



同濟大學
TONGJI UNIVERSITY

博士学位论文

多系统 GNSS 实时轨道和钟差估计研究

姓 名：段兵兵

学 号：1210849

所在院系：测绘与地理信息学院

学科门类：工学

学科专业：大地测量学与测量工程

指导教师：王解先 教授

副指导教师：陈俊平 研究员

二〇一六年六月



A dissertation submitted to
Tongji University in conformity with the requirements for
the degree of Doctor of Engineering

Research of Multi-GNSS Real-time Orbit Determination and Clock Estimation

Candidate: Duan Bingbing

Student Number: 1210849

School: College of Surveying and Geo-informatics

Discipline: Engineering

Major: Geodesy and Surveying Engineering

Supervisor: Prof. Wang Jiexian, Prof. Chen Junping

June, 2016

多系统GNSS实时轨道和钟差估计研究

段兵兵 同济大学

学位论文版权使用授权书

本人完全了解同济大学关于收集、保存、使用学位论文的规定，同意如下各项内容：按照学校要求提交学位论文的印刷本和电子版本；学校有权保存学位论文的印刷本和电子版，并采用影印、缩印、扫描、数字化或其它手段保存论文；学校有权提供目录检索以及提供本学位论文全文或者部分的阅览服务；学校有权按有关规定向国家有关部门或者机构送交论文的复印件和电子版；在不以赢利为目的的前提下，学校可以适当复制论文的部分或全部内容用于学术活动。

学位论文作者签名：

年 月 日

同济大学学位论文原创性声明

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是本人在导师指导下，进行研究工作所取得的成果。除文中已经注明引用的内容外，本学位论文的研究成果不包含任何他人创作的、已公开发表或者没有公开发表的作品的内容。对本论文所涉及的研究工作做出贡献的其他个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本学位论文原创性声明的法律责任由本人承担。

学位论文作者签名：

年 月 日

摘要

在过去的二十年中，全球卫星导航系统(Global Navigation Satellite System, GNSS)发展迅速。从目前已处于全运行状态的 GPS 和 GLONASS 星座开始，共有 5 个新的全球和区域导航系统正在提供或准备提供导航和授时服务。其中，中国的 BeiDou 卫星导航系统(BeiDou Navigation Satellite System, BDS)和欧洲的 Galileo 卫星导航系统发展最快，目前已具备初步服务功能。随着导航卫星高精度实时轨道和钟差产品的不断发展，其在实时高精度应用中的地位越来越明显，而多系统 GNSS 联合使用可较大幅度地提升其稳定性和可靠性。因此，对于新一代的卫星导航系统 BDS 和 Galileo 卫星而言，实时高精度卫星轨道和钟差产品的需求较为迫切。

本文首先基于自行编制的 Multi-GNSS 精密定轨软件，采用 60 个全球监测站数据，研究 GPS、Galileo 和 BDS 卫星实时预报轨道，重点分析地影期间各卫星预报轨道精度，提出改善方法；其次，利用相同的监测站数据，研究基于均方根滤波的实时估计轨道，解决实时估计中的数据预处理、模糊度固定及轨道机动和姿态转变等问题，比较分析两类实时轨道产品在精度上的差异。最后，基于两类实时轨道产品，计算实时钟差产品，并采用第三方独立软件，分析两套实时产品在实时动态精密单点定位中的应用。主要研究内容和成果包括：

(1) 研制 Multi-GNSS 事后精密定轨软件，采用全球均匀分布的 60 个测站一个月的观测数据，测试 Multi-GNSS 事后精密定轨精度。完全光照中的 GPS、BDS 和 Galileo 卫星三维轨道内符合精度分别为 6.1cm、17.9cm 和 15.5cm；地影中的 GPS 和 BDS 卫星三维轨道内符合精度分别为 14.0cm 和 86.8cm。针对地影中卫星轨道精度较差的情况，对所有卫星在 Along、Cross 和 Radial 方向加入速度变化参数，结果表明，地影中的 GPS 和 BDS 卫星内符合精度分别上升至 5.2cm 和 19.2cm，与完全光照中的卫星一致。将 ECOM2 光压模型应用于 BDS 卫星，测试其轨道内符合精度。结果表明，与 ECOM 光压模型相比，完全光照中的 BDS 卫星三维内符合精度提升 12.5%，且 Radial 方向提升量最为明显；日蚀中的 BDS 卫星内符合精度下降 52.3%，同样 Radial 方向最为明显。

(2) 基于 MGEX 精密轨道，研究已知轨道弧长对预报轨道精度的影响。对于 GPS、Galileo 和 BDS 卫星而言，采用 42h 已知轨道弧长预报轨道精度最佳。研究地影期间采用 Adams-Mouldon 方法积分三天弧段引入的积分误差最大值可达 80cm，平均值约为 24cm，且主要集中在沿轨方向。提出采用探测地影半影边界，灵活改变积分步长的方法，将一次积分限定在完全光照中、完全半影中和全影中，

积分三天弧段误差平均值下降至 6cm 以内。基于事后处理结果 , 选择 42h 已知轨道弧长 , 积分采用可变步长的方法 , 预报 6 小时实时轨道 , 并与精密轨道产品比较。完全光照中的 GPS 卫星在 Along 、 Cross 和 Radial 方向的轨道精度分别为 10.7cm 、 5.0cm 和 3.1cm; 完全光照中的 BDS 卫星在 Along 、 Cross 和 Radial 方向的轨道精度分别为 24.0cm 、 15.2cm 和 5.7cm; 完全光照中的 Galileo 卫星在 Along 、 Cross 和 Radial 方向的轨道精度分别为 37.3cm 、 22.4cm 和 10.0cm; 处于地影中的 GPS 卫星在 Along 、 Cross 和 Radial 方向的轨道精度分别为 17.7cm 、 5.4cm 和 4.0cm; 处于地影中的 BDS 卫星预报轨道三个方向精度分别为 161.6cm 、 42.3cm 和 30.1cm 。结果表明 , 预报轨道精度随预报弧长下降 , 且对于地影中的卫星更为明显。

(3) 研究基于均方根滤波的实时轨道估计方法 , 针对不同需求设计可满足任意窗口的实时轨道滤波器 ; 基于模拟观测数据计算得出不同滤波窗口长度在经历 12h 后将收敛至相同结果 , 进一步将收敛后的轨道与最小二乘解算轨道比较 , 差值几乎为零 , 验证了不同窗口长度之间及滤波估计与最小二乘估计之间的一致性。研究单历元实时模糊度固定方法 , 模糊度固定需要对协方差矩阵进行更新变换 , 但均方根实时滤波传递的信息矩阵为上三角均方根矩阵 , 在模糊度固定后需要对矩阵进行上三角分解 , 耗时较大。本文研究单历元实时固定模糊度的方法 , 不传递固定后的协方差信息 , 结果表明 , GPS 卫星实时轨道模糊度固定解较浮点解精度提升最明显 , Along 、 Cross 和 Radial 方向分别为 17.4% 、 7.8% 和 1.3% 。 BDS 和 Galileo 卫星实时轨道模糊度固定解与浮点解精度相当。在卫星运动中 , 当卫星发生机动调整和姿态转变时 , 协方差信息和状态转移矩阵将偏离其真实值 , 导致结果发散。本文基于一个月的 BDS 观测数据 , 测试机动及姿态转变对轨道结果的影响。结果表明 , BDS 卫星姿态转变将在一定范围内影响轨道精度 , 但卫星机动将导致滤波结果迅速发散。针对这种情况 , 研究将光压参数设置为与过程噪声相关的参数 , 通过分析一个月的最小二乘结果 , 将正常情况下卫星太阳光压参数过程噪声设置为 10^{-7} 、姿态转变时设置为 10^{-5} 、机动时设置为 10^{-3} 。结果表明 , 当卫星经历机动和姿态变化时 , 所有 BDS 卫星伪距残差保持稳定 , 仅在机动发生时间段内存在一定的变化。

(4) 为了说明实时滤波轨道的优势 , 采用与预报轨道相同的测站数据和时间范围 , 分析各类卫星实时滤波轨道精度。完全光照中的 GPS 卫星在 Along 、 Cross 和 Radial 方向的轨道精度分别为 8.5cm 、 5.1cm 和 3.3cm; 完全光照中的 BeiDou 卫星预报轨道三个方向精度分别为 24.0cm 、 13.2cm 和 5.5cm; 完全光照中的 Galileo 卫星预报轨道三个方向精度分别为 22.1cm 、 17.3cm 和 10.4cm; 处于地影中的 GPS 卫星在 Along 、 Cross 和 Radial 方向的轨道精度分别为 7.5cm 、 4.4cm

和 3.7cm ;处于地影中的 BDS 卫星预报轨道三个方向精度分别为 74.5cm、20.5cm 和 29.9cm。将所有卫星实时滤波轨道与 6h 实时预报轨道比较 , 实时滤波轨道在 Along 方向精度提升量明显 , 完全光照中的 GPS 卫星、地影中的 GPS 卫星、完全光照中的 BDS 卫星、地影中的 BeiDou 卫星和完全光照中的 Galileo 卫星轨道精度提升量分别为 20.6% 、 57.6% 、 0.1% 、 53.9% 和 40.8% ; Cross 和 Radial 方向完全光照中的卫星精度提升量不明显 , 但对于地影中的卫星而言 , 实时滤波解精度较预报轨道精度仍存在一定的提高。

(5) 分别研究基于两种实时轨道的实时钟差产品精度。对于完全光照中的 GPS 、 BDS 和 Galileo 卫星 , 基于预报轨道计算得出的卫星钟差 RMS 分别为 0.55ns 、 2.26ns 和 0.90ns , STD 分别为 0.43ns 、 0.54ns 和 0.63ns ; 基于滤波估计轨道计算得出的 GPS 、 BDS 和 Galileo 卫星的 RMS 为 0.34ns 、 2.11ns 和 0.78ns , STD 为 0.17ns 、 0.37ns 和 0.51ns 。对于处于地影中的卫星 , 基于预报轨道计算得出的 GPS 和 BeiDou 卫星 RMS 为 0.76ns 和 3.86ns , STD 为 0.59ns 和 1.95ns ; 基于滤波估计轨道计算得出的 GPS 和 BDS 卫星的 RMS 为 0.47ns 和 3.03ns , STD 为 0.28ns 和 0.82ns 。对于所有卫星而言 , 基于实时滤波估计的卫星钟差精度优于基于预报轨道产品的卫星钟差精度。将本文解算得出的两类实时产品以及 CODE 中心精密产品应用于实时动态精密单点定位中 , 测试其效果。为了避免软件自身的自洽性 , 采用第三方独立软件进行测试。首先 , 研究 GPS 及 GPS 与 BeiDou 和 Galileo 卫星联合使用在实时动态精密单点定位中的精度 , 结果表明 GPS+BeiDou+Galileo 组合精度最优 , 其余依次为 GPS+BeiDou 、 GPS+Galileo 和 GPS 。其次 , 研究两种实时产品和精密产品在实时动态精密单点定位中的精度 , 结果表明 , 基于实时估计产品的实时动态 PPP 精度优于基于预报产品的定位精度 , N 、 E 、 U 方向精度为 3.0cm 、 3.1cm 、 8.7cm , 与基于 CODE 精密产品的实时动态精密单点定位精度相当。

关键词 : Multi-GNSS , 实时定轨 , 实时钟差 , 实时模糊度固定 , 均方根滤波 , 姿态变化

Abstract

Over the past two decades, Global Navigation Satellite System(GNSS) has experienced a dramatic development. Starting from two full operation constellations(GPS and GLONASS), a set of five global or regional navigation satellite systems are offering, or at least preparing positioning and timing service. BDS(BeiDou Navigation Satellite System) in China and Galileo in Europe emerged an outstanding stage in the past decade, which are now offering us an initial service. So, right now there are four main constellations coexisted in the space. Along with the development of GPS real-time product, the status of navigation satellite in real-time applications is becoming more and more important, and as known to most of us Multi-GNSS can indeed offer numerous advantages over stand-alone GPS navigation. So, there is an urgent requirement of precise real-time product for the new emerging constellations, Galileo and BDS.

First, this contribution expanded the predicted product to BDS and Galileo based on the precise orbit determination software that implemented by myself. Analyze specially the accuracy of eclipsing satellites, and put forward an enhanced integration method. Second, develop real-time orbit determination software using square root information filter. Key points like real-time preprocessing, real-time ambiguity resolution, maneuver and attitude turns are solved with recommended methods. Two kinds of real-time orbits are compared in different case. Finally, real-time satellite clocks are estimated based on two different real-time orbits, and then we do real-time kinematic Precise Point Positioning by using a third independent software to evaluate the quality of two real-time products. The main result and content includes:

(1) Develop Multi-GNSS orbit determination software, test the result using 60 stations all over the world, which includes 45 Galileo sites and 36 BDS sites. 3D inner accuracy of full sunlight GPS, BDS and Galileo satellite is 6.1cm, 17.9cm and 15.5cm respectively. 3D inner accuracy of eclipsing GPS and BDS satellite is 14.0cm and 86.8cm respectively. In order to improve the accuracy of eclipsing satellite, we add three velocity change parameters in Along, Cross and Radial direction, and test the affection. The result shows that 3D inner accuracy of eclipsing GPS and BDS satellite improves to 5.2cm and 19.2cm respectively, which is at the same level as full sunlight

satellite. ECOM2 solar radiation model is tested for BDS satellite. The result shows that by comparing with ECOM model, 3D inner accuracy of full sunlight satellite improves 12.5%, which is mostly in radial direction, while 3D inner accuracy of eclipsing satellite drops 52.3%.

(2) Length of orbit arc is proved to be important to the predicted orbits. We use MGEX orbit as pseudo-observation, test the precision of predicted orbit by using different orbit arcs. It is proved that arc length of 42 hours shows the best accuracy for GPS, BDS and Galileo satellite. The maximum Integration error introduced by Adams-Mouldon method in eclipsing satellite after 3 days could be 80cm, the average value is 24cm, which mostly lies in along direction. We recommend an improved integration method that detects the shadow boundary, changes the step size flexibly, and mitigates the integration errors as much as possible. The result indicates that integration errors drop to no more than 6cm afterwards. After the post processing of orbit, we predict the trajectory for 6 hours using an arc length of 42 hours and the enhanced integration method. Accuracy in along, cross and radial is 10.7cm, 5.0cm and 3.1cm for full sunlight GPS satellite, 24.0cm, 15.2cm and 5.7cm for full sunlight BDS satellite, and 37.3cm, 22.4cm and 10.0cm for full sunlight Galileo satellite. When satellites are in shadow, precision of GPS is 17.7cm, 5.4cm and 4.0cm, precision of BDS is 161.6cm, 42.3cm and 30.1cm. So, accuracy of predicted orbit will decrease along with the arc length especially for eclipsing satellites.

(3) In order to avoid the precision decrease in predicted orbit, we develop an extended square-root-information filter, in which we integrate all the functions into an unified program. Before turning to real data, we test that filter with different batch size can achieve the same result after convergence, and the filter processing is theoretically the same as least square method. Ambiguity resolution needs to update the covariance matrix, but the information matrix passed by square root information filter is a triangular matrix, which means that the covariance matrix has to be decomposed. However, the decomposition of a huge matrix takes a lot of time. We develop an epoch-wise ambiguity resolution method and the result shows that ambiguity fixed solution improves the orbit of 17.4% in along, 7.8% in cross and 1.3% in radial for GPS satellite. The ambiguity fixed solution of BDS and Galileo satellite stays almost the same as float solution. Satellite maneuver and attitude turn will lead the predicted information deviate the true situation, which will cause divergence in the filter. We use one month measurements of BDS satellite to test the affection of

maneuver and attitude turn to the final orbit. The result indicates that attitude turn will slightly damage the result in a while, but maneuver will destroy the whole filter. Aims at that, we take the solar radiation pressure parameters(SRP) as processing noise, which have a processing noise of 10^{-7} for normal situation, 10^{-5} for attitude turn and 10^{-3} for maneuver. The result tells us all satellites achieve a good result except during the maneuver period.

(4) Put square root information filter into real-time estimation, orbit precision in along, corss and radial is 8.5cm, 5.1cm and 3.3cm for GPS full sunlight, and 24.0cm, 13.2cm and 5.5cm for BDS full sunlight, and 22.1cm, 17.3cm and 10.4cm for Galileo full sunlight. For eclipsing satellites, orbit precision in along, corss and radial is 7.5cm, 4.4cm and 3.7cm for GPS, and 74.5cm, 20.5cm and 29.9cm for BDS satellite. Compare real-time estimated orbit and predicted orbit. Real-time estimated orbit shows an obvious improvement in along direction, which is 20.6%、57.6%、0.1%、53.9% and 40.8% for full sunlight GPS, eclipsing GPS, full sunlight BDS, eclipsing BDS and full sunlight Galileo respectively. Improvement in cross and radial direction is small but for the eclipsing satellite, the improvement still exists.

(5) Study the precision of two real-time satellite clocks. RMS of clocks based on predicted orbit for full sunlight GPS, BDS and Galileo satellites is 0.55ns, 2.26ns and 0.90ns, STD is 0.43ns, 0.54ns and 0.63ns. RMS of clocks based on estimated orbit for full sunlight GPS, BDS and Galileo satellites is 0.34ns, 2.11ns and 0.78ns, STD is 0.43ns, 0.54ns and 0.63ns. RMS of clocks based on predicted orbit for eclipsing GPS and BDS satellites is 0.76ns, 3.86ns, STD is 0.59ns, 1.95ns. RMS of clocks based on estimated orbit for eclipsing GPS and BDS satellites is 0.47ns, 3.03ns, STD is 0.28ns, 0.82ns. So, real-time precision of real-time clock based on estimated orbit is better than that based on predicted orbit. Study GPS and the combination of GPS, BDS and Galileo in real-time kinematic Precise Point Positioning. The result shows that GPS+BDS+Galileo perform the best accuracy, and then is GPS+BDS, GPS+Galileo and GPS. Real-time kinematic Precise Point Positioning by using the estimated real-time product in this thesis can almost achieve the same accuracy with that by using CODE precise product, which has an accuracy of 3.0cm, 3.1cm and 8.7cm in north, east and up.

Key words: Multi-GNSS, Real-time orbit determination, Real-time clock, Real-time Ambiguity resolution, Square root information filter, Attitude turn

目录

| | |
|--|-----------|
| 第 1章 绪论 | 1 |
| 1.1 GNSS概述 | 1 |
| 1.1.1 GPS卫星导航系统 | 1 |
| 1.1.2 Galileo卫星导航系统 | 5 |
| 1.1.3 BDS卫星导航系统 | 7 |
| 1.2 研究背景及意义 | 10 |
| 1.3 国内外研究现状 | 11 |
| 1.3.1 Multi-GNSS研究现状 | 11 |
| 1.3.2 实时 GNSS轨道研究现状 | 14 |
| 1.4 本文拟解决的核心技术问题和主要研究内容 | 15 |
| 1.4.1 本文拟解决的核心技术问题 | 15 |
| 1.4.2 本文主要研究内容 | 17 |
| 第 2章 GNSS卫星定轨基础理论 | 18 |
| 2.1 引言 | 18 |
| 2.2 时空基准 | 18 |
| 2.2.1 时间系统 | 18 |
| 2.2.2 坐标系统 | 20 |
| 2.2.3 坐标系统在 GNSS定轨中的应用及相互转换 | 21 |
| 2.3 GNSS卫星运动方程 | 23 |
| 2.3.1 摄动力模型及其对卫星加速度影响 | 23 |
| 2.3.2 卫星运动方程求解 | 25 |
| 2.4 轨道积分 | 26 |
| 2.4.1 数值积分原理及数学模型 | 26 |
| 2.4.2 基于二体问题的解析解 | 29 |
| 2.4.3 数值积分器精度分析 | 31 |
| 2.4.4 地影期间 GNSS卫星轨道积分误差分析及改进方法 | 33 |
| 2.5 本章小结 | 37 |
| 第 3章 MGEX精密产品及预报轨道精度分析 | 38 |
| 3.1 引言 | 38 |
| 3.2 MGEX轨道和钟差产品精度分析 | 38 |
| 3.2.1 GPS轨道和钟差产品与 IGS最终产品比较 | 39 |
| 3.2.2 各分析中心 Galileo和 BDS卫星产品与 GFZ中心产品比较 | 42 |
| 3.2.3 Galileo和 BDS卫星轨道产品 DBD值分析 | 45 |
| 3.3 基于精密轨道产品的 Galileo 和 BDS卫星预报 | 49 |
| 3.4 本章小结 | 52 |
| 第 4章 基于事后精密定轨的 Multi-GNSS实时预报轨道研究 | 55 |
| 4.1 引言 | 55 |
| 4.2 事后精密定轨基本原理及数学方法 | 55 |

| | |
|--|-----|
| 4.2.1 事后精密定轨基本原理 | 55 |
| 4.2.2 最小二乘估计数学模型 | 57 |
| 4.2.3 Multi-GNSS事后精密定轨程序设计及实验分析 | 60 |
| 4.3 Multi-GNSS事后定轨实验分析 | 66 |
| 4.3.1 地影期间轨道精度分析 | 67 |
| 4.3.2 速度变化参数对轨道精度影响 | 69 |
| 4.3.3 ECOM2光压模型对轨道精度的影响 | 71 |
| 4.3.4 BDS IGSO和MEO卫星姿态变化对精密轨道的影响 | 73 |
| 4.4 Multi-GNSS实时预报轨道 | 75 |
| 4.5 本章小结 | 78 |
| 第 5章 基于均方根滤波的 Multi-GNSS实时轨道估计研究 | 80 |
| 5.1 引言 | 80 |
| 5.2 均方根滤波估计在 Multi-GNSS实时定轨中的应用 | 80 |
| 5.2.1 均方根滤波估计基本原理 | 80 |
| 5.2.2 均方根滤波在卫星定轨中的实现 | 83 |
| 5.2.3 均方根滤波器设计及模拟实验分析 | 85 |
| 5.3 均方根滤波实时定轨中的关键问题 | 87 |
| 5.3.1 实时观测数据预处理 | 87 |
| 5.3.2 实时模糊度固定 | 90 |
| 5.3.3 卫星机动及姿态转变问题处理 | 94 |
| 5.4 Multi-GNSS实时定轨实验分析 | 98 |
| 5.4.1 数据处理流程及参数设置 | 98 |
| 5.4.2 实时模糊度固定对 Multi-GNSS轨道精度的影响 | 100 |
| 5.4.3 地影期间 Multi-GNSS实时轨道精度分析 | 102 |
| 5.4.4 Multi-GNSS实时轨道精度比较 | 105 |
| 5.5 本章小结 | 106 |
| 第 6章 Multi-GNSS实时钟差估计及动态 PPP测试 | 108 |
| 6.1 引言 | 108 |
| 6.2 Multi-GNSS实时钟差估计 | 108 |
| 6.2.1 基于实时预报轨道的 Multi-GNSS实时钟差估计 | 108 |
| 6.2.2 基于实时均方根滤波估计轨道的实时钟差估计 | 111 |
| 6.3 实时动态 PPP测试 | 113 |
| 6.4 本章小结 | 119 |
| 第 7章 结论和展望 | 121 |
| 7.1 结论 | 121 |
| 7.2 进一步工作的方向 | 124 |
| 致谢 | 125 |
| 参考文献 | 127 |
| 个人简历、在读期间发表的学术论文与研究成果 | 133 |

缩略词

| | |
|-------|---|
| AC | Analysis Center |
| BETN | BDS Experimental Test Service |
| BDS | BeiDou Navigation Satellite System |
| BDT | BDS Time |
| BKG | Federal Agency for Cartography and Geodesy |
| BNC | BKG NTRIP Client |
| CHAMP | CHAllenging Minisatellite Payload |
| CNES | Centre National d'Etudes Spatiales |
| CODE | Center for Orbit Determination in Europe |
| CRS | Conventional Inertial reference System |
| CTP | Conventional Terrestrial Pole |
| DBD | Day Boundary Discontinue |
| ESA | European Space Agency |
| ET | Ephemeris Time |
| FOC | Full Operation Capability |
| GAST | Greenwich Apparent Sidereal Time |
| GEO | Geostationary Orbit |
| GFZ | Deutsches GeoForschungsZentrum |
| GNSS | Global Navigation Satellite System |
| GPS | Global Positioning System |
| GPST | GPS Time |
| GRACE | Gravity Recovery and Climate Experiment |
| GST | Galileo Time |
| IAG | International Association of Geodesy |
| IAU | International Astronomical Union |
| IGS | International GNSS Service |
| IGU | IGS Ultra-Rapid Orbit |
| IGSO | Inclined Geosynchronous Orbit |
| IOC | Initial Operation Capability |
| IOV | In-Orbit Validation |
| ITRF | International Terrestrial Reference Frame |
| IUGG | International Union of Geodesy and Geophysics |
| JAXA | Japan Aerospace Exploration Agency |
| JPL | Jet Propulsion Laboratory |
| LSP | Least Square Predicted Orbit |
| LSQ | Least Square orbit |
| MEO | Medium Earth Orbit |
| MGEX | Multi-GNSS Experiment |
| NASA | National Aeronautics and Space Administration |
| OCX | Operational Control System |

| | |
|-------|---|
| PANDA | Position and Navigation Data Analyst |
| PPP | Precise Point Positioning |
| QZSS | Quasi Zenith Satellite System |
| RK | Runge-Kutta |
| RKF | Runge-Kutta-Fehlberg |
| RNSS | Regional Navigation Satellite System |
| RMS | Root Mean Square |
| RTPPP | Real-time PPP |
| RTS | Real-time Service |
| SA | Selective Availability |
| SBAS | Satellite Based Augmentation System |
| SFE | Square-Root-Information Filter Estimation |
| SISRE | Signal-In-Space User Range Error, SISRE |
| STD | Standard Deviation |
| TAI | Temps Atomique International |
| TCB | Barycentric Coordinate Time |
| TCG | Geocentric Coordinate Time |
| TDB | Barycentric Dynamical Time |
| TDT | Terrestrial Dynamical Time |
| TRS | Terrestrial Reference System |
| TT | Terrestrial Time |
| TUM | Technische Universität München |
| UT | Universal Time |
| UTC | Universal Time Coordinated |
| WGS84 | World Geodetic System 1984 |

第 1 章 绪论

1.1 GNSS概述

GNSS 是建立在距离地球表面高度约 20000km 处的星座。除了目前已全网运行的 GPS(Global Positioning System)和 GLONASS 外 ,由欧盟建立的 Galileo 系统和中国研制的 BDS 卫星导航系统已具备初步服务功能。为了增强实时基本导航的精度 ,一些国家研究了星基增强系统(Satellite Based Augmentation System, SBAS) ,如美国的 WAAS、欧洲的 EGNOS 和日本的 MSAS 等。此外 ,为了增加区域范围内卫星可见个数及优化几何构型 ,一些地区建立了区域卫星导航系统(Regional Navigation Satellite System, RNSS) 如印度的 IRNSS 和日本的 QZSS 等。本节主要介绍 GPS、Galileo 和 BDS 卫星的发展历程、信号结构、姿态和未来发展。

1.1.1 GPS卫星导航系统

(1) GPS 卫星发展历程

GPS 卫星导航系统是由美国政府开发研制 ,1978 年 2 月 22 日成功发射第一颗 Block I 卫星 ,随后历经 15 年时间于 1993 年 12 月完成 24 颗卫星发射 ,并于 1995 年 6 月宣布实现全系统运行(<http://www.gps.gov>)。GPS 系统最初服务于军事应用 ,其民用信号加入了人为干扰(SA) ,使得导航精度受限于 100m 左右。在 20 世纪 90 年代后期 ,随着 GPS 系统在民用和商用中的地位逐步提升 ,且出现其它 GNSS 系统与之竞争 ,美国政府于 2000 年 5 月决定关闭 SA 干扰 ,这使得 GPS 定位精度提升 10 倍左右。

GPS 星座分布在 6 个轨道平面内(如图 1.1 所示) ,每个平面至少 4 颗卫星 ,轨道倾角 55° ,距地面高度约 20200km ,卫星运行速度约为 3.9km/s ,轨道运行周期约为 11 小时 58 分 (Lechner,2000)。GPS 轨道周期与地球自转周期存在较强的重合性 ,这使得卫星轨道容易受地球引力共振影响 ,通常每颗星每一年左右需要通过地面控制部分调整其轨道位置(Massatt P , 1998)。

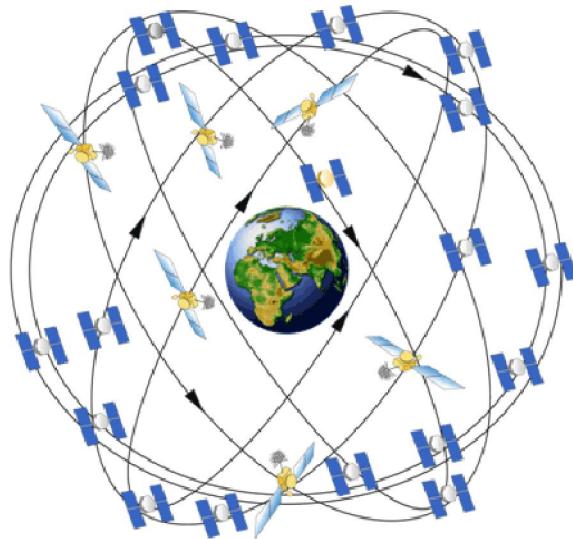


图 1.1 GPS 星座(<http://www.gps.gov>)
Figure 1.1 GPS constellation(<http://www.gps.gov>)

表 1.1 GPS 星座状态

Table 1.1 Statue of GPS constellation

| Orbit plane | SVN | PRN | Block type |
|-------------|-------------------|-------------------|---------------------------|
| A | 65,52,64,48 | 24,31,30,7 | IIF,IIR-M,IIF,IIR-M |
| B | 56,62,44,58,71,51 | 16,25,28,12,26,20 | IIR,IIF,IIR,IIR-M,IIF,IIR |
| C | 57,66,72,53,59 | 29,27,8,17,19 | IIR-M,IIF,IIF,IIR-M,IIR |
| D | 61,63,45,67,46 | 2,1,21,6,11 | IIR,IIF,IIR,IIF,IIR |
| E | 69,47,50,54,73 | 3,22,5,18,10 | IIF,IIR,IIR-M,IIR,IIF |
| F | 41,55,68,60,70,43 | 14,15,9,23,32,13 | IIR,IIR-M,IIF,IIR,IIF,IIR |

GPS 星座发展至今历经五代 , Block I 卫星于 1978 年至 1985 年间共发射 11 颗(<ftp://tycho.usno.navy.mil/pub/gps/gpsb1.txt>) 重约 845kg ,平均设计寿命 4.5 年 ,可在与地面控制站无联系的情况下维持 3 至 4 天的定位功能。 Block II 和 IIA 卫星从 1989 年开始发射 ,总共 28 颗(<ftp://tycho.usno.navy.mil/pub/gps/gpsb2.txt>) ,重约 1500kg ,平均设计寿命 7.5 年。 Block IIA 卫星具备双向通信功能 ,可实时保持与地面控制站通信 ,即使与地面控制站失去联系仍可维持 180 天的定位服务 (Green , 1989)。 Block IIR 卫星于 1997 年开始发射 ,用于替代 Block II 卫星 ,共 20 颗 ,重约 2000kg ,平均设计寿命 10 年 ,Block IIR 卫星具备卫星自主导航功能 ,在与地面控制站失去联系不超过半年时 ,其广播星历轨道精度可维持不变 (Rajian , 2001)。 Block IIR-M 卫星于 2005 年 9 月 26 日开始发射第一颗卫星 ,共 8 颗 ,加载新的军用信号和更强的 L2C 信号(Maine ,2003)。 Block IIF 卫星于 2010 年 5 月 28 日开始发射 ,平均设计寿命 12 年 ,加载新的民用频率 L5 ,卫星上安

置惯导系统。目前，共有 32 颗 GPS 在轨，其中 Block IIR 卫星 12 颗，Block IIR-M 卫星 7 颗，Block IIF 卫星 12 颗。除了卫星替换和轨道机动调整外，通常情况下将有至少 30 颗 GPS 卫星提供服务。2016 年 4 月 GPS 星座状态如表 1.1 所示 (<http://www.navcen.uscg.gov>)。

(2) GPS 卫星信号结构

GPS 最早的三类信号调制在 L1 频率上，包括 C/A 码观测值，P 码观测值和 Y 码观测值。C/A 码观测值服务于民用，P 码观测值服务于军用，当启用 SA 干扰时使用 Y 码观测值代替 P 码观测值。随着 Block IIR-M 卫星的成功发射，GPS 卫星开始加载两种新信号：民用信号 L2C 和新的军用信号 M。之后 M 码被同时加载在 L1 和 L2 频率上，其抗干扰性优于 P/Y 码观测值(Barker, 2006)。除 L1 和 L2 频率外，Block IIF 卫星搭载第三频率民用观测值 L5，具有信号更强、带宽更长、设计更优等特点。L1C 为第四民用信号观测值，其目的是建立起 GPS 与其它 GNSS 系统之间的联系，目前欧洲的 Galileo、日本的 QZSS 以及中国的 BDS 卫星导航系统都采用 L1C 或与之类似的信号。各类观测值信息如表 1.2 所示。

表 1.2 GPS 信号结构

Table 1.2 GPS signal structure

| Frequency band | Service name | Frequency |
|----------------|-------------------------------|------------|
| L1 | C/A, P(Y) Code, M Code, L1C | 1575.42MHz |
| L2 | L2CM, L2CL, P(Y) Code, M Code | 1227.60MHz |
| L5 | L5I, L5Q | 1176.45MHz |

(3) GPS 卫星姿态

导航卫星姿态是精密定位和定轨中的重要信息。首先，在精密定轨中，卫星姿态用来正确描述卫星太阳光压模型(Beutler, 1994；Rodriguez-Solana, 2012)；其次，在导航卫星观测数据处理中，卫星姿态用来正确改正相位观测值 wind-up 影响(Wu, 1993)和天线相位中心相对于质量中心的偏差(Schmid, 2005)。

GPS 卫星姿态控制遵循两个基本条件：卫星天线始终指向地球和太阳能板始终垂直于太阳方向，如图 1.2 所示(Dilssner, 2011)。为了维持这一要求，GPS 卫星上安装了太阳传感器，根据实时返回的太阳光照数据，以天线指向地球方向为轴，按照一定的速率(yaw rate)不停的旋转(yaw)，称为 yaw-steering 姿态模型(Kouba, 2009; Marquis, 2014; Dilssner, 2010)。Yaw-steering 姿态模型通过 Nominal yaw 角 Ψ 描述。

$$\Psi = \text{ATAN}2(-\tan \beta, \sin \mu) \quad (1.1)$$

式中 β 为地球至太阳方向相对于卫星轨道平面的夹角， μ 为卫星在轨道平面内相对于 Midnight 点的夹角，当卫星处于 Midnight 点时 $\mu = 0^\circ$ ，当卫星处于 Noon

点时 $\mu = 180^\circ$ ，如图 1.3 所示(Montenbruck, 2015)。可以看出，当 β 角符号发生变化或卫星处于 Midnight 和 Noon 点附近时， Ψ 角将产生 180° 的不连续(Bar-Sever, 1996)。

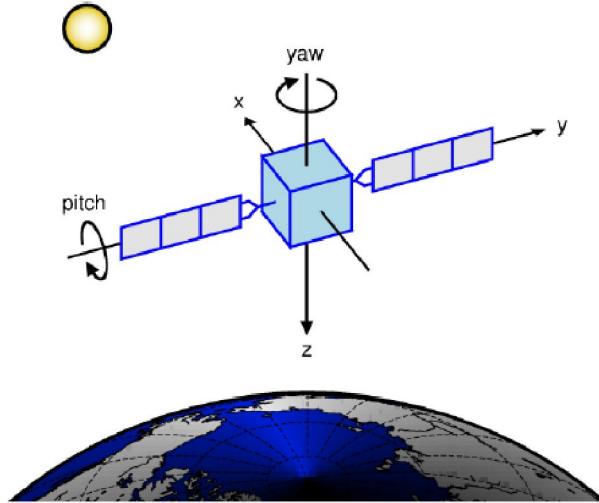


图 1.2 GPS 卫星姿态维持(Dilssner , 2011)
Figure 1.2 maintenance of GPS satellite attitude(Dilssner , 2011)

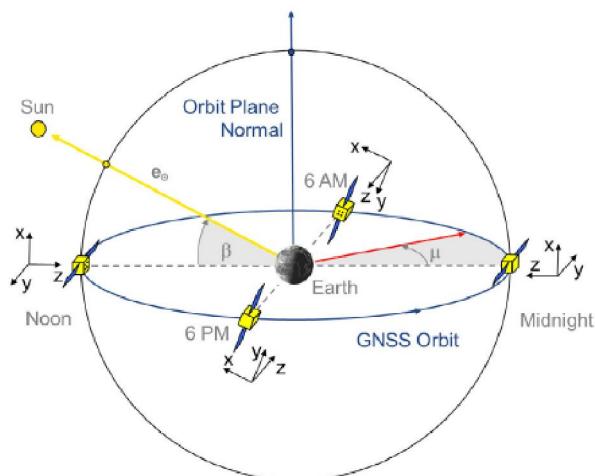


图 1.3 卫星-太阳-地球位置(Montenbruck , 2015)
 Figure1.3 Satellite-Sun-Earth position(Montenbruck , 2015)

卫星姿态变化由两种情况引起：一是当卫星至地球方向向量和卫星至太阳方向向量平行或卫星处于 Midnight 和 Noon 点时，Nominal yaw-angle 将会产生 180° 的跳变，远超过硬件最大旋转速率；二是当卫星处于日蚀中时，卫星旋转速率将发生变化。对于 GPS Block IIA 卫星而言，当进入地球阴影时，太阳传感器无法控制卫星旋转姿态，卫星以其硬件允许最大速率旋转（约 $0.10\text{--}0.13^\circ/\text{s}$ ），当卫星走出地影后，需要约 30 分钟的时间恢复至正常姿态（Kouba J, 2009）。为此，从 1995 年 11 月开始，GPS 控制中心在所有 IIA 卫星中加入同样的旋转偏差 $+0.5^\circ$ ，（Bar-Sever, 1996）提出了针对 IIA 卫星的姿态估计模型，可较好地保证卫星在日蚀中的使用，但对于走出地影后的 30 分钟内数据，Bar-Sever 仍建议删除。目前，

Block IIA 卫星已全部停止服务，无需考虑其影响。对于 GPS Block IIR 卫星而言，当进入地影区域时采用固定的旋转速率($0.20^\circ/s$)，仍可维持 Yaw-steering 姿态，仅当卫星处于“Midnight”时发生机动(Fliegel, 1996)。对于 GPS Block IIF 卫星而言，当 β 角大于 8° 时，处于地影中的 IIF 卫星与 IIR 卫星一致；当 β 角小于 8° 时，IIF 卫星在地影期间保持固定的旋转速率 $0.06^\circ/s$ ，在走出地影后同样需要一段时间恢复正常姿态，时长约为 5 分钟(Dilssner F, 2011)。地影期间 GPS 卫星姿态控制如表 1.3 所示(Rahman, 2011；Dilssner F, 2011)。

表 1.3 地影期间 GPS 卫星姿态控制

Table 1.3 GPS satellite attitude control during eclipse season

| | GPS IIA | GPS IIR | GPS IIF |
|-------------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| Noon turn $\mu = 180^\circ$ | $ \beta < 4.9^\circ$ | $ \beta < 2.4^\circ$ | $ \beta < 4.5^\circ$ |
| Midnight turn $\mu = 0^\circ$ | $ \beta < 13.5^\circ$ | $ \beta < 13.5^\circ$ | $ \beta < 13.5^\circ$ |
| Shadow maneuver | All | All | All |
| Post shadow recovery | 30 minutes after exit | - | 5 minutes after exit |

从表中可以看出，在 $\mu = 180^\circ$ 时，不同 GPS 卫星根据其 β 角值需考虑“Noon turn”影响；在 $\mu = 0^\circ$ 时，所有 $|\beta| < 13.5^\circ$ 的 GPS 卫星，需考虑“Midnight turn”影响；所有卫星在进入地影后，yaw 速率发生变化；在走出地影区域后，IIA 和 IIF 卫星需要一段时间恢复至正常姿态。IGS 在其网站上(<http://acc.igs.org>)发布了日蚀期间 GPS 卫星 yaw-angle 计算的 Fortran 子程序 eclips.f，并在 2014 年 1 月进行最近一次更新。

(4) GPS 卫星发展

未来 GPS 的发展主要包括发射新一代卫星和优化地面控制部分。GPS Block III 卫星将提供功率更强大的信号，确保信号的可靠和完整，从而提供更为精确的定位和授时服务。第一颗 Block III 卫星计划将于 2016 年发射(<http://gpsworld.com>)。新一代地面控制部分(OCX)在兼容旧系统对 Block IIR 卫星处理策略的基础上，针对新一代 Block IIF 和 III 卫星设定新的命令，提供更为精确可靠的定位授时服务(<http://www.insidegnss.com>)。

1.1.2 Galileo 卫星导航系统

(1) Galileo 发展历程

20 世纪 90 年代欧盟开始建立自己的卫星导航系统 Galileo，其最初目的是服务于民用，最终目标是实现 30 颗卫星全网运行。与 GPS 星座不同，Galileo 星座分布在 3 个轨道平面内，轨道倾角 55° ，每个轨道平面内包括 8 颗均匀分布卫星，相邻两颗卫星相对于地球中心夹角为 45° ，同时每个轨道平面内包括 2 颗备用卫

星。Galileo 卫星轨道运行周期约为 14 小时 5 分，距地面高度为 23222km，其优点为可避免地球引力共振的影响，卫星轨道测试完毕后，在使用寿命时间内无需通过地面控制站进行机动调整，且高轨道有利于增加卫星可视性(Montenbruck, 2014)。Galileo 卫星星座如图 1.4 所示。

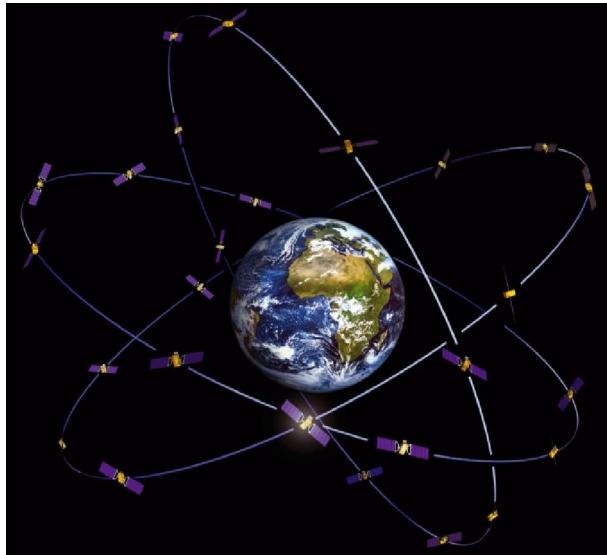


图 1.4 Galileo 星座(<http://www.navipedia.net>)

Figure 1.4 Galileo constellation(<http://www.navipedia.net>)

Galileo 卫星系统发展经历三个主要阶段：在轨有效性测试(In-Orbit Validation, IOV)阶段，初步运行能力(Initial Operation Capability, IOC)阶段和全运行能力(Full Operation Capability, FOC)阶段。IOV 阶段包括两颗实验卫星 GIOVE-A 和 GIOVE-B，分别发射于 2005 年 12 月和 2008 年 4 月，用来测试地球中轨卫星(Medium-Earth Orbit, MEO)运行环境、观测值频率及卫星自带的原子钟性能等，已于 2012 年 7 月停止使用。IOC 阶段从 2011 年 10 月 21 日至 2012 年 4 月完成了 4 颗全运行卫星发射，主要任务为测试地面控制部分和空间部分，预计将发射另外 14 颗卫星组成 18 颗卫星的初运行状态(<http://europa.eu>)。FOC 阶段拟实现共 30 颗卫星组网运行，地面控制中心位于欧洲，地面监测站全球均匀分布。目前 Galileo 卫星在轨情况如表 1.4 所示。

表 1.4 Galileo 星座状态

Table 1.4 statue of Galileo constellation

| Name | SVN | PRN |
|----------------------------|------------------------|--------------------|
| IOV-1, IOV-2, IOV-3, IOV-4 | E101, E102, E103, E104 | E11, E12, E19, E20 |
| FOC-1, FOC-2, FOC-3, FOC-4 | E201, E202, E203, E204 | E18, E14, E26, E22 |
| FOC-5, FOC-6, FOC-8, FOC-9 | E205, E206, E208, E209 | E24, E30, E08, E09 |

图 1.5 为 2013 年 1 月 1 日至 2016 年 4 月 10 日期间各 Galileo 卫星发射信号情况。

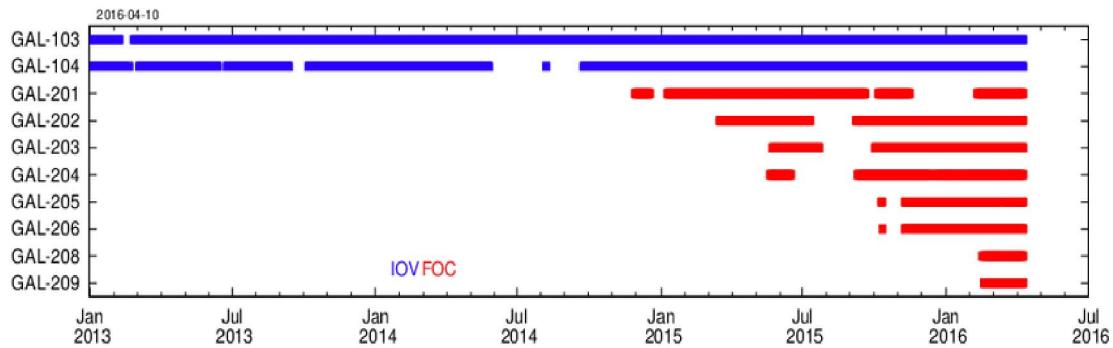


图 1.5 Galileo 卫星信号发射情况(<http://mgex.igs.org>)

Figure 1.5 Condition of Galileo signal transmission(<http://mgex.igs.org>)

(2) Galileo 信号结构

Galileo 卫星信号通过四个频率传播，分别为 E1、E5a、E5b 和 E6。其中 E1 和 E5a 与 GPS 的 L1 和 L5 频率相同，E6 为商用频率(Galileo ICD ,2008)。Galileo 信号和频率信息如表 1.5 所示。

表 1.5 Galileo 信号结构

Table 1.5 Galileo signal structure

| Frequency band | Service name | Frequency |
|----------------|--|-------------|
| E1 | E1 OS, PRS | 1575.42MHz |
| E5a | E5a data, E5a pilot | 1176.45MHz |
| E5b | E5b data, E5b pilot | 1207.140MHz |
| E5(E5a+E5b) | E5a data, E5a pilot, E5b data, E5b pilot | 1191.795MHz |
| E6 | E6 CS data, E6 CS pilot, E6PRS | 1278.75MHz |

(3) Galileo 卫星姿态和发展

Galileo 卫星在完全光照中采用与 GPS 卫星一致的 yaw-steering 姿态模型，在地影期内当 $|\beta| < 2^\circ$ 时，Galileo 卫星采用“dynamic yaw-steering”姿态模型(Ebert , 2008)。目前，Galileo 正在发射更多卫星，建立更多的地面监测站，实现更大范围内的授时和定位服务。欧洲航空局(European Space Agency, ESA)正研究 Galileo 卫星的星间链路技术，拟降低卫星轨道对地面站的依赖性。此外，在 Galileo 卫星上安装反射装置也是下一步研究的重点，通过实现与地面设备的通信，研究地球表面信息(<http://m.esa.int>)。

1.1.3 BDS 卫星导航系统

(1) BDS 卫星发展历程

BDS 卫星是由中国政府自主研发的卫星导航系统。尽管从 1997 年开始 BDS 系统才从区域定位向全球定位转变，但发展迅速，至 2012 年底已实现服务于亚

太地区的初步导航能力。BDS 卫星星座设计与 GPS 和 Galileo 不同，包括 5 颗地球静止轨道卫星(GEO)、3 颗倾斜地球同步卫星(IGSO)和 27 颗 MEO 卫星，如图 1.6 所示。GEO 卫星装备了通讯天线，可接收和发送短信息，所有 BDS 卫星搭载激光反射器(LRA)用来进行卫星激光测距(SLR)测量。GEO 卫星轨道高度为 35786km，分别定点于东经 58.75°、80.75°、110.5°、140°和160°；IGSO 卫星轨道高度为 35786km，轨道倾角为 55°，运行周期为 23 小时 56 分；MEO 卫星轨道高度为 21528km 轨道倾角为 55° 运行周期为 12 小时 53 分(Steigenberger 2013；中国卫星导航系统管理办公室，2013)。



图 1.6 BDS 星座(<http://www.navipedia.net>)

Figure 1.6 Constellation of BDS(<http://www.navipedia.net>)

表 1.6 BDS 星座状态

Table 1.6 Statue of BDS constellation

| Name | SVN | PRN | Generation |
|-------------------------|-------------------------|---------------------|------------|
| GEO1, GEO6, GEO3, | C003, C016, C004, C006, | C01, C02, C03, C04, | |
| GEO4, GEO5 | C011 | C05 | |
| IGSO1, IGSO2, IGSO3, | C005, C007, C008, C009, | C06, C07, C08, C09, | BeiDou-2 |
| GSO4, IGSO5 | C010 | C10 | |
| MEO3, MEO4, MEO5, | C011, C012, C013, C014 | C11, C12, C13, C14 | |
| MEO6 | | | |
| IGSO1-S,IGSO2-S,MEO1-S, | C101, C104, C102, C102, | C31, C32, C33, C34, | BeiDou-3 |
| MEO2-S, MEO3-S | C105 | - | |

BDS 卫星的发展主要经历三个阶段，第一阶段为区域范围内导航实验阶段，卫星型号为 BeiDou-1，目前已停止使用；第二阶段是形成服务于亚太地区的初步阶段，包括 5 颗 GEO 卫星、5 颗 IGSO 卫星和 4 颗 MEO 卫星；第三阶段为至 2020 年前后，完成所有 35 颗卫星发射，在全球范围内实现授时和定位服务。目

前 BDS 卫星在轨情况如表 1.6 所示。

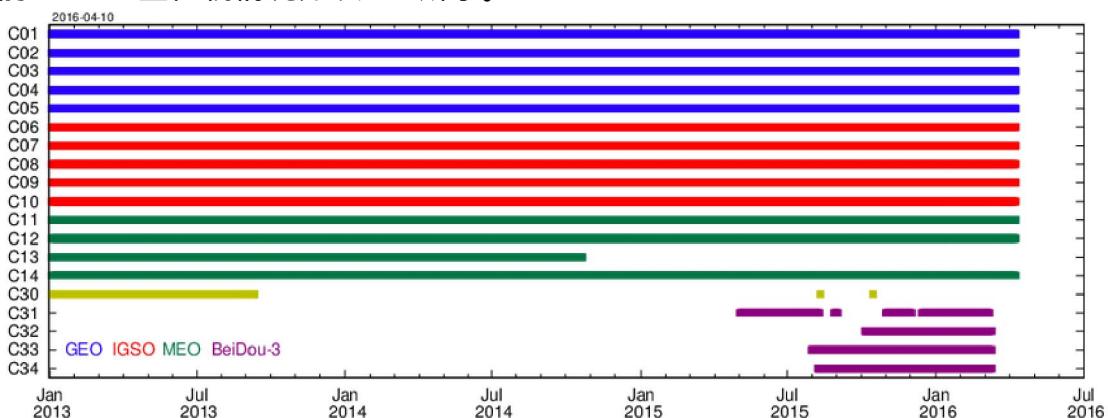


图 1.7 BDS 卫星信号发射情况(<http://mgex.igs.org>)

Figure 1.7 Condition of BDS signal transmission(<http://mgex.igs.org>)

图 1.7 为 2013 年 1 月 1 日至 2016 年 4 月 10 日期间各 BDS 卫星发射信号情况。

(2) BDS 卫星信号结构

BDS 卫星发射三个频率观测数据 B1、B2 和 B3，其中 B2 频率与 Galileo 系统 E5b 频率一致。BDS 信号和频率信息如表 1.7 所示。

表 1.7 BDS 信号结构

Table 1.7 BDS signal structure

| Frequency band | Service name | Frequency |
|----------------|-----------------|-------------|
| B1 | B1 GSO, B1N-GSO | 1561.098MHz |
| B2 | B2 GSO, B2N-GSO | 1207.14MHz |
| B3 | B3 GSO, B3N-GSO | 1268.52MHz |

(3) BDS 卫星姿态

BDS IGSO 和 MEO 卫星在正常情况下采用与 GPS 相同的 yaw-steering 姿态模型，在地影期内当 β 角小于某一阈值时采用与 GEO 卫星相同的“orbit-normal”姿态模型。Orbit-normal 姿态模型下卫星坐标系 Z 轴指向地球方向，Y 轴垂直与轨道平面，X 轴沿卫星速度方向。如图 1.8 所示。

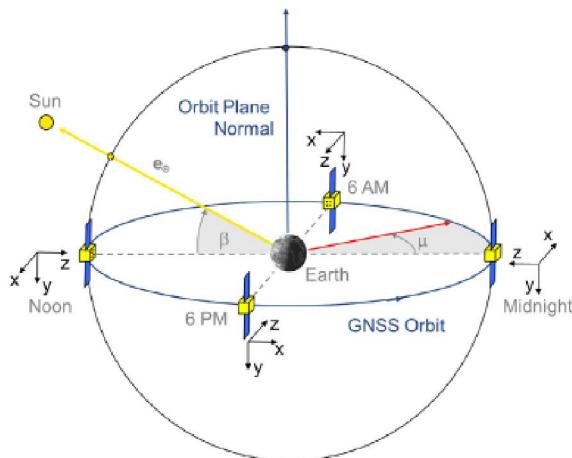


图 1.8 orbit-normal 姿态模型(Montenbruck , 2015)

Figure 1.8 orbit-normal attitude(Montenbruck , 2015)

(4) BDS 卫星发展

目前第三代北斗卫星(BeiDou-3)已经开始发射，将测试新的信号调制方法，提升观测值的可靠性和完整性。BDS 卫星的发展将面临地面站无法全球均匀分布的处境，在新一代 BDS 卫星中增加星间链路观测技术将大幅度削弱轨道精度对地面站的依赖性。

1.2 研究背景及意义

目前全球共有 6 大卫星导航系统正在提供或准备提供定位、导航和授时(PNT)服务，未来天空中将有超过 120 颗卫星在轨运行。Multi-GNSS 为用户提供了更多的选择，较单 GPS 系统而言优势显著。首先，新的信号结构抗干扰性强，多系统联合使用可降低多路径效应影响(Montenbruck , 2014)；其次，三频观测值拓展了数据预处理、模糊度固定和电离层高阶项延迟的研究(Elsobeiey , 2014 ; Li , 2015 ; Wang , 2015)；第三，多系统观测数据多、几何构型强，可提供更为精确的 PNT 服务。因此，多系统 GNSS 联合处理是未来的发展趋势。

高精度的轨道产品是实现 GNSS 高精度应用的必要条件。国际卫星服务组织(International GNSS Service, IGS)从 1992 年 6 月 21 日成立至今，向用户免费提供高精度 GPS 事后轨道产品和全球监测站数据信息 (<http://igs.org>)。随着新的 GNSS 系统的发展，IGS 于 2012 年成立了 Multi-GNSS Experiment(MGEX)组织，提供 Multi-GNSS 事后轨道产品和观测数据，使得 Multi-GNSS 事后联合处理成为可能。

随着 GNSS 应用领域的不断扩展，其实时性的需求也越来越迫切。全球范围内的实时精密单点定位技术可满足一系列的科学探测，如天气预报、对流层和电离层内部结构分析、时间同步以及地震及其它自然灾害监测等。此外，GNSS 数

据的实时处理可实现 GNSS 星座本身性能的监测，如卫星机动、卫星钟差跳变、观测数据完整性等。基于此，IGS 于 2007 年发起了实时工程计划(RTPP)，并于 2011 年 8 月开始发布相对于广播星历的 GPS 卫星实时轨道和钟差产品。但对于其他 GNSS 系统，尤其是新一代 Galileo 和 BDS 卫星系统，目前实时轨道产品还不够成熟。因此，本文将研究 GPS、Galileo 和 BDS(IGSO,MEO)卫星的实时轨道估计。

1.3 国内外研究现状

1.3.1 Multi-GNSS研究现状

自 IGS MGEX 组织成立以来，新的 Multi-GNSS 监测站网在原 IGS 监测站网的基础上不断发展，截止 2016 年 4 月 10 日，全球范围内共有 153 个 Multi-GNSS 监测站，其中 GPS 153 个，GLONASS 150 个，Galileo 143 个，BDS 105 个，如图 1.9 所示。Multi-GNSS 监测站网数据可从美国宇航局(NASA)的 CDDIS 系统上免费获取(<ftp://cddis.gsfc.nasa.gov>)。

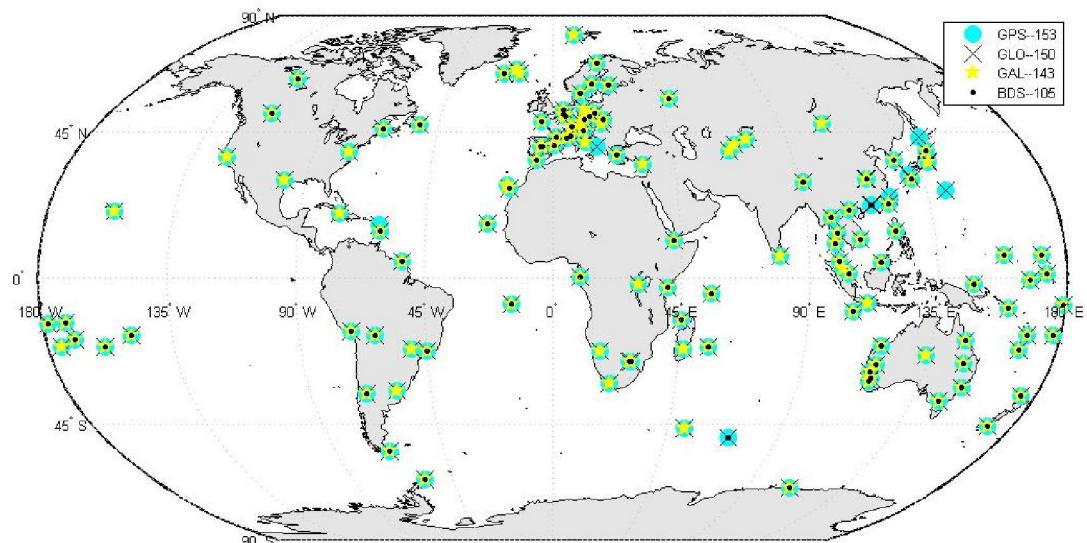


图 1.9 Multi-GNSS 监测站网

Figure 1.9 Multi-GNSS network

目前 MGEX 共有 6 个分析中心提供 Multi-GNSS 轨道和钟差产品，如表 1.8 所示。GFZ、JAXA 和 TUM 分析中心提供 5 分钟轨道产品，GFZ 和 CNES 分析中心提供 30s 钟差产品，CODE、GFZ 分析中心提供系统差产品，CODE、GFZ 和 Wuhan University 分析中心提供地球自转参数产品，CNES 分析中心提供测站坐标文件。

