后的钟差白噪声 RMS，各星的平均值为 0.7cm，为双向观测噪声的 41%。

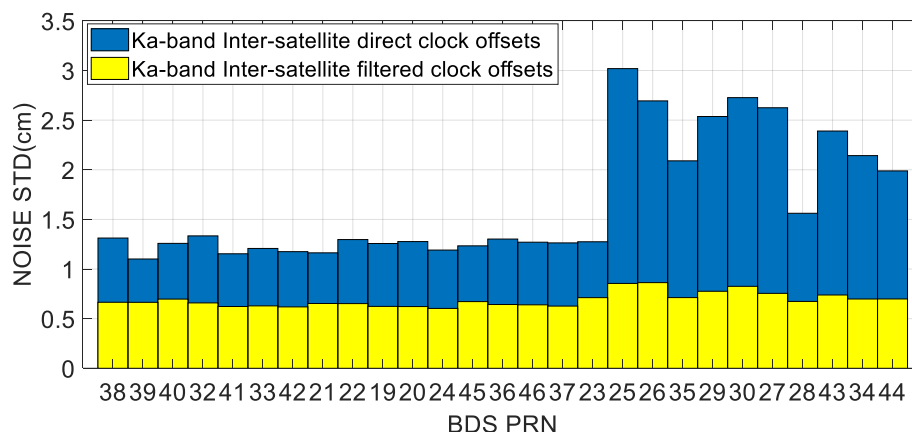


图 4-5 平差前后钟差的噪声

Figure 4-5 The white noise of the clock offsets to between the two-way direct clock offsets and filtered clock offsets

#### 4.1.3. 与超高精度星间双向钟差对比

部分 BDS-3 卫星搭载超高精度星间链路试验载荷，可实现毫米量级精度的星间双向测量，按 3.3.4 节的方法对超高精度星间双向原始观测数据进行处理，即可实现基于超高精度星间链路的双向钟差测定。Ka 波段星间双向估计钟差与超高精度星间链路测量的超高精度星间双向钟差进行对比结果如下图所示：

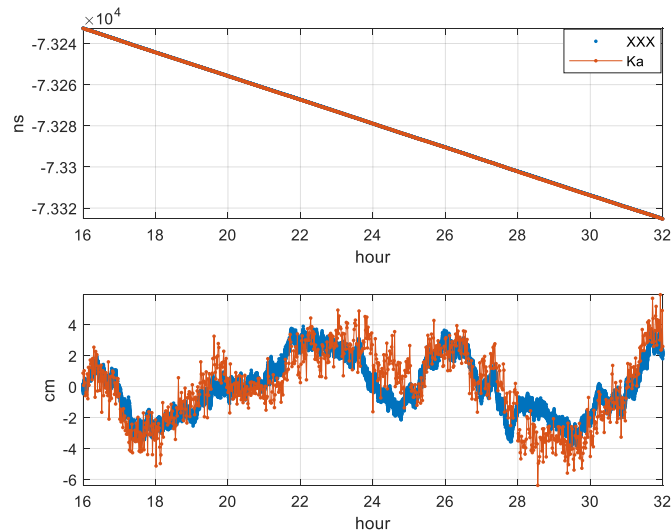


图 4-6 Ka 估计钟差与超高精度星间链路钟差多小时拟合残差（红线 Ka 估计钟差 蓝线 超高精度星间钟差）

Figure 4-6 The fitting residual of estimated clock offsets and ultra-high accuracy clock offsets

其中，图 4-6 的上图为两种测量手段测量的钟差，下图为两种钟差的拟合残差。其中，超高精度星间双向钟差的 16 小时拟合残差为 1.8cm，噪声为 2.5mm。Ka 波段星间双向估计钟差的 16 小时拟合残差为 2.3cm，噪声大于 2.5mm。两种



方法测定的星间钟差波动基本一致，其 16 小时拟合的钟速互差小于  $1.0\text{E-}8\text{ns}$ ，这表明依托全星座的 Ka 波段星间链路，可在小时级别的尺度上实现与超高精度星间链路基本相同的时间同步精度。

两种钟差的频率稳定度对比如下图所示。其中，Ka 波段双向估计钟差的 60s 稳定度为  $7.4\text{E-}13$ ，超高精度星间双向钟差的 60s 稳定度为  $2.0\text{E-}13$ 。这一结果显示，尽管采用了高精度的算法处理，基于 Ka 波段星间链路实现的星间钟差频率不稳定度仍然显著高于超高精度星间链路，表明超高精度星间链路的短期钟差精度更高。但是当平滑时间  $>3000\text{s}$  时，蓝线开始和红线慢慢接近，两者的差异逐渐被原子钟本身的噪声所掩盖。表明正在平滑时间  $>3000\text{s}$  时，卫星钟差的预报能力主要由原子钟的过程噪声决定，Ka 波段星间链路的测量误差对原子钟稳定度的影响逐渐变小。

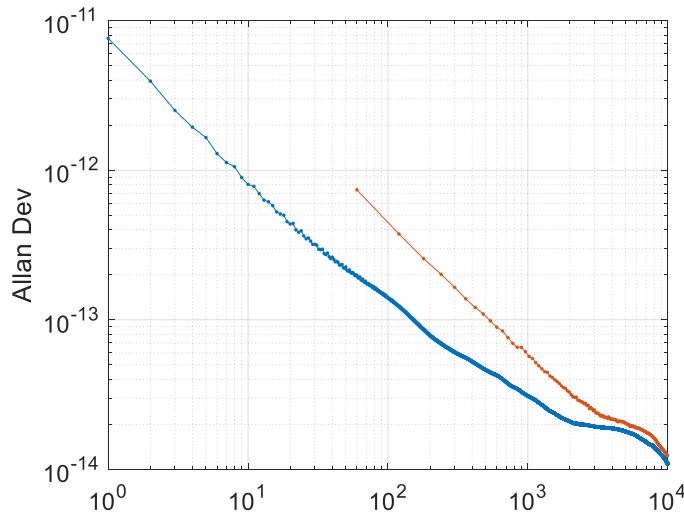


图 4-7 两种方法测定的 Allan 偏差

Figure 4-7 The Allan deviation of estimated clock offsets and ultra-high accuracy clock offsets

#### 4.1.4. 与 GFZ 精密星间钟差对比

GFZ 提供的 GBM 精密钟差产品，由 GFZ 基于 ODTS 方法，采用几十个到上百个地面站的 GNSS 伪距载波相位观测数据计算生成。将 GFZ 的钟差进行星间单差处理，即可得到与测站无关的星间钟差。通常，GFZ 的钟差产品可认为是基于 GNSS 观测实现的 BDS-3 卫星精度最高的钟差之一。

以 MEO-1 和 MEO-2 之间的钟差为例，双向星间估计钟差与 GBM 的 ODTS 星间钟差的 1 天二次拟合残差差异如下图所示<sup>[85]</sup>。其中，图 4-8(a)的蓝色曲线是 MEO-1 和 MEO-2 之间的双向估计钟差。绿色曲线是 ODTS 星间钟差，两者的趋势相同，其差异如图 4-8 (b)所示。尽管在 1 天的时间尺度上，它们之间的差异的 STD 小于  $0.1\text{ ns}$ 。然而，如图 4-9 所示，由于 ODTS 星间钟差<sup>[86]</sup>中的日边界的



不连续性，它们的差异主要源于 ODTS 钟差的日不连续性。

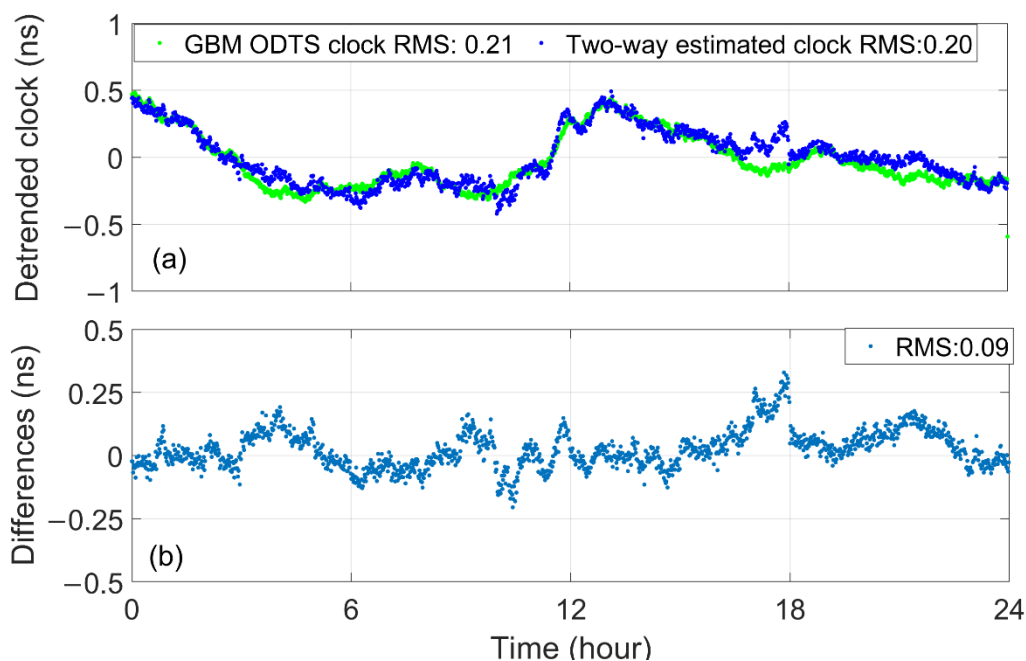


图 4-8 扣除相同趋势项后，Ka 星间估计钟差与 GBM 钟差 1 天的钟差差异。其中，子图 (a) 描述了扣除相同趋势后的两种钟差。子图 (b) 描述了它们的互差

Figure 4-7 Deducting same trends, The differences of estimated clock offsets and GBM clock offsets

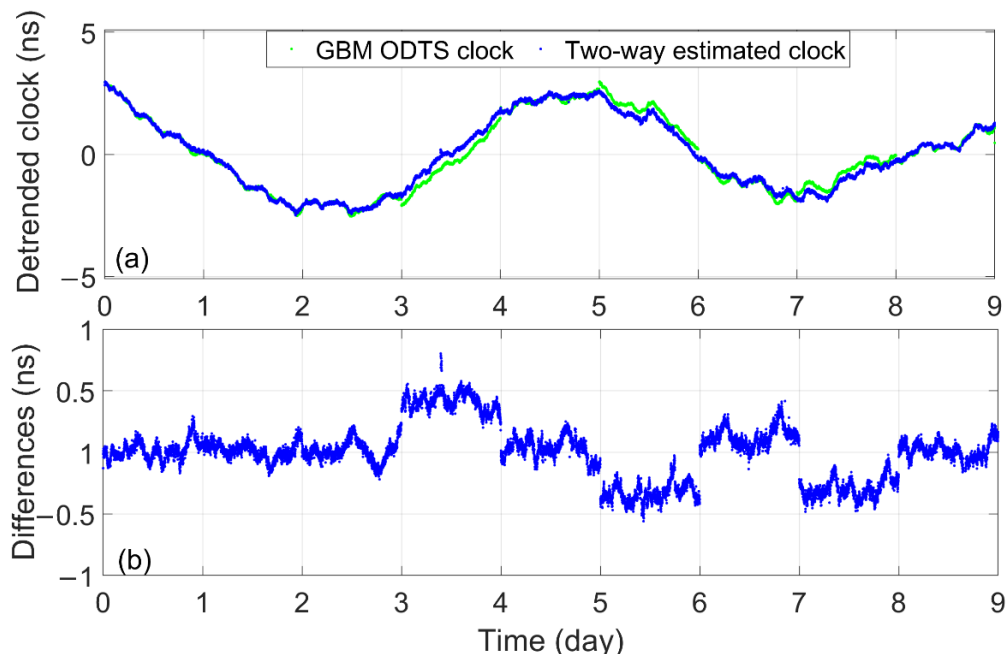


图 4-9 Ka 波段星间估计钟差和 GBM 星间钟差之间的 9 天差异。其中，子图 (a) 描述了扣除相同趋势后的两种钟差。子图 (b) 描述了它们的差异。子图 (b) 中存在“跳跃”的原因是 ODTS 钟差中存在日边界不连续性。

Figure 4-9 Deducting same trends, The 9-days differences of estimated clock offsets and GBM clock offsets

为了抑制 ODTS 钟差中的日边界不连续性对评估结果的影响，我们在本节后续的 ODTS 钟差和星间估计钟差比较中，将按天扣除相同的趋势。以 BDS-3 M1 为例，下表列出了所有 BDS-3 卫星的 1 天二次拟合残差的 9 天平均统计结果及其差值的 STD。除 BDS-3 C61 外，统计结果表明，Ka 星间双向估计钟差和 GBM 星间钟差之间的差的平均 STD 为 0.19ns。其中，BDS-3 MEO 的平均 STD 分别为 0.14ns 和 0.40ns，IGSO 和 GEO 的平均 STD 为 0.36ns。

表 4-1 两种钟差的每 24 小时互差和拟合残差统计（单位：ns）

Table 4-1 The Statistical results of fitting residual of two kinds of clock offsets for each day (unit: ns)

PRN 号	两种钟差的互差 STD	多天 24 小时拟合残差平均 值	
		ODTS 钟差	双向估计钟
		(GBM)	差
C38	0.25	0.26	0.12
C39	0.36	0.37	0.09
C40	0.39	0.39	0.08
C25	0.16	0.18	0.11
C26	0.16	0.14	0.09
C27	0.11	0.09	0.11
C28	0.13	0.13	0.12
C29	0.19	0.13	0.22
C30	0.15	0.17	0.10
C20	0.07	0.18	0.16
C21	0.09	0.21	0.21
C22	0.07	0.18	0.17
C23	0.14	0.18	0.14
C24	0.12	0.16	0.17
C32	0.11	0.12	0.12
C33	0.12	0.18	0.14
C34	0.15	0.13	0.08
C35	0.19	0.19	0.10
C36	0.14	0.13	0.07
C37	0.11	0.15	0.10

C41	0.08	0.10	0.10
C42	0.11	0.12	0.11
C43	0.15	0.24	0.15
C44	0.12	0.20	0.16
C45	0.23	0.26	0.08
C46	0.23	0.25	0.11
C59	0.50	0.65	0.32
C60	0.61	1.00	0.17
MEO	0.14	0.19	0.13
IGSO	0.40	0.71	0.11
GEO	0.36	1.10	0.36
平均值	0.19	0.23	0.13

如上表所示,在大多数情况下,只要 GBM 的星间钟差中拟合残差变大,两种钟差之间的互差就会较大,这一点在 GEO 和 IGSO 卫星的钟差中尤为明显。这表明在小时以上的时间尺度上,星间估计钟差的稳定度更高,更能反应原子钟的特性。以 IGSO-1 和 MEO-1 之间的星间钟差为例,下图中给出了它们的比较结果。它们每天都都会扣除相同的趋势(线性)。从下图可以清楚地发现,它们的较大差异是由 GBM ODTS 钟差的波动引起的。这完全可以怀疑,IGSO 和 GEO 钟差的波动较大是由于 GEO 和 IGSO 钟差中吸收了卫星的轨道误差。夏风雨等人的结果表明,该现象可能是由于 ODTS 处理中采用的太阳辐射压力模型不够精确导致<sup>[78]</sup>。

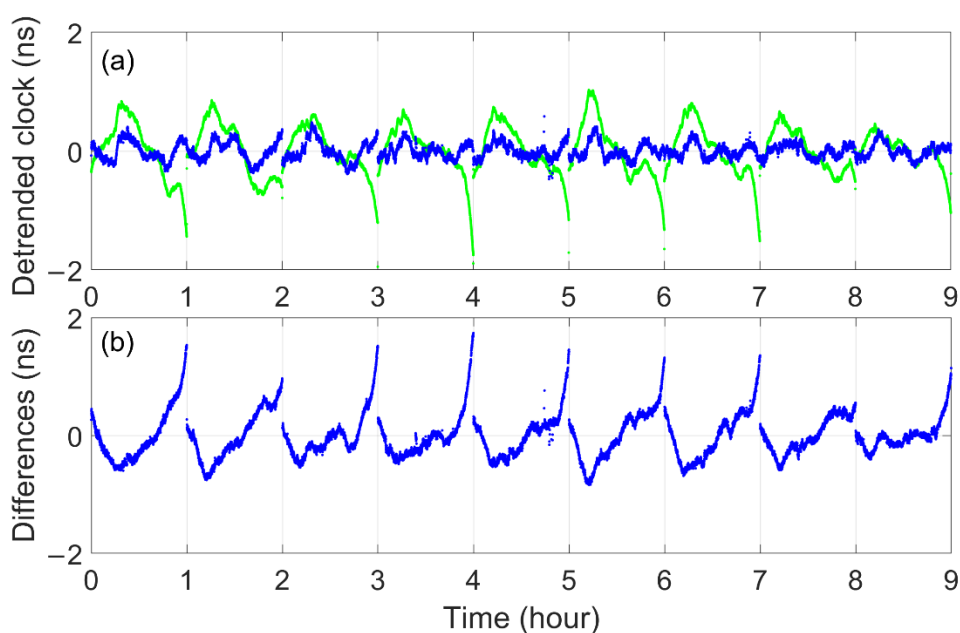


图 4-10 Ka 波段星间估计钟差与 GBM 星间钟差的 9 天互差。其中，每天都会扣除相同的趋势。其中，子图 (a) 是它们的去除每天趋势后的钟差，子图 b) 是它们之间的差异。

Figure 4-10 Deducting same trends of each day, The 9-days differences of estimated clock offsets and GBM clock offsets

对应地。Ka 波段星间钟差在小时以上的时间尺度上具有更高的精度可通过钟差的频率稳定度反应，如下图所示：

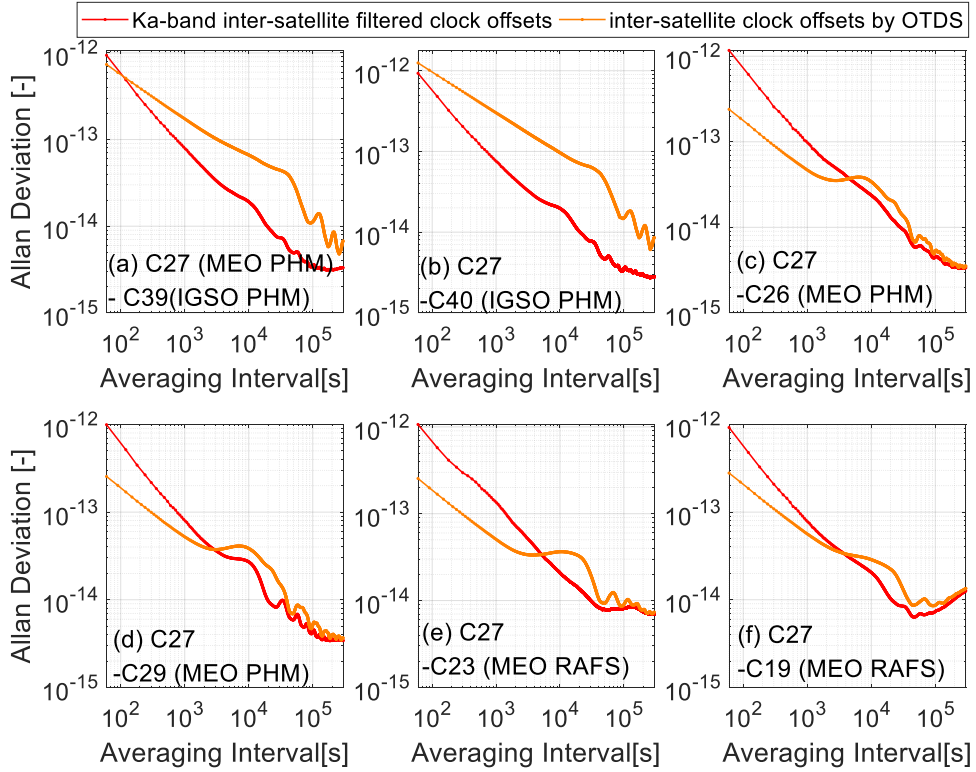


图 4-11 Ka 波段星间估计钟差与 GBM 星间钟差的频率稳定

Figure 4-11 The frequency stability of estimated clock offsets and GBM clock offsets

从图中可以看到，对于 MEO 而言，在千秒的尺度内，Ka 波段星间估计钟差的频率不稳定性大于 GBM 星间钟差的频率不稳定性。这可以归功于载波相位的足够小的观测噪声（1mm）。然而，当平滑时间大于 3600s 时，Ka 波段星间估计钟差展示出了更高的频率稳定度，特别是对于 IGSO 卫星。考虑到 BDS-3 难以在全球各地部署监测站，该方法估计的星间钟差与区域条件下 OTDS 钟差相比，将更有优势。

## 4.2. 基于 GEO 卫星的高精度星地钟差计算方法

### 4.2.1. 算法

基于 4.1 节的算法，BDS-3 可在区域条件下实时解算出与全球几百个地面站采用事后处理模式计算的精度相当甚至更好的星间钟差。然而，基于 3.1 可知，卫星播发的钟差参数时间基准是地基时间，而不是天上的卫星时钟。因此 Ka 波

段星间双向估计钟差还需进一步溯源到地面时间上。尽管采用建模的方式来克服“多跳法”时间同步策略中的缺点有较大的困难。但这些缺点可以通过对钟差估计中通过一些策略的变动实现有效的规避。

事实上, BDS-3 的 3 颗 GEO 可被时间基准站的 L 波段天线全天候跟踪。因此, 无需经过 Ka 波段星间钟差和 C 波段站间钟差, 时间基准站可通过 L 波段双向观测直接实现 GEO 卫星的星地钟差估计。其次, 相对于时间基准站的 L 波段地面天线, GEO 运动速度明显较低, 跟踪天线的高度角和方位角几乎保持不变, 且仰角不会过低。最后, 通常 GEO 需要广播包括星基增强 (SBAS) 和 B2b 精密单点定位服务 (PPP-B2b) 在内的消息。上述服务要求使用直径更大、信号传输功率更大的天线来全程跟踪 GEO, 这将有助于抑制双向观测中的多路径效应。因此, 在新的钟差估计策略中, 可将大口径天线对 GEO 卫星的 L 波段双向观测用于 Ka 波段星间双向估计钟差的溯源。

GEO 卫星溯源钟差测定的方法也采用最小二乘估计, 但是在估计卫星钟差时, 还需标定不同 L 地面天线之间的零值差。如果设置一颗 GEO 为基准 Q, 待估参数为基准星的星地钟差, 和非基准星的星地钟差组合零值。则基于 3 颗 BDS-3 GEO 的溯源钟差观测方程为:

$$\begin{cases} \rho_Q(t) = clk_Q^L(t) = clk_Q(t) \\ \rho_A(t) = clk_A^L(t) - clk_{AQ}^{Two-way\ estimated}(t) = clk_Q(t) + Bias_A^L \\ \rho_B(t) = clk_B^L(t) - clk_{BQ}^{Two-way\ estimated}(t) = clk_Q(t) + Bias_B^L \end{cases} \quad (4.2)$$

其中, 观测值对待估参数的偏导数为:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho_Q}{\partial \vec{x}} = [(0,0)_{\vec{x}_0}, (1)_{\vec{x}_1}] \\ \frac{\partial \rho_A}{\partial \vec{x}} = [(1,0)_{\vec{x}_0}, (1)_{\vec{x}_1}] \\ \frac{\partial \rho_B}{\partial \vec{x}} = [(0,1)_{\vec{x}_0}, (1)_{\vec{x}_1}] \end{cases} \quad (4.3)$$

式中,  $clk_A^L(t)$ 、 $clk_B^L(t)$ 、 $clk_Q^L(t)$  为 BDS-3 3 颗 GEO 卫星的 L 波段星地双向钟差,  $clk^{Two-way\ estimated}$  为星间平差计算得到的星间双向估计钟差。 $\vec{x}$  为待估参数, 包括全局参数  $\vec{x}_0$  和局部参数  $\vec{x}_1$ 。 $\vec{x}_0$  为两颗非基准 GEO 的 L 波段零值

$Bias_A^L$  和  $Bias_B^L$ ,  $\vec{x}_1$  为不同时刻地卫星双向估计钟差。其中  $Bias_A^L$  和  $Bias_B^L$  不仅包含了两颗非基准星的链路零值, 还包含了基准卫星的零值以及 Ka 波段星间链路的零值。在最小二乘估计中, 对法方程按 3.4.3 节的方法进行实时消参处理, 则可将全局求解的钟差零值  $\vec{x}_0$  和各历元相关的钟差  $\vec{x}_1$  在法方程中进行分离,

从而实现 L 波段零值差的独立更新和 GEO 卫星钟差的独立估计。当卫星零值发生切换时，可通过置空法方程中该参数的信息重新解算。以 C59 为基准星，以 30 天解算的钟差零值为基准零值，C60 和 C61 实时估计的零值误差如下图所示：

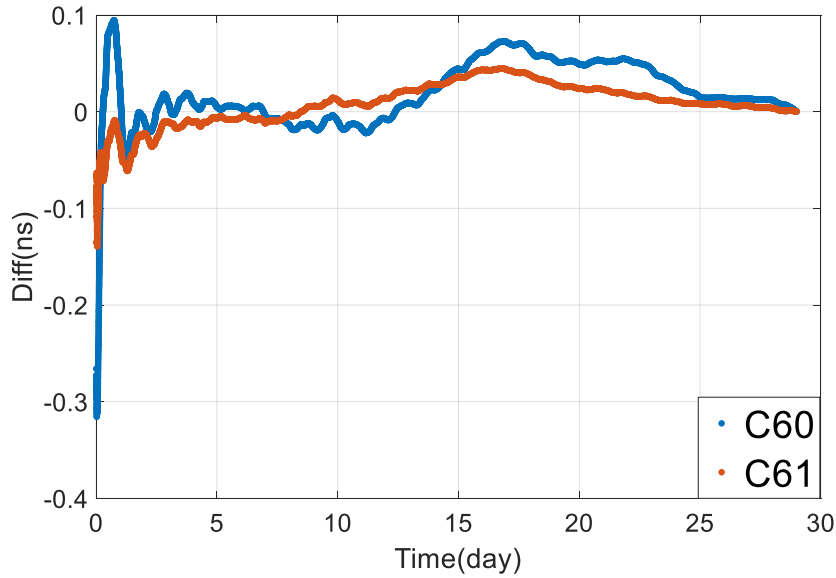


图 4-12 实时估计的零值误差

Figure 4-12 The estimated errors of hardware zero value with real time estimation model

可以看到，随着观测历元不断增加，零值误差越来越小，当采用 3 天以上的数据进行估计时，零值波动可小于 0.1ns。这一结果表明，如果卫星零值发生重构，可采用上述算法恢复卫星零值精度。

#### 4.2.2. 改善情况

下图的第上、中、下图分别描述了新旧两种测量下的 GEO、IGSO、MEO 的去同一趋势项的钟差。其中，红色曲线是由 3.3.3 节传统“多跳法”测量的境内卫星钟差，蓝色曲线为采用 4.2.1 节基于 GEO 卫星的高精度星地钟差计算算法估计的卫星钟差。钟差的起始时间为 2022 年 5 月 14 日。

