



同濟大學

TONGJI UNIVERSITY

博士学位论文

实时多频多系统 PPP-RTK 服务系统  
研制与关键技术研究

姓 名:

学 号:

所在院系:

学科门类:

学科专业:

指导教师:

副指导教师:

二〇二三年五月



同濟大學  
TONGJI UNIVERSITY

A dissertation submitted to  
Tongji University in conformity with the requirements for  
the degree of Doctor of Philosophy

**Development of Real-Time Multi-Frequency and Multi-System PPP-RTK Service System and Research on Key Technologies**

Candidate:  
Student Number:  
School/Department:  
Discipline:  
Major:  
Supervisor:

## 学位论文版权使用授权书

本人完全了解同济大学关于收集、保存、使用学位论文的规定，同意如下各项内容：按照学校要求提交学位论文的印刷本和电子版；学校有权保存学位论文的印刷本和电子版，并采用影印、缩印、扫描、数字化或其它手段保存论文；学校有权提供目录检索以及提供本学位论文全文或者部分的阅览服务；学校有权按有关规定向国家有关部门或者分析中心送交论文的复印件和电子版；在不以赢利为目的的前提下，学校可以适当复制论文的部分或全部内容用于学术活动。

学位论文作者签名：

年 月 日

# 同济大学学位论文原创性声明

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是本人在导师指导下，进行研究工作所取得的成果。除文中已经注明引用的内容外，本学位论文的研究成果不包含任何他人创作的、已公开发表或者没有公开发表的作品的内容。对本论文所涉及的研究工作做出贡献的其他个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本学位论文原创性声明的法律责任由本人承担。

学位论文作者签名：

年 月 日



## 摘要

随着全球各大 GNSS 系统不断完善与发展，GNSS 位置服务的时效性、高精度以及可靠性已经成为当前 GNSS 用户的首要目标与要求。精密单点定位技术（PPP）以其机动灵活、成本低的优势在交通运输、气象预报、通信授时、地震监测等领域显现了独特的应用价值。随着近十余年来 PPP 技术的不断发展，大量学者在该领域取得了丰富的理论研究与实际应用成果。但是随着 GNSS 用户对时效性和可靠性需求的不断增加，PPP 技术当前仍面临两个主要技术难点：一是实时性不足；二是模糊度难以固定导致 PPP 初始化时间较长。这两个难点已然成为制约 PPP 技术进一步发展应用的主要瓶颈，也是当前 GNSS 领域公认的技术难题。随着 IGS 实时工作组于 2013 年开始向全球用户免费提供 RTS 数据流，当前用户已可以根据实时轨道改正数和钟差改正数实现实时分米级甚至实时厘米级 PPP 定位精度，在一定制度上缓解了第一个技术难点引起的问题。然而对于第二个技术难点，当前大部分 RTS 数据流中并不提供实时高精度相位偏差产品，因此现阶段工程化应用的实时 PPP 技术仍以 PPP 浮点解为主，实时 PPP 固定解仍然处在研究和发展阶段。与此同时，国内外越来越多的地基参考网络在不断布设，因此可以在实时 PPP 固定解的基础上利用区域参考站建模生成的大气延迟改正数信息进一步缩短 PPP 收敛时间，实现瞬时模糊度固定，该技术被称为 PPP-RTK 定位技术。实时 PPP-RTK 定位技术可以彻底解决 PPP 初始化时间过长和重收敛时间过长的问题，达到与网络 RTK 相近的定位性能。因此本论文针对当前 GNSS 用户对于实时快速定位的迫切需求，围绕实时 PPP-RTK 定位关键技术开展了系统深入的研究，重点攻克了实时多频多系统 PPP-RTK 服务端伪距和相位偏差估计、实时多频多系统 PPP-RTK 终端快速模糊度固定、区域大气延迟改正数建模及区域增强 PPP 定位等关键技术，建立了一套实时多频多系统 PPP-RTK 位置服务系统，有效解决了抑制 PPP 技术进一步发展的技术难题。本论文的主要研究内容及结论如下：

（1）系统阐述了 GNSS 精密单点定位观测模型、随机模型以及参数估计方法。从 GNSS 的基本观测方程出发，详细介绍了 PPP-RTK 定位系统中常用的线性组合及定位误差理论。讨论了精密单点定位常用的序贯最小二乘和卡尔曼滤波的参数估计方法，并在传统抗差卡尔曼滤波的基础上进行改进，有效提升了 PPP 定位解算时参数估计效率。

（2）以 GFZ 提供的精密轨道和钟差作为参考，评估了六家分析中心实时轨道和钟差 SSR 产品在不同时延下的质量。结果表明：当时延在 60 s 以内时，

不同时延对实时轨道钟差精度的影响在 mm 量级；WHU 的实时 GPS 卫星轨道和钟差精度最优，实时轨道精度为 0.0192 m，钟差精度为 0.0711 ns；CAS 的实时 Galileo 卫星轨道和钟差精度最优，实时轨道精度为 0.0244 m，实时钟差精度为 0.1124 ns；对于 BDS 星座，WHU 提供的 MEO 卫星实时轨道钟差精度最优，CAS 提供的 IGSO 卫星实时轨道钟差精度最优。实时轨道综合结果表明，综合出的实时 GPS、Galileo 和 BDS 卫星的轨道误差平均 RMS 值分别为 0.0162 m，0.0211 m 和 0.0695 m，相对于单一分析中心轨道产品精度均有提升。

(3) 介绍了实时多频多系统 PPP-RTK 服务端伪距与相位偏差产品估计模型，论证了原始频点伪距、相位偏差与 DCB、UPD 之间的转换关系。利用后处理数据验证 DCB 估计算法的有效性，结果表明采用本文算法估计出的大部分频内及频间 DCB 月稳定度优于 0.1 ns，与 CAS DCB 产品的差异也均在 0.1 ns 左右。提出了实时 DCB 产品和 UPD 产品估计提升策略，采用改进策略估计出的实时 DCB 产品稳定性明显增强；采用改进策略估计出的 GPS，Galileo，BDS 的实时窄巷 UPD 估计残差分别为 0.041 cycle，0.043 cycle，0.094 cycle，相比于传统方法的 0.054 cycle，0.057 cycle，0.11 cycle 有明显减小。证明了本文提出的 PPP-RTK 服务端伪距、相位偏差产品实时估计提升策略的有效性。对影响 BDS UPD 产品质量的特殊偏差进行了精细处理，结果表明可以显著提升 BDS UPD 产品精度和数据利用率。对 GPS L1/L5 组合宽巷及窄巷 UPD 估计算法进行改进，实现了将 L1/L2 与 L1/L5 组合之间的 IFCB 偏差吸收到 L1/L5 组合 UPD 中的目的，避免了播发实时 IFCB 产品所造成的数据通讯负担。

(4) 研究了基于 OSB 产品的实时多频多系统 PPP 模糊度固定方法，解决了部分模糊度固定子集选取、模糊度固定可靠性检核等技术难题，并利用实时数据实现了多频多系统 PPP 模糊度的快速固定。实验结果表明，多系统 PPP-AR 可以显著提升 PPP 的定位性能，定位收敛速度和定位精度相比于单系统 PPP-AR 均有提升，且随着可用频率数的增加，提升效果也更加明显。三系统静态 PPP-AR 收敛时间少于 10 min 和 20 min 的比例分别是 76.1% 和 94.8%，动态 PPP-AR 收敛时间少于 10 min 和 20 min 的比例分别是 73.3% 和 94.0%。三系统动态 PPP-AR 定位 10~20 min 后即可在 N，E，U 方向达到 1.7 cm，2.5 cm 和 5.0 cm 的厘米级定位精度。对实时 PPP-AR 的随机模型确定方法进行改进，结果表明采用改进随机模型进行 PPP-AR 定位在收敛时间、模糊度固定率及定位精度等方面均有提升。10 个 MGEX 站的平均收敛时间从 17.45 min 减小到 11.05 min，平均模糊度固定率从 87.11% 提升到 87.69%，且收敛后的定位误差在 N，E，U 三个方向分别降低了 7.0%，3.5% 和 7.2%。

(5) 基于不同尺度区域参考站数据对区域大气延迟改正数建模方法进行了

深入研究，采用多项式拟合方法对大气延迟改正数进行建模并进行精度评估，同时提出了大气建模精度的完好性评估指标。结果表明，本文提出的大气延迟改正数建模算法在小尺度的香港 CORS 网和大尺度的澳大利亚 CORS 网均能适用，对流层建模高程改化后可实现毫米级的对流层延迟改正数建模精度，电离层建模可以实现 0.5 TECU 以内的 VTEC 建模精度和 0.1 TECU 左右的 STEC 建模精度。本文提出的大气建模完好性指标 TRIM 和 IRIM 有效反映了大气延迟改正数建模残差的总体情况，与区域增强 PPP 定位结果形成了有效对照。针对低纬度区域 CORS 网，提出了基于重合 IPP 的区域 STEC 建模方法来降低电离层活跃时段中小尺度的电离层行进式扰动对建模精度的影响。实验结果表明，16 个香港 CORS 站中有 12 个测站的建模精度有所提升，采用改进方法进行 STEC 建模的平均精度提升比例为 9.59%。

(6) 开展了利用大气延迟改正数约束的区域增强 PPP 定位算法研究，并引入了电离层残差建模不确定指标 IRMU 和对流层残差建模不确定性指标 TRMU 作为大气虚拟约束方程方差，进一步缩短了 PPP 获取固定解所需的收敛时间。实验结果表明，当电离层建模精度较高时，采用时空约束法附加外部电离层约束与采用 IRMU 附加外部电离层约束均可实现瞬时收敛的 PPP-RTK 定位效果，但采用 IRMU 约束的定位精度明显优于时空约束法结果；当电离层建模精度较低时，采用 IRMU 附加外部电离层约束的 PPP-RTK 定位结果明显优于其他方案，定位误差及收敛性均有明显提升。总体上来说，当区域尺度较小时，基于 STEC 建模的 PPP-RTK 定位结果最优，静态 PPP-RTK 的平均收敛时间为 1.5 个历元，平均模糊度固定率为 97.8%；动态 PPP-RTK 的平均收敛时间为 1.53 个历元，平均模糊度固定率为 97.7%。当区域尺度较大时，PPP-RTK (STEC) 仍可取得最优的定位结果，无论是定位精度还是收敛速度相对于 PPP-RTK (VTEC)、PPP-AR 均有明显提升；PPP-RTK (VTEC) 在收敛性方面整体上优于 PPP-AR 定位结果，但是定位精度方面 PPP-AR 统计结果更优。

最后，关于进一步工作的方向进行了简要的讨论。

**关键词：**PPP-RTK，实时伪距与相位偏差估计，快速模糊度固定，随机模型优化，大气延迟改正数建模

## ABSTRACT

With the continuous improvement and development of global navigation satellite systems (GNSS), the timeliness, high accuracy, and reliability of GNSS positioning services have become the primary goals and requirements of GNSS users. Precise Point Positioning (PPP) technology has shown unique application value in various fields such as transportation, weather forecasting, communication timing, and earthquake monitoring due to its mobility, flexibility, and cost-effectiveness. With the continuous development of PPP technology in the past decade, numerous researchers have made significant theoretical and practical advancements in this field. However, as the demand for timeliness and reliability in GNSS applications continues to increase, PPP technology still faces two main technical challenges. Firstly, it lacks real-time capability. Secondly, the difficulty in fixing the ambiguities leads to longer initialization time for PPP. These two challenges have become the primary bottlenecks that restrict the further widespread application of PPP technology, and they are recognized as significant technical problems in the current GNSS field. In recent years, with the International GNSS Service (IGS) Real-Time Service (RTS) providing free real-time orbit and clock corrections to global users since 2013, users can achieve real-time positioning with decimeter-level accuracy or even centimeter-level accuracy based on these corrections. This has alleviated the issues caused by the first technical challenge to a certain extent. However, regarding the second technical challenge, most of the current RTS data streams do not provide real-time high-precision phase bias products. Therefore, real-time Precise Point Positioning solutions in practical applications mainly rely on float solutions, while real-time PPP fixed solutions are still in the research and development stage. Meanwhile, an increasing number of ground-based reference networks are being established both domestically and internationally. Therefore, it is possible to further reduce the convergence time of PPP and even achieve instantaneous ambiguity fixing by utilizing the atmospheric delay correction information derived from regional reference stations based on real-time PPP fixed solutions. This technique is known as PPP-RTK positioning. The PPP-RTK positioning technique can effectively address the issues of long initialization time and re-convergence time in PPP, achieving positioning performance similar to that of Network RTK. Therefore, this thesis focuses on the urgent demand for real-time and rapid

positioning from GNSS users and conducts in-depth research on the key technologies of real-time PPP-RTK positioning. It focuses on solving the key technologies, including real-time multi-frequency and multi-system pseudo-range and phase bias estimation, real-time multi-frequency and multi-system PPP rapid ambiguity fixing, regional atmospheric delay modeling, and regional enhanced PPP positioning. A real-time multi-frequency and multi-system PPP-RTK service system is established, effectively addressing the challenges that hinder further development of PPP technology. The main research content and conclusions of this thesis are as follows:

(1) This thesis introduces the observation model, stochastic model, and parameter estimation methods for GNSS Precise Point Positioning (PPP). Starting from the basic observation equations of GNSS, it provides a detailed introduction to the commonly used linear combinations and positioning error theories in the PPP-RTK positioning system. It discusses the parameter estimation methods of sequential least squares and Kalman filtering, which are commonly used in precise point positioning. Furthermore, it improves upon the traditional robust Kalman filtering, effectively enhancing the efficiency of parameter estimation during the positioning solution.

(2) The quality of real-time orbit and clock State Space Representation (SSR) products from six analysis centers was evaluated using precise orbit and clock data provided by GFZ as a reference. The evaluation was conducted at different latency levels. The results indicate that, when the latency is within 60 s, the impact of latency on the accuracy of real-time orbit and clock is at the millimeter level. Among the analysis centers, WHU achieved the best accuracy in real-time GPS satellite orbit and clock, with a real-time orbit accuracy of 0.0192 m and clock accuracy of 0.0711 ns. CAS demonstrated the best accuracy in real-time Galileo satellite orbit and clock, with a real-time orbit accuracy of 0.0244 m and clock accuracy of 0.1124 ns. For the BDS constellation, WHU provided the best accuracy in real-time MEO satellite orbit and clock, while CAS provided the best accuracy in real-time IGSO satellite orbit and clock. The comprehensive results of real-time orbits indicate that the average root mean square (RMS) values of orbit errors for the combined real-time GPS, Galileo, and BDS satellites are 0.0162 m, 0.0211 m, and 0.0695 m, respectively, which demonstrate an improvement in accuracy compared to individual analysis center orbit products.

(3) The model for estimating real-time multi-frequency and multi-system GNSS pseudo-range and phase bias deviations is presented, and the conversion relationship

between pseudo-range, phase bias, and Differential Code Bias (DCB) and Uncalibrated Phase Delays (UPD) is demonstrated. The effectiveness of the DCB estimation algorithm is verified using post-processing data. The results show that the majority of the intra-frequency and inter-frequency DCB estimated using the proposed algorithm have a monthly stability better than 0.1 nanoseconds, and the differences compared to CAS DCB products are also around 0.1 nanoseconds. Enhancement strategies for real-time DCB and UPD estimation are proposed, and the stability of real-time DCB products is significantly improved using the improved strategy. The estimated residuals of real-time narrow-lane UPD for GPS, Galileo, and BDS using the improved strategy are 0.041 cycles, 0.043 cycles, and 0.094 cycles, respectively, which are significantly smaller than the traditional method's 0.054 cycles, 0.057 cycles, and 0.11 cycles. Special biases that affect the quality of BDS UPD products are finely handled, and the results show a significant improvement in the quality and data utilization of BDS UPD products. The estimation algorithms for GPS L1/L5 combination wide-lane and narrow-lane UPD are improved to absorb Inter-frequency clock bias (IFCB) products into UPD products, avoiding the data communication burden caused by broadcasting real-time IFCB products.

(4) The study investigates the real-time multi-frequency and multi-system Precise Point Positioning (PPP) ambiguity resolution (AR) method based on the Observable-specific biases (OSB) product. It addresses technical challenges such as subset selection for ambiguity fixing and reliability checks for ambiguity resolution, and achieves fast ambiguity fixing using real-time data from multiple frequencies and systems. Experimental results demonstrate that multi-system PPP-AR significantly improves the positioning performance compared to single-system PPP-AR, with enhanced convergence speed and accuracy. The improvement becomes more pronounced with an increasing number of available frequencies. For three-system static PPP-AR, the proportions of convergence time less than 10 minutes and 20 minutes are 76.1% and 94.8%, respectively. For dynamic PPP-AR, the proportions of convergence time less than 10 minutes and 20 minutes are 73.3% and 94.0%, respectively. After 10-20 minutes of dynamic PPP-AR, centimeter-level positioning accuracy of 1.7 cm, 2.5 cm, and 5.0 cm in the North, East, and Up directions, respectively, is achieved. An improvement is made to the determination method of the random model for real-time PPP-AR, resulting in enhanced convergence time, ambiguity fixing rate, and positioning accuracy. The average convergence time for 10

MGEX stations decreases from 17.45 minutes to 11.05 minutes, the average ambiguity fixing rate increases from 87.11% to 87.69%, and the positioning errors in the North, East, and Up directions after convergence are reduced by 7.0%, 3.5%, and 7.2%, respectively.

(5) The study conducts in-depth research on the modeling of regional atmospheric delay corrections based on data from reference stations at different scales. It employs a polynomial fitting method to model the atmospheric delay corrections and evaluates their accuracy. Additionally, an integrity evaluation index for atmospheric modeling accuracy is proposed. The results demonstrate that the proposed algorithm for atmospheric delay correction modeling is applicable to both the small-scale Hong Kong CORS network and the large-scale Australian CORS network. It achieves millimeter-level modeling accuracy for tropospheric delay corrections after considering the height variation in the troposphere. Furthermore, it achieves VTEC modeling accuracy within 0.5 TECU and STEC modeling accuracy around 0.1 TECU. The proposed integrity indices for atmospheric modeling, TRIM and IRIM, effectively reflect the overall residual characteristics of the modeling, providing an effective comparison with the results of regional enhanced PPP positioning. For CORS networks in low-latitude regions, a regional STEC modeling method based on overlapping Ionospheric Pierce Point (IPP) is proposed to reduce the impact of small-scale ionospheric disturbances during active ionospheric periods on modeling accuracy. Experimental results show that the modeling accuracy of 12 out of 16 Hong Kong CORS stations is improved, with an average improvement ratio of 9.59% when the improved method is applied for STEC modeling.

(6) The study focuses on the research of regional enhanced PPP positioning algorithm using atmospheric delay corrections as constraints. It introduces the Ionospheric Residual Model Uncertainty (IRMU) and Tropospheric Residual Model Uncertainty (TRMU) as variances in the virtual constraint equations, aiming to further reduce the convergence time required to obtain a fixed solution in PPP. Experimental results show that when the ionospheric modeling accuracy is high, both the spatial-temporal constraint method with external ionospheric constraint and the IRMU with external ionospheric constraint can achieve instantaneous convergence in PPP-RTK positioning. When the ionospheric modeling accuracy is low, the PPP-RTK positioning results with the IRMU and external ionospheric constraint significantly outperform other schemes, with noticeable improvements in positioning accuracy and convergence.

In general, for small-scale regional scenarios, the PPP-RTK (STEC) based on STEC modeling achieves the best positioning results, with an average convergence time of 1.5 epochs for static PPP-RTK and an average ambiguity fixing rate of 97.8%. For dynamic PPP-RTK, the average convergence time is 1.53 epochs, and the average ambiguity fixing rate is 97.7%. In larger-scale regional scenarios, PPP-RTK (STEC) still achieves the optimal positioning results, with significant improvements in both positioning accuracy and convergence speed compared to PPP-RTK (VTEC) and PPP-AR. PPP-RTK (VTEC) generally outperforms PPP-AR in terms of convergence, while PPP-AR exhibits better statistical results in terms of positioning accuracy.

In the finality, the problems requiring further studies are discussed.

**Keywords:** PPP-RTK, Real-time pseudo-range and phase bias estimation, Rapid ambiguity resolution, Stochastic model optimization, Atmospheric corrections modeling



# 目录

第一章 引言.....	1
1.1 研究背景及意义.....	1
1.2 国内外研究现状.....	2
1.2.1 GNSS 星座.....	2
1.2.2 PPP.....	5
1.2.3 PPP-AR.....	5
1.2.4 PPP-RTK.....	7
1.3 研究目标及内容.....	8
1.3.1 研究目标.....	8
1.3.2 研究内容.....	8
1.4 本章小结.....	10
第二章 Multi-GNSS 精密单点定位基础理论及方法 .....	11
2.1 GNSS 观测模型及线性组合.....	11
2.1.1 GNSS 非差非组合观测模型.....	11
2.1.2 GNSS 观测值线性组合.....	11
2.1.3 GNSS 定位函数模型及随机模型.....	14
2.2 GNSS 定位误差及修正.....	15
2.2.1 卫星轨道误差及钟差误差.....	16
2.2.2 天线相位中心改正.....	17
2.2.3 天线相位缠绕改正.....	17
2.2.4 硬件时延改正.....	18
2.2.5 电离层延迟误差.....	19
2.2.6 对流层延迟误差.....	20
2.2.7 相对论改正.....	20
2.2.8 地球形变误差.....	21
2.3 参数估计方法.....	21
2.3.1 序贯最小二乘.....	21
2.3.2 改进的抗差卡尔曼滤波.....	22
2.4 本章小节.....	24
第三章 Multi-GNSS 实时轨道钟差产品评估及轨道综合 .....	25
3.1 实时数据接收与存储.....	25
3.1.1 数据传输格式与类型.....	25
3.1.2 数据的接收与存储.....	26
3.2 实时轨道钟差精度评估.....	28
3.3 实时轨道综合及性能评估.....	43
3.4 本章小节.....	49
第四章 PPP-RTK 服务端实时伪距/相位偏差估计与精度评估 .....	51
4.1 多频多系统差分码偏差 (DCB) 及伪距偏差估计 .....	51
4.1.1 多频多系统 DCB 估计方法.....	51
4.1.2 DCB 产品质量分析.....	53

4.1.3 实时 DCB 估计策略提升.....	63
4.1.4 伪距 OSB 估计及结果分析.....	66
4.2 多频多系统相位小数偏差 (UPD) 及相位偏差估计.....	68
4.2.1 多频多系统 UPD 估计方法.....	70
4.2.2 实时 UPD 估计策略提升.....	73
4.2.3 实时 UPD 产品质量分析.....	77
4.2.4 多频多系统 UPD 估计中特殊偏差的处理.....	80
4.2.5 相位 OSB 估计及结果分析.....	94
4.3 本章小节.....	95
第五章 基于原始观测值伪距/相位偏差产品的多频多系统实时 PPP 模糊度固	
定.....	97
5.1 基于 OSB 产品的 PPP 模糊度固定方法研究.....	97
5.2 实时 PPP-AR 随机模型优化.....	99
5.3 实时 PPP-AR 的模糊度固定策略.....	100
5.3.1 部分模糊度固定模糊度子集选取策略.....	100
5.3.2 模糊度固定可靠性检核.....	102
5.3.3 模糊度固定浮点解转固定解.....	104
5.4 实时多频多系统 PPP-AR 定位性能分析.....	105
5.4.1 实时 PPP-AR 定位性能评估分析.....	105
5.4.2 随机模型优化对 PPP-AR 定位性能的影响.....	112
5.5 本章小节.....	115
第六章 不同尺度区域大气延迟改正数建模及 PPP-RTK 终端定位性能分析	
.....	117
6.1 基于服务端 PPP-AR 的区域大气改正数生成.....	117
6.1.1 对流层延迟改正数的生成.....	117
6.1.2 电离层延迟改正数的生成.....	118
6.2 区域大气延迟改正数建模及精度评估.....	119
6.2.1 对流层延迟改正数建模.....	120
6.2.2 电离层延迟改正数建模.....	120
6.2.3 区域大气延迟改正数建模精度评估.....	123
6.3 区域增强 PPP-RTK 终端定位算法及定位性能分析.....	142
6.3.1 区域增强 PPP-RTK 终端定位算法.....	142
6.3.2 区域增强 PPP-RTK 终端定位性能分析.....	144
6.4 本章小节.....	156
第七章 结论与展望.....	159
7.1 结论与创新点.....	159
7.1.1 结论.....	159
7.1.2 创新点.....	161
7.2 进一步研究计划.....	162
参考文献.....	163

# 第一章 引言

## 1.1 研究背景及意义

全球卫星导航系统（Global Navigation Satellite System, GNSS）可以利用全球分布的卫星网发射信号，进而为用户提供高精度的定位、导航和授时服务，已成为重要的空间基础设施（李星星，2013）。目前 GNSS 的应用领域非常广泛，包括但不限于交通运输、气象预报、通信授时、地震监测等。

作为 GNSS 系统最为核心的功能与服务，高精度定位相关理论和技术也在不断的发展与完善，实现了从后处理到实时、从静态到动态、从单频到多频的发展（Zhang and Ou, 2011; Li et al, 2019a）。为了获取厘米级甚至毫米级的高精度定位结果，可以通过差分相对定位和精密单点定位（Precise Point Positioning, PPP）的方法进行数据处理。差分相对定位通过双差观测模型消除了接收机端和卫星端的大部分公共误差，因此可以实现快速厘米级定位精度（魏子卿，1998）。为了增加参考站的服务范围，网络 RTK 技术（Network Real Time Kinematic, NRTK）在差分相对定位的基础上被提出（戴志强，2016），通过实时估计参考站网内各类 GNSS 误差，并以虚拟观测值的形式提供给用户使用，使用户端能够实现实时高精度定位。NRTK 技术虽然大大增加了参考站的作用距离，但若想获得高精度服务性能仍需一定数量的参考站，同时其双向通讯模式也会带来实时通讯负担的问题，难以同时满足全球范围内大量用户的定位需求。为了解决差分相对定位中存在的问题，Zumberge 等于 1997 年提出采用精密单点定位 PPP 的手段获得高精度定位结果（Zumberge et al, 1997）。PPP 基于国际 GNSS 服务组织（International GNSS Service, IGS）发布的精密卫星轨道和卫星钟差产品，仅使用单台接收机即可在全球任意区域实现高精度定位结果，相比于差分相对定位具有机动灵活、成本低且覆盖能力广的特点（李昕，2021）。随着近十余年来 PPP 技术的不断发展，大量学者在该领域取得了丰富的理论研究与实际应用成果。但是随着实时快速精密位置服务领域应用需求的不断发展，当前其仍然面临两个主要技术难点：第一个是 PPP 技术所需要的精密产品有延迟，使得 PPP 无法像 NRTK 技术一样提供实时服务；第二个是 PPP 的初始化时间较长问题，通常需要数十分钟才能实现定位收敛，同时由于 PPP 解算过程中非差模糊度参数受到接收机端和卫星端硬件延迟的影响，使其失去了整数特性，因此即使 PPP 收敛后也无法达到差分相对定位的定位精度。这两个难点是制约 PPP 技术广泛应用的

主要瓶颈，也是当前 GNSS 领域公认的技术难题。

为了解决 PPP 技术实时性不足的问题，IGS 于 2013 年开始基于 RTCM 协议提供实时卫星轨道改正数和钟差改正数，以满足 PPP 用户的实时定位需求。目前有多家 IGS 分析中心同时提供实时产品，因此有必要对当前实时产品进行精度评估以为其他用户提供参考，本文第三章对这一内容进行了详细的研究分析。为了解决 PPP 收敛速度慢且精度不足的问题，模糊度固定的 PPP 技术（PPP Ambiguity Resolution, PPP-AR）应运而生，Ge et al（2008）、Collins（2008）和 Laurichesse（2009）等先后提出了不同的 PPP 模糊度固定方案，核心是利用全球或区域参考站网计算的 UPD(Uncalibrated Phase Delay)或者整数钟（Integer Recovery Clock, IRC）产品恢复 PPP 估计出的模糊度参数的整数特性（舒宝，2019）。大量学者在这两种方法的基础上开展了从单系统到多系统，从 CDMA（Code Division Multiple Access）到 FDMA（Frequency Division Multiple Access），从单频到多频的 PPP-AR 定位理论与方法研究。然而目前大部分关于 PPP-AR 的研究都是基于事后产品进行后处理，这些理论方法应用于实时 PPP-AR 时也会面临新的问题和挑战。

PPP-AR 虽然对传统 PPP 的定位收敛速度和定位精度有所提升，但是仍需数分钟才能实现首次固定，相比于 NRTK 技术的瞬时收敛仍有不小的差距。PPP-AR 技术相比于 NRTK 技术收敛速度慢的一个主要原因是 PPP-AR 的模糊度参数仍会受到大气误差的影响。那么能否借鉴 NRTK 技术的思路，在 PPP-AR 模糊度固定的基础上利用参考站网观测数据实现大气误差改正建模，进而提升 PPP 收敛速度？在这一思路的启发下，Wübbena 等于 2005 年首次提出 PPP-RTK 的技术概念，此技术的核心思想是对各类误差源进行精细化建模，通过卫星向用户播发卫星轨道和钟差改正数、伪距偏差、相位偏差以及电离层、对流层延迟改正数等。用户端在接收到上述产品后可以实现快速模糊度固定，达到与 NRTK 相当的定位性能。目前 PPP-RTK 技术尚未像 NRTK 技术一样广泛应用于实际工作与生产中，且基于实时轨道钟差、相位偏差和大气延迟产品实现实时快速 PPP 模糊度固定的相关研究并不多见。因此作为本文的核心研究问题，实时 PPP-RTK 服务端产品估计及终端定位的核心算法将被进行重点研究和分析。