表 1.8 MGEX 分析中心

Table 1.8 MGEX analysis center

| ID | AC name | Constellations included | Product | Delay |
|-----|------------------|------------------------------------|------------------------|----------|
| com | CODE | GPS+GLO+GAL+BDS(IGSO,MEO)+QZSS | sp3, clk, erp, bias | 2 week |
| gbm | GFZ | GPS+GLO+GAL+BDS(GEO,IGSO,MEO)+QZSS | sp3, clk, erp, bias | ~ 30h |
| grm | CNES/CLS | GPS+GLO+GAL | sp3, clk, snx | ~ 1 week |
| qzf | JAXA | GPS+ QZSS | sp3 | ~ 1 week |
| tum | TUM | GAL + QZSS | sp3 | 3-5days |
| wum | Wuhan University | GPS+GLO+GAL+BDS(GEO,IGSO,MEO)+QZSS | sp3, clk, erp | 3-5days |

不同分析中心数据处理策略及参数设置如表 1.9 所示(Prange ,2015 ;Meng , 2015)。

表 1.9 MGEX 分析中心数据处理

Table 1.9 processing of MGEX centers

| | CODE | GFZ | CNES | TUM | WHU |
|-----------------------------|---------------------------------------|------------------------------|-----------|------------------------------|------------------------------|
| Observation equation | Double-diff.(orbit) Undiff.(clock) | Undiff. | Undiff. | Undiff. | Undiff. |
| Data span | 3days(orbit), 1day(clock) | 3days(orbit), 1day(clock) | 3h+24h+3h | 5days(orbit), 1day(clock) | 3days(orbit), 1day(clock) |
| Sampling | 3min(orbit) 5min(clk) | 5min | 15min | 30s | 30s |
| SRP | ECOM2 | ECOM | ECOM | ECOM2 | ECOM |
| ISB | 1-day ISB | 1-day ISB | 1-day ISB | 1-day ISB | 1-day ISB |

表中 CODE 中心轨道估计采用双差处理模式 ,钟差估计采用非差处理模式 ,其它各分析中心均采用非差模式 ;TUM 中心仅提供 Galileo 轨道产品 ,每次最小二乘估计基于 5 天观测数据 ;CODE 和 TUM 分析中心从 2015 年起开始使用新的太阳光压模型 ECOM2。

除 qzf 产品外 ,所有分析中心 GPS 和 GLONASS 产品精度与 IGS 最终产品精度相当 ,GPS 轨道和钟差产品精度约为 2.5cm 和 0.075ns ,GLONASS 轨道产品精度约为 3cm(<http://igs.org>)。以各星座相邻两天轨道不连续性(Day Boundary Discontinue, DBD)作为轨道精度评判依据 ,2014 年 MGEX 各分析中心 BeiDou

和 Galileo 轨道精度如表 1.10 所示(Guo , 2016)。

表 1.10 MGEX 分析中心 BDS 和 Galileo 轨道精度(单位 : cm)

Table 1.10 DBD of BDS and Galileo orbit products of different MGEX ACs(unit:cm)

| | BDS GEO | BDS IGSO | BDS MEO | Galileo |
|-----|---------|----------|---------|---------|
| wum | 64.8 | 30.3 | 14.6 | 26.2 |
| gbm | 149.0 | 32.1 | 26.6 | 18.6 |
| com | - | 14.9 | 10.0 | 9.0 |
| tum | - | - | - | 8.2 |
| grm | - | - | - | 11.2 |

武汉大学分析中心基于 MGEX 监测网、国际 GNSS 监测和评估系统网 (IGMAS) 和 BeiDou 实验监测网(BETN)解算北斗轨道，估计更为精确的天线相位中心改正值(郭靖 , 2014)。TUM 分析中心 Galileo 轨道产品利用 5 天观测数据，首先基于 GPS 观测值获取测站坐标、接收机钟差和对流层参数等 ,然后固定 GPS 解算得出的参数，加入系统差(Inter System Bias, ISB)参数解算 Galileo 轨道。多天观测值使得 TUM 分析中心 Galileo 轨道精度最高(Steigenberger , 2015)。CODE 和 TUM 分析中心在 2015 年后采用新的光压模型 ECOM2 和先验模型 Cuboid Box-Wing , 更精确地反应 Galileo 卫星受太阳光压影响 , 轨道精度提升约 10%(Montenbruck , 2015 ; Arnold , 2015)。Galileo 卫星钟差估计在使用新的光压模型以后精度从 0.75ns 提升至 0.15ns ,即使在低 β 角和日蚀状态下仍可维持卫星钟差精度 ,但对于 BeiDou 卫星钟差而言 ,新模型没有明显的改进(Prange ,2015)。

除 MGEX 分析中心外 , 国内对 GNSS 轨道也有着较为深入的研究 , 为我国开发研制自主卫星导航系统和向实时和多系统发展打下了坚实的理论基础。(刘林 ,1992 ;李济生 ,1995)系统地阐述了人造地球卫星的摄动力影响和运动方程 ;(王解先 ,1997)详细介绍了 GPS 定轨中涉及的时空基准 ,阐述了卫星定轨基本原理 ,推导针对于不同力学模型的偏导数和观测方程线性化公式 ;(葛茂荣 ,1995)基于序贯最小二乘理论 ,编制了 GPS 精密定轨软件 ,数据处理过程中消除失效参数 ,提升了解算效率。(赵齐乐 ,2004)详细阐述了武汉大学 PANDA 软件在 GPS 和低轨卫星定轨中的处理策略 ,验证了 PANDA 软件计算得出的 GPS 卫星轨道精度与 IGS 最终轨道产品精度一致 ;(陈俊平 ,2007)详细分析了卫星运动中各摄动力对卫星加速度和轨道的影响量 ,阐述了低轨卫星运动学定轨和约化动力学定轨基本原理 ,验证了约化动力学理论在 CHAMP 卫星和 GRACE 定轨中可实现三维 0.26m 的精度 ;(李敏 ,2011)在 PANDA 软件平台上设计了“一步法”融合定轨、“两步法”定轨和中低轨融合定轨 ,验证了各方法在导航卫星系统不同建设时期的优势 ,并基于中国区域地面站网模拟了 BDS 卫星观测值 ,与低轨卫星星

载观测值联合解算，获取径向 3cm 的轨道精度；(何丽娜，2013)基于 PANDA 软件测试了 BDS 轨道精度，得出 GEO、IGSO 和 MEO 三维重复轨道精度为 114cm、29cm 和 48cm，分析了 MEO 卫星个数对整体解的影响量，验证了模糊度固定可提高 IGSO 和 MEO 轨道产品精度；(郭靖，2014)研究了 BDS 姿态模型及其对轨道精度的影响，估计了更为精确的卫星天线相位中心改正值。

1.3.2 实时 GNSS 轨道研究现状

广播星历是实时轨道的最初形式，其原理为基于少量全球均匀分布的连续运行参考站观测值，采用滤波方法在固定的时间内更新卫星轨道，然后通过外推的方式预报一定时长。GPS 卫星广播星历每 2 两小时更新一次，(Malys，1997；Warren，2003；Creel，2007；Cohenour，2011；Gruber，2012；Cooley2015)详细阐述了 GPS 广播星历的发展历程，研究各阶段 GPS 地面控制部分的改进措施，分析得出 GPS 广播星历空中信号用户等效距离误差(Signal-In-Space User Range Error, SISRE)从 1997 年的 4.5m 提升至 2015 年的 0.7m。Galileo 卫星每 10 分钟更新一次，(Lucas，2013)基于一个月的 Galileo 卫星广播星历轨道，初步分析了其 SISRE 值约为 1-2m。BDS 广播星历每 1 小时更新一次，(Chen，2013；Hu，2013)比较了 BDS 广播星历与武汉大学解算的 BDS 精密轨道，结果表明 GEO、IGSO 和 MEO 卫星 SISRE 值分别为 0.9-1.8m、0.6-0.8m 和 0.5m。

表 1.11 广播星历与精密星历差值 RMS 及 SISRE 值(单位：m)

Table 1.11 RMS of broadcast ephemerides relative to precise ephemerides and SISRE

| System | value(unit:m) | | | | |
|----------------------|---------------|-------|-------|------|-------|
| | Radial | Along | Cross | T | SISRE |
| GPS IIA | 0.26 | 1.21 | 0.37 | 1.10 | 1.09 |
| GPS IIR | 0.14 | 1.04 | 0.42 | 0.52 | 0.53 |
| GPS IIF | 0.14 | 0.75 | 0.32 | 0.28 | 0.34 |
| Galileo | 0.63 | 2.65 | 2.29 | 1.62 | 1.64 |
| BDS(MEO+IGSO) | 0.50 | 2.42 | 1.31 | 0.87 | 1.02 |

表 1.11 为 2013 年 6 月至 2014 年 6 月各星座广播星历与精密星历差值 RMS 及 SISRE 值(Montenbruck，2015)。表中 T 为卫星钟差。可以看出，GPS 广播星历精度最高，优于 1m，BDS 广播星历优于 Galileo 卫星广播星历。

然而，广播星历显然不能满足高精度实时应用的需求，尤其是单站实时精密定位服务。因此，从 2004 年 4 月 19 日起，IGS 开始提供超快速 GPS 轨道产品，每天更新四次，轨道弧长 48 小时，其中前 24 小时基于观测数据，后 24 小时为预报值，可作为实时轨道产品。GPS 预报轨道和钟差精度分别为 5cm 和 3ns(<http://igs.org>)。从 2007 起，IGS 实时服务组织基于预报轨道产品实时估计相

对于广播星历的卫星钟差改正，并于2011年8月对外公开发布第一代GPS实时轨道和钟差产品IGS01，钟差精度为8cm(<http://www.igs.org/rts>)；之后第二代产品IGS02采用卡尔曼滤波方法进一步平滑卫星钟差解算值；第三代产品IGS03在IGS02的基础上加入GLONASS轨道，目前仍在测试阶段。德国地学中心(Deutsche GeoForschungsZentrum, GFZ)提供GPS、GLONASS、Galileo和BDS卫星初步的超快速预报轨道产品。欧洲宇航局ESA开展了Galileo实时轨道和钟差估计的研究，暂未公开发布实时产品。

IGS RTS建立的实时地面监测站网，为Multi-GNSS实时轨道研究提供了数据支持。截止2016年4月10日共有174个监测站提供实时数据，包括174个GPS站，159个GLONASS站，84个Galileo站和54个BeiDou站，如图1.10所示。德国联邦测绘局(Federal Agency for Cartography and Geodesy, BKG)提供实时观测数据，可通过BKG NTRIP Client(BNC)实时获取。

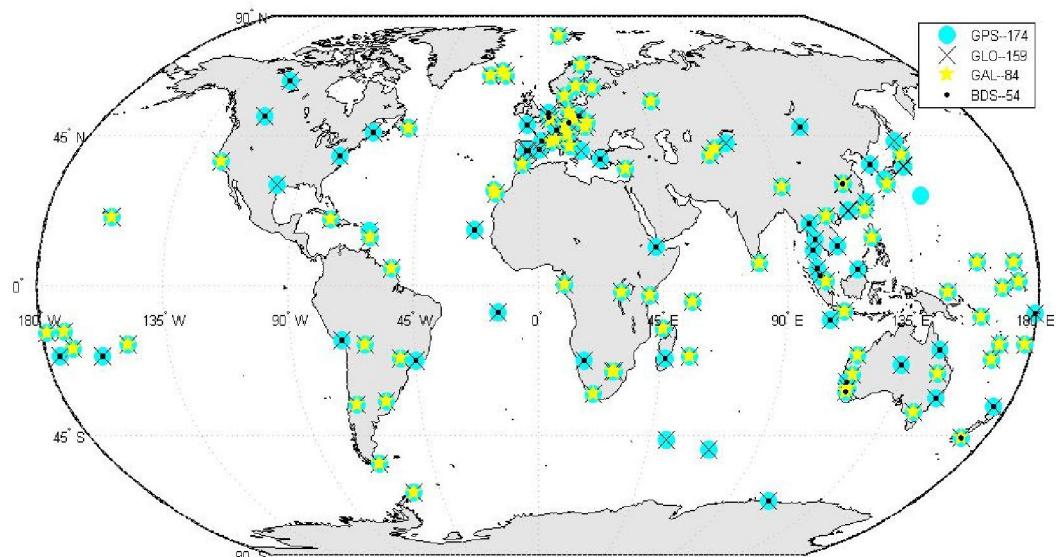


图1.10 RTS监测站网

Figure 1.10 RTS network

此外，IGS MGEX组织提供的每小时更新的观测数据同样可作为实时轨道研究的数据源。

1.4 本文拟解决的核心技术问题和主要研究内容

1.4.1 本文拟解决的核心技术问题

本文的最终目标是实现GPS、BDS和Galileo卫星实时轨道和钟差产品的估计，分别研究实时预报方法和实时均方根滤波估计方法中的关键问题，比较两种不同方法得出的实时轨道和钟差产品间的精度差异，测试其在实时动态精密单点

定位中的效果。拟解决的核心技术问题包括：

(1) 地影期间轨道积分优化

轨道积分是 GNSS 精密定轨和轨道预报中的重要环节，通常情况下，目前常用的积分器可满足高精度定轨的要求，但当卫星经历地影期时，太阳光压引起的卫星加速度将产生变化，破坏了积分器数学模型中对于加速度为平滑连续的假设，从而引入积分误差。本文拟根据卫星在完全光照期间、半影期间和全影期间的运动特性，实时探测地影边界、灵活改变积分步长，削弱地影期间积分器误差影响，提升精密定轨尤其是预报轨道精度。

(2) 预报轨道最优已知弧长确定

GNSS 轨道实时预报过程中需要基于一定的已知轨道弧长更新初轨信息，采用积分器预报一定弧长。本文拟研究采用不同已知轨道弧长对于 GPS、BDS 和 Galileo 卫星预报轨道精度的影响，为轨道预报设定较为合理的已知弧长。

(3) 地影期间轨道精度提升方法

在 GNSS 精密定轨中，通过轨道积分生成的参考轨道和状态转移矩阵将各历元观测方程线性化至初轨时刻，当卫星处于地影期时，积分器生成的平滑轨道和状态转移矩阵将偏离卫星运动的实际情况，最终影响轨道精度。本文拟在每隔一段时间对地影中的卫星加入速度变化参数，尽可能还原轨道真实运动情况，提升轨道精度。

(4) ECOM2 光压模型对 BeiDou 卫星轨道精度影响

BDS 卫星目前正处于初步运营阶段，光压模型多沿用 GPS 的 ECOM 模型。本文拟将目前新的 ECOM2 模型应用于 BeiDou 卫星精密定轨中，测试其效果。

(5) 均方根实时轨道滤波器设计

针对预报轨道精度随预报弧长下降的现象，研究实时滤波估计轨道。设计一种可满足任意滤波窗口长度的滤波器，可以每个历元更新一次参考轨道，也可以每个时段更新一次参考轨道，并从理论上验证若基于相同的数据，可实现与事后精密定轨相同的精度。

(6) 实时模糊度固定

模糊度固定需要对协方差矩阵进行更新变换，但均方根实时滤波传递的信息矩阵为上三角均方根矩阵，在模糊度固定后需要对矩阵进行上三角分解，耗时较大。研究单历元实时固定模糊度的方法，避免对协方差矩阵进行分解。

(7) 实时滤波定轨中机动和姿态变换问题处理

实时滤波处理中预报信息需与观测信息匹配，当卫星发生姿态变换或机动时，预报信息将偏离其真实情况，导致滤波结果发散。本文拟将各星光压参数设置为与过程噪声相关的参数，解决滤波过程中卫星姿态转变和机动的问题。

1.4.2 本文主要研究内容

本文主要研究内容及章节设置如下：

第一章，介绍 GPS、BDS 和 Galileo 卫星的发展历程、信号结构、姿态及未来发展；分析目前国内多系统 GNSS 和实时 GNSS 的研究现状，阐明 Multi-GNSS 实时轨道研究的意义及拟解决的核心技术问题。

第二章，阐述 GNSS 卫星定轨中的基本理论，介绍各时空系统定义，总结分析其在卫星定轨中的作用和相互间关系；阐述卫星运动的基本数学模型及求解方法，分析各数值积分器特性；研究地影期间积分器引入的积分误差量，提出采用探测地影半影边界，灵活改变步长的积分方法，将一次积分限定在完全光照中、完全半影中和全影中，最大可能地削弱积分误差。

第三章，分析 IGS MGEX 分析中心 GPS、Galileo 和 BDS 卫星精密轨道和钟差精度，研究各星座地影期间轨道和钟差差异；根据 BDS 卫星两天轨道的不连续性，分析 IGSO 和 MEO 卫星在低 β 角时的姿态转变时刻；研究基于不同弧长的 Galileo 和 BDS 卫星轨道预报方法，为实时预报轨道设立较为合理的已知弧长。

第四章，阐述 GNSS 精密定轨的基本数学原理，基于序贯最小二乘理论求解 GPS、Galileo 和 BDS 卫星精密轨道；针对日蚀中卫星精度较差的情况，加入速度变化参数，分析其精度提升量；基于事后精密轨道采用改善后的积分方法和实验得出的最佳已知轨道弧长，外推实时轨道并分析其精度。

第五章，研究基于扩展均方根滤波的 Multi-GNSS 实时轨道估计方法。首先，阐述均方根滤波基本原理，推导通用递推公式；然后，研究扩展均方根滤波在 GNSS 精密定轨中的实现，基于模拟观测数据验证不同 batch 步长之间及与最小二乘估计之间的一致性；第三，基于实测数据阐述实时数据预处理和模糊度固定理论，提出解决实时处理中卫星发生的机动和姿态转变问题；第四，基于与最小二乘估计相同的监测站数据，分析实时轨道精度。

第六章，阐述基于两种实时轨道产品求解实时钟差产品的方法，分别将本文研究得出的两套实时轨道和钟差产品及 CODE 事后精密产品应用于实时动态精密单点定位中，分析其定位精度。

第七章，对本文工作进行总结，并提出进一步研究方向。

第 2 章 GNSS 卫星定轨基础理论

2.1 引言

卫星精密定轨的基本思想为通过地面站观测数据不断优化初始轨道和力学参数，采用数值积分的方法获取卫星精密轨道。本章阐述卫星定轨中涉及的基础理论，重点分析积分器的特性，提出削弱地影期间积分误差的方法。

卫星定轨中的数学模型和运动方程需要建立在统一的时空基准中，但由于历史延续使用及方便描述等原因，卫星定轨中所需的各种信息往往定义在不同的时空基准中，如卫星运动方程通常建立在惯性系内，卫星天线相位中心改正通常标定在星固系内，地面站坐标及地面观测值则通常在地固系中描述。本章阐述各时空基准的定义及其相互间的转换关系。

二体问题是星体运动的理想形式，但对于人造地球卫星而言，由于卫星自身尺寸和质量等特性，使得非引力摄动影响较大。本章阐述人造地球卫星在运动过程中所受的各种摄动力，分析其对卫星加速度的影响量，推导卫星运动方程求解公式。

卫星运动是一个受摄二体问题，解析法求解非常复杂，通常采用数值积分的方法求解卫星轨道。本章分析 IGS 常用的积分器特性，测试地影期间积分器引入的积分误差量，提出采用探测地影边界的方法削弱积分误差的影响。

2.2 时空基准

2.2.1 时间系统

时间系统根据其尺度的发展变化可分为基于地球自转的时间尺度、基于行星和月球历表的时间尺度和基于铯原子基态两级间跃迁的时间尺度。在 GNSS 精密定轨中，需要使用到以下几种时间系统：

(1) 世界时(UT0、UT1、UT2)

世界时(Universal Time, UT)是一种以格林尼治子夜起算的平太阳时。世界时以地球自转为时间尺度，易受地球自转不均匀变化和极移影响。为了解决这一问题，1995 年国际天文联合会(IAU)定义了 UT0、UT1 和 UT2 三个系统(胡友健，2003)。

- | UT0 系统是由天文观测直接测定的世界时 , 未经任何改正 ;
- | UT1 系统是在 UT0 的基础上加入了极移改正 $\Delta\lambda$, 修正地轴摆动的影响 ;
- | UT2 系统是在 UT1 基础上加入了地球自转速率的季节性改正 ΔT 。

UT1 真正反应了地球自转角速度的变化 , 是与导航卫星精密定轨相关的世界时 , 主要用于计算格林尼治平恒星时(GAST) , 即相对于春分点的格林尼治时角。

(2) 原子时(TAI、UTC、GPST、GST、BDT)

原子时(TAI)以铯原子基态两级间跃迁辐射的 9192631770 周经历的时间为 1 秒秒长 , 对位于 50 多个国家共计约 200 座原子钟产生的原子时进行加权平均 , 形成国际原子时。其起点为 1958 年 1 月 1 日 0^h UT1(Forman , 1985 ; Goodman , 1986)。

| 协调世界时(UTC)

世界时秒长基准不稳定 , 存在长期变慢的趋势 , 为了避免原子时与世界时的差值越来越大 , 定义了协调世界时。UTC 采用原子时秒长基准 , 当 UT1 与 UTC 差值大于 $\pm 0.9s$ 秒时 , UTC 加一秒 , 称为跳秒(Lewandowski , 2011)。UTC 于 1972 年引入 , 截止最近一次跳秒产生时间 2015 年 6 月 30 日 , TAI 与 UTC 之间关系为 :

$$TAI - UTC = 36s \quad (2.1)$$

| GPS 时(GPST)

GPST 是由 GPS 控制部分建立的一种连续的时间系统。GPST 采用原子时秒长基准 , 于 1980 年 1 月 6 日 0^h UTC 启动 , 之后不跳秒。GPST 通过 GPS 周和一周内的秒来描述 , 最大秒长为 604800。GPS 时与 UTC 时之间存在整数跳秒 , 可在导航文件中获得。GPST 与 TAI 之差为一定值(Michael J , 2013)。

$$TAI - GPST = 19s \quad (2.2)$$

| Galileo 时(GST)

GST 是由 Galileo 控制中心定义的一种连续时间系统 , 与 TAI 差值保持在 50ns 以内。GST 通过周和一周内的秒来描述 , 最大秒长为 604799 , 在一周最后一秒处重新设置为 0。为了将 GST 时与 GPST 归算至同一 UTC 起点 , GST 于 UTC 时 1999 年 8 月 22 日 0^h 之前 13 秒启动 , 即在 1999 年 8 月 22 日 0^h UTC 时 , GST 为 13 秒(Galileo ICD , 2008)。

| BeiDou 时(BDT)

BDT 是为 BeiDou 卫星导航系统定义的一种连续时间系统 , 采用原子时秒长基准 , 与 UTC 差值保持在 100ns 以内 , 于 2006 年 1 月 1 日 0^h UTC 启动 (中国卫星导航系统管理办公室 , 2013)。BDT 和 UTC 的差值可在导航文件中获取。

(3) 动力学时(ET、TDT、TT、TCG、TDT、TCB)

历书时(ET)于 1960 年引入，目的是为了克服由于地球自转不规则而引起的平太阳时漂移(Seidelmann , 1992)。历书时将时间定义成行星和月球历表的自变量，在动力学运动理论中是一个连续均匀的物理量。ET 可以看作是动力学时的原型，使用时间范围为 1960 年至 1984 年。

虽然 ET 提供了一个概念上平稳和均匀的时间尺度，但实践中需要比较太阳、月球或行星的观测值与预先计算的星历才能得到历书时，较难测量。因此，1976 年国际天文联合会(IAU)决定于 1984 年采用基于国际原子时秒长基准的地球动力学时(TDT)替换历书时。地球时(TT)是 TDT 的进一步发展，其单位是大地水准面上测得的国际原子时秒长基准。TT、TDT 和 ET 的初衷一样，都是为了避免地球不规则自转引起时间尺度变化，与 TAI 关系为：

$$TT = TDT = TAI + 32.184s \quad (2.3)$$

时间在牛顿物理学中是一个绝对量，与时钟的位置与运动无关，但在广义相对论框架下每个时钟都有自己的原始时间，它们通过四维时空变换互相关联。基于此，IAU 从 1992 年起引入地心坐标时(TCG)。TCG 表示的是四维参考系下的时间坐标，与 TT 差一个常数比例因子，在 1977 年 1 月 1 日 0^h TT 与 TT 相等。

$$TCG = TT + L_G \cdot (JD - 24431445) \cdot 86400s \quad (2.4)$$

式中， $L_G = 6.9692903 \times 10^{-10}$ 为常数比例因子，JD 为儒略日。

作为 TCG 的补充，质心动力学时(TDB)被用来描述地球动力学时(现称 TT)周期项的差别，随后 TDB 被质心坐标时(TCB)取代(McCarthy , 1996)。

2.2.2 坐标系统

坐标系是描述物体位置和运动的基准，GNSS 精密定位定轨中涉及多个坐标系，其目的是为了更为直观地描述坐标值在不同坐标系内的空间意义。

(1) 协议惯性坐标系

在 GNSS 卫星定轨过程中，使用牛顿定律建立运动方程，需要在惯性系下表示力的速度、加速度和位置矢量。地心惯性坐标系定义原点为地球质心，Z 轴沿地球自转轴，X 轴在赤道面上指向春分点，Y 轴与 X、Z 轴组成右手系。然而，地球质心围绕太阳并非做匀速运动，且日月及大行星对地球的非球形部分的吸引将引起地球扁率间接摄动和自转轴的空间摆动，即岁差章动，这将导致所定义的地心惯性坐标系并非严格意义上的惯性系(Seidelmann , 1982)。因此，IAU 和国际大地测量学与地球物理学联合会(IUGG)选取 2000 年 1 月 1 日 12^h UTC 为参考历元，定义协议惯性坐标系 J2000.0(Fricke , 1988)，坐标原点为地球质心，参考平面为 J2000.0 平赤道面，Z 轴向北指向平赤道面北极，X 轴指向 J2000.0 平春分点，Y 轴与 X、Z 轴组成右手系。

(2) 协议地球坐标系

地球坐标系也称地固系，是为了方便描述地面观测站位置。理想情况下地球坐标系定义原点为地球质心， Z 轴和地球自转轴重合， X 轴经过赤道面和格林尼治子午线交点， Y 轴与 X 、 Z 轴组成右手系。但由于极移的影响导致地球自转轴和所定义的地球坐标系一起运动。因此，国际天文学联合会(IAU)和国际大地测量学协会(IAG)于 1967 年建议将 1900 ~ 1905 年间的地极实际位置的平均值作为基准点，即协议平均地极(CTP)，相应的赤道面称为协议赤道面(谢岗，2009)。以协议地极建立的地球坐标系称为协议地球坐标系，原点为地球质心， Z 轴指向 CTP， X 轴通过 CTP 的赤道面和参考子午线， Y 轴在赤道面上与 X 和 Z 轴成右手系。常用的协议地球坐标系有 WGS84 和 ITRF 等。

(3) 星固坐标系

星固坐标系定义坐标原点为卫星质量中心， Z 轴指向地球质心， Y 轴为太阳至卫星方向向量与卫星至地心方向向量的叉乘， X 轴与 Y 和 Z 轴组成右手系。

(4) 站心坐标系

站心坐标系以用户所在的位置点为坐标原点，参考平面为位置点所处地球椭球的切面， E 轴位于参考平面内向东， N 轴位于参考平面内向北， H 沿大地垂线向上。

(5) 卫星轨道坐标系

卫星轨道坐标系原点位于卫星质量中心， R 轴沿着瞬时半径方向，在轨道面内指向地心， A 轴在轨道平面内垂直与 R 轴指向卫星运动方向， C 轴沿轨道平面方向与 R 、 A 轴组成右手系。

2.2.3 坐标系统在 GNSS 定轨中的应用及相互转换

GNSS 精密定轨涉及到 2.1.2 节中所定义的坐标系统，本节主要阐述各坐标系的应用及相互间的转换关系。

(1) 协议惯性坐标系与协议地球坐标系的转换

卫星运动方程描述了协议惯性坐标系下的卫星轨道，但卫星观测数据由地球表面观测站获取，其位置通常定义在协议地球坐标系下。为了计算卫星位置，需要确定协议惯性坐标系和协议地球坐标系间的转换关系。若用 CRS 表示协议惯性坐标系，用 TRS 表示协议地球坐标系，则两者之间的转换关系为：

$$CRS = Q(t) \cdot R(t) \cdot W(t) \cdot TRS \quad (2.5)$$

式中， $Q(t)$ 为岁差章动矩阵， $R(t)$ 为地球自转矩阵， $W(t)$ 为极移矩阵， t 定义为(陈俊平，2007)：

$$t = (TT - 2000 January 1.5) \text{ in days} / 36525 \quad (2.6)$$

$Q(t)$ 、 $R(t)$ 和 $W(t)$ 的详细信息可参考 IERS Conventions(2010)。IAU 发布的 SOFA 软件包可实现 CRS 和 TRS 的相互转换。此外，IERS 在其网站上提供两者之间的实时转换器(<http://hpiers.obspm.fr/>)。

(2) 星固坐标系在 GNSS 精密定轨中的应用

GNSS 卫星定轨中使用的物理模型基于卫星质量中心，而卫星天线信号发射基于其相位中心，计算过程中需要进行天线相位中心改正。卫星天线相位中心改正值标定在星固系下，改正时需要将改正量转换至计算坐标系(如 CRS)中。假设某一时刻卫星和太阳在 CRS 中的坐标分别为 r_{sat} 和 r_{sun} ，则旋转矩阵的三个分量 (e_x, e_y, e_z) 可表示为：

$$e_z = -\frac{r_{sat}}{|r_{sat}|} \quad (2.7)$$

$$e_y = \frac{e_z \times (r_{sun} - r_{sat})}{|e_z \times (r_{sun} - r_{sat})|} \quad (2.8)$$

$$e_x = e_y \times e_z \quad (2.9)$$

如 $(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$ 表示 ATX 文件中卫星天线相位中心改正量，则其在 CRS 中的改正值 $(\Delta x, \Delta y, \Delta z)_{CRS}$ 为：

$$(\Delta x, \Delta y, \Delta z)_{CRS}^T = (e_x, e_y, e_z)^T \cdot (\Delta x, \Delta y, \Delta z) \quad (2.10)$$

(3) 站心坐标系在 GNSS 精密定轨中的应用

测站天线相位中心改正和天线高改正标定在站心坐标系中，计算时首先将其转换至协议地球坐标系中，然后根据需要转换至协议惯性坐标系中。假设接收机天线相位改正量或天线高改正量为 $(\Delta E, \Delta N, \Delta U)$ ，则其在协议地球坐标系中的改正文量为(周忠謨，2004)：

$$\begin{pmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{pmatrix}_{TRS} = \begin{pmatrix} -\sin L & -\sin B \cos L & \cos B \cos L \\ \cos L & -\sin B \sin L & \cos B \sin L \\ 0 & \cos B & \sin B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta E \\ \Delta N \\ \Delta U \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

式中 B 和 L 分别为测站位置大地纬度和经度。

(4) 协议惯性坐标系与卫星轨道坐标系转换

卫星轨道坐标系便于描述特定的摄动力对卫星轨道的影响，且在评价轨道精度时，卫星轨道坐标系更为直观。卫星轨道坐标系通过卫星位置和速度确定，假设某一时刻卫星在 CRS 中的坐标和速度分别为 r_{sat}^{CRS} 和 \dot{r}_{sat}^{CRS} ，则其在卫星轨道坐标系下的坐标 r_{sat}^{ARC} 为：

$$r_{sat}^{ARC} = (e_R, e_A, e_C) \cdot r_{sat}^{CRS} \quad (2.12)$$

$$e_R = \frac{r_{sat}^{CRS}}{|r_{sat}^{CRS}|}, e_A = \frac{r_{sat}^{CRS} \times \dot{r}_{sat}^{CRS}}{|r_{sat}^{CRS} \times \dot{r}_{sat}^{CRS}|}, e_C = e_A \times e_R \quad (2.13)$$

2.3 GNSS卫星运动方程

2.3.1 摄动力模型及其对卫星加速度影响

假设 GNSS 卫星运动仅受地球引力影响 , 即仅考虑二体问题 , 根据牛顿定律可得出其引力加速度为 :

$$\ddot{\mathbf{r}}_g = -\frac{GM}{|r|^2} \cdot \left(\frac{\mathbf{r}}{|r|} \right) \quad (2.14)$$

GM 为地球引力常数 , r 为卫星在地心惯性系中的位置。

二体问题较容易求解解析解 , 可得出卫星在任意时刻位置和速度(王解先 , 1997)。然而 , 卫星实际运动中还受到其它摄动力的影响 , 是一个受摄二体问题。卫星运动方程可具体表达为 :

$$\ddot{\mathbf{r}} = \ddot{\mathbf{r}}_g + \ddot{\mathbf{r}}_{ng} + \ddot{\mathbf{r}}_{emp} \quad (2.15)$$

式中 , $\ddot{\mathbf{r}}$ 为保守力引起的卫星加速度之和 , 包括 :

$$\ddot{\mathbf{r}}_g = \ddot{\mathbf{r}}_D + \ddot{\mathbf{r}}_E + \ddot{\mathbf{r}}_{TD} + \ddot{\mathbf{r}}_N + \ddot{\mathbf{r}}_{REL} \quad (2.16)$$

$\ddot{\mathbf{r}}_g$ 为地球引力对卫星的摄动加速度 , $\ddot{\mathbf{r}}_E$ 为地球非球形引力摄动加速度 , $\ddot{\mathbf{r}}_{TD}$ 为潮汐引力摄动加速度(固体潮、海潮、大气潮等) , $\ddot{\mathbf{r}}_N$ 为 N 体引力摄动加速度 , $\ddot{\mathbf{r}}_{REL}$ 为广义相对论摄动力加速度。

$\ddot{\mathbf{r}}_{ng}$ 为非保守力引起的卫星加速度之和 , 包括 :

$$\ddot{\mathbf{r}}_{ng} = \ddot{\mathbf{r}}_D + \ddot{\mathbf{r}}_{SP} + \ddot{\mathbf{r}}_{EA} + \ddot{\mathbf{r}}_H \quad (2.17)$$

$\ddot{\mathbf{r}}_D$ 为大气阻力摄动加速度 , $\ddot{\mathbf{r}}_{SP}$ 为太阳辐射压摄动力加速度 , $\ddot{\mathbf{r}}_{EA}$ 为地球反照压摄动力加速度 , $\ddot{\mathbf{r}}_H$ 为热辐射摄动力加速度。

$\ddot{\mathbf{r}}_{emp}$ 为经验加速度 , 包括摄动力模型误差和未模型化的摄动力之和(赵齐乐 , 2004)。

除太阳辐射压摄动力模型外 , 其它摄动力模型适用于所有 GNSS 卫星 , 文献(Bomford , 1980 ; 葛茂荣 , 1995 ; 王解先 , 1997 ; 刘林 , 2000 ; Montenbruck , 2001 ; 陈俊平 , 2006 ; Petit , 2010)等对其进行了详细的阐述。本节仅以 IGS CODE

分析中心中所采用的摄动力模型为例进行简单介绍，如表 2.1 所示。

表 2.1 CODE 分析中心摄动力改正模型

Table 2.1 Perturbation models adopted by CODE analysis center

| 摄动力 | 模型改正及参数 |
|-----------|---|
| 地球非球形引力摄动 | 12×12 阶 EGM2008 模型 $GM = 3986004415 \text{ km}^3 / \text{sec}^2$, $a = 6378.1363 \text{ km}$ |
| 潮汐引力摄动 | 固体潮、极潮模型：IERS 2010；海潮模型：FES2004 |
| N 体问题 | 太阳、月球、木星、金星、火星：JPL DE421 星历(Folkner, 2009) $GM_{Sun} = 132712500000 \text{ km}^3 / \text{sec}^2$, $GM_{Moon} = 4902.7890 \text{ km}^3 / \text{sec}^2$ |
| 太阳辐射压 | 先验模型：无 地球阴影模型：圆柱体模型 太阳光压模型：ECOM2 地球反照压：数值模型(Rodriguez, 2012) 月球阴影：全影和半影 卫星姿态：Nominal attitude |
| 相对论摄动 | 基于 IERS 2010 同时考虑动力学改正和引力时间延迟 |

采用与 CODE 分析中心一致的摄动力模型，计算总结各摄动力对卫星加速度的影响量，如图 2.1 所示。

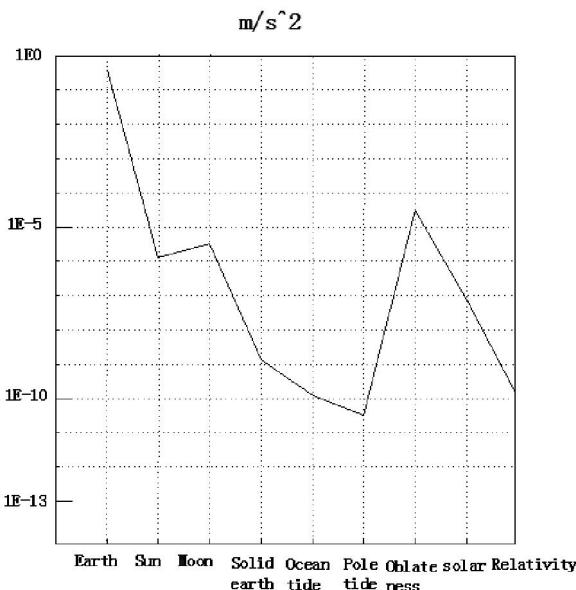


图 2.1 各摄动力对卫星加速度影响

Figure 2.1 Satellite acceleration caused by different perturbations

从图中可以看出，各摄动力对卫星加速度影响从大到小为：地球引力，地球非球形引力，月球引力，太阳引力，太阳辐射压，固体潮，海潮，极潮。其中，固体潮、海潮和极潮影响通过其所引起的重力势系数 ΔC_{nm} 和 ΔS_{nm} 的变化来描述，

与地球非球形引力摄动一起改正。除了太阳和月球外，其它几大行星对卫星加速度也存在微小影响量，在 GNSS 精密定轨中需考虑其摄动力影响。地球反照压摄动力对轨道影响约为 1cm(Rodriguez-Solano and U.Hugentobler , 2012) , 本节未考虑该摄动力影响。

2.3.2 卫星运动方程求解

2.3.1 节得出卫星运动两阶微分方程后，可通过数值积分方法求解卫星参考轨道和任意时刻相对于初轨时刻状态转移矩阵。为了便于求解，将两阶微分方程改写为一阶微分方程：

$$\begin{cases} \dot{x} = F(x, t) \\ x_0 = x_0 \end{cases} \quad (2.18)$$

$x_0 = (r_0 \ \dot{r}_0 \ p_0)$ 为卫星初始状态，包括卫星位置、速度和动力学参数。对式(2.18)进行积分即可获得卫星在给定初始条件下的参考轨道 x^* 。

进一步对式(2.18)在参考轨道 x^* 处进行一阶 Taylor 展开可得：

$$\dot{x} = \dot{x}^* + \frac{\partial F(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=x^*} (x - x^*) \quad (2.19)$$

$$\frac{\partial F(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=x^*} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \dot{x}}{\partial r} & \frac{\partial \dot{x}}{\partial \dot{r}} & \frac{\partial \dot{x}}{\partial p} \\ \frac{\partial \dot{r}}{\partial r} & \frac{\partial \dot{r}}{\partial \dot{r}} & \frac{\partial \dot{r}}{\partial p} \\ \frac{\partial \dot{p}}{\partial r} & \frac{\partial \dot{p}}{\partial \dot{r}} & \frac{\partial \dot{p}}{\partial p} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & I & 0 \\ \frac{\partial \dot{x}}{\partial r} & \frac{\partial \dot{x}}{\partial \dot{r}} & \frac{\partial \dot{x}}{\partial p} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

式中，0 表示 $3 \times n$ 的零矩阵，I 表示 3×3 的单位阵。

令 $\delta = x - x^*$ ， $A = \frac{\partial F(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=x^*}$ ，式(2.19)可表示为：

$$\dot{\delta} = A\delta \quad (2.21)$$

设式(2.21)的解为：

$$\delta = \Phi(t, t_0)\delta_0 \quad (2.22)$$

则有：

$$\begin{cases} \dot{\Phi}(t, t_0) = A \cdot \Phi(t, t_0) \\ \Phi(t_0, t_0) = I \end{cases} \quad (2.23)$$

其中 I 为单位矩阵， $\Phi(t, t_0)$ 为状态转移矩阵，具体表示为：

$$\Phi(t, t_0) = \begin{pmatrix} \frac{\partial r}{\partial r_0} & \frac{\partial r}{\partial \dot{r}_0} & \frac{\partial r}{\partial p_0} \\ \frac{\partial \dot{r}}{\partial r_0} & \frac{\partial \dot{r}}{\partial \dot{r}_0} & \frac{\partial \dot{r}}{\partial p_0} \\ \frac{\partial p}{\partial r_0} & \frac{\partial p}{\partial \dot{r}_0} & \frac{\partial p}{\partial p_0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial r}{\partial r_0} & \frac{\partial r}{\partial \dot{r}_0} & \frac{\partial r}{\partial p_0} \\ \frac{\partial \dot{r}}{\partial r_0} & \frac{\partial \dot{r}}{\partial \dot{r}_0} & \frac{\partial \dot{r}}{\partial p_0} \\ 0 & 0 & I \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

结合式(2.20)可得出式(2.23)积分右函数为 $\frac{\partial \dot{r}}{\partial r_0}, \frac{\partial \dot{r}}{\partial \dot{r}_0}, \frac{\partial \dot{r}}{\partial p_0}$, $\frac{\partial \ddot{r}}{\partial r_0}, \frac{\partial \ddot{r}}{\partial \dot{r}_0}, \frac{\partial \ddot{r}}{\partial p_0}$,

其中：

$$\frac{\partial \dot{r}}{\partial r_0} = \frac{\partial \dot{r}}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial r_0} + \frac{\partial \dot{r}}{\partial \dot{r}} \frac{\partial \dot{r}}{\partial r_0} + \frac{\partial \dot{r}}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial r_0} = \frac{\partial \dot{r}}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial r_0} \quad (2.25)$$

$$\frac{\partial \dot{r}}{\partial \dot{r}_0} = \frac{\partial \dot{r}}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial \dot{r}_0} + \frac{\partial \dot{r}}{\partial \dot{r}} \frac{\partial \dot{r}}{\partial \dot{r}_0} + \frac{\partial \dot{r}}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial \dot{r}_0} = \frac{\partial \dot{r}}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial \dot{r}_0} + \frac{\partial \dot{r}}{\partial \dot{r}} \frac{\partial \dot{r}}{\partial \dot{r}_0} \quad (2.26)$$

$$\frac{\partial \dot{r}}{\partial p_0} = \frac{\partial \dot{r}}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial p_0} + \frac{\partial \dot{r}}{\partial \dot{r}} \frac{\partial \dot{r}}{\partial p_0} + \frac{\partial \dot{r}}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial p_0} = \frac{\partial \dot{r}}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial p_0} + \frac{\partial \dot{r}}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial p_0} \quad (2.27)$$

各右函数计算可参考(王解先，1997)。至此，可通过数值积分方法获取任意时刻卫星轨道和任意时刻相对于初轨时刻状态转移矩阵。

2.4 轨道积分

2.4.1 数值积分原理及数学模型

由于卫星运动受力较为复杂，卫星运动方程求解需要通过数值积分来实现。数值积分的基本原理是将由函数定义域和值域组成的不规则面积分解成若干小块，求解小块面积之和代替整块不规则面积，当小块步长趋于零时，小块面积之和等于整块面积。

令在 t_i 时刻，其函数值 $x_i = f(x_i, t_i)$ ，则通过积分可得函数在 t_{i+1} 时刻值为：

$$x_{i+1} = x_i + \int_{t_i}^{t_{i+1}} f(x_i, t_i) dt \quad (2.28)$$

对 $f(x_i, t_i)$ 进行一次 Taylor 展开，即欧拉公式：

$$x_{i+1} = x_i + hf^{-1}(x_i, t_i) + O(h^2) \quad (2.29)$$

其中 $h = t_{i+1} - t_i$ 为步长， $O(h^2)$ 为截断误差。显然，欧拉公式不能满足高精度 GNSS 定轨的要求，需要使用更为精确的数值积分模型。

(1) 龙格库塔(Runge-Kutta, RK)方法

龙格库塔方法为单步法数值积分，将式(2.29)中的 $f^{-1}(x_i, t_i)$ 在积分步长内替换为一系列点。以经典的 4 阶龙格库塔 (RK4)为例(Hairer , 1978)：

$$\begin{cases} x_{i+1} = x_i + \frac{1}{6}[k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4] \\ k_1 = hf(x_i, t_i) \\ k_2 = hf\left(x_i + \frac{1}{2}k_1, t_i + \frac{1}{2}h\right) \\ k_3 = hf\left(x_i + \frac{1}{2}k_2, t_i + \frac{1}{2}h\right) \\ k_4 = hf(x_i + k_3, t_i + h) \end{cases} \quad (2.30)$$

RK4 方法精度相当于四阶 Taylor 展开，计算简单、易实现，但无法准确估计其截断误差。在精度要求较高的 GNSS 精密定轨中，通常引入 Runge-Kutta-Fehlberg(RKF)方法。它是一种嵌套的 RK 方法，同时给出 n 和 $n+1$ 阶两组 RK 计算公式，用其计算结果之差估计截断误差，从而控制其积分步长。

以 6 阶和 7 阶嵌套的 RKF 公式为例：

$$\begin{cases} x_{i+1} = x_i + h \sum_{j=1}^7 c_j f_j + O(h^7) \\ x_{i+1} = x_i + h \sum_{j=1}^9 \hat{c}_j f_j + O(h^8) \end{cases} \quad (2.31)$$

$$\begin{cases} f_0 = f(x_i, t_i) \\ f_j = f\left(x_i + h \sum_{k=0}^{j-1} \beta_{jk} f_k, t_i + h \alpha_j\right) \quad j=1,2 \dots 9 \end{cases} \quad (2.32)$$

截断误差 T_{i+1} 为：

$$T_{i+1} = \frac{11}{270} (f_0 + f_7 - f_8 - f_9) \quad (2.33)$$

式中各系数 α_j ， β_{jk} ， c_j ， \hat{c}_j 可参照文献(王解先，1997；赵齐乐，2004；Prince，1981)。

(2) Adams-Bashforth 方法

RKF 单步法每一步相互独立，容易实现，且易灵活改变积分步长，但 RKF 将积分步长分为若干部分，每次需计算其右函数，耗时较大。多步法基于若干个单步法积分结果，向前推算，精度高且速度快。多步法的基本思想为将式(2.28)中的函数 $f(x_i, t_i)$ 替换为多项式 $p(t)$ ， $p(t)$ 可通过多项式插值获得。

利用 $m-1$ 阶多项式 $p_m^i(t)$ 牛顿公式对等距离节点 t_i 处 m 个点进行插值可得：

$$p_m^i = \sum_{j=0}^{m-1} (-1)^j \binom{m}{j} \gamma_m f_i \quad (2.34)$$

式(2.28)可表示为：

$$x_{i+1} = x_i + \int_{t_i}^{t_{i+1}} p_m^i dt \quad (2.35)$$

即：

$$x_{i+1} = x_i + h \sum_{j=0}^{k-1} \beta_{kj} f_{i-j} \quad k=1,2,3,L \quad (2.36)$$

$$\begin{cases} \beta_{kj} = (-1)^j \sum_{m=j}^{k-1} \binom{m}{j} \gamma_m \\ \gamma_m = 1 - \sum_{k=0}^{m-1} \frac{1}{m+1-k} \gamma_k \\ \gamma_m + \frac{1}{2} \gamma_{m-1} + \frac{1}{3} \gamma_{m-2} + L + \frac{1}{m+1} \gamma_0 = 1 \end{cases} \quad (2.37)$$

其中 β_{kj} 计算值可参考(Grigorieff , 1983)

(3) Adams-Moulton 方法

Adams-Bashforth 方法中多项式 $p(t)$ 由 t_i 时刻 m 个函数值定义。然而，对随后的 t_i 到 t_{i+1} 时刻，多项式可能不十分准确。因此 Adams-Bashforth 方法得出的 x_{i+1} 可以作为 Adams-Moulton 方法的预报值，然后再进行改正(Grigorieff R , 1977)。

Adams-Moulton 方法使用多项式 p_m^{i+1} 对 t_{i-m+2} 和 t_{i+1} 时刻 m 个函数值进行插值处理：

$$p_m^{i+1} = \sum_{j=0}^{m-1} (-1)^j \binom{m}{j} \gamma_m^* f_{i+1} \quad (2.38)$$

则

$$x_{i+1} = x_i + h \sum_{j=0}^{k-1} \beta_{kj}^* f_{i-j+1} \quad k=1,2,3,L \quad (2.39)$$

其中

$$\begin{cases} \beta_{kj}^* = (-1)^j \sum_{m=1}^{k-1} \binom{m}{j} \gamma_m^* \\ \gamma_m^* + \frac{1}{2} \gamma_{m-1}^* + \frac{1}{3} \gamma_{m-2}^* + L + \frac{1}{m+1} \gamma_0^* = \begin{cases} 1, (m=0) \\ 0, (m \neq 0) \end{cases} \\ \sum_{j=0}^m \gamma_j^* = \gamma_m (m=0,1,2,L) \end{cases} \quad (2.40)$$

2.4.2 基于二体问题的解析解

数值积分器的精度通常以仅考虑二体问题的解析解作为真值, 比较数值积分轨道与解析解轨道的差异。本节简单阐述二体问题解析解的求解过程。

卫星轨道平面、形状和位置可以通过 6 个开普勒参数描述, 包括卫星轨道长半轴 a , 卫星轨道偏心率 e , 卫星轨道平面倾角 i , 卫星轨道升交点赤经 Ω , 卫星轨道近地点幅角 α , 卫星经过近地点时间 T_0 。卫星在任意 t_0 时刻的位置 r 和速度 \dot{r} 与开普勒参数间的相互转换关系为(Goldstein H, 1980; Battin, 1987) :

(1) 由卫星位置和速度求解开普勒参数

| 计算卫星轨道平面法方向 h

$$h = r \times \dot{r} = (h_1, h_2, h_3) \quad (2.41)$$

| 计算轨道平面倾角 i 和升交点赤经 Ω

$$\cos i = \frac{h_3}{|h|}, \quad \tan \Omega = \frac{h_1}{-h_2} \quad (2.42)$$

| 引入角动量参数 p

$$p = \frac{|h|^2}{GM} \quad (2.43)$$

| 计算轨道半长轴 a

$$a = \left(\frac{2}{|r|} - \frac{|\dot{r}|^2}{GM} \right)^{-\frac{1}{2}}, \quad n = \sqrt{\frac{GM}{a^3}} \quad (2.44)$$

| 计算卫星轨道偏心率 e

$$e = \sqrt{1 - \frac{p}{a}} \quad (2.45)$$

| 计算卫星轨道近地点幅角 α

$$e \cos v = \frac{p}{|r|} - 1, \quad e \sin v = \frac{r \cdot \dot{r}}{|r|} \sqrt{\frac{p}{GM}} \quad (2.46)$$

$$\cos u = \frac{k \cdot r}{|r|}, \quad \sin u = \frac{h \cdot (k \times r)}{h \cdot r} \quad (2.47)$$

其中 $k = (\cos \Omega, \sin \Omega, 0)$, 则 $\omega = u - v$ 。

| 计算卫星经过近地点时间 T_0

$$\tan \frac{E}{2} = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \tan \frac{\nu}{2} \quad (2.48)$$

其中 E 为偏近点角，引入开普勒方程：

$$M = E - e \sin E \quad (2.49)$$

求得 T_0 为：

$$T_0 = t_0 - \frac{M}{n} \quad (2.50)$$

(2) 由开普勒参数求解任意时刻 t 卫星位置

| 求解平近点角 M

$$M(t) = n \cdot (t - T_0), \quad n = \sqrt{\frac{GM}{a^3}} \quad (2.51)$$

| 迭代开普勒方程求解偏近点角 E

$$M = E - e \sin E \quad (2.52)$$

| 计算真近点角 ν

$$\tan \frac{\nu}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \tan \frac{E}{2} \quad (2.53)$$

| 计算轨道半径

$$r = a(1 - e \cos E) \quad (2.54)$$

| 计算轨道平面内卫星位置 r_b 和速度 \dot{r}

$$r_b = r(\cos \nu, \sin \nu, 0), \quad \dot{r} = \sqrt{\frac{GM}{a(1-e^2)}}(-\sin \nu, \cos \nu, 0) \quad (2.55)$$

| 计算惯性坐标系内卫星位置 r_b 和速度 \dot{r}

$$\mathbf{r} = R_3(-\Omega)R_1(-i)R_3(-\omega)\mathbf{r}_b = (P \ Q \ W)\mathbf{r}_b \quad (2.56)$$

$$\dot{\mathbf{r}} = R_3(-\Omega)R_1(-i)R_3(-\omega)\dot{\mathbf{r}}_b = (P \ Q \ W)\dot{\mathbf{r}}_b \quad (2.57)$$

$$\text{其中 } P = \begin{pmatrix} +\cos \omega \cos \Omega - \sin \omega \cos i \sin \Omega \\ +\cos \omega \sin \Omega + \sin \omega \cos i \cos \Omega \\ +\sin \omega \sin i \end{pmatrix}, \quad Q = \begin{pmatrix} -\sin \omega \cos \Omega - \cos \omega \cos i \sin \Omega \\ -\sin \omega \sin \Omega + \cos \omega \cos i \cos \Omega \\ +\cos \omega \sin i \end{pmatrix},$$

$$W = \begin{pmatrix} +\sin i \sin \Omega \\ -\sin i \cos \Omega \\ +\cos i \end{pmatrix}$$

2.4.3 数值积分器精度分析

在已知卫星初轨参数和各时刻卫星加速度时，可通过数值积分方法获取卫星参考轨道。表 2.2 为 IGS 各分析中心采用的积分方法和积分步长。

表 2.2 IGS 各分析中心积分方法和步长

Table 2.2 Integrators and step size in IGS analysis centers

| ACs | Integrators | Integration step |
|-------------|---|--|
| CODE | Polynomial of degree 10 | 1 hour |
| EMR | Variable (high) order Adams-Moulton | Variable |
| ESA | Adams-Moulton 8th order | 120 steps per revolution |
| GFZ | Single step(Everhart)for orbit Multi-step(Stoermer-Cowell)for variation equation | Variable for orbit Fixed for variation equation |
| GRGS | Cowell order 8 | 15 minutes |
| JPL | Variable (high) order Adams-Moulton | Variable |
| MIT | 11-order Adams-Moulton | 75 seconds |
| NGS | Variable (high) order Adams-Moulton | Variable |
| SIO | 11-order Adams-Moulton | 75 seconds |

表中，有 6 个分析中心选用 Adams-Moulton 方法，且多数以 RK4 及 RKF 单步法起步，积分步长各不相同。本节主要分析这三种积分方法的精度及对积分步长的敏感度。

选定 2015 年 12 月 1 日 0 时 0 分 0 秒时刻由 GPS 广播星历计算的 G01 卫星位置和速度为初始轨道。首先，计算其对应的开普勒 6 参数，仅考虑二体问题，得出三天轨道解析解；然后，基于同样的初始轨道，仅考虑地球引力摄动引起的卫星加速度，采用不同的数值积分方法计算卫星三天轨道；最后，将解析解作为已知值，分析数值解精度。

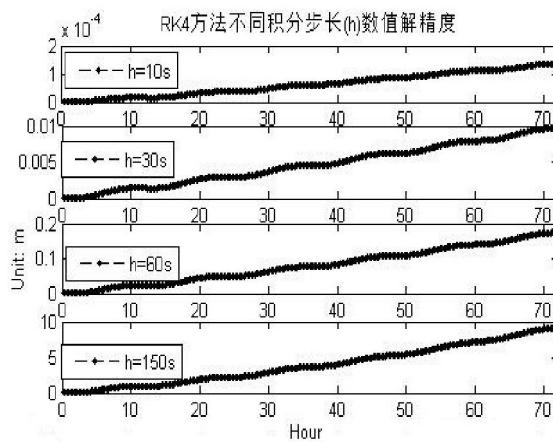


图 2.2 RK4 方法精度分析

Figure 2.2 Precision analysis of RK4 method

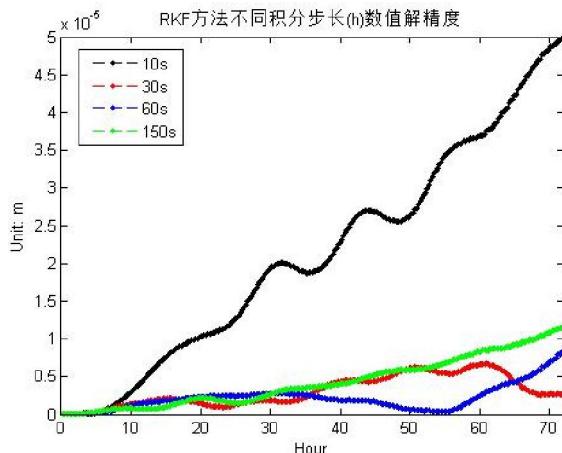


图 2.3 RKF 方法精度分析

Figure 2.3 Precision analysis of RKF method

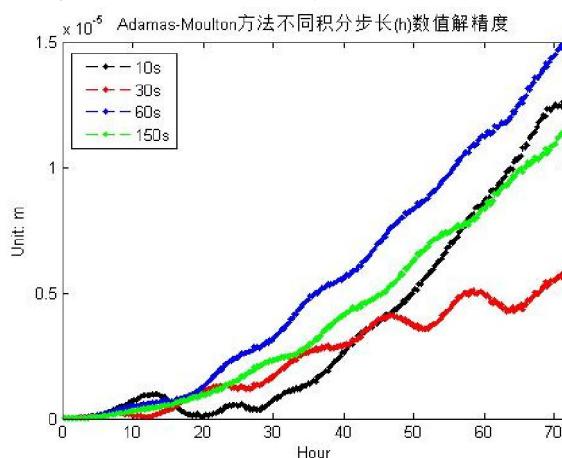


图 2.4 Adams-Moulton 积分方法精度分析

Figure 2.4 Precision analysis of Adams-Moulton integrator

图 2.2、图 2.3 和图 2.4 分别为 RK4、RKF 和 Adams-Moulton 积分三种数值积分方法采用积分步长 10s、30s、60s 和 150s 的数值解与解析解三维差值 $dr = \sqrt{(dx^2 + dy^2 + dz^2)}$ 。可以看出，RK4 方法对积分步长及总弧长敏感度较强，随着积分步长增加，积分精度迅速下降；RKF 方法对积分步长和总弧长的敏感性较小，但积分过程中右函数调用次数是 RK4 方法的两倍，耗时较长；Adamas-Moulton 方法精度较高，对积分步长和总弧长敏感度小，计算过程中调用右函数次数最少，效率最高。