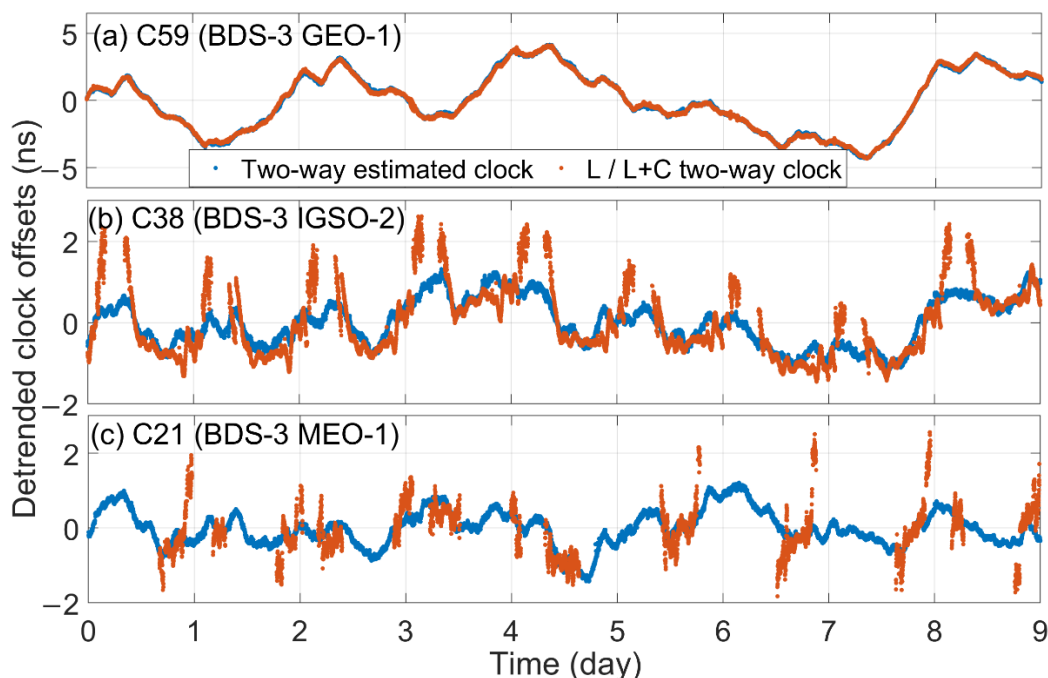


图 4-13 新旧策略下的钟差对比

**Figure 4-13 The comparison and improvement between the old strategy and new strategy**

通过比较这两条曲线，可以发现：尽管在大多数情况下红色曲线与蓝色曲线保持一致，但在每个段的开始和结束处，红色曲线比蓝色曲线更加发散，这表明双向估计钟差比直接测量的双向钟差更具优势。上述提升的原因在于，新策略通过下述途径可有效弥补双向叠加策略中的不足：

(1) 由于新策略使用最小二乘估计方法来估计卫星，并且摒弃了具有较大噪声的 C 波段站间双向钟差，因此新策略估计的钟差可以始终保持更高的精度；

(2) 双向钟差向地面的溯源仅通过 3 个大口径天线和 3 颗 GEO 卫星之间的 L 波段双向测量实现。每颗天线跟踪对特定 GEO 的仰角始终不变，不存在天线仰角变低钟差精度迅速衰减的情况；

(3) 在上述基础上，新策略实时引入了 3 颗大口径天线的零值估计，以此吸收大口径 L 波段天线观测结果的不一致性。该考虑能够抑制钟差中的“阶梯状误差”。

(4) 在策略中，境内卫星和境外卫星的概念不再存在。所有卫星的星间观测在星间估钟差估计中发挥着同等的作用。此外，它们相对于地面时间基准的钟差不再强依赖于星间链路和地面天线的规划，而是通过相同的钟差（参考 GEO 卫星的平差后的星地钟差）来进行溯源。即使当 IGSO 和 MEO 不能被地面天线观测到时，其钟差精度不会衰减。

为进一步验证该策略的可行性，下图分别给出了更长时间段下（2022 年 11 月 2 日-2022 年 12 月 31 日）的新策略测量的钟差性能。其中，黄线为传统“多跳法” L+C 实现的星地双向钟差，红线为 L 仅波段测量的星地双向钟差。蓝线

是新策略计算的星地双向估计钟差。

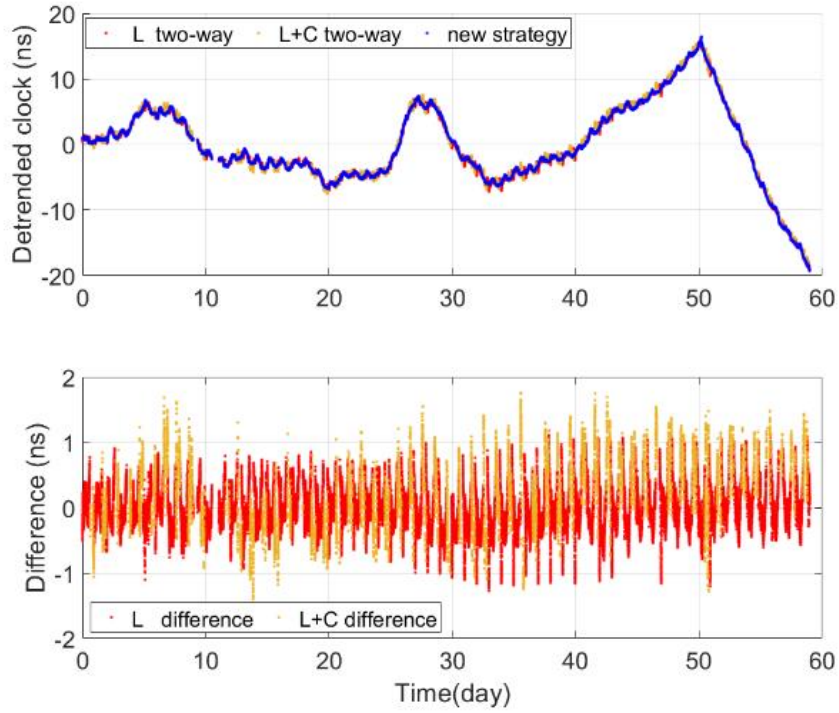


图 4-14 60 天 BDS-3 GEO 卫星长期星地钟差拟合残差

Figure 4-14 The 60-days fitting residual of BDS-3 GEO clock offsets

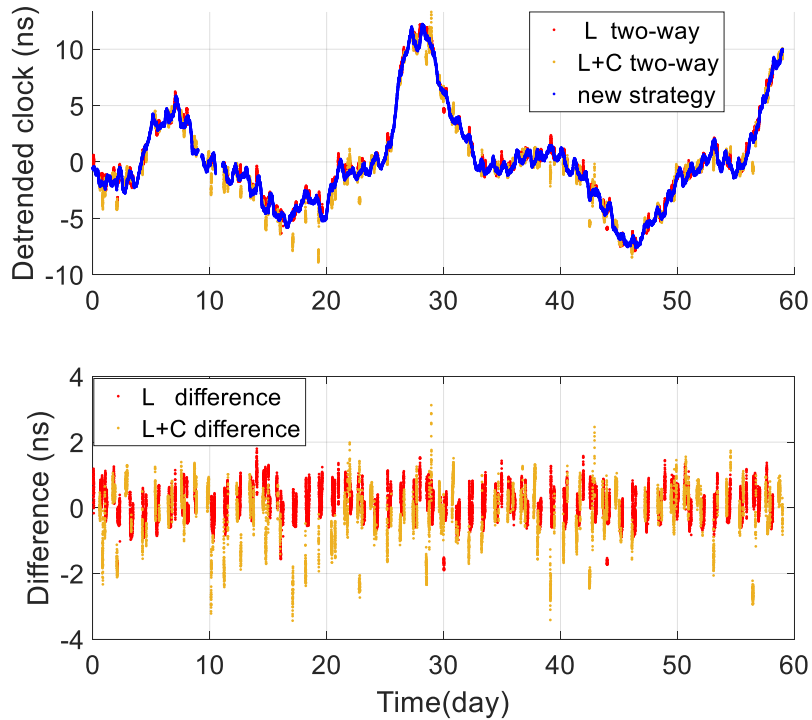


图 4-15 60 天 MEO 卫星长期星地钟差拟合残差

Figure 4-15 The 60-days fitting residual of BDS-3 MEO clock offsets



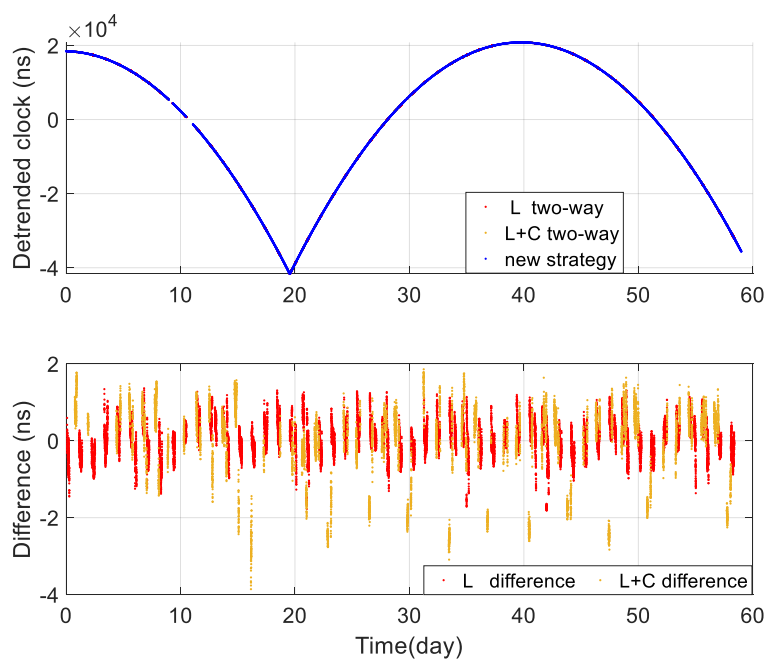


图 4-16 调频情况下的卫星钟差

Figure 4-16 The 60-days fitting residual of clock offsets with frequency adjust operation

上图可以看到，无论是 GEO 卫星还是非 GEO 卫星，以及发生调频的卫星，只要星间链路不发生中断，就可实现高精度的钟差估计。

在获得具有更高精度的实时卫星钟差之后，BDS-3 能够生成具有更高精确度的卫星钟差参数。在大多数情况下，BDS-3 卫星钟差参数由生成时刻前 2 小时的卫星钟差生成。并每小时更新上注。因此它们的预报时长超过 2 小时。下表统计了多天新策略下的钟差 2 小时预报误差。从下表可以看出，所有卫星的平均 RMS 为 0.29 ns，即小于 0.1m。对比 2.3.3 中的表可知，新策略的钟差预报误差为 BDS-3 “多跳法”钟差预报误差的 29%。考虑到 Galileo 的钟差参数误差 RMS 为 0.14m (0.42ns)，使用新策略后，BDS-3 时钟差精度可以达到或超过 Galileo<sup>[83]</sup>。

表 4-2 新策略下的钟差参数精度（2 小时预报误差）

Table 4-2 The clock offsets accuracy under the new clock estimation strategy

PRN	RMS (ns)	95% Error (ns)
C19	0.27	0.55
C20	0.27	0.58
C21	0.31	0.66
C22	0.31	0.67
C23	0.30	0.61

C24	0.29	0.62
C25	0.28	0.59
C26	0.29	0.65
C27	0.26	0.56
C28	0.28	0.62
C29	0.30	0.64
C30	0.27	0.59
C32	0.27	0.57
C33	0.28	0.59
C34	0.28	0.59
C35	0.28	0.59
C36	0.27	0.56
C37	0.25	0.53
C38	0.28	0.62
C39	0.26	0.53
C40	0.26	0.56
C41	0.29	0.65
C42	0.26	0.54
C43	0.28	0.57
C44	0.37	0.77
C45	0.27	0.58
C46	0.3	0.62
C59	0.33	0.71
C60	0.36	0.86
C61	0.38	0.66
Average of all satellites	0.29	0.61

#### 4.3. 基于 GNSS 下行伪距和相位的多源设备零值估计方法

##### 4.3.1. 多源观测零值定义

考虑到不同设备的收发零值（时延）必然存在差异，因此统一的零值标定是实现多源数据高精度时空处理的先决条件。在基于星间链路的高精度时空信息处理中，其零值主要包括两类。

##### 1) Ka 链路收发绝对零值

根据 3.2.4 节的内容，星间双向几何距离与实际的卫星几何距离存在与卫星收发零值相关的组合零值，该零值记为  $D_{Ka(+)}^{Two-way}$

$$D_{Ka(A+B)}^{Two-way} = \frac{D_{Ka(A)}^{Send} + D_{Ka(A)}^{Rcv}}{2} + \frac{D_{Ka(B)}^{Send} + D_{Ka(B)}^{Rcv}}{2}$$

考虑到星间距离定义通常定义为两个卫星质心间的距离，不存在歧义。因此，该零值又可称为 Ka 链路收发绝对零值。

## 2) 多源设备组合差相对零值

基于 GNSS 下行观测测量的钟差  $clk_{A-BDT}^{GNSS} = clk_{A-BDT} + D_A^{GNSS} + D_R^{GNSS}$ （ $D_A^{GNSS}$  和  $D_R^{GNSS}$  分别表示为卫星零值和 GNSS 接收机零值）和双向设备测量的钟差  $clk_{A-BDT}^{two-way} = clk_{A-BDT} + D_{A-BDT}^{Two-way}$  存在零值差  $D_A$ 。考虑到用户使用的是 GNSS 下行伪距，因此基于上述方法测量的双向钟差需要向 GNSS 靠齐。以 Q 星的原子钟对外输出 1pps 为基准，则在基于 4.1.2 节的高精度星间时间同步算法中，估计的星间钟差的零值可表示为  $D_{Ka(A-Q)}^{Two-way}$ ：

$$D_{Ka(A-Q)}^{Two-way} = - \left( \frac{D_A^{Send} - D_A^{Rcv}}{2} - \frac{D_Q^{Send} - D_Q^{Rcv}}{2} \right) \quad (4.4)$$

在 4.1.2 节的基于 GEO 卫星的高精度星地钟差计算中，我们首先会将基准切换到一颗 GEO 卫星 Z 上，此时，所有卫星相对于 Z 的钟差的零值为：

$$\begin{aligned} D_{Ka(A-Z)}^{Two-way} &= - \left( \frac{D_{Ka(A)}^{Send} - D_{Ka(A)}^{Rcv}}{2} - \frac{D_{Ka(Q)}^{Send} - D_{Ka(Q)}^{Rcv}}{2} \right) - \\ &\quad - \left( \frac{D_{Ka(Q)}^{Send} - D_{Ka(Q)}^{Rcv}}{2} - \frac{D_{Ka(Z)}^{Send} - D_{Ka(Z)}^{Rcv}}{2} \right) \\ &= - \left( \frac{D_{Ka(A)}^{Send} - D_{Ka(A)}^{Rcv}}{2} - \frac{D_{Ka(Z)}^{Send} - D_{Ka(Z)}^{Rcv}}{2} \right) \end{aligned} \quad (4.5)$$

再 4.1.3 节，算法引入了 L 波段观测，所有的卫星钟差通过溯源链路向 BDT 实现溯源，此时引入了 L 双向天线的零值。如下式所示，双向估计的钟差包含了一颗 GEO 卫星的 Ka 设备和 L 波段组合时延差，以及该卫星的组合时延差：

$$D_A^{Two-way} = D_{Ka(A-Z)}^{Two-way} + \frac{D_{L(Z)}^{up} - D_{L(Z)}^{down}}{2} = D_{Ka(A-Z)}^{Two-way} + D_{L(Z)}^{Two-way} \quad (4.6)$$

对于 BDS-3 双频定位用户，假设使用 B1I-B3I 双频无电离层组合来进行定位。在该模式下。若不考虑用户端的零值，则系统端的零值为  $D_A^{GNSS(B1-B3)}$ 。此时，双向钟差与双频无电离层的钟差间的零值可用下式表达：

$$D_A = D_{Ka(A-Z)}^{Two-way} + D_{L(Z)}^{Two-way} - D_A^{GNSS(B1-B3)} \quad (4.7)$$

事实上，我们从 $D_A$ 的定义可以看出，参考设备不同时， $D_A$ 显然也不相同。

因此， $D_A$ 的值是相对的，在给出其数值大小时必须明确其时空参考点。

#### 4.3.2. 多源观测零值标校方法

如果各链路的零值具有较高的稳定度。那么设备的零值可以当作常数进行解算和处理。此时，我们可以在多星定轨过程中引入一系列待估参数，采用准实时的事后离线处理模式，对设备的零值进行标定：

表 4-3 约束双向钟差变化的星地星间联合定轨策略

Table 4-3 The Orbit Determination Strategy with multi-source observation  
Constrained by the variation of two-way estimated Clock offsets

参数	区域场景	全球场景
弧长	3 天	
观测量	GNSS: B1I&B3I PC+ LC (30s) ISL: Ka 波段星间双向几何距离 (3s)	
相位中心改正	IGS 文件	
大气改正	GNSS: Saastamoinen 模型+GMF 模型改正+	
模糊度	浮点解	
力学模型	3.4.4 节	
测站潮汐模型	IRES2010	
空间基准	区域站场景 (图 3.18A)	全球站场景 B (图 3.18B)
	预报 EOP	事后 EOP
时间基准	BDT GNSS 接收机钟差为 0;	约束基准卫星的钟差为双向钟差;
	约束所有卫星的钟差的变化量	约束非基准卫星的钟差的变化量;
零值估计	Ka 波段组合时延和	Ka 波段组合时延和 $D_{Ka(+)}^{Two-way}$
	$D_{Ka(+)}^{Two-way}$ (式 3.61)	(式 3.61)
	每颗卫星的组合时延 $D_A$ (式 4.7)	每颗卫星的组合时延 $D_A$ (式 4.7)

该方法称为约束双向钟差变化的星地星间联合定轨策略，扣除多天的均值后，解算的零值序列离散程度如下图所示：

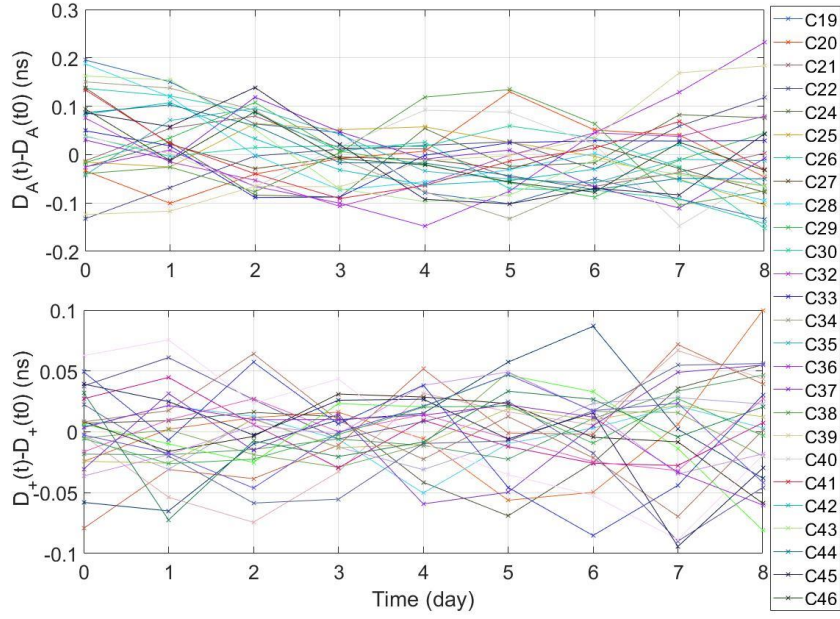


图 4-17 区域站场景多源数据零值波动情况

Figure 4-17 The deviation and estimated hardware zero value under the regional scene

其中，下图为  $D_{Ka(+)}^{Two-way}$  的离散程度，其稳定度在硬件方面只取决于各自卫星的 Ka 天线稳定度。其多颗星的平均 STD 为 0.059ns。上图为  $D_A$  的离散程度，其稳定度在硬件方面不仅取决于本星 Ka 天线的稳定度，还取决于 GNSS 监测接收机、卫星 GNSS (B1I-B3I)，基准 GEO 卫星的 L 波段双向天线的稳定度，其平均 STD 为 0.134ns。考虑到 Ka 天线的首发时延和的稳定度于收发时延差应该在相同水平，因此  $D_A$  的离散程度主要取决于 GEO 卫星 L 波段双向天线和 GNSS 天线的收发的稳定度。

事实上，零值的标校可以通过事后方式进行处理。此时，我们可以借用全球站的数据进行标校。其策略如表 3-18 的全球策略。标定结果的稳定度如下图所示：

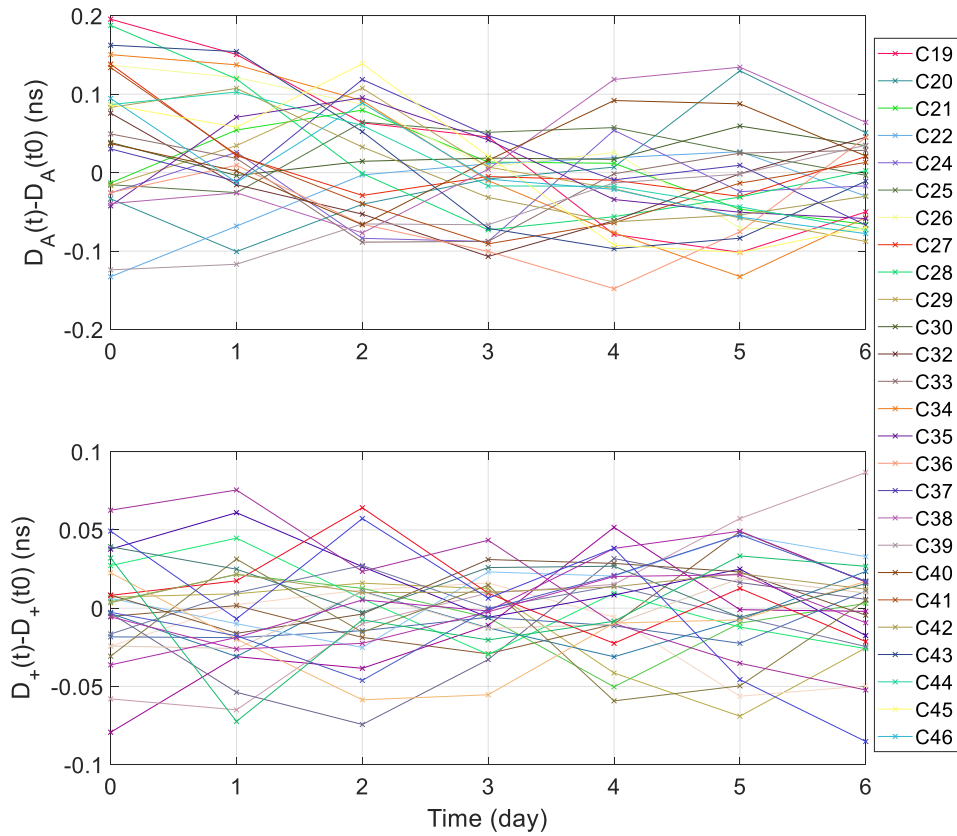


图 4-18 全球站场景观测下多源数据零值波动情况

Figure 4-18 The deviation and estimated hardware zero value under the global scene

其中，全球站场景下多颗星  $D_{Ka(+)}^{Two-way}$  的平均 STD 为 0.034ns。相较于区域站标定稳定度，全球站场景下的零值标定稳定度可以提升约 50%。对于多源设备组合零值， $D_A$  的平均 STD 为 0.073ns，提升也约 50%。这表明若以更高精度的零值标定为目标，则多源数据的零值标定可考虑利用全球数据进行标定。

#### 4.3.3. 轨道误差与钟差误差的自洽性分析

4.3.2 节的方法不仅可以估计双向估计钟差的零值，还可以在零值估计中同步实现卫星的精密定轨。在第二章的分析中，我们知道不同于 Galileo 的 SISRE 特征，BDS-3 的轨道径向误差和钟差误差无法互相抵消，是导致其 SISRE 不如 Galileo 的另一重要因素。本节基于第二章的理论分析方法，在采用高精度时间同步策略后，进一步分析卫星轨道与钟差的自洽性。为了便于比较，本节使用了 4 种定轨场景。它们的区别如下表所示：

表 4-4 不同策略的卫星定轨介绍

Table 4-3 The introduction of different orbit determination strategy

策略编号	测站构型	定轨策略	在本节图中的颜色
策略 1	区域监测场景 (图 3-18A)	表 3-6	绿色
策略 2	区域站场景 (图 3-18A)	表 4-3	红色
策略 3	全球站场景 (图 3.18B)	表 3-6	橘色
策略 4	区域站场景 (图 3-18B)	表 4-3	紫色

以 C45 为例，扣除时间基准的影响后，采用二次函数的方式可去除 GBM 的钟差和双向估计钟差的趋势部分，其残差如图 4-19 的上图所示。以 GBM 的精密钟差为基准，则双向估计钟差的“误差”如图 4-19 中图的蓝线所示。这里需要注意“误差”并不表示双向估计钟差的误差，而是与 GBM 钟差的互差。这是因为双向估计钟差的拟合残差更小，其天内波动更稳定，其更符合原子钟的钟差模型。以 GBM 的精密轨道为基准，不同策略下的定轨径向误差如图 4-19 的绿、红、橘、紫线条所示。对应地，忽略轨道切向和法向误差的影响，它们的 SISRE 如 4-19 下图所示。

从图 4-19 的上图可以看到，GBM 的钟差在一天内存在 4 次凸起。其凸起也体现在中图 4-19 的中图中。我们首先分析凸起②和凸起④。观察 4-19 的中图。不同场景下的定轨径向误差在钟差误差凸起②和凸起④处均存在反方向相的误差。两者相加后的综合效应如 4-19 的下图。它们互相抵消了。考虑到凸起②和凸起④源于 GBM 的精密钟差，这表明 GBM 的轨道径向“误差”和钟差“误差”具有一定的自洽性。可以抵消凸起②和凸起④处的“误差”。

对于凸起①和凸起③，我们看到，尽管在描述轨道径向误差的图 4-19 中图中的绿线和黄线的误差很小，却在描述 SISRE 的图 4-19 下图的绿线和黄线中存在凸起，这表明常规定轨策略中凸起①和凸起③轨道误差和钟差误差不能互相抵消。然而，在采用约束钟差变化的定轨策略后，轨道径向“误差”展现出与钟差“互差”中相反的凸起。它们两者互相抵消，导致 SISRE 在凸起①和凸起③该处显著降低。这一结果表明在多星定轨过程中，约束高精度双向估计钟差，可以实现增强双向估计钟差“误差”和轨道“误差”的自洽性。

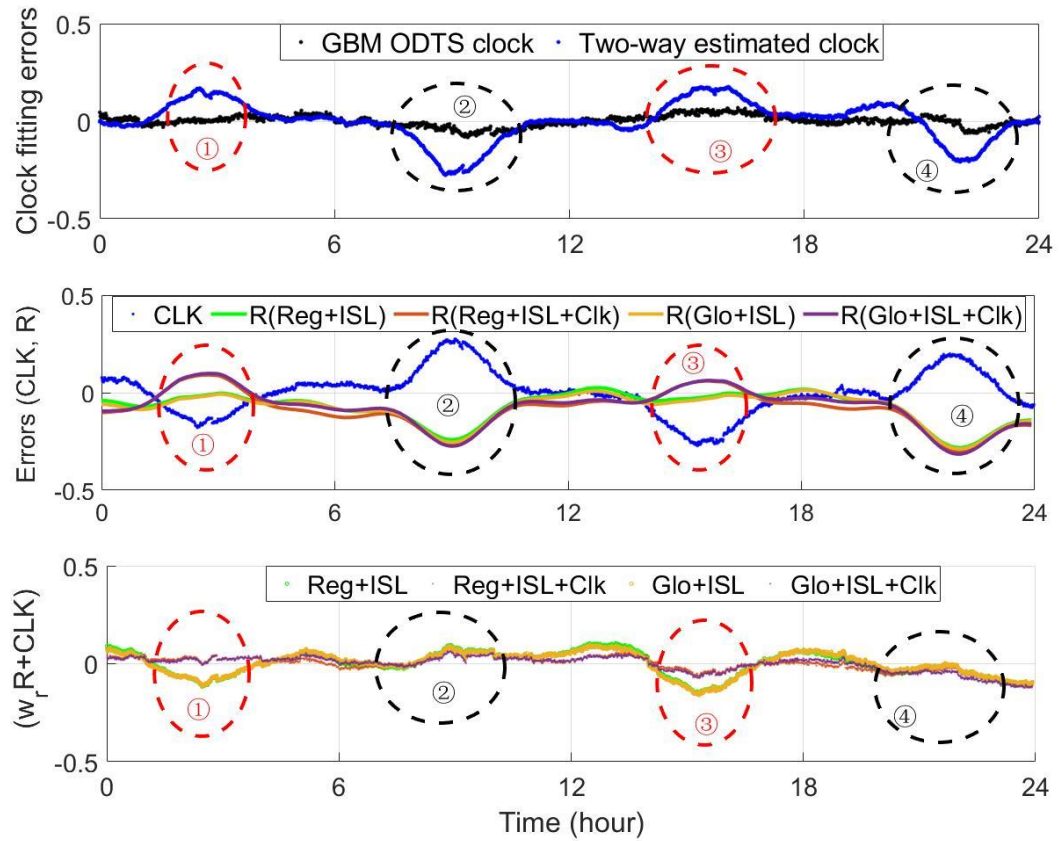


图 4-19 不同处理策略下的卫星精密产品 SISRE 特征分析（误差单位: 米）

Figure 4-19 Analysis of Satellite SISRE Characteristics under Different Processing Strategies (unit: m)