## 1.2 国内外研究现状

### 1.2.1 GNSS 星座

随着 GNSS（Global Navigation Satellite System）导航系统的发展，目前主

要包括四个主要的 GNSS 导航系统，主要有美国的 GPS（Global Positioning System）、俄罗斯的 GLONASS（Global Navigation Satellite System）、欧盟的 Galileo 及中国的 BDS（BeiDou System）。其它的还有日本的 QZSS（Quasi-Zenith Satellite System）和印度的 IRNSS（Indian Regional Navigation Satellite System）。本节简要介绍四个主流导航系统的概况及发展历程。

### （1）GPS 系统

GPS 于 1993 年提出，计划由 24 颗均匀覆盖的 MEO（Media Earth Orbit）组成并于 1995 年正式投入全面运行。GPS 卫星的轨道高度为 20200 km，轨道倾角为  $55^\circ$ ，轨道运行周期为 11 小时 58 分钟 2 秒。目前 GPS 的实际在轨运行卫星为 32 颗并分布在 6 个轨道面上。

近年来美国政府也开启了 GPS 系统现代化建设进程，并于 2005 年正式发射了第一颗 Block IIR-M 类型卫星。随着 GPS 的发展，GPS 卫星的信号频率类型也从主要的 L1 和 L2，扩展到了第三代信号 L5。2018 年后发射的 Block III 类型卫星也提供了第四代信号 L1C。表 1.1 给出了当前 GPS 星座的基本建设概况。

表 1.1 GPS 星座基本建设概况

卫星型号	服务时间	信号种类	频点/MHz
IIA	1990-1997	L1(C/A)、L1P 、 L2P	1575.42 1227.60
IIR	1997-2004		
IIR-M	2005-2009	L2C	1227.60
IIF	2010-2015	L5	1176.45
III	2016		
III-F	2018	L1C	1176.45

GPS 系统地面段主要包括 2 个主控站（其中一个为备用主控站）和 28 个监测站。由于 GPS 系统的地面监测站分布比较好，因此 GPS 卫星的广播星历空间信号精度要好于其他 GNSS 导航系统。

### （2）GLONASS 系统

GLONASS 于 1976 年开始建设，并于 1996 年正式建成。计划主要有 24 颗卫星组成并平均分布在 3 个轨道面上。GLONASS 卫星的轨道高度为 19100 km，轨道倾角为  $64.8^\circ$ ，轨道运行周期为 11 小时 15 分钟 44 秒。目前 GLONASS 系统共有 26 颗卫星在轨，其中包括 24 颗正常运行卫星，2 颗卫星用于测试。

与 GPS 等系统采用的码分多址（CDMA）不同，GLONASS 系统采用频分多址（FDMA），其星座基本建设情况如表 1.2 所示。

表 1.2 GLONASS 星座基本建设概况

GLONASS	服务时间	FDMA 频点/MHz ( $n=-7, \dots, 5, 6$ )	
		$1602+n*0.5625$	$1246+n*0.4375$
GLONASS-M	2003.2016	L1OF, L1SF	L2OF, L2SF
GLONASS-K	2011-2018	L1OF, L1SF	L2OF, L2SF
GLONASS-K2	2017 年开始	L1OF, L1SF	L2OF, L2SF

GLONASS 系统地面段包括一个主控站和 58 个监测站，但是 GLONASS 的监测站主要位于俄罗斯境内及周边国家。随着 GLONASS 现代化进程建设，预计未来也会在其他国家建设基准站。

### (3) BDS 系统

北斗卫星导航系统（BDS）是中国实施并自主发展的全球卫星导航系统。系统的最终建设目标是建成独立自主、开放兼容、技术先进、稳定可靠的覆盖全球的卫星导航系统。BDS 的空间星座与其它导航系统不同，包含 3 种不同类型的卫星星座。目前北斗二号在轨卫星包括 4 颗中圆地球轨道卫星（MEO）、5 颗倾斜地球同步轨道卫星（Inclined Geosynchronous Satellite Orbit, IGSO）和 5 颗地球静止轨道卫星（Geosynchronous Orbit, GEO）。北斗三号卫星空间星座包括 24 颗 MEO、3 颗 IGSO 和 3 颗 GEO 卫星。

北斗系统地面段主要包括 1 个主控站，1 个注入站和 31 个分布在中国境内的监测站。北斗系统的主要特点包括三个，第一个是系统同时具备导航、授时和位置报告功能，部分卫星还具备短报文通信功能；二是空间卫星星座包含 3 种轨道类型，其中 GEO 卫星和 IGSO 卫星的轨道高度较高，抗遮挡能力强；三是 BDS 是第一个提供三频信号服务的系统（B1、B2、B3），目前 BDS-3 卫星还提供最新的 B1C 和 B2a 信号，可以实现与其它卫星系统的兼容互操作。

### (4) Galileo 系统

Galileo 系统是由欧盟发起的全球卫星导航系统，目前主要由 ESA（European Space Agency）和 GSA（European GNSS Agency）共同负责运行。Galileo 系统自 2003 年开始实施，计划由 30 颗 MEO 卫星组成，所有卫星共分布在 3 个轨道面上，轨道高度为 23222km，轨道倾角为  $56^\circ$ ，轨道卫星运行周期为 14 小时 4 分钟 45 秒。

Galileo 卫星的卫星钟大部分采用氢原子钟，并且其监测站全球分布，因此 Galileo 系统的广播星历空间信号精度甚至优于 GPS 系统。Galileo 卫星导航系统主要包括高精度服务、搜救服务、开放服务和商用服务四种，最基本的开放服务精度可以达到 1m 以内。

### 1.2.2 PPP

目前获得高精度 GNSS 定位结果的方法主要有差分相对定位和精密单点定位。差分相对定位是采用双差的定位方法，消除两台接收机卫星端和接收机端的公共误差以实现高精度定位。但是差分相对定位需要依赖基准站和基准站网，因此在许多场合存在应用限制。Precise Point Positioning (PPP) 的概念最早是 1997 年 Zumberge 提出的 (Zumberge et al, 1997)，通过利用 IGS 发布的事后精密轨道和精密钟差产品，基于单个接收机的 PPP 即可实现静态定位精度 5cm，动态定位精度 15cm。最初，想要获得 PPP 的高精度定位结果主要有以下几个要求：1) 需要高精度的精密卫星星历和卫星钟差产品；2) 需要高精度的误差修正模型对各项误差进行修正。目前的 PPP 模型主要有无电离层组合模型、非差非组合模型和 Uofc 模型三种。

当前对于 PPP 的研究已经从单系统 PPP、单频 PPP 扩展至了多频多系统 PPP。在多系统组合 PPP 方面，张小红 (2010) 等对 GPS/GLONASS 组合精密单点定位进行了研究，结果表明融合 GPS 和 GLONASS 可以提升 PPP 的定位精度，缩短 PPP 收敛时间。随着 Galileo 系统和 BDS 系统的建成，许多学者对 GPS/Galileo 组合、GPS/BDS 组合、GPS/GLONASS/Galileo/BDS 等组合进行了深入研究，研究结果表明多系统组合可以为 PPP 提供更多的冗余观测量，对于 PPP 的最终定位精度及收敛速度均有显著提升 (Lou et al, 2016; Liu et al, 2017b)。在多频组合 PPP 方面，Elsobeiey (2015) 和 Deo and El-Mowafy (2018) 提出了多种三频 PPP 定位模型，并利用 GPS 数据对比分析了双频 PPP 和三频 PPP 的定位性能，结果表明三频 PPP 比双频 PPP 的定位精度和收敛速度均有明显提升。Guo et al (2016) 等利用 BDS 实测数据对三频 PPP 进行了测试，结果表明三频 PPP 对于动态 PPP 的定位性能提升要比静态 PPP 明显。综上所述，多频多系统融合可以提供更为丰富的 GNSS 观测量，对于 PPP 的定位性能提升具有显著作用。

PPP 作为一种高精度绝对定位技术，由于不需要流动站周边有基准站支持，因此有能力在全世界任意区域内提供高精度定位服务。目前广泛应用于低轨卫星定轨、全天候气象预警、地壳形变监测等领域。

### 1.2.3 PPP-AR

PPP 由于估计的是模糊度浮点解，因此模糊度与其他估计参数存在相关性，通常需要几十分钟的时间进行模糊度收敛。如果能将模糊度进行固定，那么 PPP

的收敛速度和定位精度均能大大提升。随着 GNSS 各卫星导航系统的不断发展,目前多频多系统组合 PPP-AR 成为 GNSS 领域的研究热点。PPP-AR 的实现方法主要包括 UPD(Uncalibrated Phase Delay)方法和整数钟方法(Ge et al, 2008;Laurichesse, 2009)。UPD 方法和整数钟方法采用相同的宽巷模糊度处理策略,两者的主要差别在于窄巷模糊度的处理方法。UPD 方法对于窄巷模糊度的处理方法与宽巷一致,最终为用户提供窄巷 UPD 产品,用户同时使用宽巷、窄巷 UPD 产品即可实现 PPP 模糊度固定(Ge et al, 2008;Geng et al, 2012)。整数钟法由 Laurichesse (2009)提出,该方法不单独估计窄巷 UPD 产品,而是将窄巷 UPD 分别吸收到网解的卫星钟差和接收机钟差产品中,用户使用宽巷 UPD 和卫星钟差产品同样可以实现 PPP 模糊度固定。目前法国国家太空研究中心(CNES)已经提供实时在线整数钟产品,其认为整数钟技术不仅可以在服务端提供更高精度的钟差产品,并且能够提升用户端的定位性能。耦合钟法由 Collins (2010)提出,该方法分别基于伪距和相位观测值估计了两套卫星钟差产品,因此可以单独估计出整数特性的模糊度参数。Shi (2012)和 Li (2016b)也证明了耦合钟在数据处理理论上更加严密。对于这三种模型,Shi and Gao (2014)和 Geng et al (2010)等也证明了这几种模型之间的等价性。

PPP 模糊度固定的效果主要受到 UPD 产品或者整数钟产品的精度影响。研究表明 GPS 的宽巷 UPD 稳定性较高,天稳定性一般在 0.05 周以内,在 1 个月内序列的 STD 也基本在 0.06 周以内(李盼, 2016; Wang et al, 2021; 舒宝, 2019)。窄巷 UPD 产品的稳定性主要受到使用的轨道钟差产品的影响,当采用事后精密轨道钟差产品时, GPS 和北斗的 MEO/IGSO 卫星的窄巷 UPD 的天稳定性在 0.05 周左右(Liu et al, 2017b),采用实时轨道钟差产品则窄巷 UPD 的稳定性会明显降低。对于多系统 PPP-AR,由于能够显著提升可观测卫星数量和加强定位几何构型强度,目前也有大量学者针对多系统 PPP-AR 开展了研究。李盼(2016)开展了 GPS+BDS-2 的双系统 PPP-AR 研究,结果表明双系统首次固定时间在 20min 左右。Liu et al (2019)主要研究了 BDS-2 系统与其它 GNSS 组合的 PPP 固定解效果,结果表明定位时引入 BDS-2 系统可以显著缩短 PPP 首次固定时间。Hu et al (2020)研究了 GPS+BDS+Galileo+QZSS 的四系统 PPP-AR,结果表明四系统动态 PPP 的收敛时间和 TTFF 相比于单系统分别降低了 42.6%和 51.9%。以上研究证明,PPP-AR 相较于浮点 PPP 的定位收敛时间和定位精度均有提升,特别是多系统 PPP-AR 的提升幅度更为明显。近年来,随着 GNSS 信号和观测数据的不断增加,以及获得更多可用信息的需要,部分学者提出了可观测的特定信号偏差 OSB(Observable-specific biases)产品的概念,该产品直接修正在 GNSS 原始观测数据上即可恢复模糊度整数特性,因此用户可以使用多频率的观测数据



和不同的数学模型进行 PPP-AR，极大地促进了 PPP-AR 发展（Laurichesse and Banville, 2018; Liu et al, 2020）。

#### 1.2.4 PPP-RTK

随着 GNSS 的不断发展，越来越多的用户对 GNSS 提出了实时高精度的定位需求。通常在进行 PPP-AR 时，服务端仅提供相位小数偏差产品，不提供精确的大气延迟改正产品，因此客户端在进行定位时只能采用无电离层组合来降低电离层延迟的影响，并且天顶的对流层延迟也需要进行参数估计。无电离层组合虽然消除了一阶电离层延迟的影响，但是无电离层组合观测值的噪声也会放大 3 倍左右，同时对流层参数与高程方向也会存在强相关性，这些因素都造成了 PPP-AR 仍然需要几分钟才能实现模糊度固定。在进行 PPP-RTK 时，可以基于区域参考站实现大气延迟误差（包括电离层和对流层）的提取，然后基于参数拟合模型或者空间插值模型计算出流动站位置的大气延迟误差。将计算出的流动站大气延迟误差修正在观测值上之后，流动站可以在瞬时或者几个历元内实现模糊度固定。

为了满足用户需求，IGS RTWG 工作组于 2007 年 6 月提出了“Call for Participation in the IGS Real-time Pilot Project”，并于 2013 年 4 月正式提供免费服务。根据海事无线电技术委员会的 RTCM（Radio Technical Commission for Maritime Services）V3.x 的格式标准，实时改正数产品被格式化为状态域信息 SSR（State Space Representation）进行解算和发送（栗广才，2021）。SSR 的实时误差产品主要分为三种：（1）能够支持用户进行双频 Real-Time Precise Point Positioning（RTPPP）的产品，包括实时轨道改正数、实时钟差改正数和伪距偏差（Code Bias）；（2）播发实时广域天顶电离层 Vertical Total Electron Content（VTEC）用以支持用户实现实时单频 RTPPP；（3）播发实时相位小数偏差产品（Phase Bias）、实时对流层、实时电离层 Slant Total Electron Content（STEC）产品用以实现模糊度快速固定 PPP-RTK（Precise Point Positioning Real Time Kinematic）。PPP-RTK 的核心思想就是服务端利用参考网观测数据精化求解卫星轨道、钟差、伪距和相位偏差、区域大气延迟改正数等产品，编码成 SSR 改正数通过卫星播发给用户端使用。用户端基于接收到的 SSR 产品实现快速模糊度固定，得到高精度定位结果。PPP-RTK 融合了实时 PPP 技术和 NRTK 技术的优势，与实时 PPP 或 PPP-AR 相比，PPP-RTK 在大气延迟改正数产品的约束下可以实现瞬时模糊度固定，大大提升定位精度和收敛速度；与 NRTK 技术相比，PPP-RTK 在保证定位精度和定位效率的同时定位方式更加灵活，服务端播发的参数信息量大大减小，且作业范围和作业成本也显著降低（Geng et al, 2011）。

Wübbena 等于 2005 年首次提出 PPP-RTK 的概念，并利用大气增强改正数实现了 PPP-RTK，实验结果表明模糊度可以实现瞬时固定。李星星（2013）基于非差非组合观测值对大气延迟误差进行了提取，改正到观测值后可以将 PPP 的收敛时间降低 30%。Banville 改进了整数耦合钟差估计方法，在计算耦合钟的同时实现了电离层改正数的提取（Banville et al, 2014）。Teunissen 和 Khodabandeh 基于 S-system 理论建立了不同 PPP-RTK 模型之间的转化关系，并对不同 PPP-RTK 模型的改正数估计特性进行了理论分析（Teunissen and Khodabandeh, 2015）。Oliveira et al（2017）基于区域参考站实现了区域对流层改正数建模，并基于建模得到的对流层延迟数在用户端实现了浮点 PPP-RTK，显著提升了 PPP 收敛速度。Zhang et al（2019）分别对三种不同的 PPP-RTK 参数估计模型进行了介绍，并利用中国境内的陆态网测站验证了 PPP-RTK 的定位性能。目前已经有许多公司或分析中心建设了 PPP-RTK 应用服务，主要包括 QZSS 的厘米级增强服务系统（Centimeter Level Augmentation Service, CLAS），GEO++ 公司的 SSRPOST 服务和天宝公司的 Center Point RTX 等，国内的如千寻位置、华测导航等。

## 1.3 研究目标及内容

### 1.3.1 研究目标

本论文着眼于实时 PPP-RTK 服务端产品生成与终端定位的完整数据处理策略，目标是从参数解算模型与数据处理策略等方面改善现有 PPP-RTK 关键技术，通过优化 PPP-RTK 服务端产品估计算法及终端定位算法，提高整个实时 PPP-RTK 系统的可用性。

### 1.3.2 研究内容

基于以上国内外研究现状及上述研究目标，本文的具体研究内容主要包括：

- （1）PPP-RTK 基础定位理论与参数估计方法的研究；
- （2）Multi-GNSS 实时 SSR 产品精度评估及轨道综合方法的研究；
- （3）PPP-RTK 服务端伪距偏差及相位偏差估计策略的研究；
- （4）多频多系统 PPP-RTK 定位端实时模糊度固定及随机模型优化的研究；
- （5）基于区域参考站的 PPP-RTK 服务端大气延迟改正数建模及区域增强 PPP 定位算法的研究。

本文的章节安排及主要内容如下：

第一章 阐述本文的研究背景及意义，介绍了当前 GNSS 星座建设情况及特点，总结了 PPP、PPP-AR 以及 PPP-RTK 技术的国内外研究现状以及当前存在的不足，由此确定本文的研究目标及研究内容。

第二章 介绍 GNSS 精密单点定位的基础理论与算法，包括 PPP-RTK 需要用到的 GNSS 观测模型及相关线性组合、定位误差源及误差改正算法以及 PPP 定位函数模型与随机模型等。重点讨论了 PPP-RTK 定位中用到的序贯最小二乘及改进的抗差卡尔曼滤波算法。

第三章 首先简单介绍了 IGS 实时工作组定义的实时数据产品的格式及传输协议；其次介绍了本文采用的基于 Ntrip 协议的实时数据接收方法与基于共享内存的实时数据内存管理方案。在此基础上对多家 IGS 分析中心发布的实时轨道及钟差 SSR 产品接收并进行精度评估，确定出最优的实时产品为后续 PPP-RTK 服务端产品的估计与终端定位提供参考。最后，研究基于多家分析中心实时轨道产品的轨道综合方法，综合出高精度的实时轨道产品以解决单一分析中心实时轨道缺失及粗差问题。

第四章 重点研究 PPP-RTK 服务端多频多系统实时伪距偏差和相位偏差估计方法，推导原始频点伪距偏差、相位偏差与伪距 DCB (Differential Code Bias)、相位 UPD 之间的转换关系。对当前的后处理 DCB、UPD 产品估计算法进行研究，并在此基础上提出了数据处理改进策略以提升实时 DCB 和 UPD 产品的精度与可靠性。

第五章 主要研究基于 OSB 产品的多频多系统 PPP 模糊度固定技术。讨论分析了事后 PPP-AR 与实时 PPP-AR 模糊度固定方法的差异，引出了实时 PPP-AR 随机模型优化的有效性与必要性。对本文采用的模糊度固定策略进行介绍，重点讨论了部分模糊度固定子集选取策略、模糊度固定可靠性检核策略以及模糊度固定浮点解转固定解方法。通过实测算例评估了实时多频多系统 PPP-AR 定位性能。

第六章 重点研究了基于服务端 PPP-AR 的大气延迟改正数提取及建模方法，并采用不同尺度的区域参考站对大气改正数建模的精度进行了评估。同时也对 PPP-RTK 大气延迟改正数建模的完好性评价指标进行了研究，并将完好性指标应用于区域增强 PPP 定位算法大气约束随机模型的构建。使用本文算法生成的 PPP-RTK 服务端 OSB 产品及大气延迟改正数产品进行多系统 PPP-RTK 定位解算，并对其定位性能进行分析。

第七章 总结本文的主要研究工作与研究成果，并针对当前尚未解决的问题对下一步的研究工作进行了研究展望。

本文各章节研究内容之间的关系可以表示为：

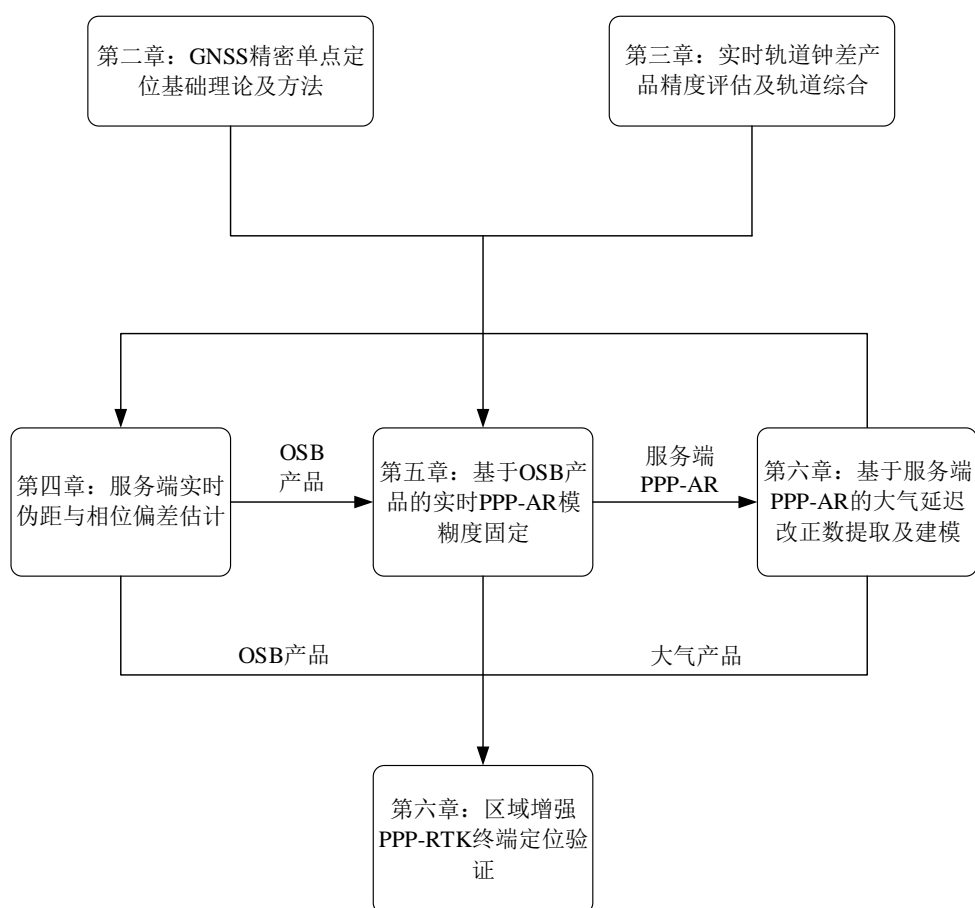


图 1.1 各章节研究内容之间的关系

## 1.4 本章小结

本章简要介绍了本文的研究背景与意义，指出了当前实时 PPP-RTK 定位技术在研究与服务应用中需要解决的一些关键问题。总结了当前国内外学者在 PPP、PPP-AR 和 PPP-RTK 方面的研究工作与研究现状，并在此基础上提出了本文的研究目标和研究内容。

## 第二章 Multi-GNSS 精密单点定位基础理论及方法

本章将从 GNSS 原始观测方程出发，系统介绍 PPP 定位函数模型、随机模型、各项误差改正及参数估计方法等，为后续章节开展深入研究奠定理论基础。

### 2.1 GNSS 观测模型及线性组合

#### 2.1.1 GNSS 非差非组合观测模型

测站  $r$  对卫星  $s$  在频率  $i$  上的伪距观测值可以表示为：

$$P_{r,i}^s = \rho_r^s + dt_r - dt^s + M^s \cdot zwd_r + r_i^s \cdot I_{r,1}^s + b_{r,i} - b_i^s + e_{r,i}^s \quad (2.1)$$

式中  $P_{r,i}^s$  表示伪距观测值， $\rho_r^s$  表示几何距离， $dt_r$  表示接收机钟差， $dt^s$  表示卫星钟差， $M^s$  和  $zwd_r$  分别表示对流层映射函数和天顶对流层延迟， $r_i^s$  和  $I_{r,1}^s$  分别表示电离层映射因子和第一个频率上的电离层延迟， $b_{r,i}$  和  $b_i^s$  分别表示频率  $i$  上的接收机端和卫星端的伪距硬件延迟， $e_{r,i}^s$  表示频率  $i$  上的多路径误差，天线相位中心误差 PCO (Phase Center Offset) 和天线相位中心变化 PCV (Phase Center Variation)，固体潮、海潮、极潮，相对论效应等误差和伪距观测噪声。

测站  $r$  对卫星  $s$  在频率  $i$  上的相位观测值可以表示为：

$$L_{r,i}^s = \rho_r^s + dt_r - dt^s + M^s \cdot zwd_r - r_i^s \cdot I_{r,1}^s + d_{r,i} - d_i^s + \lambda_i \cdot N_{r,i}^s + \varepsilon_{r,i}^s \quad (2.2)$$

式中， $L_{r,i}^s$  表示相位观测值， $d_{r,i}$  和  $d_i^s$  分别表示频率  $i$  上接收机端和卫星端的相位硬件延迟， $\lambda_i$  和  $N_{r,i}^s$  分别表示频率  $i$  上相位观测值的波长和整周模糊度，其余参数和伪距观测值一致。

#### 2.1.2 GNSS 观测值线性组合

本节主要对 GNSS 常用的线性组合进行介绍，主要包括：

##### 无电离层组合 (Ionosphere-Free combination, IF)

通常采用无电离层组合来消除一阶电离层误差的影响，以双频观测值为例，

无电离层伪距和相位组合形式可以分别表示为：

$$P_{r,IF}^s = \frac{f_i^2 P_{r,i} - f_j^2 P_{r,j}}{f_i^2 - f_j^2} \quad (2.3)$$

$$L_{r,IF}^s = \frac{f_i^2 L_{r,i} - f_j^2 L_{r,j}}{f_i^2 - f_j^2} \quad (2.4)$$

由 2.1.1 中原始频点观测值方程表达形式，则无电离层伪距和相位观测值可以表示为：

$$P_{r,IF}^s = \rho_r^s + dt_r - dt^s + M^s \cdot zwd_r + b_{r,IF} - b_{IF}^s + e_{r,IF}^s \quad (2.5)$$

$$L_{r,IF}^s = \rho_r^s + dt_r - dt^s + M^s \cdot zwd_r + d_{r,IF} - d_{IF}^s + \lambda_{IF} \cdot N_{r,IF}^s + \varepsilon_{r,IF}^s \quad (2.6)$$

以伪距观测值为例，在进行 PPP 数据处理解算时，由于无法区分伪距硬件延迟和钟差，通常将其合并成一个参数，则无电离层伪距观测值可以改写为：

$$P_{r,IF}^s = \rho_r^s + d\bar{t}_{\square} - d\bar{t}^s + M^s \cdot zwd_r + b_{r,IF} - b_{IF}^s + e_{r,IF}^s \quad (2.7)$$

其中，

$$d\bar{t}_{\square} = dt_{\square} + b_{r,IF} \quad (2.8)$$

$$d\bar{t}^s = dt^s + b_{IF}^s \quad (2.9)$$

与伪距观测值类似，相位硬件延迟也无法与模糊度参数进行分离，因此无电离层相位观测值可以改写为：

$$L_{r,IF}^s = \rho_r^s + dt_r - dt^s + M^s \cdot zwd_r + \lambda_{IF} \cdot \bar{N}_{r,IF}^s + \varepsilon_{r,IF}^s \quad (2.10)$$

其中，

$$\bar{N}_{r,IF}^s = N_{r,IF}^s + d_{r,IF} - d_{IF}^s \quad (2.11)$$

### 宽巷组合（Wide Lane combination, WL）

伪距观测值和相位观测值的宽巷组合可以分别表示为：

$$P_{r,WL}^s = \frac{f_i P_{r,i} - f_j P_{r,j}}{f_i - f_j} \quad (2.12)$$

$$L_{r,WL}^s = \frac{f_i L_{r,i} - f_j L_{r,j}}{f_i - f_j} \quad (2.13)$$

在 GNSS 数据处理中，相位宽巷组合通常用来进行 MW 组合的构造。相位宽巷组合可以表示为：

$$\begin{aligned}
L_{r,WL}^s = & \rho_r^s + dt_r - dt^s - \frac{I_{r,1}}{f_i f_j} + M^s \cdot zw d_r \\
& + \frac{c}{f_i - f_j} \cdot (N_i - N_j) + \frac{f_i(d_{r,i} - d_i^s) - f_j(d_{r,j} - d_j^s)}{f_i - f_j} + \varepsilon_{r,WL}^s
\end{aligned} \tag{2.14}$$