表 2.3 各积分方法精度分析

Table 2.3 Analysis of all integrators

| Name | RK4(Unit:m) | | | RKF(Unit:m) | | | Adamas-Moulton(Unit:m) | | |
|------|-------------|--------|--------|-------------|--------|--------|------------------------|--------|--------|
| | 1day | 2days | 3days | 1day | 2days | 3days | 1day | 2days | 3days |
| 10s | 3.E-05 | 8.E-05 | 1.E-04 | 1.E-05 | 2.E-05 | 5.E-05 | 5.E-07 | 4.E-06 | 1.E-05 |
| 30s | 3.E-03 | 6.E-03 | 9.E-03 | 1.E-06 | 5.E-06 | 3.E-06 | 1.E-06 | 4.E-06 | 6.E-06 |

| | | | | | | | | | |
|-------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 60s | 4.E-02 | 1.E-01 | 1.E-01 | 2.E-06 | 1.E-06 | 8.E-06 | 2.E-06 | 8.E-06 | 1.E-05 |
| 150s | 2.E+00 | 5.E+00 | 9.E+00 | 2.E-06 | 6.E-06 | 1.E-05 | 1.E-06 | 6.E-06 | 1.E-05 |

表 2.3 为各积分器采用不同步长，积分 1 天、2 两天和 3 天后的精度。分析发现，RK4 方法在采用 150s 步长时，积分三天弧段后，平均误差可达 9m，而 RKF 和 Adams-Moulton 方法在积分步长小于 150s 的情况下，可忽略积分器误差影响。

2.4.4 地影期间 GNSS 卫星轨道积分误差分析及改进方法

2.3.3 节中数值积分精度分析是基于一种理想情况，假设卫星加速度为平滑连续。但卫星实际运动可能会经历由完全光照进入地球阴影中的阶段，如图 2.5 所示。

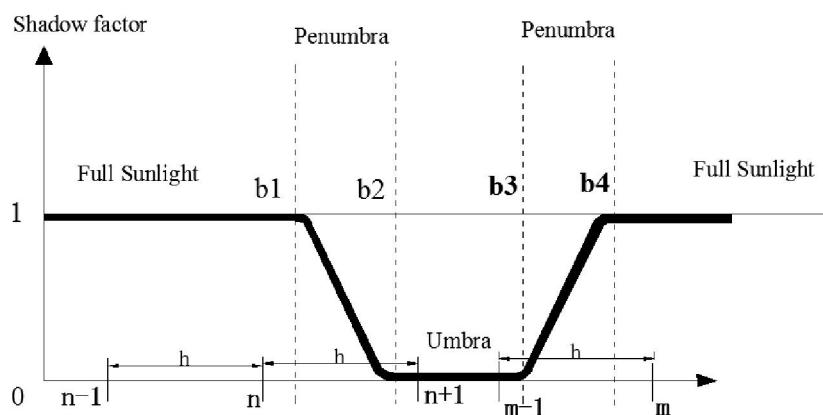


图 2.5 卫星跨越地影示意图

Figure 2.5 Schematic diagram of satellite crossing Earth shadow

若积分由 n 时刻至 $n+1$ 时刻，则由太阳光压引起的卫星加速度将产生变化，卫星加速度为平滑连续的假设不再成立，积分器将引入积分误差。(Woodburn J, 2001; Laurichesse, 2009) 研究得出积分误差量与积分步长和跨越地影半影边界的次数成正比，可通过减小积分步长和积分总弧长的方法削弱积分误差影响。然而，小步长积分不仅耗时较长，且不能完全消除积分跨越地影边界带来的积分误差。若在 n 时刻改变积分步长积分至 b_1 时刻，然后由 b_1 时刻积分至 b_2 时刻，再由 b_2 时刻积分至 $n+1$ 时刻，则可最大可能地削弱太阳光压引起的卫星加速度变化量。本节主要研究地影期间采用固定步长 Adams-Moulton 方法积分误差量和探测半影边界采用可变步长后的效果。

选取 2015 年 12 月 1 日(doy 335)至 2015 年 12 月 30 日(doy 364)30 天轨道数据进行测试，积分弧长为三天，共 10 个弧段。初始时刻轨道参数和光压模型参数以 IGS MGEX 提供的精密轨道为观测值求解得出。选取该时间段内处于日蚀中的 4 颗 GPS 卫星和 2 颗 BeiDou 卫星进行分析，各卫星进出日蚀期时间如表

2.4 所示。

表 2.4 卫星进出日蚀时间

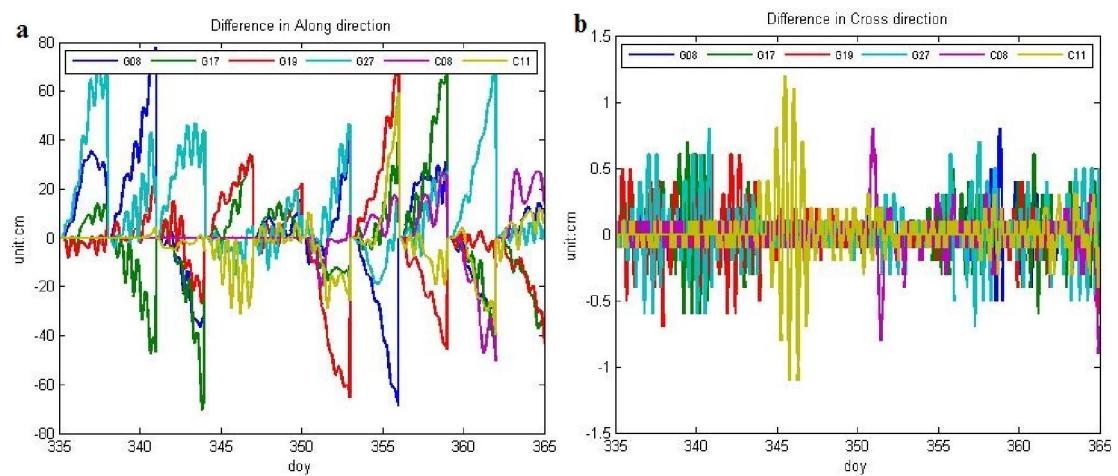
Table 2.4 Entering and exiting time of eclipse

| | Start and end doy | Total times of eclipse |
|------------|-------------------|------------------------|
| G08 | 335 to 364 | 2*30 |
| G17 | 335 to 364 | 2*30 |
| G19 | 335 to 364 | 2*30 |
| G27 | 335 to 364 | 2*30 |
| C08 | 350 to 364 | 2*15 |
| C11 | 340 to 364 | 2*25 |

表中，4 颗 GPS 卫星在测试期内一直处于地影期内，C08 和 C11 卫星在经历一段时间后才进入地影期。

由于考虑了太阳光压对卫星加速度的影响，解析解的求解比较困难。本节采用一种简单的精度评定方法分析地影期间积分器精度。由 2.4.3 节可知 Adams-Moulton 方法对积分步长的敏感度很低，采用 10s 积分步长与采用 60s 积分步长得得出的卫星轨道应近似相等。对于处于日蚀期内的卫星而言，其差值可看作为衡量积分误差的一个标准，即以小步长(10s)积分结果为相对真值，检核 60s 步长积分结果与其差值。

图 2.6a、b、c 分别为 Adams-Moulton 方法采用 60s 步长积分结果和 10s 步长积分结果在 Along、Cross 和 Radial 方向的差值，每 3 天一个弧段。首先分析未进入地影期时的 C08 和 C11 卫星积分结果差异，可以看出，轨道差异几乎为零，验证了该精度评定方法的合理性。进一步分析发现，地影中卫星轨道积分误差绝大部分集中在 Along 方向，最大值可达 80cm，Cross 和 Radial 方向的最大误差值分别为 1.2cm 和 8.9cm；在一个 3 天弧段内积分误差随弧长逐渐增大。



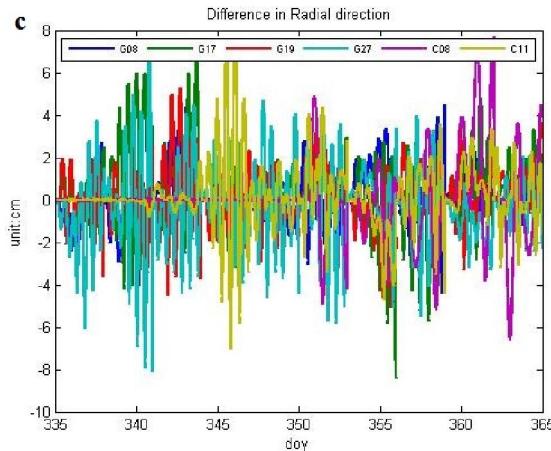


图 2.6 Adams-Moulton 不同积分步长结果差值(单位 : cm)

Figure 2.6 Integration errors of Adams-Moulton method with different step size(unit:cm)

表 2.5 为日蚀期内所有 3 天弧段内各天轨道差值 RMS。所有卫星 Along 方向积分在第一天的差值 RMS 平均值为 4.4cm ,第二天为 13.2cm ,第三天为 24.0cm ; 在 Cross 方向差值可忽略不计 ; 在 Radial 方向差值 RMS 约为 1-2cm。因此 , 地影中卫星积分三天弧段可在沿轨方向产生几十厘米的积分误差。

表 2.5 60s 步长积分结果与 10s 步长积分结果各天差值(单位 : cm)

Table 2.5 difference of 60s step size result and 10s step size result within a single day(unit:cm)

| | Along | | | Cross | | | Radial | | |
|-------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| | 1st day | 2nd day | 3rd day | 1st day | 2nd day | 3rd day | 1st day | 2nd day | 3rd day |
| G08 | 4.8 | 15.3 | 27.3 | 0.1 | 0.1 | 0.1 | 0.9 | 1.1 | 1.5 |
| G17 | 3.4 | 12.0 | 28.0 | 0.1 | 0.2 | 0.2 | 1.0 | 1.8 | 2.2 |
| G19 | 5.1 | 13.0 | 25.7 | 0.1 | 0.1 | 0.2 | 1.2 | 1.3 | 1.6 |
| G27 | 7.7 | 15.8 | 26.7 | 0.1 | 0.2 | 0.2 | 1.2 | 2.2 | 2.6 |
| C08 | 2.0 | 14.3 | 19.5 | 0.1 | 0.2 | 0.2 | 1.5 | 2.6 | 2.7 |
| C11 | 3.4 | 8.8 | 16.7 | 0.1 | 0.1 | 0.2 | 1.0 | 1.7 | 1.9 |
| Mean | 4.4 | 13.2 | 24.0 | 0.1 | 0.2 | 0.2 | 1.1 | 1.8 | 2.1 |

基于相同的数据和卫星 , 探测半影边界 , 采用可变积分步长重新开始积分后 , 60s 步长积分结果和 10s 积分步长积分结果差值如图 2.7 所示。

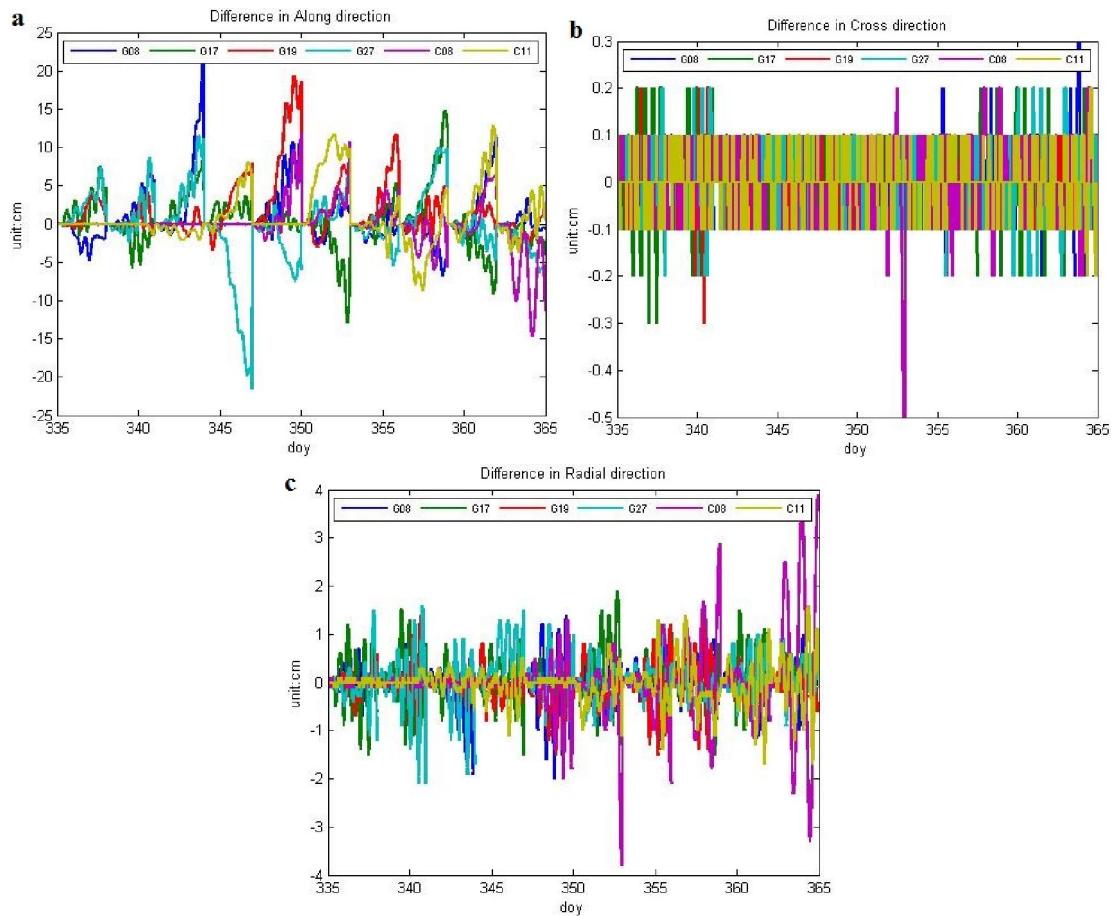


图 2.7 探测半影边界重新积分后误差(单位 : cm)

Figure 2.7 Integration errors after shadow boundary detection(unit:cm)

图 2.7a、b、c 分别为探测半影边界重新开始积分后 60s 步长积分结果与 10s 步长积分结果在 Along、Cross 和 Radial 方向的差值。与图 2.6 比较可得 , Along 方向最大差值由 80cm 下降至 25cm , Radial 方向最大差值由 8cm 下降至 4cm。

表 2.6 探测阴影边界后 60s 步长积分结果与 10s 步长积分结果各天差值(单位 : cm)

Table 2.6 difference of 60s step size result and 10s step size result within a single day after shadow boundary detection(unit:cm)

| | Along | | | Cross | | | Radial | | |
|-------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| | 1st day | 2nd day | 3rd day | 1st day | 2nd day | 3rd day | 1st day | 2nd day | 3rd day |
| G08 | 0.6 | 1.7 | 4.4 | 0.0 | 0.0 | 0.1 | 0.2 | 0.4 | 0.5 |
| G17 | 0.7 | 2.0 | 4.6 | 0.0 | 0.1 | 0.1 | 0.2 | 0.5 | 0.6 |
| G19 | 0.6 | 2.2 | 5.0 | 0.0 | 0.0 | 0.1 | 0.2 | 0.4 | 0.5 |
| G27 | 0.8 | 2.4 | 6.3 | 0.0 | 0.1 | 0.1 | 0.2 | 0.5 | 0.6 |
| C08 | 2.1 | 4.2 | 5.4 | 0.0 | 0.0 | 0.1 | 0.4 | 0.4 | 0.7 |
| C11 | 0.6 | 3.3 | 8.8 | 0.0 | 0.0 | 0.1 | 0.2 | 0.6 | 1.0 |
| Mean | 0.9 | 2.6 | 5.8 | 0.0 | 0.0 | 0.1 | 0.2 | 0.5 | 0.7 |

表 2.6 为探测半影边界重新开始积分后日蚀期内所有 3 天弧段内各天轨道差值 RMS，所有卫星积分结果在 Along 方向第一天的差值 RMS 优于 1cm 厘米，在第二天的差值 RMS 优于 3cm，在第三天的差值 RMS 优于 6cm；Radial 方向差值 RMS 优于 1cm。积分三天弧度，Along、Cross 和 Radial 方向精度分别提升 75.8%、50.0% 和 66.7%。

2.5 本章小结

本章首先阐述 GNSS 精密定轨中常用的时间系统和坐标系统，根据时间尺度的变化逐一介绍了世界时、原子时、协调世界时、GPS 时、动力学时等。通过描述卫星运动方程、观测方程及与卫星和测站有关的改正项引入惯性系、地固系、星固系、站心系和卫星轨道坐标系等，详细阐述各坐标系作用及相互间的转换关系。

其次，阐述卫星运动过程中受到的摄动力影响，给出 IGS CODE 分析中心采用的摄动力模型，计算得出各摄动力对卫星加速度的影响量从大到小依次为地球引力、地球非球形引力、月球引力、太阳引力、太阳辐射压、固体潮、海潮、极潮和其它行星引力等。

第三，研究 RK4、RKF 和 Adams-Moulton 方法的特性，总结出 RK4 方法对积分步长及总弧长敏感度较强，随着积分步长增加，积分精度迅速下降；RKF 方法对积分步长和总弧长的敏感性较小，但耗时较长；Adams-Moulton 方法精度和效率较高，对积分步长和总弧长敏感度小。

第四，研究 Adams-Moulton 方法对处于日蚀中的卫星所产生的积分误差量，结果表明所有卫星 Along 方向第一天的差值 RMS 平均值为 4.4cm，第二天为 13.2cm，第三天为 24.0cm；Cross 方向误差可忽略不计；Radial 方向差值 RMS 约为 1-2cm。当探测半影边界，采用可变步长重新开始积分后，所有卫星积分结果在 Along 方向第一天的差值 RMS 优于 1cm 厘米，第二天优于 3cm，第三天优于 6cm；Radial 方向差值 RMS 优于 1cm。积分三天弧度，Along、Cross 和 Radial 方向精度分别提升 75.8%、50.0% 和 66.7%。

第3章 MGEX精密产品及预报轨道精度分析

3.1 引言

IGS MGEX 成立于 2012 年，共有 6 个分析中心，其中 CODE、GFZ 和武汉大学分析中心提供所有 GPS+GLONASS+Galileo+BDS+QZSS 精密轨道产品，CNES 中心提供 GPS+GLONASS+Galileo 精密轨道产品，JAXA 中心提供 GPS+QZSS 精密轨道产品，TUM 中心提供 Galileo+QZSS 精密轨道产品。各分析中心对于 Multi-GNSS 轨道采用不同的处理策略，暂无统一合并的轨道和钟差产品。本章研究 MGEX 各中心轨道和卫星钟差产品精度，重点分析地影期间不同星座、不同型号卫星轨道和钟差产品精度。

MGEX 中心对于 BDS 和 Galileo 卫星的预报轨道产品仍处于测试阶段，本章采用与 IGS 预报轨道产品 IGU 相同的策略，实时预报 BDS 和 Galileo 卫星轨道，分析在地影期间各星座预报轨道精度；研究基于不同已知弧段的预报轨道精度差异，为 BDS 和 Galileo 卫星实时预报设立最佳已知弧长。

3.2 MGEX轨道和钟差产品精度分析

IGS 在其网站上详细描述了各分析中心的第二代 GPS 轨道产品处理策略，本节主要研究不同处理策略下各分析中心 GPS、BDS 和 Galileo 卫星轨道和钟差精度。精度评定采用三种方法：一是各分析中心产品与 IGS 最终产品比较(对于 GPS 卫星)；二是各分析中心产品相互比较(对于 BDS 和 Galileo 卫星)；三是分析两天轨道的不连续性(对于 BDS 和 Galileo 卫星)。

数据源为 MGEX 分析中心 GPS、Galileo 和 BDS 卫星轨道和钟差产品，时间范围为 2015 年 12 月 1 日(doy335)至 2015 年 12 月 30(doy364)，处于日蚀中的卫星信息如表 3.1 所示。

表 3.1 日蚀中卫星信息

Table 3.1 Information of eclipsing satellites

| | Start and end doy | Total times | Penumbra duration | Umbra duration |
|------------|--------------------------|--------------------|--------------------------|-----------------------|
| G08 | 335 to 364 | 2*30 | 60-70seconds | 50-60minutes |
| G17 | 335 to 364 | 2*30 | 60-70seconds | 50-60minutes |
| G19 | 335 to 364 | 2*30 | 60-70seconds | 50-60minutes |

| | | | | |
|------------|------------|------|--------------|--------------|
| G27 | 335 to 364 | 2*30 | 60-70seconds | 50-60minutes |
| G29 | 335 to 364 | 2*30 | 60-70seconds | 50-60minutes |
| C08 | 350 to 364 | 2*15 | 60-70seconds | 50-60minutes |
| C11 | 340 to 364 | 2*25 | 60-70seconds | 50-60minutes |
| C12 | 340 to 364 | 2*25 | 60-70seconds | 50-60minutes |

通常情况下卫星在半影期(penumbra)内的时间约为 1 分钟，在全影(umbra)区内的时间约为 1 小时，但当卫星刚进入日蚀期时，半影期内的时间可变为几分钟，全影区内的时间小于 50 分钟。

3.2.1 GPS轨道和钟差产品与 IGS最终产品比较

GPS 卫星定轨中的各模型较为成熟，各分析中心精密轨道产品与 IGS 最终轨道产品比较 精度约为 2.5cm(<http://acc.igs.org/>)。本节主要研究地影期间 MGEX 中心 GPS 卫星轨道精度。实验首先选取选取三颗测试卫星：一是始终处于光照情况下的高 β 角卫星 G18；二是处于日蚀期的 Block IIR 卫星 G29；三是处于日蚀期的 Block IIF 卫星 G27，具体信息如表 3.2 所示。

表 3.2 三颗测试卫星信息

Table 3.2 Information of 3 experimental satellites

| Satellite | Type | 1 day eclipses | All eclipses | Range of beta(°) | PCO(X) |
|------------|------|----------------|--------------|--------------------|--------|
| G18 | IIR | 0 | 0 | 64 to 74 | 0.000m |
| G27 | IIF | 2 | 2*30 | 8 to -13 | 0.394m |
| G29 | IIR | 2 | 2*30 | 11 to -11 | 0.000m |

首先，将 MGEX 中心 G18 卫星轨道和钟差产品与 IGS 精密产品比较，如图 3.1 所示。图 3.2a、b 分别为轨道 3D 差值和钟差差值，虚线值为卫星一个月内 β 角变化量。

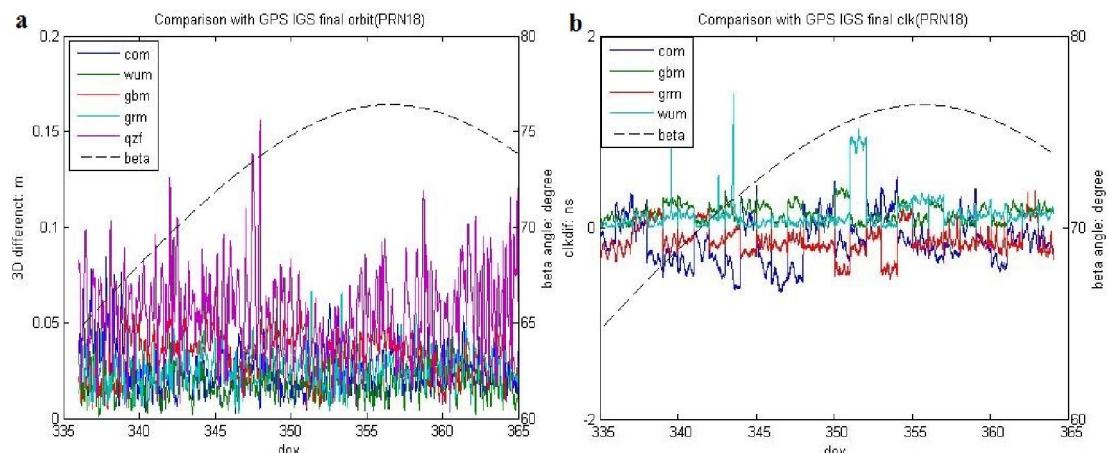


图 3.1 MGEX G18 卫星轨道和钟差与 IGS 最终产品差值

Figure 3.1 Difference of MGEX G18 orbit and clock with IGS final product

图中，qzf 轨道与 IGS 精密轨道产品差值最大，其它分析中心轨道差值较为接近；各分析中心钟差产品与 IGS 精密钟差产品差值存在一定的独立性，但在单天范围内保持稳定。进一步分析各天轨道和钟差 RMS 值，如图 3.2 所示，轨道和钟差产品与 β 角间无明显关系。

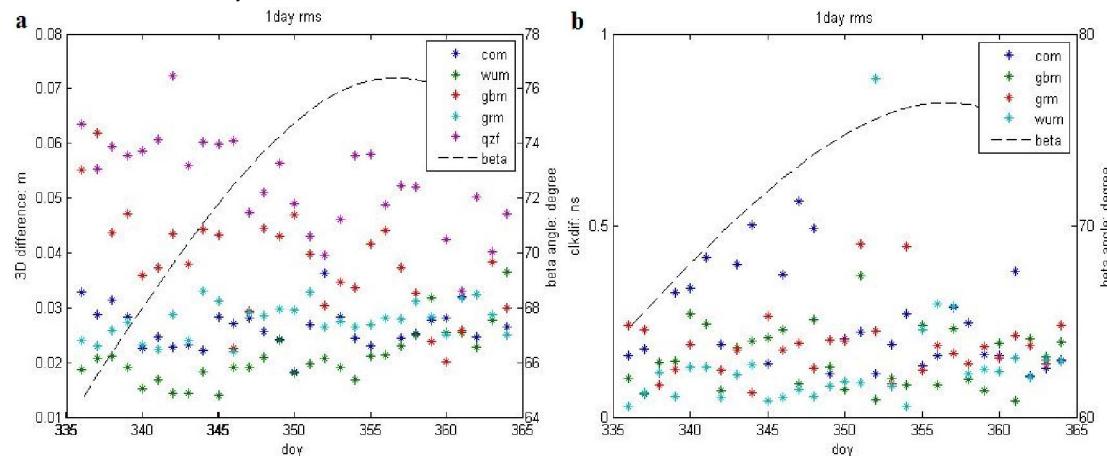


图 3.2 MGEX G18 卫星轨道和钟差与 IGS 差值 RMS

Figure 3.2 RMS of difference between MGEX G18 orbit/clock and IGS product

其次，将 MGEX 中心 G29 卫星轨道和钟差产品与 IGS 精密产品比较，如图 3.3 所示。分析发现，qzf 轨道产品在 β 角接近 0 时轨道产品精度有所下降，3D 最大差值为 16cm；grm 钟差产品在 β 角接近 0 时，与 IGS 钟差产品差值存在跳变，最大差值为 0.75ns；其它分析中心轨道和钟差产品精度与 β 角无明显相关性。

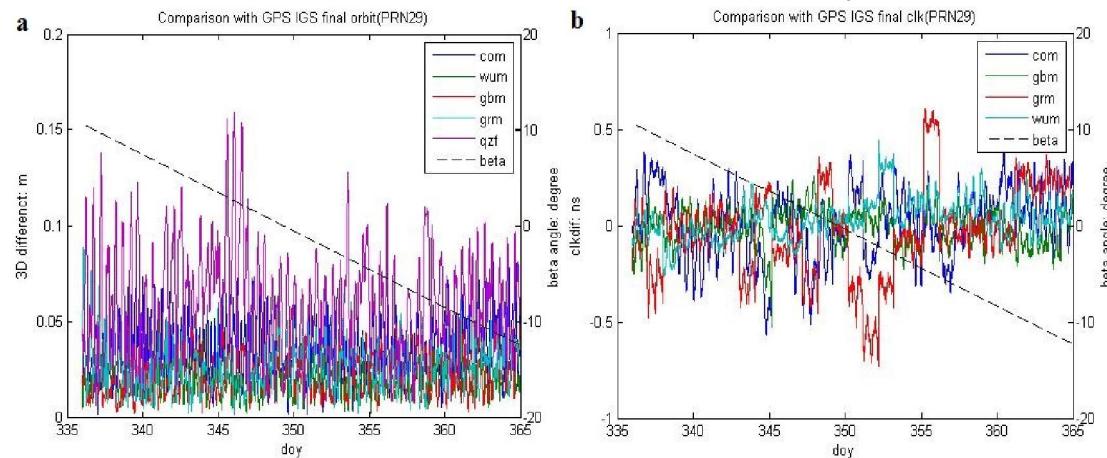


图 3.3 MGEX GPS PRN29 卫星轨道和钟差与 IGS 最终产品 3D 差值

Figure 3.3 3D difference of MGEX GPS PRN29 orbit and clock with IGS final product

图 3.4 为 G29 卫星轨道和钟差 RMS 值。qzf 轨道产品在 β 角接近 0 时单天 RMS 最大值为 11.8cm；grm 钟差产品在 β 角接近 0 时，单天 RMS 最大值为 0.6ns；其它分析中心轨道和钟差产品精度与 β 角无明显相关性，GPS IIR 卫星在日蚀期间仍可获取较高精度的轨道和钟差产品。

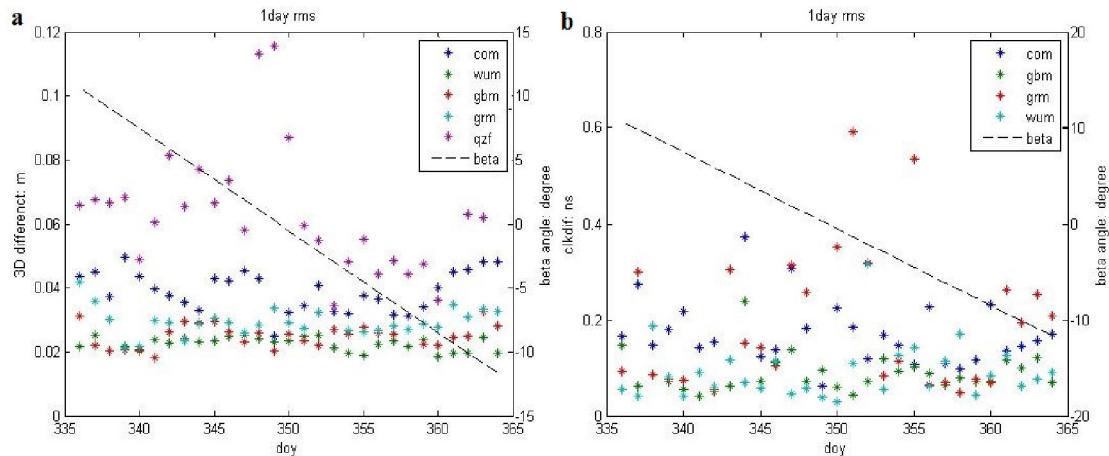


图 3.4 MGEX GPS PRN27 卫星和钟差与 IGS 产品 3D 差值 RMS

Figure 3.4 RMS of 3D difference between MGEX GPS PRN27 and IGS product

第三，将 MGEX 中心 G27 卫星轨道和钟差产品与 IGS 精密产品比较，如图 3.5 所示。当 β 角接近 0 时，qzf 和 CODE 中心的 com 轨道产品与 IGS 最终轨道产品 3D 差值最大可达 25cm 和 12cm；com 钟差产品与 IGS 钟差差值在 β 角接近 0 时最大差值可达 0.75ns。

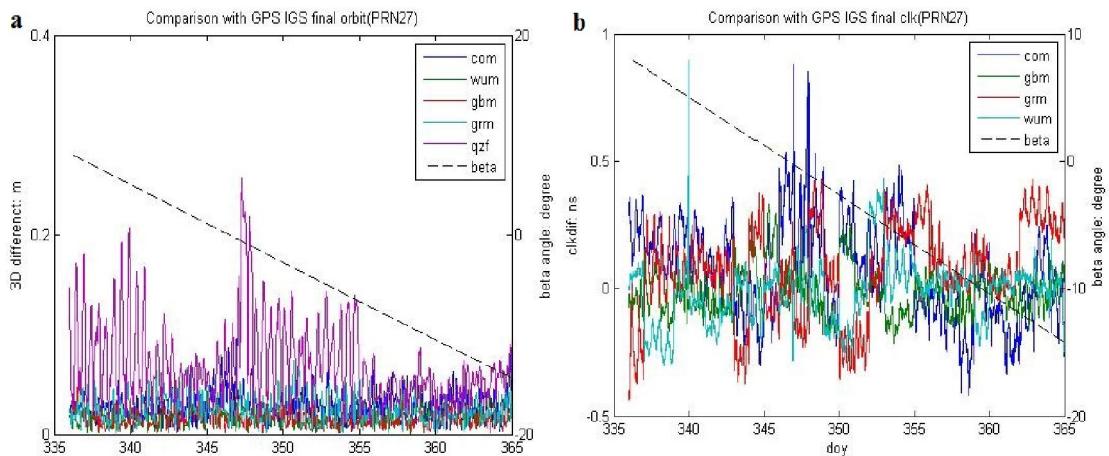


图 3.5 MGEX G27 卫星轨道与 IGS 最终产品 3D 差值

Figure 3.5 3D difference of MGEX G27 orbit and clock with IGS final product

图 3.6 为 G27 卫星轨道和钟差 RMS 值。当 β 角接近 0 时，qzf 和 CODE 中心的 com 轨道产品单天 RMS 最大值分别为 22cm 和 6cm，com 钟差产品单天 RMS 最大值为 0.4ns。GPS IIF 卫星由于天线相位中心在轨道坐标系 X 方向的改正量不为 0，当 β 角接近 0 时，将对 qzf 和 com 产品精度产生影响。

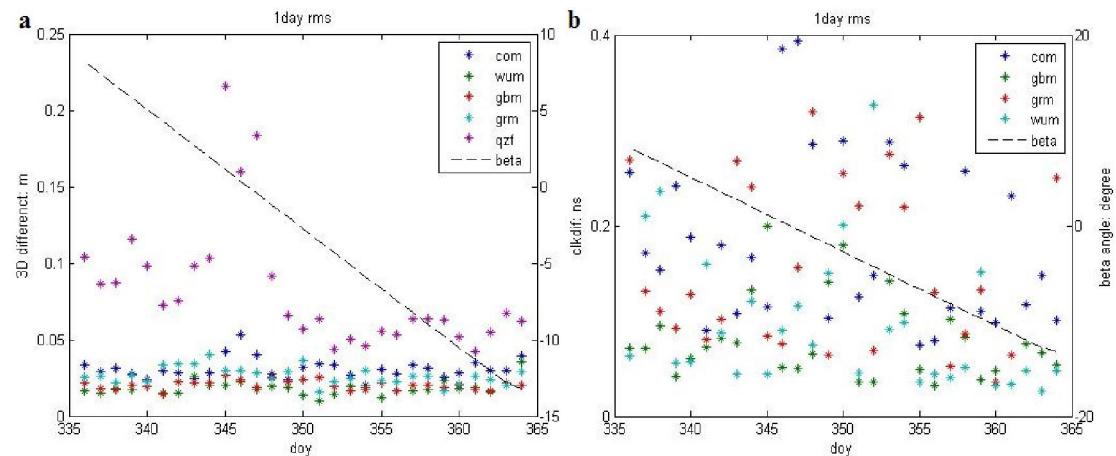


图 3.6 MGEX G27 卫星轨道和钟差与 IGS 产品 3D 差值 RMS

Figure 3.6 RMS of 3D difference between MGEX G27 and IGS product

第四，综合分析一个月内的所有三类 GPS 卫星，MGEX 各分析中心轨道和钟差产品精度如表 3.3 所示。

表 3.3 所有测试卫星精度分析

Table 3.3 Analysis of all experimental satellites

| Satellite | Type | Orbit 3D RMS(cm) | | | | Clock RMS(ns) | | | |
|---------------|------|------------------|-----|-----|-----|---------------|------|------|------|
| | | com | wum | gbm | grm | qzf | com | wum | gbm |
| Full sunlight | All | 3.1 | 2.0 | 2.2 | 2.7 | 6.2 | 0.19 | 0.10 | 0.14 |
| Eclipse | IIR | 3.8 | 2.1 | 2.3 | 2.8 | 6.5 | 0.17 | 0.11 | 0.11 |
| Eclipse | IIF | 4.8 | 2.2 | 2.4 | 3.6 | 34.1 | 0.30 | 0.12 | 0.19 |

完全光照中的卫星，qzf 轨道产品精度较差，RMS 为 6.2cm，其它四个分析中心轨道和钟差精度相当，RMS 值分别为 2.5cm 和 0.15ns；日蚀中的 Block IIR 卫星，所有分析中心轨道和钟差精度与其完全处于光照中的卫星精度基本一致，精度下降量很小；日蚀中的 Block IIF 卫星，qzf 和 com 轨道和钟差产品精度较完全处于光照中的卫星有所下降，其中 com 轨道精度为 4.8cm，钟差精度为 0.30ns，qzf 轨道精度为 34.1cm，其它分析中心精度无明显变化。

3.2.2 各分析中心 Galileo 和 BDS 卫星产品与 GFZ 中心产品比较

IGS 目前暂未提供 Galileo 和 BDS 卫星轨道和钟差产品，MGEX 也暂未合并所有分析中心 Multi-GNSS 产品。本节以 GFZ 中心提供的 gbm 产品为基准，比较与其它分析中心产品差值，BDS 卫星不考虑 GEO 卫星轨道和钟差。

(1) Galileo 轨道和钟差产品比较

在测试时间内，所有 Galileo 卫星未经历日蚀时刻，图 3.7a、b、c、d 分别为 com、grm、tum、wum 一个月内 Galileo 卫星轨道产品与 gbm 产品的 3D 差值，虚线为各卫星 β 角值。

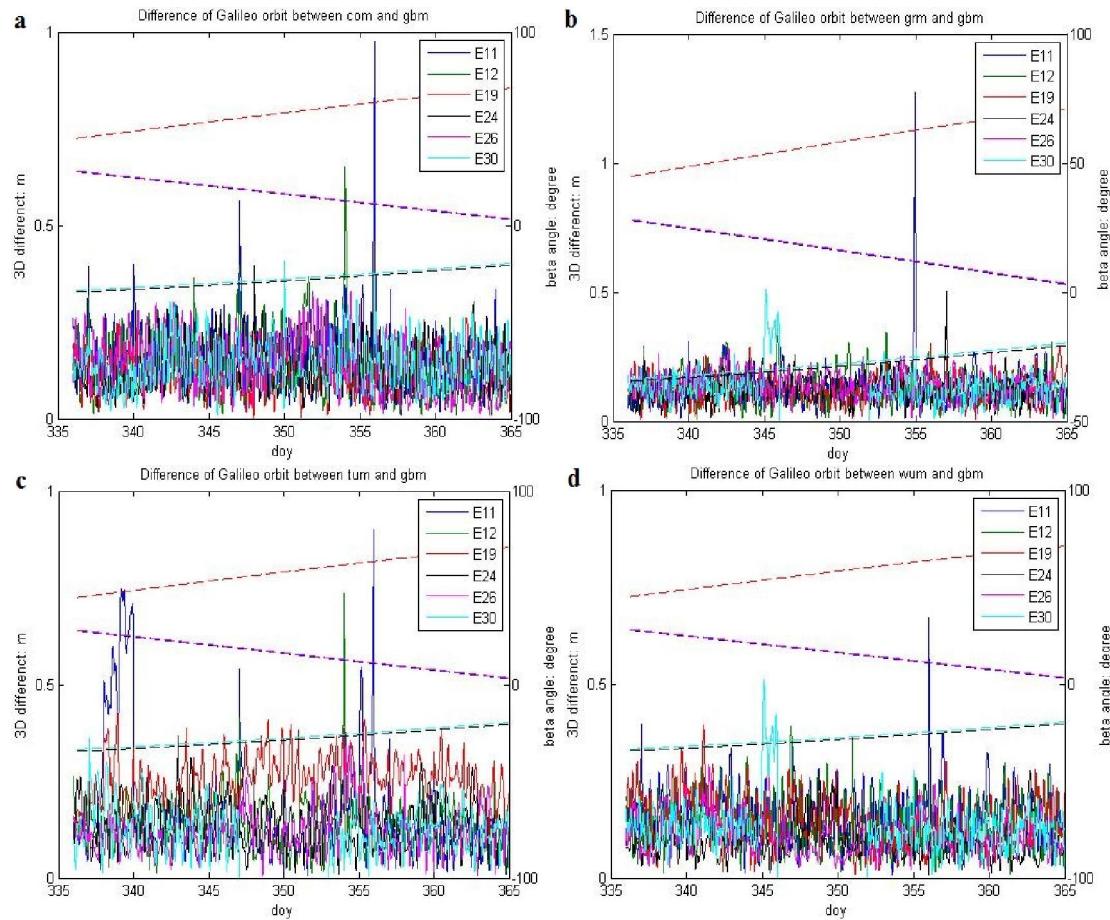


图 3.7 各分析中心 Galileo 卫星轨道与 GFZ 中心比较

Figure 3.7 Comparison of different analysis centers with GFZ on Galileo satellite orbit

图中，各分析中心 Galileo 轨道符合性较好，除个别时刻外，3D 最大差值在 30cm 以内，轨道精度与 β 角无明显联系。图 3.8a、b 分别为 com、grm 一个月内 Galileo 卫星钟差产品与 gbm 产品差值，比较过程中采用 E11 卫星作为基准。

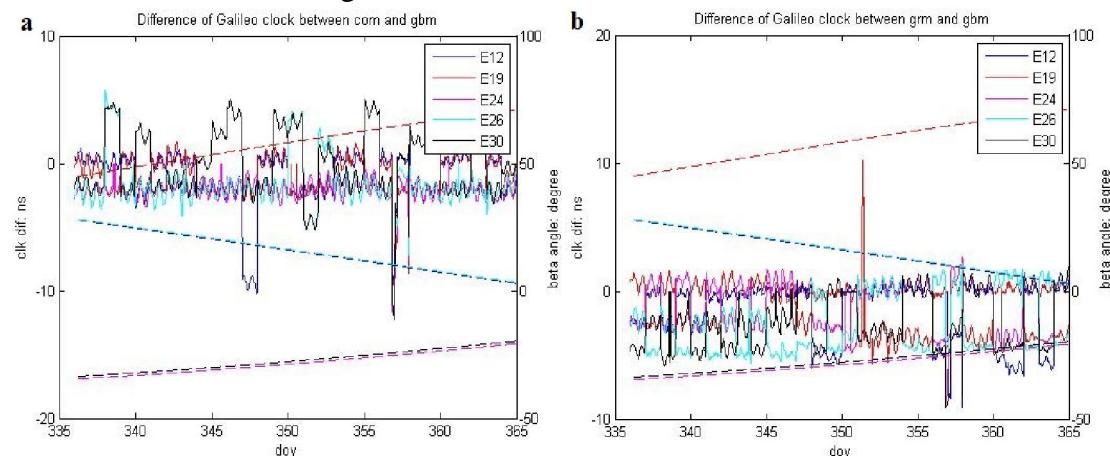


图 3.8 各分析中心 Galileo 卫星钟差与 GFZ 中心比较

Figure 3.8 Comparison of different analysis centers with GFZ on Galileo satellite clock

图中，卫星钟差差值每天之间存在一个常数跳变，其中 E26、E30 卫星跳变较为明显。一个月内所有 Galileo 卫星轨道和钟差相对于 gbm 产品差值 RMS 如

表 3.4 所示。

表 3.4 一个月内所有 Galileo 卫星轨道和钟差比较结果

Table 3.4 Orbit and clock comparison of all Galileo satellites in one month

| Ref to gbm | com | grm | tum | wum |
|------------------|--------|--------|-------|-------|
| Orbit RMS | 0.15m | 0.13m | 0.16m | 0.14m |
| Clock RMS | 1.82ns | 2.82ns | - | - |
| Clock STD | 0.43ns | 0.39ns | - | - |

分析发现，各中心 Galileo 轨道产品精度较为接近，约为 15cm；com 和 grm 钟差产品差值 RMS 为 ns 级，但其每天标准差 STD 平均值为 0.43ns 和 0.39ns，各卫星钟差每天差值中包含一个固定偏差。

(2) BDS 轨道和钟差产品比较

BDS 卫星在测试时间内 C08、C11、C12 卫星经历日蚀期，产品分析中选取 C08、C09、C11、C12、C14 共 5 颗北斗卫星，分别分析完全光照中的 BDS 卫星和日蚀中的 BDS 卫星。

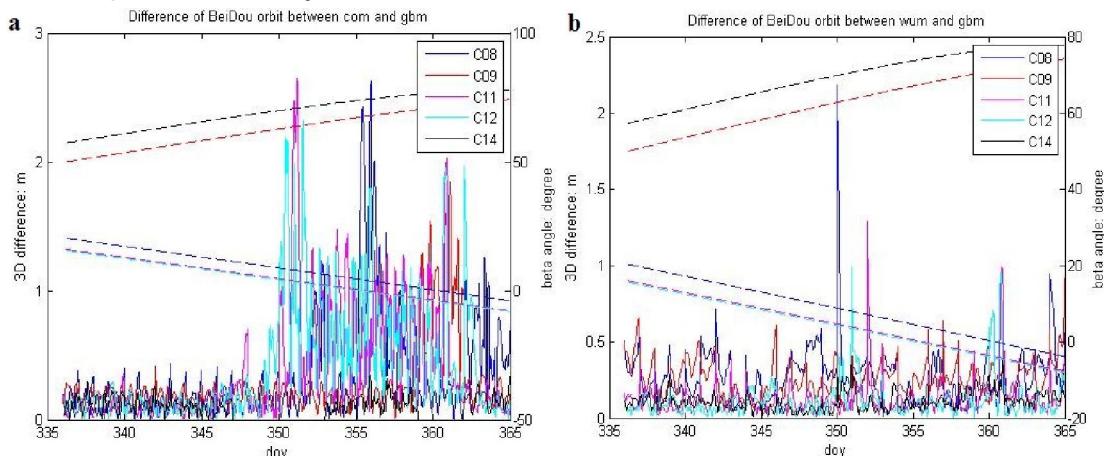


图 3.9 各分析中心 BDS 卫星轨道与 GFZ 中心比较

Figure 3.9 Comparison of different analysis centers with GFZ on BDS satellite orbit

图 3.9a 为 com 一个月 BDS 卫星轨道产品与 gbm 产品的 3D 差值，虚线为卫星 β 角。分析发现，未处于日蚀中的 BDS 卫星 3D 差值较为稳定，平均值约为 17cm；处于日蚀中的卫星，当 β 角接近 0 时，CODE 分析中心的 com 轨道产品与 GFZ 的 gbm 轨道产品相差较大，3D 差值最大超过 2.5m，轨道跳变时刻及 β 角信息如表 3.5 所示。图 3.10b 为 wum 轨道产品与 gbm 产品 3D 差值，仅在少数时刻存在跳变。

表 3.5 日蚀中的 BDS 卫星轨道跳变信息(比较 com 和 gbm 轨道)

Table 3.5 Orbit jump information for BDS eclipsing satellites(compare com to gbm)

| Time | Beta angle(°) |
|-----------------|---------------|
| C08 Doy355.0000 | 4.67 |

| | | |
|------------|-------------|------|
| C11 | Doy350.0000 | 4.75 |
| C12 | Doy350.0000 | 4.37 |

图 3.10a、b 分别为 com、wum 一个月 BeiDou 卫星钟差产品与 gbm 产品的差值 , C09 为参考星。各分析中心之间 BeiDou 卫星钟差独立性较强 , 两天之间的连续系较差 , 但在单天内的符合度较高。

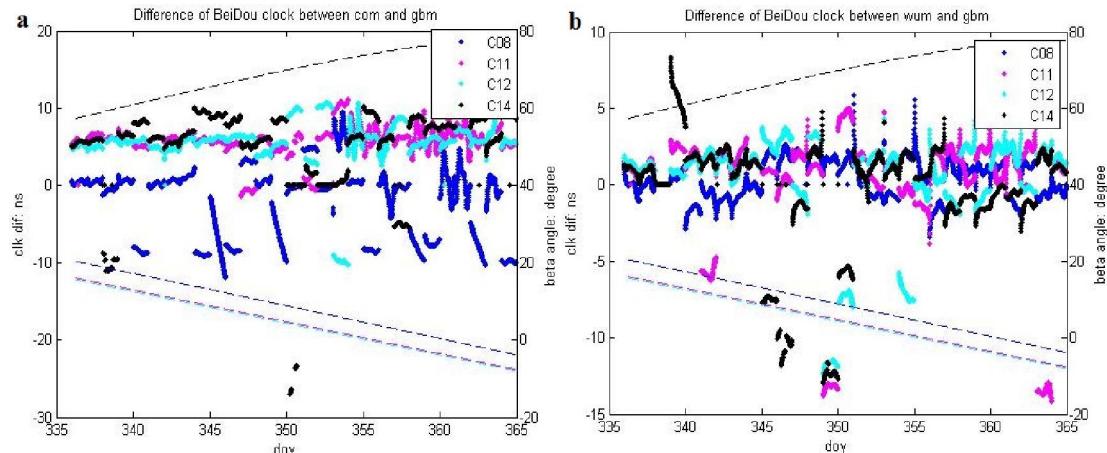


图 3.10 各分析中心 Beidou 卫星钟差与 GFZ 中心比较

Figure 3.10 Comparison of different analysis centers with GFZ on Galileo satellite clock

综合分析轨道和钟差产品精度发现 , 武汉大学分析中心与 GFZ 中心对于 β 角接近 0 时的 BeiDou 卫星采用较为接近的处理策略 , 但 CODE 分析中心与 GFZ 中心存在一定的差异 , 轨道和钟差差值为米级。com 和 wum 所有 BDS 卫星轨道和钟差与 gbm 产品比较如表 3.6 所示。

表 3.6 一个月内所有 BDS 卫星轨道和钟差比较结果

Table 3.6 Orbit and clock comparison of all BDS satellites in one month

| Ref to gbm | IGSO | | MEO | |
|--------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| | Orbit RMS | Clock STD | Orbit RMS | Clock STD |
| com Full Sunlight | 0.23m | 0.45ns | 0.11m | 0.31ns |
| com Eclipse | 0.51m | 0.55ns | 0.40m | 0.45ns |
| wum Full sunlight | 0.22m | 0.36ns | 0.07m | 0.31ns |
| wum Eclipse | 0.23m | 0.37ns | 0.14m | 0.36ns |

wum 轨道和钟差产品与 gbm 产品符合度较好 , 即当 β 角接近 0 时 , 轨道和钟差精度下降很小 ; com 轨道和钟差产品当 β 角接近 0 时 , 精度下降明显。

3.2.3 Galileo 和 BDS 卫星轨道产品 DBD 值分析

3.2.2 节分析了各分析中心 Galileo 和 BeiDou 卫星轨道和钟差产品相对于 GFZ 中心产品的精度 , 本节主要基于两天轨道的不连续性 , 研究各分析中心

Galileo 和 BeiDou 卫星轨道内符合精度。

Day Boundary Discontinue(DBD)方法由(Griffiths ,2009)引入 ,如图 3.11 所示。将 DayA 初始轨道选定为 23:45:00 时刻 ,利用 DayA 一天轨道信息作为观测值更新初轨信息 ,向后预报至 DayA 23:52:30 时刻 ;将 DayB 初始轨道选定为 00:00:00 时刻 ,利用 DayB 一天轨道信息作为观测值更新初轨信息 ,向前预报值 DayA 23:52:30 时刻。则在同一 23:52:30 时刻轨道差值即为两天轨道误差的综合值。

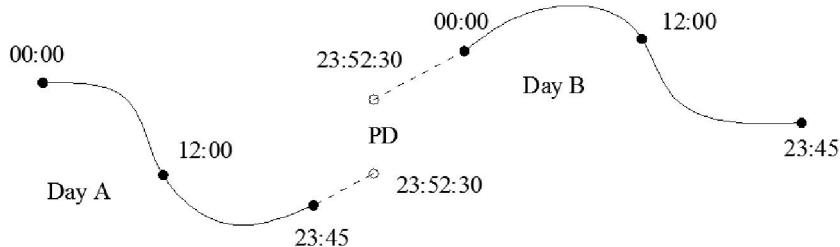


图 3.11 两天轨道不连续性(DBD)

Figure 3.11 day boundary discontinue(DBD) between two orbits

(1) Galileo 卫星轨道 DBD 分析

由于所有 Galileo 卫星在测试时间范围内未经历日蚀时刻 , 分析时选取 E11 卫星作为代表。图 3.12 为一个月内 com、gbm、grm、tum、wum 轨道产品 E11 卫星每天 DBD 值 , 虚线为 β 角变化量。可以看出 , tum 和 com 轨道 DBD 精度明显优于其它分析中心 , 卫星 DBD 值与 β 角无明显关系。

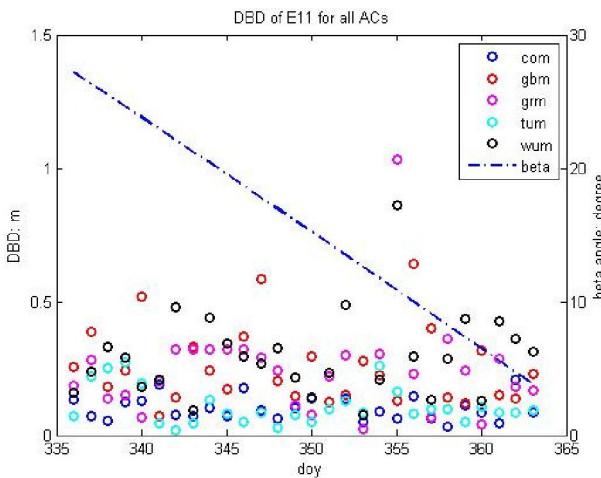


图 3.12 各分析中心 Galileo 卫星轨道 DBD 值

Figure 3.12 DBD value of different analysis centers on Galileo satellite orbit

计算所有 Galileo 卫星一个月内 DBD 平均值如图 3.13 所示。tum、com、gbm、wum 和 grm Galileo 卫星轨道 3D RMS 分别为 7.1cm、8.2cm、15.9cm、16.1cm 和 18.5cm。

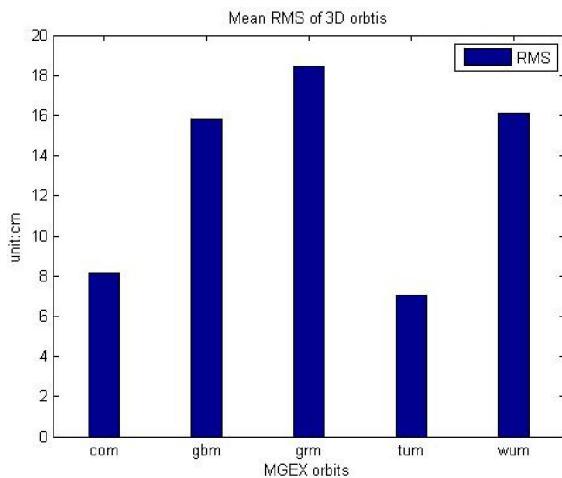


图 3.13 各分析中心 Galileo 轨道产品 3D DBD RMS

Figure 3.13 3D RMS of DBD on Galileo orbit from difference AC

(2) BDS 卫星轨道 DBD 分析

部分 BDS 卫星在测试时间范围内经历日蚀期，因此分别分析完全光照中的卫星和日蚀中的卫星。图 3.14 为 com、gbm、wum 轨道产品完全光照中的 IGSO 卫星和 MEO 卫星一个月的 DBD 值。各中心 MEO 卫星轨道产品精度优于 IGSO 卫星；com 轨道产品精度优于 gbm 和 wum 轨道产品精度。