下表给出了 7 天的统计结果，其中，上图为区域监测站观测下的统计结果，下图为全球站下的统计结果。这里只统计了 SISRE 的 STD 变化，未考虑 SISRE 的均值。从图中可以看出，无论是区域观测条件还是全球观测条件。引入双向估计钟差且约束其变化后，尽管轨道径向“误差”基本不变，但是 SISRE 可得到进一步的降低。这表明在星地星间联合定轨中约束高精度钟差双向，可以如 Galileo 的 SISRE 特征一样，增强高精度双向估计钟差与轨道误差的自洽性，从而进一步降低 BDS-3 卫星最终的 SISRE。



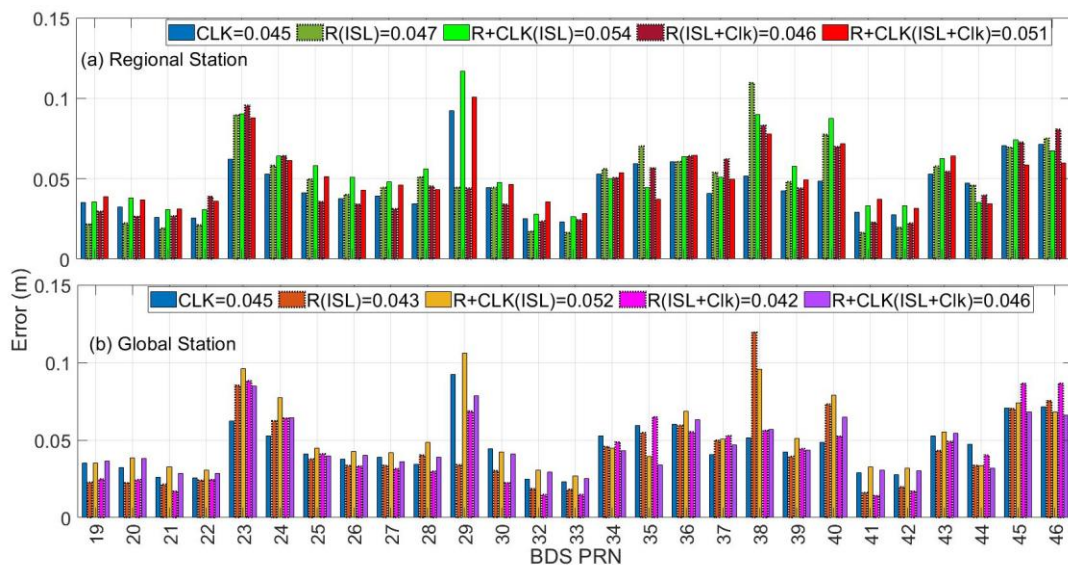


图 4-20 不同处理策略下的卫星精密产品 SISRE 误差构成

Figure 4-20 Satellite SISRE error composition under different processing strategies

值得一说的是，上述分析是建立在 GBM 产品的 SISRE 为 0 的基础上分析的。因此，最终轨道与钟差自洽性由两部分构成，一部分为 GBM 产品自身的自洽性，另外一部分为笔者定轨软件中轨道与钟差的自洽。这些自洽的原因具体机理还需进一步分析，但是依然可以得到结论：采用表 4-3 的定轨策略可初步增强轨道径向误差与钟差误差的自洽性。

#### 4.4. 本章小结

以第三章的结论为指导，本章在传统的区域监测站时空信息处理体制上，充分结合 BDS-3 监测站限制和多源观测条件，提出了一种新的时空信息处理体制。以此克服传统体制的缺陷，实现 BDS-3 卫星空间信号提升精度的提升。其策略的步骤如图 4-1 所示，分 3 步实现：

- 1) 基于星间链路双向观测，实现全星座的高精度时间同步；
- 2) 基于多颗 GEO 卫星的 L 波段双向时间同步，平差实现所有卫星的星地时间同步；
- 3) 基于 GNSS 多源数据和星间链路观测数据，采用约束钟差的多星定轨方法，实现星间链路的收发零值和收发零值差的一体化标定。

该策略的钟差包含以下 3 个特征：

- 1) 新策略估计的钟差保留了传统双向钟差的优点，与单向钟差相比，双向钟差受传播段和卫星位置误差的影响更小。
- 2) 卫星间相对钟差的误差只与 Ka 链路相关，与星地链路无关。
- 3) 所有卫星钟差通过相同的钟差溯源至 BDT，其溯源误差仅受三个大口径 L 波段天线的观测误差。

通过高精度星地时间同步方法，可实现高精度的星间钟差的实时估计，该钟差精度与传统的 Ka 波段星间双向钟差相比，噪声更小，稳定度更高，且不受建链轮询影响。与超高精度星间双向钟差相比，其在 1 小时的尺度上性能相当。与 GFZ 精密产品计算的星间钟差相比，其在 1 小时以上的时间尺度精度更高，且在跨天时，不存在跨天台阶状误差。

通过基于 GEO 卫星的高精度星地钟差计算方法，可实现高精度星间钟差的溯源。实现以 BDT 为参考的高精度钟差实时估计。与多跳法体制相比，新策略估计的钟差克服了第四章描述的“多跳法”钟差的缺陷，其预报精度可从 1.05 ns 提升至 0.3ns，约 71%。

通过基于 GNSS 下行位居和相位的多源设备零值定义和标定，明确了上述体制下的高精度双向估计钟差的零值构成。提出了约束高精度钟差的轨道零值一体化解算方法。在区域条件下，两种零值的标定稳定度分别为 0.059 和 0.134ns。在全球站支持下，两种零值的标定稳定度分别为 0.034 和 0.073ns。且该方法可以增强轨道径向误差与高精度双向估计钟差误差的自治性。

上述方法表明，采用新的时空信息处理方法，可突破 BDS-3 空间信号精度提升的限制，显著提升卫星钟差精度，有效提升 BDS-3 卫星的空间信号精度。

## 第5章 基于星间链路的天基时间基准

通过第四章的处理策略，我们可在每小时的更新频率下，生成精度为  $0.3\text{ns}$  的卫星钟差参数，以此显著提升 BDS-3 卫星的空间信号精度，达到与 Galileo 相同的水平。然而，进一步分析表 4-2 可知，采用上述算法后，搭载不同类型星载原子钟的卫星钟差参数精度却基本一致。

进一步的分析定位了该现象的原因。根据图 5-1 可知，尽管大部分 BDS-3 的原子钟频率稳定度可优于  $5\text{E-}15@1\text{day}$ 。但是一些文献显示，BDT 的天稳为  $1\text{E-}14^{[65,66]}$ 。因此若以 BDT 对外输出的  $1\text{pps}$  信号为基准，在采用基于星间链路的高精度时空信息处理后，卫星的钟差预报能力完全可能由 BDT 的不稳定度所决定。

上述猜想可通过下图得到有力印证。以稳定度  $1\text{E-}14@1\text{day}$  的地基时间为基准，具有最高性能原子钟的一些卫星的多天拟合残差呈现出几乎相同的波动。虽然共同的波动不会影响用户的定位精度，但会影响用户的授时精度。

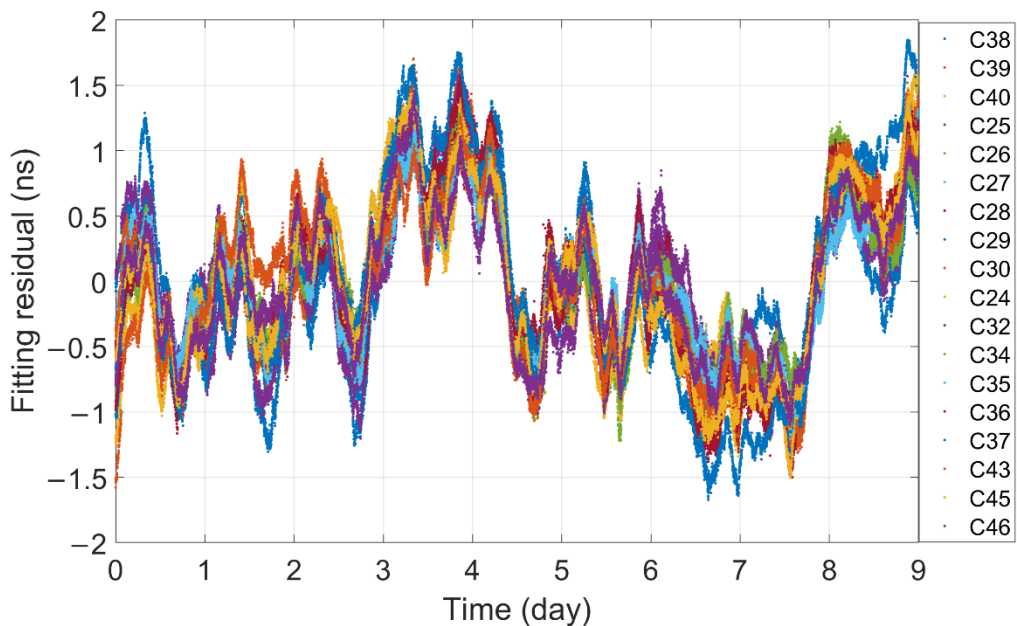


图 5-1 BDS-3 卫星相对于地基时间基准的钟差多天拟合残差（自 2022 年 5 月 19 日起），共同的波动是由地基时间基准输出信号的波动引起的

Figure 5-1 The fitting residual of some satellite clock offsets with respect to the Ground time

随着星载原子钟稳定度的不断提升，必须意识到星载原子钟的性能发挥需要可靠性强且稳定度高的时间基准作为保障。基于 GNSS 技术的引力红移、相对论试验、基本常数确定等科学研究也需要一个高稳定的时间基准<sup>[87]</sup>。Galileo 通过集中式部署的 2 台氢钟和 4 台铯钟，采用加权平均的方式构建了 GST。理想情况下，GST 的天稳定度可以达到  $1.1\text{E-}15^{[88]}$ 。对应地，GPS 则采用集中式部署方式，综合卫星和地面站的原子钟共同构建 GPST，其万秒稳定度可达到  $7.0\text{E-}$

15, 天稳定度可达到  $2.5\text{E-}15^{[89]}$ 。除此之外, 欧洲航天局 (ESA) 为满足更高精度科研任务需求, 提出了 Clock Ensemble in Space (ACES) 计划。ACES 采用分布式部署方式构建高精度的时间基准, 其天稳定度预计达到  $3.5\text{E-}16$ 。北斗三号与 Galileo 类似, 通过地面站集中式部署的方式构建了 BDT<sup>[66]</sup>。相较于分布式部署, 集中式部署方式存在一定的弊端。如果集中部署的原子钟出现故障, 时间基准的建立和维持会受到严重影响, GNSS 服务甚至可能因此中断。在上述考虑下, 如何充分发挥 BDS-3 高性能星载原子钟优势, 建立一个分布式的高稳定度的时间基准, 对星载原子钟性能体现和基于北斗三号的高精度科学目标设定具有重要意义。分布式时间基准的构建包括 4 个环节, 权重确定、钟差测量、钟差预报和时间尺度算法。考虑到高精度的星间钟差测量已经可通过第四章实现, 因此本章主要介绍基于 BDS-3 星载原子钟和星间链路实现的, 自主可控的 BDS-3 卫星天基时间基准方法和性能。

本章共由 4 个部分构成, 第一节介绍基于高精度星间钟差的天基时间基准构建方法。第二节分析利用部分 BDS-3 卫星构建的天基时间基准性能。第三节则基于天基时间基准。评估了 BDS-3 原子钟和地基时间基准的性能。本章第四节为本章的总结。

## 5.1. 构建方法

常用的时间尺度算法包括 ALGOS 算法, Kalman 滤波算法, AT1 算法, KPW 算法, 小波分解算法。他们的目的都是综合多台原子钟的比相结果, 抑制单台原子钟的过程噪声, 得到更加稳定可靠的时间参考。考虑到 ALGOS 算法是 BIPM 所采用的时间尺度算法, 其算法简单利于理解, 因此本文通过 ALGOS 方法建立星座综合原子时<sup>[90,91]</sup>。

### 5.1.1. 原子时算法

假设自由原子时 TA 满足:

$$TA(\tau) = \sum_{i=1}^N w_i (T(\tau) + T^p(\tau)) \quad (5.1)$$

其中,  $T$  的定义与 3.4.4 节中的定义一致, 为原子钟读数,  $T^p$  为原子钟的预测读数,  $N$  为构成自由原子时的数量。考虑到  $clk_i = TA - T_i$ , 则有:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^N w_i clk_i(\tau) = \sum_{i=1}^N w_i T^p(\tau) \\ clk_{ij} = clk_i(\tau) - clk_j(\tau) \end{cases} \quad (5.2)$$

考虑到此时的时间基准为自由原子时，因此有  $T_i^p(\tau) = clk_i^p(\tau)$ 。因此在初始时刻，我们可以认为  $clk_i^p(\tau_0) = 0$ ，后续一段时间的  $clk_i^p(\tau)$  有历史数据拟合得到（多天）。此时有：

$$clk_j(\tau) = T_j - TA = \sum_{i=1}^N w_i (clk_i^p(\tau) - clk_{i,j}(\tau)) \quad (5.3)$$

对于另外一个时间基准，我们可以得到：

$$TA - TB = T_i - TA - (T_j - T_i) - (T_i - TB) \quad (5.4)$$

通过上式，即可构建由多颗原子钟构成的时间基准。

### 5.1.2. 权重确定

首先，以稳定度较高的卫星为基准，采用 4.1 节的方法估计高精度的星间钟差。之后，以二次多项式拟合的方法扣除星间钟差的确定部分（钟偏、钟速、钟漂），从中选取稳定度最高的星载原子钟。并以等权方式构建一个事后的时间尺度：

$$TAI(t_0) - clk_A(t_0) = \frac{\sum_{i=1}^N CLK_{iA}^0(t_0)}{N} \quad (5.5)$$

$N$  为构建综合原子时的卫星数目， $i$  为卫星下标。 $TAI(t_0)$  为构建的初步综合原子时，其绝对值无法获得，但是可以通过式（5.3）得到基准星相对于综合原子时的钟差。对应地，通过下式，进行简单的加减运算则可以得到各星相对于综合原子时的钟差。

$$TAI(t_0) - clk_B(t_0) = (TAI(t_0) - clk_A(t_0)) - (clk_B(t_0) - clk_A(t_0)) \quad (5.6)$$

该综合原子时性能优于任何一颗原子钟性能。以重叠 Hardmard 方差为基准，采用下述方法确定权重：

$$p_i = \frac{\frac{1}{\sigma_i^2}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_i^2}} \quad (5.7)$$

$$\omega_i(t) = \frac{p_i}{\sum_{i=1}^N p_i} \quad \left( \sum_{i=1}^N \omega_i(t) = 1, \quad \max(\omega_i(t)) < \frac{A}{N} \right) \quad (5.8)$$

其中  $\sigma_i^2$  为一天平滑时间的重叠 Hardmard 方差， $\omega_i$  为权重， $A$  为最大权参数，

这里设置为 2.5，目的是限制某一星钟的权过大。

## 5.2. 天基时间基准性能评估

由于缺少一个更高稳定度的时钟，我们只能够通过两个性能基本相当的时间尺度的钟差来评估它们的性能。事实上，星载原子钟的调频调相，以及卫星位置的机动，都会影响卫星的视钟差信号。因此在排除了异常卫星和时段后，选择了 12 个搭载高性能星载原子钟的卫星来构建初步的星载时间尺度。基于初步的天基时间基准，计算了 12 颗卫星的重叠 Hadamard 偏差，并以 1 天的频率稳定度为参考，确定 ALGOS 算法的权重。

12 颗 BDS-3 卫星按下表所示被分成两个独立的集合。每个集合包含 6 颗卫星。两个集合中的 6 颗卫星的频率稳定度的平均值被挑选为尽可能的相等。每一组卫星都用于生成一个独立天基时间基准。下表给出了所选 12 颗卫星的重叠 Hadamard 偏差以及用于生成最终星载时标的权重。

表 5-1 天基时间基准的原子钟构成信息

Table 5-1 The information of the construction of the SPBT's atomic clock onboard

PRN	Overlapping Hadamard deviation ( 1 day)	Weight	Clock cluster
C41	1.89E-15	0.40	<i>SPBT<sup>a</sup></i>
C28	2.50E-15	0.21	
C45	2.95E-15	0.16	
C35	3.47E-15	0.12	
C26	4.10E-15	0.01	
C34	8.46E-15	0.02	
C40	1.97E-15	0.37	<i>SPBT<sup>b</sup></i>
C27	2.40E-15	0.24	
C29	3.44E-15	0.13	
C46	3.25E-15	0.13	
C37	3.95E-15	0.08	
C36	4.12E-15	0.04	

根据式 (5.2) 可知，SPBT 与参与构建卫星的钟差是已知的，卫星间的钟差也是已知的，因此根据 SPBT 与构建卫星的钟差，卫星间的钟差可以计算  $SPBT^a - SPBT^b$ ，从而计算两个天基时间尺度间的钟差预报能力和频率稳定度。

根据标准正态分布公式，可以假设两个性能相同且相互独立的时间尺度的钟差的性能为它们各自时间尺度性能的 $1/\sqrt{2}$ 。同时它们两个时间尺度构成的新的时间尺度的性能，是它们两者的本身性能的 $1/\sqrt{2}$ 。基于上述推论， $SPBT^a - SPBT^b$  的 Hadamard 偏差如下图所示，其中，蓝线表示的为两个性能基本一致且相互独立的天基时间基准的钟差频率稳定度，红线表示根据上述推算的 6 颗卫星构成的 SPBT（SPBTa 或 SPBTb）的频率稳定度。黄线表示根据上述结论推算的 12 颗卫星构成的 SPBT（SPBTc）稳定度。

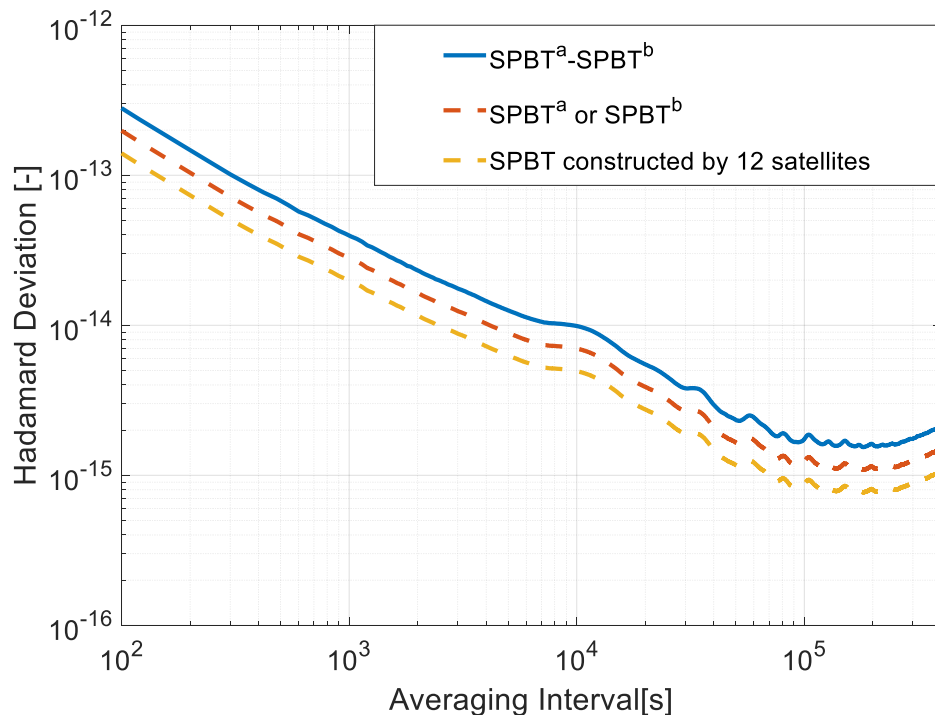


图 5-2 天基时间基准的频率稳定度

Figure 5-2 The frequency stability of SPBT

下表给出了 SPBT 的天稳和 2 小时预测误差以及 24 小时时间尺度差的预测误差。结果显示，SPBT 的 2 小时预测误差为 2cm (0.06ns)，1 天预测误差为 7cm (0.21ns)，并且在 10000s 和 1 天间隔下，SPBT 频率稳定性分别为  $6.99E-15$  和  $1.22E-15$ 。该水平与 GPST 和 GST 的水平基本相同<sup>[88,89]</sup>。

表 5-2 BDS-3 卫星构建的天基时间基准性能

Table 5-2 The performance of the SPBT constructed by BDS-3 atomic clock onboard

	2-h 预报误差 RMS/95% (m)	24-h 预报误差 RMS/95% (m)	100s 稳	1000s 稳	10000s 稳	天稳
$SPBT^a - SPBT^b$	0.023/0.047	0.047/0.096	$2.35E-13$	$3.90E-14$	$9.88E-15$	$1.73E-15$
$SPBT^a .or. SPBT^b$	0.016/0.033	0.033/0.068	$1.66E-13$	$2.76E-14$	$6.99E-15$	$1.22E-15$



$SPBT^c$	0.012/0.024	0.023/0.048	1.18E-13	1.95E-14	4.94E-15	8.64E-16
----------	-------------	-------------	----------	----------	----------	----------

需要注意的，上表的结果为仅为 6 颗较好性能的卫星构成的天基时间基准，如果在构建 SPBT 时使用更多或性能更好的卫星，则 SPBT 的性能理论上将优于表中的结果。根据上述假设，可以推导如果使用上述 12 颗卫星来生成 SPBT<sup>c</sup>，则 SPBT<sup>c</sup> 在 10000 秒和 1 天间隔的频率稳定性预计分别为 4.94E-15 和 8.64E-16。2 小时预报误差和 24 小时预报误差 RMS 可以达到 1.2cm (0.036ns) 和 2.4cm (0.072ns)。这一结果将优于 GNSS 时间。

进一步地，在 7 颗卫星构成的天基时间中，如果少了一颗卫星，则 6 颗卫星构成的天基时间基准与 7 颗卫星构成的天基时间基准的互差如下图所示。从图中可以看出，缺失一颗卫星对天基时间基准的 60 天 RMS 可小于 8cm (0.24ns)。这一结果表明，即使某颗卫星出现异常，也不会对天基时间基准造成显著影响。

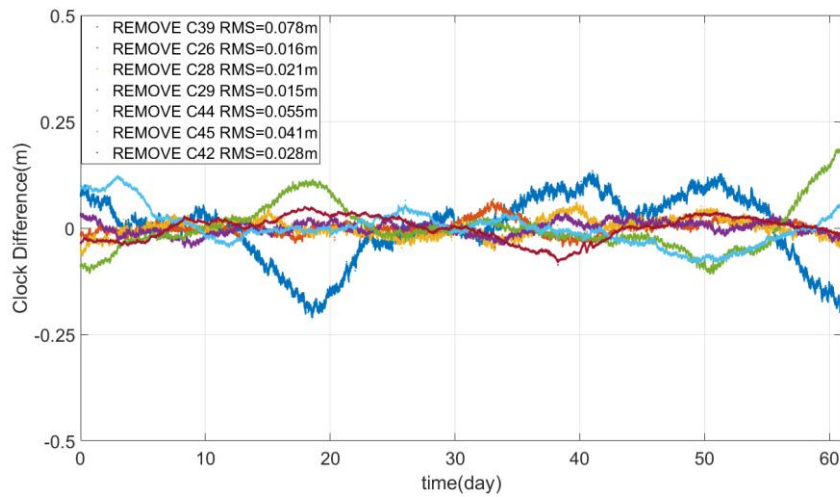


图 5-3 移除某颗卫星后对天基时间基准拟合残差的影响

Figure 5-3 The influence on the construction of SPBT when specific satellite is removed

### 5.3. 天基时间基准下的原子钟性能评估

高稳定度天基时间基准的一个作用就是可用于评估其他原子钟信息。在评估原子钟性能时，往往需要一个比待评估原子钟稳定度更高，预报能力更强的时间基准。然而，星间钟差反映的是两颗卫星的相对钟差，其噪声为两颗钟噪声的叠加，故在评估某卫星的星载原子钟性能时，可构建一个稳定度更高的时间系统来削弱参考钟噪声对原子钟评估的影响。文章根据选取了稳定度最高的 7 颗 (C26、C28、C29、C39、C43、C44、C46) 卫星的星载原子钟构建了新的 SPBT。相较于表 5-1 构建的 SPBT，新的 SPBT 构建采用的钟组数量更多，性能更好。因此上述钟组构建的 SPBT 性能会优于 SPBT<sup>b</sup>。

需要指出的是，天基时间基准依靠星间链路的比相结果实现，其短期稳定度 (<1000s) 主要由观测的相位白噪声决定。因此，以下的评估结果在 1000s 以上



时间尺度时，才有较高的可信度。

### 5.3.1. 星载原子钟频率稳定度

需要指出的是，天基时间基准的钟信号包含了构建原子钟的钟信号，因此如果要客观评价星载原子钟性能，其时间尺度不应包含星载原子钟信息。出于上述考虑，如图 5-3 所示，在评估上述 7 颗卫星的原子时，需在天基时间基准中分别扣除相应卫星的钟差信息。

#### (1) 频率稳定度

去除二次多项式趋势后的钟差长期拟合残差序列可在时域上反映原子钟的频率稳定性。以天基时间为基准，BDS-3 卫星 60 天二次多项式拟合残差如下图所示：

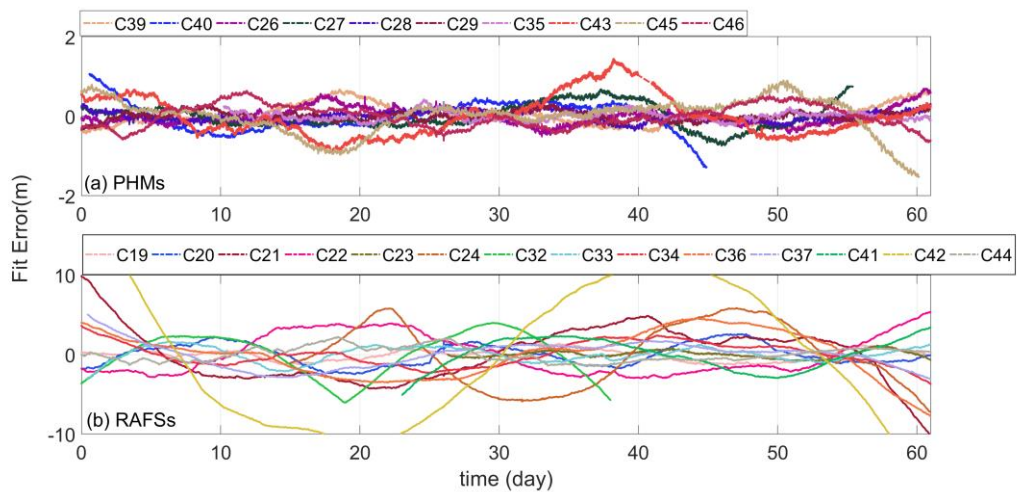


图 5-4 天基时间基准下星载原子钟 60 天拟合残差：(a) 氢钟拟合残差和 (b) 铷钟拟合残差

Figure 5-4 The fitting residual of the satellites clock offsets with respect to the incoherent SPBT