从上式可以看出，宽巷观测值的波长相对于原始频点波长大大增加，因此更利于进行模糊度固定。

### 窄巷组合

伪距观测值和相位观测值的窄巷组合可以分别表示为：

$$P_{r,NL}^s = \frac{f_i P_{r,i} + f_j P_{r,j}}{f_i + f_j} \tag{2.15}$$

$$L_{r,NL}^s = \frac{f_i L_{r,i} + f_j L_{r,j}}{f_i + f_j} \tag{2.16}$$

在进行 GNSS 的 PPP 模糊度固定（PPP-AR）时，通常需要通过宽巷组合和无电离层组合求出窄巷观测值，相位窄巷组合可以表示为：

$$\begin{aligned}
L_{r,NL}^s = & \rho_r^s + dt_r - dt^s + \frac{I_{r,1}}{f_i f_j} + M^s \cdot zw d_r \\
& + \frac{c}{f_i - f_j} \cdot (N_i + N_j) + \frac{f_i(d_{r,i} - d_i^s) + f_j(d_{r,j} - d_j^s)}{f_i + f_j} + \varepsilon_{r,NL}^s
\end{aligned} \tag{2.17}$$

### GF 组合和 MW 组合

通常使用电离层残差（GF）组合和 MW 组合来进行相位观测值周跳探测。对于不同频点的观测值来说，与频率无关的误差（对流层误差，相对论误差，几何距离改正等）可以通过双频观测值做差消除。GF 组合可以表示为：

$$P_{r,GF}^s = P_{r,i} - P_{r,j} \tag{2.18}$$

$$L_{r,GF}^s = L_{r,i} - L_{r,j} \tag{2.19}$$

对于相位 GF 组合观测值  $L_{r,GF}^s$  来说，当没有周跳发生时，理论上历元间差分分量  $\Delta L_{r,GF}^s$  主要收到电离层历元间变化量的影响。因此可以用来进行周跳探测和电离层电子含量估计。

MW 组合同样可以用来进行周跳探测。MW 组合可以通过相位宽巷观测值

和伪距窄巷观测值组合得到，表示为：

$$L_{r,WL}^s - P_{r,NL}^s = \frac{c}{f_i - f_j} \cdot (N_i - N_j) + \frac{f_i(d_{r,i} - d_i^s) - f_j(d_{r,j} - d_j^s)}{f_i - f_j} - \frac{f_i(b_{r,i} - b_i^s) + f_j(b_{r,j} - b_j^s)}{f_i + f_j} + \varepsilon_{MW} \quad (2.20)$$

从 MW 组合公式可以看出，MW 观测值的波长和宽巷组合一致，因此可以用来进行模糊度固定和周跳探测。

### 2.1.3 GNSS 定位函数模型及随机模型

对于 GNSS 的伪距单点定位或者精密单点定位，定位函数模型可以统一表示为：

$$y = H \cdot x \quad (2.21)$$

上式中， $y$  表示观测值残差， $H$  表示设计矩阵， $x$  表示需要估计的参数，包括位置参数、接收机钟差、对流层湿延迟残余量以及模糊度参数等（张益泽，2017）。由于不同观测值之间的精度不一致，因此在进行参数求解时还需要确定各观测值的先验精度和加权方式，确定观测值随机模型。目前常用的随机模型建立方法主要包括卫星高度角定权法和信噪比定权法（徐炜，2018）。

#### 基于卫星高度角的随机模型

卫星高度角定权法最为常见，即建立卫星高度角与观测值权重之间的函数关系。以正弦函数为例，可以表示为：（Choy，2009）：

$$\sigma^2 = \frac{1}{\sin^2(e)} \quad (2.22)$$

上式中  $e$  和  $\sigma$  分别表示观测值对应的高度角和观测值标准差。GAMIT 与 Bernese 软件中分别采用  $\sin$ ,  $\cos$  函数模型计算不同高度角观测值的方差，表示为：

$$\begin{cases} \sigma^2 = (a^2 + b^2) / \sin^2(e) \\ \sigma^2 = (a^2 + b^2) / \cos^2(e) \end{cases} \quad (2.23)$$

式中  $a$  和  $b$  表示待定系数，可以通过经验值给定，可分别取值为 4.3 mm 和 3.0 mm。

#### 基于信噪比的随机模型



信噪比（Signal to noise ratio, SNR）可以用来反映观测值的噪声水平，是接收机输出能量与噪声能量密度的比值（李盼，2016；徐炜，2018），可以表示为：

$$SNR = \frac{C}{N_0} + G_p \quad (2.24)$$

上式中， $G_p$  为接收机的处理增益。信号强度  $S$  与信噪比间的关系为：

$$S = \begin{cases} 9 & \text{int}(SNR/5) \geq 9 \\ \text{int}(SNR/5) & \text{int}(SNR/5) \leq 9 \end{cases} \quad (2.25)$$

结合式（2.24）和式（2.25），基于信噪比 SNR 的随机模型可以表示为：

$$\sigma^2 = C \times 10^{-\frac{S}{2}} \quad (2.26)$$

$$C = B \cdot \left(\frac{\lambda}{2\pi}\right)^2 \quad (2.27)$$

式中  $B$  表示相位跟踪环带宽， $\lambda$  表示载波相位波长。 $C$  对于不同频率可以分别取值  $0.00224 m^2 HZ$  和  $0.00077 m^2 HZ$ 。同时也有学者提出了一种简化的信噪比指数函数随机模型（柳响林，2002）。

$$\sigma^2 = \sigma_0^2 \cdot (1 + a e^{-S/S_0})^2 \quad (2.28)$$

式中  $\sigma_0^2$  为观测值在天顶方向的标准差， $a$  为放大因子， $S_0$  为参考信噪比。

## 2.2 GNSS 定位误差及修正

在进行 PPP 时无法像相对定位那样通过差分来消除观测误差的影响，因此若想获得高精度的定位结果，必须对各种观测误差进行严格精确改正。在 PPP 中，各项误差大致分为三类：与卫星端有关的误差、与接收机端有关的误差和与信号传播路径有关的误差。

（1）与卫星端有关的误差主要包括卫星轨道及钟差误差、卫星端天线相位中心偏差及相位中心变化、卫星天线相位缠绕、卫星端硬件时延误差及相对论效应等。

（2）与接收机端有关的误差主要包括接收机钟差、接收机端天线相位中心偏差和相位中心变化、接收机端硬件时延以及地球形变误差等。

（3）卫星观测信号从发射到地面接收机接收需要穿过地球表面的大气层。当卫星信号穿越大气层时其传播路径和传播信号会发生改变，所造成的误差可以被称为信号传播路径上的误差，主要包括电离层延迟误差、对流层延迟误差等。

本节将对各项误差及对应修正方法详细介绍。

### 2.2.1 卫星轨道误差及钟差误差

卫星轨道误差是指根据卫星星历计算出的卫星位置与真实位置之间的偏差，在进行 PPP 时采用的卫星星历主要包含精密星历和广播星历。精密星历的更新频率一般为 5 min 或 15 min，然后通过拉格朗日插值内插出任意时刻的卫星坐标（李征航，2016）。目前 IGS 提供的事后精密星历产品的卫星轨道精度在 2.5 cm 左右，其下载地址为（<ftp://cddis.gsfc.nasa.gov/pub/gps/products/>），多系统 GNSS 精密星历的下载地址为（<ftp://cddis.gsfc.nasa.gov/pub/gps/products/mgex>）（陈星宇，2020）。表 2.1 给出了目前多系统 GNSS 精密产品的情况。

事后精密星历产品虽然精度较高，但其通常有 12~18 天的滞后延迟，即使是快速产品也会有 17-41 小时的延迟，这显然无法满足实时用户的定位需求。目前各 GNSS 系统也提供广播星历来计算实时轨道和实时钟差，但是广播星历计算出的卫星轨道精度较低，以 Montenbruck 的评估结果作为参考，目前 GPS 系统通过广播星历计算出的卫星轨道误差在径向（Radial）、切向（Along-track）和法向（Cross-track）的分量分别为 18 cm，105 cm 和 44 cm；GLONASS 的广播星历误差在三个方向的分量分别为 35 cm，241 cm，133 cm；Galileo 的广播星历误差在三个方向的分量分别为 63 cm，265 cm，229 cm；BDS-2 卫星广播星历轨道误差在三个方向的分量分别为 50 cm，242 cm，131 cm（Montenbruck et al, 2015）。目前 BDS-3 卫星广播星历轨道误差在三个方向的分量为 19 cm，97 cm 和 99 cm（姚文豪，2022）。

表 2.1 多系统 GNSS 精密产品的情况

简称	机构名称	包含系统
COM	CODE	GRECJ
GBM	GFZ	GRECJ
GRM	CNES	GRE
JAX	JAXA	GRJ
SHA	SHAO	GREC
WUM	Wuhan University	GRECJ

GNSS 卫星上均装配了高精度的原子钟，在进行导航定位时，由于受到卫星钟速、钟漂的影响，其与理想的 GPS 或 BDS 时还会存在偏差或漂移。卫星钟差一般可表示为：

$$\Delta t_s = a_0 + a_1(t - t_0) + a_2(t - t_0)^2 \quad (2.29)$$

上式中， $t_0$  为参考历元， $a_0$ 、 $a_1$ 、 $a_2$  分别为钟在参考时刻的钟差、钟速及钟速变化率（侯阳飞，2019）。

### 2.2.2 天线相位中心改正

当进行对测量和定位要求较高的应用时，进行 GNSS 天线相位中心改正非常重要。GNSS 接收机获取的观测值基于卫星天线相位中心，而采用 IGS 提供的精密星历进行定位解算时卫星坐标是基于卫星质心的，两者之间会存在一个偏差值，因此需要进行天线相位中心改正（侯阳飞，2019）。同时需要注意的是，天线相位中心并不是一个固定的位置，它会随着卫星高度角及方位角的变化而变化，因此需要在 PCO 改正的基础上进行相位中心变化 PCV 改正（张益泽，2017）。同理，接收机天线相位中心与接收机天线参考点（Antenna Reference Point, ARP）之间也存在接收机端 PCO 差异，与卫星端类似，在进行接收机端 PCO 修正的基础上也需要进行 PCV 修正。

IGS 会定期发布 ATX（Antenna Exchange Format）文件用以修正 GNSS 卫星和部分接收机的 PCO、PCV。ATX 中标定出的值位于卫星的星固坐标系，在 PPP 改正时需要将其转换至地固系（张勤，2020）。卫星端及接收机端的天线相位中心改正示意图可表示为图 2.1。

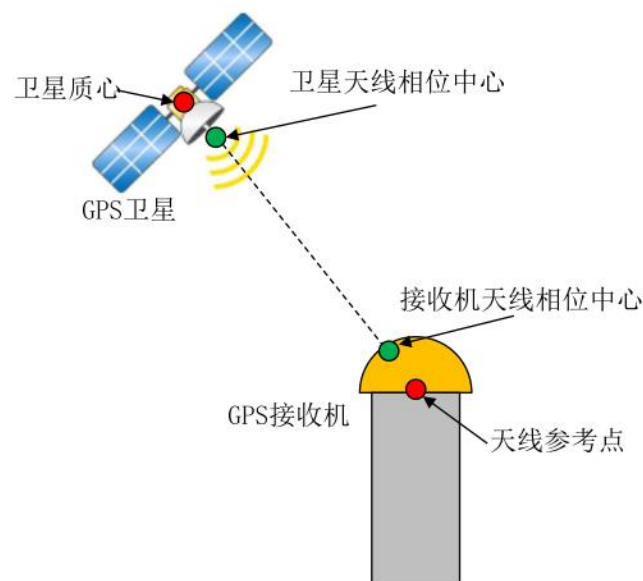


图 2.1 卫星端与接收机端的天线相位中心改正（王明华，2019）

### 2.2.3 天线相位缠绕改正

GNSS 卫星发射的电磁波信号是右旋极化信号，由于卫星运行过程中其天线相对于地面接收机会不断旋转，因此载波相位观测值会产生一定的变化，这一现象通常称之为天线相位缠绕（Wu et al, 1993）。目前常用的天线相位缠绕改正公式为：

$$\Delta\varphi = \text{sign}(\zeta) \arccos\left(\frac{D' \cdot D}{|D'| \cdot |D|}\right) \quad (2.30)$$

式中，

$$\begin{cases} \zeta = \hat{k} \cdot (D' \times D) \\ D' = \hat{x}' - \hat{k}(\hat{k} \cdot \hat{x}') - \hat{k} \times \hat{y}' \\ D = \hat{x} - \hat{k}(\hat{k} \cdot \hat{x}) - \hat{k} \times \hat{y} \end{cases} \quad (2.31)$$

式 (2.31) 中  $\hat{k}$  表示卫星指向接收机的单位向量； $D$  表示接收机端有效偶极阵； $D'$  表示卫星端的有效偶极阵； $\hat{x}$  和  $\hat{y}$  分别是卫星和接收机形成的站心地平坐标系下东方向和北方向的单位向量； $\hat{x}'$  和  $\hat{y}'$  分别是星固坐标系下  $\hat{i}$  和  $\hat{j}$  方向的单位向量，可以表示为：

$$\begin{cases} \hat{i} = \hat{j} \times \hat{k} \\ \hat{j} = \hat{k} \times \hat{u}_e \end{cases} \quad (2.32)$$

式中， $\hat{u}_e$  是卫星指向太阳的单位向量。

## 2.2.4 硬件时延改正

在进行 PPP 时，当所采用的钟差与观测值频点不同时，由于硬件延迟的差异，需要进行卫星端或接收机端的硬件延迟时延改正（王宁波，2017）。式 (2.33) 给出了 L1 频点的卫星钟差与 L2 频点的卫星钟差之间的关系，两个卫星钟差之间存在的差异被称为差分码偏差 DCB：

$$dt_2^s = dt_1^s + (b_2^{sat} - b_1^{sat}) = dt_1^s + DCB_{12}^{sat} \quad (2.33)$$

上式中， $DCB_{12}^{sat}$  表示卫星 L1/L2 频点间的 DCB， $b_1^{sat}$  和  $b_2^{sat}$  表示原始频点伪距偏差。由公式 (2.3) 可知，无电离层组合的卫星钟差表示为：

$$dt_{IF}^s = \frac{f_1^2 dt_1^s - f_2^2 dt_2^s}{f_1^2 - f_2^2} = dt_1^s - \frac{f_2^2 DCB_{12}^{sat}}{f_1^2 - f_2^2} \quad (2.34)$$

公式 (2.34) 中第二项被称为 TGD (Time Group Delay)，它表示了无电离层组合卫星钟差与 L1 频点卫星钟差之间的差异。TGD 与 DCB 之间的差异可以表示为：

$$TGD = \frac{f_2^2 DCB_{12}^{sat}}{f_1^2 - f_2^2} \quad (2.35)$$

GPS 的广播星历和精密星历中提供的卫星钟差都是基于无电离层组合的，因此在进行单频 PPP 时需要进行钟差基准转换，对于不同频点可分别表示为（侯阳飞，2019）：

$$dt_1^s = dt_{IF}^s + \frac{f_2^2 DCB_{12}^{sat}}{f_1^2 - f_2^2} \quad (2.36)$$

$$dt_2^s = dt_{IF}^s + \frac{f_1^2 DCB_{12}^{sat}}{f_1^2 - f_2^2} \quad (2.37)$$

对于其他 GNSS 系统，GLONASS 的精密星历与广播星历的卫星钟差也是基于 L1L2 无电离层组合，各分析中心发布的 BSX 文件中包含了 GLONASS 卫星 DCB 修正值，但是广播星历中并没有提供 TGD 信息。Galileo 卫星的广播星历中包含 F/Nav 和 I/Nav 两种，F/Nav 是基于 E1E5a 无电离层组合，I/Nav 是基于 E1E5b 组合，每种广播星历都提供了对应的 TGD 参数。与其他系统不同的是，BDS 广播星历的卫星钟差不是基于无电离层组合为基准的，而是基于 B3 频点的，同时广播星历中也给出了 B1，B2 与 B3 频点的硬件延迟偏差 TGD。因此若想获得 B1，B2 频点的卫星钟差需要先根据 TGD 将卫星钟差转换至无电离层组合。

### 2.2.5 电离层延迟误差

电离层是距地表 50~2000 km 含有大量自由电子的区域，由于卫星信号为电磁波信号，因此当卫星信号穿越电离层时信号会发生折射和散射现象，这一现象引起的卫星信号传播距离变化值就是电离层延迟误差，电离层延迟误差主要与电离层的电子密度和卫星信号的频率相关，可以表示为（李征航，2016）：

$$I = \frac{40.28 \cdot 10^{16} \cdot STEC}{f^2} \quad (2.38)$$

上式中  $STEC$  为卫星信号传播路径上的总电子含量， $f$  为卫星信号频率， $I$  为以距离为单位的电离层延迟误差。从上式可以看出电离层延迟误差与卫星信号频率的平方成反比，与总电子含量成正比，是一种色散性延迟。

根据这一特性，对于双频观测数据，可以采用 2.1.2 中的双频无电离层组合来消除一阶电离层误差的影响，其高阶项残余误差只占电离层总延迟误差的 0.1%，因此通常可以忽略不计（Petrie et al, 2010）。对于单频观测数据，可以采用外部电离层模型消除电离层延迟误差对定位的影响。常见的实时电离层模型

有 GPS 的 Klobuchar 8 参数模型 (Klobuchar, 1987), Galileo 的 NeQuick 模型 (Angrisano et al, 2013), BDS 的格网电离层模型 (Wu et al, 2014) 等, 使用上述模型可以修正 50%~70% 左右的电离层延迟误差。常用的事后电离层模型为全球电离层格网模型 (Global Ionospheric Maps, GIM), 其在全球范围内的电离层改正精度为 2~8 TECU (Cai et al, 2017)。

### 2.2.6 对流层延迟误差

对流层是最接近地球表明的大气层,从地球表面开始向上直至平流层为止,这一区域内集中了约 75% 的大气质量和 90% 以上的水汽质量。对流层中常受到各种因素发生空气对流现象,会对电磁波的传播产生很大影响,这一影响引起的卫星信号传播时间延迟被称为对流层延迟误差。对流层延迟主要包括干延迟和湿延迟两部分,可以表示为 (Solheim et al, 1999):

$$T = MF_{dry} \cdot ZHD + MF_{wet} \cdot ZWD \quad (2.39)$$

公式 (2.39) 中  $ZHD$  表示天顶方向的对流层干延迟,  $MF_{dry}$  表示天顶方向干延迟转换到斜方向所需的映射函数;  $MF_{wet}$  表示天顶方向的对流层湿延迟, 与干延迟类似,  $MF_{wet}$  表示对流层湿延迟对应的映射函数。映射函数可以通过 NMF 模型 (Niell, 1996), GMF 模型 (Boehm et al, 2006a), VMF1 模型 (Boehm et al, 2006b) 等进行计算。在精密定位时需要在上述模型修正的基础上采用分段线性函数 (王解先, 2011) 或是随机游走过程 (Subirana et al, 2013) 估计湿延迟残余量。

### 2.2.7 相对论改正

根据广义相对论理论的时间膨胀效应, GNSS 卫星高速绕地球运行会导致 GNSS 卫星原子钟相对于地面钟稍微放慢; 根据地球引力场效应则会导致卫星轨道上的原子钟相对于地面钟略微加快。这些微小的时间偏差会导致 GNSS 信号在传播过程中产生一定的时间偏差, 被称为相对论效应。为了减弱相对论效应的影响, GNSS 系统在设计时已经考虑了一些调整, 但是仍需采用模型进行改正, 改正公式可以表示为 (Ashby, 2002):

$$d_{rela} = \frac{2G_M}{c^2} \ln \frac{R_r + R_s + \rho_r^s}{R_r + R_s - \rho_r^s} \quad (2.40)$$

公式 (2.40) 中  $G_M$  表示地球万有引力常数； $R_s$  表示卫星至地心的距离； $R_r$  表示接收机至地心的距离； $\rho_r^s$  表示卫星至接收机的距离。

### 2.2.8 地球形变误差

地球形变误差主要包括固体潮误差、海潮误差和极潮误差，研究表明海潮和极潮对于地表已知点所造成的位移较小，对于 GNSS 高精度定位影响最大的主要为固体潮误差（邹璇，2008）。固体潮的改正可以采用 IERS 提供的开源程序包，其改正公式可以表示为：

$$\Delta \bar{r}_s = \sum_{j=2}^3 \frac{GM_j}{GM_e} \frac{R_e^4}{r_j^3} \left\{ 3l_2 (\hat{R}_e \cdot \hat{r}_j) \hat{r}_j + \left[ \frac{3}{2} (h_2 - 2l_2) (\hat{R}_e \cdot \hat{r}_j)^2 - \frac{h_2}{2} \right] \hat{R}_e \right\} \quad (2.41)$$

式中， $GM_e$  是地球引力常数； $GM_j$  为引潮天体引力常数， $R_e$ ， $r_j$  分别表示测站和引潮天体的地心位置（地固系）， $\hat{R}_e$ ， $\hat{r}_j$  为对应的单位矢量， $h_2$  为 Love 数， $l_2$  为 Shida 数（侯阳飞，2019）。

## 2.3 参数估计方法

### 2.3.1 序贯最小二乘

最小二乘法的数学模型可以表示为：

$$y = H \cdot x + \varepsilon, R \quad (2.42)$$

上式中， $\varepsilon$  的数学期望等于 0，并且  $R = E[\varepsilon \cdot \varepsilon^T]$ 。

按照最小二乘参数估计理论，可以建立参数估计法方程，表示为：

$$(H^T R^{-1} H) \cdot \hat{x} = H^T R^{-1} y \quad (2.43)$$

式 (2.43) 的最小二乘无偏最优解可以表示为：

$$\begin{cases} \hat{x} = (H^T R^{-1} H)^{-1} \cdot H^T R^{-1} y \\ P = (H^T R^{-1} H)^{-1} \end{cases} \quad (2.44)$$

上式中， $\hat{x}$  和  $P$  分别表示待估参数及其对应的协方差矩阵； $H$  表示参数对应的设计矩阵； $R$  表示观测值方差矩阵。GNSS 的精密单点定位在参数估计过程

中存在许多相同的参数，例如对流层参数、接收机钟差参数等。因此可以采用序贯最小二乘估计进行参数求解（杨元喜，2006）。以前后两个历元的两组 GNSS 观测方程为例，这两组观测方程的数学模型可以表示为：

$$\begin{cases} y_1 = H_1 \cdot x + \varepsilon_1, & R \\ y_2 = H_2 \cdot x + \varepsilon_2, & R \end{cases} \quad (2.45)$$

上式参数解可以表示为：

$$\begin{cases} \hat{x} = [H_1^T R_1^{-1} H_1 + H_2^T R_2^{-1} H_2]^{-1} [H_1^T R_1^{-1} y_1 + H_2^T R_2^{-1} y_2] \\ P = [H_1^T R_1^{-1} H_1 + H_2^T R_2^{-1} H_2]^{-1} \end{cases} \quad (2.46)$$

其递归算法可以表示为：

$$\begin{cases} \hat{x}_1 = P_1 \cdot [H_1^T R_1^{-1} y_1] \\ P_1 = [H_1^T R_1^{-1} H_1]^{-1} \\ \hat{x}_2 = P_2 \cdot [H_1^T R_1^{-1} y_1 + H_2^T R_2^{-1} y_2] \\ P_2 = [P_1^{-1} + H_2^T R_2^{-1} H_2]^{-1} \end{cases} \quad (2.47)$$

在 GNSS 精密单点定位参数估计过程中，相对于传统的最小二乘平差，序贯最小二乘的优势是可以在法方程中消去后续不再关心的参数，这样可以大大减小法方程矩阵的大小，提升计算效率（张益泽，2017）。

### 2.3.2 改进的抗差卡尔曼滤波

抗差卡尔曼滤波通过采用等价权函数来消除或减弱异常误差对滤波估值的影响，相对于传统卡尔曼滤波而言能够有效抑制异常观测值对滤波结果的影响，提升滤波估值的可靠性与抗干扰性（赵长胜，2007；侯阳飞，2020）。目前也有很多学者将抗差卡尔曼滤波估计应用到了 GNSS 精密单点定位领域，并取得了很好的应用效果（许长辉，2010；李冲，2011；张小红，2012）。然而，传统的抗差卡尔曼滤波在构造等价权函数时通常会忽略由于设计矩阵所导致的观测值验后残差之间的相关性，直接根据观测值的验后残差来对观测值进行降权，这种处理实际上是不合适的（Yu et al, 2019）。张小红（2015）和曾琪（2017）等提出了迭代剔除残差最大观测值的方法来解决这一问题，但是这种方法会极大影响实际定位时的解算效率，因此也有待改进。针对上述问题，本文提出了一种适用于精密单点定位的改进抗差卡尔曼滤波，即首先对平差几何条件进行计算，然后利用平差几何条件消除粗差对于正常观测值残差的影响，最后通过等价权函数进行降权处理（侯阳飞，2020）。



首先对传统抗差卡尔曼滤波的参数估计策略进行梳理，传统抗差卡尔曼滤波状态模型和观测模型的误差方程可以表示为：

$$V_{\hat{x}_{k,k-1}} = \hat{X}_k - \hat{X}_{k,k-1} = \hat{X}_k - \phi_{k,k-1} \hat{X}_{k-1} \quad (2.48)$$

$$V_k = H_k \hat{X}_k - L_k \quad (2.49)$$

为了降低粗差对卡尔曼滤波估值的影响，构造如下极值方程：

$$\Omega = V_k^T \bar{R}_k^{-1} V_k + V_{\hat{x}_{k,k-1}}^T P_{k,k-1}^{-1} V_{\hat{x}_{k,k-1}} = \min \quad (2.50)$$

式（2.50）中  $\bar{R}_k$  为观测值的等价协方差矩阵。假设观测值  $i$  和观测值  $j$  的方差分别为  $R_i$  和  $R_j$ ，其对应的等价协方差为：

$$\begin{cases} \bar{R}_i = \lambda_i \cdot R_i \\ \bar{R}_j = \lambda_j \cdot R_j \end{cases} \quad (2.51)$$

式（2.51）中  $\lambda_*$  表示等价权函数的倒数，其计算方法可以采用 IGG-III 方案（Yang and Xu, 2016）：

$$\lambda_i = \frac{1}{\eta_i}, \eta_i = \begin{cases} 1 & (|\tilde{v}_i| \leq k_0) \\ \frac{k_0}{|\tilde{v}_i|} \left[ \frac{k_1 - |\tilde{v}_i|}{k_1 - k_0} \right]^2 & (k_0 < |\tilde{v}_i| < k_1) \\ 0 & (|\tilde{v}_i| \geq k_1) \end{cases} \quad (2.52)$$

式（2.52）中  $\lambda_i$  和  $\eta_i$  分别表示方差膨胀因子和等价权因子； $\tilde{v}_i$  为标准化残差； $k_0$  和  $k_1$  为常量。对式（2.48）中  $\hat{X}_k$  求偏导，可以得到：

$$\hat{X}_k = (H_k^T \bar{R}_k^{-1} H_k + P_{k,k-1}^{-1})^{-1} (H_k^T \bar{R}_k^{-1} L_k + P_{k,k-1}^{-1} \hat{X}_{k,k-1}) \quad (2.53)$$

在式（2.53）的基础上计算观测值验后残差，可以表示为：

$$V = H \hat{X} - L = \left( H (H^T P H)^{-1} H^T P - I \right) (H X + \Delta) = -R \Delta \quad (2.54)$$

$$R = I - H N^{-1} H^T P \quad (2.55)$$

上式中， $R$  称为平差的几何条件。因此，当观测值  $i$  出现粗差  $\Delta_i$  时，其余观测值的残差都会因为  $R$  的存在而受到影响，表示为：

$$v_j^* = -r_{ji} \Delta_i \quad (2.56)$$

当  $j \neq i$  时， $r_{ii}$  的值一定会大于  $r_{ij}$  的值，因此正常观测值的标准化残差一定

会小于粗差观测值的标准化残差。正常观测值消除粗差影响后的标准化残差可以表示为：

$$\tilde{v}_j = \frac{v_j - v_j^*}{\hat{\sigma} \sqrt{Q_{v_j}}} \quad (2.57)$$

在消除残差中粗差的影响后，可以直接套用式（2.52）计算等价协方差矩阵，而无需进行迭代处理。

## 2.4 本章小节

本章重点介绍了 GNSS 观测模型及几种常用的线性组合，系统性总结了 GNSS 定位中常见的误差源及其改正方法，并对 GNSS 的定位函数模型及随机模型进行了总结阐述。在参数估计方面，介绍了精密单点定位常用的两种参数估计方法：序贯最小二乘和改进的抗差卡尔曼滤波。

## 第三章 Multi-GNSS 实时轨道钟差产品评估及轨道综合

为了满足全球广大用户的实时导航定位需求, IGS 于 2007 年六月正式开始了实时计划项目 (Real Time Pilot Project, RTPP), 并于 2013 年正式提供服务端实时精密产品。对于实时应用来说, 服务端提供的是以状态空间 (State Space Representation, SSR) 的形式进行表述的改正数, 主要包括卫星轨道和卫星钟差改正数产品, 伪距偏差和相位偏差产品, 电离层 VTEC 产品等 (舒宝, 2021; 徐黎, 2020)。经过 10 余年的建设与发展, 目前实时数据产品的数据格式, 传输协议和标准均比较成熟和稳定。目前已有多家 IGS 分析中心实时播发多系统卫星轨道及卫星钟差产品, 如何从中选择最为高精度的实时卫星产品对于 GNSS 高精度定位至关重要。本章首先系统分析评估了不同分析中心实时轨道和钟差 SSR 产品的可用性及其精度, 为后续 PPP-RTK 服务端产品的估计与终端定位提供参考。同时, 针对目前单一分析中心的实时轨道 SSR 改正数易丢失的问题, 本文利用多个分析中心的实时轨道进行轨道产品综合, 并对综合出的 Multi-GNSS 实时卫星轨道进行精度评估。