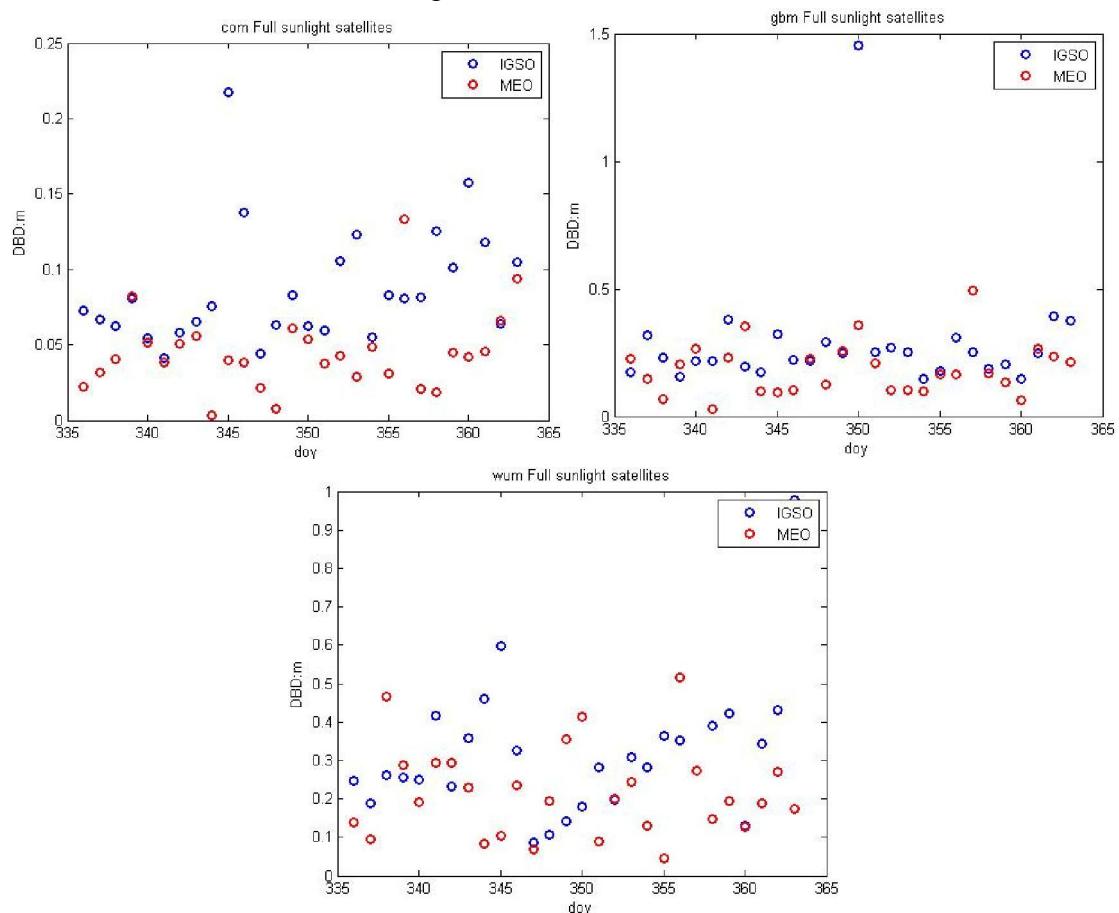


图 3.14 IGSO 卫星轨道 DBD 值分析

Figure 3.14 DBD value analysis of IGSO satellite orbit

地影中的三颗 BeiDou 卫星 C08、C11、C12 β 角不同，分别分析三颗卫星 DBD 值与 β 角关系，如图 3.15 所示。

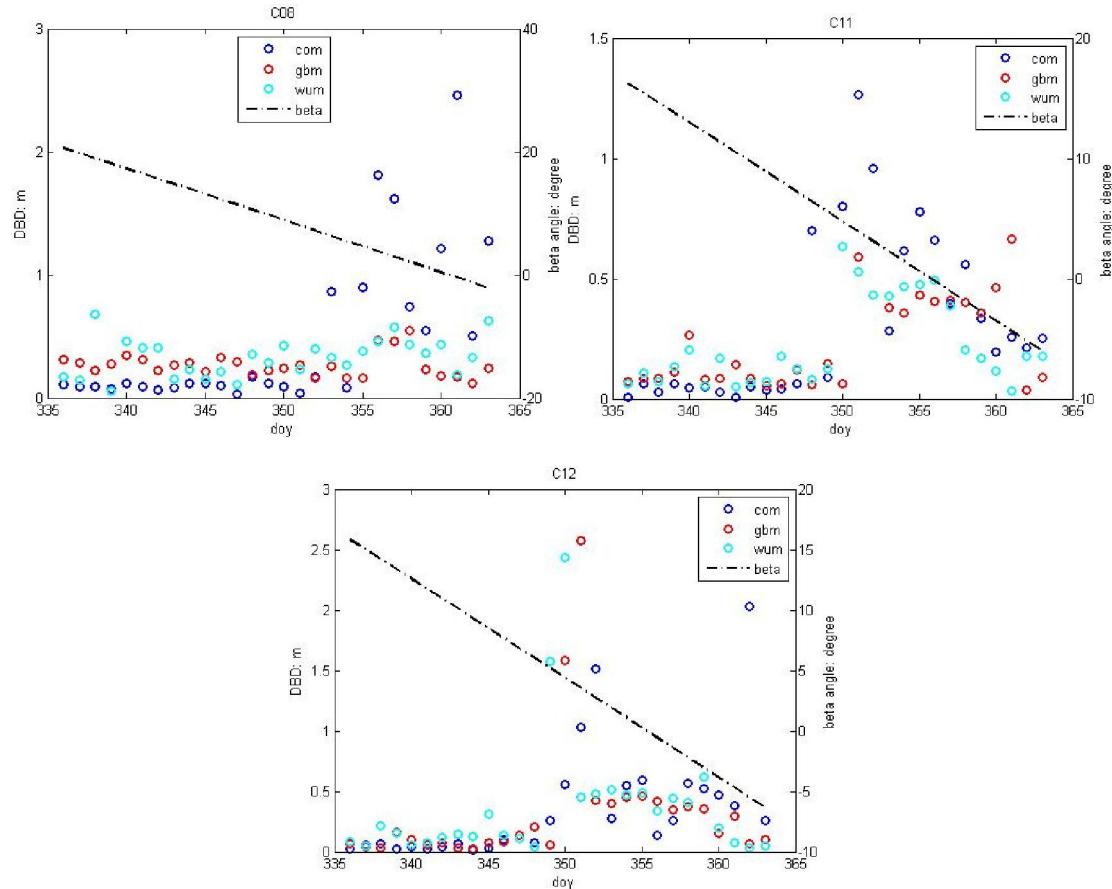


图 3.15 MEO 卫星轨道 DBD 值分析

Figure 3.15 DBD value analysis of MEO satellite orbit

分析发现，武汉大学的 wum 轨道与 GFZ 中心的 gbm 轨道精度较为接近，即使在 β 角接近 0 时，仍有较高的符合性；CODE 分析中心的 com 轨道产品在 β 角接近 0 时与 gbm 和 wum 轨道产品相差较大。各分析中心三颗卫星轨道跳变时刻及 β 角信息如表 3.7 所示。

表 3.7 日蚀中的 BeiDou 卫星轨道跳变信息(比较 com 和 gbm 轨道)

Table 3.7 Orbit jump information for BeiDou eclipsing satellites(compare com to gbm)

| | com | | gbm | | wum | |
|-----|-----------|---------------|-----------|---------------|-----------|---------------|
| | Time(doy) | Beta angle(°) | Time(doy) | Beta angle(°) | Time(doy) | Beta angle(°) |
| C08 | 355.000 | 4.67 | - | - | - | - |
| C11 | 350.000 | 4.75 | 351.000 | 3.92 | 350.000 | 4.75 |
| C12 | 350.000 | 4.37 | 350.000 | 4.37 | 349.000 | 5.19 |

BeiDou 卫星地面控制中心发布的 C11 和 C12 卫星姿态变化时刻分别为 doy350.8194 和 doy350.5866， β 角接近于 4° (personal communication)。表中，各分析中心轨道跳变时刻尽管存在一定的差异，但总体在 β 角接近于 4° 附近。

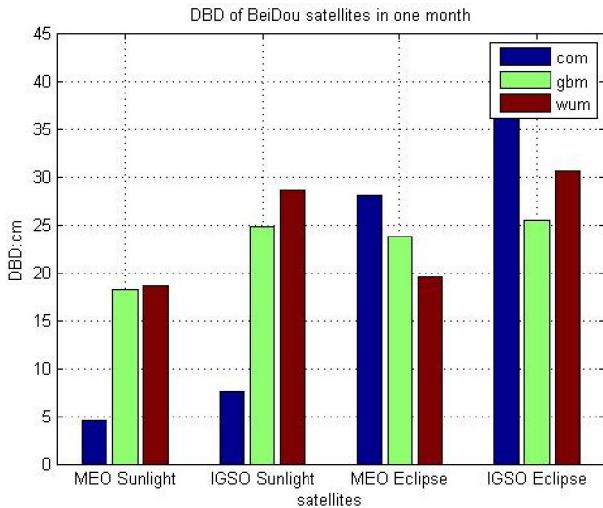


图 3.16 所有 BeiDou 卫星一个月内 DBD 值

Figure 3.16 DBD of all BeiDou satellites in one month

综合分析所有 BeiDou 卫星 DBD 值，如图 3.16 所示。对于完全光照中的 BeiDou 卫星，com 产品 IGSO 和 MEO 卫星 DBD 值分别为 7.6cm 和 4.5cm；gbm 产品 DBD 值与 wum 产品较为接近，IGSO 和 MEO 卫星 DBD 值约为 26.7cm 和 18.4cm。对于处于日蚀中的 BeiDou 卫星，当 β 角接近 0 时，com 产品 DBD 值存在跳变，IGSO 和 MEO 卫星 DBD 值分别为 43.5cm 和 28.1cm；gbm 和 wum 产品 DBD 值基本保持与完全光照中的卫星一致。因此对于完全光照中的 BeiDou 卫星，com 产品内符合精度优于 gbm 和 wum 产品，但对于日蚀中的 BeiDou 卫星，当 β 角接近 0 时，gbm 和 wum 产品内符合精度优于 com 产品。

3.3 基于精密轨道产品的 Galileo 和 BeiDou 卫星预报

轨道预报的基本原理为将一定弧长的已知轨道作为观测值，初轨选定为弧长末端时刻，更新初轨时刻轨道参数，采用数值积分方法预报卫星轨道，如图 3.17 所示。

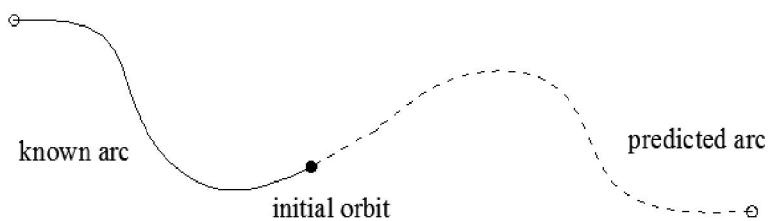


图 3.17 轨道预报原理

Figure 3.17 Principle of orbit prediction

GPS 卫星轨道预报研究比较成熟，(Choi, 2013) 分析得出采用 40 至 45 小时的轨道弧长，预报一天 GPS 轨道精度最佳。本节基于 GPS 预报轨道的相关结论，

分析轨道弧长对 Galileo 和 BeiDou 卫星预报轨道精度的影响量。

(1) 轨道弧长对 Galileo 卫星预报轨道影响

已知轨道采用 2015 年 12 月 1 日(doy335)至 2015 年 12 月 30(doy364) CODE 中心发布的 com 轨道产品 , 分别测试轨道弧长为 32h、42h、52h 和 62h 时 ,Galileo 卫星预报 24h 轨道相对于 com 精密轨道的精度。由于测试期内所有 Galileo 卫星未经历日蚀情况 , 各卫星预报轨道精度相当 , 本节仅给出 Galileo E11 卫星预报轨道与精密轨道的 Along、Cross 和 Radial 方向差值情况。

图 3.18a、b、c、d 分别为 E11 卫星基于 32h、42h、52h、62h 弧长 , 预报 24h 后与精密轨道产品差值。可以看出 , 除少数历元外 , 预报轨道精度较为稳定。进一步分析所有 Galileo 卫星一个月内预报轨道精度 , 如图 3.19 所示。

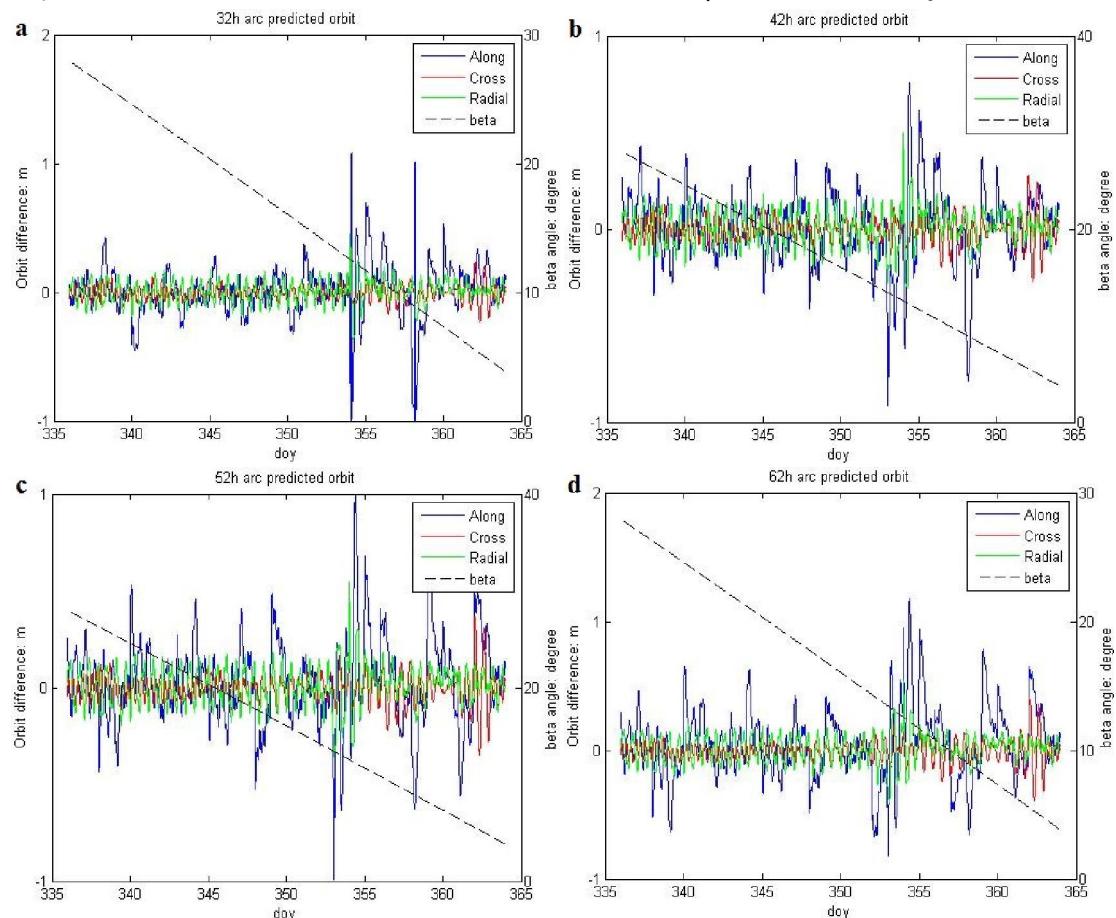


图 3.18 基于不同弧长的 Glileoo 预报轨道与精密轨道差值(E11)

Figure 3.18 Difference between Galileo predicted orbit and precise orbit(E11)

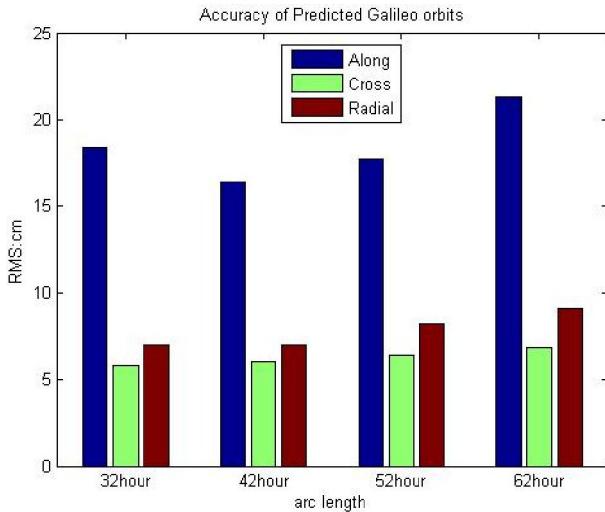


图 3.19 不同弧长 Galileo 卫星预报轨道精度

Figure 3.19 precision of predicted Galileo orbits based on different arc length

结果表明，弧长对 Galileo 卫星预报轨道精度的影响量与 GPS 卫星一致，采用 42h 弧长为最佳，预报 24 小时后 Along、Cross 和 Radial 方向 RMS 值分别为 16.4cm、6.0cm 和 7.0cm。

(2) 轨道弧长对 BeiDou 卫星预报轨道影响

部分 BeiDou 卫星在测试期内经历日蚀期，分析时分别考虑处于日蚀期的卫星和完全光照中的卫星。同样测试基于 32h、42h、52h、62h 弧长，预报 24h 后与精密轨道产品精度，如表 3.8 所示。

表 3.8 采用不同弧长的 BeiDou 卫星预报轨道精度 (单位 : cm)

Table 3.8 Precision of BeiDou predicted orbit based on different arc length(unit: cm)

| arc based | 32h | | | 42h | | | 52h | | | 62h | | |
|-----------|-------|------|------|-------|------|------|-------|------|------|-------|------|------|
| Satellite | A | C | R | A | C | R | A | C | R | A | C | R |
| IGSO-E | 151.8 | 20.1 | 30.5 | 130.8 | 21.9 | 26.8 | 124.9 | 35.1 | 28.2 | 143.4 | 44.3 | 29.2 |
| IGSO-F | 35.6 | 7.5 | 7.7 | 29.0 | 8.9 | 6.8 | 32.9 | 10.1 | 7.7 | 37.6 | 11.5 | 8.4 |
| MEO-E | 86.3 | 19.3 | 17.8 | 98.5 | 24.1 | 18.6 | 114.0 | 28.9 | 20.1 | 130.5 | 34.8 | 20.9 |
| MEO-F | 8.9 | 3.3 | 1.9 | 8.3 | 3.4 | 2.0 | 10.7 | 3.7 | 2.4 | 12.9 | 3.9 | 2.7 |

表中，IGSO-E 和 MEO-E 分别表示处于日蚀中的 IGSO 卫星和 MEO 卫星，IGSO-F 和 MEO-F 分别表示完全光照中的 IGSO 卫星和 MEO 卫星。分析发现，与 GPS 和 Galileo 卫星一致，采用 42h 弧长预报 BeiDou 卫星轨道精度最佳，预报 24 小时 IGSO 卫星 Along、Cross 和 Radial 方向 RMS 值分别为 29.0cm、8.9cm 和 6.8cm，MEO 卫星 Along、Cross 和 Radial 方向 RMS 值分别为 8.3cm、3.4cm 和 2.0cm；当卫星处于日蚀期时，IGSO 卫星 Along、Cross 和 Radial 方向 RMS 值分别为 130.8cm、21.9cm 和 26.8cm，MEO 卫星 Along、Cross 和 Radial 方向 RMS 值分别为 98.5cm、24.1cm 和 18.6cm。

为了分析日蚀中北斗卫星预报轨道的跳变情况 ,分析其基于 42h 弧段的预报轨道精度和精密轨道自身精度 ,如图 3.20 所示。

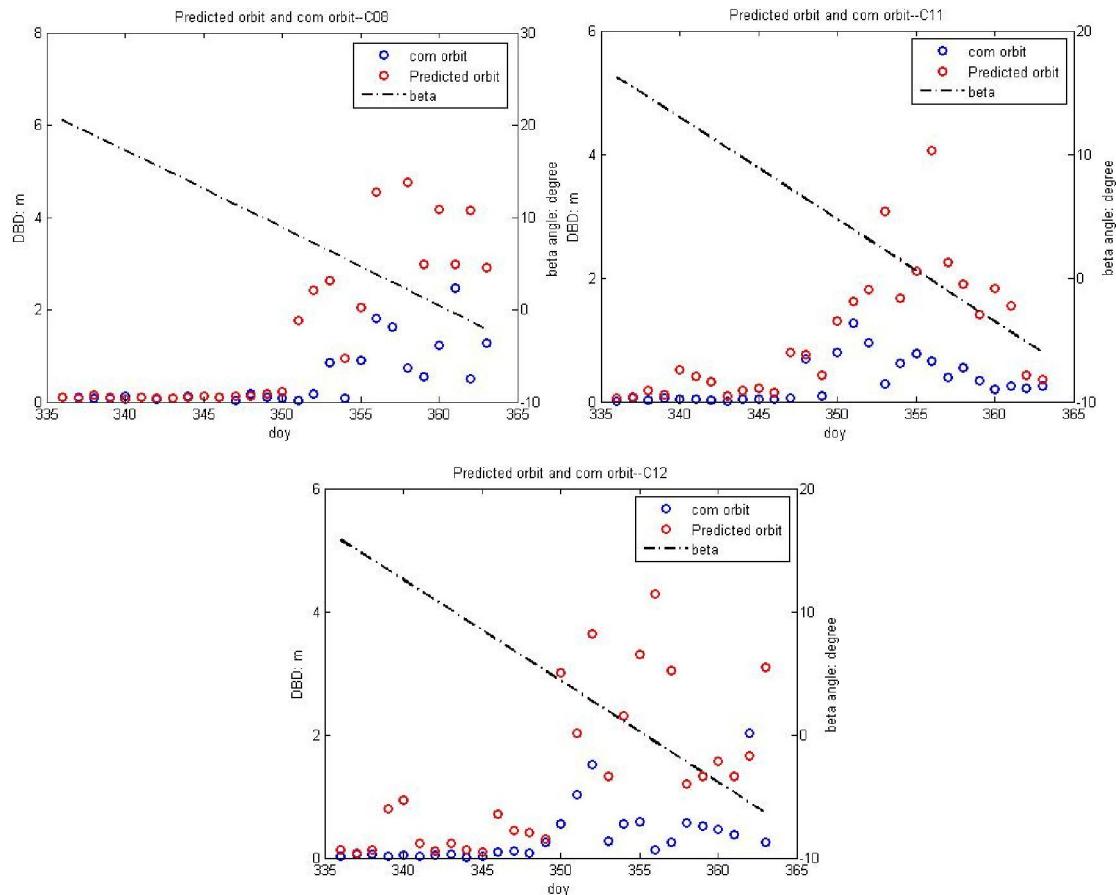


图 3.20 预报轨道和精密轨道精度分析

Figure 3.20 Precision analysis of predicted orbit and precise orbit

图中 ,预报轨道精度整体精度差于精密轨道精度 ,当 β 角接近 0 时 ,预报轨道存在跳变 ,精度为米级。预报轨道精度跳变具体信息如表 3.9 所示。

表 3.9 日蚀中的 BeiDou 卫星轨道跳变信息(比较预报轨道和精密轨道)

Table 3.9 Orbit jump information for BeiDou eclipsing satellites(compare predicted orbit to

| precise orbit) | | |
|----------------|--------|-----------------|
| | Time | Beta angle(°) |
| C08 | Doy351 | 8.01 |
| C11 | Doy350 | 4.75 |
| C12 | Doy350 | 4.37 |

对比表 3.7 可以发现 , C11 和 C12 卫星轨道跳变时刻与表 3.8 一致。

3.4 本章小结

IGS MGEX 各分析中心对不同星座采取了不同的处理策略 ,本章研究各中心 GPS、Galileo 和 BDS 卫星轨道和钟差精度。轨道精度采用三种评定方式 :一是将 GPS 轨道与 IGS 最终精密轨道比较 ;二是选取 GFZ 中心轨道产品作为参考 ,分析 Galileo 和 BDS 卫星轨道和钟差精度 ;三是分析连续两天轨道的不连续性评价 Galileo 和 BDS 卫星轨道精度。

完全处于光照中的 GPS 卫星 , qzf 轨道产品精度较差 ,为 6.2cm ,其它所有分析中心 GPS 轨道 RMS 平均值为 2.5cm ,钟差 RMS 为 0.15ns ;对于处于日蚀中的 Block IIR 卫星 ,轨道和钟差精度与完全光照中的卫星精度一致 ;对于处于日蚀中的 Block IIF 卫星 ,com 轨道精度为 4.8cm ,钟差精度为 0.30ns ,qzf 轨道精度为 34.1cm ,其它分析中心轨道和钟差精度不变。

以 GFZ 中心轨道和钟差产品作为参考 ,分析其它中心 Galileo 和 BDS 卫星轨道和钟差产品精度。各中心 Galileo 轨道产品精度较为接近 ,RMS 约为 15cm ;com 和 grm 钟差产品差值 RMS 为 ns 级 ,但其每天标准差 STD 平均值为 0.43ns 和 0.39ns ,各卫星钟差每天差值中包含一个固定偏差。 com、wum 完全光照中的 BeiDou 卫星轨道和钟差产品与 gbm 产品符合度较好 ,IGSO 轨道精度和钟差 STD 值为 0.23m 和 0.40ns ,MEO 轨道精度和钟差 STD 值为 0.09m 和 0.31ns ;当卫星 β 角接近 0 时 ,wum 轨道和钟差精度下降很小 ,但 com 轨道和钟差产品精度下降明显。,

通过研究 Galileo 和 BDS 卫星两天轨道的 DBD 值 ,分析各分析中心卫星轨道内符合精度。结果表明 ,TUM 中心 Galileo 轨道产品精度最高 ,DBD 值为 7.1cm ;CODE 中心 Galileo 轨道产品精度略差于 TUM 中心产品 ,DBD 值为 8.2cm ;GFZ 中心、武汉大学中心和 CNES 中心 DBD 值依次为 15.9cm、16.1cm 和 18.5cm. 对于处于完全光照中的 BeiDou 卫星 ,CODE 分析中心精度最高 ,IGSO 和 MEO 卫星 DBD 值分别为 7.6cm 和 4.5cm ;GFZ 分析中心 IGSO 和 MEO 卫星 DBD 值分别为 24.8cm 和 18.1cm ;武汉大学分析中心 IGSO 和 MEO 卫星 DBD 值分别为 28.6cm 和 18.6cm. 对于处于日蚀中的卫星 ,CODE 中心 BDS 卫星轨道精度下降明显 ,IGSO 和 MEO 卫星 DBD 值分别为 43.5cm 和 28.1cm ,而 GFZ 和武汉大学分析中心轨道精度损失量较小。

以 com 轨道作为观测值 ,测试不同弧长对 Galileo 和 BeiDou 卫星轨道预报精度的影响。分析发现 ,与 GPS 卫星一致 ,采用 42 小时精密轨道弧长 ,Galileo 和 BeiDou 卫星预报轨道精度最佳。 Galileo 卫星预报 24 小时后 Along、Cross 和 Radial 方向 RMS 值分别为 16.4cm、6.0cm 和 7.0cm. BeiDou 卫星预报 24 小时 IGSO 卫星 Along、Cross 和 Radial 方向 RMS 值分别为 29.0cm、8.9cm 和 6.8cm ;MEO 卫星 Along、Cross 和 Radial 方向 RMS 值分别为 8.3cm、3.4cm 和 2.0cm. 当卫

星处于日蚀期时 IGSO 卫星 Along、Cross 和 Radial 方向 RMS 值分别为 130.8cm、21.9cm 和 26.8cm ;MEO 卫星 Along、Cross 和 Radial 方向 RMS 值分别为 98.5cm、24.1cm 和 18.6cm。日蚀期内预报轨道精度下降比较明显。

第 4 章 基于事后精密定轨的 Multi-GNSS 实时预报轨道研究

4.1 引言

实时预报轨道基于事后解算的精密初轨和力学参数信息，利用积分器外推一定弧长卫星轨道，理论上只要外推弧段大于事后解算时间即可获取实时预报轨道。通常情况下，实时预报轨道精度仅与初轨精度相关，但当卫星经历地影时刻或卫星姿态发生变化时，预报轨道精度将受到额外影响。本章研究基于事后最小二乘估计的 Multi-GNSS 实时预报轨道，分析地影期间预报轨道精度。

首先，阐述 Multi-GNSS 事后精密定轨的原理及数学方法，建立观测方程，推导线性化公式，阐述最小二乘估计在精密定轨中的实现；编制 Multi-GNSS 事后精密定轨软件，包括轨道积分、数据预处理、最小二乘参数估计、残差分析和模糊度固定等功能函数。

其次，研究地影期间轨道积分误差对最小二乘精密定轨精度的影响量，分别分析完全光照中和地影中卫星轨道内符合和外符合精度；针对地影期间卫星轨道精度较差的情况，研究加入速度变化参数对精密轨道的改进量。

第三，BDS IGSO 和 MEO 卫星在 β 角接近 0° 时，卫星姿态将由 yaw-steering 模型转变为 orbit-normal 模型，本章将研究姿态变化对轨道精度的影响。

第四，ECOM 光压模型最初目的为服务于 GPS 卫星，本章将目前 CODE 中心新的 ECOM2 光压模型应用于 BeiDou 卫星，测试其效果。

第五，当完成 Multi-GNSS 事后精密定轨后，基于得出的最佳最小二乘解，采用第二章得出的探测地影边界的积分方法和第三章得出的最佳已知弧长，预报 GPS、Galileo 和 BeiDou 卫星轨道，并分析其精度。

4.2 事后精密定轨基本原理及数学方法

4.2.1 事后精密定轨基本原理

事后精密定轨中的初轨时刻可选定为计算弧段(如 3 天)内的任意时刻，根据初始轨道信息积分生成参考轨道和任意时刻相对于初轨时刻的状态转移矩阵，在各历元处建立观测方程，通过状态转移矩阵将轨道参数线性化至初轨时刻，解算得出初轨参数改正数，采用数值积分方法获取精密轨道。图 4.1 为事后精密定轨

基本原理。

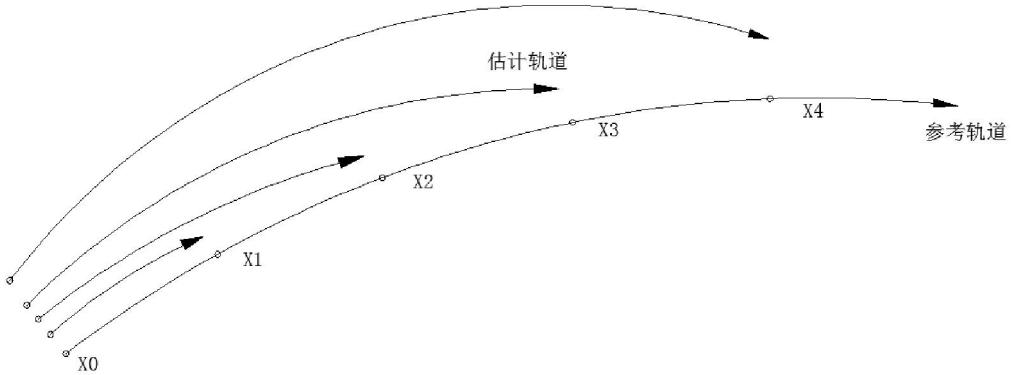


图 4.1 事后精密定轨基本原理

Figure 4.1 Principle of post-processing orbit determination

初始轨道选定为 X_0 ，积分生成参考轨道 X_j 和状态转移矩阵 $\Phi_{0,j}$ ，假设在 j 历元处 GNSS 单系统伪距和载波相位观测方程为(Hofmann , 1992 ; Dach , 2007)

$$P_j^s = \rho^s + c \cdot dt_r - c \cdot dt^s + I^s + T^s + d_{r,p} + d_p^s + Multi_p^s + \varepsilon_r^p \quad (4.1)$$

$$L_j^s = \rho^s + c \cdot dt_r - c \cdot dt^s - I^s + T^s + \frac{c}{f_i} b_i^s + d_{r,\Phi} + d_\Phi^s + Multi_\Phi^s + \varepsilon_r^\Phi \quad (4.2)$$

其中 f_i 为频率，上标 s 表示不同星座卫星， P_j^s 和 L_j^s 为伪距和载波相位观测值， ρ^s 为几何距离， c 为光速， dt_r 为接收机钟差， dt^s 为卫星钟差， I^s 为电离层延迟， T^s 为对流层延迟， b_i^s 为相位观测值模糊度， $d_{r,p}$ 和 $d_{r,\Phi}$ 为接收机伪距和相位观测值硬件延迟， d_p^s 和 d_Φ^s 为卫星伪距和相位观测值硬件延迟， $Multi_p^s$ 和 $Multi_\Phi^s$ 为伪距和相位观测值多路径影响， ε_r^s 和 ε_Φ^s 为伪距和相位观测值未模型化误差。在进行 Multi-GNSS 联合处理时，需引入系统差参数，包括 Galileo 卫星相对于 GPS 卫星的系统差和 BeiDou 卫星相对于 GPS 卫星的系统差，解算时以某一测站为基准。

将观测方程在 j 历元处进行线性化处理，如轨道参数中采用 5 个光压参数，则初轨参数为 $r_0 = (x_0, y_0, z_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0, D_0, Y_0, X_0, XC_0, XS_0)$ ，令测站位置为 $r_s = (x_s, y_s, z_s)$ 则将观测方程线性化至 j 历元处为：

$$\nu = \left(\frac{x_j - x_s}{|r_j - r_s|}, \frac{y_j - y_s}{|r_j - r_s|}, \frac{z_j - z_s}{|r_j - r_s|} \right) \begin{pmatrix} dx_j \\ dy_j \\ dz_j \end{pmatrix} + A\delta - l \quad (4.3)$$

式中 v 为残差， dx_j 、 dy_j 和 dz_j 为 j 历元处卫星相对于参考轨道的改正值， δ 为 j 历元处其它参数改正值， A 为其线性化系数阵， l 为常数项。

利用状态转移矩阵在式(4.3)基础上将观测方程线性化至初轨时刻：

$$v = \left(\frac{x_j - x_s}{|r_j - r_s|}, \frac{y_j - y_s}{|r_j - r_s|}, \frac{z_j - z_s}{|r_j - r_s|} \right) \cdot \Phi_{0,j} dr_0 + A\delta - l \quad (4.4)$$

结合第二章式(2.24)，若采用5个光压参数，单颗卫星状态转移矩阵 $\Phi_{0,i}$ 为 11×11 矩阵，轨道在 j 历元处线性化系数矩阵维数为 1×3 。因此，在将观测方程线性化至初始时刻时，若不考虑卫星加速度和速度变化，式(2.24)中状态转移矩阵 $\Phi_{0,i}$ 仅第一行 3×11 维矩阵参与计算。

在建立GNSS观测方程过程中，需考虑以下误差改正：

(1) 与硬件相关的误差

包括接收机硬件延迟、卫星硬件延迟、系统差、频间差等。

(2) 与传播路径相关的误差

包括对流层天顶方向延迟、电离层延迟、相对论效应、多路径效应、相位整周模糊度等(Böhm, 2006; Dow J, 2007)。

(3) 与测站相关的误差

包括接收机钟差、接收机天线高和天线相位中心改正、潮汐改正等(Matsumoto, 2000)。

(4) 与卫星相关的误差

包括卫星钟差、卫星天线相位中心改正、卫星天线相位缠绕改正等。

大量相关文献(Leick, 2015; Elliott, 2005)对此做了详细的分析与讨论，本文不再进一步论述。

4.2.2 最小二乘估计数学模型

最小二乘估计是GNSS事后精密定轨中的经典理论，解算过程中可能存在两类迭代处理，一是最小二乘估计方法本身的迭代处理，当改正数足够小时停止迭代，二是当初始轨道偏离真实轨道较远时，需重复更新初始轨道。本节阐述最小二乘批处理和序贯最小二乘数学模型。

(1) 最小二乘批处理

式(4.4)线性化处理后建立误差方程为：

$$z = Ax + v \quad (4.5)$$

式中 z 为常数项， x 为待估参数， A 为系数矩阵， v 为残差。最小二乘理论基本思想是使得残差的平方和等于最小，即：

$$J(x) = (z - Ax)^T(z - Ax) = \min \quad (4.6)$$

使得式(4.6)成立的必要条件为功能函数 $J(x)$ 的一阶导数等于 0：

$$\begin{aligned} \delta J(x) &= \delta[(z - Ax)^T(z - Ax)] + (z - Ax)^T\delta[z - Ax] \\ &= \delta x^T(A^T A x - A^T z) + [\delta x^T(A^T A x - A^T z)]^T \end{aligned} \quad (4.7)$$

要使得 $\delta J(x) = 0$ 成立，则：

$$A^T A x = A^T z \quad (4.8)$$

令最小二乘解为 x_{ls} ，则其唯一形式为：

$$x_{ls} = (A^T A)^{-1} A^T z \quad (4.9)$$

假设式(4.5)中的残差 v 为随机白噪声，且满足：

$$E(v) = 0, E(vv^T) = I_m \quad (4.10)$$

综合式(4.5)和式(4.9)可得：

$$A^T A x_{ls} = A^T z = A^T A x + A^T v \quad (4.11)$$

式(4.11)可写成：

$$A^T A(x_{ls} - x) = A^T v \quad (4.12)$$

结合式(4.10)残差 v 的特性可得 $x = E(x_{ls})$ ，则：

$$(A^T A)E[(x_{ls} - x)(x_{ls} - x)^T]A^T A = A^T E(vv^T)A \quad (4.13)$$

化简后可得：

$$P_{X_{ls}} = E[(x_{ls} - x)(x_{ls} - x)^T] = (A^T A)^{-1} \quad (4.14)$$

其中 $P_{X_{ls}}$ 为协方差， $(A^T A)^{-1}$ 为信息矩阵，通常可写为 Λ_x 。

GNSS 精密定轨中，可以将所有历元观测值建立整体误差方程，利用式(4.9)进行求解，即最小二乘批处理。该方法优点为可一步得出所有待估参数，缺点为法方程维数较大，且需要迭代处理，求解时耗时较大(Deutsch, 1965)。

(2) 序贯最小二乘

序贯最小二乘通过传递参数协方差信息，消除解算过程中失效的参数，降低法方程维数，实现与批处理相同的结果。序贯最小二乘主要包括两个步骤：一是将带有先验信息的初值作为虚拟观测值与真实观测值联合求解；二是将当前的解算值及其信息矩阵进行预报。

在误差方程式(4.5)基础上，假设 x 存在一个先验值 \tilde{x} ，其先验信息矩阵为 $\tilde{\Lambda}$ ，

则式(4.5)变为：

$$\begin{cases} x = \tilde{x} + v \\ z = Ax + v \end{cases} \quad (4.15)$$

功能函数 $J_1(x)$ 为：

$$\begin{aligned} J_1(x) &= (x - \tilde{x})^T \tilde{\Lambda} (x - \tilde{x}) + (z - Ax)^T (z - Ax) \\ &= x^T (\tilde{\Lambda} + A^T A) x - x^T (\tilde{\Lambda} \tilde{x} + A^T z) - [x^T (\tilde{\Lambda} \tilde{x} + A^T z)] + \tilde{x}^T \Lambda \tilde{x} + z^T z \end{aligned} \quad (4.16)$$

$J_1(x)$ 一阶偏导数为：

$$\begin{aligned} \delta J_1(x) &= \delta x^T (\tilde{\Lambda} + A^T A) x - \delta x^T (\tilde{\Lambda} \tilde{x} + A^T z) + \\ &\quad x^T (\tilde{\Lambda} + A^T A) \delta x - [\delta x^T (\tilde{\Lambda} \tilde{x} + A^T z)]^T \end{aligned} \quad (4.17)$$

要使得 $\delta J_1(x) = 0$ 成立，则：

$$(\tilde{\Lambda} + A^T A) \hat{x}_{ls} = \tilde{\Lambda} \tilde{x} + A^T z \quad (4.18)$$

可得其协方差 $P_{X_{ls}}$ 为：

$$P_{\hat{x}_{ls}} = E[(\hat{x}_{ls} - x)(\hat{x}_{ls} - x)^T] = (\tilde{\Lambda} + A^T A)^{-1} \quad (4.19)$$

若 x 中所有参数为固定不变量，则式(4.18)和式(4.19)为序贯平差基本递归公式。但在GNSS精密定轨中，对流层天顶方向延迟、卫星和接收机钟差等在历元间存在变化。因此，GNSS数据处理中需将待估参数分为两类：与过程噪声相关的参数 p (卫星钟差、接收机钟差、对流层参数)和固定不变量 y (轨道参数、测站坐标、模糊度、系统差)。

各参数由 j 历元至 $j+1$ 历元状态转移矩阵为：

$$\begin{bmatrix} p \\ y \end{bmatrix}_{j+1} = \begin{bmatrix} M & \\ & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ y \end{bmatrix}_j + \begin{bmatrix} w_j \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

式中 M 为对角阵，对于白噪声参数可取 0，对于随机游走参数可取 1；
 $w_j \in N(0, \sigma^2)$ 为过程噪声。

I 结合先验信息和观测信息进行参数解算

假设在 j 历元处待估参数先验信息为 \tilde{N}_j ，观测方程为 $z_j = Ay + Bp_j + v_j$ ，

则法方程为：

$$\begin{bmatrix} \tilde{N}_j + N_j \\ y \end{bmatrix}_j = \begin{bmatrix} z_p \\ z_y \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

式中 N_j 为 j 历元观测方程信息矩阵，可根据(4.18)式求解未知参数。

I 对解算结果进行预报处理

由参数处理得出 j 历元处参数和信息矩阵 \hat{N}_j 满足：

$$\begin{bmatrix} \hat{N}_j^{11} & \hat{N}_j^{12} \\ \hat{N}_j^{21} & \hat{N}_j^{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_j \\ y_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{z}_p \\ \hat{z}_y \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

根据式(4.20)状态方程将 j 历元处参数替换为 $j+1$ 历元，由过程噪声 w_j 的特性可知 $r_w w_j = r_w(x_j - M \cdot x_{j-1}) = 0$ ，则

$$\begin{bmatrix} -r_w M & r_w & 0 \\ \hat{N}_j^{11} & 0 & \hat{N}_j^{12} \\ \hat{N}_j^{21} & 0 & \hat{N}_j^{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_j \\ p_{j+1} \\ y_{j+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{z}_p \\ \hat{z}_y \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

式中 p_j 所对应的参数在本次解算中无需考虑，可通过矩阵变换的方式消去，提高解算效率，待最后历元解算完成后，采用向后平滑的方法恢复递推过程中被消去的参数。

4.2.3 Multi-GNSS事后精密定轨程序设计及实验分析

最小二乘事后定轨中，各功能程序可相互独立，包括轨道积分、数据预处理、最小二乘参数估计、残差分析和模糊度固定，如图 4.2 所示，椭圆形表示各功能程序，长方形表示输出结果。

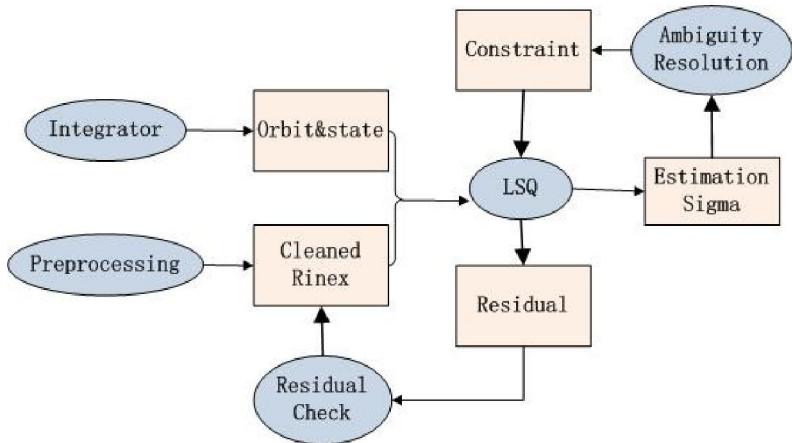


图 4.2 最小二乘处理流程

Figure 4.2 Process of LSQ method

(1) 轨道积分模块

轨道积分模块包括三种积分方法：RK4、RKF 和 Adams-Moulton。当选择多步法 Adams-Moulton 积分器时，可任意选择 RK4 或 RKF 单步法计算其启动值；单步法 RK4、RKF 积分器针对处于地影中的卫星可探测地影边界，灵活改变节

分步长。

(2) 观测数据预处理

事后观测数据预处理基于单个 RINEX 文件，提取每颗卫星相对于每个测站的观测值，根据每个历元是否存在观测值将其分成若干弧段，然后分别对每个弧段进行预处理，直至完成所有观测值。具体流程如图 4.3 所示。

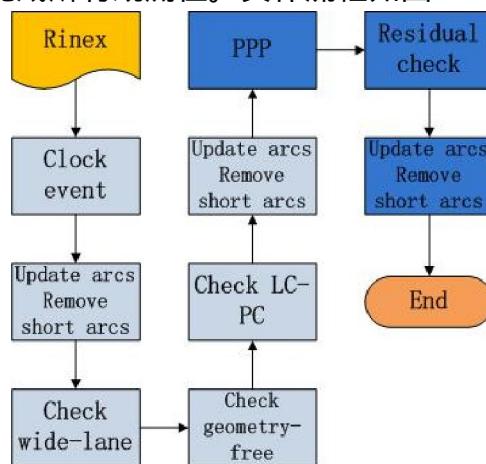


图 4.3 观测数据事后预处理

Figure 4.3 Post preprocessing of observation

I 跳秒探测

接收机钟存在缓慢漂移的现象，通常情况下当偏移量大于 1ms 时，在接收机生成 RINEX 观测文件之前，对伪距和载波相位观测值进行 1ms 整数量级改正。然而，对于一些接收机(如 TRIMBLE 4000 和 ASHTECH Z-XII)，仅对伪距观测值进行了改正，导致相位观测值与伪距观测值不符，存在跳秒(Zhang ,2007 ;Chen , 2009)。跳秒探测方法采用比较历元 i 和 $i-1$ 间无电离层组合伪距观测值差值 ΔP_{C_i} 和相位观测值差值 ΔL_{C_i} 。

$$\Delta P_{C_i} = P_{C_i} - P_{C_{i-1}} , \Delta L_{C_i} = L_{C_i} - L_{C_{i-1}} \quad (4.24)$$

式中， ΔP_{C_i} 和 ΔL_{C_i} 的差值为观测值噪声，若两者差值大于 1ms 则发生跳秒。

I Melbourne-Wübbena(MW)组合

MW 组合波长较长且噪声较小，是进行周跳和粗差探测的重要手段，但无法探测出同时发生在两个频率上相同的周跳，主要流程如图 4.4 所示。

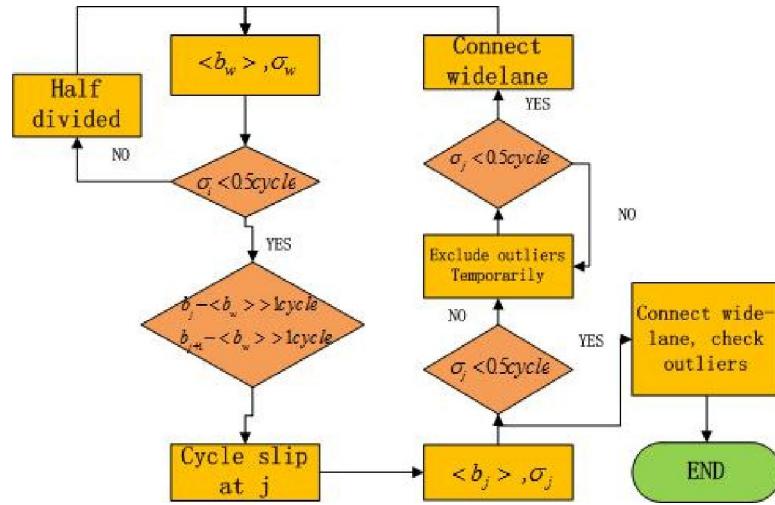


图 4.4 基于 MW 组合的周跳和粗差探测

Figure 4.4 Cycle slips and outliers detection based on MW combination

首先，计算一颗卫星对应于一台接收机一个弧段内的宽巷模糊度平均值 $\langle b_w \rangle$ 和标准差 σ_w ，如 σ_w 大于 0.5 周，则认为弧段内可能存在粗差或周跳。将弧段分解为两个相等的部分，对前一弧段进行上述分析，直至分解后的弧段 σ_w 小于 0.5 周。

其次，第一步完成后假设获取 $j-1$ 个历元的干净数据，其平均值和标准差分别为 b_{j-1} 和 std_{j-1} 。从 j 历元开始检查宽巷模糊度与 b_{j-1} 的差值，如果差值大于 1 周，则认定为粗差，若连续两个历元粗差值小于 1 周，则认定为周跳。

第三，假设在 j 历元发生周跳，计算从 $j+1$ 历元至弧段末尾处的宽巷模糊度平均值 b_j 和标准差 std_j ，如果 std_j 大于 0.5 周，则暂时删除 $j+1$ 历元后宽巷模糊度与其平均值差值大于 $3 * std_j$ 的时刻，直到 std_j 小于 0.5 周。计算周跳值 $int(b_j - b_{j-1})$ ，合并第二步和第三步的两个弧段，然后将删除的历元重新加入至合并后的弧段中。

第四，重复一至三步，直到所有周跳探测完毕，删除弧长较短弧段。再次整体计算宽巷模糊度平均值 $\langle b_w \rangle$ ，剔除宽巷模糊度与其差值大于 5 周的所有历元观测值。

I 无几何影响组合(Geometry-Free)

无几何影响组合仅包含电离层延迟和模糊度参数，但其波长较短，基于伪距观测值计算得出的模糊度值不能很好地应用于观测数据周跳和粗差探测。基于此，(Blewitt, 1990)建议使用多项式拟合的方法获取无几何影响组合伪距观测值 Q ，从而得出无几何影响组合模糊度，具体方法可参考(Blewitt, 1990)。

I 无电离层组合伪距和相位差值组合($L_C - P_C$)

一些情况下，接收机由于自身对观测数据的滤波和平滑处理，可能会引入系

统误差，且这些系统误差不能被 MW 组合探出。 $L_C - P_C$ 仅包括模糊度和噪声，尽管其噪声值较单个频率观测值放大了 3 倍，仍可成功探测系统误差(Bernese Version 5.0)。具体方法为计算整个弧段内 $L_C - P_C$ 的平均值和标准差，若标准差大于 2m，则删除 $L_C - P_C$ 与平均值差值大于 3 倍标准差的观测数据，循环直至标准差符合要求。

(3) 参数估计及残差分析

参数估计采用序贯最小二乘方法，各历元传递协方差信息，删除当前历元失效参数，储存在固定位置，在最后历元处求解参数，然后向后平滑求解删除的失效参数，具体流程如图 4.5 所示。

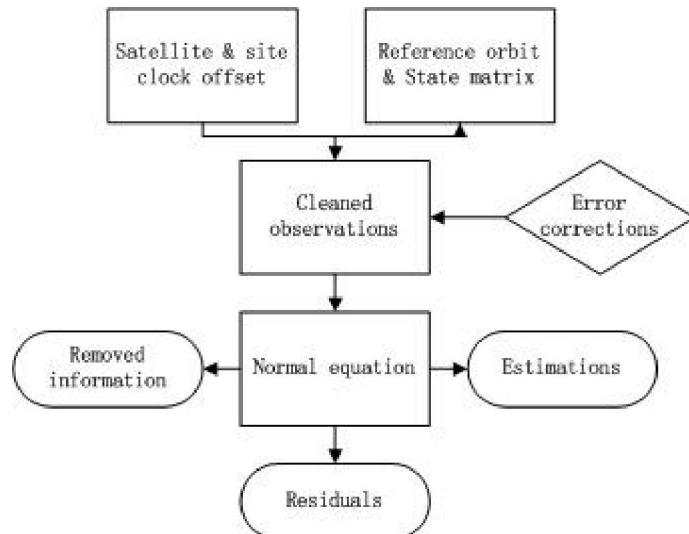


图 4.5 参数估计流程

Figure 4.5 Process of parameter estimation

图中，参考轨道和状态转移矩阵由轨道积分模块生成，卫星钟差初值由广播星历计算得出，接收机钟差初值在每个历元处由伪距观测值计算得出；对伪距和相位观测值进行误差改正后建立观测方程，消除失效参数(如卫星和接收机钟差、对流层及模糊度等)；最小二乘参数估计，生成残差文件；向后平滑求解序贯平差过程中消除的参数。

Multi-GNSS 精密定轨中的参数主要包括卫星轨道参数、对流层延迟、卫星钟差、接收机钟差、模糊度和系统差等。钟差基准采用固定一接收机钟差的方式，系统差基准采用固定一监测站系统差的方式。参数设置如表 4.1 所示(Bertiger, 2010)。

表 4.1 序贯最小二乘估计参数设置

Table 4.1 Settings of parameters in sequential LSQ method

| Parameter | Initial value | A priori sigma | Process noise | Time update | Time correlation |
|---------------|---------------|----------------|---------------|-------------|------------------|
| Sat. position | Broadcast | 10m | - | - | - |

| | | | | | |
|---------------|-----------|-------|---------------------------|-------|-------------|
| Sat. velocity | Broadcast | 1cm/s | - | - | - |
| SRP | Zero | 0.1 | - | - | - |
| Sat.clock | Broadcast | 50m | 300km | 300s | White noise |
| Rec.clock | Estimated | 50m | 500km | 300s | White noise |
| ZTD | Model | 0.5m | 0.05mm/sec ^{0.5} | 3600s | Random walk |
| Ambiguity | Estimated | 5m | - | - | - |
| ISB | Zero | 1000m | - | - | - |

表中，光压参数(SRP)初值设置为 0，对流层天顶方向延迟初值通过模型计算得出，模糊度初值通过伪距和相位观测值计算得出，系统差参数初值设为 0。

在参数解算完成后对残差文件进行分析，基于数据预处理中建立的各个弧段计算其残差标准差，如某个历元残差大于三倍标准差，则可能存在粗差或新的模糊度。

(4) 模糊度固定

从原始载波相位观测值生成理论来说，初始相位模糊度应为整数。然而，由于观测值中包含钟差、硬件延迟和初始相位偏差等影响使得模糊度参数失去整数特性。因此，目前的模糊度固定方法需依赖于双差理论，在单个系统间进行。此外，在 GNSS 数据处理中，通常采用无电离层组合消除电离层一阶项影响，组合后的载波相位观测值模糊度不再为整数，通常将其还原为宽巷模糊度和窄巷模糊度的组合来实现整数模糊度固定。本节模糊度固定基于非差无电离层组合观测值，具体包括以下几个步骤如图 4.6 所示。

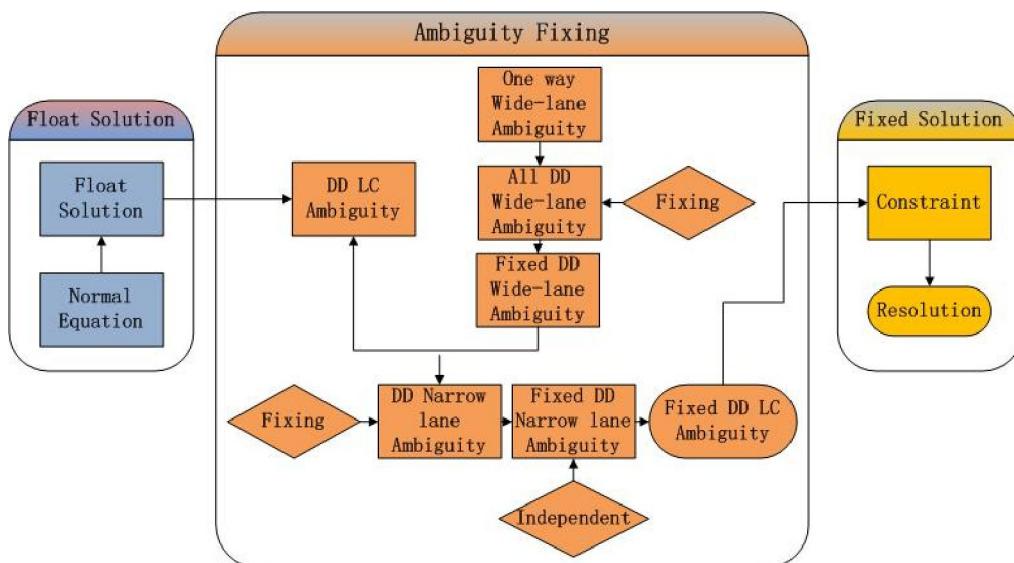


图 4.6 模糊度固定

Figure 4.6 Ambiguity resolution

| 求解非差无电离层组合模糊度浮点解

假设观测方程中无电离层组合观测值模糊度为 b_{Ck}^i ，且满足：

$$b_{Ck}^i = (n_k^i + frac_{Ck}^i) + \Delta\phi_C^i - \Delta\phi_{Ck} \quad (4.25)$$

其中上标*i*表示卫星，下标*k*表示接收机， n_k^i 为整数模糊度， $frac_{Ck}^i$ 为无电离层组合后模糊度的小数部分， $\Delta\phi_C^i$ 和 $\Delta\phi_{Ck}$ 分别为与卫星和接收机相关的未校准相位延迟。

采用参数估计理论求解出 b_{Ck}^i 估计值为 \hat{b}_{Ck}^i ，中误差为 σ_{bC}^i 。分析式(4.25)发现， \hat{b}_{Ck}^i 在不同接收机和卫星之间建立双差可消除 $\Delta\phi_C^i$ 和 $\Delta\phi_{Ck}$ 影响，但无法分离 $frac_{Ck}^i$ 部分。因此，需将无电离层组合模糊度表示为宽巷模糊度和窄巷模糊度的组合。

| 宽巷模糊度固定

计算与上述参数估计相同时间范围内的非差宽巷模糊度，采用多历元伪距观测值，求解非差宽巷模糊度平均值 \hat{b}_{wk}^i 和其标准差 $\sigma_{\hat{b}_{wk}^i}$ 。

$$\hat{b}_{wk}^i = \langle b_{wk}^i \rangle, \quad \sigma_{\hat{b}_{wk}^i} = \sqrt{\frac{\langle (b_{wk}^i - \hat{b}_{wk}^i)^2 \rangle}{N_k^i}} \quad (4.26)$$

式中 $\langle \rangle$ 表示求取平均值， N_k^i 为观测值个数。宽巷模糊度具备整数特性，在进行双差组合后，双差模糊度为整数。

$$\hat{b}_{wk,l}^{i,j} = b_{wk}^i - b_{wk}^j - (b_{wl}^i - b_{wl}^j), \quad \sigma_{\hat{b}_{wk,l}^{i,j}} = \sqrt{\sigma_{b_{wk}^i}^2 + \sigma_{b_{wk}^j}^2 + \sigma_{b_{wl}^i}^2 + \sigma_{b_{wl}^j}^2} \quad (4.27)$$

式中 $\hat{b}_{wk,l}^{i,j}$ 为双差宽巷模糊度， $\sigma_{\hat{b}_{wk,l}^{i,j}}$ 为其标准差。模糊度固定判定方法可参考(Dong, 1989; Teunissen, 1995)。

| 窄巷模糊度固定

窄巷模糊度通过无电离层组合模糊和宽巷模糊度求解得出：

$$\hat{b}_{nk,l}^{i,j} = \frac{f_1 + f_2}{f_1} \hat{b}_{ck,l}^{i,j} - \frac{f_2}{f_1 + f_2} \hat{n}_{wk,l}^{i,j}, \quad \sigma_{\hat{b}_{nk,l}^{i,j}} = \frac{f_1 + f_2}{f_1} \sigma_{\hat{b}_{ck,l}^{i,j}} \quad (4.28)$$