其中，BDS-3 PHMs 的 60 天拟合残差平均 RMS 为 0.27m (0.81ns)，最好的 PHMs 为 0.11m (0.33ns)。对应地，BDS-3 星载铷钟 STD 为 2.39m (7.17ns)，最好的 RAFS 为 0.46m (1.38ns)。

频率稳定度是反映原子钟性能的重要指标。下图描绘了 BDS-3 星载原子钟的频率稳定度。

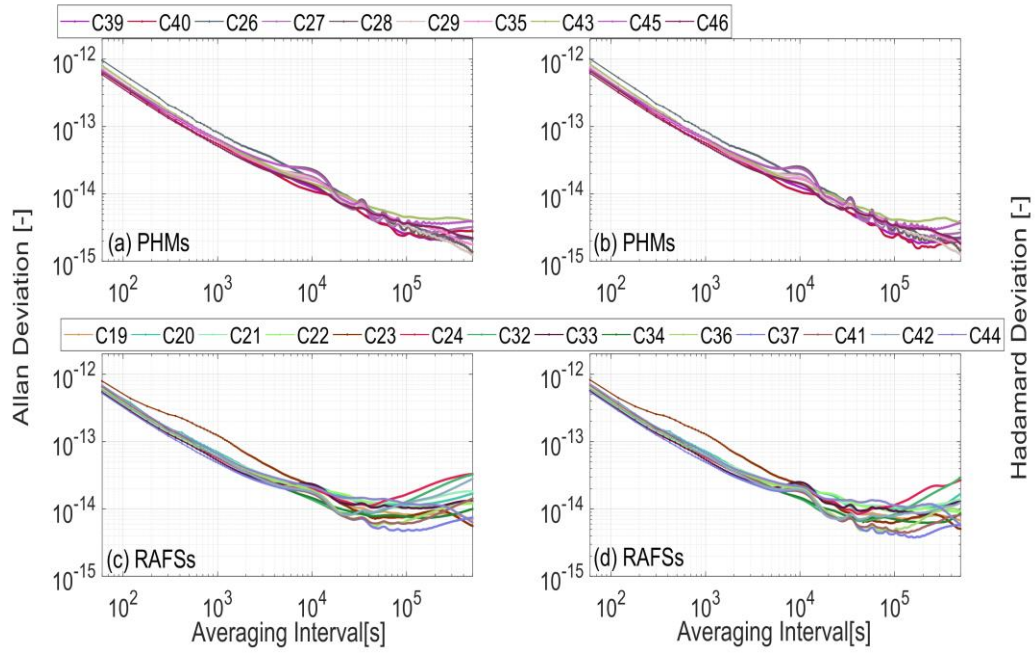


图 5-5 BDS-3 原子钟频率稳定度（上图为氢原子钟，下图为铯原子钟）

Figure 5-5 The frequency stability of the BDS-3 atomic clock offsets with respect to the incoherent SPBT

对应地，BDS-3 PHM 的统计结果如下表所示：

表 5-3 BDS-3 星载氢钟原子钟频率稳定度

Table 5-3 The Statistical results of the frequency stability of the BDS-3 PHMs with respect to the incoherent SPBT

PRN	60 s	10000 s	86400 s
C39	6.61E-13	1.24E-14	2.66E-15
C40	6.32E-13	1.08E-14	2.31E-15
C26	9.67E-13	1.72E-14	3.71E-15
C27	7.64E-13	1.81E-14	2.97E-15
C28	6.54E-13	2.31E-14	3.32E-15
C29	7.71E-13	1.68E-14	3.61E-15
C35	7.11E-13	1.60E-14	3.67E-15
C43	8.10E-13	1.43E-14	4.28E-15
C45	6.81E-13	2.19E-14	3.43E-15
C46	5.91E-13	1.35E-14	3.65E-15
Maximum	9.67E-13	2.31E-14	4.28E-15
Minimum	5.91E-13	1.08E-14	2.31E-15
Mean	7.24E-13	1.64E-14	3.36E-15

对应地，BDS-3 RAFS 的统计结果如下表所示：

表 5-4 BDS-3 星载氢钟原子钟频率稳定度

Table 5-4 The Statistical results of the frequency stability of the BDS-3 RAFSs with respect to the incoherent SPBT

PRN	60 s	10000 s	86400 s
C19	5.57E-13	2.04E-14	7.77E-15
C20	6.51E-13	2.24E-14	1.02E-14
C21	5.52E-13	1.98E-14	1.08E-14
C22	5.83E-13	1.98E-14	9.43E-15
C23	7.95E-13	2.22E-14	6.24E-15
C24	5.47E-13	1.98E-14	1.08E-14
C32	5.93E-13	1.37E-14	7.85E-15
C33	5.43E-13	2.34E-14	9.72E-15
C34	6.55E-13	1.46E-14	7.38E-15
C36	6.28E-13	1.89E-14	4.74E-15
C37	5.22E-13	1.72E-14	4.33E-15
C41	6.53E-13	1.69E-14	4.95E-15
C42	5.89E-13	1.78E-14	7.72E-15
C44	6.91E-13	2.14E-14	1.20E-14
Maximum	7.95E-13	2.34E-14	1.20E-14
Minimum	5.22E-13	1.37E-14	4.33E-15
Mean	6.11E-13	1.92E-14	8.14E-15

BDS-3 星载 PHM 的 10000s 和天稳定度分别为  $1.6\text{E-}14$  和  $3.4\text{E-}15$ 。星载 RAFS 的 10000s 和天稳定度分别为  $1.92\text{E-}14$  和  $8.14\text{E-}15$ 。这些结果与原子钟地面测试性能基本相当，明显优于 ODTS 获得的计算值。

需要指出的是，天基时间基准下的钟差是双向钟差，理论上不含轨道误差。但是我们可以看到，图 5-5 中，无论是铷钟还是氢钟，都在  $1/4$  个轨道周期处发生突起。根据 Allan 偏差计算原理可知，该现象表明星间钟差中存在  $1/2$  个轨道周期，这与双向时间比对原理是矛盾的。考虑到 IGSO 和 MEO 的突起处不同，说明该周期与轨道类型有关。该结果表明目前的时间同步中有一个未考虑的误差。该误差进一步地分析可参考本文的第 6 章。

### 5.3.2. 星载原子钟频率预报能力

正常情况下，北斗卫星的钟差参数钟差预报时长为 2 小时，其通过 2 小时历史钟差数据进行拟合得到。同时，为了避免一些异常情况，北斗卫星会播发预报 24 小时的钟差参数，其通过历史 24 小时历史钟差参数进行拟合得到。因此本节重点考察天基时间基准下的星载原子钟预报能力。

#### (2) 2 小时预报误差

2 小时钟差预测误差可直接反应 BDS-3 的钟差参数误差。试验结果表明，无

论是 PHM 还是 RAFS 线性拟合模型的预报误差低于二次多项式模型的预报误差。天基时间基准下，BDS-3 星载氢钟的 2 小时预报误差下表所示。

表 5-5 天基时间基准下 BDS-3 星载氢原子钟 2 小时预报误差

Table 5-3 The 2-hour prediction errors of the BDS-3 PHMs with respect to the incoherent SPBT

PRN	拟合阶数	RMS (m)	95% 误差(m)
C39	1	0.04	0.07
C40	1	0.03	0.05
C26	1	0.06	0.11
C27	1	0.04	0.09
C28	1	0.06	0.11
C29	1	0.04	0.09
C35	1	0.04	0.07
C43	1	0.04	0.08
C45	1	0.05	0.11
C46	1	0.04	0.07
MEAN		0.04	0.09

BDS-3 氢钟的 2 小时预测误差的平均 RMS 值为 0.04 m (0.12ns)，PHM 时钟最好的卫星为 C40，误差仅为 0.03 m (0.09ns)。下图显示了 4 月 1 日至 4 月 3 日 C40 的预测误差。

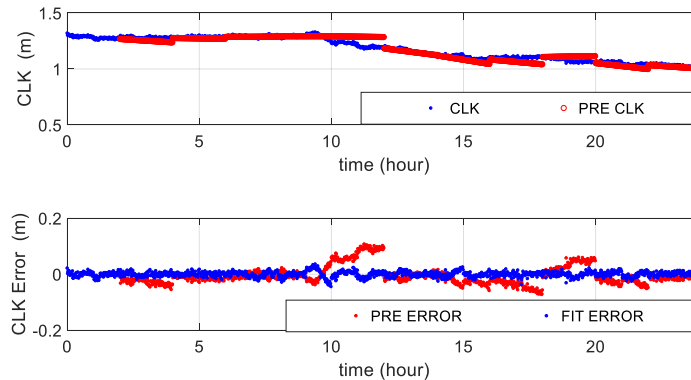


图 5-6 C40（氢钟）2 小时预报误差

Figure 5-6 The 2-hour prediction errors of BDS-3 C40 (PHM) with respect to the incoherent SPBT

类似地，如下表所示，铷钟的 2 小时预报误差的平均 RMS 值为 0.05 m (0.15ns)。

表 5-6 天基时间基准下铷原子钟 2 小时预报误差

Table 5-6 The 2-hour prediction errors of the BDS-3 RAFSs with respect to the

incoherent SPBT

PRN	Fitting degree	RMS (m)	95% error (m)
C19	1	0.05	0.11
C20	1	0.06	0.11
C21	1	0.05	0.11
C22	1	0.05	0.10
C23	1	0.06	0.12
C24	1	0.05	0.09
C32	1	0.04	0.09
C33	1	0.05	0.10
C34	1	0.04	0.08
C36	1	0.05	0.10
C37	1	0.04	0.09
C41	1	0.04	0.09
C42	1	0.04	0.09
C44	1	0.06	0.11
MEAN		0.05	0.10

其中，最好的铷钟为 C32，下图显示了 4 月 1 日至 4 月 3 日 C32 的 2 小时拟合残差和预报误差示意图。

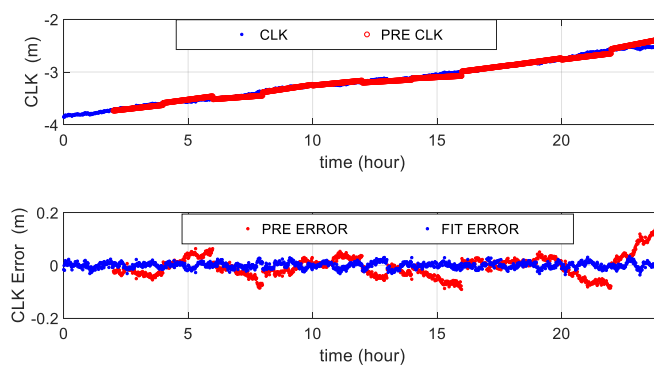


图 5-7 C32（铷钟）2 小时预报误差

Figure 5-7 The 2-hour prediction errors of BDS-3 C32 (RAFS) with respect to the incoherent SPBT

### (3) 24 小时预报误差

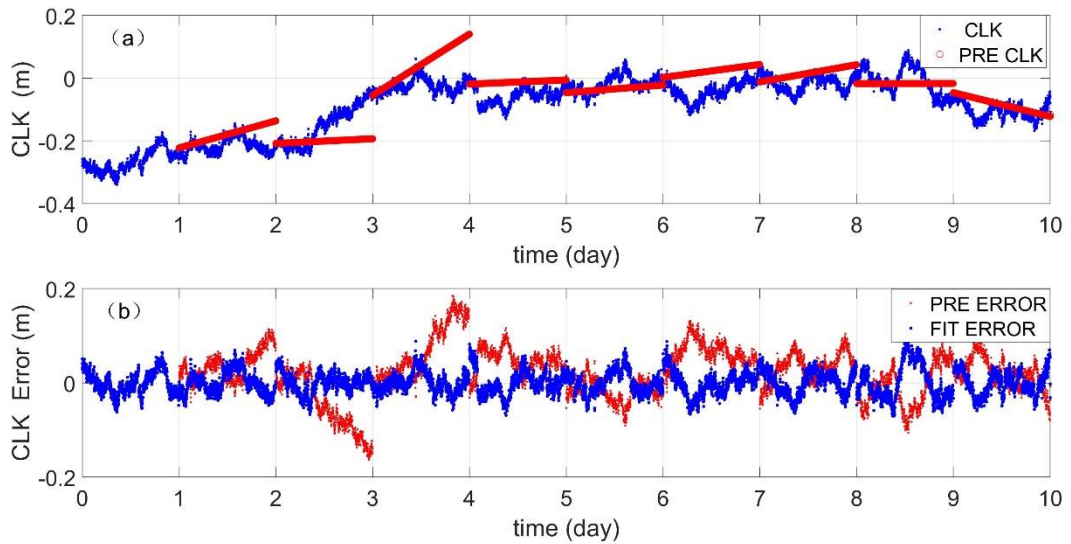
BDS-3 氢钟的 24 小时预报误差如下表所示：

表 5-7 天基时间基准下 BDS-3 星载氢原子钟 24 小时预报能力

**Table 5-7 The 24-hour prediction ability of the BDS-3 PHMs with respect to the incoherent SPBT**

PRN	拟合阶数	RMS (m)	95% 误差(m)
39	1	0.10	0.21
40	1	0.06	0.12
26	1	0.12	0.25
27	1	0.10	0.20
28	1	0.10	0.21
29	1	0.10	0.19
35	1	0.10	0.20
43	1	0.12	0.24
45	1	0.14	0.30
46	1	0.23	0.45
均值		0.12	0.24

其中，PHM的24小时预测误差的平均RMS为0.12 m，最好的卫星为C40，其预报误差示意图如下图所示：



**图 5-8 C40（氢原子钟）24 小时拟合残差和预报误差**

**Figure 5-8 The 24-hour prediction errors of BDS-3 C40 (PHM) with respect to the incoherent SPBT**

不同于星载氢原子钟，BDS-3 铷原子钟使用二次函数的模型进行拟合和预测。60 天预测误差的统计结果如下表所示。

**表 5-8 天基时间基准下 BDS-3 星载铷原子钟 24 小时预报能力**

Table 5-8 The 24-hour prediction ability of the BDS-3 RAFSs with respect to the incoherent SPBT

PRN	拟合阶数	RMS (m)	95% 误差(m)
19	2	0.33	0.74
20	2	0.41	0.91
21	2	0.55	1.28
22	2	0.52	1.15
23	2	0.25	0.56
24	2	0.44	1.00
32	2	0.32	0.58
33	2	0.41	0.85
34	2	0.35	0.68
36	2	0.23	0.51
37	2	0.23	0.49
41	2	0.31	0.64
42	2	0.28	0.62
44	2	0.62	1.53
平均值		0.37	0.82

BDS-3 铷原子钟的 24 小时预测误差为 0.37 m，显著高于星载氢原子钟；此外，C36 性能最好，误差为 0.23m。与上图类似，下图显示了 4 月 1 日至 4 月 10 日 C36 的预测误差。

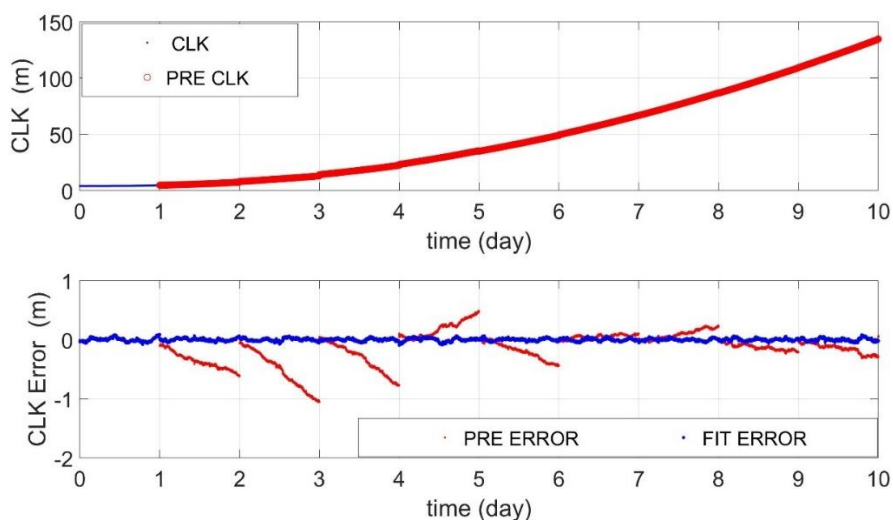


图 5-9 C36（铷原子钟）24 小时拟合残差和预报误差

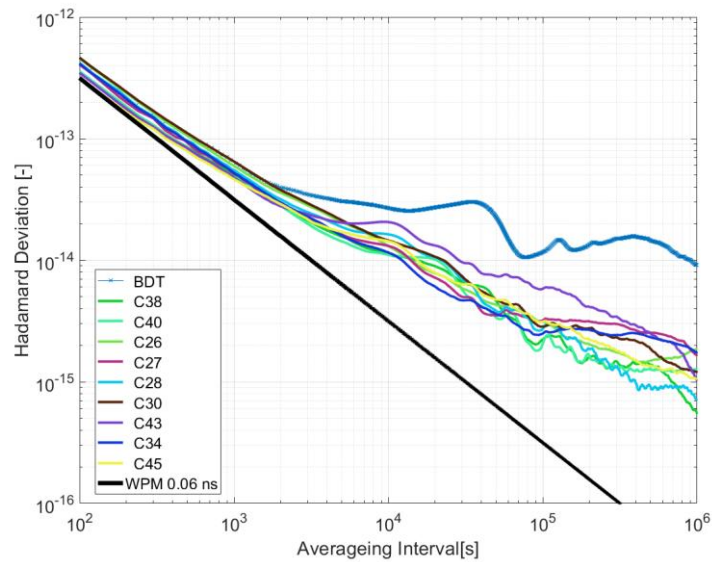
**Figure 5-9 The 24-hour prediction errors of BDS-3 C36 (RAFS) with respect to the incoherent SPBT**

### 5.3.3. 地基时间基准性能

基于天基时间基准，与高精度星间时间同步，所有卫星相对于天基时间基准地钟差是已知的。同时，通过第四章的内容，我们可以得到高精度的卫星相对于 BDT 的钟差。因此，天基时间基准与地基时间基准的时差可通过下式计算：

$$SPBT - BDT = clk_A^{BDT} - clk_A^{SPBT} \quad (5.5)$$

根据表 3-1 中内容和表 5-2 中内容可知，地基时间基准的天稳约为  $2.0E-14$ ，SPBT 的天稳可达到  $1.0E-15$  量级，因此，在一天左右的尺度上，通过天基时间基准，可以评估地基时间基准的相关性能。基于 2022 年 11 月 2 日-2023 年 12 月 30 日 59 天的数据，采用 9 台星载氢原子钟间的两两钟差构了的天基时间基准。其对部分 BDS-3 卫星和地基时间基准进行了评估，评估结果如下图所示：



**图 5-10 天基时间基准下的部分星载氢钟稳定度和地基时间基准稳定度**

**Figure 5-10 The frequency stability of some BDS-3 satellite and BDT with respect to the incoherent SPBT**

其中，天基时间基准下，地基时间基准的万秒稳为  $2.68E-14$ ，天稳为  $1.08E-14$ ，明显大于大部分卫星的稳定度，该结论也可从时域分析中得到体现。



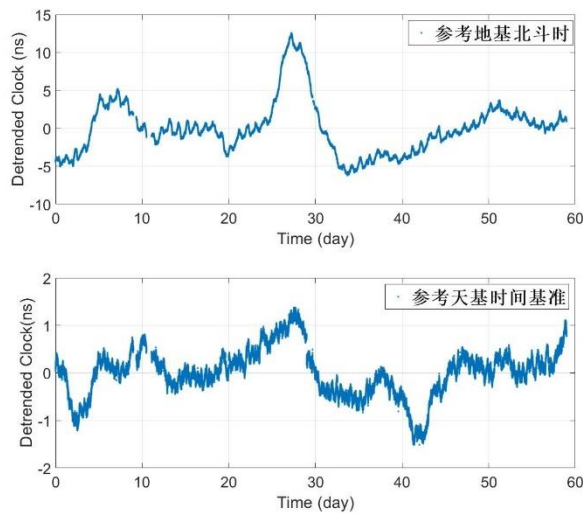


图 5-11 C30 在不同时间基准下的长期拟合残差（上图参考地基时间基准，下图参考 SPBT）

Figure 5-11 The fitting residual of the clock offsets of BDS-3 C30 with respect to the different time reference

如果将与预报时长相同时长的历史数据用于预报，则该方式下的地基时间基准的预报能力如下图所示：

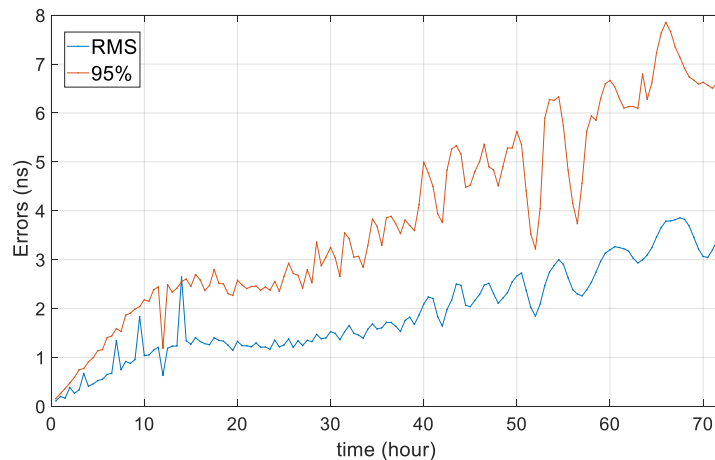


图 5-12 天基时间基准下的地基时间基准的预报能力（预报参数需要的历史数据时长与预报时长相同）

Figure 5-12 The prediction ability of ground time reference with respect to the SPBT

其中，地基时间基准的 2 小时预报误差 RMS 为 0.38ns，95%误差为 0.47ns。24 小时预报误差 RMS 为 1.36ns，95%误差为 2.55ns。上述结果清晰的展示了，地基时间基准的稳定度不如高性能星载原子钟的稳定度。这就解释了第四章中，所有卫星的钟差预报能力性能基本相当的原因。

需要明确的是，地基时间基准的原子钟由铯钟和主动型氢钟构成，其单台氢原子钟的稳定度即可达到  $1.0E-15$  的水平。因此，文中描述的地基时间基准性能

并不能真实反映构成地基时间基准的原子钟能力，而反应的是地基时间基准对外输出 1pps 信号的性能。

#### 5.4. 本章小结

本章在基于高精度星间时间同步的基础上，采用综合原子时算法，构建了天基时间基准。两个互不相干的性能相当的由 6 颗卫星构成的天基时间基准间的钟差稳定度为  $1.73\text{E-}15@1\text{day}$ 。这表明如果采用 12 搭载最高性能原子钟的卫星，构成的时间基准稳定度可突破  $1\text{E-}15$ ，达到  $\text{E-}16$  的量级。该结果明显优于 BDT。

在天基时间基准下，卫星可依托星间链路，自主生成卫星钟差参数。且在天基时间基准下，高性能 BDS-3 原子钟的性能可得到充分的发挥。统计结果显示：BDS-3 铷钟的性能可达到  $4.5\text{E-}15@1\text{day}$ ，被动氢原子钟的性能可达到  $2\text{E-}15@1\text{day}$ 。得益于此，卫星钟差的预报误差也显著降低。天基时间基准下，铷钟的 2 小时平均预报误差可达到  $0.05\text{m}$  ( $0.15\text{ns}$ )，最好的铷钟可达到  $0.04\text{m}$  ( $0.12\text{ns}$ )。氢钟的 2 小时平均预报误差可达到  $0.04\text{m}$  ( $0.12\text{ns}$ )，最好的氢钟可达到  $0.03\text{m}$  ( $0.10\text{ns}$ )。上述结果表明，在天基时间基准下，BDS-3 星载原子钟的预报能力将得到显著提升。

## 第6章 高精度星间时间同步中的相对论效应

在第五章对行在原子钟频率稳定度分析中,我们发现所有卫星的钟差在  $T/2$  个轨道周期处存在明显的突起,该突起可定位于卫星的钟差中存在  $T/2$  个轨道周期项。有趣的是,就在作者苦思该周期的原因时,研究 Galileo 卫星时钟信号的国外学者揭示 Galileo 钟信号存在  $1/2$  个轨道周期的原因——地球 J2 项相对论效应<sup>[92]</sup>。

理论上,根据 3.3.4 节原子钟差模型与预报方法可知,参考足够稳定的时间基准并通过精确的测量,高性能原子钟的信号可以通过线性或二次模型有效地描述和预报。然而,很容易忽视的是,受相对论效应的影响,原子钟的视钟差和视频率在不同的参考坐标系中并不一致<sup>[93,94]</sup>。因此,在高精度时间同步时,必须考虑相对论的影响<sup>[93-95]</sup>。

如下图所示,对于 GNSS 而言,只要 GNSS 用户和系统的时空参考系是一致的,则他们看到的卫星相对论视信号就是相同的。因此,只要保证计算的钟差与 GNSS 用户使用的钟差一致,相对论对原子钟的视影响就不需要考虑<sup>[96]</sup>。然而,在不考虑相对论效应的情况下,原子钟的视钟差将存在大约 10ns 至 100ns 的波动,该波动很难用基于 3.3.4 节提出的多项式模型进行建模和预报(图中蓝线)。因此,GPS 在 1980 年后的 ICD 文件中,GPS 将 GNSS 协议相对论修正模型用于 GPS 卫星的钟信号修正,以此在原子钟分析中更好的剥离相对论视效应,并减少相对论效应引起的预报误差。这种做法随后也被 Galileo 和 BDS 所采纳。然而,如下图所示,GNSS 常规相对论修正模型是基本的,但仅是精确解的近似。修正后的钟差并不能反应原子钟真正的信号,而是在近似原时下的信号(图中黄线所示)。尽管在大多数情况下,该效应可以满足小时级预报下亚米级精度服务的需求。但是对于更高精度或者更长时间的预报,相对论效应的影响不能被忽视。

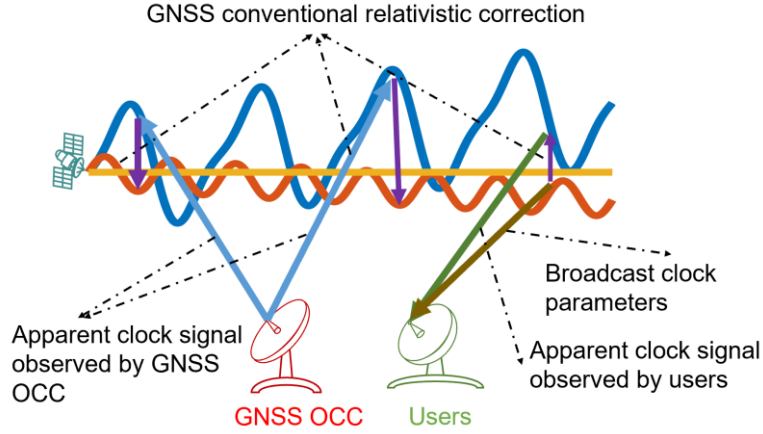


图 6-1 GNSS 相对论修正模型下的钟信号

Figure 6-1 The clock signal after corrected by GNSS conventional relativistic correction