### 3.1 实时数据接收与存储

#### 3.1.1 数据传输格式与类型

按照国际海运事业无线电委员会 104 特别委员会制定的格式, 目前实时数据流以 RTCM (Radio Technical Commission for Maritime Services) 格式进行传输。该格式为 GNSS 实时应用提供了通信接口, 目前已成为 GNSS 实时服务的编码/解码的通用格式。实时数据流在网络上以 Ntrip (Networked Transport of RTCM via Internet Protocol) 协议进行传输, Ntrip 协议主要有三个部分组成: 服务端 (NtripServer)、处理中心 (NtripCaster) 和客户端 (NtripClient) (徐黎, 2020)。NtripServer 负责生成实时数据流, 并把实时数据流发送给 NtripCaster; NtripCaster 一般是服务器, 主要负责接收和转发实时数据流。NtripCaster 一般是用户站, 能够实时接收数据流并进行定位解算。

在进行 PPP-RTK 定位时, 需要接收的实时数据流主要包括观测数据、广播星历、SSR 三类。按照目前最新的 RTCM3.3 标准, 表 3.1、表 3.2 和表 3.3 分别列出了实时广播星历、观测数据和 SSR 的编码类型。

表 3.1 实时广播星历编码类型

Message Type	描述	卫星系统	编码标准
1019	卫星星历	GPS	RTCM 3.1
1020	卫星星历	GLONASS	RTCM 3.1
1045	卫星星历	Galileo(F/Nav)	RTCM 3.3
1046	卫星星历	Galileo(I/Nav)	RTCM 3.3
63	卫星星历	BDS	RTCM 3.3

表 3.2 实时观测数据编码类型

Message Type	描述	卫星系统	编码标准
1071-1077	观测数据	GPS	RTCM 3.3
1081-1087	观测数据	GLONASS	RTCM 3.3
1091-1097	观测数据	Galileo(F/Nav)	RTCM 3.3
1121-1127	观测数据	Galileo(I/Nav)	RTCM 3.3

实时 SSR 数据主要包括轨道改正数、钟差改正数、伪距偏差和相位偏差等。具体编码类型见表 3.3。

表 3.3 实时产品编码类型

Message Type	描述	卫星系统	编码标准
1057	轨道改正	GPS	RTCM 3.1
1063	轨道改正	GLONASS	RTCM 3.1
1240	轨道改正	Galileo	RTCM 3.1
1246	轨道改正	BDS	RTCM 3.1
1058	钟差改正	GPS	RTCM 3.1
1064	钟差改正	GLONASS	RTCM 3.1
1241	钟差改正	Galileo	RTCM 3.1
1259	钟差改正	BDS	RTCM 3.1
1059	伪距偏差	GPS	RTCM 3.1
1065	伪距偏差	GLONASS	RTCM 3.1
1242	伪距偏差	Galileo	RTCM 3.1
1260	伪距偏差	BDS	RTCM 3.1
1265	相位偏差	GPS	RTCM 3.1
1266	相位偏差	GLONASS	RTCM 3.1
1267	相位偏差	Galileo	RTCM 3.1
1270	相位偏差	BDS	RTCM 3.1

### 3.1.2 数据的接收与存储

在进行 PPP-RTK 实时数据接收时，具体的是实现过程为：（1）服务端（NtripServer）负责将实时数据流发送到处理中心（NtripCaster），实时数据流包括上文中提到的广播星历、观测数据、SSR 改正等；（2）处理中心（NtripCaster）为实时数据流分配对应的 IP 地址，端口号和挂载点等信息；（3）客户端（NtripClient）根据处理中心提供的信息，基于 TCP/IP 或者 Http 等通讯协议对实时数据流进行接收，获取相应的实时数据。具体流程如图 3.1 所示。

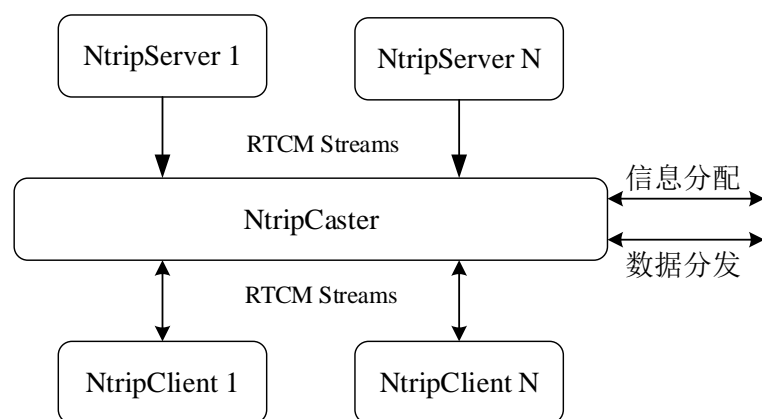


图 3.1 基于 Ntrip 协议的实时数据流接收

PPP-RTK 的服务端或者用户端在接收到实时数据流之后，需要对接收到的实时数据进行存储，也就是进行内存管理。考虑到许多实时数据在不同应用程序之间是通用的，比如 PPP-RTK 服务端的许多模块都需要用到观测数据和广播星历等实时数据，因此目前通用的策略是基于共享内存（Share memory）技术实现实时数据的内存管理。共享内存存在同一个计算机系统中可以被不同中央处理器进行访问，因此常被用来进行多进程或多程序间的数据通信（高柯，2015）。本文在数据存储时使用了开源的共享内存库 ACE（Adaptive Communication Environment），ACE 是可以自由使用、开放源码的面向对象框架。其中主要包含了两种内存管理类，可以帮助用户有效地管理动态内存（从堆中申请的内存）和共享内存。第一种内存管理类是基于 ACE\_Allocator 模板类，它的主要作用是进行局部的动态内存分配，第二种类是基于 ACE\_Malloc 模板类，这种类不仅可以进行局部动态内存管理，也同时包含了管理进程间数据通信的类，也是本文中主要使用的类（蓝炳雄，2005）。如图 3.2 所示，进程 1 写入共享内存管理空间的数据可以同时被进程 2，进程 3 和进程 4 进行共享。

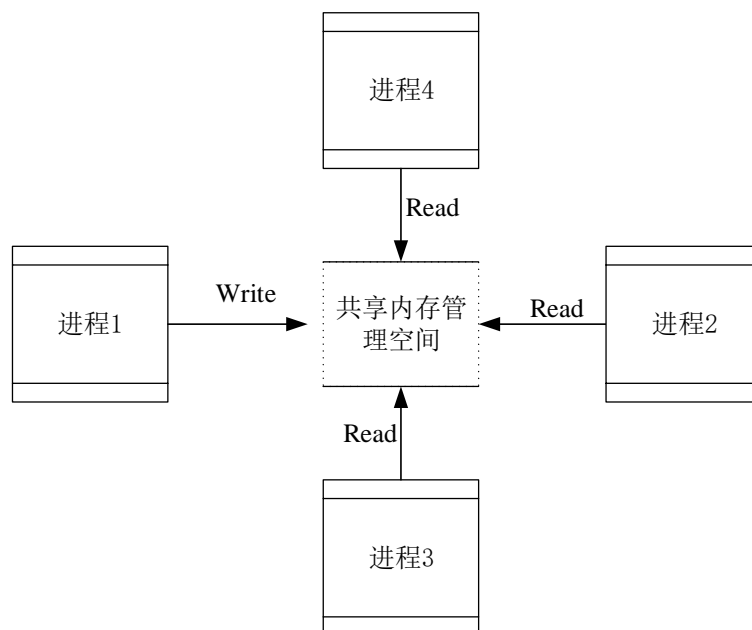


图 3.2 实时数据内存管理示意图

### 3.2 实时轨道钟差精度评估

当前已有多家 IGS 分析中心提供实时轨道和钟差 SSR 产品供用户使用，主要包括中国科学院（Chinese Academy of Sciences, CAS）、德国宇航中心（Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt, DLR）、法国国家太空研究中心（Centre National d'Etudes Spatiales, CNES）、德国联邦制图和大地测量局（Bundesamt für Kartographie und Geodäsie, BKG）、德国地学中心（DeutschesGeoForschungsZentrum, GFZ）、欧洲航天局（European Space Agency, ESA）、中国科学院上海天文台（Shanghai Astronomical Observatory, SHAO）和武汉大学（Wuhan University, WHU）等。其中 ESA 只提供 GPS 的实时卫星轨道钟差产品，BKG 提供 GPS, GLONASS 和 Galileo 的三系统实时卫星轨道和钟差产品，其它分析中心提供 GPS, GLONASS, Galileo 和 BDS 的四系统实时改正数产品。

实时卫星轨道和钟差改正数产品的质量，会直接影响后续服务端其他产品和终端 PPP 定位的精度，因此本文对不同分析中心的实时 SSR 产品进行评估，以对实时 PPP 的应用进行借鉴。为了对多系统的实时轨道和钟差精度进行评估，本文采用 BNC（BKG Ntrip Client）软件接收 2022 年 11 月 4 日至 11 月 8 日（DOY 308-312）连续 5 天的 6 个分析中心的实时卫星 SSR 改正数。六个分析中心的 SSR 改正数信息如表 3.4，可以看到，除了 DLR 的实时轨道改正数播发频率是 30 s，其余卫星改正数均以 5 s 的频率进行播发，且所有的卫星轨道改正数

均是基于天线相位中心（Antenna Phase Center，APC）。

表 3.4 六个分析中心的 SSR 改正数信息

Products	Generating agency	Update rate (orbit/clock)	Systems	Orbit Reference Point
SSRA00CAS0	CAS	5/5	GREC	APC
SSRA00CNE0	CNES	5/5	GREC	APC
SSRA00DLR0	DLR	30/5	GREC	APC
SSRA00GFZ0	GFZ	5/5	GREC	APC
SSRA00SHA0	SHA	5/5	GREC	APC
SSRA00WHU0	WHU	5/5	GREC	APC

实时卫星的轨道和钟差改正数为精密的卫星轨道、钟差和广播星历提供的卫星轨道、钟差之间的差异，因此在进行精度评估前需要对实时轨道和钟差进行恢复。本文选择以 GFZ 提供的事后 GBM 精密轨道和精密钟差作为参考基准，对上述分析中心的实时多系统轨道钟差 SSR 改正数进行精度评估，在进行精度评估时需要注意以下三点，分别是：（1）精密卫星轨道和实时卫星轨道分别基于卫星天线质心和卫星天线相位质心，因此需要根据 IGS 发布的天线改正文件进行天线相位 PCO 改正；（2）精密卫星钟差和实时卫星钟差的钟差参考时间基准并不一致，因此在进行钟差精度评估时需要进行系统偏差修正（Zhang et al, 2018）；（3）由于实时卫星 SSR 产品通常会有数十秒的信息延迟甚至中断（Wang et al, 2018; Hadas and Bosy, 2015; 左翔, 2018），因此本文还需要对实时轨道和实时钟差的外推误差进行评估。

当使用实时 SSR 产品恢复高精度卫星轨道、钟差时，首先需要进行广播星历参数与 SSR 参数的匹配。对于 GPS 卫星与 Galileo 卫星，可以直接使用 IODE 参数进行匹配。对于 BDS 卫星，需要采用广播星历中的 3 个卫星钟差参数和 15 个星历参数生成 24 位循环冗余校验码(CRC)得到 IODE(issue of data ephemeris)（徐黎, 2020）。对于 GLONASS 卫星，需要通过 TOC(Time of clock)参数来生成对应的 IODE 参数进行匹配，计算公式如下：

$$IODE = \text{int}(\text{mod}(T_{oc} + 10800, 86400) / 900 + 0.5) \quad (3.1)$$

实时 SSR 产品中提供的轨道改正数是卫星的位置和速度在径向（Radial）、切向（Along-track）、法向（Cross-track）的改正量，对于任意时刻  $t$ ，其轨道改正数计算公式为：

$$\delta orb = \begin{bmatrix} \delta orb_r \\ \delta orb_a \\ \delta orb_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta \dot{orb}_r \\ \delta \dot{orb}_a \\ \delta \dot{orb}_c \end{bmatrix} (t - t_0) \quad (3.2)$$

上式中， $\delta orb$  为轨道改正数在轨道平面坐标系中向量； $\delta orb_r$ 、 $\delta orb_a$ 、

$\delta orb_c$  分别表示参考时刻轨道改正数在径向、切向和法向的分量，单位为 **m**；

$\delta orb_r$ 、 $\delta orb_a$ 、 $\delta orb_c$  分别表示轨道改正数在径向、切向和法向的变化率，单位为 **m/s**。将轨道改正数从轨道平面坐标系转换至地固坐标系，转换公式为：

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{brd} \\ Y_{brd} \\ Z_{brd} \end{bmatrix} - [\mathbf{e}_r \ \mathbf{e}_a \ \mathbf{e}_c] \begin{bmatrix} \delta orb_r \\ \delta orb_a \\ \delta orb_c \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

上式中， $[X_{brd} \ Y_{brd} \ Z_{brd}]^T$  为利用广播星历计算得到的卫星坐标；

$[X \ Y \ Z]^T$  为经过轨道改正数修正的卫星坐标。经广播星历和实时轨道改正数恢复出的精密实时轨道是基于天线相位中心的，在进行轨道精度比较时需要进行 PCO 修正。

实时数据流 SSR 中提供的钟差改正数是相对于广播星历计算出的钟差的改正量，经钟差改正数修正的精密钟差可以表示为：

$$\delta Clk = a_0 + a_1(t - t_0) + a_2(t - t_0)^2 \quad (3.4)$$

$$dClk_p = dClk_{brd} - \frac{\delta Clk}{c} \quad (3.5)$$

上式中， $dClk_{brd}$  为通过广播星历计算出的卫星钟差； $\delta Clk$  为基于实时数据流计算出的卫星钟差改正； $C$  为光速；经 SSR 修正的卫星钟差包含相对论效应改正，在进行定位需要对应修正。

在进行实时轨道产品精度评估时可以选用轨道误差引起的空间信号测距误差 (Signal-In-Space User Range Error, SISURE)，它反映了卫星轨道三维误差在径向方向的整体误差，计算公式为：

$$SISURE(orb) = \sqrt{(\alpha \cdot R)^2 + \beta(A^2 + C^2)} \quad (3.6)$$

式中  $R$ ， $A$ ， $C$  分别代表卫星轨道的径向、切向和法向误差； $\alpha$  和  $\beta$  代表各方向的投影系数，对于不同 GNSS 系统的不同类型卫星，其参考值选用见表 3.5 (Montenbruck et al, 2015)。

表 3.5 不同 GNSS 系统的不同类型卫星投影系数参考值

投影系数	GPS	GLONASS	Galileo	BDS(GEO/IGSO)	BDS(MEO)
$\alpha$	0.98	0.98	0.98	0.98	0.99
$\beta$	1/49	1/45	1/61	1/54	1/126

实时钟差产品精度评估可分别评估钟差差异的 RMS 值和 STD 值。同一 GNSS 系统所有卫星钟差 RMS 差异的均值在定位时可以被接收机钟差吸收，不



会对定位结果造成影响。钟差差异的 STD 值实际上更能反应钟差解算的精度，因此本文在进行实时钟差产品精度评估时评估的是钟差差异的 STD 值。

图 3.3 首先对 6 个分析中心的实时 SSR 产品的数据可用率和平均可视卫星进行统计。从图中结果可以看出，除了 SHA 在 DOY 311 和 DOY 312 这两天的数据可用率低于 99%，其余所有分析中心的数据可用率均在 99% 以上。除了 SHA 外，其余分析中心的平均卫星数均在 90 颗以上。

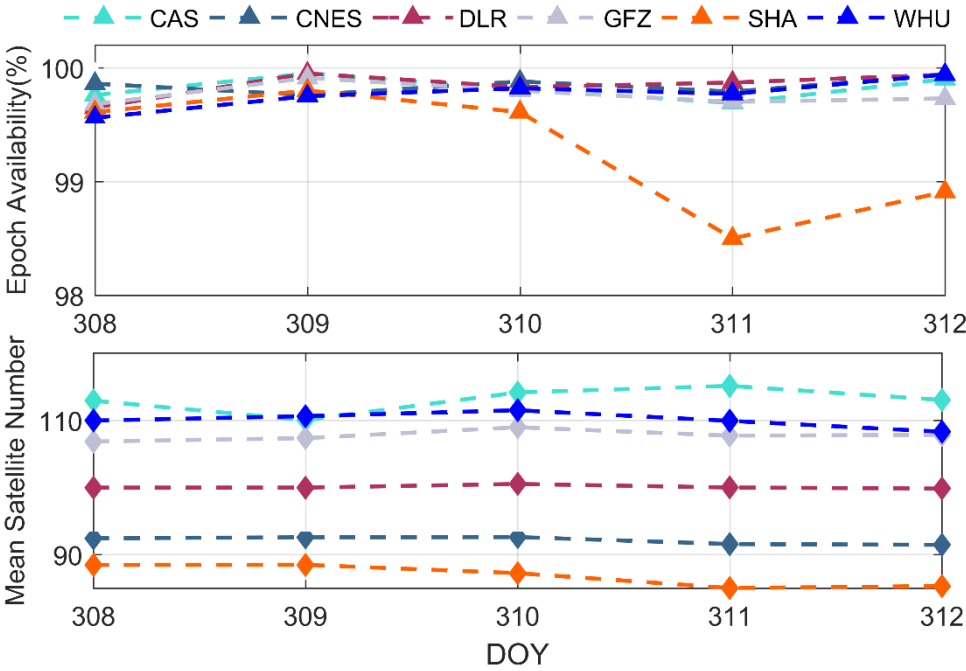


图 3.3 2022 年 DOY 308-DO Y312 的实时 SSR 产品数据可用率和可视卫星

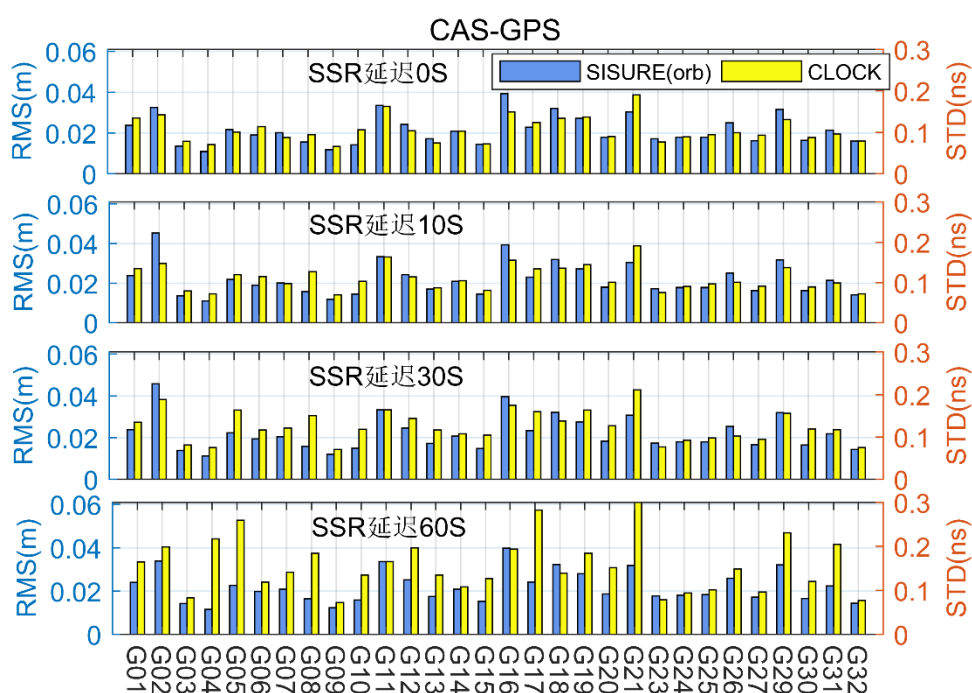
表 3.6 统计了六个分析中心在 2022 年 DOY 308-312 期间内的平均数据可用率和平均可视卫星数。从表 3.6 中统计结果看出，CAS，CNES，DLR，GFZ，SHA 和 WHU 的实时卫星 SSR 改正数的平均可用率分别为 99.82%，99.84%，99.84%，99.76%，99.28%和 99.76%。平均可视卫星的统计结果表明，可视卫星数目在 100 颗以上的分析中心有 CAS，DLR，GFZ 和 WHU，分别是 113 颗，100 颗，107.7 颗和 110 颗。CNES 和 SHA 的可视卫星数相对较少，分别是 92.1 颗和 86.9 颗。

表 3.6 六个分析中心的平均数据可用率（%）和平均可视卫星（颗）

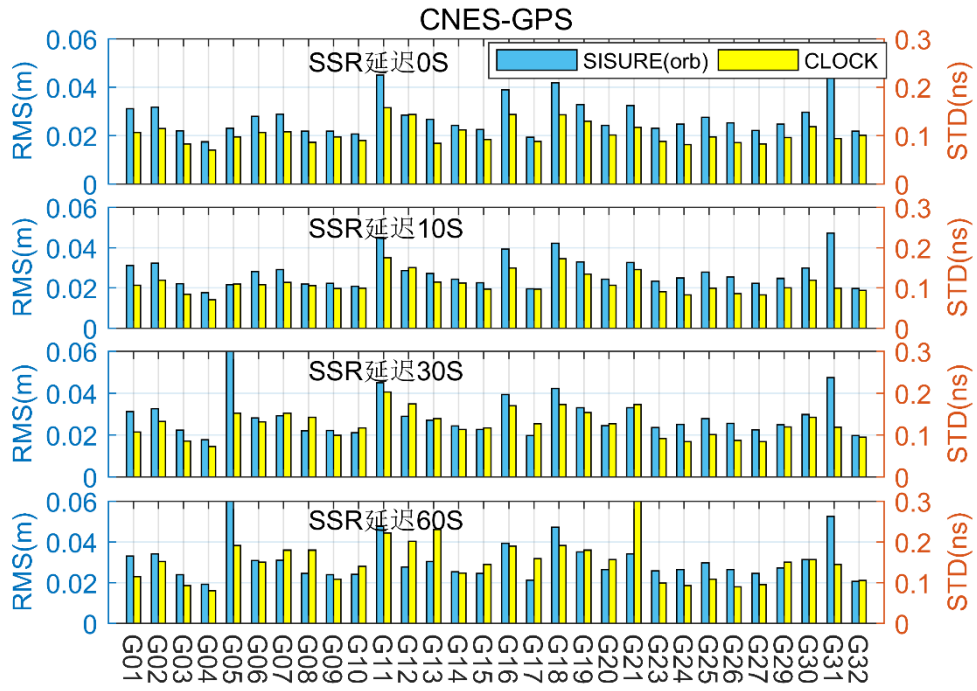
Analysis Center	Epoch Availability	Mean Satellite Number
CAS	99.82	113.0
CNES	99.84	92.1
DLR	99.84	100.0
GFZ	99.76	107.7
SHA	99.28	86.9
WHU	99.76	110.0

## GPS 实时轨道钟差 SSR 精度评估结果

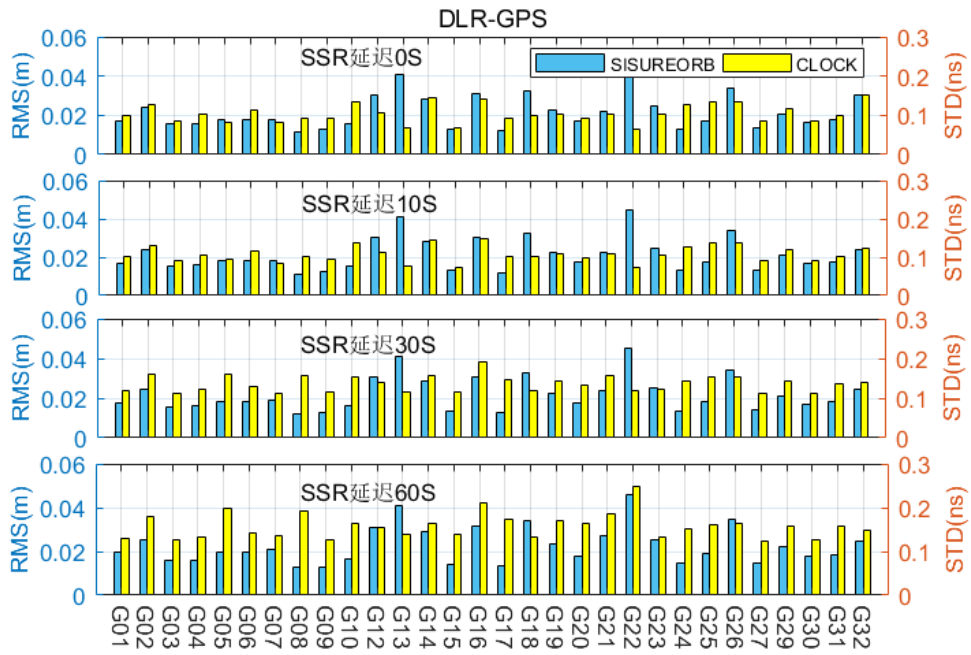
图 3.4 中分别给出了 6 家分析中心 GPS 实时轨道和实时钟差在不同 SSR 时延下与 GBM 最终产品差异的统计情况，图中左轴表示的是轨道 SISURE 的 RMS 值统计结果，右轴表示的是钟差 STD 值统计结果。表 3.7 中给出了各家分析中心所有 GPS 卫星统计结果的平均值。从图 3.4 中可以看出，不同 SSR 时延下的轨道和钟差精度有所差异，当 SSR 时延在 30 s 以内时，所有 GPS 卫星的轨道精度优于 5 cm，钟差精度优于 0.2 ns。当时延达到 60 s 时，大部分 GPS 卫星的轨道和钟差精度会明显变差。因此在实际应用时，随着 SSR 延迟时间的增长，GPS 卫星的实时轨道和实时钟差精度会明显降低，当 SSR 时延超过 30 s 时，可以不推荐进行使用。