式中 $\hat{b}_{nk,l}^{i,j}$ 为双差窄巷模糊度， $\sigma_{\hat{b}_{nk,l}^{i,j}}$ 为其标准差， $\hat{n}_{wk,l}^{i,j}$ 为模糊度固定后的双差宽巷模糊度。窄巷模糊度固定判断方法可参考宽巷模糊度。

| 重新求解各参数

将可同时固定的宽巷和窄巷双差模糊度还原为无电离层组合双差模糊度 $\bar{b}_{Ck,l}^{i,j}$ ，建立观测方程：

$$(b_{Ck}^i - b_{Ck}^j) - (b_{Cl}^i - b_{Cl}^j) = \bar{b}_{Ck,l}^{i,j} \quad (4.29)$$

将观测方程与参数估计中的观测方程联立，给予较高权重(如 10^{10})，重新求解未知参数。

模糊度固定需要基于参数的估计值和协方差信息，如在序贯最小二乘处理过程中删除了失效的模糊度参数，则模糊度最终解算值为各卫星在最后一弧段内的

模糊度，固定后需向后平滑还原删除掉的失效参数。部分模糊度固定后，各参数的解算精度提升，可能会有新的模糊度被固定，因此需要迭代直至没有新的模糊度可以被固定。

4.3 Multi-GNSS事后定轨实验分析

计算数据采用 IGS RTS 组织的实时监测站和 MGEX 每小时更新数据的监测站观测数据，测站情况如图 4.7 所示。绿色五角星为 GPS 监测站，共 60 个；红色圆圈为 Galileo 监测站，共 45 个，黑色点为 BeiDou 监测站，共 36 个。

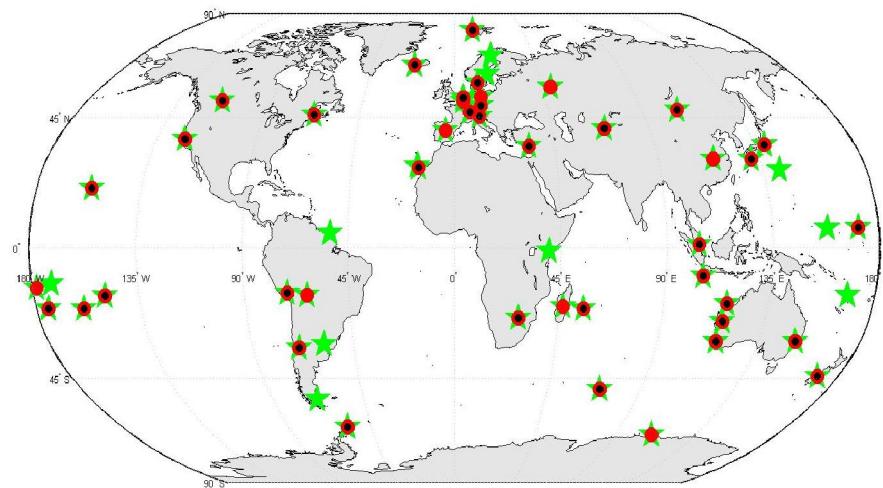


图 4.7 测站信息(绿色五角星为 GPS 监测站，红色圆圈为 Galileo 监测站，黑色点为 BeiDou 监测站)

Figure 4.7 Sites information(green star represent GPS site, red circle denotes Galileo site, and black dot indicates BeiDou site)

观测数据时间范围为 2015 年 12 月 1 日(doy335)至 2015 年 12 月 30 日(doy364)，数据采样间隔为 30s，GPS G04 卫星在该时间段内无观测数据。所有经历地影的卫星信息如表 4.2 所示。

表 4.2 卫星进出地影时间

Table 4.2 Entering and exiting time of eclipse

| | Start and end doy | Total times | Penumbra duration | Umbra duration |
|------------|--------------------------|--------------------|--------------------------|-----------------------|
| G08 | 335 to 364 | 2*30 | 60-70seconds | 50-60minutes |
| G17 | 335 to 364 | 2*30 | 60-70seconds | 50-60minutes |
| G19 | 335 to 364 | 2*30 | 60-70seconds | 50-60minutes |
| G27 | 335 to 364 | 2*30 | 60-70seconds | 50-60minutes |
| G29 | 335 to 364 | 2*30 | 60-70seconds | 50-60minutes |
| C08 | 350 to 364 | 2*15 | 60-70seconds | 50-60minutes |

| | | | | |
|------------|------------|------|--------------|--------------|
| C11 | 340 to 364 | 2*25 | 60-70seconds | 50-60minutes |
| C12 | 340 to 364 | 2*25 | 60-70seconds | 50-60minutes |

通常情况下卫星在半影期(penumbra)内的时间约为1分钟，在全影(umbra)区内的时间约为1小时，但当卫星刚进入日蚀期时，半影期内的时间可变为几分钟，全影区内的时间小于50分钟。

4.3.1 地影期间轨道精度分析

第二章研究发现地影期间轨道积分误差在积分三天弧长后可达几十厘米，本节首先研究积分误差对最终精密轨道解算值的影响量，然后分别分析各卫星轨道精度。精度评定采用分析两天重复轨道精度和与CODE精密轨道比较的方法。

地影期间卫星分别采用60s固定积分步长和探测地影边界的可变积分步长得出的最终卫星轨道差异如图4.8所示。圆圈形状为GPS卫星，星形为BeiDou卫星，不同颜色代表不同卫星号。

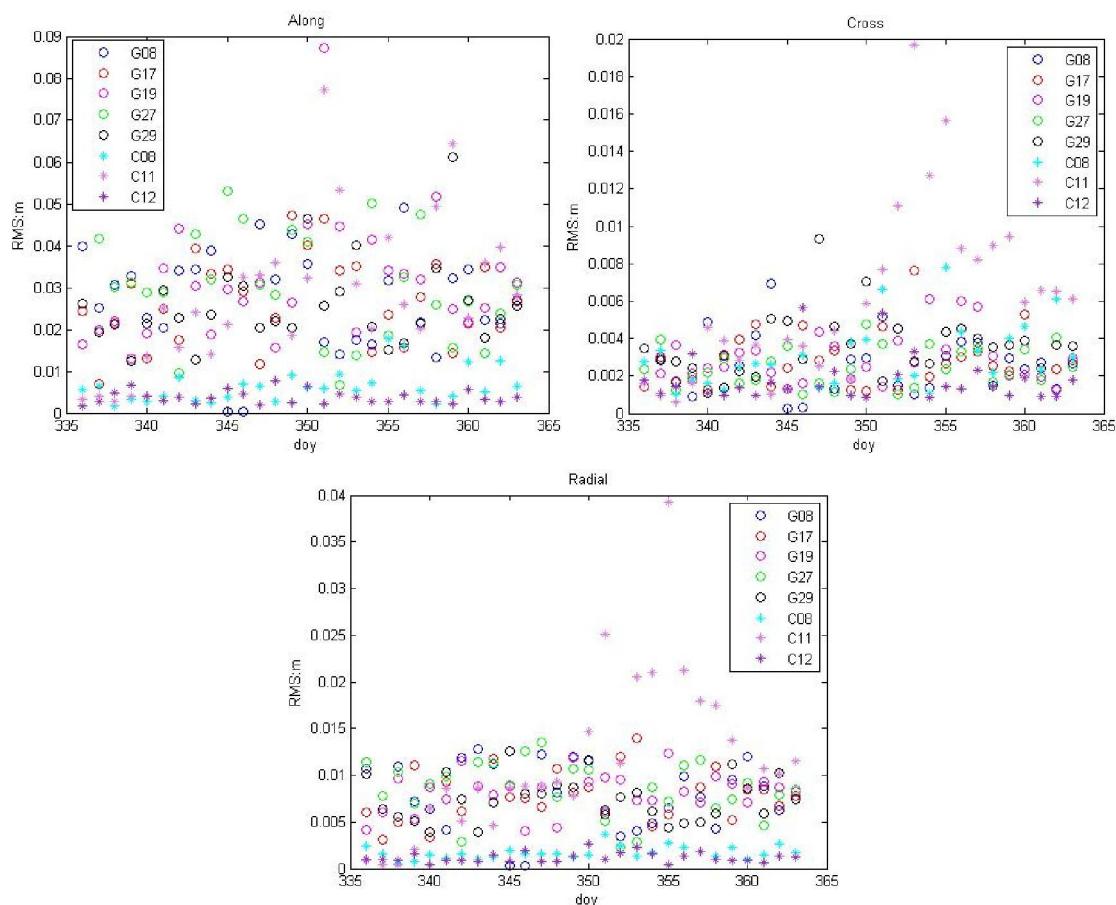


图4.8 采用不同积分步长轨道差值 RMS

Figure 4.8 RMS of different orbit with different step size

分析发现，主要差异体现在Along方向，RMS最大值为8.8cm，平均值为2.3m；Cross和Radial方向RMS平均值分别为0.003m和0.007m；除BeiDou C11

卫星外，其它卫星轨道差值与 β 角未表现出明显相关性。因此，对于处于地影中的卫星，尽管积分器引起的参考轨道误差较大，但对状态转移矩阵的影响较小，当存在观测值进行改正时，对最终精密轨道精度影响较小。

分析所有卫星重复轨道精度和与 CODE 精密轨道比较的外符合精度，如图 4.9 所示。

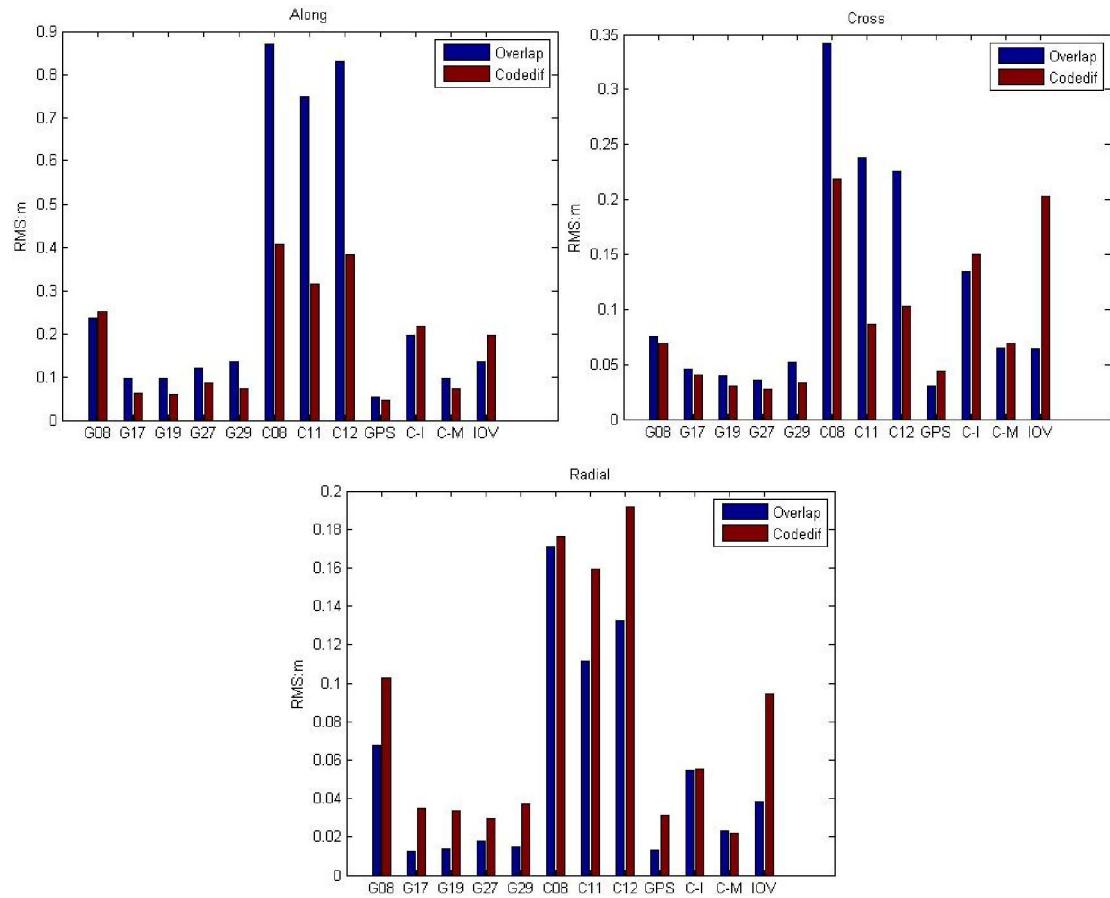


图 4.9 所有卫星轨道内符合和外符合精度

Figure 4.9 Overlap and accuracy w.r.t CODE orbits

图中横轴为卫星号，“GPS”表示未处于地影期的所有 GPS 卫星 RMS 平均值，“C-I”和“C-M”表示未处于地影期的所有 BeiDou IGSO 和 MEO 卫星 RMS 平均值，“IOV”表示 Galileo 卫星 RMS 平均值。分析发现，地影中的卫星轨道精度低于完全光照中的卫星，对于 BeiDou 卫星而言，地影中卫星轨道精度下降量明显。所有卫星轨道内符合和外符合精度分析如表 4.3 所示。

表 4.3 Multi-GNSS 轨道精度分析(单位：cm)

Figure 4.3 Precision analysis of Multi-GNSS orbit(unit:cm)

| | 2-day overlap | | | Difference w.r.t CODE orbit | | |
|-----------------------------|---------------|-------|--------|-----------------------------|-------|--------|
| | Along | Cross | Radial | Along | Cross | Radial |
| GPS Full sunlight | 5.3 | 2.9 | 1.3 | 4.5 | 4.3 | 3.1 |
| GPS Eclipse | 12.9 | 4.8 | 2.6 | 15.2 | 3.9 | 4.6 |
| BeiDou Full sunlight | 14.5 | 9.9 | 3.9 | 14.6 | 10.9 | 3.8 |

| | | | | | | |
|-----------------------|------|------|------|------|------|------|
| BeiDou Eclipse | 81.4 | 26.8 | 13.7 | 36.8 | 13.6 | 17.6 |
| Galileo | 13.6 | 6.4 | 3.8 | 19.7 | 20.2 | 9.4 |

表中，完全光照中的 GPS、BeiDou 和 Galileo 卫星三维内符合精度为 6.1cm、17.9cm 和 15.5cm，三维外符合精度为 6.9cm、18.6cm 和 29.7cm；地影中的 GPS 卫星轨道内符合精度和外符合精度分别为 14.0cm 和 16.4cm，BeiDou 卫星轨道内符合精度和外符合精度分别为 86.8cm 和 43.0cm。

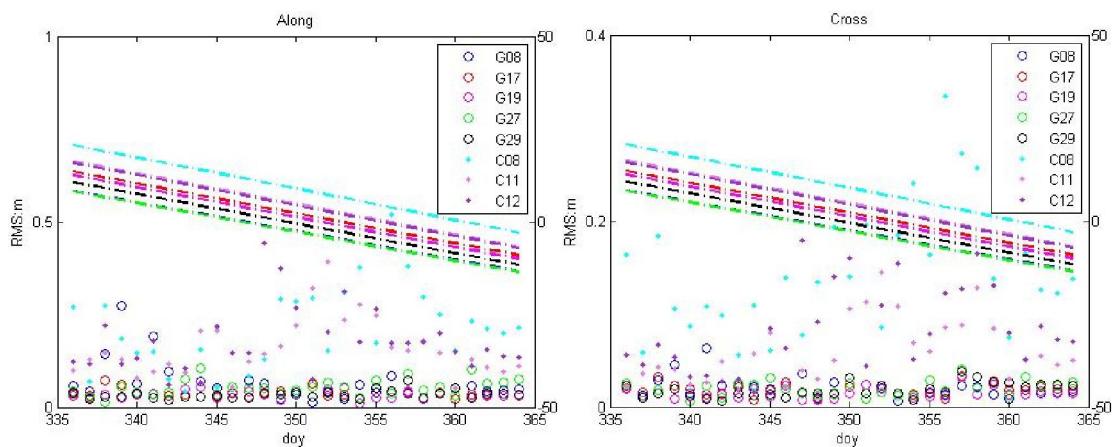
4.3.2 速度变化参数对轨道精度影响

速度变化 (Velocity Break) 参数也称伪随机轨道参数 (Psuedo-stochastic parameters)，在指定时刻指定方向加入卫星速度变化量，避免参数估计中假设卫星速度为平滑连续，这对于地影中的卫星而言作用明显。本节对所有 GNSS 卫星每隔 12 小时在 Along、Cross 和 Radial 方向估计一次速度变化参数，研究其最终轨道精度。

假设在 t_i 时刻卫星速度变化为 dv ，则在任意 $t \geq t_i$ 时刻卫星速度 v_t 为：

$$v_t = \Phi_{t_0, t} v_0 + \Phi_{t_i, t} \cdot dv \cdot e_t \quad (4.30)$$

式中 $\Phi_{t_i, t}$ 为状态转移矩阵， e_t 为指定方向单位向量。参数解算中，三个随机参数的约束分别为 $1.E^{-6} m/sec$ 、 $1.E^{-5} m/sec$ 和 $1.E^{-8} m/sec$ 。当在 $t \geq t_i$ 时刻时，观测方程线性化中加入式(4.30)；待解算完成后，结合更新后的初始轨道和速度变化参数更新最终精密轨道。需要注意的是，卫星初始位置和速度通常描述在惯性坐标系下，而随机参数描述在卫星轨道坐标系下，计算时需进行坐标转换。



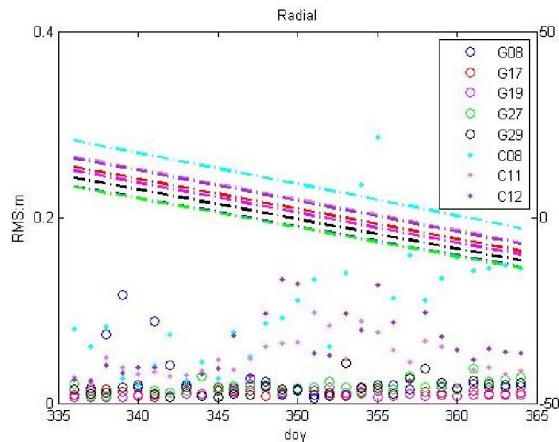


图 4.10 考虑速度变化后日蚀中卫星两天重复轨道精度
Figure 4.10 2-day orbit overlap after considering velocity breaks

图 4.10 为加入速度变化参数后一个月内所有日蚀卫星重复轨道精度，横轴为年积日，纵轴分别为各方向 RMS 值和卫星 β 角，圆圈符号表示 GPS 卫星，点符号表示 BeiDou 卫星，虚线表示卫星 β 角，不同颜色对应不同卫星号。对于 GPS 卫星而言，除了 G08 卫星仍有三天 Along 方向 RMS 大于 10cm 外，其余处于日蚀中的 GPS 卫星沿轨方向精度均优于 7cm，较 4.3.1 节计算结果精度提升比较明显。对于 BeiDou 卫星而言，当 β 角接近 0° 时轨道仍存在一定跳变，但较 4.3.1 节结果仍有较大提高，Along 方向最大 RMS 约为 50cm。

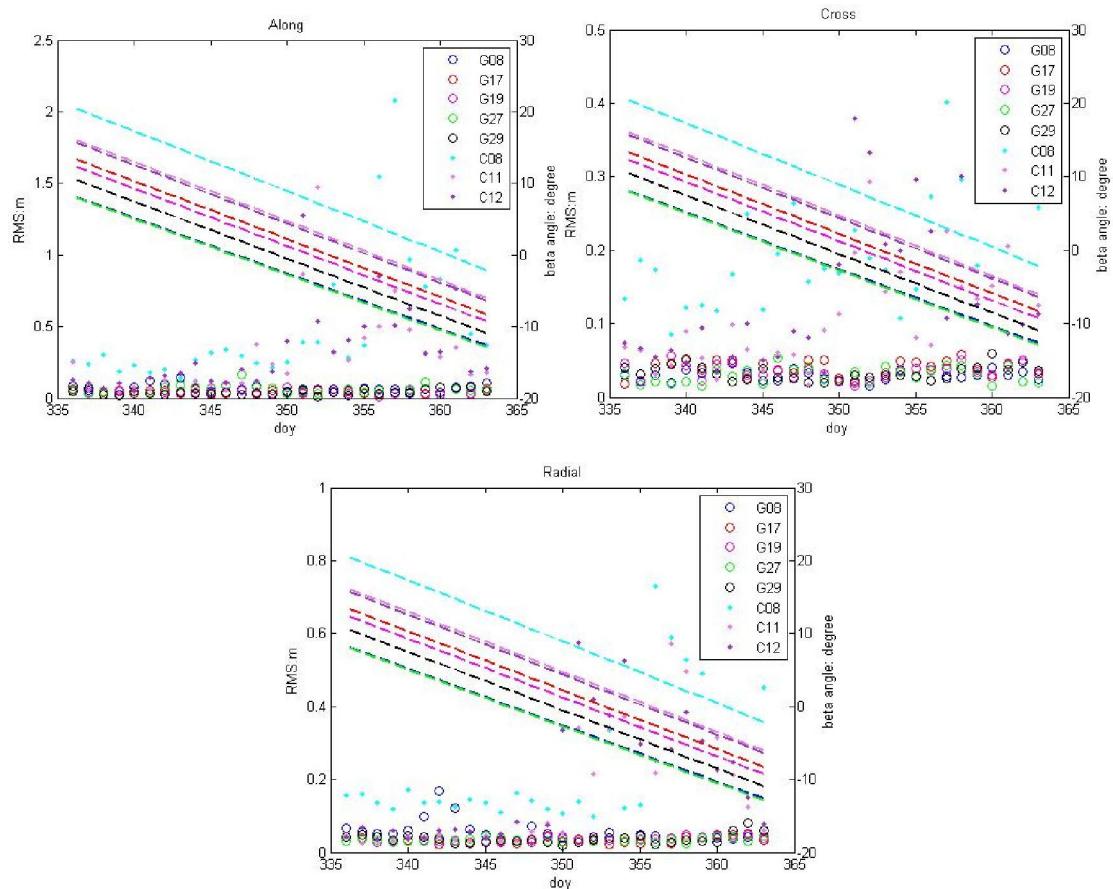


图 4.11 考虑速度变化后日蚀中卫星轨道外符合精度

Figure 4.11 Orbit precision with respect to CODE orbit after considering velocity breaks

图 4.11 为加入速度变化参数后一个月内所有日蚀卫星轨道与 CODE 精密轨道比较。与内符合精度相似，G08 卫星存在三天的跳变，其余 GPS 日蚀卫星外符合精度良好；BeiDou 日蚀卫星当 β 角接近 0 时，沿轨 Along 方向 RMS 最大可超过 2 米，Radial 方向最大 RMS 可达 75cm。

表 4.4 加入速度变化参数后 Multi-GNSS 轨道精度(单位 : cm)

Table 4.4 Precision of Multi-GNSS orbit after adding velocity change parameters(unit:cm)

| | 2-day overlap RMS | | | RMS w.r.t. CODE orbit | | |
|-----------------------------|-------------------|-------|--------|-----------------------|-------|--------|
| | Along | Cross | Radial | Along | Cross | Radial |
| GPS Full sunlight | 3.7 | 2.2 | 1.3 | 5.2 | 5.1 | 3.5 |
| GPS Eclipse | 4.5 | 2.0 | 1.8 | 5.1 | 3.3 | 3.9 |
| BeiDou Full sunlight | 16.3 | 10.3 | 5.9 | 22.7 | 17.3 | 9.2 |
| BeiDou Eclipse | 15.3 | 8.6 | 7.8 | 38.3 | 14.4 | 20.7 |
| Galileo | 13.3 | 8.1 | 5.1 | 25.4 | 19.6 | 11.6 |

表 4.4 为加入速度变化参数后一个月内所有卫星轨道精度。完全光照中的 GPS、BeiDou 和 Galileo 卫星轨道三维内符合精度分别为 4.5cm、20.2cm 和 16.4cm；处于日蚀中的 GPS 和 BeiDou 卫星轨道三维内符合精度分别为 5.2cm 和 19.2cm。与表 4.3 相比，完全光照中的 BeiDou 和 Galileo 卫星，加入速度变化参数后内符合精度分别下降 52.9% 和 30.4%；处于日蚀中的 GPS 和 BeiDou 卫星，内符合精度分别提升 92.7% 和 114.3%，与完全光照中的卫星精度相当。因此，在 Multi-GNSS 数据处理中，可对所有 GPS 卫星加入速度变化参数，但仅对处于日蚀中的 BeiDou 和 Galileo 卫星加入速度变化参数。

4.3.3 ECOM2 光压模型对轨道精度的影响

ECOM(Empirical CODE Orbit Model)由 CODE 中心于 1994 年提出，之后被大多数 IGS 分析中心采用。ECOM 模型最初是服务于 GPS 卫星，随着 Multi-GNSS 的快速发展，CODE 中心在 ECOM 模型的基础上进一步发展了新的 ECOM2 光压模型。(Montenbruck, 2015) 针对 Galileo 卫星立方体的形状，研究了 Cuboid box-wing 先验模型，与 ECOM2 联合使用，使得 Galileo 卫星 Radial 方向绝对精度由最大 20cm 提升至 5cm，极大地提升了 Galileo 卫星钟差的稳定性。本节主要分析 ECOM2 模型在无先验模型的情况下对 BeiDou 卫星轨道精度的影响量。

通常情况下可将卫星受太阳光压影响分解至三个方向：

$$e_D = \frac{r_s - r}{|r_s - r|}, e_Y = -\frac{e_r \times e_D}{e_r \times e_D}, e_B = e_D \times e_Y \quad (4.31)$$

式中， r_s 和 r 分别为太阳和卫星坐标， e_r 为卫星坐标单位向量，则太阳光压

引起的卫星加速度为：

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_0 + D(u) \mathbf{e}_D + Y(u) \mathbf{e}_Y + B(u) \mathbf{e}_B \quad (4.32)$$

式中， \mathbf{a}_0 为先验模型， u 为升交角距。在 ECOM 模型中 $D(u)$ 、 $Y(u)$ 和 $B(u)$ 可表示为：

$$\begin{aligned} D(u) &= D_0 + D_c \cos u + D_s \sin u \\ Y(u) &= Y_0 + Y_c \cos u + Y_s \sin u \\ B(u) &= B_0 + B_c \cos u + B_s \sin u \end{aligned} \quad (4.33)$$

从 2013 年起，CODE 中心不使用先验模型，并采用简化的 5 参数模型，即仅考虑 D_0 、 Y_0 、 B_0 、 B_c 和 B_s 。新的 ECOM2 模型将 $D(u)$ 、 $Y(u)$ 和 $B(u)$ 表示为：

$$\begin{aligned} D(u) &= D_0 + \sum_{i=1}^{n_D} \{D_{2i,c} \cos 2i\Delta u + D_{2i,s} \sin 2i\Delta u\} \\ Y(u) &= Y_0 \\ B(u) &= B_0 + \sum_{i=1}^{n_B} \{B_{2i-1,c} \cos(2i-1)\Delta u + B_{2i-1,s} \sin(2i-1)\Delta u\} \end{aligned} \quad (4.34)$$

式中， $\Delta u = u - u_s$ ， u_s 为太阳升交角距。可以看出，若 $n_D = 0$ 且 $n_B = 1$ ，则式(4.34)与式(4.33)一致。(Arnold D, 2015)研究发现当 $n_D = 2$ 且 $n_B = 1$ 时，求解 ERP 参数最佳。

表 4.5 为采用 ECOM2 模型 BeiDou 卫星轨道内符合精度，计算过程中未加入先验模型，对地影中的卫星每 12 小时加入速度变化参数。

表 4.5 采用 ECOM2 光压模型后 Multi-GNSS 轨道精度(单位：cm)

Table 4.5 Precision of Multi-GNSS orbit after adapting ECOM2 model(unit:cm)

| 2-day overlap RMS of one month | | | |
|--------------------------------|-------|-------|--------|
| | Along | Cross | Radial |
| BeiDou Full sunlight | 15.3 | 9.9 | 5.3 |
| BeiDou Eclipse | 18.8 | 9.8 | 11.3 |

将 ECOM2 模型得出的轨道和 ECOM 模型得出的轨道比较，精度提升量如图 4.12 所示。

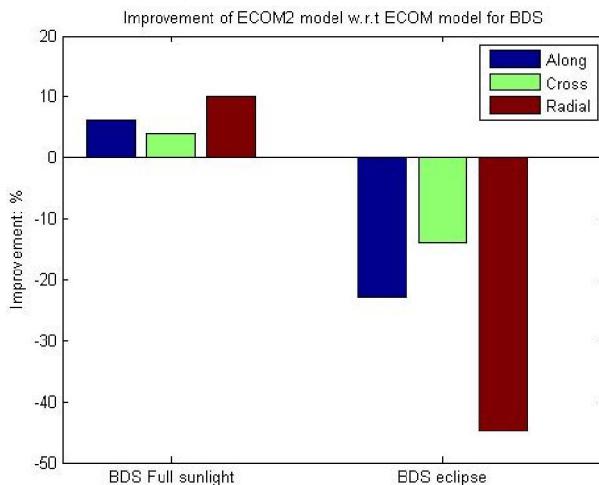


图 4.12 ECOM2 模型 BDS 轨道精度提升量

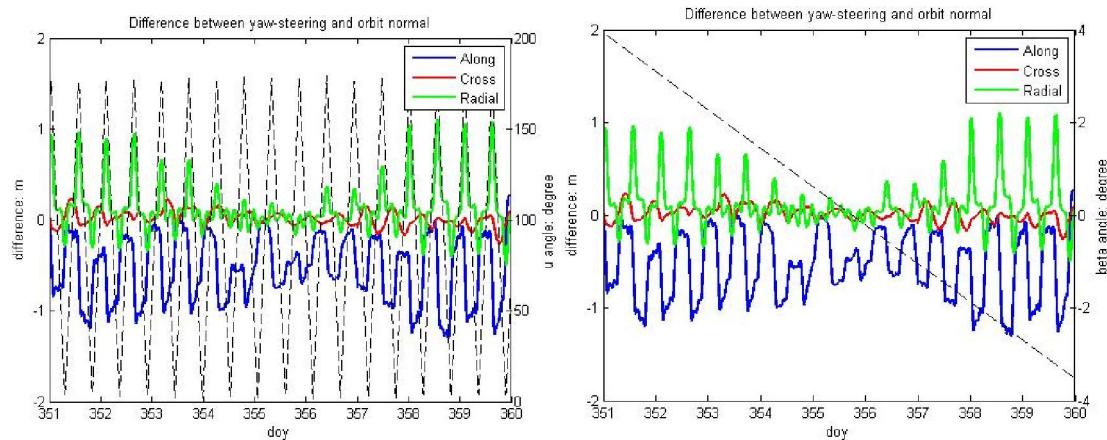
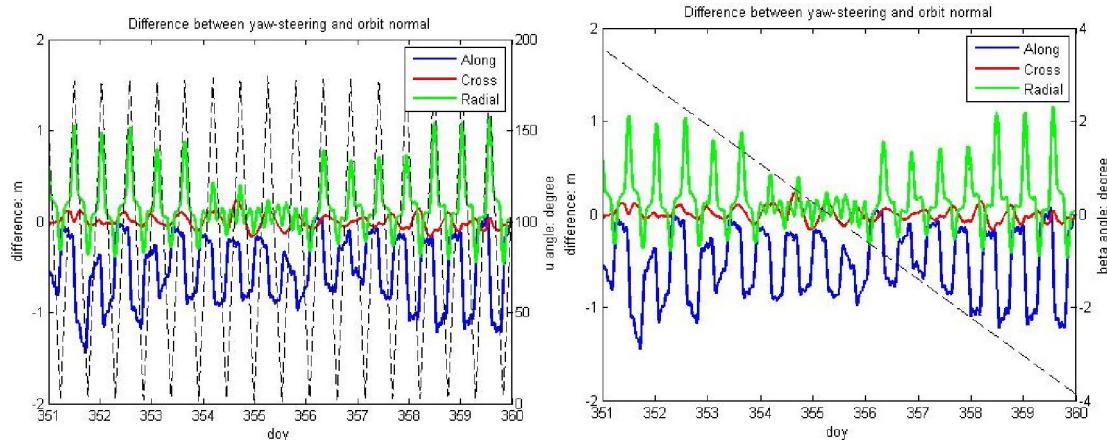
Figure 4.12 Improvement of BDS orbit by using ECOM2 model

完全光照中的 BeiDou 卫星三维内符合精度提升 12.5%，且 Radial 方向提升量最为明显；日蚀中的 BeiDou 卫星内符合精度下降 52.3%，同样 Radial 方向最为明显。

4.3.4 BeiDou IGSO 和 MEO 卫星姿态变化对精密轨道的影响

第一章中介绍了 BeiDou 卫星采用两种姿态模型，GEO 卫星采用 orbit-normal 姿态模型，IGSO 和 MEO 卫星采用与 GPS 一致的 yaw-steering 姿态模型，但当卫星 β 角接近 0° （通常小于 4° ）时，IGSO 和 MEO 转变为与 GEO 卫星相同的姿态模型。本节选取与 4.3.1 节中相同的测站，时间范围为 2015 年 12 月 17 日至 2015 年 12 月 24 日进行计算分析。测试期间 BeiDou C11 和 C12 卫星 β 角绝对值小于 4° 。

首先研究在测试期间是否转变姿态对最终精密轨道的影响，如图 4.13 和图 4.14 所示。图中分别表示姿态变化引起的轨道差异与 β 角及卫星在轨道平面内相对于 Midnight 点的夹角 μ 之间的关系。黑色虚线分别对应于右侧纵轴 β 角和 μ 角。可以看出，Along 和 Radial 方向差值较大，最大可超过 1m，Cross 方向较小，基本上在 10cm 以内；轨道三个方向差值存在较为明显的周期性，且与 μ 角的周期存在明显的一致性；轨道差值在 β 角等于 0 时最小，在两端最大。

图 4.13 C11 卫星姿态转变轨道差异与 β 角和 μ 角间的关系Figure 4.13 Orbit difference of C11 with different attitude and relationship with β and μ 图 4.14 C12 卫星姿态转变轨道差异与 β 角和 μ 角间的关系Figure 4.14 Orbit difference of C12 with different attitude and relationship with β and μ

将 C11 和 C12 卫星两种轨道产品分别与 CODE 精密轨道产品和 GFZ 精密轨道产品比较，结果如图 4.15 所示。对于 com 精密轨道产品而言，两颗卫星转变姿态后在 Along、Cross 和 Radial 方向 RMS 平均值为 0.760m、0.166m 和 0.422m；两颗卫星继续保持 yaw-steering 姿态模型在 Along、Cross 和 Radial 方向 RMS 平均值为 0.546m、0.184m 和 0.323m。对于 gbm 精密轨道产品而言，两颗卫星转变姿态后在 Along、Cross 和 Radial 方向 RMS 平均值为 0.159m、0.072m 和 0.082m；两颗卫星继续保持 yaw-steering 姿态模型在 Along、Cross 和 Radial 方向 RMS 平均值为 0.634m、0.101m 和 0.300m。

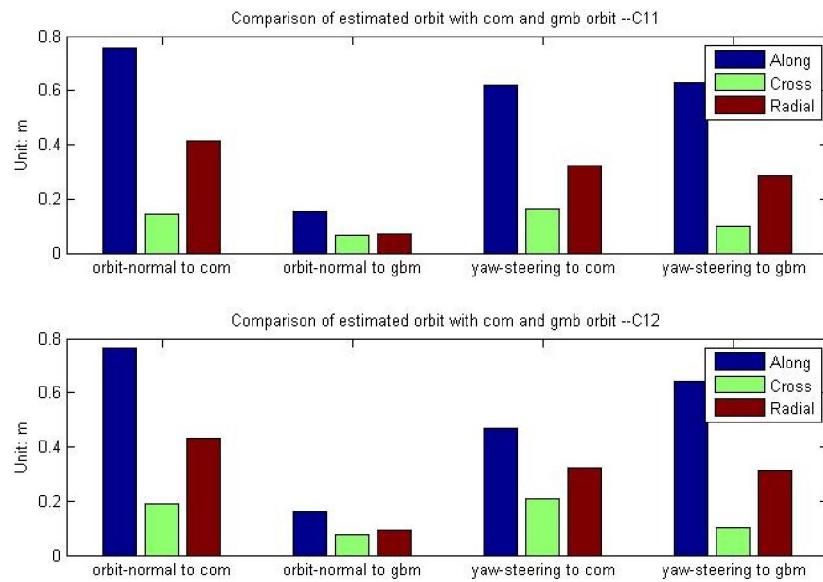


图 4.15 两种姿态轨道产品与 com 和 gbm 精密轨道比较

Figure 4.15 Comparison of com and gbm orbit with that estimated from two attitudes

因此，可以得出结论，gbm 精密轨道当 BeiDou IGSO 和 MEO 卫星 β 角较小时，姿态模型由 yaw-steering 转变为 orbit-normal，但 com 精密轨道在该情况下未改变卫星姿态。

4.4 Multi -GNSS 实时预报轨道

Multi-GNSS 实时预报轨道基于事后精密定轨结果，基于一定的已知弧长，更新初始轨道，选定一积分器预报实时轨道产品，如图 4.16 所示。

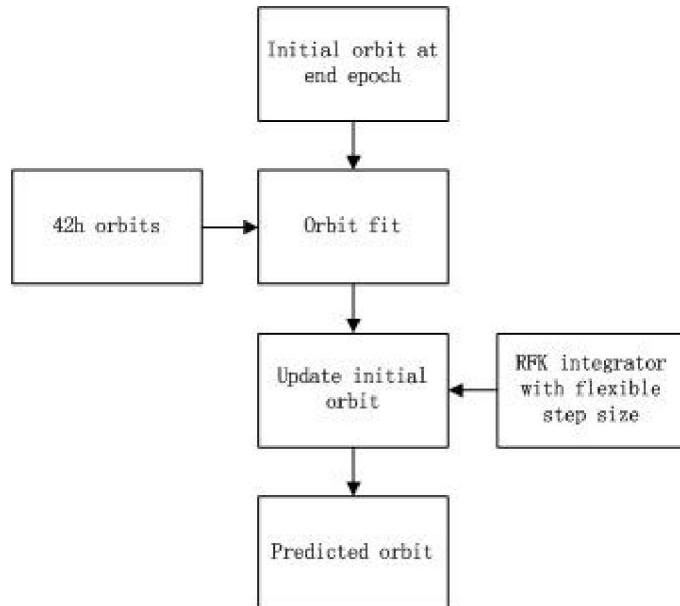


图 4.16 轨道预报流程
Figure 4.16 Process of orbit prediction

首先将初始轨道选定为弧段末尾时刻，积分生成参考轨道和状态转移矩阵；然后，利用4.3节求解得出的精密卫星轨道，选取接近初轨时刻的42h解算轨道作为观测值，更新初始轨道；最后采用可灵活改变步长的积分方法预报卫星轨道。

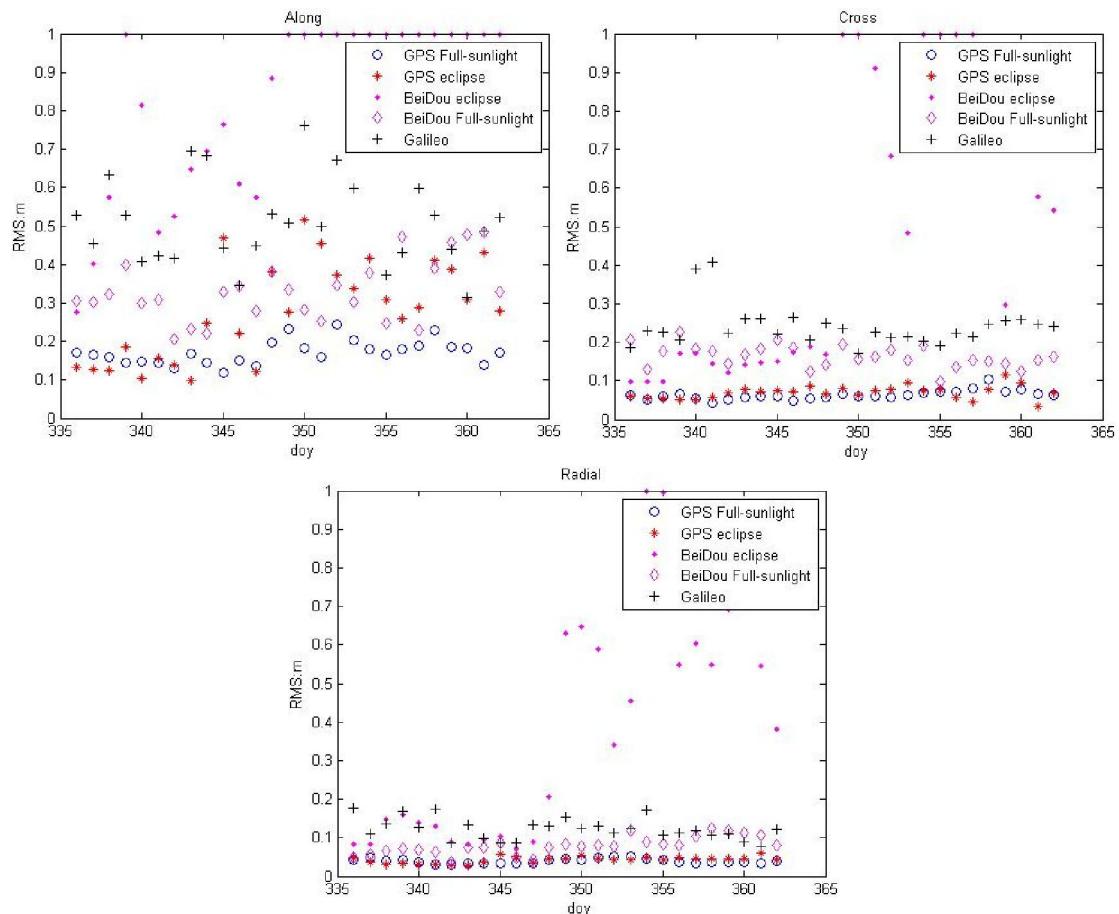


图 4.17 预报 24 小时轨道精度

Figure 4.17 Precision of 24hour-predicted orbits

图4.17为预报24小时轨道与CODE精密轨道比较的RMS值。圆圈符号表示完全处于光照中的GPS卫星，星号表示处于日蚀中的GPS卫星，点号表示日蚀中的BeiDou卫星，菱形符号表示完全处于光照中的BeiDou卫星，加号表示完全处于光照中的Galileo卫星，坐标纵轴为Along、Cross和Radial方向每天差值RMS，纵轴最大值设为1m。

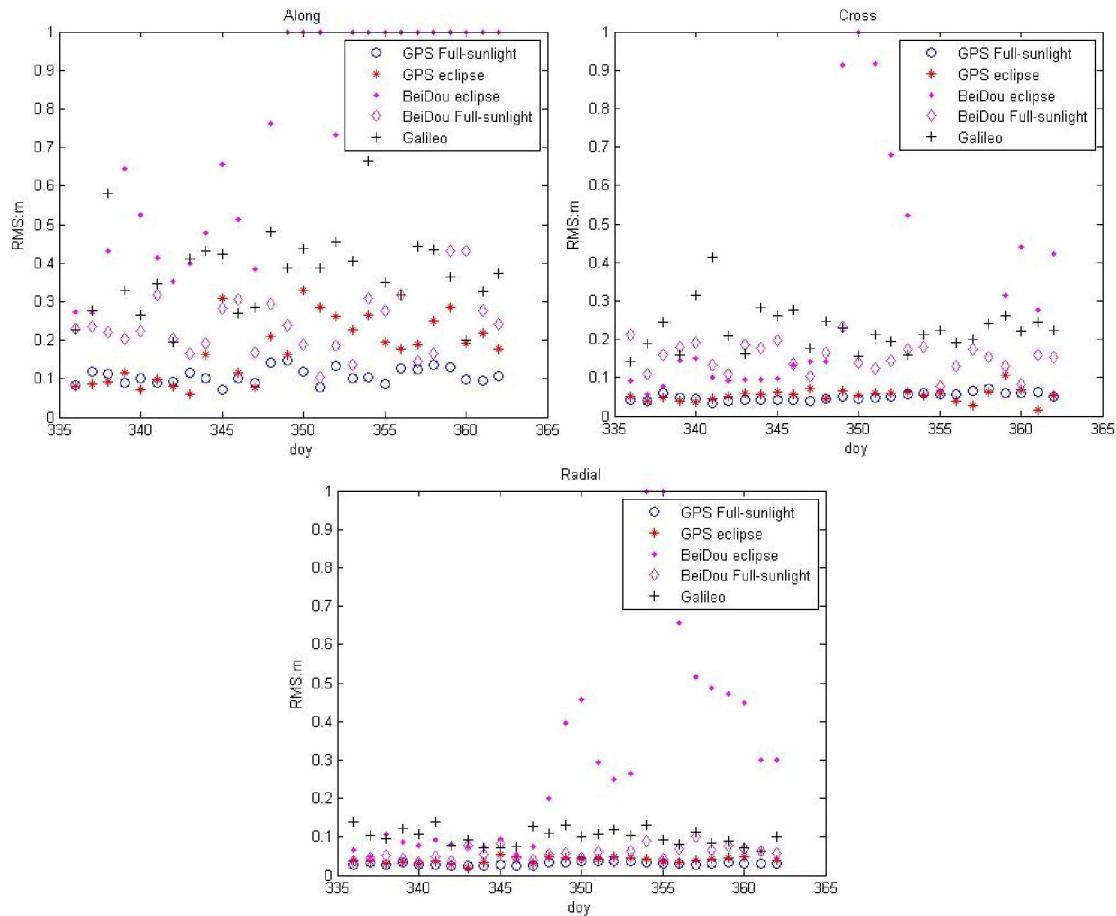


图 4.18 预报 6 小时轨道精度

Figure 4.18 Precision of 6hour-predicted orbits

图 4.18 为预报 6 小时轨道与 CODE 精密轨道比较的 RMS 值 , 同样将纵轴最大值设置为 1m。

从图 4.17 和图 4.18 可以看出 , 预报轨道精度随预报弧长增加而降低 ; GPS 预报轨道精度优于 BeiDou 卫星 , BeiDou 卫星预报轨道精度优于 Galileo 卫星 ; 完全光照中的卫星轨道预报精度优于处于日蚀中的卫星 ; 当卫星处于地影期时 , 尤其是 β 角接近 0° 时 , 卫星轨道预报误差较大。表 4.6 为一个月内预报产品与 CODE 精密产品差值 RMS。

表 4.6 预报轨道外符合精度分析(单位 : cm)

Table 4.6 Precision analysis of predicted orbit(unit:cm)

| | 24h predicted orbit | | | 6h predicted orbit | | |
|------------------------------|---------------------|-------|--------|--------------------|-------|--------|
| | Along | Cross | Radial | Along | Cross | Radial |
| GPS full sunlight | 17.1 | 6.3 | 3.9 | 10.7 | 5.0 | 3.1 |
| GPS eclipse | 27.9 | 6.9 | 4.2 | 17.7 | 5.4 | 4.0 |
| BeiDou full sunlight | 32.9 | 16.3 | 7.9 | 24.0 | 15.2 | 5.7 |
| BeiDou eclipse | 226.3 | 54.3 | 38.2 | 161.6 | 42.3 | 30.1 |
| Galileo full sunlight | 52.3 | 24.0 | 12.2 | 37.3 | 22.4 | 10.0 |

表中预报 6h 轨道精度整体优于预报 24h 轨道精度 ; GPS 未处于日蚀期的卫星预报轨道精度优于处于日蚀期的预报轨道精度 , 预报 6h 三维轨道精度分别为

12.2cm 和 18.9cm , 与 4.3 节中的最小二乘估计轨道相比 , 精度分别下降 75.6% 和 162.3% ; BeiDou 日蚀期的卫星预报轨道精度为米级 , 这与卫星在 β 角接近 0° 时姿态变化有关 ; 完全处于光照中的 BeiDou 卫星预报轨 6h 道精度优于 Galileo 卫星预报轨道 , 三维精度分别为 28.9cm 和 44.6cm , 较最小二乘估计轨道精度下降 55.4% 和 49.9% 。

4.5 本章小结

本章阐述事后精密定轨基本原理 , 推导序贯最小二乘在精密定轨中的数学模型 , 编制 Multi-GNSS 事后精密定轨软件。通过计算分析 GPS 、 BDS 和 Galileo 轨道精度 , 当卫星处于地影期时 , 尽管由积分引起的参考轨道误差可达几十厘米 , 但对最终轨道的影响约为 2cm 。完全光照中的 GPS 、 BDS 和 Galileo 卫星三维轨道内符合精度为 6.1cm 、 17.9cm 和 15.5cm ; 日蚀中的 GPS 和 BDS 卫星三维轨道内符合精度为 14.0cm 和 86.8cm 。

针对地影期间卫星轨道精度较差的情况 , 研究速度变化参数对地影期间轨道精度的提升量。结果表明 , 地影期间 GPS 和 BeiDou 卫星内符合精度分别提升 92.7% 和 114.3% , 与完全光照中的卫星轨道精度相当 ; 完全光照中的 GPS 卫星内符合精度上升至 4.5cm , 但完全光照中的 BeiDou 和 Galileo 卫星内符合精度分别下降 52.9% 和 30.4% 。因此 , 可对所有 GPS 卫星加入速度变化参数 , 但仅对处于日蚀中的 Galileo 和 BeiDou 卫星加入速度变化参数。

验证 ECOM2 光压模型对 BeiDou 卫星轨道精度的影响 , 与 ECOM 模型相比 , 完全光照中的 BeiDou 卫星三维内符合精度提升 12.5% , 且 Radial 方向提升量最为明显 ; 日蚀中的 BeiDou 卫星精度下降 52.3% , 同样 Radial 方向最为明显。

测试 BeiDou IGSO 和 MEO 卫星姿态转变带来的轨道改变量 , Along 和 Radial 方向差值较大 , 最大可超过 1m , Cross 方向较小 , 基本上在 10cm 以内 ; 轨道三个方向差值存在较为明显的周期性 , 且与 μ 角的周期存在明显的一致性 ; 轨道差值在 β 角等于 0 时最小。分析不同姿态轨道结果与 com 精密轨道和 gbm 精密轨道的差异 , 结果表明 , gbm 精密轨道当 BeiDou IGSO 和 MEO 卫星 β 角较小时 , 姿态模型由 yaw-steering 转变为 orbit-normal , 但 com 精密轨道在该情况下未改变卫星姿态。

利用事后解算的精密轨道 , 采用第二章研究的积分方法和第三章得出的最佳已知轨道弧长 , 预报 Multi-GNSS 实时轨道并分析其精度。预报轨道精度随预报弧长的增加而降低 ; GPS 完全光照中的卫星和地影中的卫星预报 6h 三维轨道精度分别为 12.2cm 和 18.9cm , 与最小二乘估计轨道相比 , 精度分别下降 75.6% 和

162.3% ; BeiDou 卫星地影期间预报 6 小时轨道精度为米级 , 当 β 角接近 0° 时 , 卫星轨道预报误差较大 ;完全光照中的 BeiDou 卫星和 Galileo 卫星预报 6 小时轨道精度分别为 28.9cm 和 44.6cm 较最小二乘估计轨道精度下降 55.4% 和 49.9%。

第 5 章 基于均方根滤波的 Multi-GNSS 实时轨道估计研究

5.1 引言

第四章中预报方法求取 Multi-GNSS 实时轨道基于事后处理结果，精度较为稳定，但随着预报弧长的增加精度逐渐下降，且对于地影中的卫星而言，没有观测数据对预报值进行更正，精度下降量更为明显。基于此，本章研究基于均方根滤波理论的 Multi-GNSS 实时轨道估计方法。

均方根滤波估计的特性可概括为两大类，一是数值精度上，均方根滤波传递均方根信息，可减少计算机截断误差的影响，且信息矩阵各元素不会随着观测历元的增加越来越大，很好地避免了滤波器对观测数据不敏感的现象；二是自身方法上，均方根滤波在未进行参数解算之前可事先获取残差信息，这在实时观测数据的预处理中有着重要作用；第三，均方根滤波在进行参数解算时无需进行迭代处理。本章详细推导均方根滤波基本原理，阐述其在 GNSS 精密定轨中的应用，基于模拟观测数据证明不同滤波步长之间和最小二乘估计之间的一致性。

在实时滤波处理中，无法利用当前历元之后的观测信息，数据预处理和模糊度固定理论与事后处理间存在差异，本章利用均方根滤波理论的特性研究实时数据预处理和实时模糊度固定方法。

GNSS 卫星为了维持其正常轨道运行，在一些时候需要进行机动调整，尤其对于 BeiDou GEO 和 IGSO 卫星而言，机动调整更为频繁；此外，BeiDou IGSO 和 MEO 在 β 角接近 0° 时会发生姿态变化。这些在采用均方根滤波进行实时定轨时都需要进行考虑，本章将详细阐述卫星机动及姿态转变时的处理方式。

5.2 均方根滤波估计在 Multi-GNSS 实时定轨中的应用

5.2.1 均方根滤波估计基本原理

均方根滤波理论的基本原理是通过矩阵变换将系数矩阵变换为上三角矩阵和零矩阵的合集，其中上三角矩阵维数对应于未知参数的个数，具体数学模型如下：

4.2 节中最小二乘理论可表示为二范数形式：

$$J(x) = (z - Ax)^T(z - Ax) = \|z - Ax\|^2, \quad A(m, n), \quad m \geq n \quad (5.1)$$

式中观测值个数为 m ，参数 x 个数为 n 。根据二范数的性质可得，存在一个正交矩阵 T 使得(林成森，2006)：

$$J(x) = \|T(z - Ax)\|^2 \quad (5.2)$$

$J(x)$ 与 T 的取值无关， T 可选取计算所需要的形式使得(Golub，1965)：

$$T(A, z) = \begin{bmatrix} R & z_1 \\ 0 & z_2 \end{bmatrix} \begin{cases} n \\ m-n \end{cases} \quad (5.3)$$

式中 R 为上三角矩阵。则式(5.2)变为：

$$J(x) = \|z_1 - Rx\|^2 + \|z_2\|^2 \quad (5.4)$$

要使得 $J(x)$ 等于最小，则(Businger，1965；Lawson，1969)：

$$Rx = z_1 \quad (5.5)$$

$\|z_2\|^2 = \|e\|^2$ 为对应于最小二乘估计的验后残差之和(Wilkinson, 1965)。因此，即使未进行参数解算的情况下仍可获取观测值残差信息。

参数协方差为：

$$P_x = (R^T R)^{-1} \quad (5.6)$$

在实际计算过程中，矩阵 T 无需单独求解， $T(A, z)$ 可通过对矩阵 (A, z) 进行Householder变换直接求取(Bierman，1977)。

$$T(A, z) = \begin{bmatrix} s & \\ & \tilde{A} \\ \mathbf{0} & \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

令 $T(A, z)$ 为 $m \times n$ 维矩阵，则 \tilde{A} 为 $m \times (n-1)$ 维矩阵， s 值计算为：

$$s = -\operatorname{sgn}(A(1,1)) \left(\sum_{i=1}^m [A(i,1)]^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (5.8)$$

引入 $u(i)$ 、 β 和 γ 计算 \tilde{A} 矩阵。

$$u(1) = A(1,1) - s \quad (5.9)$$

$$u(i) = A(i,1), \quad i = 2, \dots, m \quad (5.10)$$

$$\beta = 1/(s \cdot u(1)) \quad (5.11)$$

$$\gamma = \beta \cdot \sum_{i=1}^m u(i) A(i,j), \quad j = 2, \dots, n \quad (5.12)$$

$$\tilde{A}(i, j-1) = A(i, j) + \gamma \cdot u(i), \quad i = 1, \dots, m \quad (5.13)$$

式(5.1)至式(5.13)为均方根滤波参数估计的基本数学模型，下面阐述在滤波过程中如何进行信息传递和参数解算。

由式(5.5)可知，均方根滤波估计仅传递上三角矩阵 R 。令参数 x 对应的先验信息为 $\begin{bmatrix} \tilde{R} & \tilde{z} \end{bmatrix}$ ， $\tilde{z} = \tilde{R}x + \tilde{v}$ ，则观测方程为：

$$\begin{bmatrix} \tilde{R} \\ A \end{bmatrix}x = \begin{bmatrix} \tilde{z} \\ z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \tilde{v} \\ v \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

对式(5.14)进行 Householder 变换可得：

$$\begin{bmatrix} \hat{R} \\ 0 \end{bmatrix}x = \begin{bmatrix} \hat{z} \\ e \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{v} \\ v_e \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

以 0 历元和 1 历元处的处理方法为例，推导均方根滤波估计通用公式。假设在 0 历元处观测方程和参数先验信息满足：

$$z_0 = A_0 x_0 + v_0, \quad \tilde{z}_0 = \tilde{R}_0 x_0 + \tilde{v}_0 \quad (5.16)$$

通过状态转移矩阵 $\Phi_{0,1}$ 将 x_0 预报至 x_1 。

$$x_1 = \Phi_{0,1} x_0 + G w_0 \quad (5.17)$$

式中 G 为系数矩阵， w_0 为过程噪声，且满足：

$$z_w = R_w w_0 + v_w \quad (5.18)$$

则功能函数 $J^{(1)}$ 为(Kaminski, 1971a)：

$$J^{(1)} = \|\tilde{z}_0 - \tilde{R}_0 x_0\|^2 + \|z_0 - A_0 x_0\|^2 + \|z_w - R_w w_0\|^2 \quad (5.19)$$

合并等式右边前两项可得：

$$\begin{aligned} J^{(1)} &= \left\| \begin{bmatrix} \tilde{R}_0 \\ A_0 \end{bmatrix} x_0 - \begin{bmatrix} \tilde{z}_0 \\ z_0 \end{bmatrix} \right\|^2 + \|R_w w_0 - z_w\|^2 \\ &= \left\| \begin{bmatrix} \hat{R}_0 \\ 0 \end{bmatrix} x_0 - \begin{bmatrix} \hat{z}_0 \\ e_0 \end{bmatrix} \right\|^2 + \|R_w w_0 - z_w\|^2 \\ &= \|e_0\|^2 + \|\hat{R}_0 x_0 - \hat{z}_0\|^2 + \|R_w w_0 - z_w\|^2 \end{aligned} \quad (5.20)$$