如第四章和第五章所示，随着时间同步方法和星载原子钟的不断发展与更新，BDS-3 具备了厘米级钟差参数的生成能力。与此同时，国外学者在 Galileo 大偏心率轨道卫星的时钟信号里以及探测并验证了更精细的相对论信号<sup>[97-99]</sup>。在这一背景下，传统的 GNSS 协议相对论修正模型的误差不再可以被忽视。因此，本研究从相对论对卫星时钟视效应的基本原理出发，研究更高精度的相对论修正方法，并研究这些更精细的相对论效应对 BDS-3 钟差的影响。

本章共分为 4 个部分，本章第一部分从相对论对时钟的影响原理出发，推导不同参考系下的相对论修正模型，并分析更高精度相对论效应的基本特质。本章第二部分以 BDS-3 卫星的实测轨道为输入，模拟更高精度相对论效应对 BDS-3 卫星的绝对影响，并用实测星地钟差验证一些异常情况下的相对论效应。本章第三部分以高精度星间钟差为输入，研究高精度相对论效应对 BDS-3 卫星高精度星间钟差的影响。本章第四节为本章的总结。

## 6.1. 不同参考系下的相对论效应

### 6.1.1. 数值修正模型

根据国际地球自转和参考系统服务（IERS 2010），在地心天体参考系下（GCRS），地球附近的原时  $\tau_A$  和地心坐标的参考系时间  $t$ （TCG）的转换可以写成<sup>[68]</sup>：

$$\frac{d\tau_A}{dt} = 1 - \frac{1}{c^2} \left[ v_A^2 / 2 + U_E(\vec{x}_A) + \sum_{j=1}^q V_j(\vec{x}_A, \vec{x}_E) \right] \quad (6.1)$$

其中， $c$  是光速， $\vec{x}_E$  是地心矢量， $\vec{x}_A$  和  $\vec{v}_A$  为卫星在 GCRS 下的位置和速度， $U_E$  为地球引力势。对于地球引力势  $U_E$ ， $V_j$  是其他太阳系天体的引力

势。 $U_E$ 在 $\vec{x}_A$  ( $r_A, \lambda_A, \phi_A$ ) 处的引力势可用式(3.112)进行球谐函数展开。展开后, 非球心的部分用  $R$  表示。

定义  $V = \sum_{J=1}^q V_J(\vec{x}_A, \vec{x}_E)$  是所有天体的引力势之和, 可通过下式计算<sup>[68]</sup>:

$$V_J(\vec{x}_A, \vec{x}_E) = V_J(\vec{x}_A) - V_J(\vec{x}_E) - x_A^i \partial_i V_J(\vec{x}_E) \quad (6.2)$$

对于 GNSS 卫星, 只有牛顿引力势的影响需要被考虑<sup>[100]</sup>, 为方便分析, 其第一项  $\frac{GM_J}{r_{JA}}$  同样也可以被进一步用球谐函数展开 ( $M_J$  是天体 J 的总质量,  $r_{JA}$  为天体 J 质心到卫星 A 质心的距离) 到 N 阶, 其展开后的形式

$\sum_{n=0}^N \frac{GM_J}{r_J^{n+1}} r_A^n P_n(\cos(\theta_{JA}))$ 。上式的后两项为太阳系天体对地球的引潮势。此时,

$V_J$  可以被进一步展开为如下形式:

$$V_J = \sum_{n=0}^N \frac{GM_J}{r_J^{n+1}} r_A^n P_n(\cos(\theta_{JA})) - \frac{GM_J}{r_J} - \frac{GM_J}{r_J^2} r_A \cos(\theta_{JA}) \quad (6.3)$$

上式  $r_J$  描述的是地球中心与天体 J 质心之间的距离,  $\theta_{JA}$  为卫星和天体质心 J 之间的角度。其中, 这些大质量的天体多为椭圆运动, 因此  $\theta_{JA}$  不仅包含地球或天体的公转周期, 还周期包含了卫星的轨道周期。这些变量可以通过卫星星历表和太阳系历准确地计算和预测<sup>[101]</sup>。将式 (6.3) 的第一项与第二项相加, 式 (6.3) 简化形式可通过下式描述:

$$V_J = \sum_{n=2}^N \frac{GM_J}{r_J^{n+1}} r_A^n P_n(\cos(\theta_{JA})) \quad (6.4)$$

对于 GNSS 卫星而言, 仅太阳和月球的引力势是需要考虑的<sup>[102,103]</sup>。此时, 式 (6.1) 可以写成:

$$\frac{d\tau_A}{dt} = 1 - \frac{1}{c^2} \left[ \frac{v_A^2}{2} + \frac{GM_E}{r_A} + R + (V_S + V_M) \right] \quad (6.5)$$

其中,  $V_S$  和  $V_M$  是太阳和月球产生的总的潮汐势,  $R$  是地球的非球谐引力势。式 (6.5) 的积分形式可以写成如下形式:

$$\tau_A - \tau_{A0} = t - t_0 + \Delta t_r \quad (6.6)$$

其中  $\Delta t_r$  表示由相对论效应引起的额外钟差, 其二阶展开的形式可用下式表

达:

$$\Delta t_r = -\frac{1}{c^2} \int_{t_0}^t \left[ \frac{v_A^2}{2} + \frac{GM_E}{r_A} + J_2 \frac{GM_E}{r_A^3} a_e^2 \left( \frac{3}{2} \cos^2 \phi_A - \frac{1}{2} \right) + \frac{GM_S}{r_S^3} r_A^2 \left( \frac{3}{2} \cos^2 \theta_{SA} - \frac{1}{2} \right) + \frac{GM_M}{r_M^3} r_A^2 \left( \frac{3}{2} \cos^2 \theta_{MA} - \frac{1}{2} \right) \right] dt \quad (6.7)$$

需要指出, 尽管式 (6.7) 的解析表达式可以通过 3.4.1 中的轨道摄动理论进行展开, 但 (6.7) 的数值表达式可以通过下式直接计算:

$$\Delta t_r = -\frac{1}{c^2} \sum_{i=1}^{(t-t_0)/h} h \left( \frac{v_{A(t_0+(i+0.5)h)}^2}{2} + \frac{GM_E}{r_{A(t_0+(i+0.5)h)}} + R_{(t_0+(i+0.5)h)} + V_{S(t_0+(i+0.5)h)} + V_{M(t_0+(i+0.5)h)} \right) \quad (6.8)$$

这里  $h$  是积分步长, 被经验的设置为 60 秒。对于 MEO 和 IGSO 卫星, 该公式可考虑到相对论修正  $o(1/c)^2$  [68]。

### 6.1.2. 相对论常数修正和 GNSS 协议相对论修正模型

在早期 GPS 对其卫星进行相对论修正时, 考虑到速度项和地心引力势项在式 (6.5) 中起主导作用。因此自然地忽略了式 (6.5) 中后三项的影响。用伪轨道根数替换卫星的坐标和速度后, 式 (6.5) 的主要项可以写成:

$$\frac{d\tau_A}{dt} = 1 - \frac{1}{c^2} \left[ \frac{v_A^2}{2} + \frac{GM_E}{r_A} \right] \quad (6.9)$$

在二体运动下, 卫星的能力守恒, 此时根据活力公式可知:

$$\frac{1}{c^2} \left[ \frac{v_A^2}{2} + \frac{GM_E}{r_A} \right] dt = \frac{1}{c^2} \left[ \frac{1}{2a} \right] dt + \frac{e\sqrt{aGM_E}}{2c^2} \cos E dE \quad (6.10)$$

其中,  $a$  为半长轴,  $e$  为偏心率,  $E$  为偏近点角, 其定义可参考 3.4.1。在无摄运动下, 上式可以被积分成如下形式:

$$\int_{t_0}^t \frac{1}{c^2} \left[ \frac{v_A^2}{2} + \frac{GM_E}{r_A} \right] dt = \frac{1}{c^2} \left[ \frac{1}{2a_0} \right] (t - t_0) + \frac{e\sqrt{a_0 GM_E}}{2c^2} \sin E = \frac{1}{c^2} \left[ \frac{1}{2a_0} \right] (t - t_0) + \frac{2\vec{x}_A \cdot \vec{v}_A}{c^2} \quad (6.11)$$

对于 BDS-3 卫星, 式(6.13)的第一项被称为相对论常数修正。相对论常数修正通常在卫星发射前予以修正。相对于地面用户 (需扣除大地水准面的相对论效应,  $-6.96927E-10$ ), 国内一部分导航卫星的相对论常数修正的大小如下表所示:

表 6-1 不同高度导航卫星的相对论常数修正

Table 6-1 Relativistic constant correction of navigation satellites at different altitudes

星座	卫星	高度(km)	常数频率修正 $dt - d\tau$
----	----	--------	------------------------

BDS-3	BDS-MEO	21529	-4.5854E-10
	BDS-GEO	35786	-5.3915E-10
星网低轨卫星	近极轨卫星	1175	1.8385E-10
	倾斜轨卫星	1150	1.8678E-10

可以看到，对于低卫星，相对论效应导致其卫星上看到的钟比地面上看到的钟走的更快，则其基准频率低于地面。对于 MEO 和 IGSO 轨道高度的卫星，相对论效应导致其卫星上看到的钟比地面上看到的钟走的更慢，则其基准频率高于地面。因此对于低轨卫星，发射前需要将频率调快一点。对于中高轨卫星，需要将频率调慢一些。

式(6.11)的第二项的变化是由于偏心率引起的，因此式(6.11)的第二项在早期被称为相对论偏心率修正<sup>[71]</sup>。对于 GNSS 而言，可能是因为该公式被 GPS 广泛用于修正视时钟信号，因此第二项也被称为 GNSS 协议相对论修正<sup>[96]</sup>。然而，正如前文所说，GNSS 协议相对论修正仅是最基本的修正。由于各种摄动，轨道根数的变化可达到平均轨道元素的  $1.0\text{E-}3$  倍<sup>[104]</sup>。此外，GNSS 协议相对论修正中未考虑太阳和月球效应。尽管很早就有学者提出了精度更高相对论修正模型，但是这些模型是否能被 BDS-3 卫星验证和应用是缺少研究的。如果定义  $\Delta t_c = \frac{2\vec{x}_A \cdot \vec{v}_A}{c^2}$ ，则 GNSS 协议相对论修正误差  $Err'$  可用下式表示：

$$Err' = \Delta t_r - \Delta t_c \quad (6.12)$$

此时， $\frac{3}{2}\cos^2\theta - 1$ ， $\frac{3}{2}\cos^2\theta_{MA} - 1$ ， $\frac{3}{2}\cos^2\theta_{SA} - 1$  这 3 个周期项不仅显函于式 (6.7)。根据第 3.4.3 节的内容可知，这些周期项同样引含于卫星的加速度  $\ddot{\vec{r}}_A$  上。因此，上述高精度相对论修正模型中至少存在三种周期。

- 1) J2 引起的半轨道周期
- 2) 月球引力位引起的半月相周期
- 3) 太阳引力位引起的半年周期

值得一提的是，早期的研究已经得出了 J2 项引起的相对论效应的近似解析解，并在伽利略卫星时钟信号中得到了验证<sup>[98,105]</sup>。

## 6.2. BDS-3 高精度星间时间同步中的相对论效应

### 6.2.1. 高精度相对论框架下的高精度星间钟差模型

星间钟差记录了两个原子钟的钟面计数之差，通过测量获得，可以通过原子钟模型进行描述和预报。在时域上和频域上分析观测与模型的符合情况，是分析时间同步精度和星载原子钟性能的重要途径。

根据 3.3.4 节介绍的原子钟模型，在原时  $\tau$  下，星载原子钟记录的时间满足下式：

$$T_A - T_{A0} = \tau_A - \tau_{A0} + a_{A0} + A_{A1}(\tau_A - \tau_{A0}) + A_{A2}(\tau_A - \tau_{A0})^2 + \varepsilon_{Ax} \quad (6.13)$$

其中， $T_A$  为钟面读数， $a_{A0}$ 、 $a_{A1}$ 、 $a_{A2}$  分别为原子钟 A 的钟偏，钟速、钟漂、 $\varepsilon_{A\phi}$  为各类原子钟噪声在相位上的叠加。将式(6.8)带入式(6.11)，可得到 GCRS 描述下的  $T_A$ ：

$$T_A(t) - T_{A0} = (t - t_0) + a_{A0} + a_{A1}(t - t_0) + a_{A2}(t - t_0)^2 + \varepsilon_{A\phi} + \Delta t_{rA} + a_{A1}\Delta t_{rA} + 2a_{A2}\Delta t_{rA} + a_{A2}\Delta t_{rA}^2 \quad (6.14)$$

考虑到 GNSS 星载原子钟的  $a_{A1}$  一般小于  $1.0\text{E-}10\text{s/s}$ ， $a_{A2}$  一般小于  $1.0\text{E-}20\text{s/s}^2$ ，此时，式(6.14)中的高阶小量可以被忽视，并将常数  $t_0$  和  $T_{A0}$  吸收到  $a_0$  中，则式(6.16)可简化为：

$$T_A(t) - t = a_{A0}(t_0, T_{A0}) + a_{A1}(t - t_0) + a_{A2}(t - t_0)^2 + \varepsilon_{A\phi} + \Delta t_{Ar} \quad (6.15)$$

类似地，对于另外一颗星载原子钟记录地时间  $T_B$ ，有：

$$T_B(t) - t = a_{B0}(t_0, T_{B0}) + a_{B1}(t - t_0) + a_{B2}(t - t_0)^2 + \varepsilon_{B\phi} + \Delta t_{Br} \quad (6.16)$$

星间钟差描述了两颗原子钟记录的计数之差，即  $CLK_{AB} = T_A - T_B$ ，将式(6.15)与式(6.16)相减，得到：

$$CLK_{AB}(t) = a_{AB0}(t_0, T_{A0}, T_{B0}) + a_{AB1}(t - t_0) + a_{AB2}(t - t_0)^2 + \varepsilon_{A\phi} - \varepsilon_{B\phi} + (\Delta t_{rA} - \Delta t_{rB}) \quad (6.17)$$

高精度的  $CLK_{AB}(t)$  可通过第四章的方法获得，受观测误差影响，星间钟差模型如下式所示：

$$CLK_{AB}(t) = a_{AB0}(t_0, T_{A0}, T_{B0}) + a_{AB1}(t - t_0) + a_{AB2}(t - t_0)^2 + \varepsilon_{A\phi} - \varepsilon_{B\phi} + (\Delta t_{rA} - \Delta t_{rB}) + \varepsilon_{obs} + Err_{AB}^{obs} \quad (6.18)$$

该式记为坐标时下的星间钟差，其中， $\varepsilon_{obs}$  为观测噪声， $Err_{AB}^{obs}$  为未知的观测误差。从式(6.20)可知，如果钟差里包含相对论效应引起的波动，则该波动会影响钟差的频率和预报能力。因此 GNSS 默认采用 GNSS 协议相对论改正对观测的钟差进行改正。

这里需要明确的是，本章描述的相对论效应，指代的是参考系（含引力场）对原子钟 1pps 或者 10.23Mhz 信号的影响，该效应不应属于测量中的误差。



### 6.2.2. 拟合残差

图 6-1 和图 6-2 描述了几种典型情况下的不同相对论修正模型下的卫星星间钟差拟合残差。其中，蓝线是采用 GNSS 协议相对论修正后的去趋势星间钟差。红线是去趋势的 GNSS 协议相对论修正模型误差。黄线是高精度相对论修正下的去趋势星间钟差。除非另有说明，以下所述的钟差都是星载氢原子钟之间的钟差。

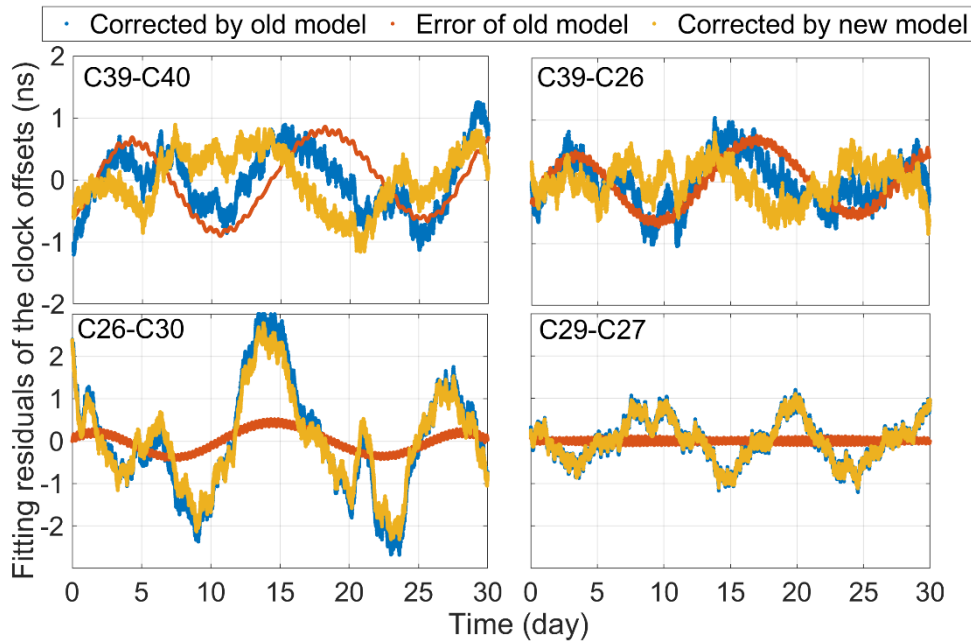


图 6-2 不同相对论修正下的 30 天星间钟差。蓝色和橙色曲线分别是通过 GNSS 协议相对论修正和高精度相对论修正后的去趋势钟差。红色曲线是 GNSS 协议相对论修正误差

Figure 6-2 The 30-days clock signal corrected by different relativistic model

对于 BDS-3 卫星之间的星间钟差，半月相周期的幅度主要由卫星的升交点经度( $\Omega$ )之差决定。上图的左上角子图描述了在不同相对论修正模型下的两颗 IGSO 卫星之间的星间去趋势钟差。经 GNSS 协议相对论修正后，星间钟差的 30 天拟合残差 RMS 为 0.49ns。进一步扣除 GNSS 协议相对论修正误差后，RMS 降低约 10%至 0.44。上图右上方的子图描述了 IGSO 和 MEO 卫星在不同相对论修正下的去趋势钟差。通过 GNSS 协议相对论模型修正，其 30 天拟合残差 RMS 为 0.39ns。进一步扣除 GNSS 协议相对论修正模后。RMS 降低约 28%至 0.28ns。上图的左下方子图描述了不同轨道平面上的两颗 MEO 卫星的星间去趋势钟差（不同  $\Omega$ ）。经更高精度的相对论修正模型修正后，RMS 从 1.31ns 降低至 1.28ns，约 2.3%。上图的右下子图描述了同一轨道平面上的两颗 MEO 卫星之间的星间去趋势钟差。当卫星在同一轨道平面上时，它们具有几乎相同的  $\Omega$ 。此时，它们的半月相周期项可以彼此抵消。因此，半个月周期项对同一轨

道平面上两颗卫星之间的星间钟差几乎没有影响。

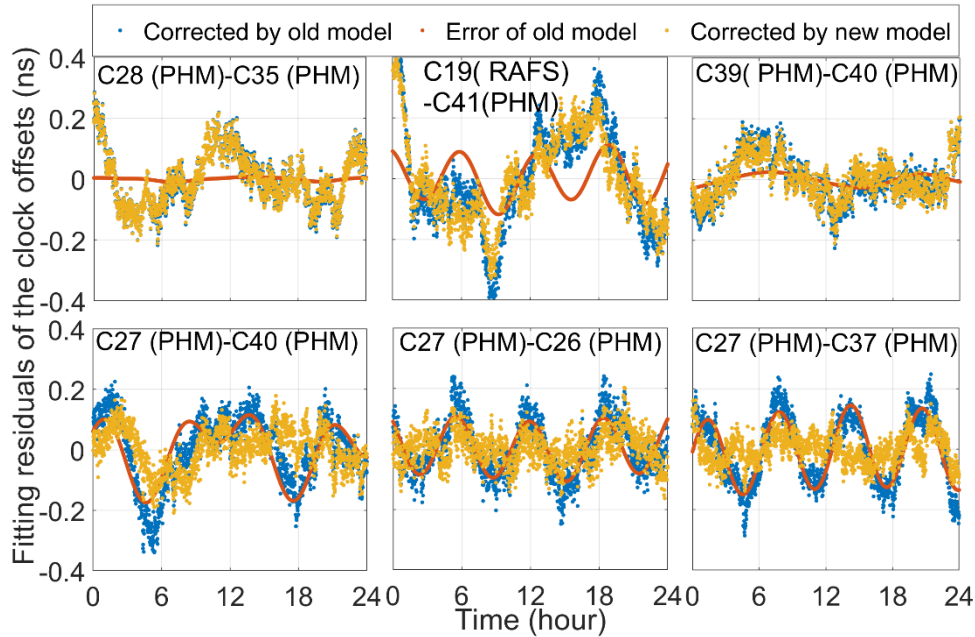


图 6-3 不同相对论修正下的星间去趋势钟差。蓝色和橙色曲线分别是通过 GNSS 协议相对论修正和高精度相对论修正后的去趋势钟差。红色曲线是 GNSS 协议相对论修正误差

Figure 6-3 The 1-day clock signal corrected by different relativistic model

上图绘制了几个典型的不同的 GNSS 相对论修正下的 BDS-3 卫星间钟差 24 小时拟合残差。上图的左上面板描述了具有相同  $2f$ （真近点角）的两颗 MEO 之间的星间钟差拟合残差，当它们的  $f$  相同或者相差  $180^\circ$  时，半轨道周期对它们视时钟的影响基本相同，因此它们的相对论半轨道周期项误差彼此抵消，从而对始钟差影响较小。上图的顶部中间的子图描述了 BDS-3 两颗 RAFS 之间的星间钟差拟合残差。尽管 RAFS 的过程噪声主导了拟合残差，但扣除 GNSS 协议相对论修正误差后，其残差 RMS 可从  $0.19\text{ns}$  至  $0.14\text{ns}$ ，约 16%。上图的右上子图描述了两颗 IGSO 卫星之间的星间钟差拟合残差。但扣除 GNSS 协议相对论修正误差后，其残差 RMS 可从  $0.073\text{ns}$  至  $0.065\text{ns}$ ，约 11%。上图的左下子图描述了 IGSO 和 MEO 卫星之间钟差的拟合残差。在扣除 GNSS 常规相对论校正误差后，残差的 RMS 从  $0.114\text{ns}$  下降到  $0.070\text{ns}$ ，下降了约 39%。上图的底部中间子图描述了不同轨道平面上两颗 MEO 卫星之间的星间钟差拟合残差。在扣除 GNSS 常规相对论校正误差后，残差的 RMS 从  $0.089\text{ns}$  减少至  $0.055\text{ns}$ ，约 48%。上图的右下子图描述了同一轨道平面上两颗 MEO 卫星之间的星间钟差拟合残差。扣除 GNSS 常规相对论校正误差将残差的 RMS 从  $0.117\text{ns}$  降低至  $0.050\text{ns}$ ，约 58%。

上述结果表明，尽管在长期尺度上，原子钟的过程噪声为星间钟差拟合残差的主导项，无法反应 GNSS 协议相对论的误差改进效果。然而，在天内尺度上，GNSS 协议相对论误差改正效果可达到 60%。说明 GNSS 协议相对论误差半轨道

周期误差主导了 BDS-3 卫星间的星间钟差天内拟合残差的波动。因此，如果未来想要充分挖掘和发挥高性能星载原子钟的潜力，或者进一步研究提升时间同步精度的方法，则必须在更高精度的相对论参考系下研究。

### 6.2.3. 频率稳定度

不同于时域上的拟合残差，频率稳定度分析可从频域上更直观的体现采用高精度相对论改正模型带来的优势，下图给出了具有代表性的不同相对论参考系下的北斗卫星星间钟差重叠 Hadamard 偏差，其中红线为 GNSS 协议相对论参考系下的星间钟差频率稳定度，蓝线为更高精度相对论参考系下的星间钟差频率稳定度：

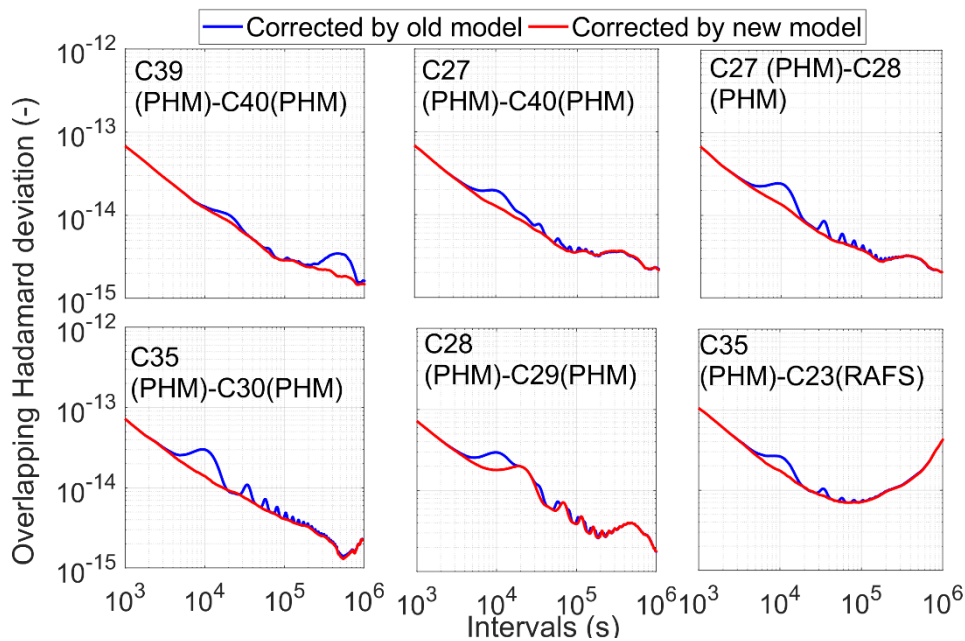


图 6-4 不同相对论修正下卫星间钟差的频率稳定性。蓝色和红色曲线分别是通过 GNSS 常规相对论校正和高精度相对论校正校正的钟差

Figure 6-4 The frequency stability of some inter-satellite clock offsets corrected by different relativistic model

上图的左上子图描绘了两颗 IGSO 卫星（C39-C40）之间卫星间的星间钟差频率稳定度。在 GNSS 协议相对论修正模型下，其 Hadmard 偏差在间隔约  $4/N$ （轨道周期）和 7 天处有两个明显的“凸起”。然而，在采用高精度相对论修正模型后，这些“凸起”消失了。上图的中上子图描绘了 MEO 和 IGSO 卫星（C39-C27）之间的星间钟差频率稳定度。类似地，经 GNSS 协议相对论修正后，星间钟差在 6000 秒至 100000 秒的间隔内观察到连续的“凸起”；同样，采用高精度相对论修正模型后，“凸起”消失。上图的右上角和左下角子图分别描述了位于同一轨道平面和不同轨道平面上的两颗 MEO 卫星之间的星间钟差频率稳定度，它们同样在  $4/N$  轨道周期处存在明显的“凸起”。在采用高精度相对论修正模型后，

“凸起”消失，Hadamard 偏差变得更平滑，更符合原子钟噪声。与上图的其他子图不同，C28-C29 在采用高精度相对论修正模型后，虽然“凸起”在蓝色的突起明显降低，但一些较小的“凸起”仍然存在。这些较小的“凸点”（其周期约为 1 个轨道周期）的原因尚不清楚，但这些原因的机理只有在高精度相对论框架下才能被进一步研究。上图的右下子图描述的是 BDS-3 RAFS 和 PHM 之间的星间钟差的频率稳定度。采用高精度相对论修正模型后，Hadamard 偏差在几千秒到 100000 秒的间隔内大大降低。该现象表明，采用高精度相对论修正模型不仅对 BDS-3 氢原子之间的钟差可以产生显著影响，也可对 RAFS 之间的钟差产生较为显著的影响。