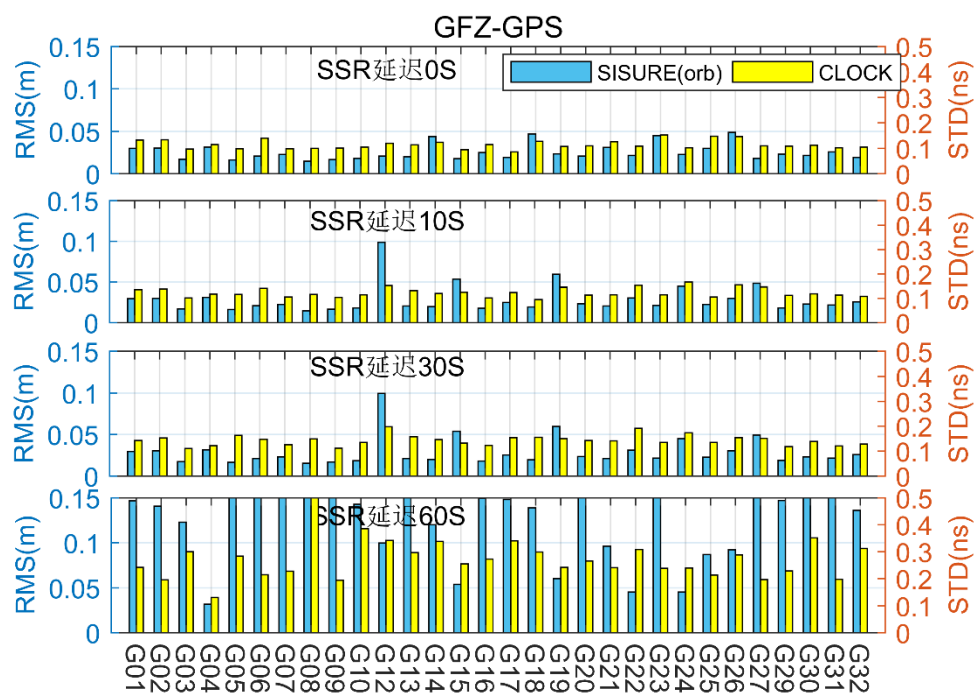
(a) CAS 产品的 GPS 卫星结果



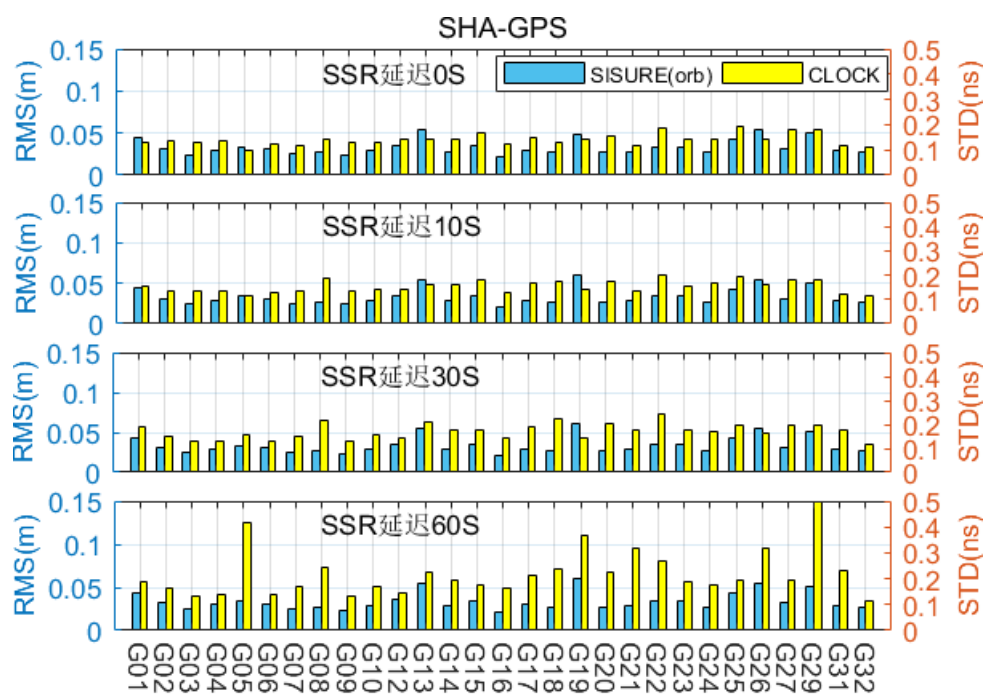
(b) CNES 产品的 GPS 卫星结果



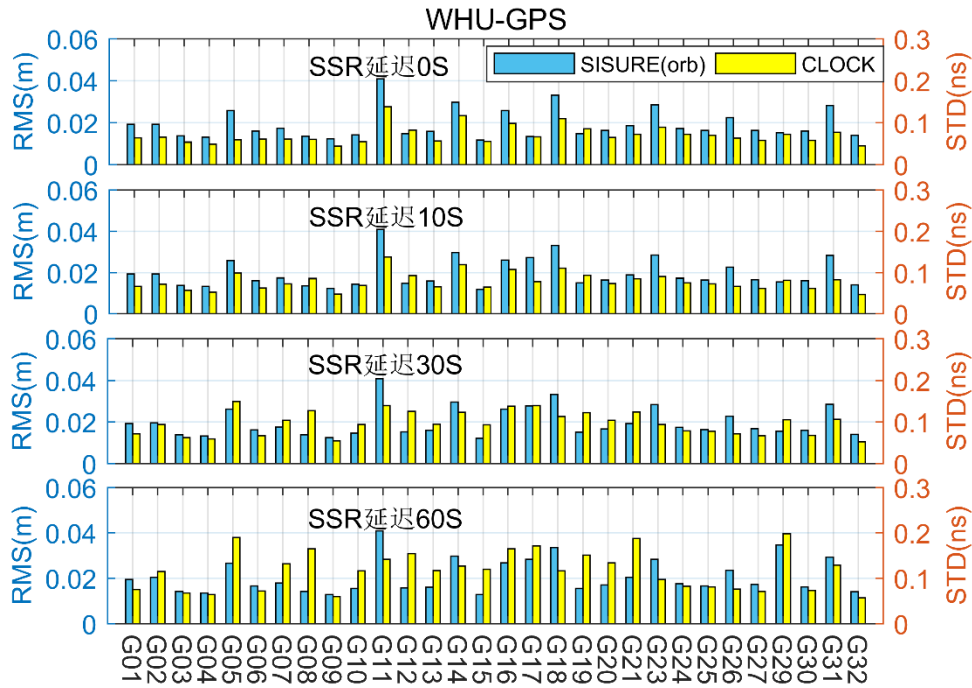
(c) DLR 产品的 GPS 卫星结果



(d) GFZ 产品的 GPS 卫星结果



(e) SHA 产品的 GPS 卫星结果



(f) WHU 产品的 GPS 卫星结果

图 3.4 不同分析中心 GPS 实时轨道和实时钟差差异在不同时延下 RMS（左轴）及 STD（右轴）统计结果

从表 3.7 中结果可以看出，在轨道方面，WHU 的精度最优，在不同时延下的轨道误差分别是 0.0192 m，0.0197 m，0.0198 m 和 0.0209 m。SHA 的轨道精度最差，分别是 0.0331 m，0.0336 m，0.0337 m 和 0.0340 m。其中 GFZ 的轨道在时延达到 60 s 时会显著变差，为 0.1318 m。从 SSR 时延来看，不同时延下的轨道精度差异在 mm 量级。钟差方面，WHU 的实时钟差精度最高，STD 值为 0.07 ns；SHA 精度最差，STD 值为 0.14 ns。除了 GFZ 之外，SSR 时延差异对钟差精度影响基本上在 0.05 ns 以内。

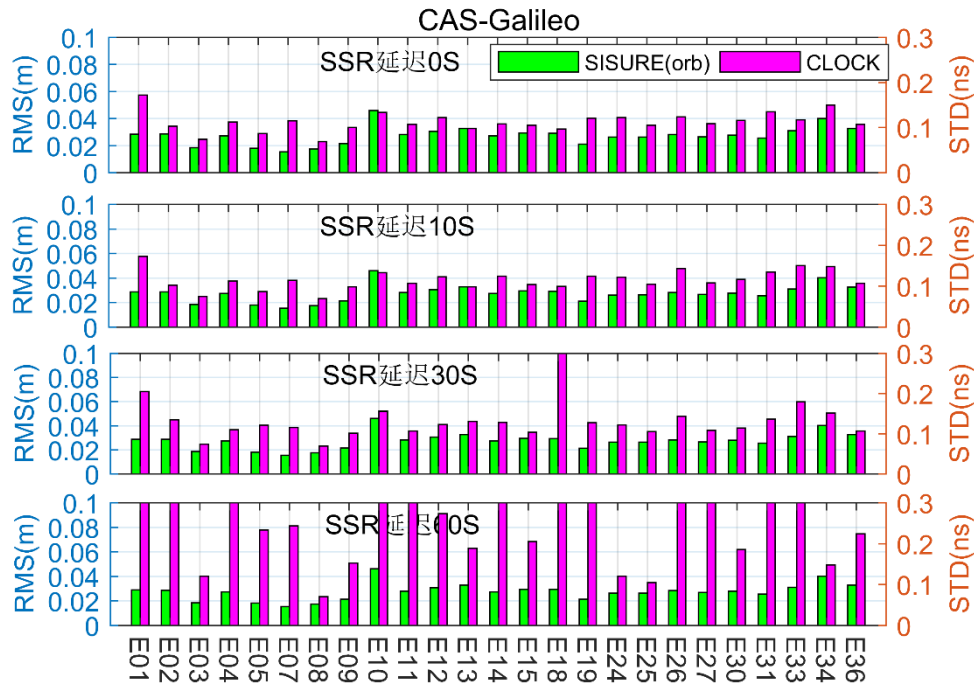
表 3.7 不同 SSR 时延下的 GPS 实时轨道钟差精度评估结果

分析中心	Mean SISURE RMS (m)				Mean Clock STD (ns)			
	0s	10s	30s	60s	0s	10s	30s	60s
CAS	0.0215	0.0218	0.0220	0.0220	0.1059	0.1109	0.1251	0.1584
CNES	0.0277	0.0277	0.0292	0.0315	0.1039	0.1109	0.1262	0.1515
DLR	0.0216	0.0216	0.0218	0.0226	0.1044	0.1082	0.1364	0.1578
GFZ	0.0255	0.0284	0.0287	0.1318	0.1148	0.1230	0.1425	0.2705
SHA	0.0331	0.0336	0.0337	0.0340	0.1406	0.1532	0.1707	0.2194
WHU	0.0192	0.0197	0.0198	0.0209	0.0711	0.0784	0.0975	0.1169

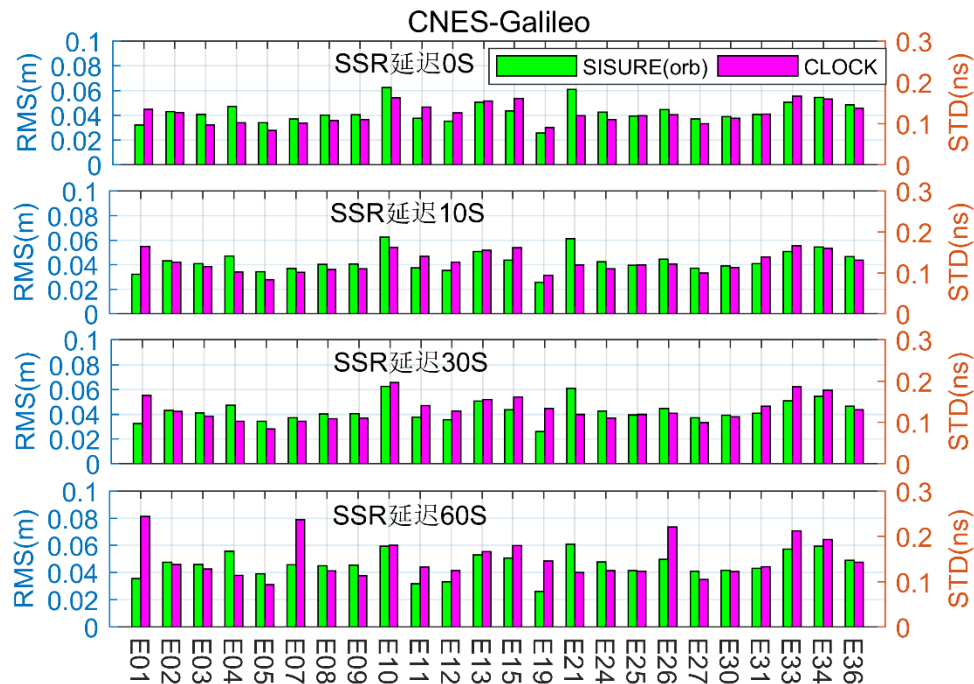
### Galileo 实时轨道钟差 SSR 精度评估结果

图 3.5 给出了六个分析中心的 Galileo 实时轨道和钟差产品与 GBM 最终产品的差异统计情况。图 3.5 中左轴表示的是 Galileo 卫星轨道 SISURE 的 RMS 值统

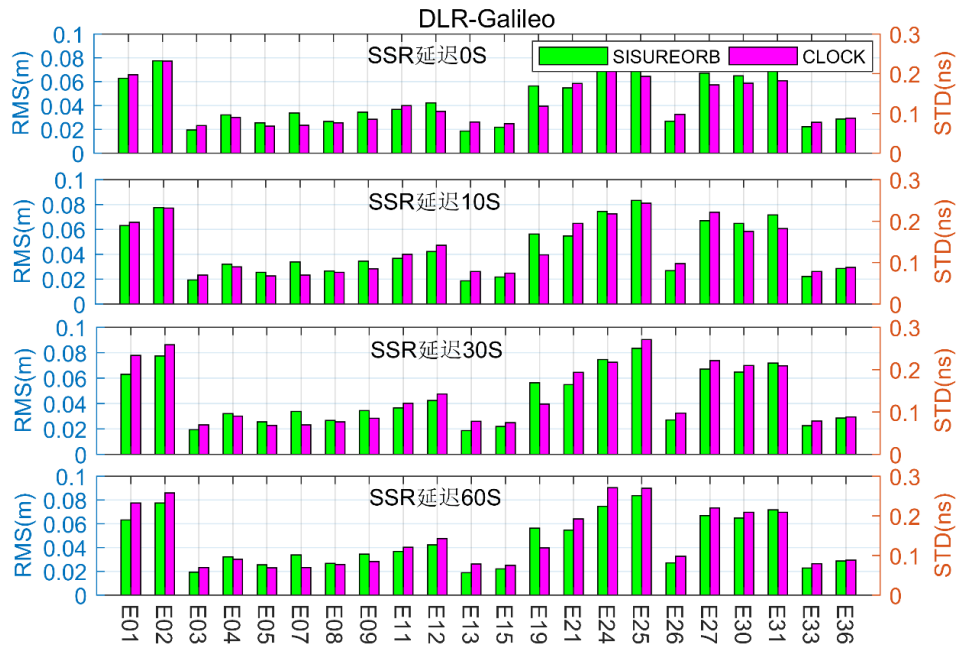
计结果，右轴表示的是 Galileo 卫星钟差 STD 值统计结果。从图 3.5 中结果可以看出，CAS 和 WHU 的 Galileo 实时轨道精度相对较优，在 3 cm 左右。GFZ 和 SHA 的 Galileo 实时轨道精度较差，误差在 4 cm 左右。与 GPS 类似，当 SSR 延迟时间小于 30 s 时，所有分析中心的实时轨道精度并不会明显降低，随着 SSR 延迟时间增长到 60 s，Galileo 卫星的实时轨道精度会有明显下降。钟差方面，CAS 和 CNES 的 Galileo 实时卫星钟差精度较优，基本上在 0.1 ns 左右。GFZ 和 SHA 的实时卫星钟差精度较差，基本上在 0.15 ns 左右。



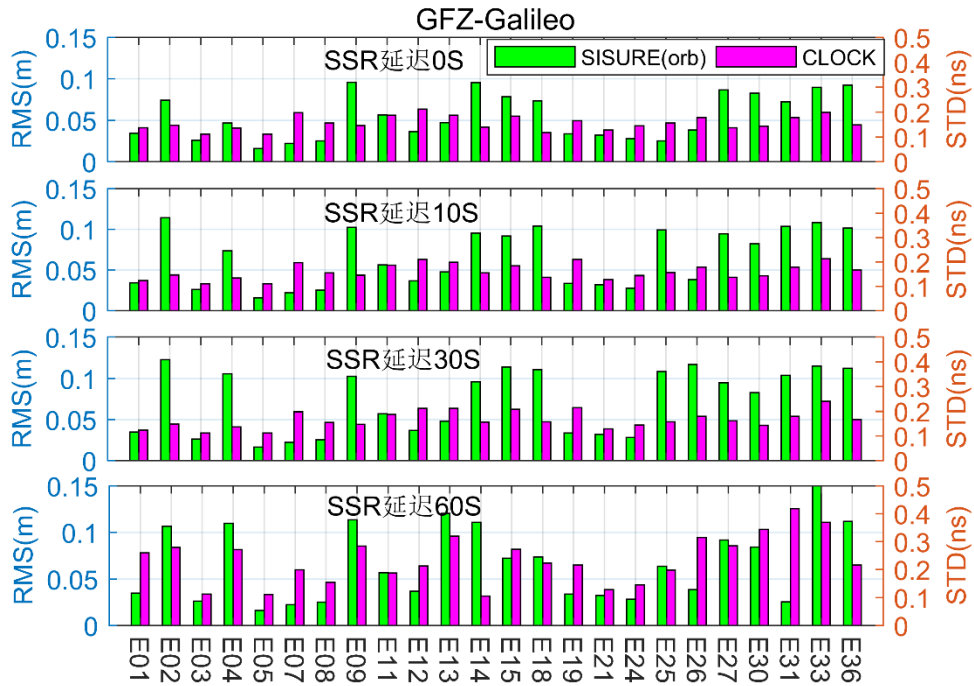
(a) CAS 产品的 Galileo 卫星结果



(b) CNES 产品的 Galileo 卫星结果



(c) DLR 产品的 Galileo 卫星结果



(d) GFZ 产品的 Galileo 卫星结果

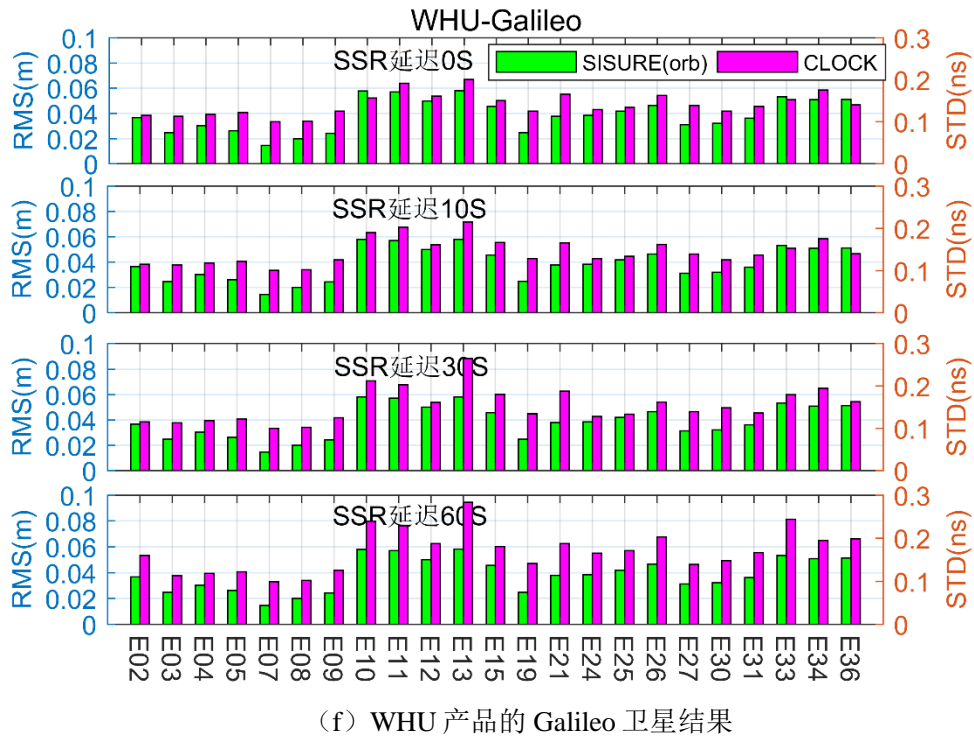
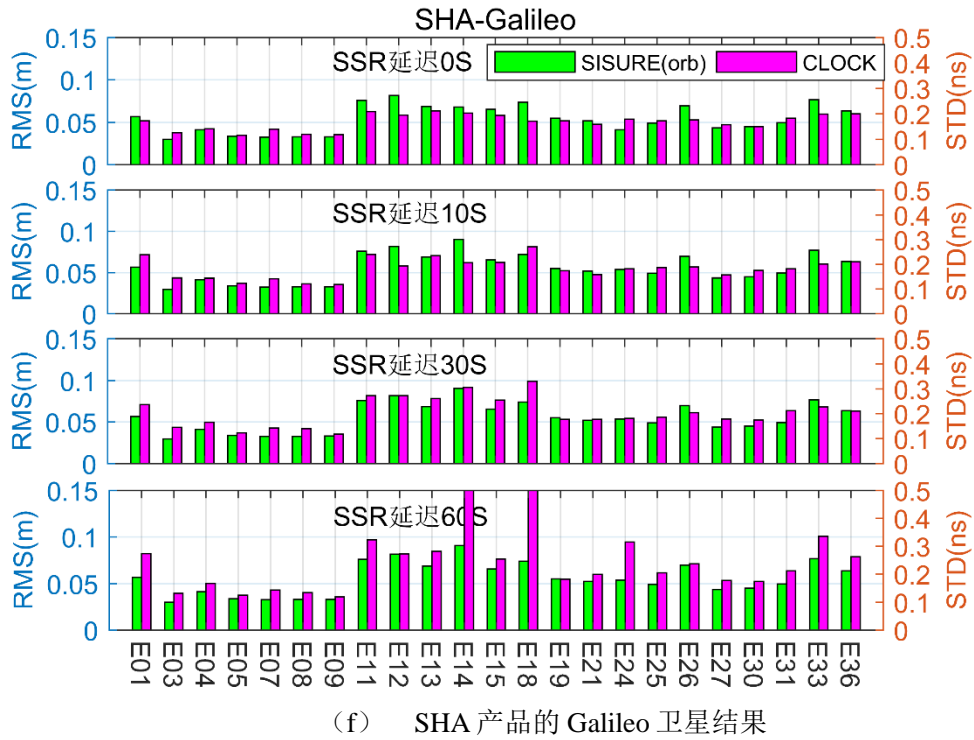


图 3.5 不同分析中心 Galileo 实时轨道和实时钟差差异在不同时延下 RMS（左轴）及 STD（右轴）统计结果

从表 3.8 中结果可以看出，在轨道方面，CAS 的精度最优，在不同时延下的轨道误差分别是 0.0244 m，0.0244 m，0.0244 m 和 0.0245 m，相较于 GPS 卫星有所增大，但是轨道误差变化没有 GPS 卫星明显。SHA 的轨道精度最差，分别是 0.0439 m，0.0453 m，0.0454 m 和 0.0454 m。从 SSR 时延来看，不同



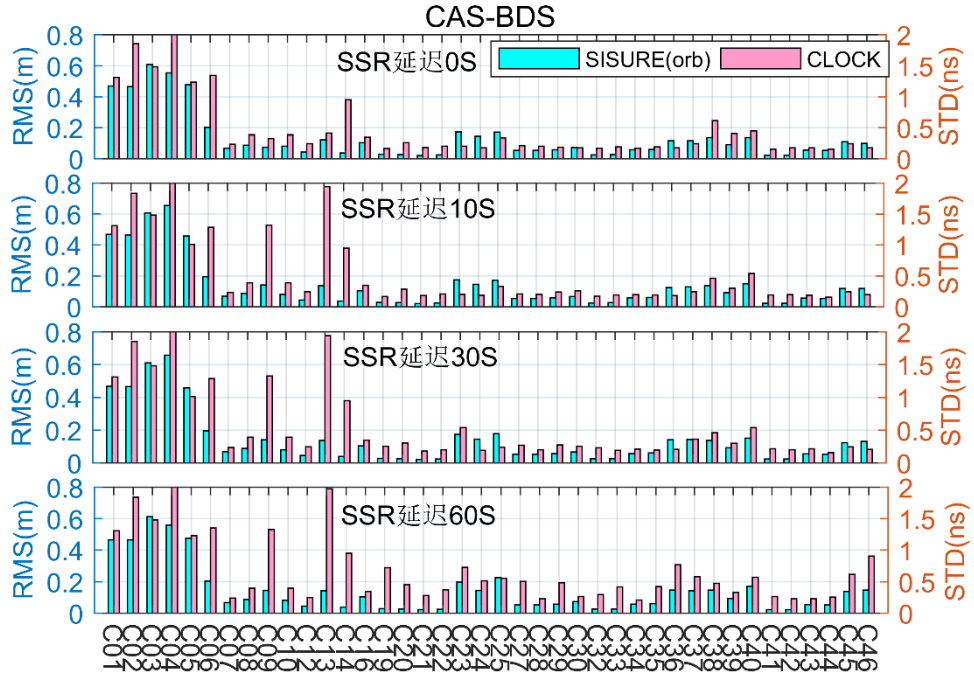
的轨道精度差异在 mm 量级。钟差方面，CAS，CNES 产品精度较高，CAS 产品在不同时延下的钟差 STD 分别是 0.1124 ns，0.1154 ns，0.1338 ns 和 0.3303 ns，CAS 的 Galileo 卫星实时钟差在时延为 60 s 时精度会明显降低。CNES 产品在不同时延下的钟差 STD 分别是 0.1235 ns，0.1264 ns，0.1313 ns 和 0.1506 ns。SHA 精度最差，不同时延下的钟差 STD 分别是 0.1681 ns，0.1828 ns，0.2043 ns 和 0.2539 ns。

表 3.8 不同 SSR 时延下的 Galileo 实时轨道钟差精度评估结果

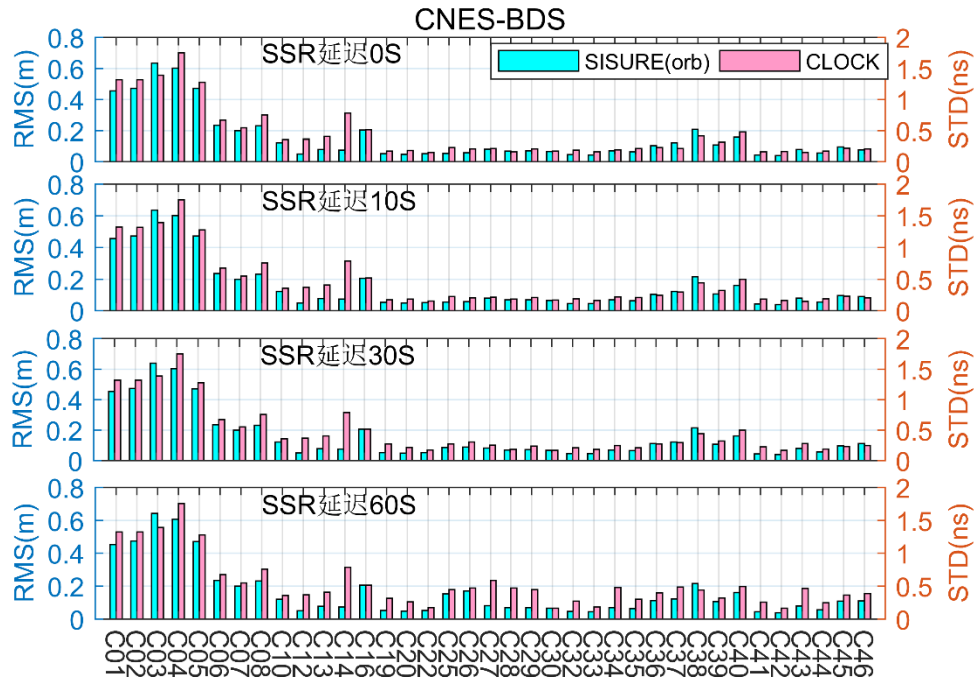
分析中心	Mean SISURE RMS (m)				Mean Clock STD (ns)			
	0s	10s	30s	60s	0s	10s	30s	60s
CAS	0.0244	0.0244	0.0244	0.0245	0.1124	0.1154	0.1338	0.3303
CNES	0.0328	0.0328	0.0328	0.0361	0.1235	0.1264	0.1313	0.1506
DLR	0.0346	0.0346	0.0347	0.0348	0.1258	0.1327	0.1397	0.1420
GFZ	0.0386	0.0386	0.0390	0.0391	0.1560	0.1607	0.1656	0.2347
SHA	0.0439	0.0453	0.0454	0.0454	0.1681	0.1828	0.2043	0.2539
WHU	0.0317	0.0317	0.0317	0.0317	0.1409	0.1445	0.1533	0.1704

### BDS 实时轨道钟差 SSR 精度评估结果

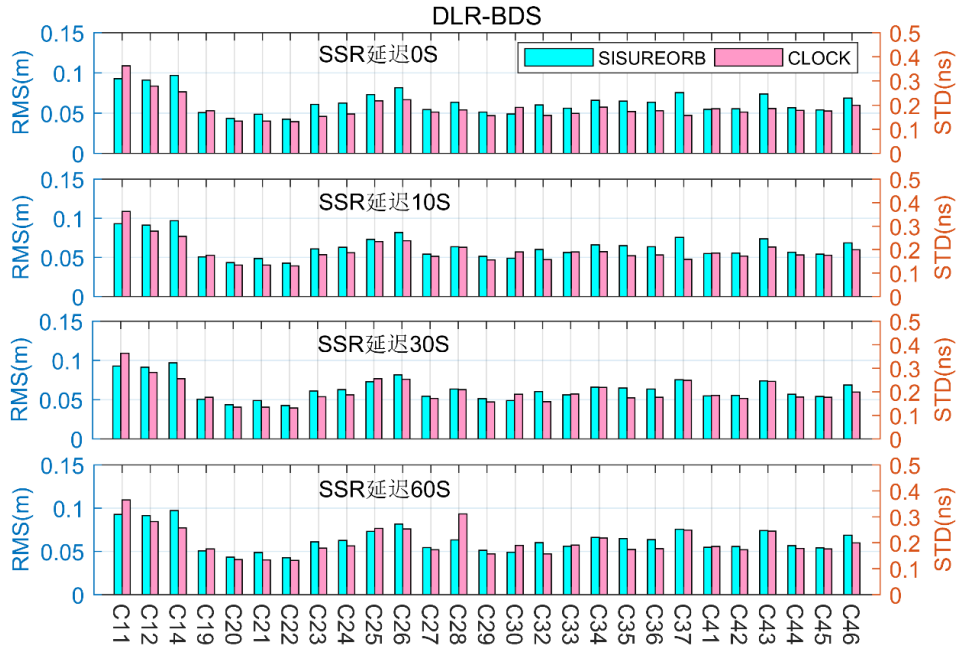
图 3.6 给出了不同分析中心的 BDS 实时轨道和钟差 SSR 产品的精度评估结果。与图 3.4 和图 3.5 类似，图 3.6 中左轴表示的是 BDS 卫星轨道 SISURE 的 RMS 统计结果，右轴表示的是 BDS 卫星钟差 STD 值统计结果。参与 BDS GEO 卫星实时轨道钟差精度评估的有 CAS，CNES 和 WHU，参与 BDS IGSO 卫星实时轨道钟差精度评估的有 CAS，CNES，SHA 和 WHU，六个分析中心都参与 BDS MEO 卫星实时轨道钟差精度评估。从图中结果可以看出，BDS 实时轨道钟差精度最高的是 MEO 星座，IGSO 星座次之，最差的是 GEO 星座。同时，BDS-3 的整体统计结果要明显优于 BDS-2。对于 BDS MEO 卫星，WHU 的实时轨道和实时钟差精度最优，轨道误差在 3 cm 左右，钟差精度在 0.2 ns 以内。对于 BDS GEO 和 IGSO 卫星，CAS 和 CNES 的结果相对较优，GEO 卫星的实时轨道精度在 0.5 m 左右，GEO 卫星实时钟差精度在 1.5 ns 左右，IGSO 卫星的实时轨道精度在 0.15 m 左右，IGSO 卫星的实时钟差精度在 0.5 ns 左右。