若要求解 x_1 ，则将功能函数 $J^{(1)}$ 中的 x_0 替换为 x_1 ，并令 $R_1^d = \hat{R}_0 \Phi_{0,1}^{-1}$ 可得：

$$\begin{aligned} J^{(1)} &= \|e_0\|^2 + \|\hat{R}_0 \Phi_{0,1}^{-1} (x_1 - G w_0) - \hat{z}_0\|^2 + \|R_w w_0 - z_w\|^2 \\ &= \|e_0\|^2 + \left\| \begin{bmatrix} R_w & 0 \\ -R_1^d G & R_1^d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_0 \\ x_1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} z_w \\ \hat{z}_0 \end{bmatrix} \right\|^2 \end{aligned} \quad (5.21)$$

因此，求解 x_1 无需首先求解 x_0 。式中 x_1 求解与 w_0 相关，但若要求解 x_n 则无

需同时求解 w_0, \mathbf{L}, w_{n-1} , 可通过 Householder 正交变换消去(Kaminski, 1971b)。若随机参数个数为 N_w , 则对式(5.21)进行部分正交变换可得:

$$T_{Nw} \begin{bmatrix} R_w & 0 & z_w \\ -R_1^d G & R_1^d & \hat{z}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{R}_w(1) & \tilde{R}_{wx}(1) & \tilde{z}_w(1) \\ 0 & \tilde{R}_1 & \tilde{z}_1 \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

要使得功能函数 $J^{(1)}$ 等于最小, 则:

$$x_1 = \tilde{R}_1^{-1} \tilde{z}_1, \quad P_1 = \tilde{R}_1^{-1} \tilde{R}_1^{-T} \quad (5.23)$$

扩展至一般形式, 均方根滤波估计参数处理部分为:

$$T_j \begin{bmatrix} \tilde{R}_j & \tilde{z}_j \\ A_j & z_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{R}_j & \hat{z}_j \\ 0 & e_j \end{bmatrix} \quad (5.24)$$

预报部分为:

$$T_{j+1} \begin{bmatrix} R_w(j) & 0 & z_w(j) \\ -R_{j+1}^d G & R_{j+1}^d & \hat{z}_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{R}_w(j+1) & \tilde{R}_{wx}(j+1) & \tilde{z}_w(j+1) \\ 0 & \tilde{R}_{j+1} & \tilde{z}_{j+1} \end{bmatrix} \quad (5.25)$$

式中 $R_{j+1}^d = \hat{\mathbf{R}}_j \Phi_{j,j+1}^{-1}$ 。

5.2.2 均方根滤波在卫星定轨中的实现

上节中滤波估计分两步进行: 一是结合先验信息和观测信息进行参数解算, 二是对解算结果进行预报处理。在GNSS定轨中, 首先需要将未知参数分为三大类:

- | 与过程噪声相关的参数 p , 如卫星钟差、接收机钟差和对流层参数等。
- | 随时间变化但无过程噪声的参数 x , 如卫星轨道参数。
- | 不变参数 y , 如测站坐标、模糊度参数等。

各参数由 j 历元至 $j+1$ 历元状态转移矩阵为:

$$\begin{bmatrix} p \\ x \\ y \end{bmatrix}_{j+1} = \begin{bmatrix} M & 0 & 0 \\ V_p & V_x & V_y \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ x \\ y \end{bmatrix}_j + \begin{bmatrix} w_j \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.26)$$

式中 M 和 w_j 与式(4.20)中一致, V_p 、 V_x 和 V_y 对应于第二章卫星运动方程中的状态转移矩阵 $\Phi(t_j, t_{j+1}) = \Phi(t_0, t_{j+1}) \cdot \Phi^{-1}(t_0, t_j)$ 。若将所有轨道参数设置为参数 x , 则 V_p 和 V_y 为零; 若将力学参数设置为参数 p , 则 V_y 为零; 若将力学参数设置为参数 y , 则 V_p 为零。

(1) 结合先验信息和观测信息进行参数解算

假设在 j 历元处待估参数先验信息满足:

$$\begin{bmatrix} \tilde{R}_p & \tilde{R}_{px} & \tilde{R}_{py} \\ \tilde{R}_{xp} & \tilde{R}_x & \tilde{R}_{xy} \\ 0 & 0 & \tilde{R}_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_j \\ x_j \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{z}_p \\ \tilde{z}_x \\ \tilde{z}_y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \tilde{v}_p \\ \tilde{v}_x \\ \tilde{v}_y \end{bmatrix} \quad (5.27)$$

j 历元处观测方程为：

$$z = A_p p_j + A_x x_j + A_y y + v \quad (5.28)$$

联立式(5.27)和式(5.28)先验信息变为：

$$\begin{bmatrix} \tilde{R}_p & \tilde{R}_{px} & \tilde{R}_{py} & \tilde{z}_p \\ \tilde{R}_{xp} & \tilde{R}_x & \tilde{R}_{xy} & \tilde{z}_x \\ A_p & A_x & A_y & z \\ 0 & 0 & \tilde{R}_y & \tilde{z}_y \end{bmatrix} \quad (5.29)$$

对矩阵中参数 p 和参数 x 部分进行 Householder 正交变换：

$$\hat{T}_{px} \begin{bmatrix} \tilde{R}_p & \tilde{R}_{px} & \tilde{R}_{py} & \tilde{z}_p \\ \tilde{R}_{xp} & \tilde{R}_x & \tilde{R}_{xy} & \tilde{z}_x \\ A_p & A_x & A_y & z \\ 0 & 0 & \tilde{R}_y & \tilde{z}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{R}_p & \hat{R}_{px} & \hat{R}_{py} & \hat{z}_p \\ 0 & \hat{R}_x & \hat{R}_{xy} & \hat{z}_x \\ 0 & 0 & \hat{A}_y & \hat{z} \\ 0 & 0 & \tilde{R}_y & \tilde{z}_y \end{bmatrix} \quad (5.30)$$

式中 \hat{T}_{px} 为 $N_p + N_x$ 维正交矩阵， N_p 和 N_x 分别为参数 p 和参数 x 个数。将 y 参数先验信息与 Householder 正交变换后的 y 参数联立，再次进行正交变换得：

$$\hat{T}_y \begin{bmatrix} \tilde{R}_y & \tilde{z}_y \\ \hat{A}_y & \hat{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{R}_y & \hat{z}_y \\ 0 & e \end{bmatrix} \quad (5.31)$$

结合式(5.30)可得：

$$\hat{y} = \hat{R}_y^{-1} \hat{z}_y \quad (5.32)$$

$$\hat{x}_j = \hat{R}_x^{-1} \hat{z}_x - \hat{R}_x^{-1} \hat{R}_{xy} \hat{y} \quad (5.33)$$

(2) 对解算结果进行预报处理

由参数处理得出 j 历元处参数和信息矩阵满足：

$$\begin{bmatrix} \hat{R}_p & \hat{R}_{px} & \hat{R}_{py} \\ \hat{R}_{xp} & \hat{R}_x & \hat{R}_{xy} \\ 0 & 0 & \hat{R}_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ x \\ y \end{bmatrix}_j = \begin{bmatrix} \hat{z}_p \\ \hat{z}_x \\ \hat{z}_y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{v}_p \\ \hat{v}_x \\ \hat{v}_y \end{bmatrix} \quad (5.34)$$

由式(5.26)可得：

$$x_{j+1} = V_x x_j + V_p p_j + V_y y \quad (5.35)$$

将式(5.35)代入式(5.34)得：

$$\begin{bmatrix} \hat{R}_p - (\hat{R}_{px}V_x^{-1})V_p & (\hat{R}_{px}V_x^{-1}) & \hat{R}_{py} - (\hat{R}_{px}V_x^{-1})V_y \\ \hat{R}_{xp} - (\hat{R}_xV_x^{-1})V_p & (\hat{R}_xV_x^{-1}) & \hat{R}_{xy} - (\hat{R}_xV_x^{-1})V_y \\ 0 & 0 & \hat{R}_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_j \\ x_{j+1} \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{z}_p \\ \hat{z}_x \\ \hat{z}_y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{v}_p \\ \hat{v}_x \\ \hat{v}_y \end{bmatrix} \quad (5.36)$$

若可将 p_j 替换为 p_{j+1} ，则预报结束。令过程噪声 w_j 满足：

$$R_w w_j = z_w - v_w \quad (5.37)$$

结合式(5.26)可得：

$$R_w (p_{j+1} - Mp_j) = z_w - v_w \quad (5.38)$$

将式(5.38)代入式(5.36)得：

$$\begin{bmatrix} -R_w M & R_w & 0 & 0 \\ \hat{R}_p - (\hat{R}_{px}V_x^{-1})V_p & 0 & (\hat{R}_{px}V_x^{-1}) & \hat{R}_{py} - (\hat{R}_{px}V_x^{-1})V_y \\ \hat{R}_{xp} - (\hat{R}_xV_x^{-1})V_p & 0 & (\hat{R}_xV_x^{-1}) & \hat{R}_{xy} - (\hat{R}_xV_x^{-1})V_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_j \\ p_{j+1} \\ x_{j+1} \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_w \\ \hat{z}_p \\ \hat{z}_x \\ \hat{z}_y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} v_w \\ \hat{v}_p \\ \hat{v}_x \\ \hat{v}_y \end{bmatrix} \quad (5.39)$$

对 N_p 个过程噪声参数进行正交变化得：

$$\begin{bmatrix} R_p^* & R_{pp}^* & R_{px}^* & R_{py}^* \\ 0 & \tilde{R}_p & \tilde{R}_{px} & \tilde{R}_{py} \\ 0 & \tilde{R}_{xp} & \tilde{R}_x & \tilde{R}_{xy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_j \\ p_{j+1} \\ x_{j+1} \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_p^* \\ \hat{z}_p \\ \hat{z}_x \\ \hat{z}_y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} v_p^* \\ \hat{v}_p \\ \hat{v}_x \\ \hat{v}_y \end{bmatrix} \quad (5.40)$$

矩阵第一行主要用于向后平滑处理，无需储存在预报矩阵中。不变参数 y 满足：

$$[\hat{R}_y \ \hat{z}_y]_j = [\tilde{R}_y \ \tilde{z}_y]_{j+1} \quad (5.41)$$

5.2.3 均方根滤波器设计及模拟实验分析

GPS 广播星历每两小时更新一次，BeiDou 卫星广播星历每一小时更新一次，Galileo 卫星广播星历每 10 分钟更新一次。本文滤波器设计满足各个窗口长度要求，可概括为两大类：一是扩展滤波；二是 batch 滤波。

扩展均方根滤波每个历元更新初始轨道和参考轨道，基本原理如图 5.1 所示。为了方便轨道和状态转移矩阵内插，参考轨道弧长选定为 10 个解算历元。扩展均方根滤波优点为积分弧长小，不易引入积分误差，且随着滤波的推进，参考轨道越来越接近于真实值，即使在初始历元采用精度较差的初始轨道，仍无需进行

迭代处理。

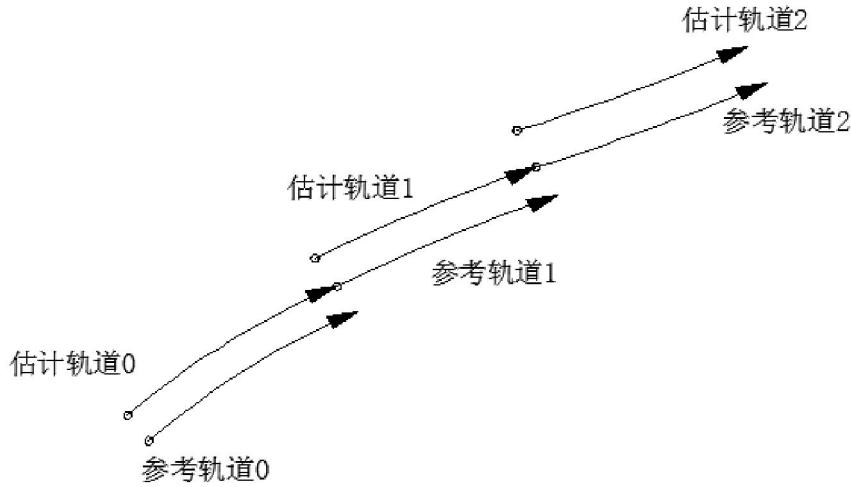


图 5.1 扩展均方根滤波处理

Figure 5.1 Extended processing of SRIF

图 5.1 中，首先在初轨 0 处积分生成参考轨道 0；然后，在卫星信号发射时刻建立观测方程，通过状态转移矩阵将轨道参数线性化至初轨 0 处；第三，求解未知参数，更新初轨 0 信息；第四，将更新后的初轨信息和协方差信息通过状态转移矩阵传递至下一解算历元；第五，生成参考轨道 1，推进直至解算终止。

Batch 滤波每个时段更新一次初轨及参考轨道信息，如图 5.2 所示。假设 batch 弧长为 i 个历元，在初始历元 1 处生成参考轨道，弧长为整个 batch1 时段，整个 batch1 时段内所有 $i-1$ 个历元轨道参数均线性化至初始历元 1 处，然后更新初始轨道，将估计值及信息矩阵传递至 i 历元处；更新参考轨道，弧长为整个 batch2 时段，所有 $i-1$ 个历元轨道参数均线性化至初始历元 i 处，更新其初始轨道，然后滤波处理直至结束。

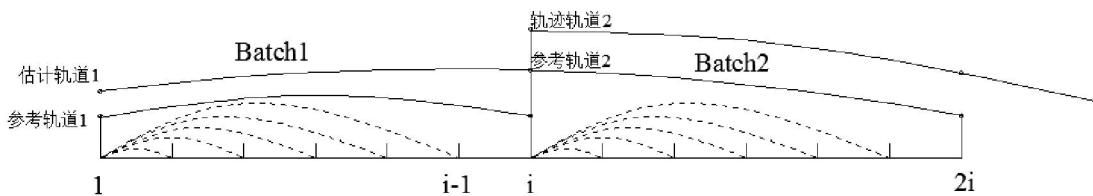


图 5.2 Batch 均方根滤波处理

Figure 5.2 Batch processing of SRIF

两种滤波器在原理上一致，且滤波估计和最小二乘估计在数学上也可相互推导。本节基于 30 个站的模拟观测数据，验证不同滤波器之间以及滤波估计和最小二乘估计之间的一致性。模拟观测数据中不包含任何误差，仅在伪距观测值和相位观测值中分别加入方差为 1m 和 1cm 的白噪声误差，待估参数包括轨道参数、光压参数(SRP)、对流层参数、接收机和卫星钟差参数，各参数设置如表 5.1 所示。

表 5.1 模拟实验分析各参数设置

Table 5.1 Parameter set up for simulation analysis

| Parameter | Initial value | A priori sigma | Process noise | Time update | Time correlation |
|-----------|---------------|----------------|---------------------------|-------------|------------------|
| Position | Broadcast | 10 m | - | Variable | - |
| Velocity | Broadcast | 1cm/s | - | Variable | - |
| SRP | Zero | 0.1 | - | Variable | - |
| ZTD | Model | 50cm | 0.05mm/sec ^{0.5} | 1 hour | Random walk |
| Sat.clock | Broadcast | 500m | 300km | 60s | White noise |
| Rec.clock | Estimated | 500m | 500km | 60s | White noise |

图 5.3 为 batch 滤波弧长分别为 15 分钟和 24 小时的滤波结果比较，共 8 颗 GPS 卫星，横轴为时间，纵轴为轨道 3D 差值。可以看出，在经历约 12 小时后，所有卫星轨道收敛至相同结果。

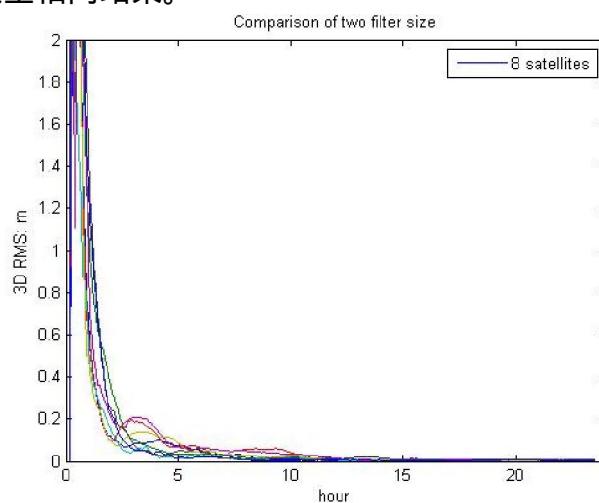


图 5.3 静态均方根滤波处理与扩展滤波处理差值

Figure 5.3 Difference between static processing and batch processing of SRIF

进一步将收敛后的滤波结果与最小二乘结果进行比较，差值几乎为零，证明了均方根滤波与最小二乘理论的一致性。

5.3 均方根滤波实时定轨中的关键问题

卫星轨道实时处理中实时输出轨道产品，需保证每次滤波处理的正确性。实时处理中的关键问题包括实时数据预处理、实时模糊度固定和卫星自身存在的机动和姿态变化。本节针对此类问题提出合理的解决方法。

5.3.1 实时观测数据预处理

实时处理中无法获取当前历元之后的观测信息，需要进一步优化观测数据预处理方法，本文采用保存历史数据的方法优化后续观测历元，如图 5.4 所示。

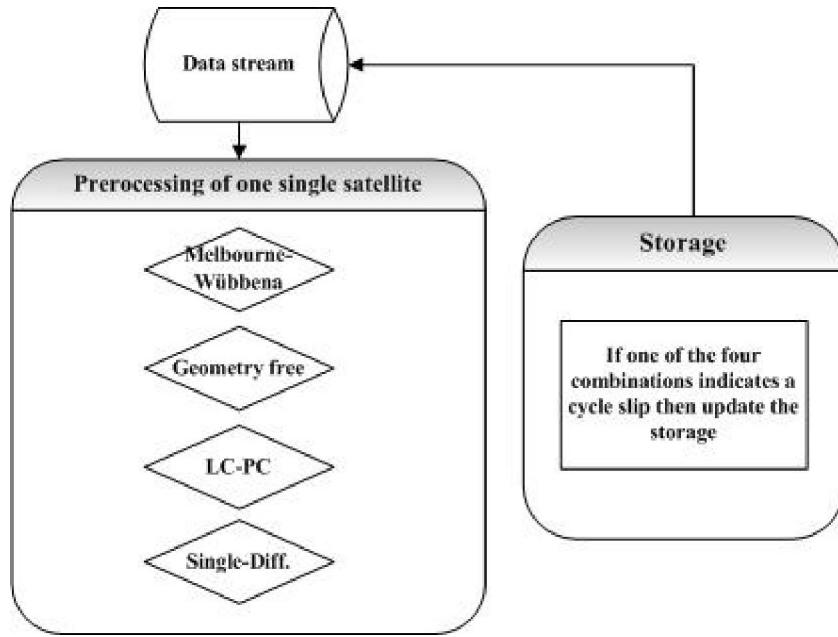


图 5.4 观测数据实时预处理

Figure 5.4 Real-time preprocessing of observation

实时预处理在第四章事后预处理方法的基础上加入单差组合 ,加强粗差和周跳探测的可靠性。

$$dL_C^{m-n} = L_C^m - L_C^n \quad (5.42)$$

式中 , dL_C^{m-n} 为卫星 m 和 n 对于同一测站的无电离层组合单差观测值 ,为了方便判断 ,可在 dL_C^{m-n} 中将卫星钟差和几何距离采用近似值代入。如果无周跳发生 ,则储存干净数据 ;若任意一组合观测值判断发生周跳 ,则清空该卫星历史观测信息。

为了验证实时数据预处理的有效性 ,采用模拟观测数据在十个历元处对不同卫星分别加入 1 至 10 周的周跳 ,实验结果表明本节预处理方法可探测出所有大于等于 2 周的周跳。但在对真实数据进行实时预处理时 ,仍然有可能存在未探测出的周跳或是小于两周的周跳。为了确保滤波解算中观测数据的绝对 “ 干净 ” ,利用均方根滤波的特性 ,在参数估计前对观测值残差进行质量分析 ,具体步骤如下 :

(1) 提取残差信息

式(5.30)对先验信息矩阵和观测系数矩阵进行 $N_p + N_x$ 维正交变换后 ,可获取观测值残差信息 e 。对 e 进行计算分析 ,若 RMS 大于 2 倍观测值噪声或单个残差值大于 5 倍观测值噪声 ,则认为可能存在周跳。

(2) 判断是否存在周跳

式(5.30)尽管在实际计算过程中无需单独计算正交矩阵 \hat{T} ,但仍可将其假设

为：

$$\hat{T} = [\tilde{S}, S] \quad (5.43)$$

式中， \tilde{S} 对应于式(5.30)中的先验信息， S 对应于观测信息。 \hat{T} 与观测值及残差的关系为：

$$[\tilde{S}, S] \cdot \begin{bmatrix} \tilde{z} \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{z} \\ e \end{bmatrix} \quad (5.44)$$

结合步骤(1)中发现的较大残差项 e_n ，提取 S 中对应的子矩阵 S_n 。假设 n 观测值中存在偏差 Δz_n ，则：

$$S_n \cdot \Delta z_n = \begin{bmatrix} \Delta \hat{z}_n \\ \Delta e_n \end{bmatrix} \quad (5.45)$$

结合式(5.44)和式(5.45)，加入附加条件 $|e - \Delta e_n|^2 = \min$ 可求解 Δz_n 。然后，更新残差信息 e ：

$$e = e - S_n \cdot \Delta z_n \quad (5.46)$$

对更新后的残差信息 e 进行假设检验，若 RMS 值小于更新前的 0.9 倍，则认为 n 观测值处发生周跳。

(3) 周跳处理

当发现新的周跳后，滤波器状态向量增加一维整周模糊度参数，后续观测值将估计新的整周模糊度。

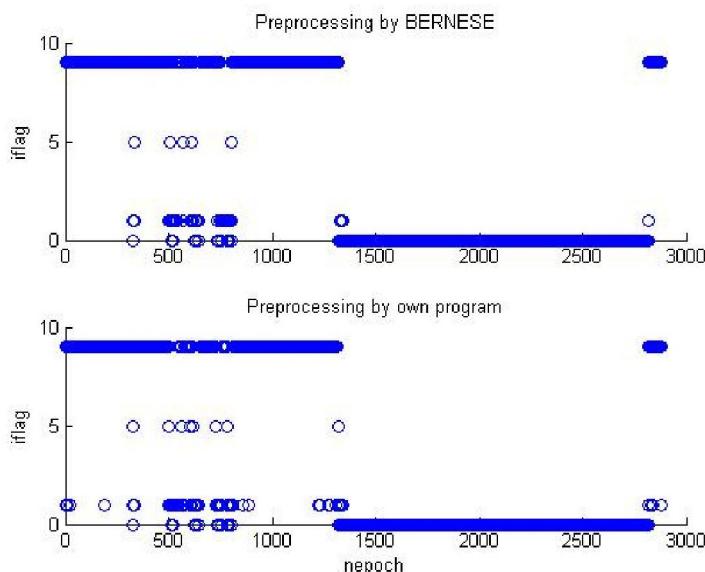


图 5.5 实时数据预处理与 BERNSE 软件比较

Figure 5.5 Comparison of real-time precession with BERNSE software

为了验证本节实时数据预处理的有效性，选取 2015 年 12 月 1 日 IGS 站 AIRA

观测数据中 G06 星进行分析。将采用本文实时数据预处理方法的结果与 BERNESE 事后预处理软件模块结果比较，如图 5.5 所示。横轴表示历元，采样间隔 30s，纵轴表示标识符，“0”表示无观测数据，“1”表示粗差，“5”表示周跳，“9”表示干净观测数据。可以看出，本文实时预处理方法 100% 覆盖了 BERNESE 软件中发现的粗差和周跳，但同时也标记出了更多的粗差和周跳。在实时处理中，如粗差发生在相位观测值上，则将直接被当做周跳处理，增加一维模糊度参数。

5.3.2 实时模糊度固定

实时模糊度固定模块与第四章中的事后处理模块一致，不同点在于实时处理需要对每个历元进行模糊度固定判断。假设参数解算后存在可固定的双差模糊度参数，则建立误差方程：

$$v_b = Dx_b + l_b \quad , P_b \quad (5.47)$$

式中下标 b 表示模糊度相关参数， P_b 为权重， D 为系数矩阵。令原误差方程为：

$$v = Ax + l \quad , P \quad (5.58)$$

可得新的解为：

$$x_{new} = -(A^T PA + D^T P_b D)^{-1} (A^T Pl - D^T P_b l_b) = -N_{new}^{-1} w_{new} \quad (5.59)$$

基于式(5.57)的解为：

$$x = -(A^T PA)^{-1} A^T Pl = -N^{-1} w \quad (5.60)$$

因此，可得出递推公式为：

$$\beta = (P_b^{-1} + DN^{-1}D^T)^{-1} \quad (5.61)$$

$$x_{new} = x + (N^{-1}D^T)\beta(l_b - Dx) \quad (5.62)$$

$$N_{new} = N^{-1} - (N^{-1}D^T)\beta(DN^{-1}) \quad (5.63)$$

模糊度固定后需要更新协方差矩阵，但在均方根滤波实时处理中，预报过程传递的信息矩阵为均方根上三角矩阵，每次计算需要将更新后的协方差矩阵分解为上三角矩阵，不仅耗时较多，且矩阵分解存在一定的不稳定因素。因此，本节采用各历元独立固定模糊度的方法，即每个历元进行模糊度固定判断，建立新的误差方程重新求解参数，但不传递更新后的协方差信息。具体流程如图 5.6 所示。

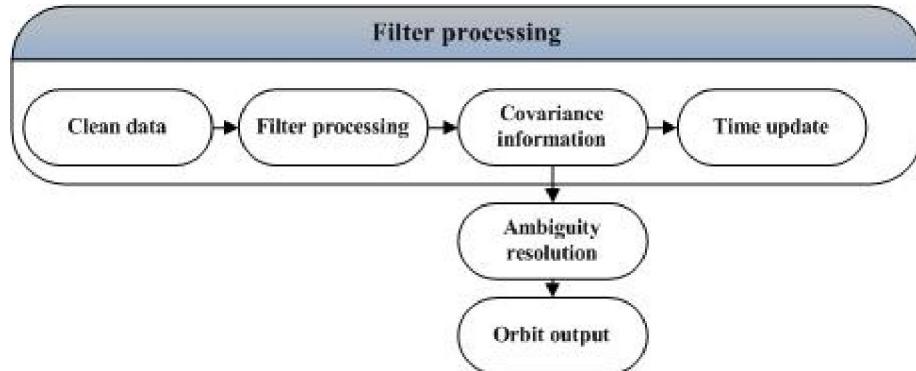


图 5.6 实时模糊度固定

Figure 5.6 Real-time ambiguity resolution

图中滤波器信息传递过程中不加入模糊度固定信息，但结果输出模糊度固定解。为了验证该实时模糊度固定方法的有效性，选取三天时段进行精度分析。实验数据采用与第四章中相同的测站，时间范围为 2015 年 12 月 1 日至 2015 年 12 月 3 日，采样间隔设置为 300s，滤波方法采用扩展均方根滤波，估计参数设置如表 5.2 所示。

表 5.2 扩展均方根滤波估计参数设置

Table 5.2 Settings of parameters in extended SRIF method

| Parameter | Type | A priori sigma | Process noise | Time correlation |
|-----------------------------|-------------|----------------|---------------------------|------------------|
| Satellite Position/Velocity | Epoch State | Estimated | - | - |
| Solar Radiation | Epoch State | Estimated | - | - |
| Satellite clock offset | Stochastic | 50m | 300km | White noise |
| Receiver clock offset | Stochastic | 50m | 500km | White noise |
| ZTD | Stochastic | 0.5m | 0.05mm/sec ^{0.5} | Random walk |
| Ambiguity | Constant | 5m | - | - |
| ISB | Constant | 1000m | - | - |

解算过程中将太阳光压参数设置为随时间变化但无过程噪声的参数，即属于式(5.26)中的参数 x ， $x_{j+1} = V_x x_j$ 。则在对信息矩阵进行预报更新时，式(5.36)可写为：

$$\begin{bmatrix} \hat{R}_p & (\hat{R}_{px} V_x^{-1}) & \hat{R}_{py} \\ \hat{R}_{xp} & (\hat{R}_x V_x^{-1}) & \hat{R}_{xy} \\ 0 & 0 & \hat{R}_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_j \\ x_{j+1} \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\hat{z}}_p \\ \hat{\hat{z}}_x \\ \hat{\hat{z}}_y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{v}_p \\ \hat{v}_x \\ \hat{v}_y \end{bmatrix} \quad (5.64)$$

在式(5.63)基础上执行式(5.37)至式(5.41)中的滤波预报功能。

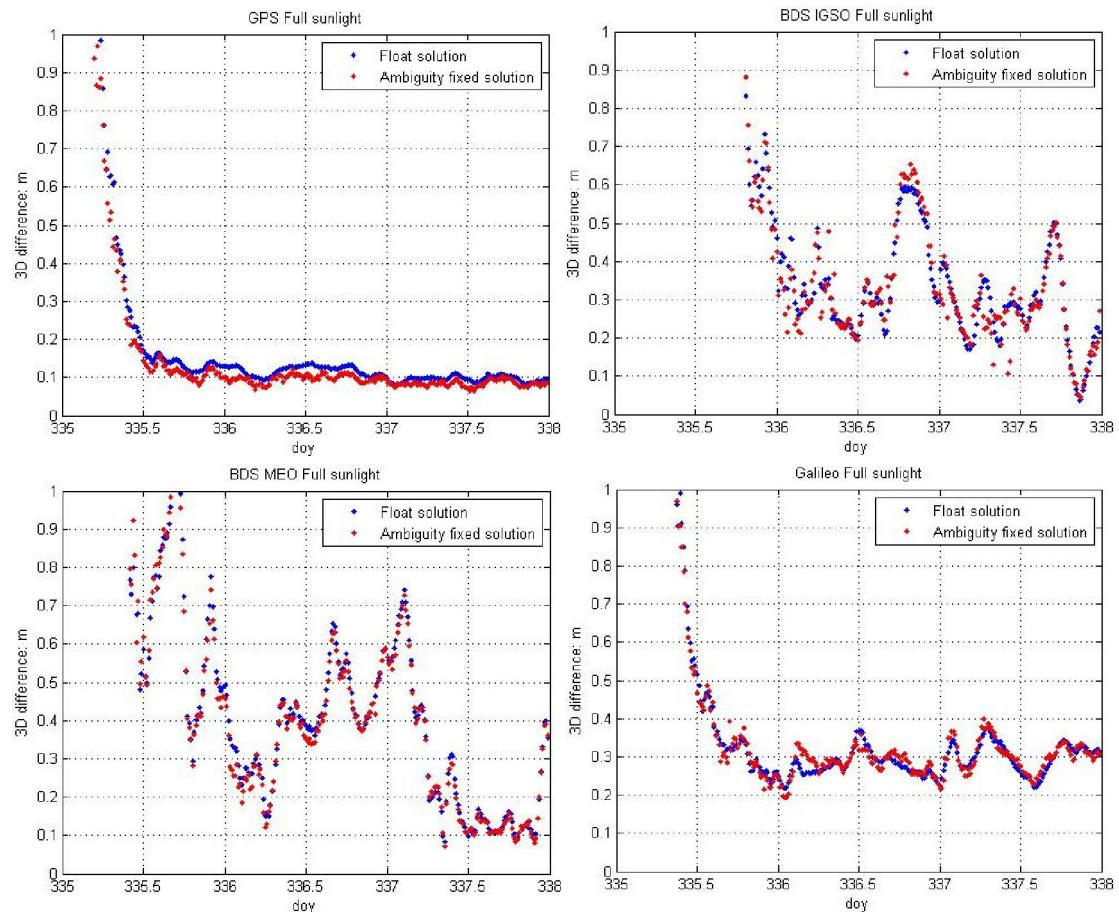


图 5.7 模糊度固定对 GPS 轨道收敛性影响

Figure 5.7 Influence of ambiguity resolution on GPS orbit during convergence time

图 5.7 为 GPS、BeiDou IGSO、BeiDou MEO 和 Galileo 卫星轨道浮点解和模糊度固定解与 CODE 精密轨道 3D 差值 ,所有选取的测试卫星均处于完全光照中。分析发现 ,GPS 卫星轨道收敛时间约为 12 小时 ,收敛后结果稳定 ,模糊度固定解精度明显优于浮点解 ;BeiDou IGSO 和 MEO 卫星收敛时间较长 ,在测试的三天弧段内未收敛至稳定值 ,但在最后历元处精度较高 ,轨道浮点解与模糊度固定解精度较为接近 ;Galileo 卫星轨道收敛时间约为 24 小时 ,收敛后较为稳定 ,轨道浮点解和模糊度固定解精度相当。

所有 GPS 卫星第三天轨道在 Along、Cross 和 Radial 方向精度如图 5.8 所示。实时模糊度固定后 ,所有 GPS 卫星轨道精度在 Along 方向提升 17.6% ,Cross 方向提升量为 7.1% ,Radial 方向提升量为 1.1% 。

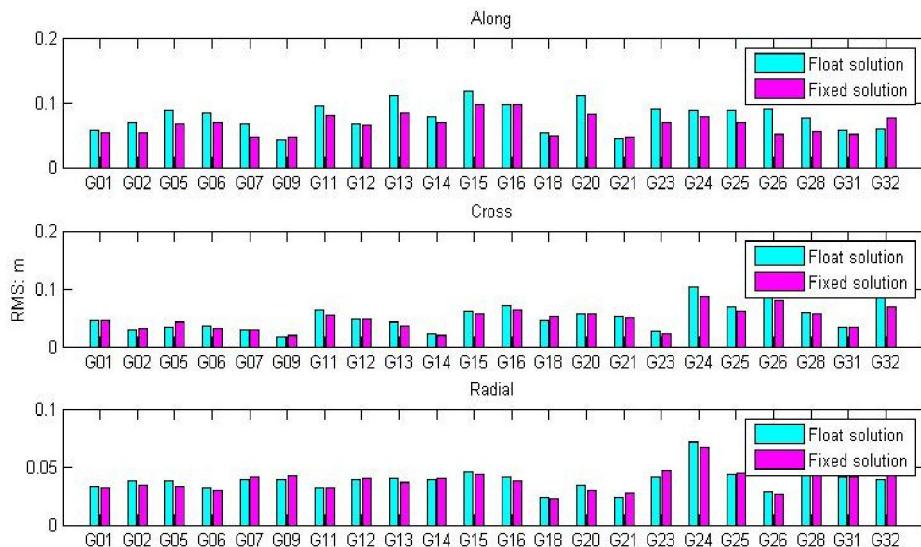


图 5.8 所有 GPS 卫星模糊度固定解与浮点解比较

Figure 5.8 Comparison of ambiguity fixed and float solution for all GPS satellites

所有 BeiDou 和 Galileo 卫星模糊度固定解与浮点解收敛后在 Along、Cross 和 Radial 方向精度如图 5.9 所示。BeiDou IGSO 卫星 Along 方向精度提升量为 6.2% , Cross 方向为 0.1% , Radial 方向为 1.2% ; BeiDou MEO 卫星 Along 方向精度提升量为 2.4% , Cross 方向为 0.1% , Radial 方向为 0.8% ; Galileo 卫星 Along 方向精度提升量为 0.1% , Cross 方向为 0.5% , Radial 方向为-0.3%。

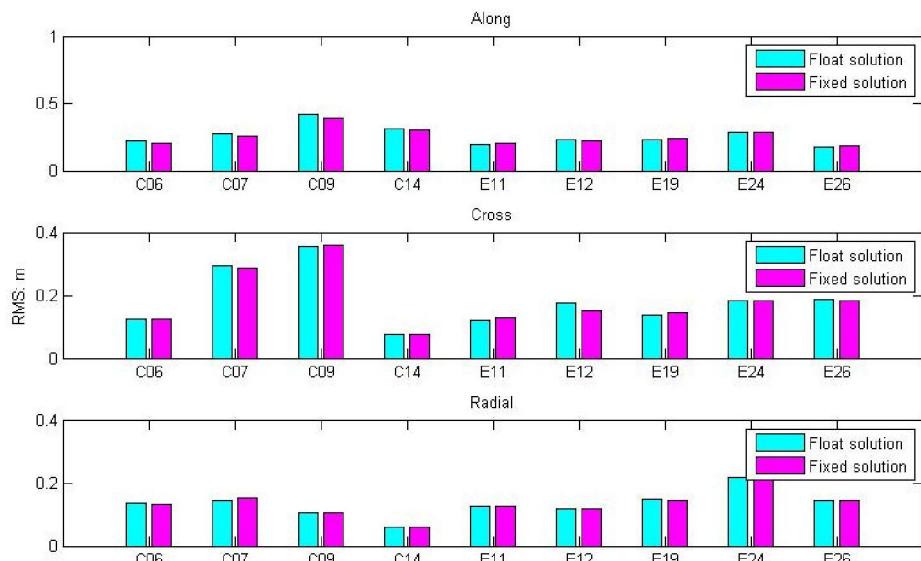


图 5.9 所有 BDS 和 Galileo 卫星模糊度固定解与浮点解比较

Figure 5.9 Comparison of ambiguity fixed and float solution for all BDS and Galileo satellites

三天计算结果初步验证了实时模糊度固定理论的合理性 ,GPS 卫星轨道精度提升最明显 ,BeiDou IGSO 卫星轨道精度提升量大于 MEO 卫星 ,Galileo 卫星轨道浮点解和模糊度固定解精度相当。

5.3.3 卫星机动及姿态转变问题处理

GPS 卫星由于轨道周期与地球自转周期存在较强的重合性，使得卫星轨道容易受地球引力共振影响，每隔一段时间需要机动调整其轨道位置。BeiDou GEO 卫星更是每几十天需要进行机动调整，且 IGSO 和 MEO 卫星在 β 接近 0° 时，将改变卫星姿态。在这些情况下，若仍将太阳光压参数设置为无过程噪声参数，则协方差信息在传递过程中将偏离其真实值，导致结果发散。

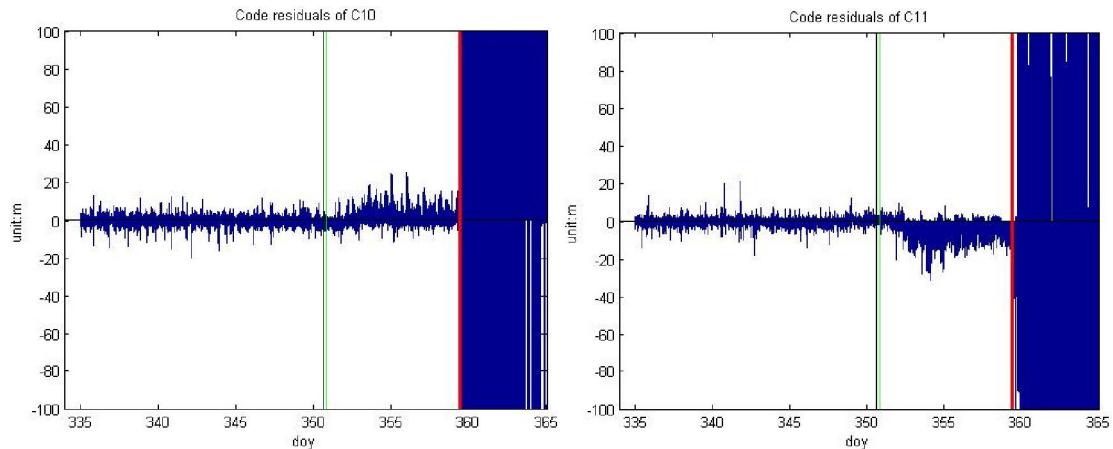
为了说明卫星机动和姿态转变对滤波结果造成的影响，选取第四章中的 36 个 BeiDou 监测站，时间范围为 2015 年 12 月 1 日至 2015 年 12 月 30 日之间的观测数据进行 BeiDou 单系统实时定轨测试。通过与 BeiDou 地面控制中心联系，获取计算时间内所有发生机动和姿态转变的 BeiDou 卫星情况，如表 5.3 所示。

表 5.3 BeiDou 卫星机动信息

Table 5.3 information of BDS maneuver

| | Start time | End time | Mark |
|-----|------------------|------------------|---------------|
| C10 | Doy 359 08:00:00 | Doy 359 09:30:00 | Maneuver |
| C11 | Doy 350 19:40:00 | Doy 350 21:13:00 | Attitude turn |
| C12 | Doy 350 14:04:00 | Doy 350 15:34:00 | Attitude turn |

当不考虑卫星机动和姿态转变时，各卫星伪距残差结果如图 5.10 所示。图中 C10 发生机动，C11 和 C12 发生姿态转变，C14 为正常情况下卫星，黑色竖线为 C11 卫星开始转变姿态时刻，绿色竖线为 C12 卫星开始转变姿态时刻，红色竖线为 C10 卫星机动发生时刻。



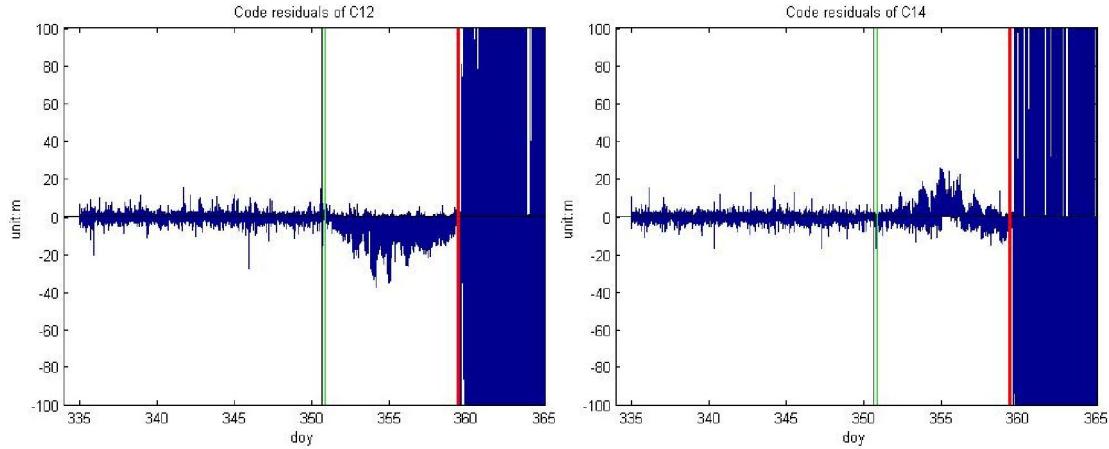


图 5.10 未考虑机动情况下 BeiDou 卫星伪距残差

Figure 5.10 Code residuals of BDS without considering maneuver

首先，分析处于地影期的 C11 和 C12 卫星，结合表 4.2 卫星经历地影的起止时刻发现，当卫星未发生姿态变化时，即使卫星处于地影期内，扩展滤波解算得出的伪距残差仍与完全光照中的一致；当卫星姿态发生变化后，C11 和 C12 伪距残差开始慢慢变大，并在 β 角接近 0° 时达到最大，之后残差逐渐变小，但在 C10 卫星机动时刻残差迅速增大。其次，分析发生机动情况的卫星 C10，在机动发生时刻，伪距残差迅速增大，此时预报信息与观测信息存在较大不符，导致整个滤波结果迅速发散。最后，分析正常状态下的卫星 C14，在滤波处理过程中同样受其它卫星姿态转变和机动的影响。

总体来说，若将太阳光压参数设置为无过程噪声参数，卫星姿态转变将在一定时间范围内破坏滤波结果，但卫星机动将使得滤波结果迅速发散。针对这种现象，本节研究将太阳光压参数设置为与过程噪声相关的参数，即：

$$x_{j+1} = V_x x_j + V_p p_j, \quad V_x = \begin{bmatrix} \frac{\partial r}{\partial r_0} & \frac{\partial r}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial \alpha}{\partial r_0} & \frac{\partial \alpha}{\partial \alpha} \end{bmatrix}, \quad V_p = \begin{bmatrix} \frac{\partial r}{\partial p_0} \\ \frac{\partial \alpha}{\partial p_0} \end{bmatrix} \quad (5.65)$$

在对信息矩阵进行预报更新时，式(5.36)可写为：

$$\begin{bmatrix} \hat{R}_p - (\hat{R}_{px} V_x^{-1}) V_p & (\hat{R}_{px} V_x^{-1}) & \hat{R}_{py} \\ \hat{R}_{xp} - (\hat{R}_x V_x^{-1}) V_p & (\hat{R}_x V_x^{-1}) & \hat{R}_{xy} \\ 0 & 0 & \hat{R}_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_j \\ x_{j+1} \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{z}_p \\ \hat{z}_x \\ \hat{z}_y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{v}_p \\ \hat{v}_x \\ \hat{v}_y \end{bmatrix} \quad (5.66)$$

然后基于式(5.66)执行式(5.37)至式(5.41)中的滤波预报功能。

将太阳光压参数设置为过程噪声相关参数后，需要确定正常情况下的卫星和发生机动调整的卫星所对应的过程噪声量。由于扩展滤波每次积分弧长很短，正常情况下的卫星可设置一个很小的过程噪声，本文在参数解算过程中为了避免协

方差中各元素量级相差较大，在光压参数的系数矩阵中乘以 10^{-9} 。分析第四章一个月的最小二乘解算结果发现，光压参数解算精度在 10^{-6} 至 10^{-5} 之间，因此将正常情况下光压参数的过程噪声设置为 10^{-7} ，将姿态变化中的过程噪声设置为 10^{-5} ，将卫星机动时的过程噪声设置为 10^{-3} 。

卫星机动和姿态变化处理的另一个问题是如何判定卫星发生机动或姿态转变。本文对于姿态转变的设置为当 β 角绝对值在 3.5° 至 4° 时，卫星光压参数过程噪声设置为 10^{-5} ；对于卫星机动判定的设置为当连续两个历元有三个或三个以上监测站对某颗卫星伪距残差大于5倍观测值噪声时，则判定该卫星发生机动，光压参数过程噪声设置为 10^{-3} 。

为了验证卫星机动判定方法及过程噪声参数设置的合理性，采用同样时间的BeiDou 观测数据进行实时定轨处理，分析各卫星伪距残差，如图 5.11 所示。

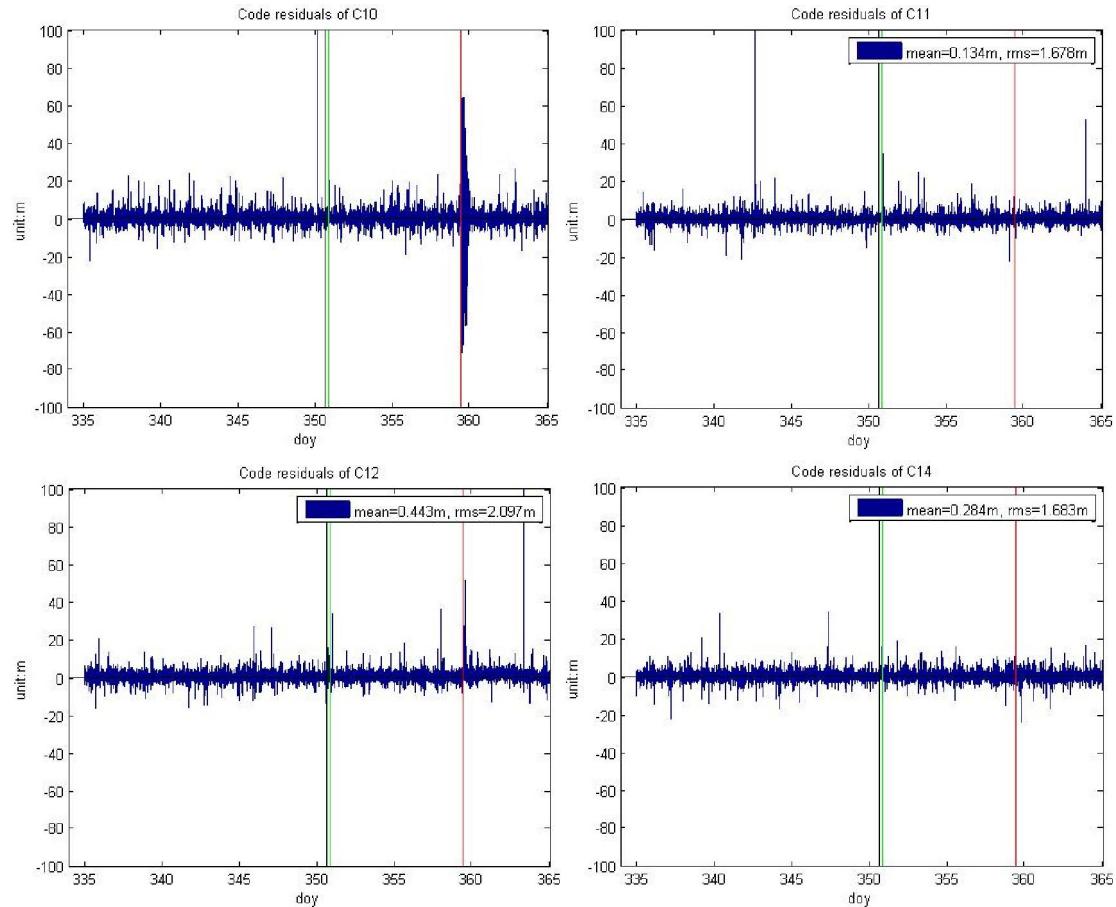


图 5.11 考虑机动情况下 BeiDou 卫星伪距残差

Figure 5.11 Code residuals of BDS considering maneuver

图中，C10 卫星在发生机动时，观测值仍然参与解算，但光压参数过程噪声设置为 10^{-3} ，在机动期间伪距残差存在一定的跳变，当机动结束后仍需约 6 至 8 小时来恢复至正常状态，在此期间内该卫星将被标记为不健康卫星。C11、C12 和 C14 卫星在解算过程中由于对不同卫星在不同情况下设置了不同的过程噪声，

伪距残差不受卫星姿态转变影响，且当C10卫星发生机动时，其它卫星残差保持不变，所有卫星30天伪距残差RMS值与伪距观测值噪声相符，从而验证了机动探测方法和过程噪声设置的合理性。

进一步将计算得出的30天BeiDou卫星实时轨道与CODE事后精密轨道产品比较，如图5.12所示。图中，C11卫星和C12卫星中的黑色虚线表示 β 角，黑色竖线表示卫星机动和姿态转变时刻。

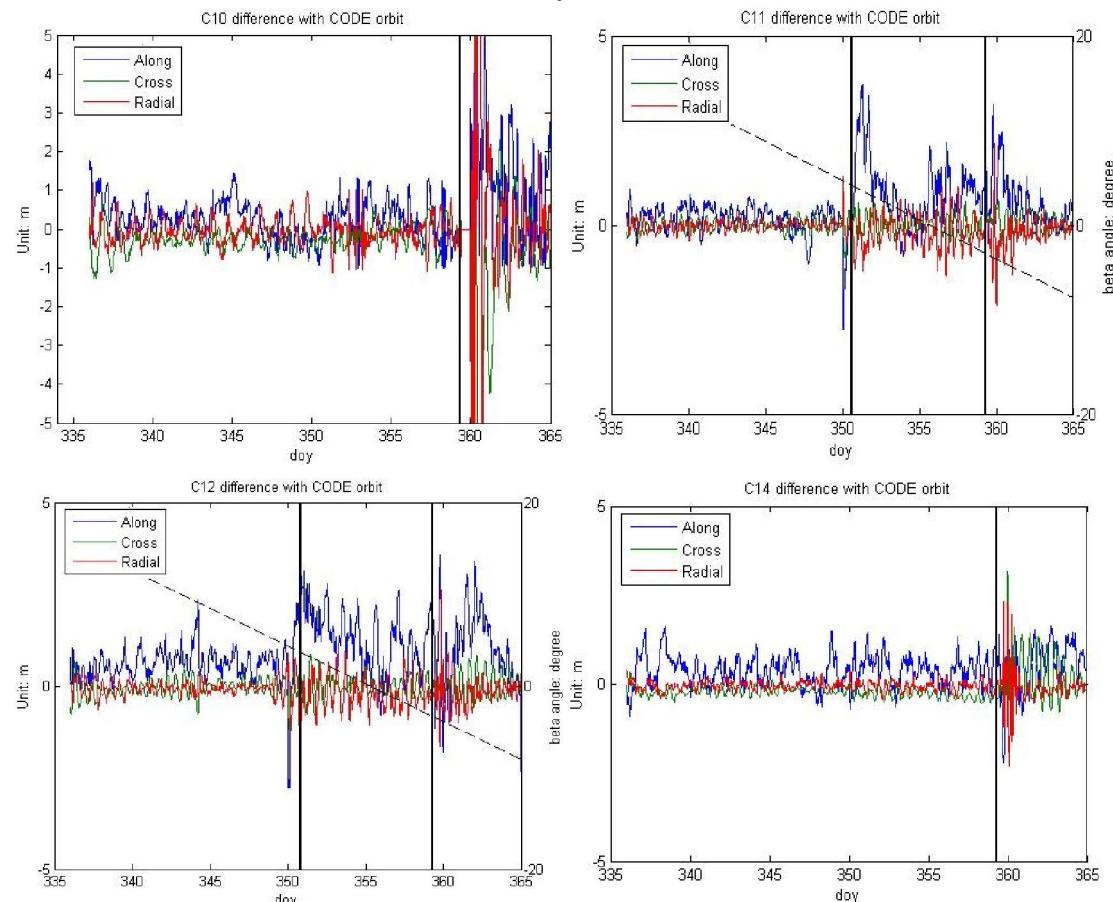


图5.12 考虑BDS卫星机动的单系统实时定轨精度

Figure 5.12 Precision of BDS real-time orbit by considering maneuver

C10卫星在发生机动后的一天内CODE产品内无该卫星精密轨道，当机动恢复后需要重新经历约一天的收敛时间；C11和C12卫星在姿态转变后实时估计轨道与CODE精密轨道之间存在一定的变化，主要体现在Along方向；C14卫星实时估计轨道精度几乎不受其它卫星姿态转变的影响，但当有卫星发生机动时，通常情况下滤波器残差不能及时反映，一般在进行一到两个历元后才可标记出机动卫星，因此实时精密轨道将受到一定的影响，但若准确知道机动时间则可避免该影响。

测试期内所有BeiDou卫星实时轨道与CODE精密轨道比较结果如图5.13所示。

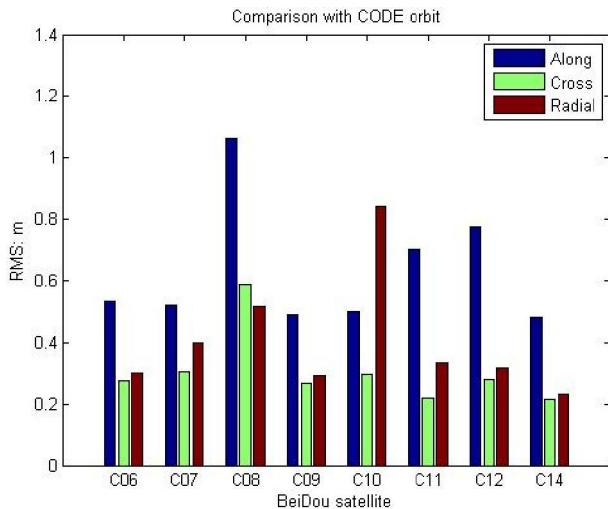


图 5.13 所有 BeiDou 卫星实时轨道精度

Figure 5.13 Precision of all BeiDou satellite orbits

图中，C08 卫星同样经历地影期间，轨道精度在 Along、Cross 和 Radial 方向分别为 1.061m、0.586m 和 0.617m；C10 卫星在测试期间产生机动，精度统计时不考虑机动期间的影响和再次收敛前的轨道，Along、Cross 和 Radial 方向精度为 0.503m、0.298m 和 0.839m；其它所有 IGSO 卫星在 Along、Cross 和 Radial 方向轨道精度平均值为 0.515m、0.284m 和 0.330m；地影期间的两颗 MEO 卫星 C11 和 C12 轨道精度较为接近，在 Along、Cross 和 Radial 方向轨道精度平均值为 0.739m、0.249m 和 0.326m；正常情况下的 MEO 卫星 C14 在 Along、Cross 和 Radial 方向 RMS 值分别为 0.481m、0.213m 和 0.229m。

5.4 Multi-GNSS 实时定轨实验分析

5.4.1 数据处理流程及参数设置

将 5.2 节中扩展均方根滤波方法和 5.3 节中实时数据预处理和实时模糊度固定理论应用于 Multi-GNSS 实时精密定轨中，卫星机动和姿态转变情况采用 5.3.3 节中提出的将光压参数设置为与过程噪声相关的方法。均方根滤波实时估计需要将各功能程序整合至一个程序中，且在实时滤波过程中需储存部分信息，具体流程如图 5.14 所示。

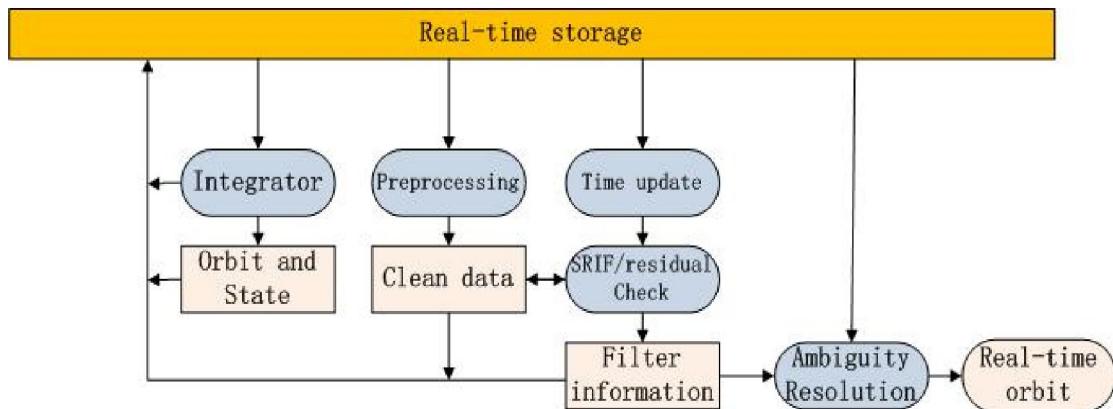


图 5.14 扩展均方根处理流程
Figure 5.14 Process of extended SRIF

首先，积分器选取 RKF 单步法，对于完全光照中的卫星采用 60s 积分步长，实时探测卫星是否进入地影中，计算地影边界时刻，灵活改变积分步长；在扩展滤波中以当前历元为中心分别向前和向后积分 5 个历元，生成参考轨道和状态转移矩阵，方便内插处理。其次，采用 5.3.1 节的实时预处理方法对观测数据进行预处理，将结果标记在观测值中。第三，建立观测方程，将轨道参数线性化至滤波初始时刻。第四，扩展滤波处理，存储参数解算信息和协方差信息。第五，基于滤波解算值和历史观测数据对当前历元进行模糊度固定，输出卫星轨道产品。第六，更新滤波器直至终止。