#### 6.2.4. 预报误差

下图给出了不同相对论修正下卫星间的星间钟差 2h 预测误差统计结果，其中蓝色是 GNSS 协议相对修正下的 RMS 2h 预测误差，橙色是 GNSS 协议相对修正下的 95% 预测误差，红色是高精度相对论修正模型下的 RMS 2h 预测误差，紫色是高精度相对论修正模式下的 95% 误差。下图的第一个子图显示了 BDS-3 RAFS 之间的预报误差。在 GNSS 协议相对论模型修正下，卫星间钟差的平均 RMS 预测误差约为 0.199ns，平均 95% 误差为 0.403ns。在高精度相对论修正模型下，平均 RMS 和平均 95% 2h 预测误差可分别减少至 0.169ns 和 0.334ns，约 15.1% 和 17.1%。下图的第二个子图显示 BDS-3 PHM 之间的预测误差。在 GNSS 常规相对论修正模型下，星间钟差的平均 RMS 预报误差约为 0.183ns，平均 95% 误差为 0.365ns。在高精度相对论修正模型下，预测误差可分别减少 0.156ns 和 0.301ns，约 14.6% 和 17.5%。上述结果表明，如果采用本节提出的高精度相对论性校正模型来代替 GNSS 常规相对论性修正模型，则可以有效地提高 BDS-3 卫星钟差的预报精度，这将有助于 SISRE 的进一步降低。

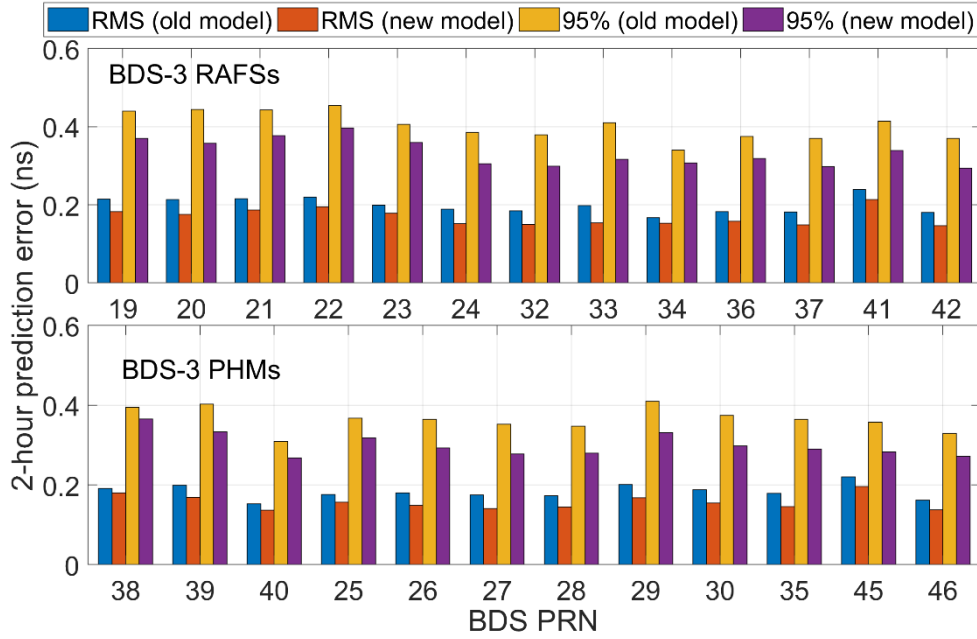


图 6-5 在不同的相对论修正下，星间钟差两小时预测误差。蓝色和橙色线条是采用 GNSS 协议相对论修正模型的结果。红色和紫色线条是采用高精度相对论修正模型的结果

Figure 6-5 The Statistical results of 2-hour prediction errors of the BDS-3 intersatellite clock offsets corrected by different relativistic model

### 6.3. 高精度相对论效应基本特征

上节通过 BDS-3 高精度星间钟差直观地感受了星间钟差中的相对论半轨道周期，半月项周期对钟差的影响。受限于当下原子钟水平，长时间的相对论效应被原子钟噪声所掩盖。因此，本节基于式 (6.8) 和一年的卫星广播星历，分析相对论 3 种相对论信号的基本特征。

#### 6.3.1. 拟合残差

与 6.2.2 的方法类似，上述三种相对论效应的周期信号可以通过对误差序列的拟合残差进行提取。如下图所示。对于 BDS-3 MEO (C26) 而言。其半年周期项、半月周期项、半轨道周期项的振幅分别为 1.40、0.30 和 0.07ns。

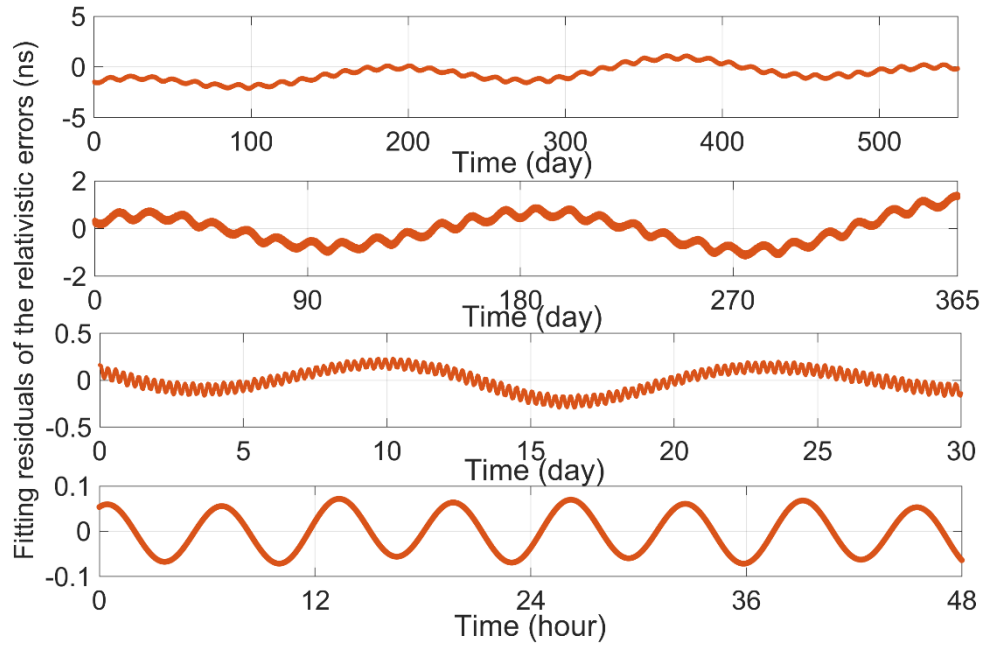


图 6-6 BDS-3 MEO 卫星（C26）中的相对论周期信号。这些信号是通过在不同时间尺度上对 GNSS 协议相对论误差进行拟合获得

Figure 6-6 The subtle relativistic signal for BDS-3 MEO (C26)

对于 BDS-3 IGSO (C38) 卫星, 在 160 天后, IGSO 的 GNSS 协议相对论累计误差可达到 340 ns。其频率漂移约为  $2.0\text{E-}21 \text{ s/s}^2$ 。我们在后续可以看到, IGSO 频率漂移的原因被很可能由地球 24 小时轨道引起的轨道共振 (Liu 1977a, b)。这意味着线性多项式不适合描述和预测 GNSS 常规相对论修正下的长期 IGSO 钟差。扣除长期误差后, 相对论半月项信号的幅度可以达到 0.40n, 半轨道周期项的振幅可以达到 0.08 ns。



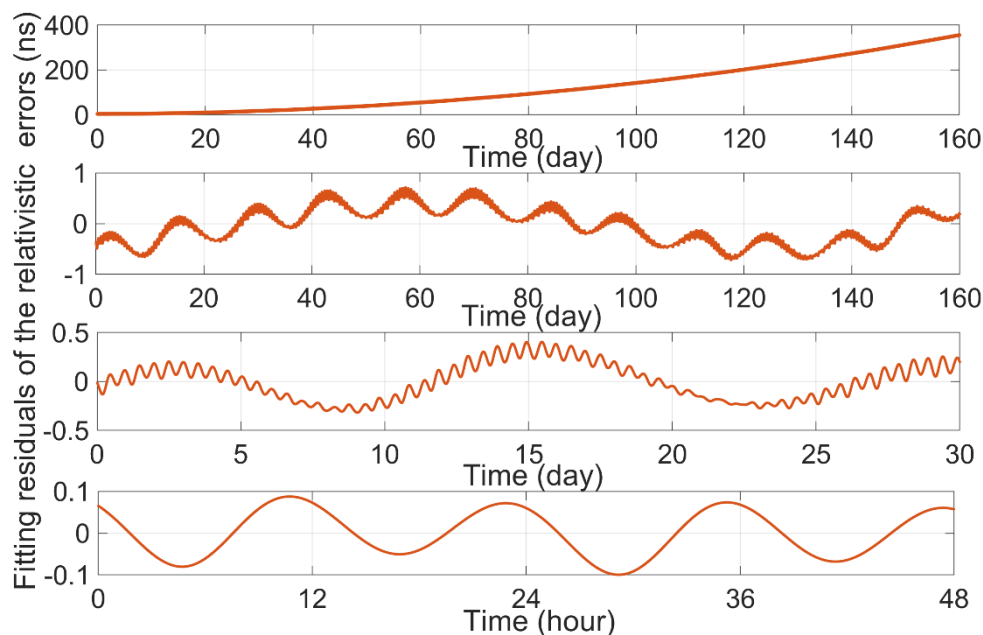


图 6-7 BDS-3 IGSO 卫星 (C38) 中的相对论长期漂移项和周期信号

Figure 6-7 The subtle relativistic signal and drift for BDS-3 IGSO (C26)

### 6.3.2. 频率稳定度

同样地，基于 180 天的 BDS-3 实测轨道结果，下图分析了 3 种周期信号作用于 BDS-3 理想原子钟 (0.01ns 白噪声) 上的频率稳定度。

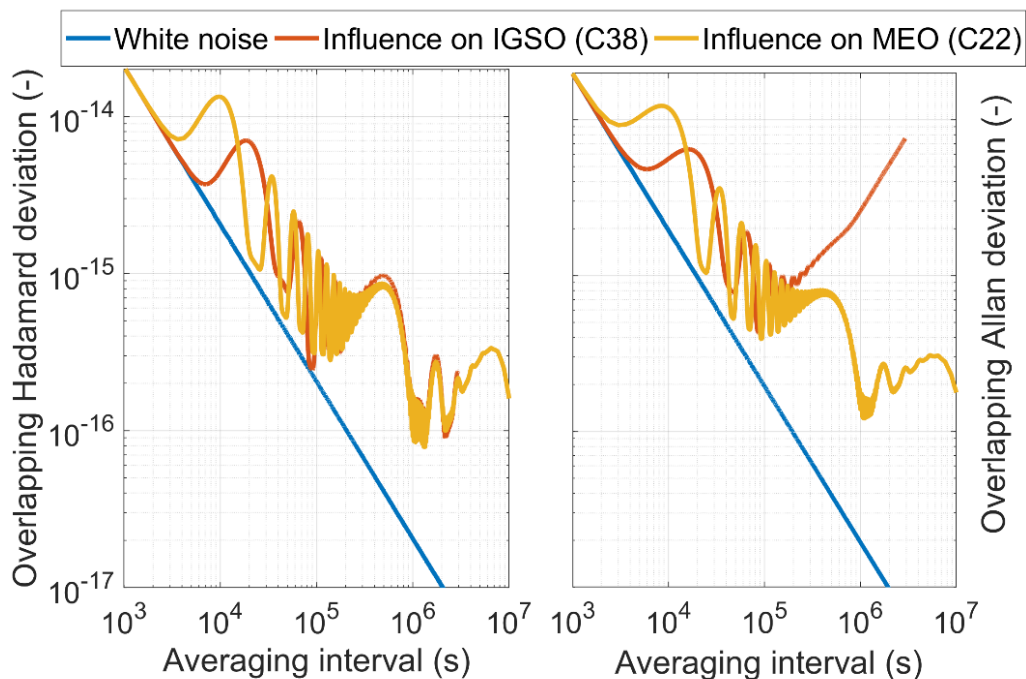


图 6-8 GNSS 常规相对论修正误差的频率稳定度蓝线、黄线和红线是 0.01ns 白噪声序列的频率稳定性，以及作用在 MEO 和 IGSO 上的 GNSS 协议相对论修正模型误差具的频率稳定度

**Figure 6-8 The frequency stability of subtle relativistic signal both for BDS-3 MEO and IGSO**

图中的蓝线表示 STD 为 0.01ns 的白噪声的频率稳定度。红色和橙色线表示 3 种相对论周期信号对 BDS-3 MEO 和 BDS-3 IGSO 卫星频率稳定度的影响。上图清楚地表明，当间隔超过 10000 秒时，MEO 和 IGSO 卫星的频率不稳定性会逐渐增加。GNSS 协议相对论误差中的周期信号为类正弦曲线，类正弦信号叠加在白噪声上会导致频率稳定性中的许多起伏。对于 MEO 卫星，GNSS 协议相对论误差对万秒附近的频率稳定度的影响可达到  $1.33\text{E-}14$ ，对天稳的影响可达到  $1.78\text{E-}15$ 。对于 IGSO 卫星，相对论误差对万秒稳得可以达到  $6.37\text{E-}15$ ，对天稳的影响可达到  $2.15\text{E-}15$ 。值得注意的是，由于相对论导致的 IGSO 频率漂移使得 IGSO 的 Allan 偏差在 10000s 稳以上是会显著增加。上述结果显示，GNSS 协议相对论误差的频率不稳定性已经大于了星载原子钟的不稳定度，这意味着 GNSS 协议相对论误差会显著恶化 BDS-3 星载原子钟的视性能。

### 6.3.3. 预报误差

为分析 GNSS 协议相对论误差对星载理想原子钟预报的影响。我们用线性和二次函数对 BDS-3 卫星理想原子钟的钟差进行预报（拟合时长等于预报时长）。如果用预报误差来衡量预报能力。GNSS 协议相对论误差对星载理想原子钟长期预报的影响如下图所示，其中，图 6-9(a)为 GNSS 协议相对论误差对 MEO 的长期预报影响。如果采用线性函数进行预报，则 90 天内预报误差最大可达到 7.9ns，180 天预报差最大可达到 17.7ns。如果采用二次函数进行预报，则 90 天内预报误差最大可达到 3.8ns，180 天预报差最大可达到 9.6ns。图 6-9（b）描述了 GNSS 协议相对论误差对 IGSO 的长期预报影响，其 30 天预报误差最大可达到 3.7ns（二次模型）。

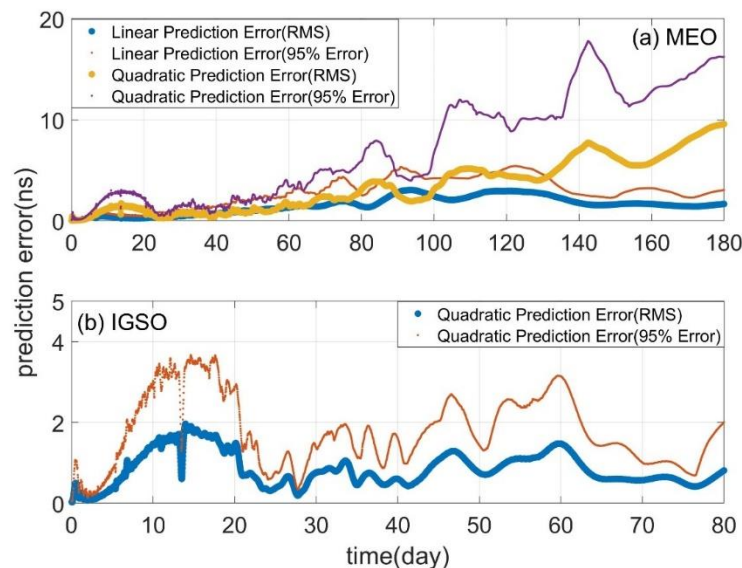




图 6-9 GNSS 协议相对误差对 BDS-3 预报能力影响

Figure 6-9 The influence of subtle relativistic signal on the prediction of BDS-3 MEO and IGSO

下图为天内预报误差影响，从图中可以看出，如果采用线性函数进行预报（氢钟），则 GNSS 协议相对论误差对 MEO 的天内预报影响最大可达到 0.25ns，对 IGSO 的天内预报最大可达到 0.31ns。其中对 BDS-3 MEO 卫星 1 小时预报误差和 2 小时预报误差的影响可分别达到 0.08、0.15ns。BDS-3 IGSO 卫星 1 小时预报误差和 2 小时预报误差的影响达到 0.02ns、0.06ns。如果采用二次函数进行预报（铷钟），则 GNSS 协议相对论误差对 MEO 的天内预报最大可达到 0.87ns，对 IGSO 的天内预报最大可达到 1.08ns。其中，对 BDS-3 IGSO 和 MEO 的 1 小时预报误差的影响达到 0.05ns。

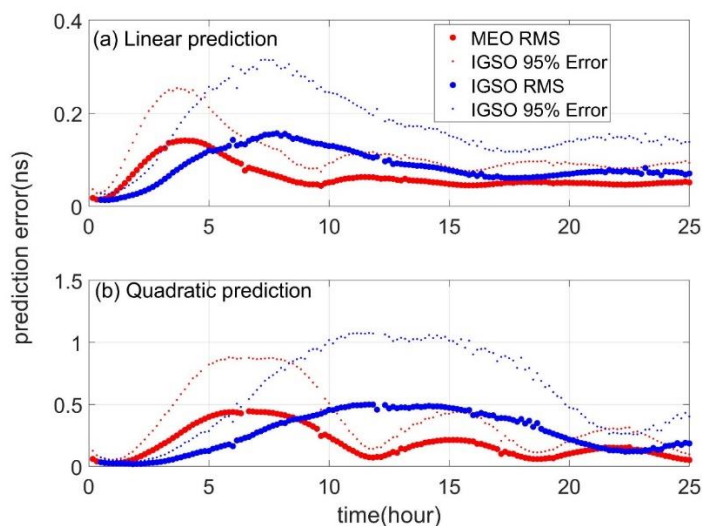


图 6-10 GNSS 协议相对误差对 BDS-3 MEO 星载理想原子钟天内预报能力影响

Figure 6-10 The influence of subtle relativistic signal on the prediction of BDS-3 MEO and IGSO within a day

这些结果表明，高性能的星载原子钟预报，必须要用更高精度相对论模型。

#### 6.4. IGSO 卫星的相对论效应

IGSO 轨道是 GNSS 轨道中非常特殊的一类轨道，也是 BDS-3 混合星座中的重要轨道之一。BDS-3 设计的初衷之一在于 BDS-3 可以通过 3 颗 IGSO 卫星在亚太地区提供能力更高的服务。

对上节的相对论分析中，我们发现受相对论影响，BDS-3 IGSO 卫星的视时钟会产生明显的视频率漂移效应，而这一项并不显著存在于 BDS-3 MEO 卫星中。本节将对 IGSO 卫星中的相对论效应进行进一步的分析。

#### 6.4.1. 地球 2 阶田谐项引力场轨道共振

根据式 3.4.1 的介绍和轨道摄动理论可知<sup>[75]</sup>，在正常情况下，卫星的半长轴  $a(t)$  和偏心率  $e(t)$  是没有 1 阶长期项和 1 阶长周期项的，即满足  $a_L^{(1)} = a_C^{(1)} = 0$  和  $e_L^{(1)} = e_C^{(1)} = 0$ 。此时，卫星的半长轴和偏心率的 1 阶变化理论上只需考虑 1 阶短周期项  $a_S^{(1)}$  和  $e_S^{(1)}$ 。此时，地球引力场的二阶田谐项  $J_{2,2} (C_{22}^2 + S_{22}^2)^{1/2}$  对卫星的影响为二阶短周期项，具体形式如下式所示：

$$\begin{aligned} a_S^{(2)}(t) = & \frac{3(J_{2,2})}{2a} \left\{ (1 + \cos i)^2 \left[ \frac{1}{1 - \alpha} \cos(2M + 2w + 2\Omega_e) - \right. \right. \\ & \frac{e}{2} \left( \frac{1}{1 - 2\alpha} \cos(M + 2w + 2\Omega_e) - \frac{7}{1 - 2\alpha/3} \cos(3M + 2w + 2\Omega_e) \right) \\ & + (1 - \cos i)^2 \left[ \frac{1}{1 + \alpha} \cos(2M + 2w - 2\Omega_e) - \right. \\ & \frac{e}{2} \left( \frac{1}{1 + 2\alpha} \right) \cos(M + 2w - 2\Omega_e) - \frac{7}{1 - 2\alpha/3} \cos(3M + 2w - 2\Omega_e) \Big] \\ & \left. \left. + 2 \sin^2 i \left( \frac{3e}{2} \right) \left[ \frac{1}{1 - 2\alpha} \cos(M + 2\Omega_e) + \frac{1}{1 + 2\alpha} \cos(M - 2\Omega_e) \right] \right] \right\} \end{aligned} \quad (6.19)$$

$$\begin{aligned} e_S^{(2)}(t) = & \frac{3(J_{2,2})}{4a} \left\{ (1 + \cos i)^2 \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{1}{1 - 2\alpha} \cos(M + 2w + 2\Omega_e) + \right. \right. \right. \\ & \frac{7}{3(1 - 2\alpha/3)} \cos(3M + 2w + 2\Omega_e) \Big) + \frac{e}{2} \left( -\frac{1}{1 - \alpha} \cos(3M + 2w + 2\Omega_e) \right. \\ & \left. \left. + \frac{17}{3(1 - \alpha/2)} (4M + 2w + 2\Omega_e) \right) \right] + \\ & (1 - \cos i)^2 \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{1}{1 + 2\alpha} \cos(M + 2w - 2\Omega_e) + \right. \right. \\ & \frac{7}{3(1 + 2\alpha/3)} \cos(3M + 2w - 2\Omega_e) \Big) + \frac{e}{2} \left( -\frac{1}{1 + \alpha} \cos(3M + 2w - 2\Omega_e) \right. \\ & \left. \left. + \frac{17}{3(1 + \alpha/2)} (4M + 2w - 2\Omega_e) \right) \right] + \\ & 2 \sin^2 i \left[ \frac{3}{2} \left( \frac{1}{1 - 2\alpha} \cos(M + 2\Omega_e) + \frac{1}{1 + 2\alpha} \cos(M - 2\Omega_e) \right) + \right. \\ & \left. \left. \frac{9}{4} e \left( \frac{1}{1 - \alpha} \cos(2M + 2\Omega_e) + \frac{1}{1 + \alpha} \cos(2M - 2\Omega_e) \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (6.20)$$

其中， $\alpha$  为“速度”比，其定义如下：

$$\alpha = \frac{n_e}{\bar{n}} \quad (6.23)$$

即地球自转角速度  $n_e$  与卫星平运动角速度  $\bar{n}$  之比。 $J_{2,2}$  为地球引力场的田谐项，主要反应赤道的扁率对卫星的影响。其示意图如下图所示：

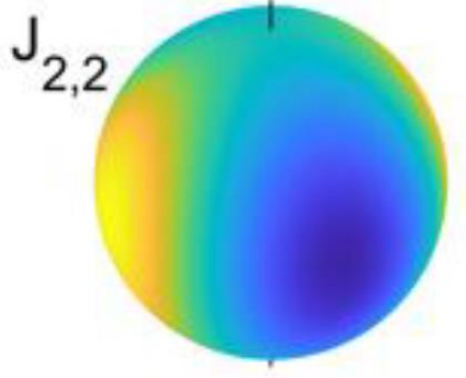


图 6-11 地球引力场田谐项示意图<sup>[106]</sup>

Figure 6-11 Schematic Diagram of  $J(2,2)$  of the Earth's gravitational field

对于 IGSO 卫星，其平运动角速度  $\bar{n}$  与地球自转角速度  $n_e$  基本相等。此时， $\alpha \approx 1$ 。这将导致式(6.18)和式(6.19)的二阶短周期项计算中出现奇异点，该奇异点可称为“小分母”现象。由于该现象在机械振动中通常定义为共振。因此我们也通常把该现象称为地球 2 阶田谐项引力场引起的轨道共振。对于摄动理论而言，奇异点会造成两个结果：

- 1) 2 阶项变为 1 阶项；
- 2) 短周期项变为长周期项。

此时，IGSO 卫星的半长轴存在一阶长周期项  $a_L^{(1)}$  和  $e_L^{(1)}$ ，其公式如下：

$$a_L^{(1)} = \frac{3(J_{2,2})}{2a} \left[ (1 + \cos i)^2 \frac{\cos(2M + 2w + 2\Omega_e)}{(\bar{n} - n_e) + (\Omega_1 + w_1 + M_1)} \right] \quad (6.20)$$

$$e_L^{(1)} = \frac{3(J_{2,2})}{8a} \bar{n} e \left[ -(1 + \cos i)^2 \frac{\cos(2M + 2w + 2\Omega_e)}{(\bar{n} - n_e) + (\Omega_1 + w_1 + M_1)} + 9 \sin^2 i \frac{\cos(2M + 2\Omega_e)}{(\bar{n} - n_e) + (\Omega_1 + M_1)} \right] \quad (6.21)$$

其中， $\Omega_1, w_1, M_1$  为地球  $J_2$  项引起的 1 阶长期项。其计算方式可参考航天动力学引论。由于  $M, w, \Omega$  的变化本身很小，因此共振的长周期的周期将达到数年甚至更长。下图以 BDS-3 的 IGSO 为例，给出了 60 天时间内的卫星半长轴和偏心率。

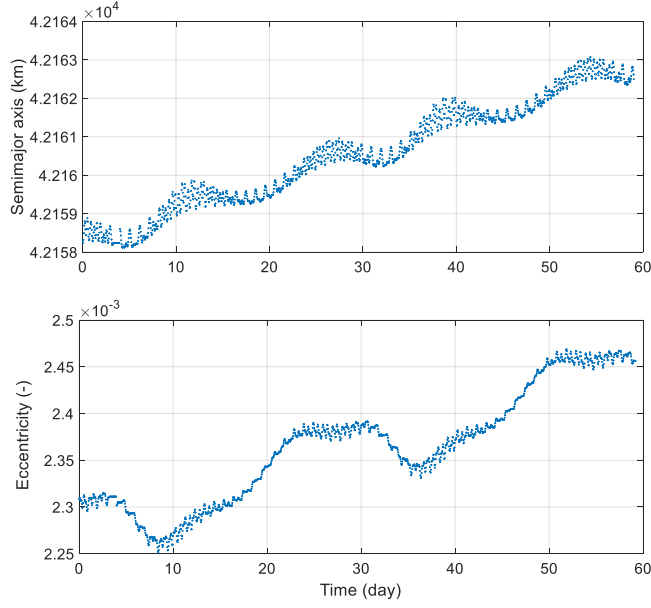


图 6-12 地球引力场 2 阶田谐项引起的 BDS-3 IGSO-3 卫星半长轴和偏心率的 1 阶长周期项  
(2020 年 4 月-2020 年 6 月)

Figure 6-12 The variation of the orbit semi-major axis and eccentricity caused by the Earth's gravitational field

#### 6.4.2. IGSO 卫星的相对论频漂初步分析

上图的轨道根数是基于 BDS-3 广播星历（卫星为健康状态时）计算得到的。可以看到，IGSO 轨道半长轴在仅 60 天的时间里，增长了 4 公里。对应地，偏心率至少增加了 10%。

根据开普勒根数的公式可知，不同时刻卫星与地心的距离，可用下式表达：

$$r = a(1 - e \cos E) = a - ae \cos E \quad (6.22)$$

$$v^2 \approx GM_E \left( \frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right) \quad (6.23)$$