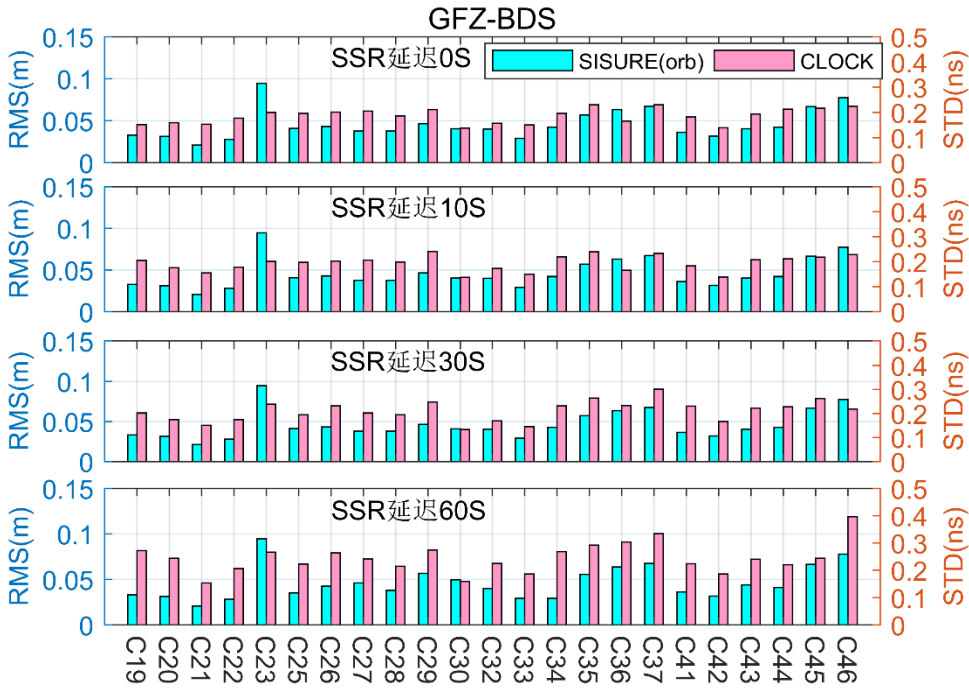
(a) CAS 产品的 BDS 卫星结果



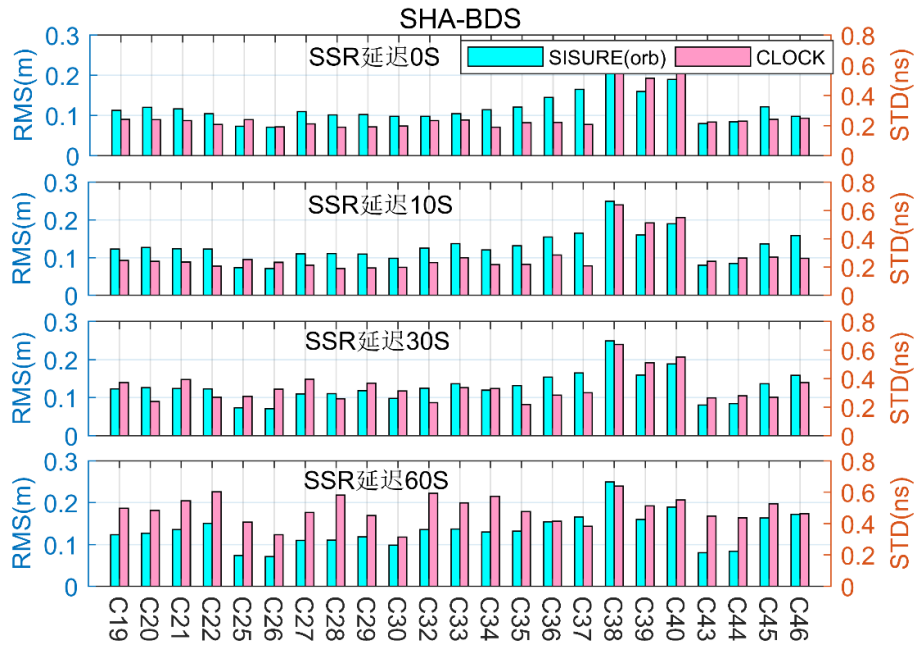
(b) CNES 产品的 BDS 卫星结果



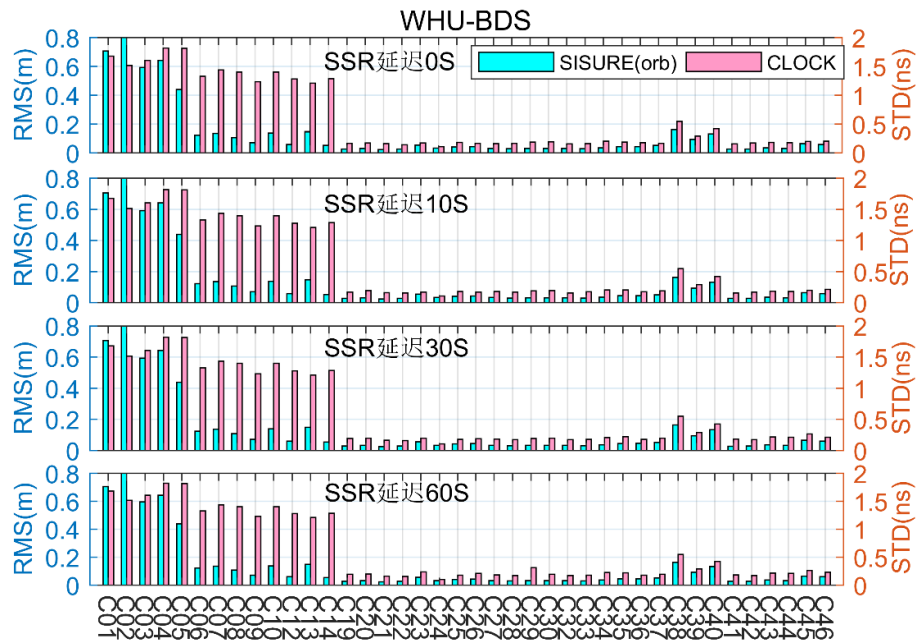
(c) DLR 产品的 BDS 卫星结果



(d) GFZ 产品的 BDS 卫星结果



(e) SHA 产品的 BDS 卫星结果



(f) WHU 产品的 BDS 卫星结果

图 3.6 不同分析中心 BDS 实时轨道和实时钟差差异在不同时延下 RMS（左轴）及 STD（右轴）统计结果

表 3.9 到表 3.11 分别统计的是 BDS GEO、IGSO、MEO 卫星在不同 SSR 时延下的精度统计结果。从表中结果可以看出，CNES 的 GEO 卫星的实时轨道和钟差精度最优，在不同时延下的轨道误差分别是 0.5279 m，0.5283 m，0.5293 m 和 0.5298 m，在不同时延下的钟差误差分别是 1.4129 ns，1.4133 ns，1.4139 ns 和 1.4162 ns。CAS 的 IGSO 卫星实时轨道精度最优，实时轨道在不同时延下的

轨道 SISURE 误差分别是 0.1101 m, 0.1207 m, 0.1208 m, 0.1264 m, 精度差异在 1 cm 左右。CNES 的 IGSO 卫星实时钟差精度最优, 不同时延下的钟差 STD 值分别是 0.4939 ns, 0.5005 ns, 0.5008 ns 和 0.5013 ns, 钟差差异在 0.01 ns 以内。WHU 的 MEO 卫星的实时轨道精度最优, 在不同时延下的轨道 SISURE 分别是 0.0373 m, 0.0373 m, 0.0373 m 和 0.0384 m, 轨道精度变化很小。DLR 和 WHU 的 BDS MEO 卫星的实时钟差精度基本一致, DLR 的实时钟差在不同时延下的 STD 值分别是 0.1728 ns, 0.1795 ns, 0.1876 ns 和 0.1919 ns, WHU 的实时钟差在不同时延下的 STD 值分别是 0.1729 ns, 0.1777 ns, 0.1881 ns 和 0.1972 ns, 钟差差异在不同时延下的变化在 0.02 ns 以内。

表 3.9 不同 SSR 时延下的 BDS GEO 实时轨道钟差精度评估结果

分析中心	Mean SISURE RMS (m)				Mean Clock STD (ns)			
	0s	10s	30s	60s	0s	10s	30s	60s
CAS	0.5147	0.5311	0.5316	0.5612	1.6505	1.6523	1.6549	1.6707
CNES	0.5279	0.5283	0.5293	0.5298	1.4129	1.4133	1.4139	1.4162
WHU	0.6470	0.6471	0.6472	0.6477	1.6862	1.6854	1.6870	1.6877

表 3.10 不同 SSR 时延下的 BDS IGSO 实时轨道钟差精度评估结果

分析中心	Mean Sisure RMS (m)				Mean Clock STD (ns)			
	0s	10s	30s	60s	0s	10s	30s	60s
CAS	0.1101	0.1207	0.1208	0.1264	0.5063	0.7618	0.7636	0.7841
CNES	0.1675	0.1687	0.1687	0.1688	0.4939	0.5005	0.5008	0.5013
SHA	0.1996	0.1996	0.1998	0.2001	0.5678	0.5681	0.5682	0.5684
WHU	0.1235	0.1235	0.1235	0.1235	1.0290	1.0291	1.0291	1.0293

表 3.11 不同 SSR 时延下的 BDS MEO 实时轨道钟差精度评估结果

分析中心	Mean Sisure RMS (m)				Mean Clock STD (ns)			
	0s	10s	30s	60s	0s	10s	30s	60s
CAS	0.0592	0.0609	0.0634	0.0684	0.1963	0.2094	0.2407	0.4478
CNES	0.0562	0.0569	0.0612	0.0690	0.1883	0.1985	0.2297	0.3506
DLR	0.0497	0.0497	0.0497	0.0497	0.1728	0.1795	0.1876	0.1919
GFZ	0.0416	0.0416	0.0417	0.0460	0.1859	0.1947	0.2091	0.2452
SHA	0.1071	0.1181	0.1185	0.1235	0.2197	0.2341	0.3052	0.4764
WHU	0.0373	0.0373	0.0373	0.0384	0.1729	0.1777	0.1881	0.1972

### 3.3 实时轨道综合及性能评估

卫星精密轨道是满足高精度用户数据处理的基本要素之一。目前 GNSS 高精度用户往往采用 IGS 发布的精密轨道产品进行应用。IGS 的工作主要是将各分析中心提供的轨道钟差产品进行综合, 然后向用户发布更加稳定可靠的合并产品。虽然各分析中心的定轨软件及策略均有所不同, 但提供的 GPS 卫星轨道精度均优于 3cm, 而 IGS 综合得到的轨道产品经验证是优于 2.5cm 的, 因此可见轨道综合对于提供高精度轨道是必要的 (Robert, 1999; Springer T A et al, 1998;

Pascal Willis, 1998)。目前的轨道综合主要包含加权平均法和动力学法，加权平均法首先将分析中心轨道转换到统一参考框架，消除系统性误差后加权平均得到综合轨道。动力学方法是根据分析中心轨道拟合卫星初始状态和力模型参数，对上述参数加权平均后积分得到综合轨道。为了消除不同分析中心坐标框架不一致，Beutler（1995）提出利用地球自传参数来修正坐标框架差异；魏娜（2009）研究了通过 SINEX 文件站坐标周解旋转参数完成坐标框架的统一；Griffiths（2012）等利用分析中心事后轨道产品的不一致性改正了轨道坐标框架统一的参数模型。针对卫星轨道综合定权的问题，目前大多数研究是采用分析中心卫星轨道与等权平均轨道的位置偏差来计算分析中心权重。

对于实时 PPP 用户，卫星轨道产品通常可以采用各家分析中心发布的超快速轨道或者实时轨道。无论是上述那种卫星轨道产品，如图 3.3 和表 3.6 所示，单一分析中心的卫星轨道主要存在两个主要问题：（1）卫星轨道存在丢失现象（某颗卫星丢失或者某个历元丢失）；（2）部分历元或部分卫星轨道会存在粗差。因此，对多个分析中心的实时卫星轨道进行轨道综合，可以有效进行卫星轨道粗差剔除和丢失卫星轨道补全。同时，目前 IGS 还没有公布 Galileo, BDS 等 GNSS 系统的综合轨道，因此本文开展多 GNSS 系统轨道综合的研究具有一定的研究意义（Hou et al, 2022）。

首先对轨道综合的基本算法进行介绍，本文在进行实时 GNSS 轨道综合时采用的是加权平均方法，加权平均轨道综合的数据处理流程主要有：

（1）由于每个分析中心的轨道坐标框架不一致，因此首先需要将各个分析中心的轨道  $Coor_{ac}^i (X_{ac}^i, Y_{ac}^i, Z_{ac}^i)$  转换到同一基准框架  $Coor_{ac}^{i'} (X_{ac}^{i'}, Y_{ac}^{i'}, Z_{ac}^{i'})$ 。常用的方法有 ERP 参数坐标框架统一法，SINEX 旋转参数坐标框架统一方法等。

（2）将修正后的卫星轨道进行等权平均，并将平均后的轨道作为参考轨道。

$$Coor_{ref} = \frac{\sum_{ac=1}^{Ncent} Coor_{ac}^{i'}}{Ncent} \quad (3.7)$$

上式中， $Coor_{ref}$  表示平均轨道， $Ncent$  表示分析中心个数。

（3）根据分析中心轨道与参考轨道之间的 SISURE 差异的 RMS 值来计算分析中心的权重。

$$P_{ac} = \left( \frac{(3 \cdot \sum_{i=1}^{N_{sat}} Nepo_{ac}^i) - 7}{\sum_{i=1}^{N_{sat}} \sum_{j=1}^{Nepo_{ac}^i} RMS_{(k,i)}} \right) \quad (3.8)$$

式中  $P_{ac}$  表示计算出的每家分析中心的权重， $Nepo$  表示参数权重计算的历元数， $RMS_{(k,i)}$  表示某颗卫星的分析中心轨道与参考轨道之间的 SISURE 差异的 RMS 值。

(4) 根据第 3 步中计算出的分析中心权重，对卫星轨道进行加权平均，此时各分析中心不等权，各卫星等权。

$$Coor_w^i = \frac{\sum_{ac=1}^{Ncent} P_{ac} Coor_{ac}^i}{\sum_{ac=1}^{Ncent} P_{ac}} \quad (3.9)$$

式中  $Coor_w^i$  表示加权平均出的综合轨道。

(5) 重新计算综合轨道与分析中心卫星之间的 SISURE 差异的 RMS 值。每个卫星的权重可以表示为：

$$P_{sat} = \left( \frac{Ncent^i}{\sum_{ac} \sum_k \frac{Nepo_{ac}^i}{3 Nepo_{ac}^i - 7} RMS_{(k,i)}^2} \right) \quad (3.10)$$

式中， $P_{sat}$  表示根据卫星 SISURE 差异计算出的卫星权重。

(6) 根据第三步计算出的分析中心权重和第五步计算出的卫星轨道权重，计算分析中心不等权，卫星不等权下的综合轨道。

$$Coor_{comb}^i = \frac{\sum_{ac=1}^{Ncent} P_{ac} Coor_{ac}^i}{\sum_{ac=1}^{Ncent} P_{ac}} \quad (3.11)$$

上式中  $Coor_{comb}^i$  为最终加权平均出的综合轨道。具体的轨道综合流程见图 3.7。

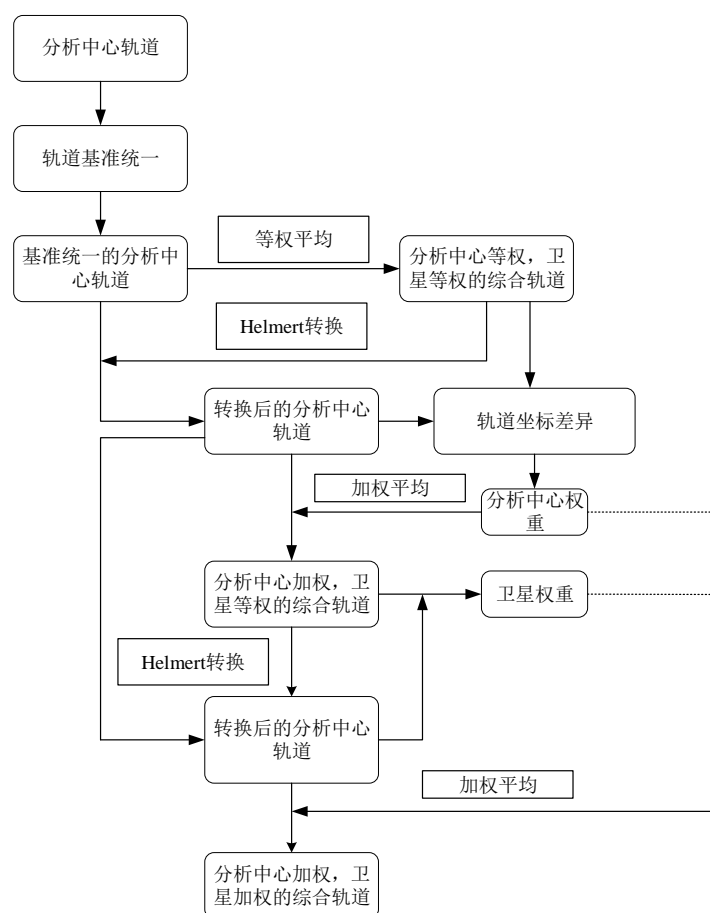


图 3.7 实时轨道综合流程图

以 GPS 为例，首先对本文采用的轨道综合算法进行可靠性验证。选用 GFZ, CNES, DLR, SHA, WHU, CAS 这六个分析中心 2022 年 DOY 308-312 连续 5 天的事后轨道进行综合，以 IGS 提供的 GPS 轨道作为基准，验证轨道综合算法的可靠性。图 3.8 中蓝色柱子表示的是本文综合出的 GPS 事后轨道与 IGS 轨道之间的差异，粉红色柱子表示的是六个分析中心与 IGS 轨道之间的平均差异。从图中结果可以看出，综合轨道与 IGS 轨道之间的差异明显小于平均分析中心轨道差异，证明了本文采用的轨道综合算法的有效性。同时，从表 3.12 中结果可以看出，轨道综合对于不同轨道类型的 GPS 卫星的精度提升都有效果，综合出的 GPS Block IIF、Block IIR、Block III 的平均轨道差异分别是 4.15 mm，5.43 mm 和 5.63 mm，相较于分析中心平均差异值的 8.66 mm，10.67 mm 和 11.28 mm 有明显提升。



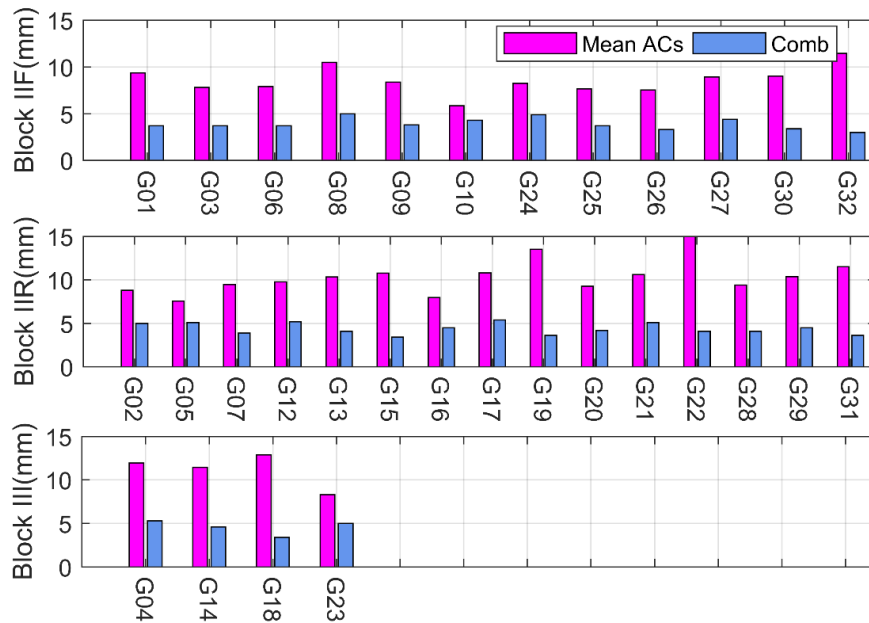


图 3.8 综合轨道差异与分析中心轨道平均差异

表 3.12 不同轨道类型的 GPS 卫星在两种模式下的平均轨道差异（单位：毫米）

轨道差异	Block IIF	Block IIR	Block III
Mean ACs	8.66	10.67	11.28
Combine	4.15	5.43	5.63

图 3.8 和表 3.12 证明了本文采用的轨道综合算法的有效性。采用该方法对多系统 GNSS 实时轨道进行综合，并对综合出的实时轨道进行精度评估。考虑到 3.2 节中评估出的 SHA 的实时轨道差异明显偏大，因此本文选用 GFZ, CNES, DLR, WHU, CAS 这五个分析中心的实时轨道进行综合，并以 GBM 提供的事后轨道作为参考进行精度评估。

上文中提到，不同分析中心的卫星轨道之间会存在系统性差异，该差异会对最终的轨道综合结果造成影响。对于事后轨道通常可以采用旋转矩阵法消除系统性差异（基于 ERP 参数或者 SINEX 旋转参数），然而对于实时卫星轨道基准转换应用这两种方法并不方便。基于这一问题，本文提出了基于 Helmert 坐标参数转换的系统性偏差修正方法，首先选定某一分析中心轨道作为参考轨道，其他分析中心轨道均与其进行 Helmert 坐标参数转换以消除系统性偏差。本文以 2022 年 DOY 308 的 GPS 卫星为例，分析系统性偏差修正对于综合出的实时轨道精度的影响。图 3.9 中红色柱子表示的是不进行系统性偏差修正综合出的实时轨道与事后轨道的差异，蓝色柱子表示的是进行系统性偏差修正综合出的实时轨道与事后轨道的差异。从图 3.9 中结果可以看出，经过系统性偏差修正后，所有 GPS 卫星实时综合轨道的精度均有提升，证明了本文采用的 Helmert 坐标参数转换消除系统性偏差方法的有效性与可靠性。

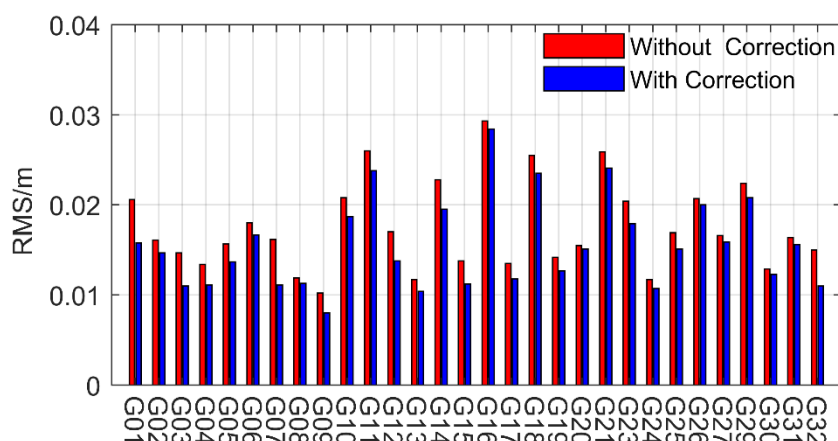


图 3.9 Helmert 坐标参数转换法消除系统性偏差对于 GPS 卫星综合轨道精度的影响

选择 2022 年 DOY 308-312 共 5 天的实时轨道进行轨道综合，精度评估结果见图 3.10。图 3.10 中上中下三个子图分别表示的是 GPS、Galileo 和 BDS 的实时综合轨道精度评估结果。从图 3.10 中结果可以看出，GPS 卫星的实时综合轨道精度最高，所有 GPS 卫星的轨道差异的平均 RMS 值是 0.0162 m。Galileo 卫星的实时综合轨道精度略低于 GPS 卫星，所有 Galileo 卫星的轨道差异的平均 RMS 值是 0.0211 m。BDS 卫星的实时综合轨道精度最低，所有 BDS 卫星的轨道差异的平均 RMS 值是 0.0695 m，这主要是由于 BDS 的 IGSO 卫星综合轨道精度较差导致的。同时，从 BDS 卫星实时轨道综合结果可以看出，BDS-3 的 MEO 卫星的综合结果要明显优于 BDS-2 的 MEO 卫星综合结果。

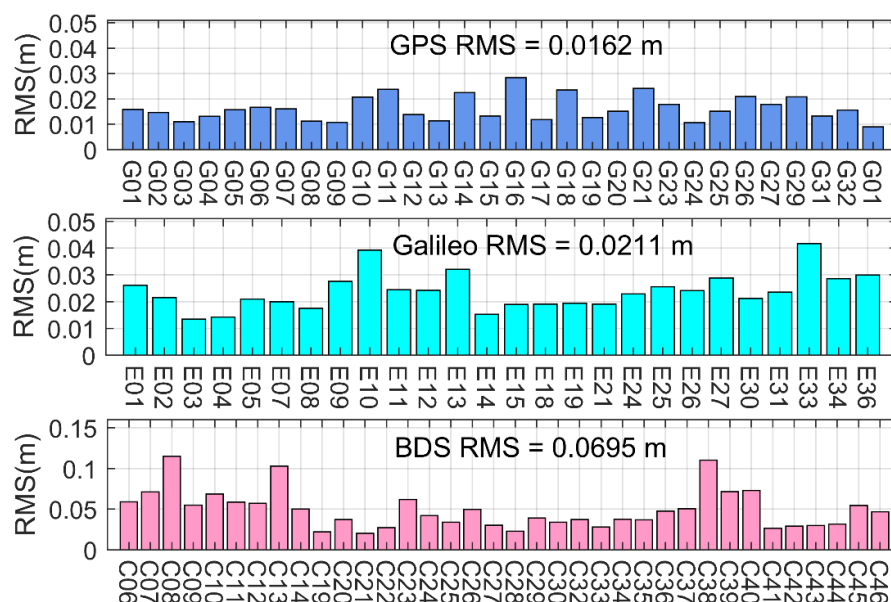


图 3.10 实时 GPS/Galileo/BDS 轨道综合精度评估结果

图 3.11 中统计了综合轨道与分析中心轨道的精度对比情况，其中 Combine

柱子表示的是综合出的实时轨道与 GBM 轨道的差异，其它柱子表示的是各分析中心实时轨道与 GBM 轨道的差异。从图 3.11 中结果可以看出，GPS、Galileo、BDS 的实时综合轨道精度均为最优。从分析中心统计结果可以看出，GPS、Galileo、BDS 的轨道精度最优的分别是不同的分析中心。以上结果证明了实时轨道综合的有效性与本文采用的轨道综合算法的可靠性。

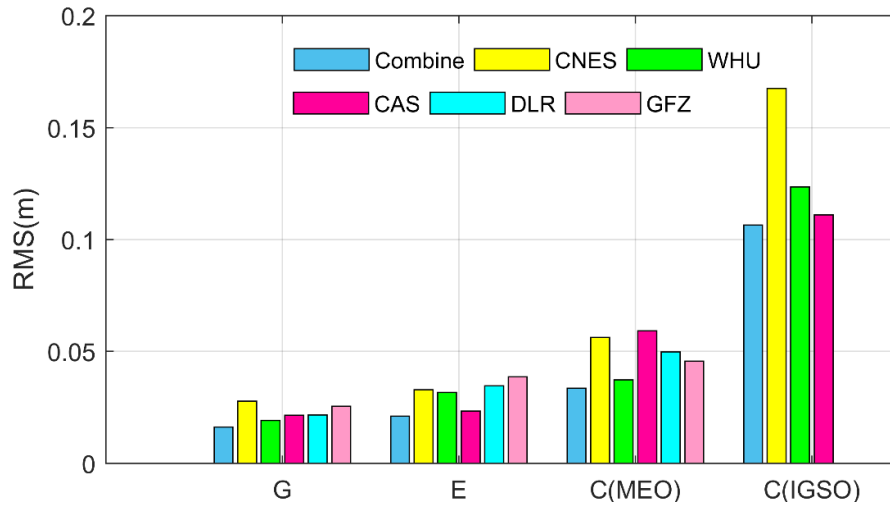


图 3.11 综合轨道与分析中心轨道精度对比结果

### 3.4 本章小节

实时卫星轨道产品与钟差产品的精度对其在实时 PPP 定位中的应用至关重要。本章首先利用 GFZ 提供的事后精密轨道钟差对六个不同分析中心的实时轨道钟差改正数的精度进行评估，然后利用轨道精度较高的部分分析中心产品进行实时轨道综合实验。

轨道精度方面，WHU 的实时 GPS 卫星精度最优，在 0 s，10 s，30 s，60 s 网络时延下的轨道误差分别是 0.0192 m，0.0197 m，0.0198 m 和 0.0209 m；CAS 的实时 Galileo 卫星轨道精度最优，在不同时延下的轨道误差分别是 0.0244 m，0.0244 m，0.0244 m 和 0.0245 m，相较于 GPS 卫星有所增大；对于 BDS MEO 卫星，WHU 的实时轨道精度最优，不同时延下的轨道误差均在 0.03 m 左右，CNES 的 GEO 卫星的实时轨道精度最优，在不同时延下的轨道误差分别是 0.5279 m，0.5283 m，0.5293 m 和 0.5298 m。CAS 的 IGSO 卫星实时轨道精度最优，不同时延下的轨道 SISURE 误差分别是 0.1101 m，0.1207 m，0.1208 m，0.1264 m。