实验数据采用与第四章中相同的测站，时间范围为 2015 年 12 月 1 日至 2015 年 12 月 30 日共 30 天观测数据。扩展均方根滤波估计参数设置如表 5.4 所示。

表 5.4 扩展均方根滤波估计参数设置

Table 5.4 Settings of parameters in extended SRIF method

| Parameter | Type | A priori sigma | Process noise | Time correlation |
|-----------------------------|-------------|----------------|-----------------------------|------------------|
| Satellite Position/Velocity | Epoch State | Estimated | - | - |
| Solar Radiation | Stochastic | Estimated | $10^{-7}, 10^{-5}, 10^{-3}$ | Random walk |
| Satellite clock offset | Stochastic | 50m | 300km | White noise |
| Receiver clock offset | Stochastic | 50m | 500km | White noise |
| ZTD | Stochastic | 0.5m | 0.05mm/sec ^{0.5} | Random walk |
| Ambiguity | Constant | 5m | - | - |
| ISB | Constant | 1000m | - | - |

首个历元卫星轨道参数设置与最小二乘一致，当更新参考轨道时，先验信息由估计值决定。在滤波处理时可能由于观测值问题导致滤波器中断，因此每小时保存一次观测值及估计值先验信息，当滤波未中断时，每小时覆盖之前先验信息，当滤波中断或发散时，从先验信息时刻重新开始滤波计算，保证解算结果的连贯。

性。

5.4.2 实时模糊度固定对 Multi-GNSS 轨道精度的影响

5.3.2 节采用三天观测数据初步验证了本文实时模糊度固定方法的有效性，本节基于 30 天 Multi-GNSS 观测数据，分析实时模糊度固定对最终卫星轨道精度的影响。实验结果选取所有完全光照中的卫星，分别计算所有 GPS 卫星、BeiDou 卫星和 Galileo 卫星实时轨道与 CODE 精密轨道的 3D 差值，选取收敛后的结果进行分析，如图 5.15 所示。

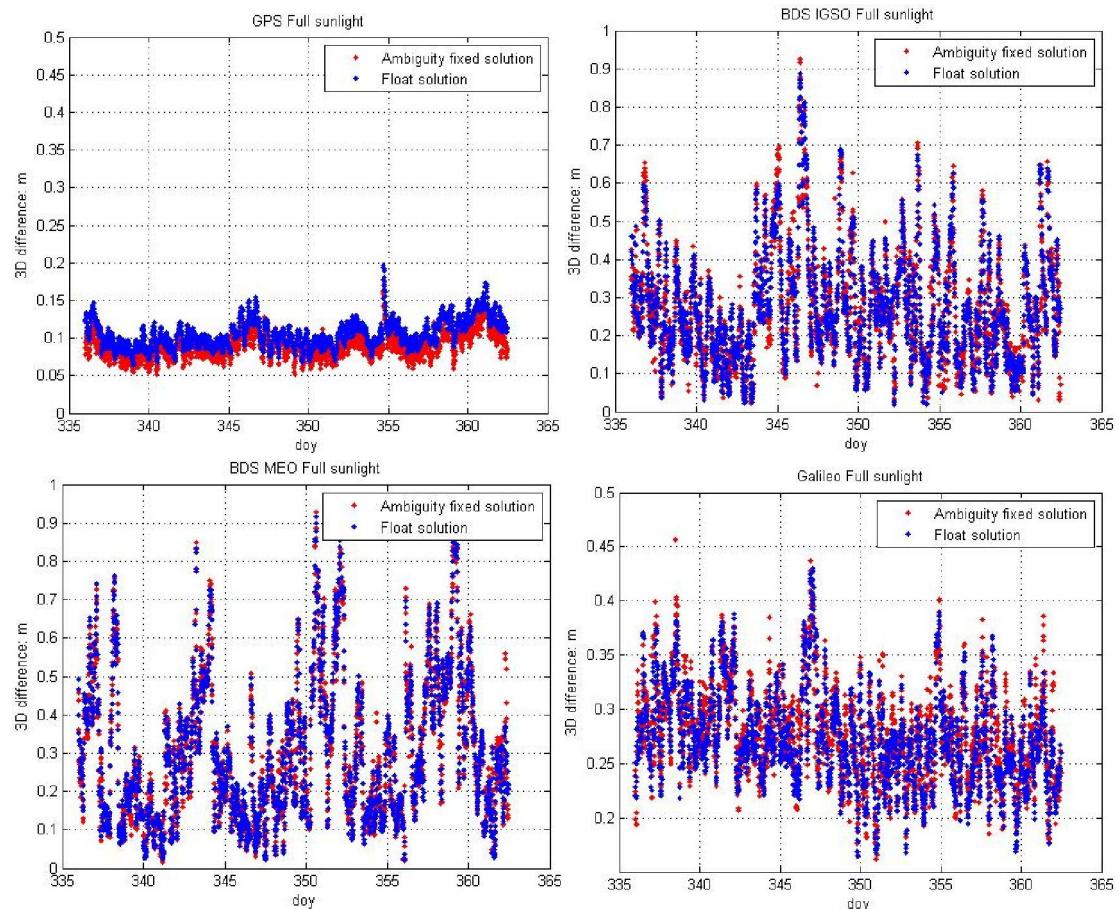


图 5.15 模糊度固定对实时轨道精度影响

Figure 5.15 Improvement on real-time orbit after ambiguity resolution

图中红色为模糊度固定解，蓝色为浮点解。GPS 卫星模糊度固定解轨道精度明显优于浮点解，BeiDou 和 Galileo 卫星实时轨道模糊度固定解与浮点解精度相当，GPS 卫星实时轨道收敛后稳定性最好，Galileo 卫星稳定性优于 BeiDou 卫星，这与解算过程中各星座可视卫星个数有关，当卫星观测弧段较短时，需要持续初始化模糊度参数。测试期内所有测站每个历元单颗 GPS、BeiDou 和 Galileo 卫星可视卫星平均个数如图 5.16 所示。

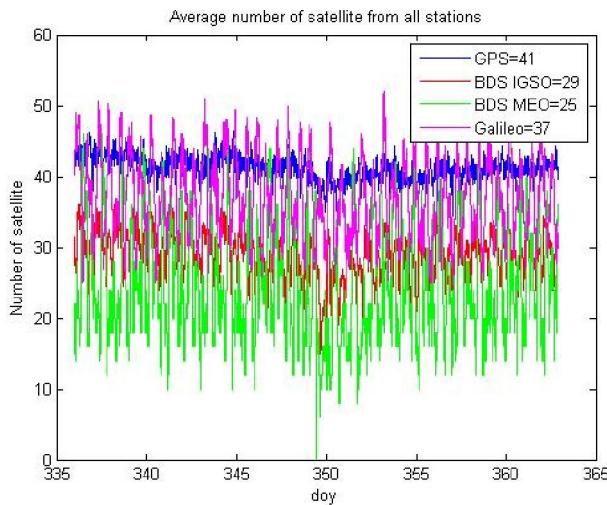


图 5.16 各星座每个可视卫星个数

Figure 5.16 Number of satellites in view for all constellations at each epoch

图中 GPS 每颗卫星每个历元观测个数较为稳定，一致保持在 40 个以上，Galileo 卫星略少于 GPS 卫星，平均值为 37 个，BeiDou IGSO 卫星每个历元每颗卫星平均观测个数为 29 个，MEO 为 25 个，且在历元间存在较大变化。因此，实时轨道收敛后的稳定性与观测值个数及可视卫星弧段的连贯性密切相关。

测试期内所有 GPS 卫星轨道在 Along、Cross 和 Radial 方向精度如图 5.17 所示。实时模糊度固定后，GPS 卫星轨道精度在 Along、Cross 和 Radial 方向值分别为 8.6cm、5.1cm 和 3.3cm，模糊度固定解较浮点解在三个方向精度分别提升 17.4%，Cross 方向提升量为 7.8%，Radial 方向提升量为 1.3%。

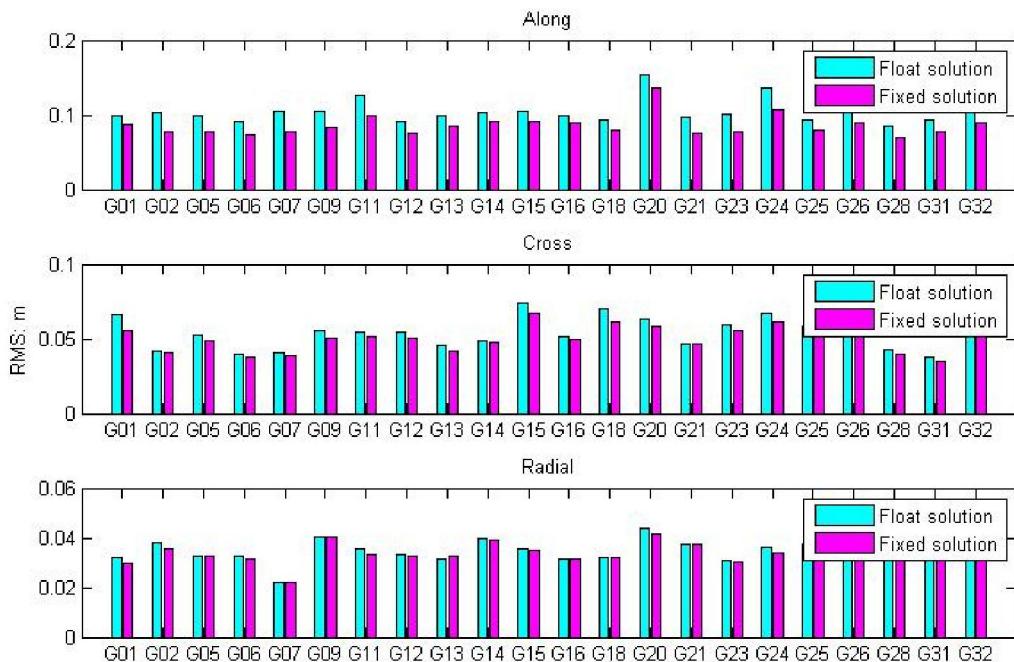


图 5.17 完全光照中 GPS 卫星轨道浮点解和模糊度固定解

Figure 5.17 Float solution and ambiguity fixed solution of full sunlight GPS satellites

所有 BeiDou 和 Galileo 卫星模糊度固定解与浮点解收敛后在 Along、Cross 和 Radial 方向精度如图 5.18 所示。BeiDou IGSO 卫星 Along 方向精度提升量为 1.2% , Cross 方向为 -0.6% , Radial 方向为 0.3% ; BeiDou MEO 卫星 Along 方向精度提升量为 0.9% , Cross 方向为 0.1% , Radial 方向为 0.1% ; Galileo 卫星 Along 方向精度提升量为 -1.9% , Cross 方向为 0.7% , Radial 方向为 0.2%。

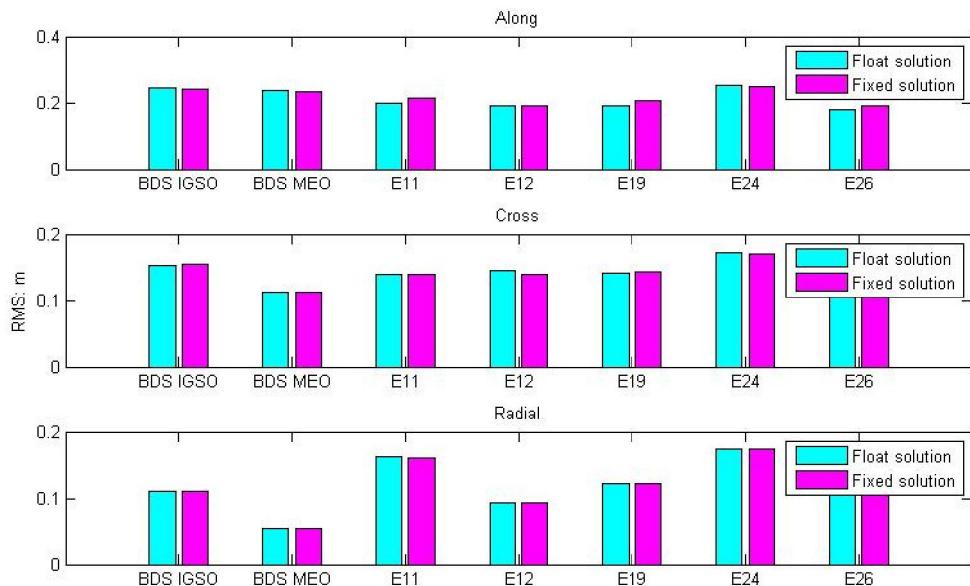


图 5.18 完全光照中 BDS 和 Galileo 卫星轨道浮点解和模糊度固定解

Figure 5.18 Float solution and ambiguity fixed solution of full sunlight BDS and Galileo satellites
所有完全光照中卫星模糊度固定解较浮点解精度提升量如表 5.5 所示。

表 5.5 所有卫星模糊度固定解精度提升量(单位 : %)

Table 5.5 Improvement of ambiguity fixed solution for all satellites(unit: %)

| | Along | Cross | Radial |
|-----------------|-------|-------|--------|
| GPS | 17.4 | 7.8 | 1.3 |
| BDS IGSO | 1.2 | -0.6 | 0.3 |
| BDS MEO | 0.9 | 0.1 | 0.1 |
| Galileo | -1.9 | 0.7 | 0.2 |

表中 GPS 轨道精度提升量最为明显 , BeiDou 和 Galileo 卫星模糊度固定解和浮点解精度相当。

5.4.3 地影期间 Multi-GNSS 实时轨道精度分析

4.5 节研究得出地影期间实时预报轨道精度下降比较明显 , 尤其对于 BeiDou 卫星而言。本节研究采用均方根滤波实时估计的方法获取的地影期间卫星轨道精度 , 精度评定方式同样采用与 CODE 精密轨道比较的方法。

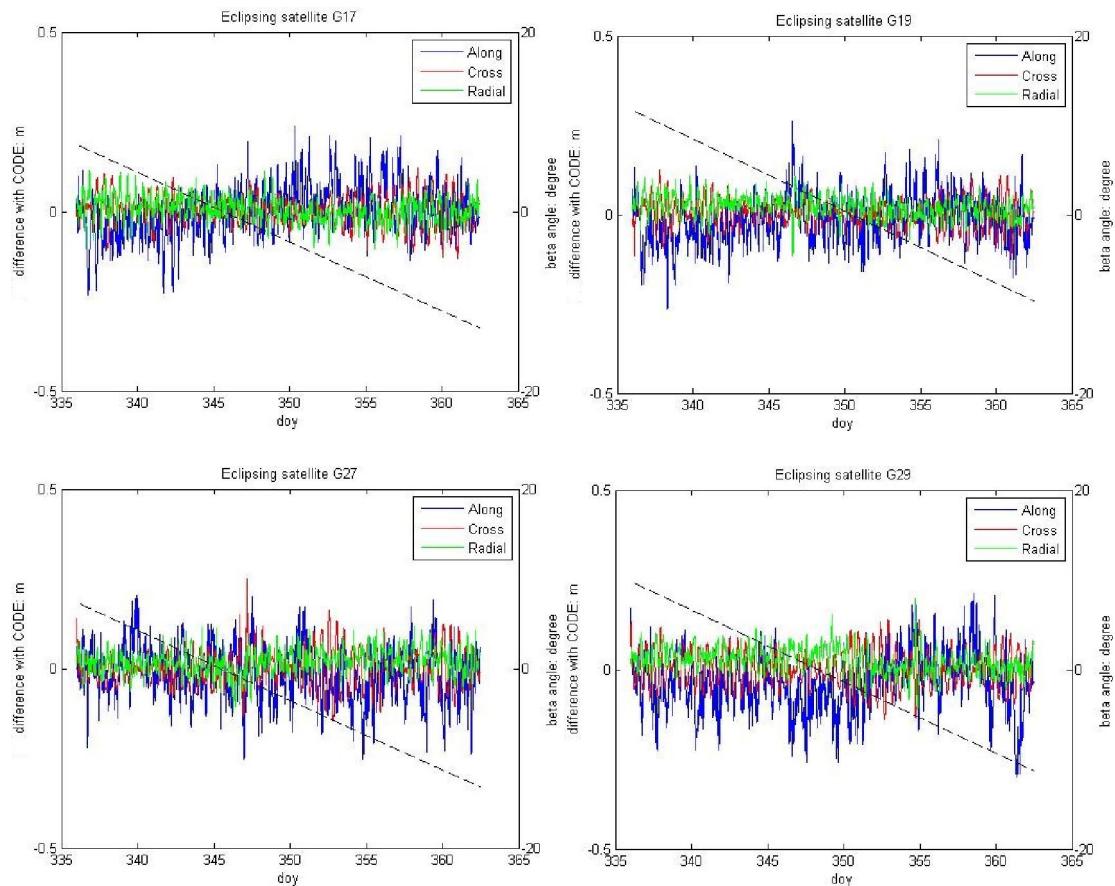


图 5.19 地影中 GPS 卫星实时轨道精度

Figure 5.19 Real time orbit accuracy of GPS eclipsing satellites

图 5.19 为四颗处于地影中的 GPS 卫星实时滤波解算轨道精度，黑色虚线为卫星 β 角。实时滤波解算中，地影中的 GPS 卫星轨道精度收敛后一直较为稳定，未表现出与 β 角间的相关性。测试期内完全光照中的 GPS 卫星和地影中的 GPS 卫星精度如图 5.20 所示，两者精度处于同一量级。

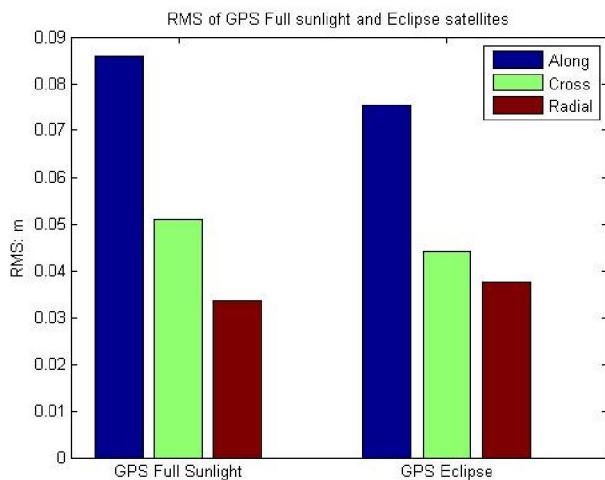


图 5.20 GPS 卫星实时轨道精度统计

Figure 5.20 Analysis of all GPS real-time satellite orbit

因此，在扩展滤波处理中，无需改变地影中 GPS 卫星光压参数的过程噪声量，所有 GPS 卫星可达到同一量级的实时轨道精度。

5.3.3 节中研究发现，BDS 卫星姿态转变将带来伪距残差的变化，滤波处理过程中需将光压参数过程噪声量设置为 10^{-5} ，地影中的 BDS 卫星实时轨道精度如图 5.21 所示。

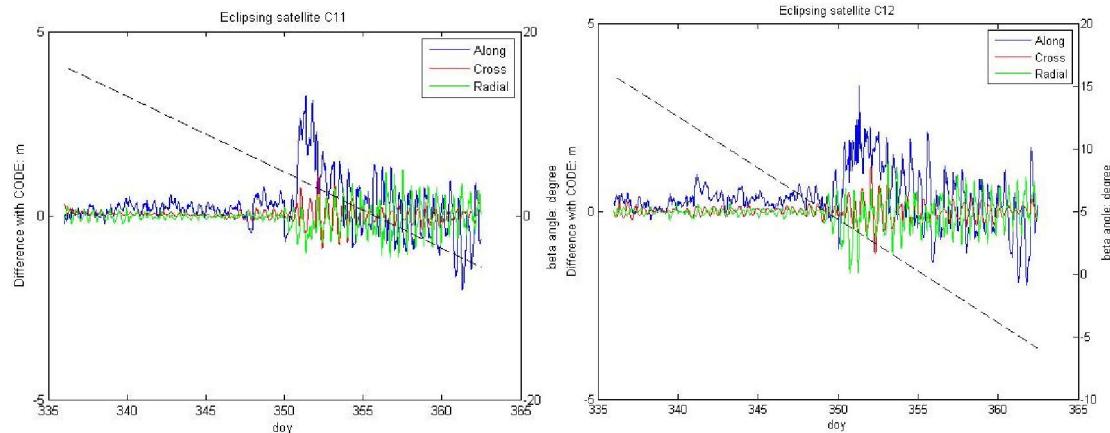


图 5.21 地影中 BDS 卫星实时轨道精度

Figure 5.21 Real time orbit accuracy of BDSeclipsing satellites

图 5.21 为两颗处于地影中的 BeiDou 卫星实时滤波解算轨道精度，黑色虚线为卫星 β 角。与 GPS 卫星不同，测试期内的 BDS IGSO 和 MEO 卫星在 β 角较小小时将发生姿态转变。分析发现，当未发生姿态转变时，即使 BeiDou 卫星处于地影中，滤波实时轨道精度无明显变化；当发生姿态转变时，在姿态转变期间沿轨方向将产生米级的轨道误差，姿态转变完成后轨道精度趋于稳定。测试期内完全光照中的 BDS 卫星和地影中的 BDS 卫星精度如图 5.22 所示。

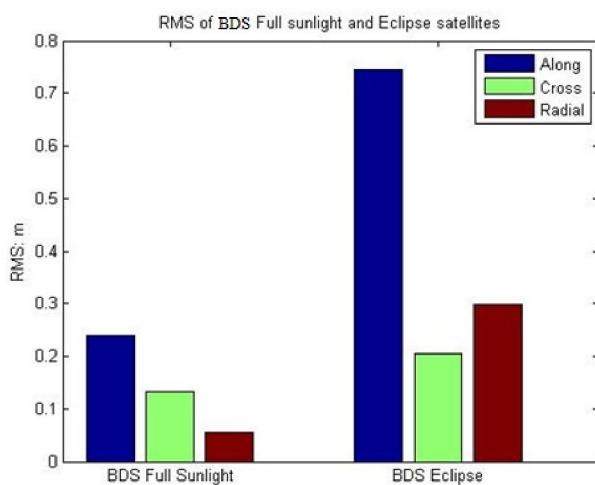


图 5.22 BDS 卫星实时轨道精度统计

Figure 5.22 Analysis of all BDS real-time satellite orbit

图中，地影期间的 BDS 卫星实时轨道精度明显低于完全光照中的卫星，结

合图5.21发现，精度损失量主要发生在姿态转变过程中。

5.4.4 Multi-GNSS实时轨道精度比较

5.2节验证了滤波解和最小二乘解的一致性，若基于相同的测站和观测数据，理论上实时滤波解算结果应与事后最小二乘结果一致。但在实时数据处理中无法利用当前历元之后的观测信息，实时数据预处理时标定的粗差和周跳多于事后处理，对于观测数据较为充分的GPS卫星而言，轨道精度影响较小，但对于BeiDou卫星而言，由于其本身监测站数目和分布较差，会在一定程度上影响最终轨道精度。6小时实时预报轨道和实时滤波轨道相对于CODE精密轨道的外符合精度如表5.6所示。

表5.6所有实时轨道精度分析(单位：cm)

Table 5.6 Precision analysis of all real-time orbit(unit:cm)

| | 6 h predicted orbit | | | Extended SRIF orbit | | |
|------------------------------|---------------------|-------|--------|---------------------|-------|--------|
| | Along | Cross | Radial | Along | Cross | Radial |
| GPS Full sunlight | 10.7 | 5.0 | 3.1 | 8.5 | 5.1 | 3.3 |
| GPS Eclipse | 17.7 | 5.4 | 4.0 | 7.5 | 4.4 | 3.7 |
| BDS Full sunlight | 24.0 | 15.2 | 5.7 | 24.0 | 13.2 | 5.5 |
| BDS Eclipse | 161.6 | 42.3 | 30.1 | 74.5 | 20.5 | 29.9 |
| Galileo Full sunlight | 37.3 | 22.4 | 10.0 | 22.1 | 17.3 | 10.4 |

各类卫星实时滤波轨道较6h预报轨道精度提升量如图5.23所示。

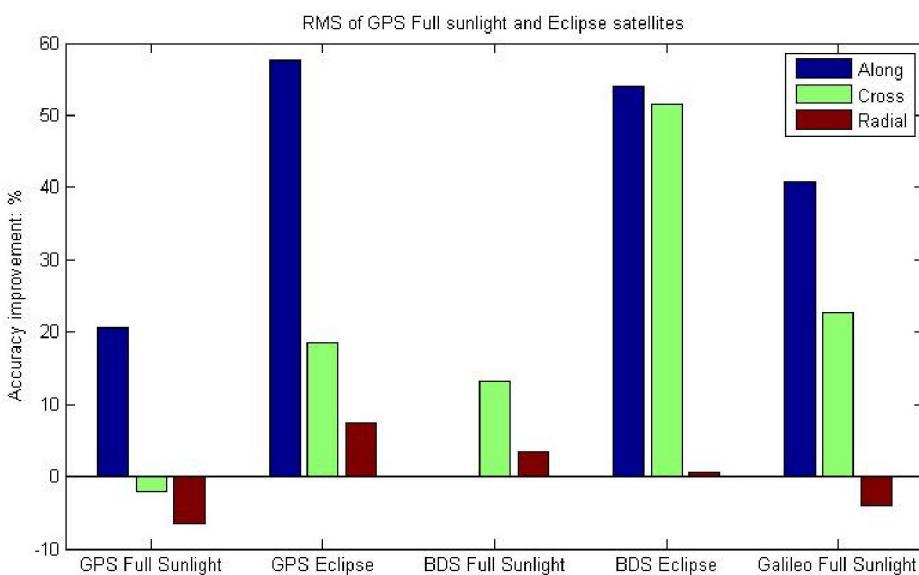


图5.23 各类卫星实时轨道较预报轨道精度提升量

Figure 5.23 Improvement of SRIF orbit to predicted orbit for all satellites

图中，所有卫星Along方向滤波实时轨道精度提升量明显，完全光照中的

GPS 卫星、地影中的 GPS 卫星、完全光照中的 BeiDou 卫星、地影中的 BeiDou 卫星和完全光照中的 Galileo 卫星在 Along 方向精度提升量分别为 20.6%、57.6%、0.1%、53.9% 和 40.8%；地影中的卫星在 Cross 方向精度提升量优于完全光照中的卫星，各类型卫星分别为 -2.0%、18.5%、13.2%、51.5% 和 22.8%；Radial 方向两种实时轨道精度相当，各类型卫星分别为 -6.4%、7.5%、3.5%、0.7% 和 -4.0%。

整体来说，实时滤波轨道在 Along 方向精度优于实时预报轨道，当卫星处于地影期时，实时滤波轨道在三个方向精度均优于实时预报轨道。

5.5 本章小结

本章主要研究均方根滤波理论在 Multi-GNSS 实时定轨中的应用，主要包括均方根滤波数学模型、滤波器设计、观测数据实时预处理、实时模糊度固定、机动及姿态转变问题处理、地影期间实时轨道精度分析和实时轨道精度比较。

在 GNSS 均方根实时定轨中，将所有待估参数分为三大类：与过程噪声相关的参数；随时间变化但无过程噪声的参数；不变参数。推导实时定轨中的参数估计和预报处理数学模型；针对不同需求设计可满足任意窗口的实时轨道滤波器，采用模拟观测数据分析不同滤波窗口长度在经历 12h 后将收敛至相同结果，进一步将收敛后的轨道与最小二乘解算轨道比较，差值几乎为零，验证了不同窗口长度之间及滤波估计与最小二乘估计之间的一致性。

研究滤波实时处理中的关键问题包括实时数据预处理、实时模糊度固定和卫星机动及姿态转变问题。实时数据预处理在事后方法的基础上加入单差组合观测值，并保留历史干净观测数据，优化后续历元；将实时预处理方法与 BERNSE 软件预处理结果比较，可 100% 探测出事后处理中的粗差和周跳，但同时也剔除了部分干净观测数据。

实时模糊度固定需要对协方差矩阵进行更新变换，但均方根滤波传递的信息矩阵为上三角均方根矩阵，在模糊度固定后需要对均值进行上三角分解，耗时较大。本章采用单历元实时固定模糊度的方法，不传递固定后的协方差信息，既优化轨道精度又不损失计算时间。结果表明，GPS 卫星实时轨道模糊度固定解较浮点解精度提升最明显，Along、Cross 和 Radial 方向分别为 17.4%、7.8% 和 1.3%。BeiDou 和 Galileo 卫星实时轨道模糊度固定解与浮点解精度相当。

当卫星发生机动调整和姿态转变时，协方差信息和状态转移矩阵将偏离其真实值，导致结果发散。本章分析了 BDS 机动和姿态转变对伪距残差的影响，姿态转变将在一定范围内影响轨道精度，卫星机动将迅速导致滤波结果发散。针对这一现象，提出将光压参数设置为与过程噪声相关的参数，通过分析一个月的最

小二乘结果，将正常情况下卫星太阳光压参数过程噪声设置为 10^{-7} 、姿态转变时设置为 10^{-5} 、机动时设置为 10^{-3} 。采用相同数据计算伪距残差，结果表明所有BeiDou卫星伪距残差保持稳定，仅在机动发生时间段内存在一定的变化。进一步分析单系统BeiDou卫星实时轨道精度，日蚀中的IGSO卫星C08轨道精度在Along、Cross和Radial方向分别为1.061m、0.586m和0.617m；C10卫星在测试期间产生机动，精度统计时不考虑机动期间的影响和再次收敛前的轨道，Along、Cross和Radial方向精度为0.503m、0.298m和0.839m；其它所有IGSO卫星在Along、Cross和Radial方向轨道精度平均值为0.515m、0.284m和0.330m；地影期间的两颗MEO卫星C11和C12轨道精度较为接近，在Along、Cross和Radial方向轨道精度平均值为0.739m、0.249m和0.326m；正常情况下的MEO卫星C14在Along、Cross和Radial方向RMS值分别为0.481m、0.213m和0.229m。

在完成关键技术问题后，将均方根滤波实时定轨应用于Multi-GNSS，分析地影期间实时轨道精度，并将所有卫星实时滤波轨道与6h实时预报轨道比较，分析其精度。整体来说，实时滤波轨道在Along方向精度优于实时预报轨道，当卫星处于地影期时，实时滤波轨道在三个方向精度均优于实时预报轨道。

第 6 章 Multi-GNSS 实时钟差估计及动态 PPP 测试

6.1 引言

第四章中研究了采用预报方法获取 Multi-GNSS 实时轨道，但对于卫星钟差而言，由于卫星钟自身的稳定性等原因，预报几小时或更长时间后，钟差结果精度较差，不能满足实时高精度的需求。本章研究将实时预报轨道作为已知值，结合实时观测数据，实时估计卫星钟差。

第五章中研究了采用均方根滤波方法实时估计 Multi-GNSS 卫星轨道，可同时获取其钟差产品，但通常情况下用户对于轨道的更新时间要求较低，而对于精密钟差的更新率要求较高。因此，本文将实时轨道估计和实时钟差估计分两个线程计算，每次扩展滤波完成后，以当前历元为中心分别向前和向后积分 5 个历元，既方便后续内插处理，又可以计算实时卫星钟差。本章详细阐述基于均方根滤波的实时钟差估计及精度分析。

本文研究了两套实时轨道和钟差产品，一是基于预报的方法，二是基于滤波实时估计的方法。两套实时轨道和钟差精度评定采用与 CODE 事后精密产品进行比较的方法。在此基础上，本章将两套产品应用于实时动态 PPP，进一步测试两套产品的精度，并与基于 CODE 事后精密轨道产品的实时动态 PPP 定位结果进行比较。为了避免软件在定位和定轨中的自洽性，采用第三方独立软件进行测试。

6.2 Multi-GNSS 实时钟差估计

6.2.1 基于实时预报轨道的 Multi-GNSS 实时钟差估计

基于实时预报轨道的 Multi-GNSS 实时钟差估计独立于事后精密定轨和轨道预报模块。采用均方根滤波估计，将卫星轨道和测站坐标设置为已知值，未知参数包括卫星钟差、测站钟差、对流层参数、模糊度和系统差等，单系统观测方程为：

$$P_{IF} = \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} P_1 - \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} P_2 = \rho + c(dt_r - dt_s) + d_{trop} + \varepsilon(P_{IF}) \quad (6.1)$$

$$\Phi_{IF} = \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} \Phi_1 - \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} \Phi_2 = \rho + c(dt_r - dt_s) + d_{trop} + \frac{c(f_1 N_1 - f_2 N_2)}{f_1^2 - f_2^2} + \varepsilon(\Phi_{IF}) \quad (6.2)$$

式中， P_{IF} 为伪距无电离层组合观测值； Φ_{IF} 为载波相位无电离层组合观测值； $f_{i=1,2}$ 为载波频率； ρ 为卫星至接收机的几何距离； c 为光速； dt_r 和 dt_s 分别为接收机和卫星钟差； d_{trop} 为对流层延迟； N_1 、 N_2 为观测值模糊度； $\varepsilon(P_{IF})$ 和 $\varepsilon(\Phi_{IF})$ 分别为两种组合观测值噪声和未模型化的误差。

实时卫星钟差滤波解算过程中将未知参数分为两类：一是与过程噪声相关的参数 p ，包括卫星钟差、接收机钟差和对流层参数；二是不变参数，包括模糊度和系统差。各参数设置如表 6.1 所示。

表 6.1 实时钟差滤波估计参数设置

Table 6.1 Settings of parameters in real-time clock estimation

| Parameter | Type | A priori sigma | Process noise | Time correlation |
|------------------------|------------|----------------|---------------------------|------------------|
| Satellite clock offset | Stochastic | 50m | 300km | White noise |
| Reciever clock offset | Stochastic | 50m | 500km | White noise |
| ZTD | Stochastic | 0.5m | 0.05mm/sec ^{0.5} | Random walk |
| Ambiguity | Constant | 5m | - | - |
| ISB | Constant | 1000m | - | - |

实时滤波处理中的状态转移矩阵为：

$$\begin{bmatrix} p \\ y \end{bmatrix}_{j+1} = \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ y \end{bmatrix}_j + \begin{bmatrix} w_j \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

式中， p 为过程噪声相关参数， y 为不变参数， M 为对角阵， I 为单位阵， w_j 为过程噪声。

实时滤波处理中参数估计为：

$$\hat{T}_p \begin{bmatrix} \tilde{R}_p & \tilde{R}_{py} & \tilde{z}_p \\ A_p & A_y & z \\ 0 & \tilde{R}_y & \tilde{z}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{R}_p & \hat{R}_{py} & \hat{z}_p \\ 0 & \hat{A}_y & \hat{z} \\ 0 & \tilde{R}_y & \tilde{z}_y \end{bmatrix} \quad (6.4)$$

$$\hat{T}_y \begin{bmatrix} \tilde{R}_y & \tilde{z}_y \\ \hat{A}_y & \hat{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{R}_y & \hat{z}_y \\ 0 & e \end{bmatrix} \quad (6.5)$$

式中， \hat{T}_p 、 \hat{T}_y 为正交矩阵， \tilde{R} 为先验信息， A 为观测方程。

实时滤波处理中参数预报为：

$$T_p \begin{bmatrix} -R_w M & R_w & 0 \\ \hat{R}_p & 0 & \hat{R}_{py} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_j \\ p_{j+1} \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_w \\ \hat{z}_p \\ \hat{v}_p \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} v_w \\ \hat{v}_p \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{R}_y & \hat{z}_y \end{bmatrix}_j = \begin{bmatrix} \tilde{R}_y & \tilde{z}_y \end{bmatrix}_{j+1} \quad (6.7)$$

卫星钟差估计中存在两个相关性，一个是接收机钟差和卫星钟差的相关性，在解算时需设定基准，通常可选择 IGS 推荐的具有稳定原子钟的监测站接收机钟差为基准；二是相位观测方程中的模糊度和钟差参数的相关性，各历元钟差的公共项容易被模糊度参数吸收，需要与伪距观测方程联合求解。具体步骤如图 6.1 所示。

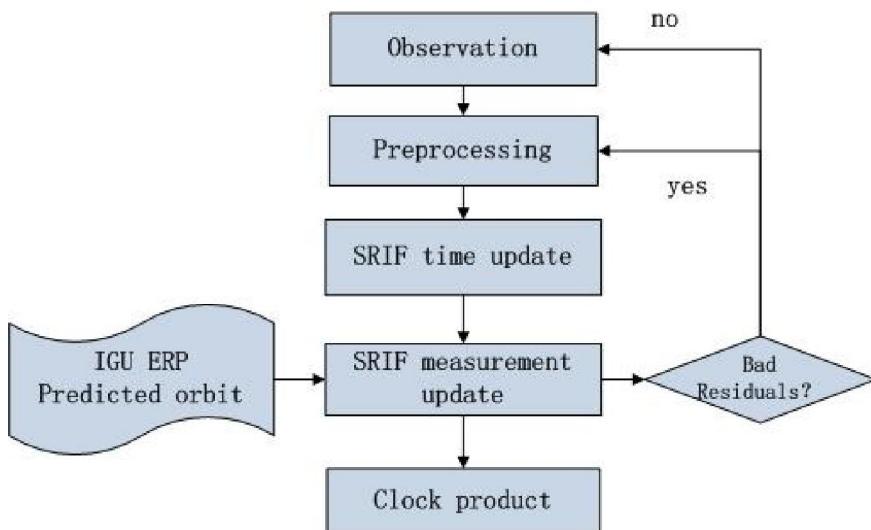


图 6.1 Multi-GNSS 实时钟差处理

Figure 6.1 Estimation of Mult-GNSS real-time clock offset

实时钟差解算中的观测数据选取与第五章精密定轨中相同的监测站，时间范围为 2015 年 doy337 至 doy351。钟差精度评定方法采用与 CODE MGEX 精密钟差产品比较的方式，GPS 卫星选取 G01 卫星作为参考星，BeiDou 卫星选取 C06 卫星作为参考星，Galileo 卫星选取 E11 卫星作为参考星，分别分析各卫星钟差 RMS 值和标准差 STD 值。

图 6.2 为基于预报轨道计算得出的钟差产品精度 RMS 和标准差 STD 值。可以看出，GPS 卫星钟差 RMS 值优于 Galileo 卫星，Galileo 卫星钟差 RMS 值优于 BeiDou 卫星；处于日蚀中的 GPS 卫星和完全光照中的 GPS 卫星钟差 RMS 值相差不大，但处于日蚀中的 BeiDou 卫星与完全光照中的 BeiDou 卫星差值可达几个纳秒，主要发生在 β 角接近 0 时。除处于日蚀中的 BeiDou 卫星以外，所有卫星标准差 STD 符合度较好，可在 0.5ns 以内。

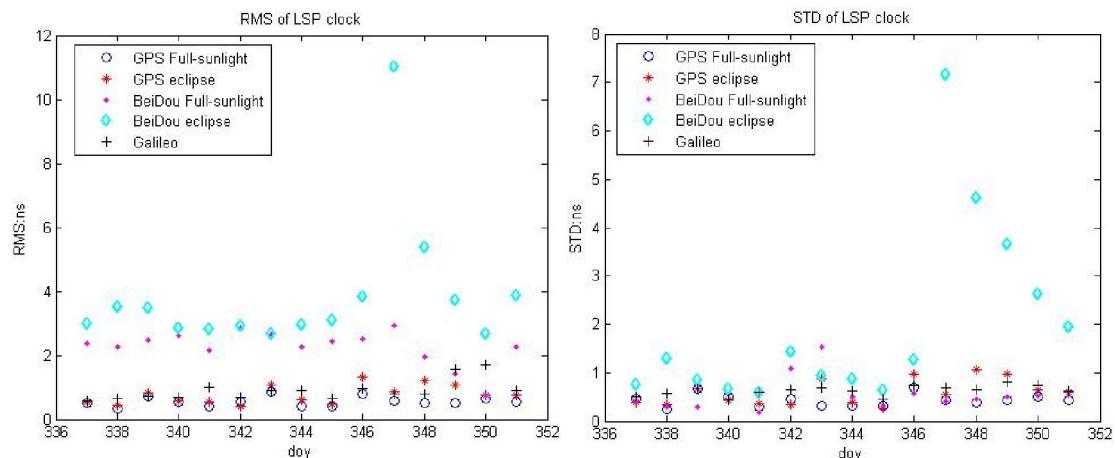


图 6.2 基于预报轨道产品的实时钟差精度

Figure 6.2 Precision of real-time clock based on LSP orbits

表 6.2 为各卫星钟差 RMS 和 STD 值。完全光照中的 GPS、BeiDou 和 Galileo 卫星钟差 RMS 分别为 0.55ns、2.26ns 和 0.90ns，STD 分别为 0.43ns、0.54ns 和 0.63ns；处于地影中的 GPS 和 BeiDou 卫星的 RMS 为 0.76ns 和 3.86ns，STD 为 0.59ns 和 1.95ns。

表 6.2 基于预报轨道实时卫星钟差 RMS 和 STD 值

Table 6.2 RMS and STD of real-time satellite clock based on predicted orbits

| | RMS | STD |
|------------------------------|--------|--------|
| GPS Full sunlight | 0.55ns | 0.43ns |
| BDS Full sunlight | 2.26ns | 0.54ns |
| Galileo Full sunlight | 0.90ns | 0.63ns |
| GPS eclipse | 0.76ns | 0.59ns |
| BDS eclipse | 3.86ns | 1.95ns |

6.2.2 基于实时均方根滤波估计轨道的实时钟差估计

本文第五章中 Multi-GNSS 实时轨道和钟差产品同时生成，为了满足高采样间隔实时钟差产品的需求，将轨道估计和钟差估计采用两个线程计算，每次轨道产品更新后，向前和向后预报 5 个历元，实时估计更高采样率的实时钟差产品，具体流程如图 6.3 所示。

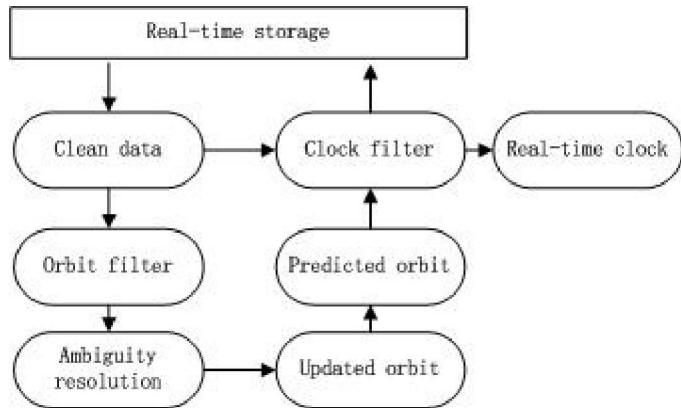


图 6.3 基于实时均方根滤波估计轨道的实时钟差估计

Figure 6.3 Estimation of Mult-GNSS real-time clock offset based on SRIF

图中，实时轨道估计模块与第五章中相同。待预报生成参考轨道后，固定卫星轨道和测站坐标，建立实时钟差估计误差方程，根据设定的观测值采样率实时求解卫星钟差。

图 6.4 为实时滤波方法得出的钟差产品 RMS 值和标准差 STD 值，时间范围及精度评定方法与 6.2.1 节一致。处于日蚀中的 BeiDou 卫星在 β 角接近 0 时，卫星钟差精度仍存在跳变，但所有卫星钟差 RMS 值和 STD 值均优于基于预报轨道的卫星钟差精度。

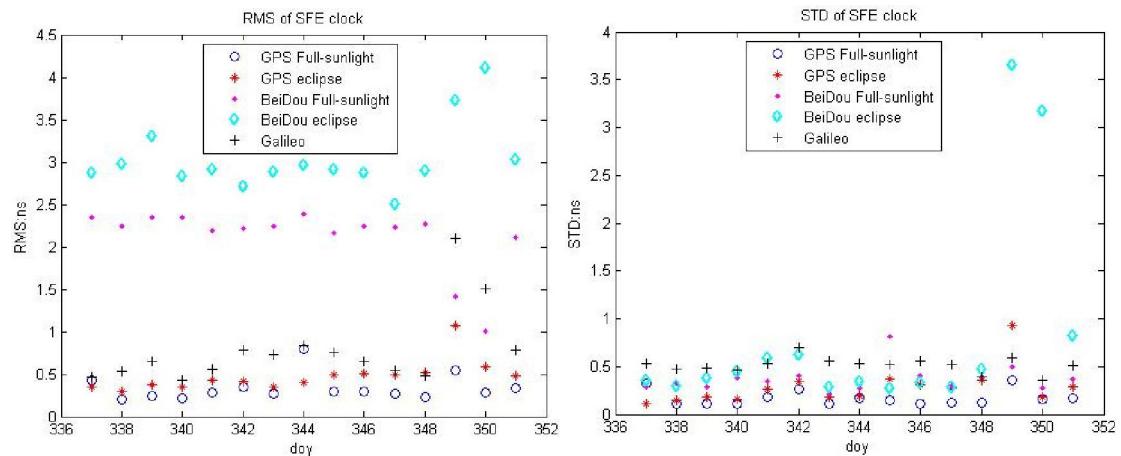


图 6.4 基于实时滤波轨道产品的实时钟差精度

Figure 6.4 Precision of real-time clock based on SRIF orbits

表 6.3 为基于实时滤波轨道产品的实时钟差 RMS 和 STD 值。完全光照中的 GPS、BeiDou 和 Galileo 卫星的 RMS 为 0.34ns、2.11ns 和 0.78ns，STD 为 0.17ns、0.37ns 和 0.51ns；处于定影中的 GPS 和 BeiDou 卫星的 RMS 为 0.47ns 和 3.03ns，STD 为 0.28ns 和 0.82ns。

表 6.3 基于滤波估计的实时卫星钟差 RMS 和 STD 值

Table 6.3 RMS and STD of real-time satellite clock based on SRIF estimation

| | RMS | STD |
|--|-----|-----|
|--|-----|-----|

| | | |
|------------------------------|--------|--------|
| GPS Full sunlight | 0.34ns | 0.17ns |
| BDS Full sunlight | 2.11ns | 0.37ns |
| Galileo Full sunlight | 0.78ns | 0.51ns |
| GPS eclipse | 0.47ns | 0.28ns |
| BDS eclipse | 3.03ns | 0.82ns |

将基于实时均方根滤波估计轨道的实时钟差产品精度与基于实时预报轨道的实时钟差产品精度进行比较，如图 6.5 所示。

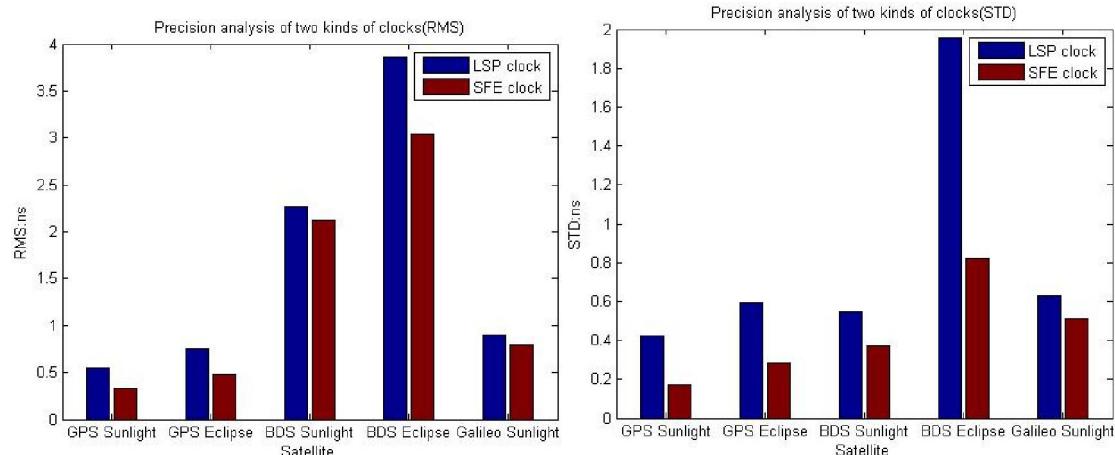


图 6.5 两种实时钟差产品精度比较

Figure 6.5 Comparison of two kinds of real-time clock products

图中，LSP clock 表示基于预报轨道产品的钟差精度，SFE clock 表示基于滤波估计轨道产品的钟差精度。结果表明，完全光照中的 GPS、BeiDou 和 Galileo 卫星，SFE clock 钟差 RMS 较 LSP clock 分别提升 38.7%、5.4% 和 12.4%，STD 分别提升 60.1%、32.1% 和 18.5%；地影中的 GPS 和 BeiDou 卫星，SFE clock 钟差 RMS 较 LSP clock 分别提升 37.6%、21.4%，STD 分别提升 51.9%、58.0%。

6.3 实时动态 PPP 测试

实时动态 PPP 定位精度是检验卫星轨道和钟差产品绝对精度的另一方式，本节分别测试两套实时轨道和钟差产品和 CODE 最终精密产品在实时动态 PPP 中的效果。实时动态 PPP 测试包括两个方面：一是单系统和多系统的精度分析，二是基于不同实时产品和事后精密产品的精度分析。为了避免软件自身在定轨和定位中的自洽性，采用同济大学张益泽博士编写的第三方实时动态 PPP 软件进行测试。PPP 软件主要由三个部分组成，一是实时数据预处理，二是卡尔曼滤波估计，三是残差检核。计算中主要参数设置如表 6.4 所示。

表 6.4 实时动态 PPP 参数设置

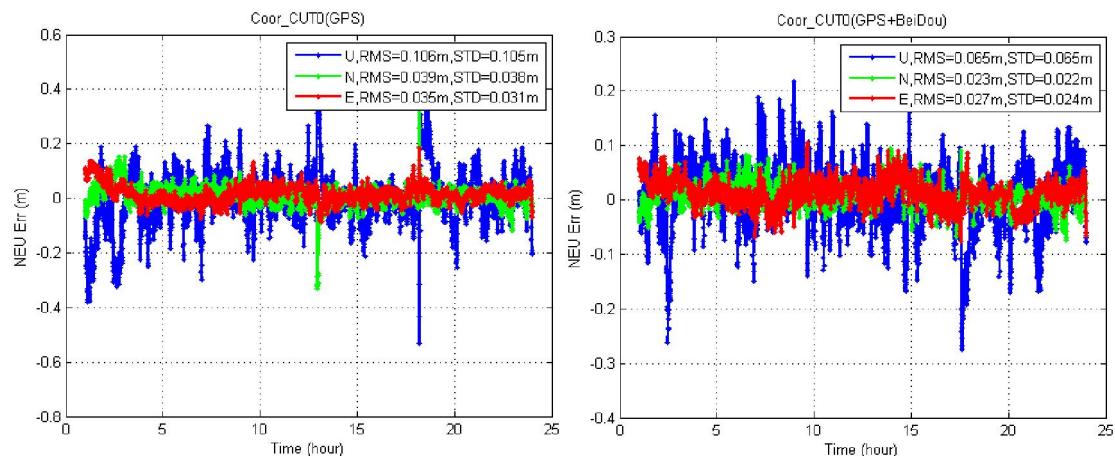
Table 6.4 settings of real-time kinematic PPP

| Parameter | Initial value | A priori sigma | Processing sigma | Time correlation |
|----------------------------|---------------|----------------|------------------|------------------|
| Kalman Filter state | | | | |
| Receiver position | Estimated | 10m | 1000m | Random walk |
| Receiver clock | Estimated | 0.1s | 0.1s | White noise |
| ZTD | Model | 0.5m | 0.002m | Random walk |
| Ambiguity | Estimated | 5m | - | - |
| ISB | Zero | 1000m | - | - |
| Measurement noise | | | | |
| Pseudo range | - | - | 2m | - |
| Carrier phase | - | - | 0.01m | - |

实验数据选取与精密定轨中不重复的 8 个 IGS MGEX 监测站，时间范围为 2015 年 doy337 至 doy351，采样间隔 30s，计算过程中卫星截止高度角设置为 5°。分别测试 GPS 单系统、GPS+BeiDou 卫星、GPS+Galileo 卫星和 GPS+BeiDou+Galileo 卫星实时 PPP 精度。

(1) 基于 CODE 精密产品的实时动态 PPP 测试

采用 CODE 分析中心的精密轨道和钟差产品进行实时动态 PPP 测试。图 6.6 为 CUT0 站在 doy337 一天内实时动态 PPP 定位 N、E、U 方向精度，分别分析 GPS、GPS+BeiDou、GPS+Galileo 和 GPS+BeiDou+Galileo 四种方式。可以看出，精度由高到低顺序依次为 GPS+BeiDou+Galileo、GPS+BeiDou、GPS+Galileo、GPS。



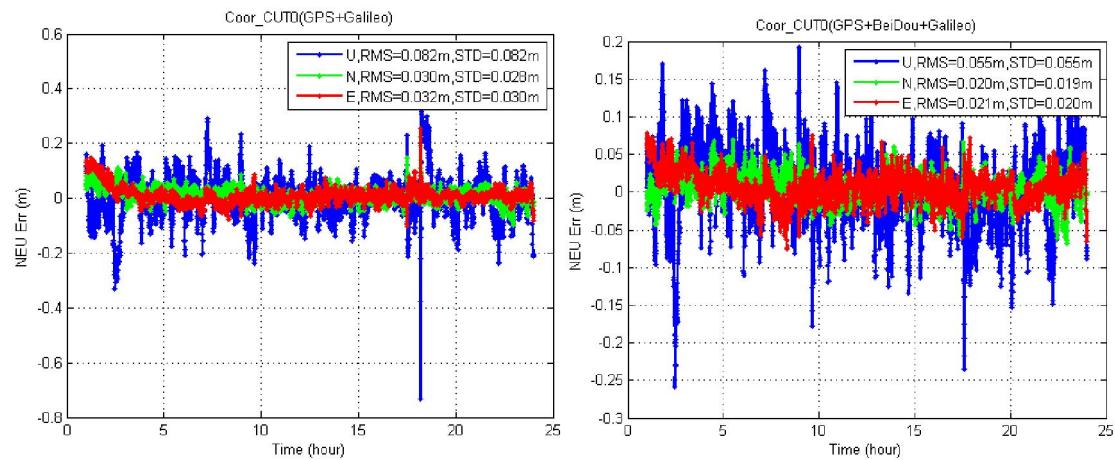


图 6.6 基于 CODE 精密产品的实时动态 PPP 测试

Figure 6.6 real-time kinematic PPP based on CODE products

所有 8 个测站在 2015 年 doy337 至 doy351 时间范围内实时动态 PPP 定位精度平均值如图 6.7 所示。

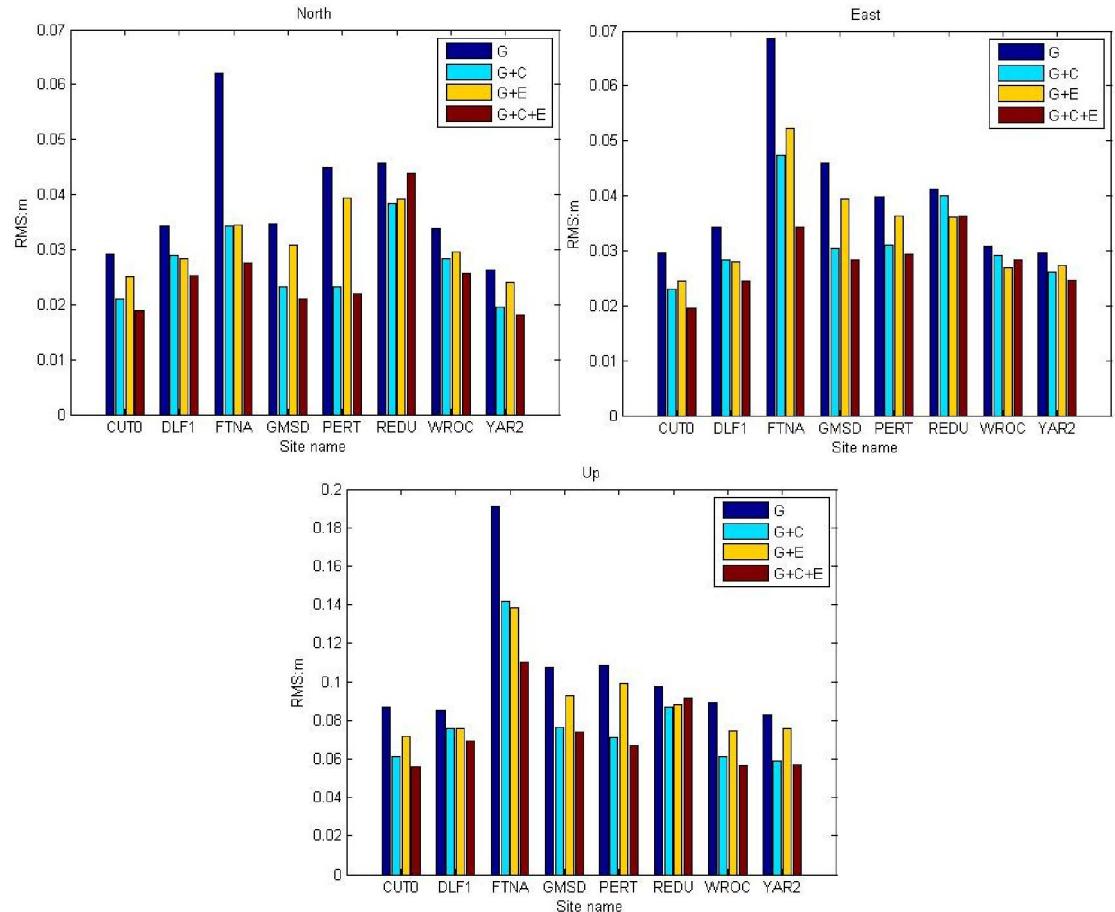


图 6.7 所有测站基于 CODE 精密星历实时动态定位精度

Figure 6.7 precision of real-time kinematic PPP based on CODE precise orbit for all sites

所有测站采用 GPS 单系统定位结果在 N、E、U 方向的 RMS 分别为 3.9cm、4.0cm、10.6cm；采用 GPS+Galileo 卫星定位结果 RMS 分别为 3.1cm、3.4cm、8.9cm；采用 GPS+BeiDou 卫星定位结果 RMS 分别为 2.7cm、3.2cm、7.9cm；采用 GPS+BeiDou+Galileo 卫星定位结果精度最高，N、E、U 方向分别为 2.5cm、2.8cm