从上式可知，星地距离和星地速度的长期变化主要半场轴决定。结合式

(6.2) 可知，相对论效应中最大的地心引力场项  $\frac{GM_E}{r}$  和速度项  $\frac{v^2}{2}$  的结合的

半长轴修正： $\frac{1}{c^2} \frac{1}{2a}$  不再是一个常数项，而是与时间相关的函数。在  $a_0$  处进行泰勒展开，可以得到：

$$\begin{aligned} \frac{1}{c^2} \frac{1}{2a} &= \frac{1}{2c^2(a_0 + a_L^{(1)})} = \frac{1}{2c^2 a_0 \left(1 + \frac{a_L^{(1)}}{a_0}\right)} \approx \frac{1}{2c^2 a_0} \left(1 - \frac{a_L^{(1)}}{a_0} + \left(\frac{a_L^{(1)}}{a_0}\right)^2\right) \\ &\approx \frac{1}{2c^2 a_0} - \frac{a_L^{(1)}}{2c^2 a_0^2} \end{aligned} \quad (6.24)$$

结合上图可知， $a_L^{(1)}$  的周期很长，在一定时间内可看成线性项  $a_L^{(1)}(t) = a_L^{(1)}(t_0)t$ 。这一结果即可预言，在几十天的尺度上，IGSO 存在相对论效应引起的共振频漂项。根据 3.3.4 节（原子钟钟差模型和预报方法）可知，如果将频漂项进行积分，则 IGSO 的视时差将存在钟漂项（2 次项）。这一结果即可解释图 6-7 中 IGSO 的钟漂。下图给出了 IGSO 一年的半长轴和偏心率变化情况：

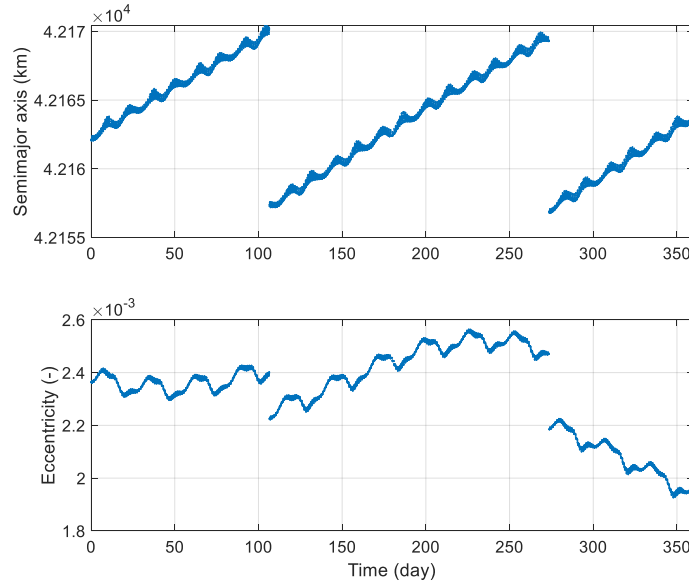


图 6-13 BDS-3 IGSO-3 卫星半长轴和偏心率变化，线性项源于田谐项轨道共振，跳变源于共振后为保持轨持而发起的轨道机动（2020 年 1 月-2020 年 12 月）

Figure 6-13 The 1-year variation of the orbit semi-major axis and eccentricity caused by the Earth's gravitational field and orbital maneuver

其中，卫星在 2020 年 105 天和 2020 年 273 天处由于轨位保持而进行了轨道机动。轨道机动前后，卫星的半长轴和偏心率在极短的时间里发生了明显地变化。根据式（6.26）可知，这一变化会在 IGSO 的时间频率上产生对应地跳变，根据式（6.1）解算的相对论频率修正以及扣除偏心率项（GNSS 协议相对论）的相对论修正如下图所示：

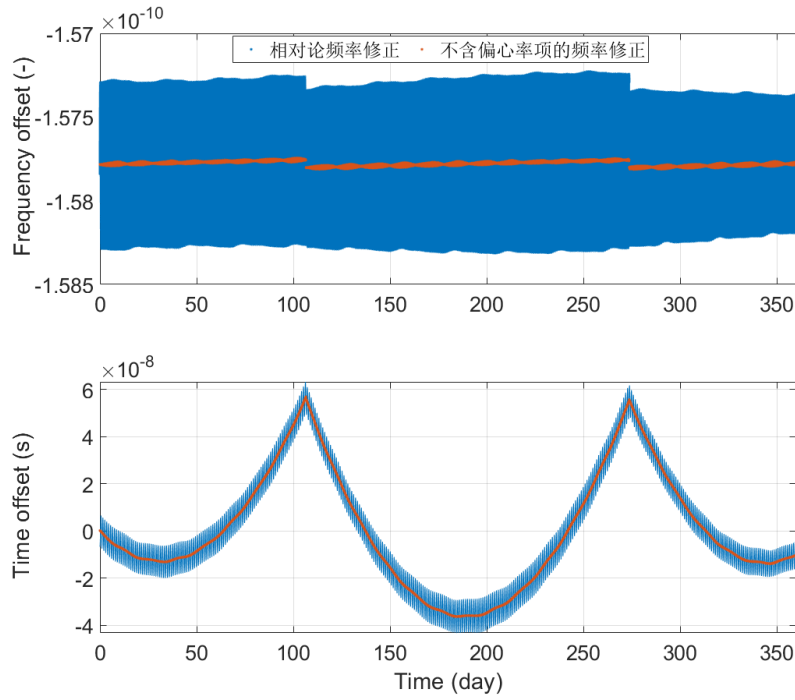


图 6-14 基于卫星实测轨道计算的 BDS-3 IGSO-3 卫星相对论频率变化（2020 年 1 月-2020 年 12 月）

Figure 6-14 The 1-year relativistic signal for BDS-3 IGSO-3

可以看到，由于地球引力场的二阶田谐项  $J_{2,2}$  的共振效应，IGSO 的相对论频率存在长期变化，其变化有两个特质：

- 1) 半长轴的一阶长周期项引起几十天以上的线性频漂
- 2) 轨道机动引起的频率跳变

如下图所示，上述特质可在 BDS-3 导航电文中得到应验：

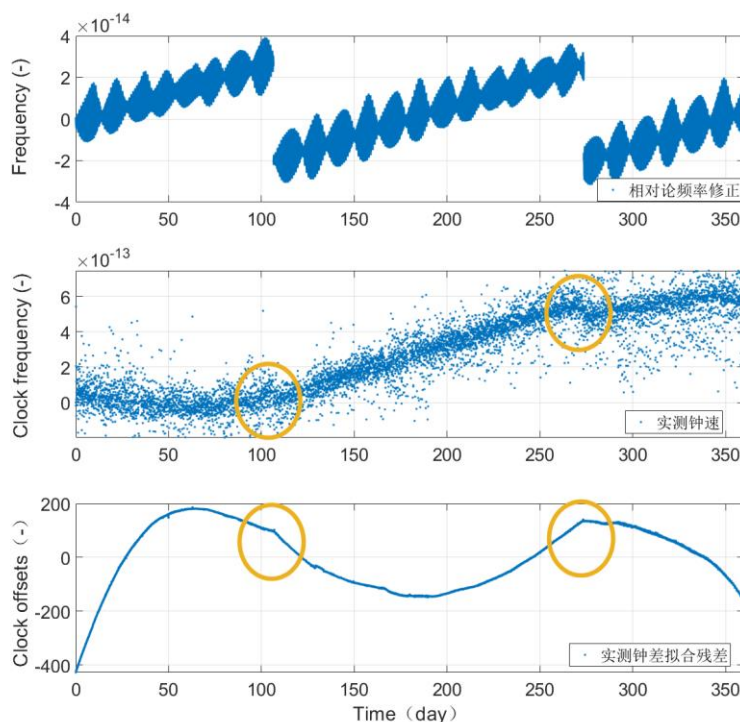


图 6-15 基于卫星导航电文计算的 BDS-3 IGSO-3 卫星相对论频率变化、实测卫星钟速、实测卫星钟差拟合残差，图中黄圈内的钟速变化源于 IGSO 的轨道机动（2020 年 1 月 -2020 年 12 月）

Figure 6-15 The 1-year subtle relativistic effects for BDS-3 IGSO-3 and the corresponding broadcast clock offsets and rate

上述结果表明，基于低精度的 BDS-3 导航电文即可探测到 GNSS 协议相对论模型表达不了的 BDS-3 IGSO 的相对论效应，该效应初步推测是由地球引力场 2 阶田谐项引起的。该效应会严重影响 IGSO 卫星的时钟频率。这一结论表明，IGSO 卫星的长期钟差频率研究需要在高精度的相对论框架下开展。

### 6.5. 本章小结

本节从基于爱因斯坦相对论原理推导的地球附近的原时和 TCG 的关系出发，推导计算了 BDS-3 卫星相对论时钟效应的高精度数值计算公式。并分析了目前 GNSS 所广泛采用的低精度的 GNSS 协议相对论效应的推导和误差。

在此基础上，本节基于原子钟基本模型，推导了相对论尺度下的原子钟和钟差模型和预报方法。并基于第五章计算的高精度钟差，通过时域、频域两个方面探测到了 GNSS 协议相对论所不能描述的相对论信号。在采用更高精度的相对论修正方法后，相关时间尺度下的卫星星间钟差的拟合残差显著降低（约 70%），频率不率稳定度显著提升。在更高精度的相对论修正模型下，卫星的星间钟差预报误差可从 0.183ns（RMS）/ 0.365ns（95%误差）。减少至 0.156ns

(RMS) / 0.301ns(95%误差), 约 14.6% (RMS) / 17.5% (RMS)。

进一步地, 本节基于卫星的广播星历, 分析了长期相对论信号的基本特征, 分析结果显示, BDS-3 MEO 的相对论其半年周期项、半月周期项、半轨道周期项的振幅分别为 1.40、0.30 和 0.07ns。BDS-3 IGSO 的相对论半月项信号的振幅可以达到 0.40n, 半轨道周期项的振幅可以达到 0.08 ns。其中, 由于 BDS-3 的 IGSO 轨道周期与地球自转周期基本一致, 因此地球 2 阶田谐项引起的轨道共振会使得 IGSO 存在相对论频漂, 其量级可达到  $2.0E-21 \text{ s/s}^2$ 。对应地, IGSO 为维持轨位, 会进行轨道机动, 该机动也会引入相对论频率跳变, 该跳变可被 BDS-3 导航电文中探测到。

上述结果既是爱因斯坦的广义相对论的又一验证, 又表明未来的高性能原子钟性能发挥和高精度时间同步必须在如下图所示的更高精度的相对论框架下开展:

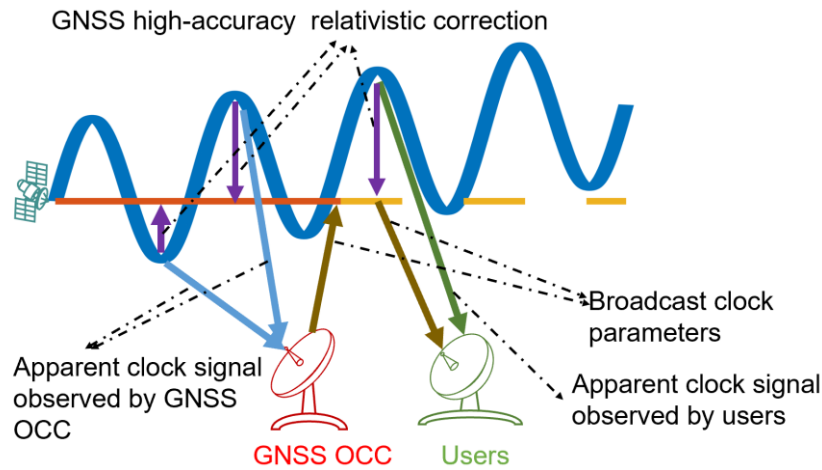


图 6-16 高精度相对论框架下的卫星钟差预报体制。1) 系统端根据卫星的位置和速度, 将视钟差卫星的钟差序列修正至原时描述的钟差序列, 精细拟合和预报。2) 用户根据广播星历和卫星钟差, 计算卫星的视钟差, 在定位授时中予以修正。

Figure 6-16 The satellite clock offsets prediction strategy under the framework of high-accuracy relativity



## 第7章 总结与展望

### 7.1. 本文主要工作总结

本论文以提升空间信号精度为目标，里面本文首先以评估入手，通过与其他 GNSS 横向比较，寻找北斗卫星导航系统 SISRE 的特征和提升瓶颈。并以此为指导，研究区域监测站构型下更高精度的时空信息处理方法，以此提升 BDS-3 卫星空间信号精度。论文的工作和创新主要体现在以下几个方面：

1) 梳理了国内外 GNSS 的空间段和地面段发展现状，着重分析了星间链路在国内外导航中的应用情况。

2) 深度介绍了导航系统空间段信号精度的评估方法，计算了传统 GNSS 对低轨用户和地面用户，以及未来低轨导航系统对地面用户的 SISRE 系数。并再此基础上，以地面用户为参考，分别评估了北斗、GPS、Galileo 导航系统的 SISRE 特征，指出 BDS-3 卫星的 SISRE 目前优于 GPS，但是离 Galileo 存在一定差距，其原因为 BDS-3 卫星的钟差参数误差大、钟差误差与轨道误差自治性差。该特征是 BDS-3 卫星空间信号精度提升的瓶颈。

3) 对区域条件下的多源观测数据模型模型进行了介绍。之后，论文介绍和分析了 GNSS 区域条件下时间同步的基本原理，并介绍了传统的“多跳法”钟差测量策略。详细分析出多跳法中未顾及多源观测链路的误差特征是 BDS-3 卫星钟差参数误差大的主要原因。最后，论文介绍了区域条件下的 GNSS 广播星历生成原理和处理策略，分析并指出提高 EOP 预报精度或更新频度，可有效保持 BDS-3 卫星高精度的星历播发。

4) 针对“多跳法”钟差策略差的原因，论文重点研究介绍了一整套的基于星间链路的高精度时空信息处理策略，该策略首先对星间链路采用顾及权重的整网平差处理，实现了高精度的星间钟差估计，其星间钟差在 1000s 及更长的时间尺度上优于全球 100 个站解算的钟差精度，其小时尺度的预报性能与超高精度星间链路计算的钟差性能相当。之后，该策略通过 3 颗 GEO 卫星的 L 波段双向时间同步结果，平差实现所有卫星钟差向地基时间基准的溯源，其溯源误差优于 0.1ns。最后。该策略在星间链路支持的多星精密定轨中，约束高精度钟差，不仅实现了以 GNSS 双频下行信号为基准，稳定度优于 0.15ns 的零值标定，且在零值标定过程中，增强了轨道径向误差与双向估计钟差的自治性。采用该体制，BDS-3 卫星在区域观测条件下，钟差参数误差可从 1.05ns 提升至 0.29ns，约 71%。

5) 在高精度的星间时间同步基础上，本文采用时间尺度算法，利用 BDS-3 多台高性能原子钟构建天基时间基准，并在该时间基准下，研究卫星钟差参数

生成的可行性，以此进一步降低 BDS-3 卫星的钟差预报误差。研究结果显示，12 颗 BDS-3 卫星构建的天基时间基准其频率稳定度即可优于  $1.0\text{E-}15@1\text{day}$ ，2 小时预报误差达到  $0.012\text{m}$  ( $<0.04\text{ns}$ )。并再此基础上，论文利用高稳定的天基时间基准评估了 BDS-3 卫星和地基时间基准的性能，评估结果显示，在天基时间基准下，BDS-3 地基时间基准稳定度为  $1.0\text{E-}14@1\text{day}$ 。而 BDS-3 星载原子钟的频率稳定度可优于  $3.0\text{E-}15$ 。BDS-3 铷钟的 2 小时预报误差可优于  $0.04\text{m}$ ，BDS-3 被动性氢钟预报误差可优于  $0.03\text{m}$ ，为地基时间基准下 2 小时预报误差的 33%。该结果表明，采用 BDS-3 天基时间基准，可进一步降低卫星的钟差参数误差。

6) 在高精度的星间时间同步基础上，本文发现双向钟差中含有较强的轨道周期信号，研究发现，该信号源于更精细的相对论效应，其效应包括半轨道周期项、半月项、半年项、IGSO 轨道共振的长周期项。因此，论文从地球附近的相对论原理出发，给出了适合于计算 BDS-3 卫星高精度相对论效应的数值计算方法。并在高精度星间钟差中发现了 GNSS 协议相对论模型所不能描述的更精细的相对论效应。采用更高精度的相对论数值修正模型后，不同时间尺度下的星间钟差拟合残差显著降低，半轨道周期和半月项周期对应的卫星频率不稳定性显著降低。第四章的基础上，卫星星间钟差预报误差可从  $0.183\text{ns}$  降低至  $0.156\text{ns}$ ，约 17%。

## 7.2. 未来展望

个人认为，上述研究仅实现了导航时空信息处理中，空间信号精度提升上的闭环，但是其研究中有大量新的认识和不确定的发现，其主要包括以下几个方面：

### 1) 星间链路的误差特征有待进一步挖掘

尽管论文只从观测噪声的角度约束了星间链路的残差。然而事实上，无论是星间链路支持的定轨过程还是星间钟差的平差处理构成，每条链路估计的星间链路的残差并不是常数，而存在特征不同的系统误差，该误差包括周期波动，常数偏差，其大小最大可达到  $0.5\text{ns}$ 。该误差可能与相控阵天线的通道时延有关，开展相关研究可进一步提升星间链路测量精度。

### 2) 更高精度的时间同步研究

在相对论框架下，尽管卫星的星间钟差拟合残差进一步降低。然而如图 6-4 所示，隐藏在相对论效应下，更小的周期信号被挖掘出来，该周期信号的原因尚未得到解释，后续可根据磁场、温度、日照等输入，研究更高精度的星间时间同步。

### 3) 约束高精度星间钟差的多星定轨优势

理论上,采用轨道钟差一体化解算方法,可实现轨道钟差的综合的最优估计,然而这一领域的研究尚未开展,仅存在一些初步结论,后续可基于高精度钟差,结合前言的 GNSS 技术,研究更高精度卫星定轨方法。

#### 4) 轨道理论与相对论理论结合的深度研究

轨道的分析解对于研究与轨道相关的周期信号具有很好的指导意义,这一点非常适合研究不同轨道的相对论效应特征。然而,无论相对论理论还是轨道分析解理论,都需要较强的数理基础,和较强的专业敏感度。然而,笔者不具备这两条件。因此,待后续夯实相关理论基础,可开展相应研究,实现对相对论理论上的丰富。

#### 5) 相关研究在低轨导航时空信息处理中的应用

卫星互联网的低轨导航增强系统,在一定程度上继承了 ISL+区域观测条件这一体制。因此上述研究在低轨卫星上的应用和验证,既是对低轨导航时空信息处理的丰富,也是对上述研究的丰富。

综上所述,上述研究仅仅是个开始。

## 参考文献

- [1] Montenbruck O, Steigenberger P, Hauschild A (2020) Comparing the ‘Big 4’ - a user's view on GNSS performance. In: 2020 IEEE/ION Position, Location and Navigation Symposium (PLANS). IEEE, Portland, OR, USA, pp 407-418.
- [2] Montenbruck O, et al (2017) The multi-GNSS experiment (MGEX) of the international GNSS Service (IGS) – achievements, prospects and challenges. *Adv Space Res* 59:1671-1697.
- [3] Chen, J.; Hu, X.; Tang, C.; Zhou, S.; Yang, Y.; Pan, J.; Ren, H.; Ma, Y.; Tian, Q.; Wu, B.; et al. SIS accuracy and service performance of the BDS-3 basic system. *Sci. China Phys. Mech. Astron.* 2020, 63, 105–116.
- [4] Zhou, S.; Hu, X.; Liu, L.; Guo, R.; Zhu, L.; Chang, Z.; Tang, C.; Gong, X.; Li, R.; Yu, Y. Applications of two-way satellite time and frequency transfer in the BeiDou navigation satellite system. *Sci. China Phys. Mech. Astron.* 2016, 59, 109511. <https://doi.org/10.1007/s11433-016-0185-6>.
- [5] Tang C, Hu X, Zhou S, Liu L, Pan J, Chen L, Guo R, Zhu L, Hu G, Li X, He F, Chang Z (2018) Initial results of centralized autonomous orbit determination of the new-generation BDS satellites with inter-satellite link measurements. *J Geod* 92:1155-1169.
- [6] Pan J, Hu X, Zhou S, Tang C, Guo R, Zhu L, Tang G, Hu G (2018) Time synchronization of new-generation BDS satellites using inter-satellite link measurements. *Adv Space Res* 61:145-153.
- [7] Hein G W . Status, perspectives and trends of satellite navigation[J]. *Satellite Navigation*, 2020, 1(1):22.
- [8] R. Haddad, K. Kovach, R. Slattery and J. Gillis, "GPS Modernization and Beyond," 2020 IEEE/ION Position, Location and Navigation Symposium (PLANS), Portland, OR, USA, 2020, pp. 399-406.
- [9] 杨子辉, 薛彬. 美国导航卫星的发展历程及其发展趋势[J]. *导航定位学报*, 2021, 9(5): 1-12.
- [10] 李振东, 康成斌, 尹卿,等. GPS III发展现状及趋势[C]// 第十一届中国卫星导航年会.
- [11] The National Oceanic and Atmospheric Administration.GPS control segment[EB/OL].[2021-04-04].[https:// www.gps. gov/multimedia/images/GPS-control-segment-map.pdf](https://www.gps.gov/multimedia/images/GPS-control-segment-map.pdf).
- [12] The National Oceanic and Atmospheric Administration. GPS

- applications[EB/OL].[2021-04-05].<https://www.gps.gov/applications/>.
- [13] 从 OCX 看 GPS 系统未来发展[J]. 卫星应用, 2017(7):6.
- [14] Brent A. Renfro, Miquela Stein, Emery B. Reed, Eduardo J. Villalba An Analysis of Global Positioning System Standard Positioning Service Performance for 2020. <https://www.gps.gov/systems/gps/performance/>.
- [15] 杨子辉, 薛彬. 伽利略卫星导航系统的发展历程及其现代化计划[J]. 导航定位学报, 2022, 10(3): 1-8.
- [16] European GNSS Service Centre.System:ground segment[EB/OL].[2021-06-13].<https://www.gsc-europa.eu/galileo/system>.
- [17] 武珺, 刘春保, 李俊博. 2021 年国外导航卫星系统发展综述[J]. 国际太空.
- [18] 2022(2):4. <https://www.gsc-europa.eu/system-service-status/constellation-information>.
- [19] 李彤. 欧空局计划研发第二代"伽利略"卫星[J]. 飞行器测控学报, 2007, 26(4):1.
- [20] 刘春保. 星钟之殇——"伽利略"系统与"印度区域导航卫星系统"都面临重大难题[J]. 国际太空, 2017(4):4.
- [21] EUROPEAN GNSS (GALILEO) INITIAL SERVICES OPEN SERVICE QUARTERLY PERFORMANCE REPORT JANUARY - MARCH 2019. <https://www.gsc-europa.eu/electronic-library/galileo-service-performance-reports>.
- [22] 杨元喜, 李金龙, 王爱兵, 等. 北斗区域卫星导航系统基本导航定位性能初步评估[J]. 中国科学: 地球科学, 2014, 44(1): 72-81.
- [23] 唐成盼, 融合多种观测数据计算北斗导航卫星的高精度广播星历, 2018.
- [24] Wu Z, Zhou S, Hu X, Liu L, Shuai T, Xie Y, Tang C, Pan J, Zhu L, Chang Z (2018) Performance of the BDS3 experimental satellite passive hydrogen maser. GPS Solut 22:44.
- [25] Y. Ma et al., (2022) Long-Term Frequency Stability Analysis for RRFM and Power-Law Noise Determination of the BeiDou-3 Satellite On-Board Atomic Clocks," in IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol. 71, pp. 1-15, 2022, Art no. 1002515.
- [26] [https://glonass-iac.ru/en/about\\_glonass/](https://glonass-iac.ru/en/about_glonass/).
- [27] 刘春保. 2018 年国外导航卫星发展综述[J]. 国际太空, 2019(2): 42-47.
- [28] 韩梦泽. 俄罗斯 GLONASS 系统发展进程研究[J]. 江苏科技信息, 2013(19):2.
- [29] 李子富. 俄罗斯 GLONASS 系统发展综述[J]. 航天电子对抗, 2021, 37(3):5.
- [30] Lavrov A. Russia's GLONASS satellite constellation [J] .Moscow Defense

- Brief, 2017(4):25-28.
- [31] Open Service Performance Standard (OS PS) <https://glonassiac.ru/en/documents/>.
- [32] 杨振. 印度区域卫星导航系统的发展现状[J]. 导航定位学报, 2021, 9(3):6.
- [33] Indian Space Research Organisation.Navigation with Indian constellation: NavIC[EB/OL]. [2020-08-31]<https://www.unoosa.org/documents/pdf/copuos/stsc/2020/tech-50E.pdf>.
- [34] [https://www.isro.gov.in/media\\_isro/pdf/AnnualReport/annual\\_report\\_english.pdf](https://www.isro.gov.in/media_isro/pdf/AnnualReport/annual_report_english.pdf).
- [35] Bandi T N , Desai N M , Kaintura J , et al. Advanced space rubidium atomic frequency standard for satellite navigation[J]. GPS Solutions, 2022, 26(2):1-12.
- [36] Ananda M .P, Bemstein H, Cunlllgham K E et al. Global Positioning System (GPS) Autonomous Navigation [A]. Location and Navigation Symposium. In Proceedings of IEEE Position [C]. Las Vegas, Nevada: IEEE, 1990 :497-508.
- [37] CODIK A. Autonomous navigation of GPS satellites: A ehallenge for the future [J]. Navigation, 1985,32(3):221-232.
- [38] 刘向南, 赵卓, 李晓亮,等. 星间链路技术研究现状及关键技术分析[J]. 遥测遥控, 2019, 40(4):9.
- [39] 李锐, 林宝军, 刘迎春,等. 激光星间链路发展综述:现状,趋势,展望.
- [40] 李龙龙, 耿国桐, 李作虎. 国外卫星导航系统星间链路发展研究[J]. 测绘科学技术学报, 2016, 33(2): 133–138.
- [41] Iridium next satellite constellation [EB/OL]. [2019-04-25]. <https://www.aerospace-technology.com/projects/iridium-next-satellite-constellation/>.
- [42] Tregloan-Reed J , Otarola A , Unda-Sanzana E , et al. Optical-to-NIR magnitude measurements of the Starlink LEO Darksat satellite and effectiveness of the darkening treatment[J]. 2020.
- [43] obinson B S, Shih T, Khatri F I, et al. Laser communications for human space exploration in cislunar space: ILLUMA-T and O2O[C]. Free-space Laser Communication & Atmospheric Propagation XXX. 2018.
- [44] Wahr, John. Time-variable gravity from GRACE: First results[J]. Geophysical Research Letters, 2004, 31(11):293-317.
- [45] Marz, S., Schlicht, A. & Hugentobler, U. Galileo precise orbit determination with optical two-way links (OTWL): a continuous wave laser ranging and time transfer concept. J Geod 95, 85 (2021).