钟差精度方面，WHU 的实时 GPS 卫星精度最优，不同时延下的钟差 STD 值分别为 0.0711 ns，0.0784 ns，0.0975 ns，0.1169 ns；CAS 的实时 Galileo 产品最优，在不同时延下的钟差 STD 分别是 0.1124 ns，0.1154 ns，0.1338 ns 和

0.3303 ns; WHU 的实时 BDS 卫星钟差精度最优, 在不同时延下的 STD 值分别是 0.1729 ns, 0.1777 ns, 0.1881 ns 和 0.1972 ns, 钟差差异在不同时延下的变化在 0.02 ns 以内。

实时轨道综合结果表明, 本文提出的基于 Helmert 坐标参数转换消除不同分析中心产品系统性偏差方法可以有效提升卫星轨道综合精度, 所有 GPS 卫星实时综合轨道的精度均有提升。基于本文算法综合出的实时 GPS、Galileo 和 BDS 卫星的轨道误差平均 RMS 值分别为 0.0162 m, 0.0211 m 和 0.0695 m, 相对于单一分析中心产品精度均有提升。

## 第四章 PPP-RTK 服务端实时伪距/相位偏差估计与精度评估

随着 GNSS 系统的不断发展，卫星导航星座及信号频率类型也在不断增加，也产生了越来越多种类型的信号时延偏差。在进行 Multi-GNSS 定位时，对伪距观测值偏差及相位观测值偏差进行正确修正是获取高精度定位结果的前提，因此已有很多学者深入研究了多频多系统伪距及相位偏差的估计与校正算法，建立了有效的偏差估计模型。然而上述研究中大部分的偏差估计模型是针对后处理运算的，在应用于实时数据处理时并不完全适用。针对这一问题，本章深入研究了多频多系统 GNSS 原始观测值伪距及相位偏差估计方法，在此基础上提出了实时估计策略提升方案，利用实测数据估计实时伪距与相位偏差产品并进行精度评估与分析。

### 4.1 多频多系统差分码偏差（DCB）及伪距偏差估计

由于不同频率的伪距观测值的调制方式以及码率等指标有所不同，因此不同频率的伪距观测值的硬件延迟也会有所差异。这一时延差异通常被称为差分码偏差（DCB），是伪距偏差的一种差分形式（Guo et al, 2015; 李昕, 2021）。伪距差分码偏差对 GNSS 精密定位结果和电离层建模结果具有重要影响，是必须要修正的误差之一。随着 GNSS 系统的不断发展，GNSS 观测值不断丰富，伪距差分码偏差种类也日益增加。本章首先研究了多频多系统 DCB 估计方法，建立了多频多系统 DCB 估计模型。采用后处理观测数据生成了多频多系统 DCB 产品，并基于外部机构提供的 DCB 产品进行了精度评估，验证了本章采用的 DCB 估计方法的有效性。将 DCB 估计方法扩展至实时，对比分析提出了最合适的实时 DCB 产品估计策略。通过添加适当的基准约束，基于多频多系统 DCB 产品分解出各 GNSS 系统原始频点伪距偏差，并通过 PPP-RTK 服务端后续的产品估计及 PPP 模糊度固定结果验证了原始频点伪距偏差的有效性。

#### 4.1.1 多频多系统 DCB 估计方法

目前最常见的 DCB 估计方法是在电离层建模时同时估计 DCB 和 TEC 参数（Abdelazeem et al, 2018; Li et al, 2013），这一种 DCB 估计方法也被 IGS 的各个分析中心采用以生成 GIM（Global Ionospheric Map）产品和 DCB 产品。为了简化 DCB 估计策略，可以利用 GIM 产品进行电离层误差修正，直接估计 DCB 产品（Montenbruck et al, 2014），这种方法不仅可以提高 DCB 估计效率，同时

估计出的 DCB 产品精度也能保证与第一种方法一致 (Li et al, 2019b)。本文采用该方法实现多频多系统 DCB 产品估计, 下面对该方法进行详细介绍。

对频率  $i$  和频率  $j$  的伪距观测值作差, 得到无几何距离观测值组合, 可以表示为:

$$\begin{cases} P_{ij}^{g,s} = P_{r,i}^{g,s} - P_{r,j}^{g,s} = I_{r,i}^{g,s} - I_{r,j}^{g,s} + DCB_{r,ij}^g + DCB_{ij}^{g,s} + e_{r,i}^{g,s} - e_{r,j}^{g,s} \\ P_{ij}^{e,s} = P_{r,i}^{e,s} - P_{r,j}^{e,s} = I_{r,i}^{e,s} - I_{r,j}^{e,s} + DCB_{r,ij}^e + DCB_{ij}^{e,s} + e_{r,i}^{e,s} - e_{r,j}^{e,s} \\ P_{ij}^{c,s} = P_{r,i}^{c,s} - P_{r,j}^{c,s} = I_{r,i}^{c,s} - I_{r,j}^{c,s} + DCB_{r,ij}^c + DCB_{ij}^{c,s} + e_{r,i}^{c,s} - e_{r,j}^{c,s} \end{cases} \quad (4.1)$$

式中,  $*$  表示各 GNSS 系统, 分别为 GPS, Galileo 和 BDS;  $P_{r,i}^{*,s}$  表示频率  $i$  上的伪距观测值,  $P_{r,j}^{*,s}$  表示频率  $j$  上的伪距观测值;  $I_{r,i}^{*,s}$  和  $I_{r,j}^{*,s}$  分别为频率  $i$  和频率  $j$  上的电离层延迟误差;  $DCB_{r,ij}^*$  和  $DCB_{ij}^{*,s}$  分别表示卫星端和接收机端的伪距差分码偏差。  $P_{ij}^{*,s}$  表示无几何距离观测值。以 GPS 为例:

$$DCB_{r,ij}^g = b_{r,i}^g - b_{r,j}^g \quad (4.2)$$

$$DCB_{ij}^{g,s} = b_i^{g,s} - b_j^{g,s} \quad (4.3)$$

$$I_{r,i}^{g,s} - I_{r,j}^{g,s} = 40.13 \left( \frac{1}{f_i^2} - \frac{1}{f_j^2} \right) \cdot STEC_r^{g,s} \quad (4.4)$$

式中,  $b_{r,*}^g$  和  $b_{*,s}^{g,s}$  分别接收机端和卫星端原始频点伪距偏差。  $f_i$  和  $f_j$  分别表示原始频点的频率,  $STEC_r^{g,s}$  表示信号传播路径上的总电子含量。当两个信号的频率值相同时, 如 GPS 的 C/A 码和 P 码, 其频内 DCB 与电离层延迟无关, 直接通过伪距差分即可解算出频内 DCB 产品。当两个信号的频率不同时, 在进行频间 DCB 估计时需要考虑电离层延迟的影响。目前的全球 IGS 中心如 CODE (Centre for Orbit Determination in Europe)、ESA、CAS 等都会提供高精度电离层产品, 因此可以利用电离层产品对单站电离层延迟改正后进行频间 DCB 估计。

从公式 (4.1) 中可以看出, 在进行 DCB 估计时接收机端 DCB 和卫星端 DCB 是线性相关的, 因此 DCB 估计法方程理论上是秩亏的。为了消除秩亏影响, 并对接收机端 DCB 和卫星端 DCB 进行分离, 本文添加同系统的卫星端 DCB 之和为 0 的基准约束方程, 以 GPS 卫星为例, 基准约束方程可以表示为:

$$\sum_{s=1}^{s=N} DCB_{ij}^{g,s} = 0 \quad (4.5)$$

### 4.1.2 DCB 产品质量分析

为了对本文提出的 DCB 估计算法进行验证，本文选用 2021 年 DOY 213-242 期间 180 个全球分布的 MGEX 站观测数据进行 DCB 解算，其中观测数据采样率为 30 s，将 DCB 在一天内视为常数进行估计。180 个 MGEX 站的分布如图 4.1 所示。在进行 DCB 解算时，考虑到后续服务端多频相位偏差产品的解算及多频 PPP-AR 定位验证的需求，本文对 GPS、GLONASS、Galileo 及 BDS 的常用观测类型 DCB 进行了估计，具体类型见表 4.1。

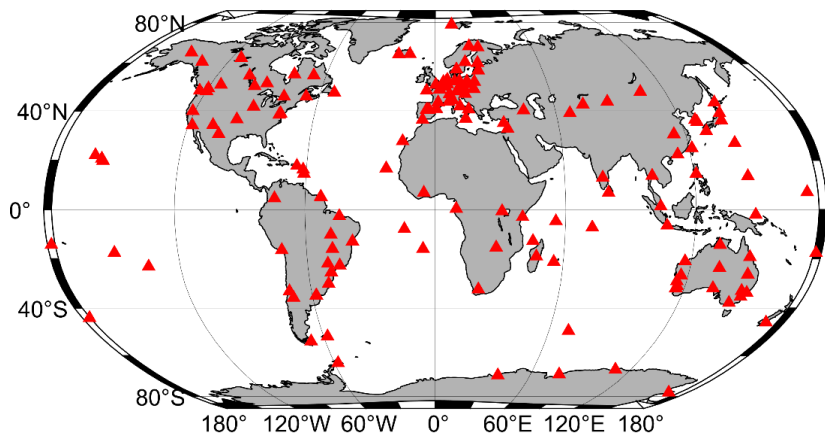


图 4.1 参与 DCB 解算的 MGEX 站分布图

表 4.1 本文估计的各 GNSS DCB 类型

系统	频率	观测类型	DCB 类型
GPS	L1	C1C、C1W	C1C-C1W
	L2	C2W	C1W-C2W
	L5	C5Q	C1W-C5Q
GLONASS	L1	C1C、C1P	C1C-C1P
	L2	C2C、C2P	C1C-C2C、C1P-C2P
Galileo	E1	C1X	C1X-C5X
	E5a	C5X	C1X-C7X
	E5b	C7X	C1X-C8X
	E6	C8X	
BDS	B1I	C2I	C2I-C7I
	B2I	C7I	C2I-C6I(BDS-2)
	B3I	C6I	C2I-C6I(BDS-3)
	B1C	C1X	C1X-C6I
	B2a	C5X	C1X-C5X

本文针对 DCB 产品的精度评定主要从两个方面进行。第一是对 GPS、GLONASS、Galileo 和 BDS 卫星的 DCB 产品稳定度进行分析，主要分析卫星 DCB 产品的月稳定度，月稳定度是 DCB 日均值相对于月均值的变化情况，在一定程度上可以反映 DCB 估值的稳定性和可靠性，其计算公式可以表示为（崔洁，2022）：

$$S^i = \sqrt{\frac{\sum_{d=1}^D (DCB^{d,i} - \overline{DCB}^i)^2}{D-1}} \quad (4.6)$$

式 4.6 中  $S^i$  表示第  $i$  颗卫星的 DCB 月稳定度,  $DCB^{d,i}$  表示第  $i$  颗卫星第  $d$  日的 DCB 估计值,  $D$  表示总天数,  $\overline{DCB}^i$  表示第  $i$  颗卫星的 DCB 月平均值。

第二方面是与现有的外部机构提供的 DCB 值进行比较, 统计平均偏差和标准差。由于本文估计的 DCB 产品与外部 DCB 产品可能存在基准不一致的问题, 因此在进行对比之前需要进行基准统一。本文采用两种 DCB 产品共有的卫星构造新的卫星“零基准”条件, 实现两种 DCB 产品间的基准统一 (任晓东, 2017)。

目前 GPS 系统可以提供三个频率的数据供用户使用, 其中可播发 L1/L2 信号的卫星共 32 颗, 可播发 L5 信号的卫星共 17 颗。本文在进行 DCB 估计时选择以 C1W 为基准类型, 共估计了 C1C-C1W、C1W-C2W、C1W-C5Q 三种类型的 GPS DCB 产品。图 4.2 给出了本文估计出的 C1C-C1W、C1W-C2W、C1W-C5Q 不同卫星的频内及频间 DCB 序列, 图中横坐标表示年积日, 纵坐标表示 DCB 偏差值 (单位: ns)。从图 4.2 中可以看出, 不同类型的 DCB 估值变化范围也不一致, C1C-C1W 的估值在 -3~3 ns 内变化, C1W-C2W 和 C1W-C5Q 的 DCB 估值在 -10~10 ns 内变化, 这与李昕等人的研究成果基本一致 (李昕, 2021)。

图 4.3 给出了本文估计的 GPS 频内码偏差 C1C-C1W 和频间码偏差 C1W-C2W、C1W-C5Q 的月稳定度。从 4.3 中结果可以看出, GPS 卫星的频内码偏差最为稳定, 所有卫星的频内码偏差 STD 值基本上都在 0.03 ns 以内, C1C-C1W 所有卫星的平均 STD 值为 0.01 ns。对于 GPS 卫星的频间码偏差, C1W-C2W 的稳定度要明显优于 C1W-C5Q, C1W-C2W 的月稳定度基本上在 0.1 ns 以内。所有 GPS 卫星两种频间码偏差的平均月稳定度分别为 0.05 ns 和 0.10 ns。两种频间码偏差稳定度差异主要是两个原因造成: (1) 根据公式 (4.3) 和 (4.4) 可知, DCB 的估计精度和电离层产品误差相关, 可以表示为  $ionk_{i,j} = 40.13(f_j^2 - f_i^2)/(f_i^2 f_j^2)$  (Jin et al, 2016), C1W-C5Q 的电离层误差影响要明显大于 C1W-C2W; (2) 可以接收 C5Q 信号的测站数要少于可以接收 C2W 信号的测站数。



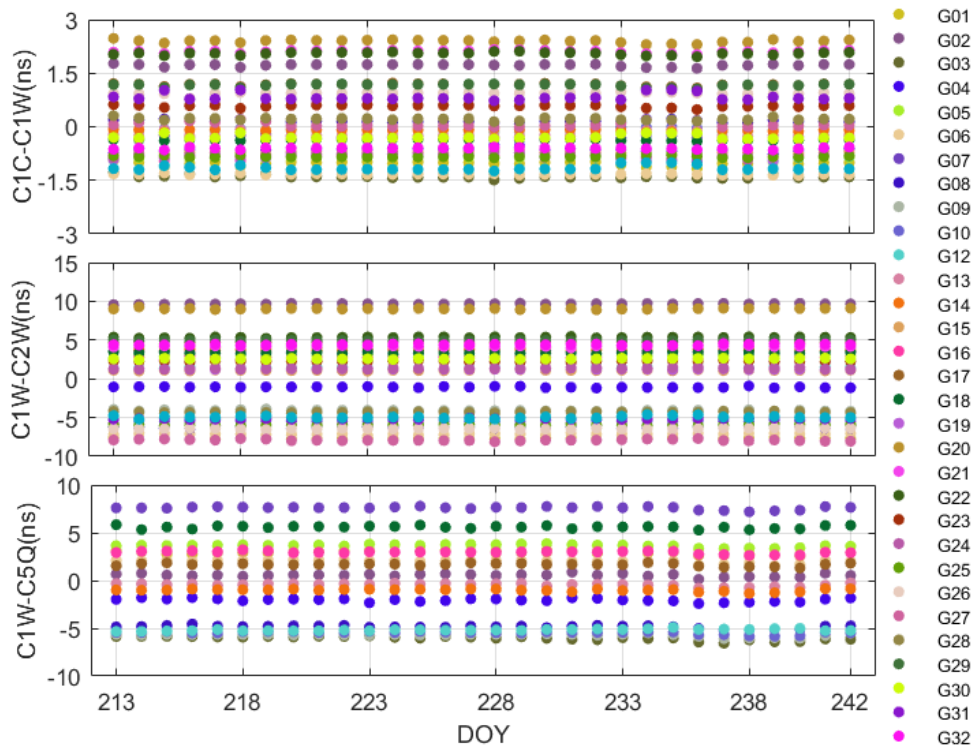


图 4.2 GPS 卫星三种类型 DCB 在 2021 年 DOY 213-242 序列

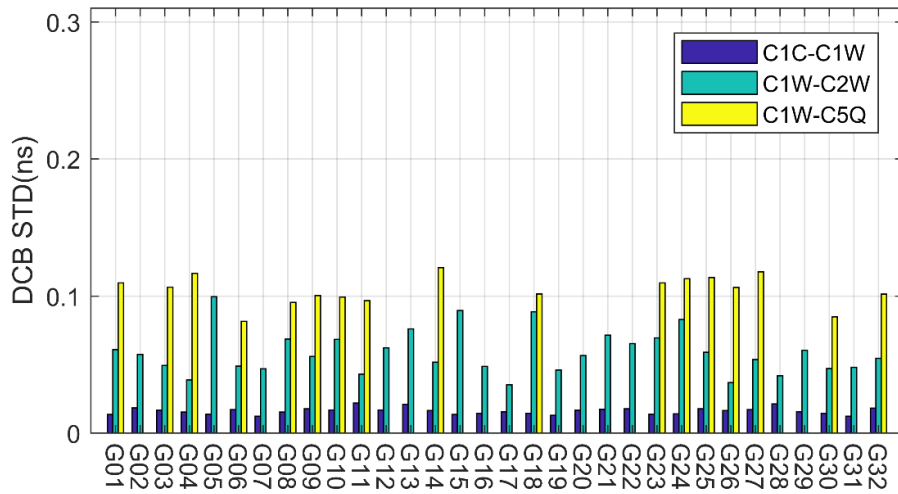


图 4.3 GPS 卫星三种类型 DCB 的月稳定度

图 4.4 中各子图分别给出了 CAS 及本文估计的 GPS 三种类型 DCB 的平均偏差及 STD。从图 4.4 中结果可以看出，GPS C1C-C1W 类型 DCB 与 CAS 的互差均在 0.1 ns 以内，C1W-C2W 和 C1W-C5Q 产品的互差在 0.15 ns 以内，但是 C1W-C2W 的 STD 值要小于 C1W-C5Q 的 STD 值。GPS 卫星的 C1C-C1W、C1W-C2W、C1W-C5Q 的平均偏差 RMS 分别为 0.06 ns，0.09 ns 和 0.14 ns。显然，GPS 频间 DCB 产品的一致性要明显差于频内 DCB 产品，主要原因是频间 DCB 产品估计时会受到电离层误差的影响。上述统计结果表明本文估计的 GPS 卫星的多种类型 DCB 产品的准确性，证明了 4.1.1 中介绍的 DCB 估计方法的可靠性。

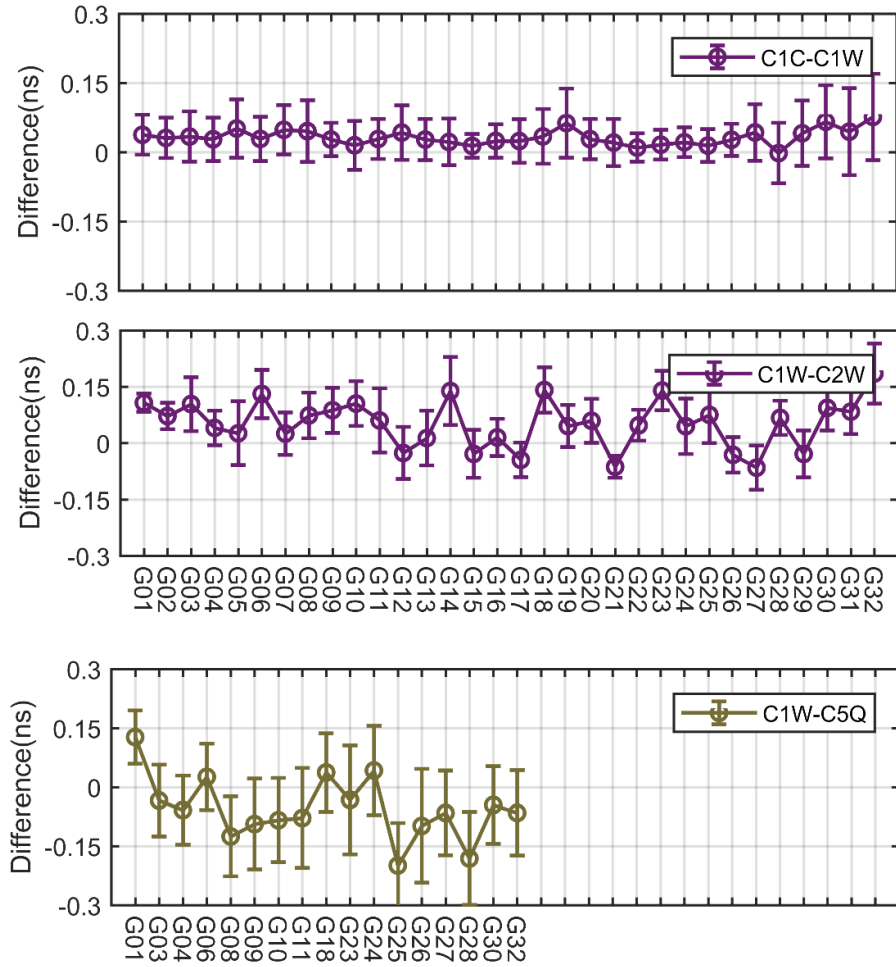


图 4.4 本文估计的 GPS DCB 与其它机构产品对比结果

截至目前 GLONASS 在轨运行的卫星共有 24 颗，主要发射的信号是 FDMA 信号（G1 和 G2 信号）。因此本文主要估计三种常用的 GLONASS DCB，分别是频内 DCB C1C-C1P 和频间 DCB C1C-C2C 和 C1P-C2P。图 4.5 给出了本文估计的三种 GLONASS 卫星的 DCB 在 2021 年 DOY 213-242 的时间序列，从 4.5 图中结果可以看出，GLONASS 频内 DCB C1C-C1P 的估值在 -1~2 ns 范围内变化，频间 DCB C1P-C2P 的估值在 -10~5 ns 内变化，C1C-C2C 的估值在 -5~5 ns 内变化，三种类型的 GLONASS DCB 的序列均十分稳定。进一步统计所有 GLONASS 卫星三种类型 DCB 的月稳定度，结果如图 4.6 所示。从图 4.6 统计结果可以看出，GLONASS 频内 DCB C1C-C1P 的月稳定度最高，所有卫星的频内 DCB 稳定性均在 0.1 ns 以内。GLONASS 卫星的频间 DCB C1C-C2C 和 C1P-C2P 的月稳定度基本上在 0.05-0.15 ns 以内。所有卫星三种类型 DCB C1C-C1P、C1P-C2P 和 C1C-C2C 的平均 STD 分别为 0.03 ns，0.07 ns 和 0.09 ns。

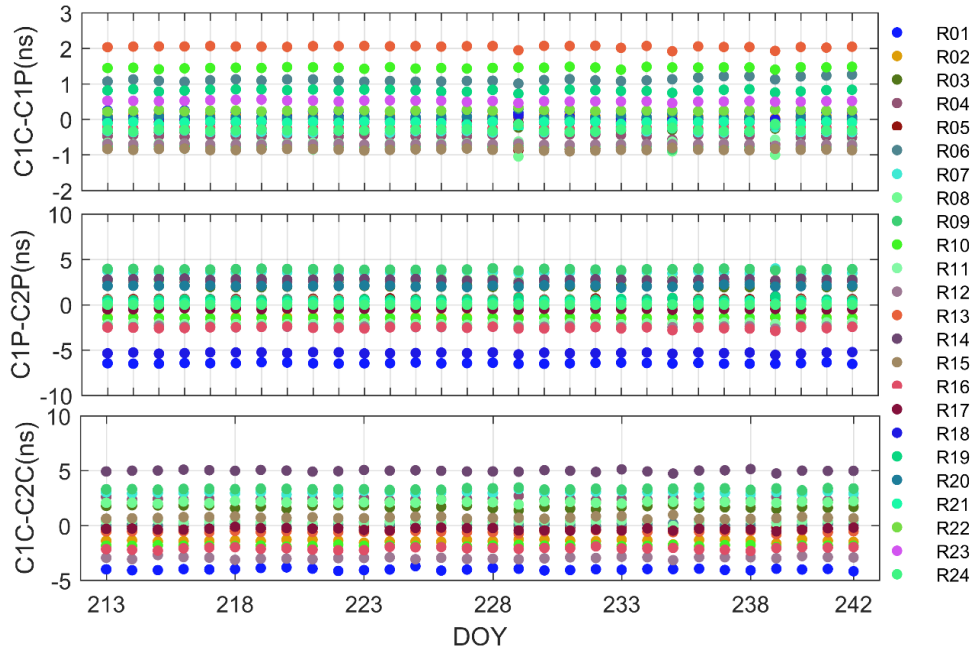


图 4.5 GLONASS 卫星三种类型 DCB 在 2021 年 DOY 213-242 序列

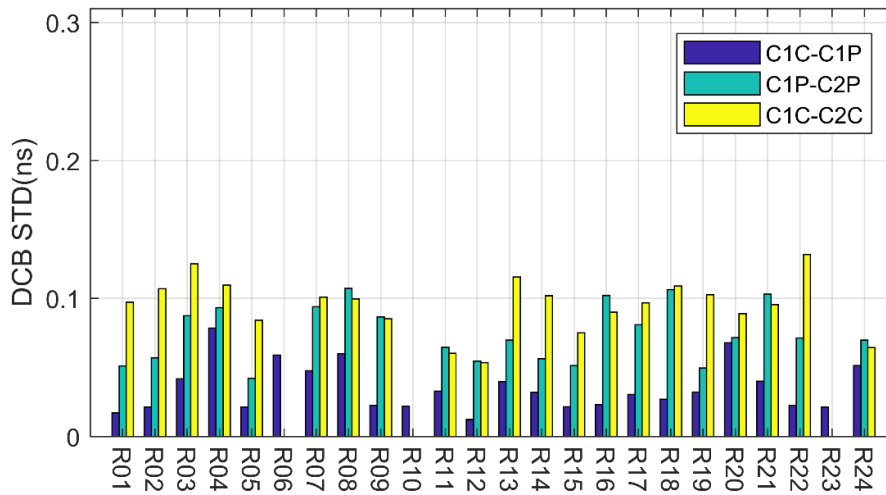


图 4.6 GLONASS 卫星三种类型 DCB 的月稳定度

将本文估计三种类型的 GLONASS 卫星 DCB 与其它机构的 GLONASS 卫星 DCB 产品进行对比, 所有卫星的平均偏差与 STD 对比结果如图 4.7 所示。图 4.7 中上、中、下三幅子图分别表示的是 C1C-C1P、C1P-C2P 和 C1C-C2C 的对比结果。从图中结果可以看出, 大部分 GLONASS 卫星的 DCB 与 CAS 提供的 DCB 的平均偏差和 STD 在  $-0.15 \sim 0.15$  ns 范围内, 两个机构的所有 GLONASS 卫星的 C1C-C1P、C1P-C2P 和 C1C-C2C DCB 的平均偏差分别为 0.07 ns, 0.10 ns 和 0.10 ns。与 GLONASS 卫星的月稳定度统计结果类似, 频内 DCB 差异要小于频间 DCB 差异。上述 GLONASS 卫星统计结果表明本文估计的 GLONASS 卫星的多种类型 DCB 产品的准确性, 证明了本文采用 DCB 估计方法对于 GLONASS 卫

星的适用性。

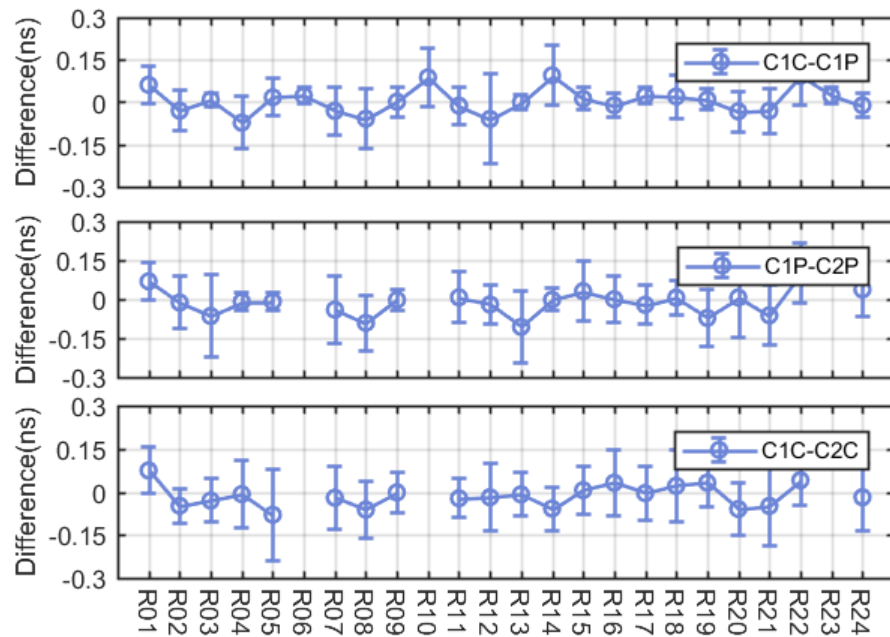


图 4.7 本文估计的 GLONASS DCB 与其它机构产品对比结果

目前 MGEX 观测网能够接收到的 Galileo 卫星数已达 24 颗，主要可接收 E1, E5, E6 三个频点信号的观测数据，主要分为导频码或混合码。其中 E5 波段上又通过 Alternative Binary Offset Carrier (Alt-BOC) 调制了 E5a, E5b 和 E5a+E5b 三种类型信号 (Lestarquit et al, 2008)。本文主要对三种常用的 Galileo 频间 DCB C1X-C5X, C1X-C7X 和 C1X-C8X 进行了估计。图 4.8 给出了本文估计的三种 Galileo 卫星的 DCB 在 2021 年 DOY 213.242 的时间序列。从图 4.8 中结果可以看出，Galileo 卫星三种类型 DCB 基本上分布在 -10~15 ns 范围内，且三种类型 DCB 序列在数值上也比较接近。