和 7.2cm。

(2) 基于预报产品的实时动态 PPP 测试

采用第四章基于最小二乘估计的 Multi-GNSS 实时预报轨道和 6.2 节计算得出的实时钟差产品，测试实时动态 PPP 精度。图 6.8 为 CUT0 站在 doy337 一天内实时动态 PPP 定位 N、E、U 方向精度，与(1)中分析一致，精度由高到低顺序依次为 GPS+BeiDou+Galileo、GPS+BeiDou、GPS+Galileo、GPS。

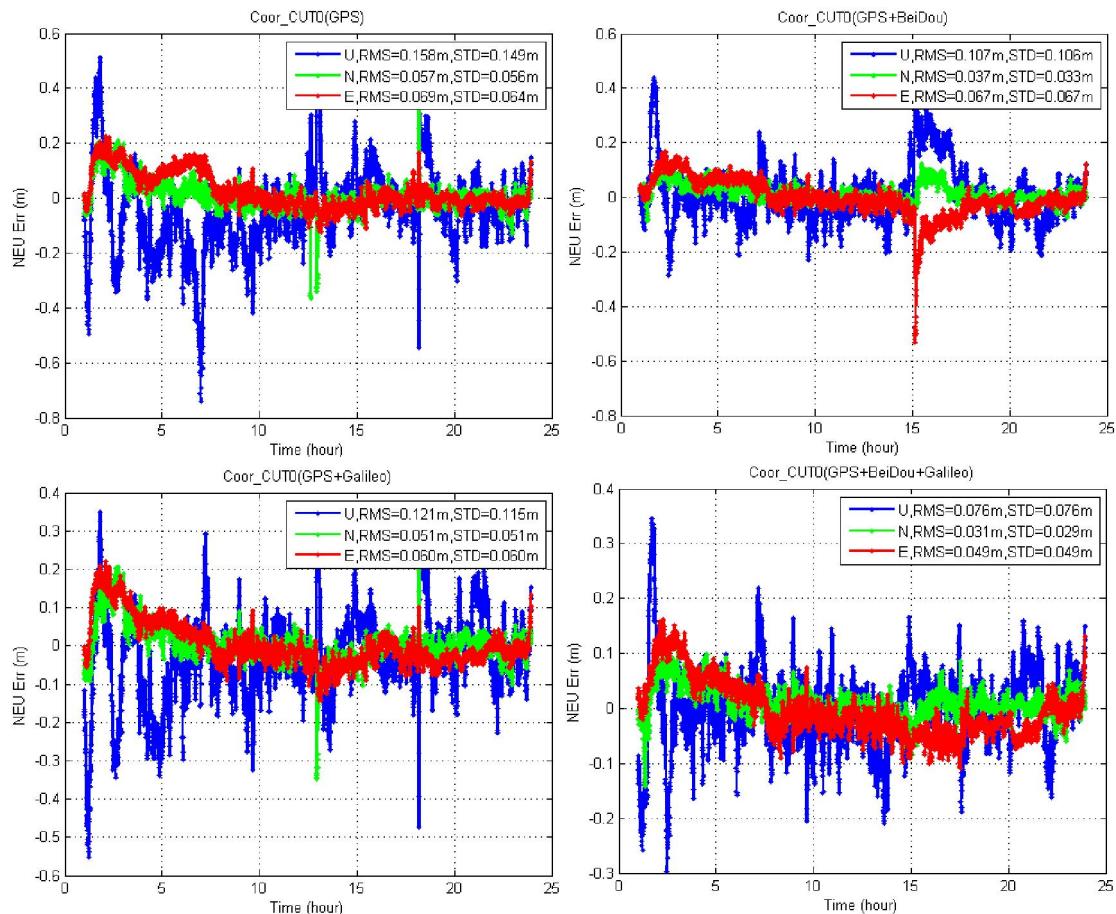


图 6.8 基于 LSP 产品的实时动态 PPP 测试

Figure 6.8 real-time kinematic PPP based on LSP products

图 6.9 为所有 8 个测站在 2015 年 doy337 至 doy351 时间范围内实时动态 PPP 定位精度。

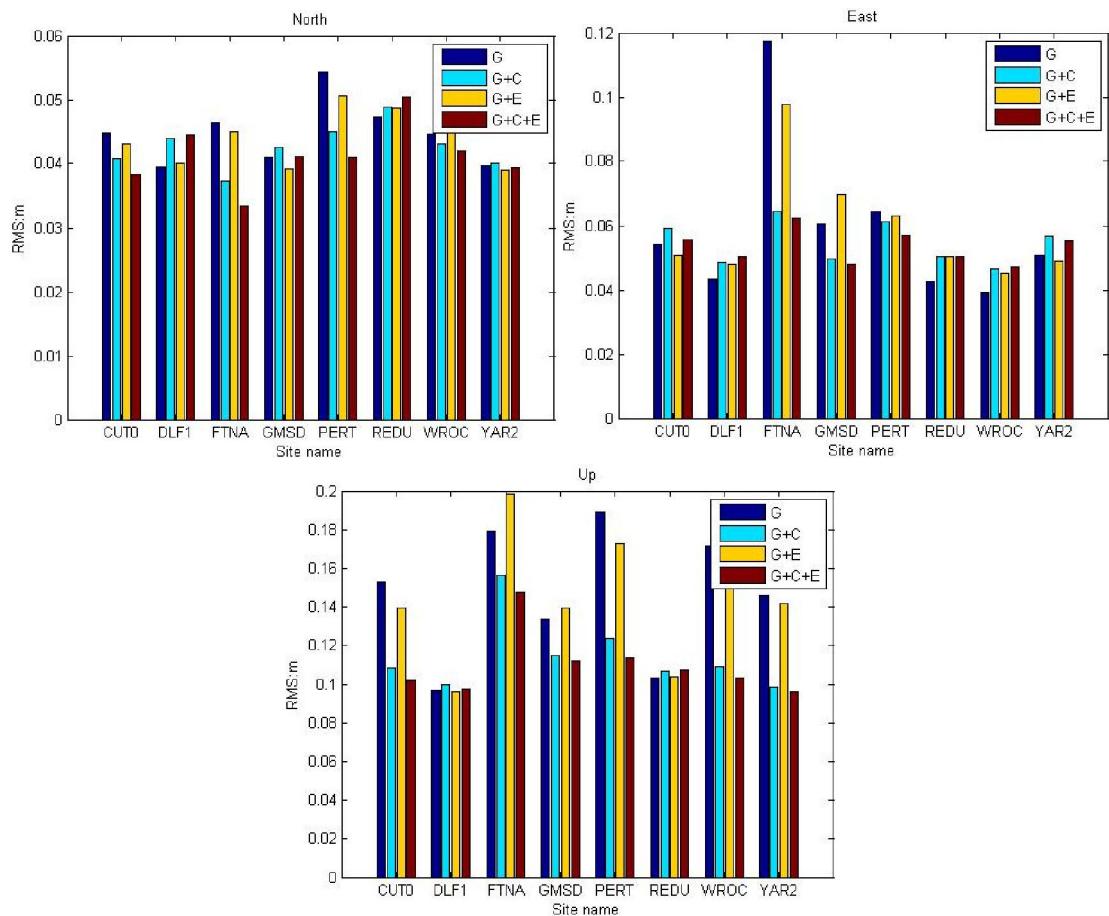


图 6.9 所有测站基于 LSP 产品实时动态定位精度

Figure 6.9 Precision of real-time kinematic PPP based on LSP products for all sites

所有测站采用 GPS 单系统定位结果在 N、E、U 方向的 RMS 分别为 4.5cm、5.9cm、14.7cm，采用 GPS+Galileo 卫星定位结果 RMS 分别为 4.4cm、5.9cm、14.3cm；采用 GPS+BeiDou 卫星定位结果 RMS 分别为 4.2cm、5.4cm、11.5cm；采用 GPS+BeiDou+Galileo 卫星定位结果精度最高，N、E、U 方向分别为 4.1cm、5.3cm 和 11.0cm。

(3) 基于均方根滤波实时估计产品的实时动态 PPP 测试

采用第五章基于扩展均方根滤波估计得出的 Multi-GNSS 实时轨道和钟差产品测试实时动态 PPP 精度。图 6.10 为 CUT0 站在 doy337 一天内实时动态 PPP 定位 N、E、U 方向精度，与(1)和(2)中分析一致，精度由高到低顺序依次为 GPS+BeiDou+Galileo、GPS+BeiDou、GPS+Galileo、GPS。

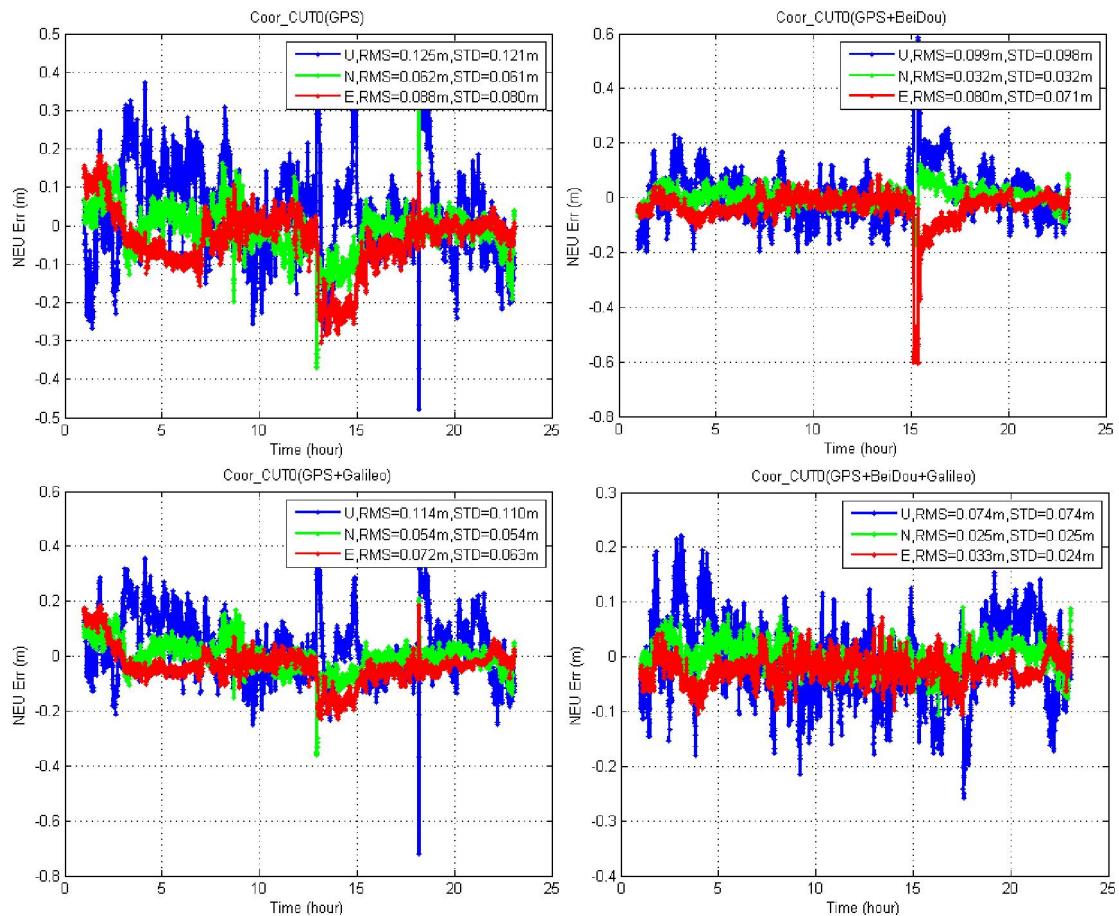
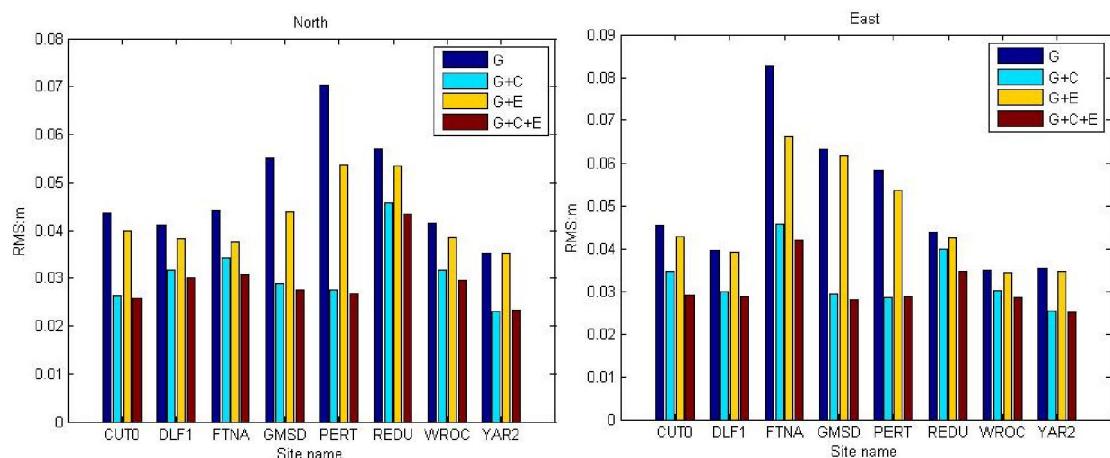


图 6.10 基于 SFE 产品的实时动态 PPP 测试

Figure 6.10 Real-time kinematic PPP based on SFE products

图 6.11 为所有 8 个测站在 2015 年 doy337 至 doy351 时间范围内实时动态 PPP 定位精度。所有测站采用 GPS 单系统定位结果在 N、E、U 方向的 RMS 分别为 4.8cm、5.0cm、12.2cm；采用 GPS+Galileo 卫星定位结果 RMS 分别为 4.3cm、4.7cm、12.2cm；采用 GPS+BeiDou 卫星定位结果 RMS 分别为 3.1cm、3.3cm、8.9cm；采用 GPS+BeiDou+Galileo 卫星定位结果精度最高，N、E、U 方向分别为 3.0cm、3.1cm 和 8.7cm。



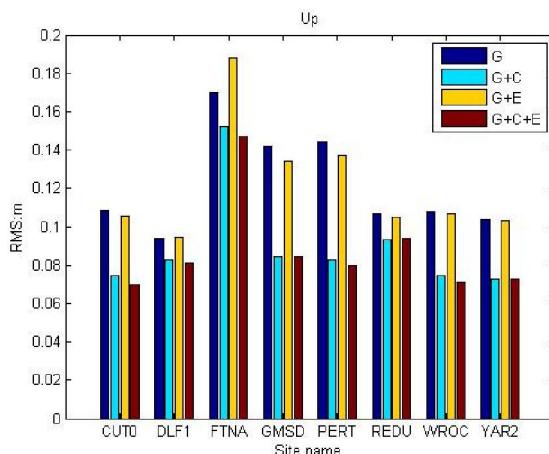


图 6.11 所有测站基于 SFE 产品实时动态定位精度

Figure 6.11 Precision of real-time kinematic PPP based on SFE products for all sites

(4) 基于三种产品的实时动态 PPP 精度比较

所有三种轨道和钟差产品对于所有测站在测试期内的实时动态 PPP 精度如图 6.12 所示。计算过程中同时采用 GPS+BeiDou+Galileo 卫星，分析其在 NEU 方向的 RMS 值。

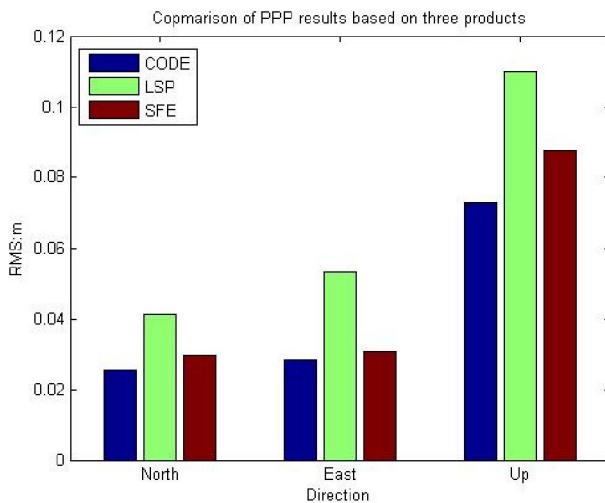


图 6.12 基于三种产品的实时动态 PPP 精度比较

Figure 6.14 comparison of real-time kinematic PPP based on three products

基于 CODE 最终精密产品实时动态 PPP 在 N、E、U 方向精度为 2.5cm、2.8cm、7.2cm；基于预报产品实时动态 PPP 在 N、E、U 方向精度为 4.1cm、5.3cm、11.0cm；基于滤波估计产品实时动态 PPP 在 N、E、U 方向精度为 3.0cm、3.1cm、8.7cm。若以 CODE 产品实时动态 PPP 定位精度为基准，基于预报产品的定位精度在 N、E、U 方向上分别下降 62.9%、88.8%、51.4%，基于滤波估计产品的定位精度在 N、E、U 方向上分别下降 10.5%、4.6%、13.5%，与基于 CODE 精密产品实时动态定位精度相当。

6.4 本章小结

本章研究将 Multi-GNSS 实时轨道和钟差产品应用于实时动态 PPP 中 , 分析其精度。

首先 , 阐述基于预报轨道的实时钟差求解方法 , 研究实时滤波过程中采用双线程实时估计卫星轨道和钟差。对于完全光照中的 GPS 、 BeiDou 和 Galileo 卫星 , 基于预报轨道计算得出的卫星钟差 RMS 分别为 0.55ns 、 2.26ns 和 0.90ns , STD 分别为 0.43ns 、 0.54ns 和 0.63ns ; 基于滤波估计轨道计算得出的卫星的 RMS 为 0.34ns 、 2.11ns 和 0.78ns , STD 为 0.17ns 、 0.37ns 和 0.51ns ; 与基于预报轨道得出的卫星钟差相比 , 基于滤波估计轨道计算得出的 GPS 、 BeiDou 和 Galileo 卫星钟差 RMS 分别提升 38.7% 、 5.4% 和 12.4% , STD 提升 60.1% 、 32.1% 和 18.5% 。对于处于日蚀中的卫星 , 基于预报轨道计算得出的 GPS 和 BeiDou 卫星的 RMS 为 0.76ns 和 3.86ns , STD 为 0.59ns 和 1.95ns ; 基于滤波估计轨道计算得出的 GPS 和 BeiDou 卫星的 RMS 为 0.47ns 和 3.03ns , STD 为 0.28ns 和 0.82ns , RMS 和 STD 分别提升 37.6% 、 21.4% 和 51.9% 、 58.0% 。

其次 , 分别测试基于 CODE 精密产品、 LSP 产品和 SFE 产品进行实时动态 PPP 的精度。证明了 GPS+Galileo+BeiDou 卫星组合精度最优 , 其次为 GPS+BeiDou 、 GPS+Galileo 和 GPS 单系统。基于 CODE 精密产品的 GPS+Galileo+BeiDou 联合定位精度在 N 、 E 、 U 方向分别为 2.5cm 、 2.8cm 、 7.2cm , 基于预报产品的定位精度分别为 4.1cm 、 5.3cm 、 11.0cm , 基于实时滤波估计产品的定位精度分别为 3.0cm 、 3.1cm 、 8.7cm 。若以 CODE 产品实时动态 PPP 定位精度为基准 , 基于预报产品的定位精度在 N 、 E 、 U 方向上分别下降 62.9% 、 88.8% 、 51.4% , 基于滤波估计产品的定位精度在 N 、 E 、 U 方向上分别下降 10.5% 、 4.6% 、 13.5% 。

第 7 章 结论和展望

7.1 结论

本文研究两种不同的实时轨道和钟差获取方法 : 实时预报方法和实时均方根滤波估计方法。研究预报方法对于 BDS 和 Galileo 卫星的适用性 , 分析地影期间预报轨道精度 ; 设计均方根实时滤波器 , 可满足任意窗口长度的要求 , 解决实时滤波处理中的关键问题。具体研究内容及结果包括以下几个方面 :

(1) 介绍 GPS、BDS 和 Galileo 卫星的发展历程、信号结构、姿态及未来发展 ; 分析目前国内外多系统 GNSS 和实时 GNSS 的研究现状 , 阐明 Multi-GNSS 实时轨道研究的意义。

(2) 描述各时间系统和坐标系统的定义 , 阐述其在 GNSS 精密定轨中的作用及相互间的转换 ; 分析得出卫星运动过程中各摄动力对卫星加速度的影响量从大到小依次为地球引力、地球非球形引力、月球引力、太阳引力、太阳辐射压、固体潮、海潮、极潮和其它行星引力等 ; 阐述 GNSS 卫星运动方程数学模型及求解方式 , 分析 RK4、RKF 和 Adams-Moulton 积分方法的特性 , 总结得出 RK4 方法对积分步长及总弧长敏感度较强 , 随着积分步长增加 , 积分精度迅速下降 ; RKF 方法对积分步长和总弧长的敏感性较小 , 但耗时较长 ; Adams-Moulton 方法精度和效率较高 , 对积分步长和总弧长敏感度小。

(3) 研究地影期间 Adams-Mouldon 方法积分三天弧段引入的积分误差平均值约为 24cm , 且主要集中在沿轨方向 ; 地影期间由轨道积分误差引起的精密定轨差异约为 2cm ; 地影期间轨道积分误差对预报轨道的影响量随预报弧长的增加而增大 , 在预报 6 小时情况下 , 积分误差对轨道影响量为毫米级 , 在预报 24 小时及以上则会产生厘米至分米级的影响。基于此 , 本文第二章采用探测半影边界 , 改变积分步长的方法 , 削弱地影期间积分误差的影响 , 结果表明 , 积分三天弧段所有卫星积分误差平均值优于 6cm , Along、Cross 和 Radial 方向精度分别提升 75.8% 、 50% 和 66.7% 。

(4) 分析 IGS MGEX 各中心 GPS、Galileo 和 BeiDou 卫星轨道和钟差产品精度。对于完全光照中的 GPS 卫星 , JAXA 中心的 qzf 轨道产品精度为 6.2cm , 其它所有分析中心精度为 2 至 3cm ; 对于处于日蚀中的 GPS Block IIR 卫星 , 所有分析中心卫星轨道精度与完全光照中的卫星精度一致 ; 对于处于日蚀中的 Block IIF 卫星 , CODE 和 JAXA 分析中心轨道精度分别下降 1.7cm 和 30cm 。对于完全光照中的 Galileo 卫星 , TUM 、 CODE 、 GFZ 、武汉大学和 CNES 中心 DBD 值依

次为 7.1cm、8.2cm、15.9cm、16.1cm 和 18.5cm。对于完全光照中的 BDS 卫星，CODE 分析中心精度最高，IGSO 和 MEO 卫星 DBD 值分别为 7.6cm 和 4.5cm；对于处于日蚀中的卫星，CODE 中心 BDS 卫星轨道精度下降明显，IGSO 和 MEO 卫星 DBD 值分别为 43.5cm 和 28.1cm，而 GFZ 和武汉大学分析中心日蚀中的 BDS 卫星轨道 DBD 值变化量较小。

(5) 编制 Multi-GNSS 事后精密定轨软件，阐述轨道积分、观测数据预处理、序贯最小二乘参数估计、残差分析和模糊度固定理论在实际处理中的设置；采用 60 个全球分布的监测站数据对 Multi-GNSS 轨道进行初步分析，结果表明，日蚀中的 GPS 和 BDS 卫星内符合精度为 14.0cm 和 86.8cm，明显低于完全光照中的卫星轨道精度；基于此，对所有卫星在 Along、Cross 和 Radial 方向加入速度变化参数，结果表明，日蚀中的 GPS 和 BeiDou 卫星内符合精度上升至与完全光照中的卫星轨道精度一致；对于完全光照中的卫星而言，加入速度变化参数后，GPS 卫星轨道内符合精度提升，但 BeiDou 和 Galileo 卫星轨道内符合精度略有下降；因此，本文 Multi-GNSS 事后精密轨道处理对所有 GPS 卫星加入速度变化参数，但仅对日蚀中的 BeiDou 和 Galileo 卫星加入速度变化参数，基于本文监测站数据得出完全光照中的 GPS、BeiDou 和 Galileo 卫星内符合精度为 4.5cm、17.9cm 和 15.5cm，相对于 CODE 精密轨道的外符合精度为 8.1cm、18.6cm 和 34.1cm，日蚀中的 GPS 和 BeiDou 卫星内符合精度为 5.2cm 和 19.2cm，外符合精度为 7.2cm 和 45.9cm。

(6) 基于 Multi-GNSS 事后解算轨道，采用与 IGU 轨道产品相同的策略预报 Multi-GNSS 实时轨道，对于日蚀中的卫星，采用探测地影边界、灵活改变积分步长的方法外推卫星轨道。完全光照中的 GPS 卫星在 Along、Cross 和 Radial 方向的轨道精度分别为 10.7cm、5.0cm 和 3.1cm，完全光照中的 BeiDou 卫星在 Along、Cross 和 Radial 方向的轨道精度分别为 24.0cm、15.2cm 和 5.7cm；完全光照中的 Galileo 卫星在 Along、Cross 和 Radial 方向的轨道精度分别为 37.3cm、22.4cm 和 10.0cm；处于地影中的 GPS 卫星在 Along、Cross 和 Radial 方向的轨道精度分别为 17.7cm、5.4cm 和 4.0cm；处于地影中的 BeiDou 卫星预报轨道三个方向精度分别为 161.6cm、42.3cm 和 30.1cm。结果表明，预报轨道精度随预报弧长下降，且对于地影中的卫星更为明显。

(7) 在 GNSS 均方根实时定轨中，将所有待估参数分为三大类：与过程噪声相关的参数；随时间变化但无过程噪声的参数；不变参数。推导实时定轨中的参数估计和预报处理数学模型；针对不同需求设计可满足任意窗口的实时轨道滤波器，采用模拟观测数据分析不同滤波窗口长度在经历 12h 后将收敛至相同结果，进一步将收敛后的轨道与最小二乘解算轨道比较，差值几乎为零，验证了不同窗

口长度之间及滤波估计与最小二乘估计之间的一致性。

(8) 实时数据预处理在事后方法的基础上加入单差组合观测值，并保留历史干净观测数据，优化后续历元；将实时预处理方法与 BERNSE 软件预处理结果比较，可 100% 探测出事后处理中的粗差和周跳，但同时也剔除了部分干净观测数据。实时模糊度固定需要对协方差矩阵进行更新变换，但均方根滤波传递的信息矩阵为上三角均方根矩阵，在模糊度固定后需要对均值进行上三角分解，耗时较大。本文采用单历元实时固定模糊度的方法，不传递固定后的协方差信息，既优化轨道精度又不损失计算时间。结果表明，GPS 卫星实时轨道模糊度固定解较浮点解精度提升最明显，Along、Cross 和 Radial 方向分别为 17.4%、7.8% 和 1.3%。BeiDou 和 Galileo 卫星实时轨道模糊度固定解与浮点解精度相当。

(9) 研究 BDS 机动和姿态转变对伪距残差的影响，结果表明，姿态转变将在一定范围内影响轨道精度，卫星机动将导致滤波结果迅速发散。针对这一现象，提出将光压参数设置为与过程噪声相关的参数，通过分析一个月的最小二乘结果，将正常情况下卫星太阳光压参数过程噪声设置为 10^{-7} 、姿态转变时设置为 10^{-5} 、机动时设置为 10^{-3} 。采用相同数据计算伪距残差，结果表明所有 BDS 卫星伪距残差保持稳定，仅在机动发生时间段内存在一定的变化。

(10) 采用与预报轨道相同的测站数据和时间范围，分析各类卫星实时滤波轨道精度。完全光照中的 GPS 卫星在 Along、Cross 和 Radial 方向的轨道精度分别为 8.5cm、5.1cm 和 3.3cm；完全光照中的 BDS 卫星轨道三个方向精度分别为 24.0cm、13.2cm 和 5.5cm；完全光照中的 Galileo 卫星轨道三个方向精度分别为 22.1cm、17.3cm 和 10.4cm；处于地影中的 GPS 卫星在 Along、Cross 和 Radial 方向的轨道精度分别为 7.5cm、4.4cm 和 3.7cm；处于地影中的 BDS 卫星轨道三个方向精度分别为 74.5cm、20.5cm 和 29.9cm。

(11) 比较实时滤波轨道和实时预报轨道，所有卫星 Along 方向滤波实时轨道精度提升量明显，完全光照中的 GPS 卫星、地影中的 GPS 卫星、完全光照中的 BeiDou 卫星、地影中的 BDS 卫星和完全光照中的 Galileo 卫星在 Along 方向精度提升量分别为 20.6%、57.6%、0.1%、53.9% 和 40.8%；在 Cross 方向精度提升量分别为 -2.0%、18.5%、13.2%、51.5% 和 22.8%；在 Radial 方向两种实时轨道精度相当，各类型卫星分别为 -6.4%、7.5%、3.5%、0.7% 和 -4.0%。

(12) 分别研究基于两种实时轨道的实时钟差产品精度。对于完全光照中的 GPS、BeiDou 和 Galileo 卫星，基于预报轨道计算得出的卫星钟差 RMS 分别为 0.55ns、2.26ns 和 0.90ns，STD 分别为 0.43ns、0.54ns 和 0.63ns；基于滤波估计轨道计算得出的卫星的 RMS 为 0.34ns、2.11ns 和 0.78ns，STD 为 0.17ns、0.37ns 和 0.51ns，与基于预报轨道得出的卫星钟差相比，GPS、BeiDou 和 Galileo 卫星

钟差 RMS 分别提升 38.7%、5.4% 和 12.4%，STD 提升 60.1%、32.1% 和 18.5%。对于处于日蚀中的卫星，基于预报轨道计算得出的 GPS 和 BeiDou 卫星的 RMS 为 0.76ns 和 3.86ns，STD 为 0.59ns 和 1.95ns；基于滤波估计轨道计算得出的 GPS 和 BeiDou 卫星的 RMS 为 0.47ns 和 3.03ns，STD 为 0.28ns 和 0.82ns，RMS 和 STD 分别提升 37.6%、21.4% 和 51.9%、58.0%。

(13) 将 Multi-GNSS 实时轨道和钟差产品应用于实时动态 PPP 中，测试采用不同产品和不同星座组合对实时动态 PPP 定位精度的影响。结果表明，GPS+Galileo+BeiDou 卫星组合精度最优，其次为 GPS+BeiDou、GPS+Galileo 和 GPS 单系统。基于 CODE 精密产品的 GPS+Galileo+BeiDou 联合定位精度在 N、E、U 方向分别为 2.5cm、2.8cm、7.2cm，基于预报产品的定位精度分别为 4.1cm、5.3cm、11.0cm，基于实时滤波估计产品的定位精度分别为 3.0cm、3.1cm、8.7cm。基于实时滤波估计产品的实时动态 PPP 精度优于基于预报产品的定义精度，与基于 CODE 精密产品实时动态定位精度相当。

7.2 进一步工作的方向

本文 Multi-GNSS 实时轨道估计基于事后观测数据，在实际应用中需基于实时数据流，软件平台的稳定性还需进一步测试；对于 BDS 卫星而言，目前多采用与 GPS 一致的太阳光压模型，需发展一种适合 BDS 卫星的太阳光压模型；随着各星座现代化进程的不断加快，新的观测值频率也为数据预处理和模糊度固定等理论打开了新的契机，如何将三频观测数据应用至观测数据预处理和模糊度固定理论中，是需要进一步研究的方向。

致谢

在 2016年的炎炎夏日 ,我完成了我的博士论文 ,高兴之余 ,不禁感慨系之。回想四年前 ,我辞去工作 ,考入同济大学测绘与地理信息学院 ,踏上了博士求学道路。四年的生活是辛苦的 ,许多理论需要从基础学起 ,但四年的生活也是快乐的 ,每一次进步都能带来巨大的喜悦。四年后的今天 ,我即将为博士生活画上满意的句号 ,这一切离不开老师、同学和亲人的鼓励及帮助 ,这里仅用我不善言谈的语句向你们表达我心中的谢意。

首先 ,由衷地感谢我的恩师王解先教授。王老师具有深厚渊博的学术造诣、淡泊务实的工作作风、宽厚无私的性格品质和一切以学生为本的治学态度。从博士一年级起 ,王老师就给我悉心讲解 GNSS数据处理流程和原理 ,提供初始软件平台 ,王老师的每一次鼓励总能让我获取满满能量 ;博士二年级 ,在我面临论文选题和出国交流的时候 ,王老师总是能站在他的高度上给出最中肯的建议 ,并给予了巨大的帮助 ;博士三年级期间 ,尽管我不在国内 ,但每次有问题 ,王老师总能在第一时间给予回复解答 ;回国后 ,在博士论文写作和工作确定阶段 ,王老师更是倾注了大量的心血。恩师的指引和提携 ,学生无以言谢 ,唯有将师门传统继续传承。

衷心感谢上海天文台陈俊平研究员。陈老师开放的学术思维、敏锐的洞察力、严谨的治学态度和谦和的待人方式使我受益良多。天文台联合培养期间 ,陈老师用他自己的努力和对科研的热爱为学生竖立起良好的学习榜样 ;在博士课题研究过程中碰到了诸多的问题 ,陈老师总能根据自身的经验发现问题所在 ,化解我心中的疑惑。值此论文完成之际 ,表达我对陈老师的谢意。

感谢慕尼黑工业大学 Urs Hugentobler教授。2014年 9月 Urs接收我作为联合培养博士生加入其科研团队 ,Urs学识渊博、待人和蔼 ,当我有问题时他总是放下手头工作耐心解答 ,并且非常关心我在慕尼黑的生活 ,使我能很好地融入其团队中。当最后我完成本文软件编制时 ,Urs的肯定和赞许给了我很大的激励。感谢德国宇航局 Oliver Montenbruck博士。Oliver具有非常深厚的 GNSS理论基础 ,学术严谨 ,每次交流我都能发现自身的不足 ,他总是谆谆教诲我要一步一步完成 ,确保每一步都验证其正确性。如果说 Urs对学生是以鼓励为主 ,那么 Oliver对学生是以 push为主 ,值此论文完成之时 ,我深深地感谢两位国外老师。

感谢华东师范大学董大南教授、上海天文台吴斌研究员、上海天文台朱文耀研究员、上海市城市建设设计研究总院丁美总工。感谢河海大学兰孝奇副教授在硕士期间的培养。感谢同济大学伍吉仓教授、沈云中教授、程效军教授、陈义教

授、李博峰教授、童小华教授、胡丛伟副教授在博士期间的授课和指导。感谢同济大学李浩军副教授在 GNSS 理论上的帮助。感谢同济大学乔刚副教授在论文送审和修改上的帮助和建议。感谢同济大学测绘学院所有老师对学生做出的辛勤付出。

感谢慕尼黑工业大学的 Peter Schack 博士、Ilias Daras 博士、张青辰博士、李朴博士在德国期间对我生活上的帮助；感谢德国宇航局的许建博士、胡敬良博士，平时私下的交流留下了许多开心的回忆。感谢上海天文台杨赛男、章洁君、陈倩在天文台联合培养期间对我提供的帮助。

感谢邹俊平师兄平时的开导和鼓励；感谢张益泽博士为本文提供第三方验证软件；感谢刘志强、王成、何丽娜、黄善琪、连丽珍、王明华、韩玲、王君刚、王龙浩、辛杰、毕元、宫能宝及所有同门，我们彼此之间像一个大家庭；感谢在同济大学一起度过学习时光的张丽娜、徐克科、范占永、程小龙、李伟伟、赵婧文、吴伟伟、李茂，平时的讨论和交流使我受益良多；感谢 410 教研室的所有小伙伴们，与你们相处的日子使我难忘。

感谢同学蔡东健、许飞、蔺胜永。多年的朋友使我在人生的道路上不会感到寂寞。

非常感谢我的父母。一直以来你们都是我最坚强的后盾，无论我做出何种选择，无论遇到什么困难，你们总是用最无私的爱为我祈祷。在外求学多年，每次通电话总能感觉到你们心中对我的牵挂，每次回家更是你们最期盼的日子。爸爸妈妈，谢谢你们！

非常感谢我的爱人宗玉玉。从大学认识至今已十二年，为了我的学业，一直等到今年才完成了我们的婚礼。在上海求学的日子里，很幸福能有你陪伴，你的鼓励、支持和照顾让我能全身心地投入到学习中去，谢谢你我的爱人。

最后衷心感谢所有帮助过我的老师、同学和朋友。

参考文献

- [1] Arnold D, Meindl M, Beutler G, et al. CODE's new solar radiation pressure model for GNSS orbit determination[J]. *Journal of Geodesy*, 2015, 89(8): 775-791.
- [2] Bar-Sever Y E. A new model for GPS yaw attitude[J]. *Journal of Geodesy*, 1996, 70(11): 714-723.
- [3] Barker B C, Betz J W, Clark J E, et al. Overview of the GPS M code signal[R]. MITRE CORP BEDFORD MA, 2006.
- [4] Battin R H. An Introduction to the Mathematics and Methods of Astrodynamics[J]. AIAA Education Series, New York, 1987.
- [5] Bertiger W, Bar-Sever Y, Harvey N, et al. Next Generation GPS Ground Control Segment (OCX) Navigation Design[J]. 2010.
- [6] Bierman G J. A comparison of discrete linear filtering algorithms[J]. *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, 1973 (1): 28-37.
- [7] Bierman G J. Factorization Methods for Discrete Sequential Estimation[M]. 1977.
- [8] Beutler G, Brockmann E, Gurtner W, et al. Extended orbit modeling techniques at the CODE processing center of the international GPS service for geodynamics (IGS): theory and initial results[J]. *Manuscr. Geod.*, 1994, 19: 367-386.
- [9] Blewitt G. Carrier phase ambiguity resolution for the Global Positioning System applied to geodetic baselines up to 2000 km[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 1989, 94(B8): 10187-10203.
- [10] Blewitt G. An automatic editing algorithm for GPS data, Pasadena[J]. *Geophysical Research Letters*, 1990, 17(3): 199-202.
- [11] Bock H, Dach R, Yoon Y, et al. GPS clock correction estimation for near real-time orbit determination applications[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2009, 13(7): 415-422.
- [12] Bomford G. *Geodesy*[M] Clarendon Press, Oxford, 1980.
- [13] Böhm J, Niell A, Tregoning P, et al. Global Mapping Function (GMF): A new empirical mapping function based on numerical weather model data[J]. *Geophysical Research Letters*, 2006, 33(7).
- [14] Businger P, Golub G H. Linear least squares solutions by Householder transformations[J]. *Numerische Mathematik*, 1965, 7(3): 269-276.
- [15] Chen J, Ge M, Dousa J, et al. Evaluation of EPOS-RT for real-time deformation monitoring[J]. *Journal of Global Positioning Systems*, 2009, 8(1): 1-5.
- [16] Chen L, Jiao W, Huang X, et al. Study on signal-in-space errors calculation method and statistical characterization of BeiDou navigation satellite system[C]//China satellite navigation conference (CSNC) 2013 Proceedings. Springer Berlin Heidelberg, 2013: 423-434.
- [17] Choi K K, Ray J, Griffiths J, et al. Evaluation of GPS orbit prediction strategies for the IGS Ultra-rapid products[J]. *GPS solutions*, 2013, 17(3): 403-412.
- [18] Cohenour C, GRAAS F. GPS orbit and clock error distributions[J]. *Navigation*, 2011, 58(1): 17-28.

- [19] Cooley B. Global Positioning Systems Directorate: GPS Update[R]. AIR FORCE SPACE COMMAND LOS ANGELES AFB CA SPACE AND MISSILE SYSTEMS CENTER, 2015.
- [20] Creel T, Dorsey A J, Mendicki P J, et al. Summary of accuracy improvements from the GPS legacy accuracy improvement initiative (L-AII)[C]//Proceedings of the 20th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS 2007). 2007: 2481-2498.
- [21] Dach R. Bernese GNSS Software: New features in version 5.2[J]. Astronomical Institute, University of Bern, Bern, Switzerland, 2013.
- [22] Dach.R, Simon Lutz. Bernese GNSS Software Version 5.2[M]. 2015.
- [23] Dai X, Ge M, Lou Y, et al. Estimating the yaw-attitude of BDS IGSO and MEO satellites[J]. Journal of Geodesy, 2015, 89(10): 1005-1018.
- [24] Deng Z. Preprocessing of high rate GPS data for real-time applications[D]. 2008.
- [25] Deutsch R. Estimation Theory[M]. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey(1965).
- [26] Dilssner F, Springer T, Enderle W. GPS IIF yaw attitude control during eclipse season[C] AGU Fall Meeting, San Francisco. 2011, 9.
- [27] Dilssner F. GPS IIF-1 satellite antenna phase center and attitude modeling[J]. Inside GNSS, 2010, 5(6): 59-64.
- [28] Dilssner F, Springer T, Gienger G, et al. The GLONASS-M satellite yaw-attitude model[J]. Advances in Space Research, 2011, 47(1): 160-171.
- [29] Dong D N, Bock Y. Global Positioning System network analysis with phase ambiguity resolution applied to crustal deformation studies in California[J]. Journal of Geophysical Research: Solid Earth, 1989, 94(B4): 3949-3966.
- [30] Dow J M, Neilan R E, Weber R, et al. Galileo and the IGS: Taking advantage of multiple GNSS constellations[J]. Advances in Space Research, 2007, 39(10): 1545-1551.
- [31] Duan B, Chen J, Wang J, et al. GNSS satellite clock real-time estimation and analysis for its positioning[C]//China Satellite Navigation Conference (CSNC) 2014 Proceedings: Volume III. Springer Berlin Heidelberg, 2014: 703-710.
- [32] Ebert, K., Oesterlin, W., 2008. Dynamic yaw steering method for spacecraft; European patent specification EP 1526072B1.
- [33] Elliott D. Kaplan, and Christopher Hegarty, eds. Understanding GPS: principles and applications. Artech house, 2005.
- [34] Elsobeiey M. Receiver Wideline Analysis and Its Effect on Precise Point Positioning[J]. The International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences, 2014, 40(2): 133.
- [35] Fliegel H F, Gallini T E. Solar force modeling of block IIR global positioning system satellites[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 1996, 33(6): 863-866.
- [36] Folkner, W.M., J.G. Williams, D.H. Boggs (2009), The Planetary and Lunar Ephemeris DE421, IPN Progress Report 42-178.
- [37] Forman P. The atomic clock from concept to commercial product[J]. Proceedings of the IEEE, 1985, 73(7): 1181-1204.
- [38] Fricke W, Schwan H, Lederle T, et al. Fifth fundamental catalogue (FK5). Part 1: The basic fundamental stars[J]. Veroeffentlichungen des Astronomischen Rechen-Instituts Heidelberg, 1988, 32: 1-106.

- [39] Galileo ICD. Galileo open service, signal in space interface control document (OS SIS ICD)[J]. 2008.
- [40] Ge M, Gendt G, Dick G, et al. Improving carrier-phase ambiguity resolution in global GPS network solutions[J]. Journal of Geodesy, 2005, 79(1-3): 103-110.
- [41] Golub G. Numerical methods for solving linear least squares problems[J]. Numerische Mathematik, 1965, 7(3): 206-216.
- [42] Goldstein H, Poole C, Safko J. Classical Dynamics[M]. Canada: Addison-Wesley, 1980.
- [43] Goodman D T, Bell R J. International system of units (SI)[J]. NASA STI/Recon Technical Report N, 1986.
- [44] Green C G B, Massatt P D, Rhodus N W. The GPS 21 primary satellite constellation[J]. Navigation, 1989, 36(1): 9-24.
- [45] Grigorieff R D. Numerik gewöhnlicher Differentialgleichungen, Vol. 2, Teubner[J]. A NEW TECHNIQUE FOR THE SOLUTION OF DIFFUSION EQUATION SYSTEMS, 1977, 263.
- [46] Grigorieff R D. Stability of multistep-methods on variable grids[J]. Numerische Mathematik, 1983, 42(3): 359-377.
- [47] Griffiths J, Ray J R. On the precision and accuracy of IGS orbits[J]. Journal of Geodesy, 2009, 83(3-4): 277-287.
- [48] Gruber B. Status and Modernization of the US Global Positioning System[J]. Munich Satellite Navigation Summit, Munich, 2012.
- [49] Guo J, Xu X, Zhao Q, et al. Precise orbit determination for quad-constellation satellites at Wuhan University: Strategy, result validation, and comparison[J]. Journal of Geodesy, 2016, 90(2): 143-159.
- [50] Hairer E. A Runge-Kutta method of order 10[J]. IMA Journal of Applied Mathematics, 1978, 21(1): 47-59.
- [51] Hauschild A, Montenbruck O. Kalman-filter-based GPS clock estimation for near real-time positioning[J]. GPS solutions, 2009, 13(3): 173-182.
- [52] Hofmann-Wellenhof B, Lichtenegger H, Collins J. Global positioning system: theory and practice[M]. Springer Science & Business Media, 2012.
- [53] Hu Z, Chen G, Zhang Q, et al. An initial evaluation about BDS navigation message accuracy[C]//China Satellite Navigation Conference (CSNC) 2013 Proceedings. Springer Berlin Heidelberg, 2013: 479-491.
- [54] Huang G, Zhang Q. Real-time estimation of satellite clock offset using adaptively robust Kalman filter with classified adaptive factors[J]. GPS solutions, 2012, 16(4): 531-539.
- [55] IGS RSC. RINEX: The Receiver Independent Exchange format version 3.02[J]. 2013.
- [56] Jäggi A, Beutler G, Hugentobler U. Efficient stochastic orbit modeling techniques using least squares estimators[M]//A Window on the Future of Geodesy. Springer Berlin Heidelberg, 2005: 175-180.
- [57] Jäggi A, Hugentobler U, Beutler G. Pseudo-stochastic orbit modeling techniques for low-Earth orbiters[J]. Journal of Geodesy, 2006, 80(1): 47-60.
- [58] Kaminski P G, Bryson Jr A E, Schmidt S F. Discrete square root filtering: A survey of current techniques[J]. Automatic Control, IEEE Transactions on, 1971a, 16(6): 727-736.
- [59] Kaminski P G. Square root filtering and smoothing for discrete processes[D]. Department of Aeronautics and Astronautics, Stanford University., 1971b.

- [60] Kerdar,S. The effect of the second order GPS ionospheric correct on receiver positions[J]. *Geophys.Res.Lett*, 2003,30(16):1829-1833.
- [61] Kouba J. A simplified yaw-attitude model for eclipsing GPS satellites[J]. *GPS solutions*, 2009, 13(1): 1-12.
- [62] Laurichesse D. Real time precise GPS constellation and clocks estimation by means of a Kalman filter[J]. *Navigation*, 2009, 56(2).
- [63] Lawson C W, Hirayama F, Lipsky S. Effect of Solvent Perturbation on the S3--> S1 Internal Conversion Efficiency of Benzene, Toluene, and p-Xylene[J]. *Journal of Chemical Physics*, 1969, 51: 1590-1596.
- [64] Lechner W, Baumann S. Global navigation satellite systems[J]. *Computers and Electronics in Agriculture*, 2000, 25(1): 67-85.
- [65] Leick A, Rapoport L, Tatarnikov D. *GPS satellite surveying*[M]. John Wiley & Sons, 2015.
- [66] Lewandowski W, Arias E F. GNSS times and UTC[J]. *Metrologia*, 2011, 48(4): S219.
- [67] Li X, Zhang X, Ren X, et al. Precise positioning with current multi-constellation global navigation satellite systems: GPS, GLONASS, Galileo and BeiDou[J]. *Scientific reports*, 2015, 5.
- [68] Lucas Rodriguez R. Galileo IOV status and results[C]//Proceedings of ION GNSS. 2013: 3065-3093.
- [69] Maine K P, Anderson P, Langer J. Crossfinks for the Next-generation GPS[C]//Aerospace Conference, 2003. Proceedings. IEEE, Vol.4: 1589- 1596.
- [70] Malys S, Larezos M, Gottschalk S, et al. The GPS accuracy improvement initiative[C]//Proceedings of the 10th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 1997). 1997: 375-384.
- [71] Marquis W. The GPS Block IIR/IIR-M Antenna Panel Pattern[J]. Lockheed Martin Corp. Last accessed, 2014, 12: 28.
- [72] Massatt P, Zeitzew M. The GPS constellation design- Current and projected[C]//Institute of Navigation, National Technical Meeting'Navigation 2000', Long Beach, CA. 1998: 435-445.
- [73] Matsumoto K, Takanezawa T. Ocean tide models developed by assimilating TOPEX/POSEIDON altimeter data into hydrodynamical model: a global model and a regional model around Japan[J]. *Journal of Oceanography*, 2000, 56(5): 567-581.
- [74] Mervart L. Ambiguity resolution techniques in geodetic and geodynamic applications of the GPS[D]. Ph. D. Thesis, Astronomical Institute, University of Berne, Bern, Switzerland, 1995.
- [75] Michael J. Global Positioning Systems Directorate System Engineering & Integration Interface Specification IS-GPS-200G[J]. Navstar GPS Space Segment/Navigation User Interfaces, 2013.
- [76] Montenbruck O, Gill E. Satellite orbits: models, methods and applications[M]. Springer Science & Business Media, 2001.
- [77] Montenbruck O, Schmid R, Mercier F, et al. GNSS satellite geometry and attitude models[J]. *Advances in Space Research*, 2015, 56(6): 1015-1029.
- [78] Montenbruck O, Steigenberger P, Khachikyan R, et al. IGS-MGEX: preparing the ground for multi-constellation GNSS science[J]. *Inside GNSS*, 2014, 9(1): 42-49.
- [79] Montenbruck O, Steigenberger P, Hugentobler U. Enhanced solar radiation pressure modeling for Galileo satellites[J]. *Journal of Geodesy*, 2015, 89(3): 283-297.

- [80] Montenbruck O, Steigenberger P, Hauschild A. Broadcast versus precise ephemerides: a multi-GNSS perspective[J]. GPS Solutions, 2015, 19(2): 321-333.
- [81] Petit G, Luzum B. IERS conventions (2010)[R]. BUREAU INTERNATIONAL DES POIDS ET MESURES SEVRES (FRANCE), 2010.
- [82] Prange L, Lutz S, Dach R, et al. MGEX data analysis at CODE-current status[J]. EGU General Assembly, 2013.
- [83] Prange L, Orliac E, Dach R, et al. CODE's multi-GNSS orbit and clock solution[C]//EGU General Assembly Conference Abstracts. 2015, 17: 11494.
- [84] Prince P J, Dormand J R. High order embedded Runge-Kutta formulae[J]. Journal of Computational and Applied Mathematics, 1981, 7(1): 67-75.
- [85] Rahman, M.; Rodriguez-Solano, C. J.; Hugentobler, U.: Review of models for GNSS yaw attitude; Geodätische Woche 2011, Nürnberg, 29.09.2011.
- [86] Rajan J A. Highlights of GPS II-R autonomous navigation[C]//Proceedings of the 58th Annual Meeting of The Institute of Navigation and CIGTF 21st Guidance Test Symposium. 2001: 354-363.
- [87] Rodriguez-Solano C J, Hugentobler U, Steigenberger P. Adjustable box-wing model for solar radiation pressure impacting GPS satellites[J]. Advances in Space Research, 2012, 49(7): 1113-1128.
- [88] Rodriguez-Solano C J, Hugentobler U, Steigenberger P. Impact of Albedo radiation on GPS satellites[M]//Geodesy for planet earth. Springer Berlin Heidelberg, 2012: 113-119.
- [89] Rodriguez-Solano, C. J., U. Hugentobler, P. Steigenberger (2012) Impact of albedo radiation on GPS satellites; in: S.C. Kenyon, M.C. Pacino, U.J. Marti, (eds.) Geodesy for Planet Earth, IAG Symposia, Vol. 136, pp. 113-119.
- [90] Seidelmann P K. 1980 IAU theory of nutation: The final report of the IAU working group on nutation[J]. Celestial Mechanics, 1982, 27(1): 79-106.
- [91] Seidelmann P.K. Explanatory supplement to the astronomical almanac. University Science books, Mill Valley, California 1992.
- [92] Schmid R, Rothacher M, Thaller D, et al. Absolute phase center corrections of satellite and receiver antennas[J]. GPS solutions, 2005, 9(4): 283-293.
- [93] Steigenberger P, Hugentobler U, Hauschild A, et al. Orbit and clock analysis of Compass GEO and IGSO satellites[J]. Journal of Geodesy, 2013, 87(6): 515-525.
- [94] Steigenberger P, Hugentobler U, Loyer S, et al. Galileo orbit and clock quality of the IGS Multi-GNSS Experiment[J]. Advances in Space Research, 2015, 55(1): 269-281.
- [95] Swerling P. A proposed stagewise differential correction procedure for satellite tracking and prediction: RAND Corp[J]. Report P-1292: also, 1959: 46-52.
- [96] Teunissen P J G. The least-squares ambiguity decorrelation adjustment: a method for fast GPS integer ambiguity estimation[J]. Journal of Geodesy, 1995, 70(1-2): 65-82.
- [97] Thornton C L, Bierman G J. A numerical comparison of discrete Kalman filtering algorithms: an orbit determination case study[J]. 1976.
- [98] Warren D L M, Raquet J F. Broadcast vs. precise GPS ephemerides: a historical perspective[J]. GPS Solutions, 2003, 7(3): 151-156.
- [99] Wang K, Rothacher M. GNSS triple-frequency geometry-free and ionosphere-free track-to-track ambiguities[J]. Advances in Space Research, 2015, 55(11): 2668-2677.

- [100] Wilkinson J H. Error analysis of transformations based on the use of matrices of the form I-2wwH[J]. Error in Digital Computation, 1965, 2: 77-101.
- [101] Woodburn J. Mitigation of the effects of eclipse boundary crossings on the numerical integration of orbit trajectories using an Encke type correction algorithm[J]. 2001.
- [102] Wu J T, Wu S C, Hajj G A, et al. Effects of antenna orientation on GPS carrier phase[J]. Manuscripta geodaetica, 1993, 18: 91-91.
- [103] Zhang F P, Gendt G, Ge M. GPS data processing at GFZ for monitoring the vertical motion of global tide gauge benchmarks[J]. GeoForschungsZentrum Potsdam Scientific Technical Report STR07/02, 2007.
- [104] 陈俊平, 王解先. GPS 定轨中的太阳辐射压模型[J]. 天文学报, 2006, 47(3): 310-319.
- [105] 陈俊平. 低轨卫星精密定轨研究[D]. 同济大学, 2007.
- [106] 葛茂荣. GPS 卫星精密定轨理论及软件研究[D]. 武汉测绘科技大学, 1995.
- [107] 郭靖. 姿态, 光压和函数模型对导航卫星精密定轨影响的研究 [D]. 武汉大学, 2014.
- [108] 何丽娜. 多系统 GNSS 卫星精密轨道确定的研究[D]. 同济大学, 2013.
- [109] 胡友健, 罗昀, 曾云. 全球定位系统(GPS)原理与应用[M]. 武汉:中国地质大学出版社, 2003.
- [110] 李敏. 多模 GNSS 融合精密定轨理论及其应用研究[D]. 武汉大学, 2011.
- [111] 李济生. 人造卫星精密轨道确定[M]. 北京:中国人民解放军出版社, 1995.
- [112] 林成森. 数值分析[M]. 北京:科学出版社, 2006.
- [113] 刘林. 人造地球卫星轨道力学[M]. 高等教育出版社, 1992.
- [114] 刘林. 航天器轨道理论[M]. 国防工业出版社, 2000.
- [115] 楼益栋. 导航卫星实时精密轨道与钟差确定[D]. 武汉大学, 2008.
- [116] 王解先. GPS 精密定轨定位[M]. 同济大学出版社, 1997.
- [117] 魏子卿, 葛茂荣. GPS 相对定位的数学模型[M]. 测绘出版社, 1998.
- [118] 谢岗. GPS 原理与接收机设计[M].北京:电子工业出版社, 2009.
- [119] 赵齐乐. GPS 导航星座及低轨卫星的精密定轨理论和软件研究 [D]. 武汉大学, 2004.
- [120] 中国卫星导航系统管理办公室. 北斗卫星导航系统空间信号接口控制文件 [J]. 2013.
- [121] 周忠谟, 易杰军, 周琪. GPS 卫星测量原理与应用[J]. 测绘出版社, 2004.

个人简历、在读期间发表的学术论文与研究成果

个人简历

段兵兵，男，1985年11月生。

2008年7月毕业于淮海工学院 测绘工程 专业 获学士学位。

2010年12月毕业于河海大学 大地测量学与测量工程 专业 获硕士学位。

2012年9月于同济大学攻读博士学位。

已发表论文

- [1] Bingbing Duan, Junping Chen. Extended Filter For Real-time Multi-GNSS Orbit Determination[A]. IGS workshop 2016.
- [2] Bingbing Duan, Junping Chen, Jiexian Wang, et al. Mitigation of Orbit Integration Errors for Eclipsing Satellites[J] China Satellite Navigation Conference (CSNC) 2016 Proceedings: Volume III. Springer Singapore, 2016: 167-174.
- [3] 王成,施闯,段兵兵. 利用位置与云计算建立电离层 TEC 主动式播发平台[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2016, 41(3):304-309.
- [4] 段兵兵,王解先,王成. 融合速度和方向信息的船舶位置高精度预报[J]. 武汉大学学报信息科学版, 2015, 40: 422-426.
- [5] 刘志强,王解先,段兵兵. 单站多参数 GLONASS 码频间偏差估计及其对组合精密单点定位的影响[J]. 测绘学报, 2015, 44(2):150-159.
- [6] Bingbing Duan, Junping Chen, Jiexian Wang, et al. GNSS satellite clock real-time estimation and analysis for its positioning[J] China Satellite Navigation Conference (CSNC) 2014 Proceedings: Volume III. Springer Berlin Heidelberg, 2014: 703-710.
- [7] 段兵兵,王解先,王成. 基于 HouseHold 变换的全球卫星导航系统参数解算方法[J]. 同济大学学报: 自然科学版, 2014, 42(7): 1123-1126.
- [8] 王成,王解先,段兵兵. 附有国际参考电离层约束的全球电离层模型[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2014, 39(11):1340-1346.

已授权专利

发明专利：一种基于位置信息的电离层 TEC 主动式播发方法和系统，专利号：ZL201310488613，申请日期：2013年10月17日，授权日期：2016年4月20日。