- [46] Giorgi G, Schmidt TD, Trainotti C et al (2019) Advanced technologies for satellite navigation and geodesy. *Adv Space Res* 64:1256-1273.
- [47] 毛悦, 宋小勇, 贾小林, 吴显兵. 星间链路观测数据归化方法研究 [J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2013, 38(10):1202-1205.
- [48] 孟轶男, 樊士伟, 杨强文, 等. 利用 GNSS 星间链路的航天器定轨方法研究 [J]. 航天器工程, 2015, 05:31-37.
- [49] 刘万科. 导航卫星自主定轨及星地联合定轨的方法研究和模拟计算 [D]. 武汉: 武汉大学, 2008.
- [50] 刘文祥, 雍少为等. 导航星座不完整对星间自主定轨几何精度因子的影响, 空间科学学报, 第 31 卷第 3 期, 2011.
- [51] 刘林, 刘迎春. 关于星-星相对测量自主定轨中的秩亏问题 [J]. 飞行器测控学报, 2000, 29 (3).
- [52] 辛洁, 李晓杰, 王冬霞, 等. 分布式导航星座自主定轨性能评估[J]. 测绘科学, 2020, 45(7):6.
- [53] Pan, J., Hu, X., Zhou, S. et al. Full-ISL clock offset estimation and prediction algorithm for BDS3. *GPS Solut* 25, 140 (2021).
- [54] 杨元喜, 任夏. 自主卫星导航的空间基准维持[J]. 武汉大学学报 (信息科学版).
- [55] Sun Z , Huang H L , Gao S , et al. Joint Timekeeping of Navigation Satellite Constellation with Inter-Satellite Links[J]. Multidisciplinary Digital Publishing Institute, 2020.
- [56] 潘军洋, 基于 Ka 星间链路实现北斗全球星座的高精度时间同步, 2020.
- [57] 贾小林, 陶清瑞, 王利军, 等. GNSS 基本服务性能评估[J]. 测绘科学, 2021.
- [58] US DoD (2008) Global positioning system standard positioning service performance standard, 4th edn. Sept 2008.
- [59] Montenbruck O, P Steigenberger, André Hauschild. Multi-GNSS Signal-in-Space Range Error Assessment - Methodology and Results[J]. *Advances in Space Research*, 2018, 61(12):3020-3038.
- [60] Warren, D.L., Raquet, J.F., 2003. Broadcast vs. precise GPS ephemerides: a historical perspective. *GPS Solut.* 7 (3), 151–156. <https://doi.org/10.1007/s10291-003-0065-3>.
- [61] Bernstein, H., 1983. Calculations of User Range Error (URE) Variance from a Global Positioning (GPS) Satellite. Aerospace Corporation. Rep. No. TOR-0083(3476-02)-1.
- [62] Chen L, Jiao W, Huang X, et al. CSNC, 2013, 243: 423.

- [63] Montenbruck O , Steigenberger P , Hauschild, André. Broadcast versus precise ephemerides: a multi-GNSS perspective[J]. GPS Solutions, 2015, 19(2):321-333.
- [64] Guo R, Zhou JH, Hu XG, Liu L, Tong B, Li XJ, Wu S, Precise orbit determination and rapid orbit recovery supported by time synchronization[J]. Advances in Space Research, 2015(12):2889-2898.
- [65] Han C, Liu L, Cai Z, Lin Y (2021) The space–time references of BeiDou navigation satellite system. Satell Navig 2:18.
- [66] Beidou Timescale Description,  
<http://en.beidou.gov.cn/SYSTEMS/Officialdocument/>.
- [67] 刘佳成朱紫. 2000 年以来国际天文学联合会(IAU)关于基本天文学的决议及其应用[J]. 天文学进展.
- [68] Petit and Luzum IERS conventions (2010). In: Petit G, Luzum B (eds) IERS technical note 36. Verlag des Bundesamts für Kartographie und Geodäsie, Frankfurt am Main, p 179. <http://www.iers.org/TN36/>.
- [69] BeiDou Coordinate System  
<http://en.beidou.gov.cn/SYSTEMS/Officialdocument/>.
- [70] Montenbruck O , Schmid R , Mercier F , et al. GNSS satellite geometry and attitude models[J]. Advances in Space Research, 2015, 56(6):1015-1029.
- [71] Ashby, N, (2003) Relativity in the Global Positioning System”, Living Reviews in Relativity 6, 1 (2003). DOI: 10.12942/lrr-2003-1.
- [72] Mathews, P. M., Buffett, B. A., and Shapiro, I. I., 1995, “Love numbers for diurnal tides: Relation to wobble admittances and resonance expansions,” J. Geophys. Res., 100(B9), pp. 9935–9948, doi:10.1029/95JB00670.
- [73] Liu, L.; Tang, G.; Han, C.; Shi, X.; Guo, R.; Zhu, L. The method and experiment analysis of two-way common-view satellite time transfer for compass system. Sci. China Physics. Mech. Astron. 2015, 58, 1–7. <https://doi.org/10.1007/s11433-015-5679-2>.
- [74] Steigenberger, P.; Montenbruck, O. Galileo status: Orbits, clocks, and positioning. GPS Solut. 2016, 21, 319–331. <https://doi.org/10.1007/s10291-016-0566-5>.
- [75] 刘林. 航天动力学引论[M]. 南京大学出版社, 2006.
- [76] Montenbruck O, Gill E 等著, 王家松, 祝开建, 胡小工等译. 卫星轨道-模型方法 and 应用[M]. 国防工业出版社, 2011.
- [77] 雷伟伟, 郑红晓, 李凯. 完全规格化缔合勒让德函数及其导数的递推算法与适用范围比较[J]. 测绘工程, 2016(6):6.
- [78] Fengyu Xia, Shirong Ye, Dezhong Chen, Longjiang Tang, Chen Wang, Maorong



- Ge, Frank Neitzel. Advancing the solar radiation pressure model for BeiDou-3 IGSO satellites. *Remote sensing*. 2022, 14(6):1460.
- [79] Springer T, Beutler G, Rothacher M. A new solar radiation pressure model for GPS satellites[J]. *GPS Solut*, 1999,2(3):50–62.
- [80] Xu, X., Zhou, Y. (2015) EOP prediction using least square fitting and autoregressive filter over optimized data intervals. *Adv. Space Res.*, 56:2248~2253.
- [81] Xu, XQ, Zhou, YH, Liao XH. (2012) Short-term earth orientation parameters predictions by combination of the least-squares, AR model and Kalman filter, *J. Geodyn.* 62:83~86.
- [82] Steigenberger Peter, Montenbruck O. Galileo status: orbits, clocks, and positioning. *GPS Solut.* 2016 DOI 10.1007/s10291-016-0566-5.
- [83] Yang J H , Xiaogong H U , Zhou S S , et al. Analysis of signal-in-space ranging error of GNSS navigation message[J]. 2021.
- [84] Yang, Y.; Ding, Q.; Gao, W.; Li, J.; Xu, Y.; Sun, B. Principle and performance of BDSBAS and PPP-B2b of BDS-3. *Satell. Navig.* 2022, 3, 1–9.
- [85] Zhiguo, D.E.N.G.; Jungang, W.A.N.G.; Maorong, G.E. The GBM rapid product and the improvement from the undifferenced ambiguity. *Resolution. Acta Geodeatica Et Cartogr. Sin.* 2022, 51, 544–555.
- [86] Zhang, X.; Guo, J.; Hu, Y.; Sun, B.; Wu, J.; Zhao, D.; He, Z. Influence of Precise Products on the Day-Boundary Discontinuities in GNSS Carrier Phase Time Transfer. *Sensors* 2021, 21, 1156.
- [87] Steigenberger P, Montenbruck O (2019) Consistency of MGEX orbit and clock products. *Engineering* 6:898-903. <https://doi.org/10.1016/j.eng.2019.12.005>.
- [88] Bertiger, W., Bar-Sever, Y., Harvey, N., Miller, K., Romans, L., Weiss, J., Doyle, L., Solorzano, T., Petzinger, J., Stell, A., "Next Generation GPS Ground Control Segment (OCX) Navigation Design," *Proceedings of the 23rd International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS 2010)*, Portland, OR, September 2010, pp. 964-977.
- [89] Johnston G, Riddell A, Hausler G (2017) The international GNSS service. In: Teunissen P.J., Montenbruck O. (eds), *Springer Handbook of Global Navigation Satellite Systems*, Springer, 967-982.
- [90] Weiss M, Weissert T (1991) AT2, a new time scale algorithm: AT1 plus frequency variance. *Metrologia* 28:65-74. <https://doi.org/10.1088/0026-1394/28/2/002>.
- [91] Gao Y, Gao X, Zhang A et al (2008) The generation of new TA(NIM), which is

- p>steered by a NIM4 caesium fountain clock.
- Metrologia*
- 45:S34-S37.
- 
- <https://doi.org/10.1088/0026-1394/45/6/s05>
- .
- [92] Kouba J (2019) Relativity effects of Galileo passive hydrogen maser satellite clocks. *GPS Solut* 23. <https://doi.org/10.1007/s10291-019-0910-7>.
- [93] Kopeikin S., Efroimsky M. and Kaplan G. (2011) *Relativistic celestial mechanics of the solar system*, Wiley: Berlin, 2011.
- [94] Zhang K, Xue S, Lü MB (2014) Relativistic time transfer and synchronization in the vicinity of the earth. *J Electron Inf Technol* 36:1992-1998.
- [95] Colmenero N P , JVA Córdoba, Fullanaalfonso M J. (2021) Relativistic positioning: including the influence of the gravitational action of the sun and the moon and the earth's oblateness on Galileo satellites. *Astrophysics and Space Science*, 2021, 366(7):1-19.
- [96] Kouba J (2002) Relativistic time transformations in GPS. *GPS Solut* 5:1-9.
- [97] Soffel M. and Han W.-B. (2019) *Applied General Relativity: Theory and Applications in Astronomy, Celestial Mechanics and Metrology*, Springer: Berlin, 2019.
- [98] Valerio Formichella, Lorenzo Galleani, Giovanna Signorile, Ilaria Sesia (2021) Time–frequency analysis of the Galileo satellite clocks: looking for the J2 relativistic effect and other periodic variations *GPS Solut* 25:56, 2021, doi 10.1007/s10291-021-01094-2.
- [99] Hermann S. et al. (2018) Test of the Gravitational Redshift with Galileo Satellites in an Eccentric Orbit, *Physical Review Letters*, Volume 121, Issue 23, id.231102, 2018.
- [100] Han C, Cai Z (2019) Relativistic effects to the onboard BeiDou satellite clocks. *Navigation* 66:49-53. <https://doi.org/10.1002/navi.294>.
- [101] Folkner, W. M., Williams, J. G. and Boggs, D. H.(2008), *The Planetary and Lunar Ephemeris DE 421*, IPN Progress Report 42–178, August 15, 2009,31 pp.,see [http://ipnpr.jpl.nasa.gov/progress report/42-178/178C.pdf](http://ipnpr.jpl.nasa.gov/progress%20report/42-178/178C.pdf).
- [102] Delva. et al. (2018) Gravitational Redshift Test Using Eccentric Galileo Satellites, *Physical Review Letters*, Volume 121, Issue 23, id.231101, 2018.
- [103] Soffel M et al (2003) The IAU 2000 resolutions for astrometry, celestial mechanics, and metrology in the relativistic framework: Explanatory supplement. *Astron J* 126:2687-2706.
- [104] Kozai Y (1959) The motion of a close earth satellite. *Astron J* 64:367-377. <https://doi.org/10.1086/107957>.

- [105] Kouba J (2021) Testing of general relativity with two Galileo satellites in eccentric orbits. *GPS Solut* 25:139. <https://doi.org/10.1007/s10291-021-01174-3>.
- [106] LeMaster, Edward A. (2021) A Comparison of Relativistic Impacts on Satellite Timekeeping for Various Orbits, Proceedings of the 52nd Annual Precise Time and Time Interval Systems and Applications Meeting, January 2021, pp. 326-337.
- [107] Guo, L., Wang, F., Gong, X. et al. (2020), Initial results of distributed autonomous orbit determination for Beidou BDS-3 satellites based on inter-satellite link measurements. *GPS Solut* 24, 72. <https://doi.org/10.1007/s10291-020-00985-0>.
- [108] Xie, X., Geng, T., Zhao, Q. et al. 2019, Precise orbit determination for BDS-3 satellites using satellite-ground and inter-satellite link observations. *GPS Solut* 23, 40. <https://doi.org/10.1007/s10291-019-0823-5>.
- [109] Xie, X., Geng, T., Zhao, Q. et al. 2020, Orbit and clock analysis of BDS-3 satellites using inter-satellite link observations. *J Geod* 94, 64. <https://doi.org/10.1007/s00190-020-01394-4>.
- [110] Xie, X., Geng, T., Ma, Z. et al. 2022, Estimation and analysis of BDS-3 satellite yaw attitude using inter-satellite link observations. *GPS Solut* 26, 106. <https://doi.org/10.1007/s10291-022-01290-8>.
- [111] Ren, X., Yang, Y., Zhu, J. et al. 2019, Comparing satellite orbit determination by batch processing and extended Kalman filtering using inter-satellite link measurements of the next-generation BeiDou satellites. *GPS Solut* 23, 25. <https://doi.org/10.1007/s10291-018-0816-9>.
- [112] Zeng, L., Lu, X., Bai, Y. et al. 2022, Topology design algorithm for optical inter-satellite links in future navigation satellite networks. *GPS Solut* 26, 57. <https://doi.org/10.1007/s10291-022-01241-3>.
- [113] Qian Jia, Qing Li, Jian Liang, Lei Liu, Investigation of proper time and inter-satellite clock difference using general relativity theory, *Aerospace Science and Technology*, Volume 132, 2023, 108071, ISSN 1270-9638, <https://doi.org/10.1016/j.ast.2022.108071>.
- [114] Rui Zhang, Rui Tu, Pengfei Zhang, Lihong Fan, Junqiang Han, Xiaochun Lu, 2021, Orbit determination of BDS-3 satellite based on regional ground tracking station and inter-satellite link observations, *Advances in Space Research*, Volume 67, Issue 12, 2021, Pages 4011-4024, ISSN 0273-1177, <https://doi.org/10.1016/j.asr.2021.02.027>.
- [115] Rui Zhang, Rui Tu, Lihong Fan, Pengfei Zhang, Jinhai Liu, Junqiang Han,

- Xiaochun Lu, 2019, Contribution analysis of inter-satellite ranging observation to BDS-2 satellite orbit determination based on regional tracking stations, *Acta Astronautica*, Volume 164, 2019, Pages 297-310, ISSN 0094-5765, <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2019.07.029>.
- [116] Liqian ZHAO, Xiaogong HU, Chengpan TANG, Shanshi ZHOU, Yueling CAO, Qianxin WANG, Ranran SU, 2022, Inter-satellite link augmented BeiDou-3 orbit determination for precise point positioning, *Chinese Journal of Aeronautics*, Volume 35, Issue 4, 2022, Pages 332-343, ISSN 1000-9361, <https://doi.org/10.1016/j.cja.2021.05.002>.
- [117] Tomasz Kur, Maciej Kalarus, 2021, Simulation of Inter-Satellite Link schemes for use in precise orbit determination and clock estimation, *Advances in Space Research*, Volume 68, Issue 12, 2021, Pages 4734-4752, ISSN 0273-1177, <https://doi.org/10.1016/j.asr.2021.05.011>.
- [118] Lv, Y.; Geng, T.; Zhao, Q.; Xie, X.; Zhang, F.; Wang, X. 2020, Evaluation of BDS-3 Orbit Determination Strategies Using Ground-Tracking and Inter-Satellite Link Observation. *Remote Sens.* 2020, 12, 2647. <https://doi.org/10.3390/rs12162647>.
- [119] Sun, L.; Huang, W.; Gao, S.; Li, W.; Guo, X.; Yang, J. Joint Timekeeping of Navigation Satellite Constellation with Inter-Satellite Links. *Sensors* 2020, 20, 670. <https://doi.org/10.3390/s20030670>.
- [120] 李子强, 辛洁, 郭睿等. 2022, 基于北斗星间链路的卫星自主导航可行性分析[J]. *武汉大学学报(信息科学版)*, 2022, 47(01):55-60. DOI:10.13203/j.whugis20190338.
- [121] 阮仁桂, 贾小林, 朱俊等. 2020, 联合星地与星间 Ka 伪距的北斗三号卫星一体化定轨和时间同步[J]. *测绘学报*, 2020, 49(03):292-299.

## 致 谢

月落日升瓣初开，冬去春来枝已成。时光匆匆，岁月匆匆。研究生的5年经历了太多，也收获了太多。感谢这5年的相逢的所有人，也感谢这5年相遇的所有事。即将毕业之际，一时太多的酸苦不知如何找人诉说，太多的甜美也不知如何寻人共享。只有在这个清晨，北方冷冷而又温暖的清晨阳光，敲打着键盘，记录这莫名又无状的感慨和情绪。

回顾从幼儿园开始的学生生涯，已经二十载有余。仔细回想年幼的自己，没有什么梦想，只有对这个世界的热爱与好奇。可能也正是那份好奇配合着无知，让幼时自己的脑海中填满了异想天开的想法。那时的我的兴趣全是我们从何而来，又将从何而去。也正是因为如此，当我初识天文和物理时，奇妙而简洁的公式让我痴迷，科学伟人天才般的头脑让我向往。他们用最简单的语言，却解释着世界的种种现象。每当回顾于此，我就非常感激我的初高中物理老师李清顺，你那对发自内心对物理的热爱，以及对我的喜爱、照顾与期待，熏陶着我，影响着我，让我痴迷于天文、痴迷于物理。

我的世界观，价值观在南京——一座沉淀深厚底蕴却又有带着淡淡悲伤的城市不断酝酿，并逐渐形成。在大学里，李川、肖明文、张鸿、周礼勇、雷汉伦、徐波、朱紫、汤靖师、侯锡云、陈燕梅、王建华、李向东、任春来、徐小农、沈一骑等教授和黄卫华爷爷孜孜不倦地传授着你们的所思所想，并教育我们如何用这些专业知识分析处理问题和做学问。特别感谢李川老师培养我做科研的基本素养。除此之外，沈一骑老师对我的喜爱与投缘，让我也认识到了科研工作者的生活不仅是嚼得菜根，苦心孤诣的研究。还有“扬子江心水，蒙山顶上茶”的洒脱。同时我也非常感谢李成章、刘杰、王佳铭、杨鹏、王烁、王文博、童洲星、徐德旺、江北、汪斌，许子正、邢晨等大学期间的同学和兄弟们。三人行，必有我师焉。每一次和你们学术的探讨以及思想的激烈碰撞，都让我受益匪浅，不断成熟。最后，感谢周济林老师，您的教诲“当你迷茫的时候，你要记得个人的价值需要在团队或国家的价值实现中去实现”让毕业前迷茫的我毅然决定继续深造，在为在国奉献中成就自我。

上海，一个与家乡生活截然不同的快节奏大都市，洋溢着激情与希望，我回想起2017年的我，带着激动而又敬畏的心情，来到了上海天文台。我依稀记得我和胡小工老师第一次见面的场景，1. 你会什么？2. 你写一下麦克斯韦方程组。3. 你讲一下什么是拉格朗日平动点？我对这3个问题的回答并不完美。但即使是这样，胡老师还是欢迎我加入他的团队，开始了我崭新的研究生生活。

在研究生生活中，我首先要感谢我们上海天文台信息处理大家庭的每一位成员，从我的研究生日常生活，到本篇论文的每一处细节，都有着信息处理大

家庭的支持和帮助。是你们我第一次切身体会到，什么是一个团队，什么是团队的荣辱与共，什么是团队的共同成长。也在这样一个团队中，磨练了我们团队和我的意志。今日我以身处信息处理团队为荣，也励志在未来，信息处理团队将以我们为傲。

在这个团队中，首先非常感谢胡小工老师。感谢您不仅愿意在百忙之中，一词一句的帮我修改审稿意见回复，还在我科研、工作、生活遇到困难和挫折的时候，及时地为我指点迷津，指出切实有效地解决问题的最快途径。除此之外，您的格局观、自信感、责任感、思维逻辑都深刻地影响着我。您对我的能力的信任让我备受鼓舞，从刚开始对我的质问，到鼓励我与不同行业，不同专业背景的人交流合作交流，让我不断成长。

在这个团队中，非常感谢我们的大师兄唐成盼老师，唐师兄就像我们在北京的大家长，一把屎一把尿地把我从科研萌新，磨炼成一位能够独挡半面的科研工作者。我非常感激您对我全方位的信任，更无以报答您对我呕心沥血般的细心栽培。唐师兄是我科研工作的领路人，也是我研究生工作的负责人。在您的身上，我既看到了您在为了争取和维护团队利益时的坚忍不拔。也看到了您在工作压力前的不安憔悴；既看到了您作为一个科研工作者对真理的追求与较真，也看到了您追求幸福生活中的悲伤与快乐。您对我毫无保留，让我从您身上学习了太多太多，也亏欠了太多太多。

在这个团队中，非常感谢宋叶志老师，您对我的信任与支持，是我能够在北京发光发热的坚强后方。每当我遇到了理论瓶颈和技术困难，您可以在半夜给予我最耐心的指导。您的理论基础之深，让我感到敬畏，但您对我的真诚与喜爱，又让我感到随和。我时常为自己的精力和能力有限而未能帮助老师而感到惭愧。您亦师亦友，对我毫无保留。我至今记得，您手把手教我编写 Fortran 代码，带我参与研究生期间的第一个项目，指导我撰写第一篇论文……

在这个团队中，非常感谢周善石、曹月玲、董文丽、曲伟菁老师和团队中的其他老师。科研上，老师游刃有余的理论功底和在导航中一针见血找出问题本质的能力让我敬佩不已。你们在论文的撰写中给予了建设性的意见。在工作上，老师们身先士卒，在紧急时常到工作岗位上带头奋战，带领我们集同攻关北斗建设中的困难。在生活上，两位老师在台里为北京的我们争取利益，到北京给我们提供物质资源（特别是 2020 年的小龙虾和牛排），让我们在北京感到温暖与幸福。

在这个团队中，我非常感谢杨宇飞、李凯、赵兴隆师兄。你们的学术造诣和专业沉淀是使我快速蜕变成一名导航人的催化剂。也非常感谢李子强、潘军洋、赵立谦、马岳鑫、陆畅等师兄。你们对我的照顾和指导，是我能够从“GPS 由 32 颗 GEO 卫星构成”到对导航系统有一定自己认识的这一快速成长

重要帮手。和你们的交流，我对专业知识有了更新的认识。你们反复对我说的“不要怕！相信自己！”让我学会了如何面对质疑，如何自信地表达观点。我也非常感谢王文斌、姜庭威、岳恒屹、鲍仁杰、邵瑞、刘佳等小师弟小师妹们。希望你们能百磨成钢，没毕业的能够顺利毕业。

在这个团队中，我非常感谢在研究生相遇的其他领域的专家、工程师、科研工作者。感谢神州天鸿的陈建兵、苗新潮、廖敏、丁晨烁、安保洋、王总等工程师对我在计算机编程上的指导和生活上的帮助，和你们一同奋斗的日子我历历在目。

在这个团队中，我最后感谢一下在北京 802 一个屋檐下吃穿同行，抱团取暖的获哥和大哥，和你们的回忆总是愉快欢乐的。平时我们嘻嘻哈哈，天马行空，小到薯片谈八卦，大到煮酒论时势，无论什么都可以随便聊上半个时辰。但一旦出现问题时，我们三人义无反顾的抵力同行，互相分担。感谢你们在我痛苦地时候耐心安慰我，在我快乐地时候分享我的快乐。这就是我们的日常，感谢你们对我生活的包容与照顾。希望以后各奔东西，也能多聊聊多聚聚。希望大哥以后跟弟妹白头偕老。也相信我们一定会给获哥把好关。

我非常感谢上海天文台的齐朝祥、黄勇、韩春好、陈俊平、王小亚、黄乘利等老师的教诲以及马金、储怡、王慧老师和上海天文台领导们对我研究生工作学习的支持。也感谢台里鹏哥、杰哥、胥灿灿、丁君生、张镭、潘潘、文总、宋子远、焦国强、吕钢、蒋建华等人对我的关照。希望潘潘早日发表 *Nature*，拿到诺奖，践行我们之间的承诺。也非常感谢国科遇到的小伙伴们对我的关照。

除此之外，非常感谢在研究生相遇的其他领域的专家。感谢北京导航中心的刘利、李晓杰、王迪、刘帅、常志巧、郭睿等人对我的照顾与锻炼。感谢和航天五院的郑晋军、康成斌、王海红、周会超、毕少筠等人 and 所在团队以及和你们一同攻克一些关键技术的时光。你们大到对国家建设的责任感，小到对一个普通技术工作者的尊敬让我无比敬佩和向往。感谢成都项宇、蒋孝卿、顾清涛、吕昊、秦国健、杨祚、李响、陈汉龙、刘运行、罗秋阳、彭汉兵和为我们打饭做饺子的工作人员们，和你们的时光是我成长最快的时光。非常感谢国台韩春好教授和北师大刘金获师兄在相对论方面对我的指导，和你们的交流我才真正领略了爱因斯坦相对论的冰山一角。感谢中国星网刘庆军、张中英、陈刘成、王腾、张明欢、吴宏建、徐添等工程师对我论文撰写的支持，相信未来我们一定能把系统建设好。我也非常感谢家乡的小伙伴们，跟你们相处的时光总是无忧无虑，充满快乐的，谢谢你们对我不在上学期间对我以及我家人的照顾。

我特别感谢一下我的女朋友田秋凝。谢谢你，让我的学习不再单调，让我的生活充满规律，让我充满了奋斗的动力。感谢你平时对我生活上的关照和我学习的支持。也感谢你在疫情期间对我无微不至的照顾。和你在一起的这几年，

我很幸福，也很快乐。

在最后，我特别感谢我的家人，感谢你们的爱与牵挂，感谢你们对我的嘘寒问暖与坚定支持。是你们，我才能健健康康，茁壮成长；是你们，我才能一心一意，砥砺前行；是你们，我才能甩开膀子，为国奉献，成就自己。我希望你们平平安安，安康快乐。特别的，我希望已经离去的奶奶，你能在另一边见证我的成长，感受到我对你的思念与感谢。

2023年3月





## 作者简历及攻读学位期间发表的学术论文与其他相关学术成果

### 作者简历:

2014 年 6 月——2018 年 9 月, 在南京大学 天文与空间科学学院获得学士学位。

2018 年 9 月——2023 年 6 月, 在中国科学院 上海天文台获得博士学位。

### 已发表(或正式接受)的学术论文:

- (1) 杨建华, 唐成盼, 宋叶志,等. GNSS 导航电文空间信号测距误差分析[J]. 中国科学: 物理学、力学、天文学, 2021, 51(1):13.
- (2) Yang, J.; Tang, C.; Zhou, S.; Song, Y.; Liu, J.; Xiang, Y.; Liu, Y.; Tian, Q.; Yang, Y.; Yang, Z.; Hu, X. High-Accuracy Clock Offsets Estimation Strategy of BDS-3 Using Multi-Source Observations. Remote Sens.2022,14, 4674. <https://doi.org/10.3390/rs14184674>
- (3) Yang, J., Hu, X., Zhou, W., Zhou, S., Tang, C., Song, Y., Liu, L., Yang, Y., Tian, Q., Liu, J., Liu, Y., Xing, N., Ma, Y., Relativistic effects in BDS-3 high-accuracy intersatellite time synchronization, Advances in Space Research (2023), doi: <https://doi.org/10.1016/j.asr.2023.02.036>
- (4) 田秋凝, 曹月玲, 杨建华, 项宇, 杨祚, 吕昊, 彭汉兵, 基于低轨星座的空间信号测距误差投影分析 天文学进展 (已接受, 预计 2023 年第一期发表)
- (5) 项宇, 蒋孝卿, 杨建华, 胥灿灿, 杨祚, 吕昊, 唐成盼, 王文斌, 罗秋阳, 许雪晴, 地球定向参数预报误差及其对北斗三号卫星定轨精度的影响 (已接受, 预计 2023 年第一期发表)
- (6) Yang, J., Tang C., Hu X., et al. Centimeter-Level Clock Synchronization and Space-Borne Timescale Generation for BDS-3 Using Inter-Satellite Link Measurements, Journal of Geodesy (under review)

### 参加的研究项目及获奖情况:

2020 年-2021 年 三好学生

2021 年 抗疫先进个人

2022 年-2023 年 三好学生