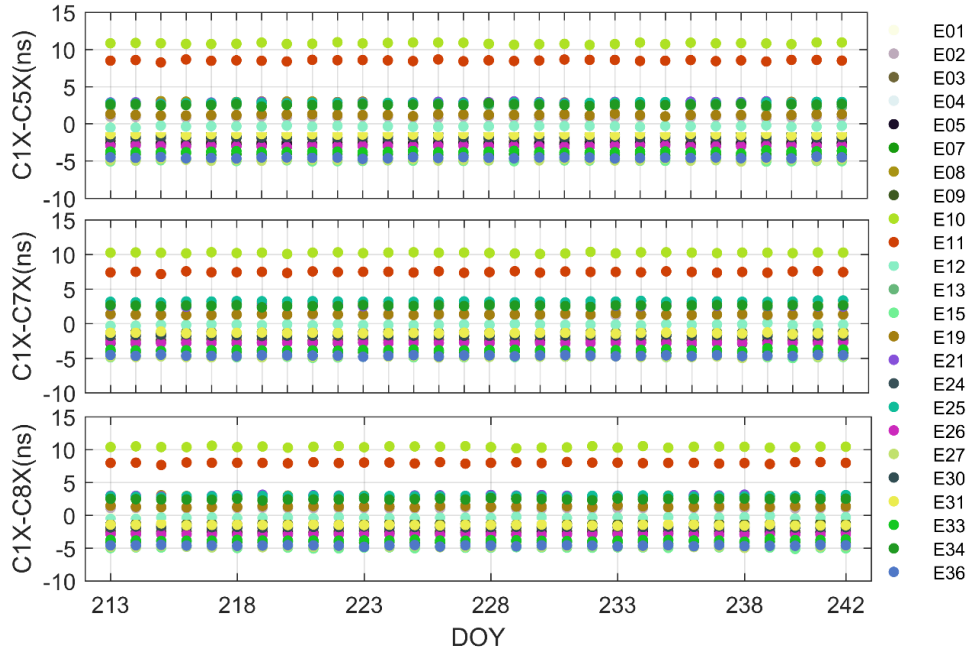


图 4.8 Galileo 卫星三种类型 DCB 在 2021 年 DOY 213-242 序列

统计所有 Galileo 卫星的三种类型频间 DCB 的月稳定度，结果如图 4.9 所示，从图 4.9 中统计结果可以看出，三种类型的 Galileo 卫星 DCB 的月稳定度基本上在 0.1 ns 以内，不同类型的 DCB 的月稳定度差异不大。所有 Galileo 卫星的 C1X-C5X、C1X-C7X 和 C1X-C8X 的平均 STD 分别是 0.07 ns，0.07 ns 和 0.07 ns。在稳定性方面优于 GPS 的同等频率信号。

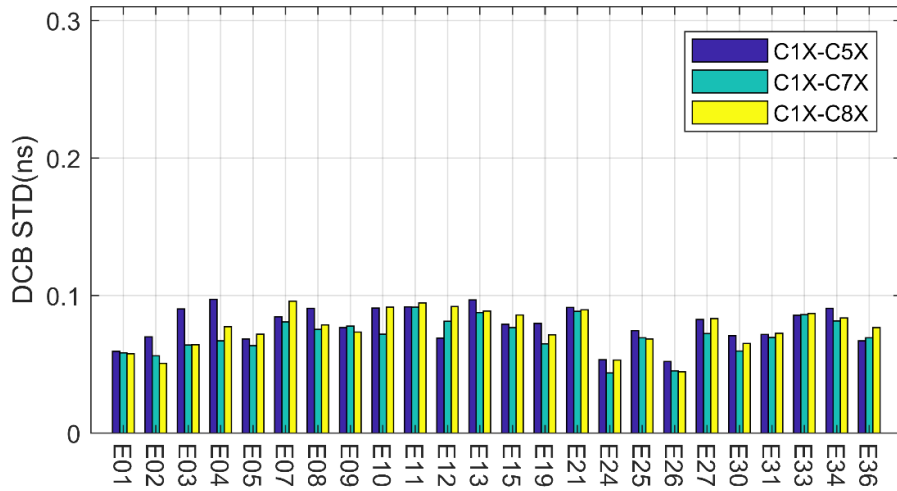


图 4.9 Galileo 卫星三种类型 DCB 的月稳定度

图 4.10 给出了本文估计的 Galileo 三种类型 DCB 与 CAS 提供的 Galileo DCB 的平均偏差和 STD。从图 4.10 中结果可以看出，Galileo 卫星的三种类型 DCB 平均偏差均在 -0.15~0.15 ns 以内，STD 值差异也基本上在 0~0.1 ns 以内。所有 Galileo 卫星的 C1X-C5X、C1X-C7X 和 C1X-C8X 的偏差平均值分别是 0.09 ns，

0.10 ns 和 0.10 ns。图 4.8 至图 4.10 中 Galileo 卫星统计结果表明本文估计的 Galileo 卫星的多种类型 DCB 产品的准确性，证明了本文采用 DCB 估计方法对于 Galileo 卫星的适用性。

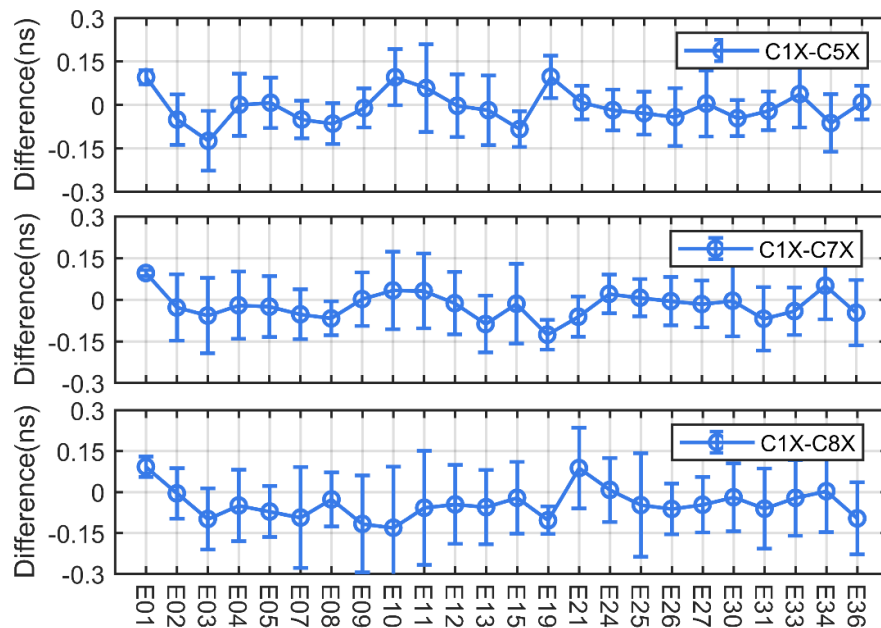


图 4.10 本文估计的 Galileo DCB 与其它机构产品对比结果

当前 BDS 系统的卫星个数和卫星信号数不断增加。截止到目前，BDS-2 卫星主要支持的信号分布在 B1I、B2I 和 B3I 频点上，即 C2I，C7I 和 C6I 信号。BDS-3 卫星在原始频点 B1I 和 B3I 的基础上，增加了新的 B1C，B2a，B2b 和 B2a+B2b 信号。本文主要对 BDS-2 卫星的 C2I-C6I 和 C2I-C7I 频间 DCB，及 BDS-3 卫星的 C2I-C6I、C1X-C5X 和 C1X-C6I 频间 DCB 进行了估计，图 4.11 和图 4.12 分别给出了两种类型 BDS-2 卫星 DCB 和三种类型 BDS-3 卫星 DCB 在 2021 年 DOY 213-242 的序列。从图 4.12 中结果可以看出，BDS-2 卫星的 C2I-C6I DCB 基本上分布在 -10~20 ns 范围内，C2I-C7I DCB 基本上分布在 -20~10 ns 范围内。BDS-3 卫星的 C2I-C6I DCB 基本上分布在 -50~25 ns 范围内，C1X-C5X 基本上分布在 -100~50 ns 范围内，C1X-C6I 基本上分布在 -50~30 ns 范围内。上述 BDS-3 卫星 DCB 的分布范围与 BDS-2 卫星相比较，且五种类型 DCB 在上述时间段内均比较稳定。



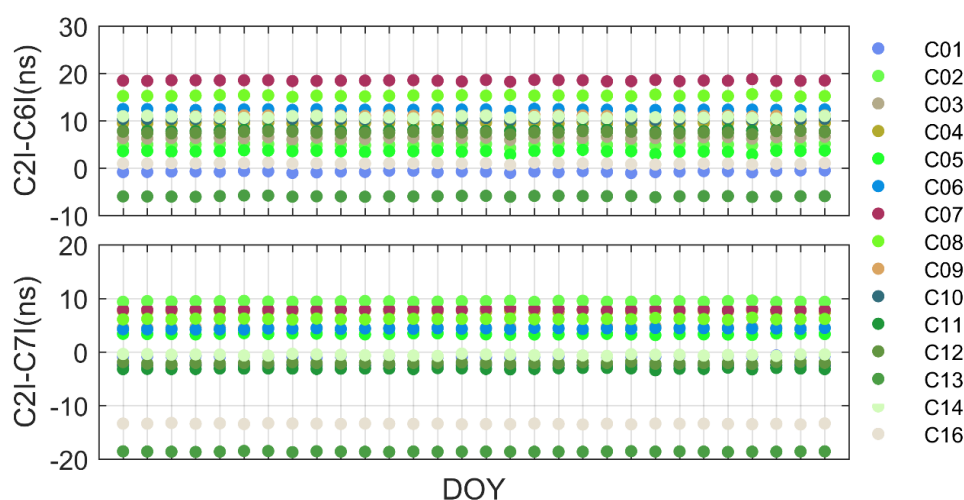


图 4.11 BDS-2 卫星两种类型 DCB 在 2021 年 DOY 213-242 序列

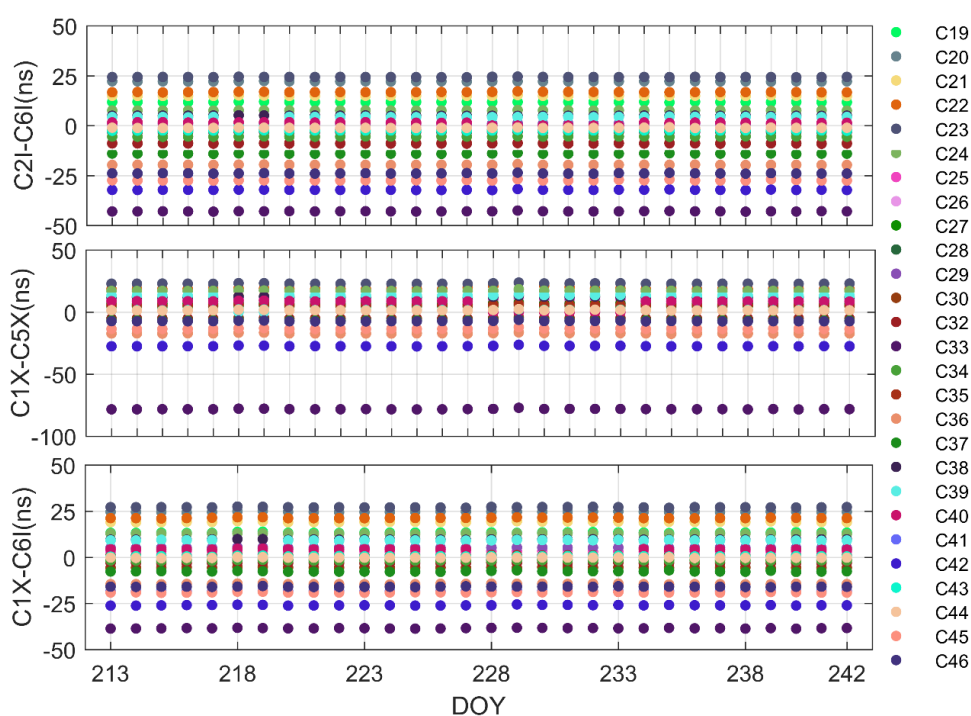


图 4.12 BDS-3 卫星三种类型 DCB 在 2021 年 DOY 213-242 序列

图 4.13 和图 4.14 进一步统计分析了不同类型 BDS-2 卫星 DCB 和 BDS-3 卫星 DCB 的月稳定度结果。从图 4.13 中结果可以看出，BDS-2 卫星的 C2I-C7I DCB 的稳定性要优于 C2I-C6I DCB，所有 BDS-2 卫星的 C2I-C6I DCB 平均 STD 值为 0.13 ns，所有 BDS-2 卫星的 C2I-C7I DCB 的平均 STD 值为 0.08 ns。主要原因是参与解算 C2I-C7I 类型 DCB 的测站数目要远多于参与解算 C2I-C6I 类型 DCB 的测站数目。同时对比 BDS-2 的 GEO 卫星，IGSO 卫星和 MEO 卫星的 DCB 统计结果，可以看出 IGSO 卫星的 DCB 偏差稳定性要明显优于 GEO 卫星和 MEO 卫星的 DCB 偏差。从图 4.14 中结果可以看出，BDS-3 卫星的 C1X-C5X

类型的 DCB 稳定性要明显差于其它两种类型 DCB，主要原因是 C1X-C5X DCB 受到电离层误差影响要明显大于其它两种类型 BDS-3 卫星 DCB。BDS-3 卫星 C2I-C6I、C1X-C6I 和 C1X-C5X 的平均 STD 值分别为 0.10 ns，0.11 ns 和 0.18 ns。BDS-3 卫星的 C2I-C6I DCB 稳定性略优于 BDS-2 卫星。

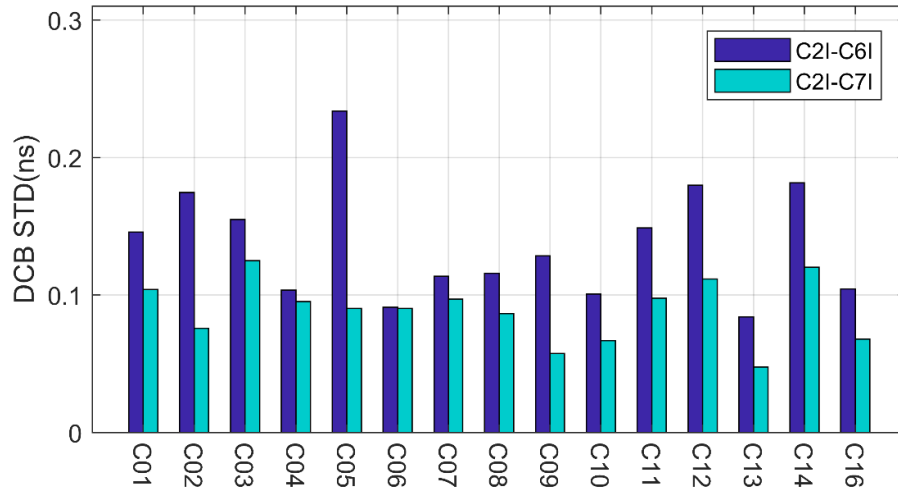


图 4.13 BDS-2 卫星两种类型 DCB 的月稳定度

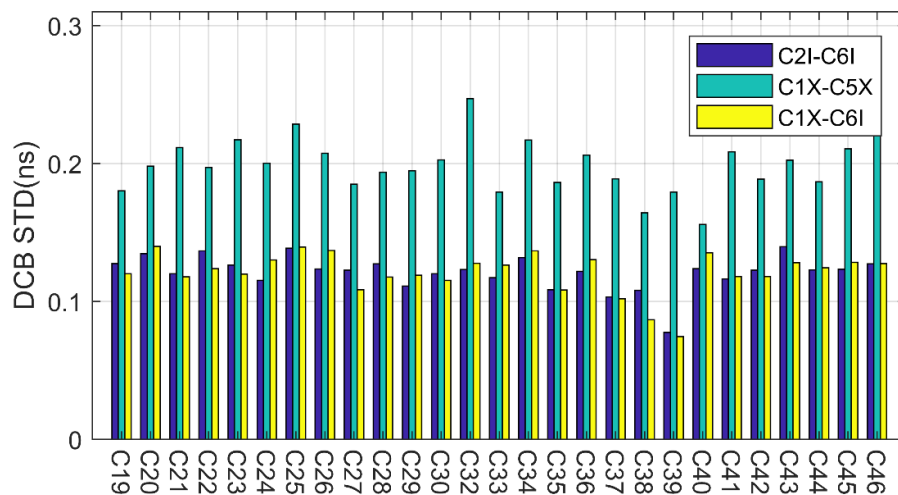


图 4.14 BDS-3 卫星三种类型 DCB 的月稳定度

图 4.15 和图 4.16 分别给出了本文估计的 BDS-2 卫星 DCB 和 BDS-3 卫星 DCB 与其它机构产品的差异。从图中结果可以看出，BDS-2 卫星的 DCB 平均偏差及 STD 基本上分布在 -0.5~0.5 ns 范围内，所有 BDS-2 卫星的 C2I-C6I DCB 和 C2I-C7I DCB 的平均偏差分别为 0.31 ns 和 0.30 ns。所有 BDS-3 卫星的三种类型 DCB 平均偏差及 STD 基本上分布在 -0.25~0.25 ns 范围内，所有 BDS-3 卫星的 C2I-C6I DCB、C1X-C5X DCB 和 C1X-C6I DCB 的平均偏差分别为 0.12 ns，0.12 ns，0.11 ns。BDS-3 的 IGSO 卫星偏差要明显大于 MEO 卫星。图 4.11 至图 4.16 中 BDS 卫星统计结果证明了本文估计的 BDS 卫星的多种类型 DCB 产品的可靠



性。

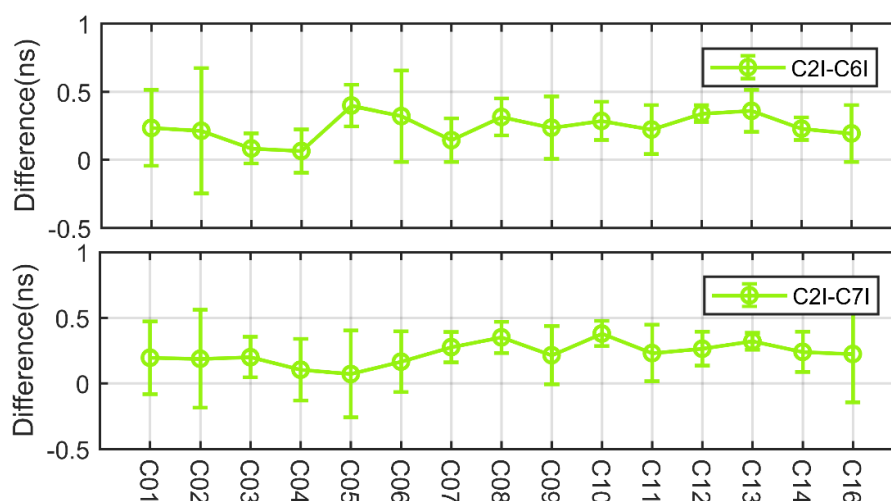


图 4.15 本文估计的 BDS-2 DCB 与其它机构产品对比结果

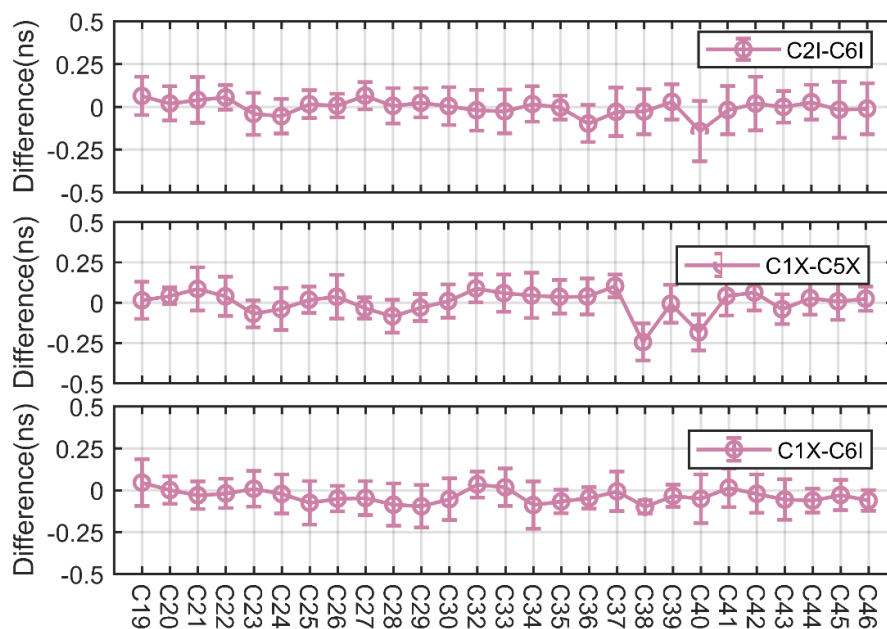


图 4.16 本文估计的 BDS-3 DCB 与其它机构产品对比结果

### 4.1.3 实时 DCB 估计策略提升

4.1.2 中结果证明了本文采用的 DCB 估计算法对于不同 GNSS 系统的适用性，均可以得到高质量的事后 DCB 产品。目前用户对于实时 DCB 产品的更新需求普遍是 1 个小时更新一次，因此在进行实时 DCB 估计时需要考虑参与实时 DCB 估计的数据量，以满足 DCB 产品的更新需求。在进行实时 DCB 产品估计时，可以采用 MGEX 提供的小时观测数据文件进行 DCB 解算，电离层产品可采用各分析机构提供的快速预报电离层产品。

以 GPS 卫星的 C1C-C1W DCB 和 C1W-C2W DCB 为例，本节首先分析了观测数据时长对于 DCB 产品的精度影响。以 CAS 提供的 DCB 产品作为参考，图 4.17 及图 4.18 分别给出了 12 h，18 h 和 24 h 观测数据时长估计出的 DCB 产品与参考值的偏差。对于 GPS C1C-C1W DCB 对比，12 h，18 h 和 24 h 观测数据时长估计出的 DCB 平均偏差分别为 0.069 ns，0.027 ns 和 0.026 ns。对于 GPS C1W-C2W DCB 来说，不同观测数据时长估计出的 DCB 平均偏差分别为 0.180 ns，0.118 ns 和 0.118 ns。因此实时估计 DCB 时可采用 18 h 的观测时长数据进行 DCB 估计，可以在满足 DCB 产品精度的同时提升 DCB 估计速度，满足实时高频次 DCB 产品的更新需求。

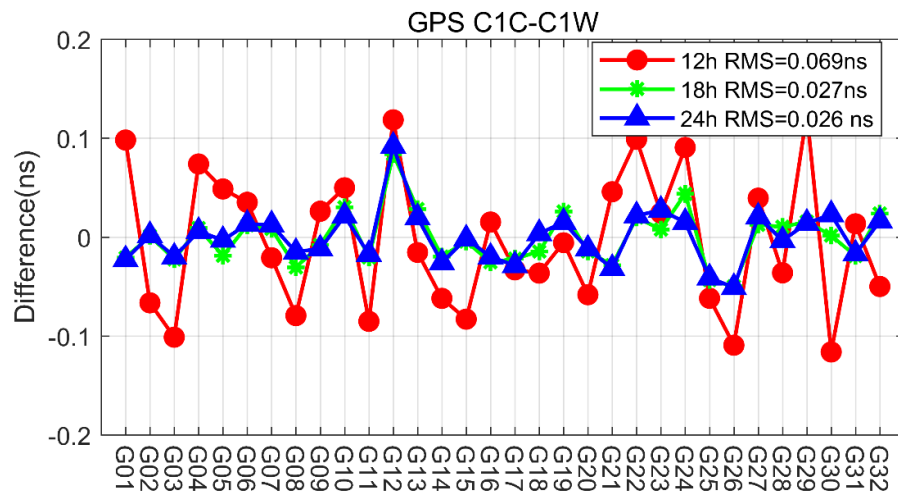


图 4.17 不同观测数据时长对 GPS C1C-C1W DCB 产品精度影响

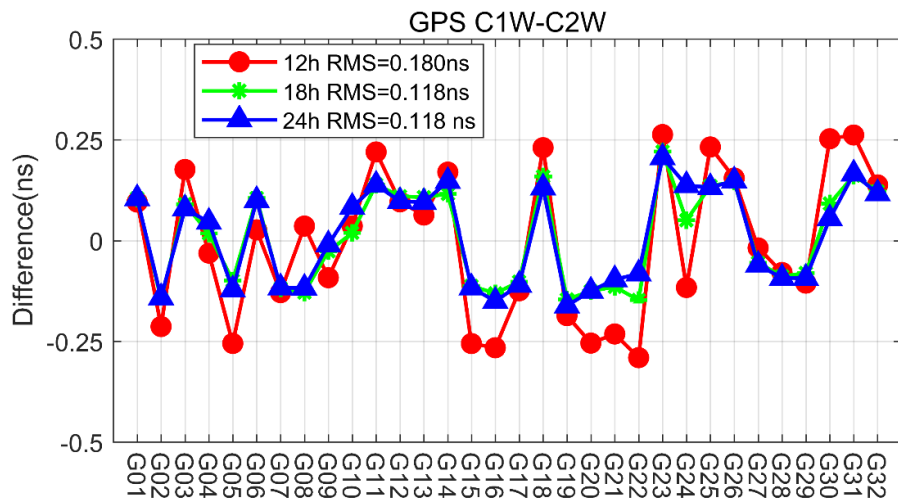


图 4.18 不同观测数据时长对 GPS C1W-C2W DCB 产品精度影响

为了保证实时 DCB 产品的稳定性，需要对实时估计的 DCB 产品进行平滑处理。平滑策略可以表示为：

$$DCB_t = a \cdot DCB_{t-1} + b \cdot DCB_t \quad (4.7)$$

由公式 4.7 可知， $t$  时刻发布的 DCB 产品可由  $(t-1)$  时刻发布的 DCB 产品与  $t$  时刻估计出的 DCB 产品组合得到，其中  $a+b=1$ ， $a$  取值在  $(0\sim1)$  范围之内。以 2021 年 DOY 213.215 共 72 组（每小时一组）GPS 卫星和 Galileo 卫星 DCB 为例，图 4.19 给出了当  $a$  取值 0.5 时，GPS 卫星的 C1C-C1W DCB 和 C1W-C2W DCB 的平滑效果。图 4.20 给出了当  $a$  取值 0.5 时，Galileo 卫星的 C1X-C5X DCB 和 C1X-C8X DCB 的平滑效果。图中紫色柱子表示每颗卫星未平滑的 DCB 序列的 STD 统计值，蓝色柱子表示平滑的 DCB 序列的 STD 统计值。从图 4.19 和图 4.20 中结果可以看出，经过平滑后所有卫星的 DCB STD 值明显变小，因此可以保证实时发布的 DCB 产品的稳定性。

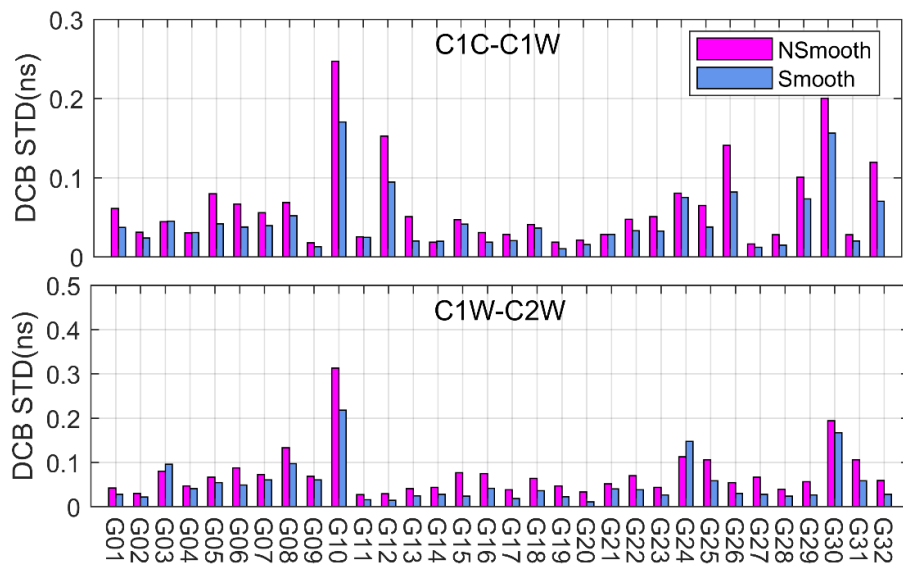


图 4.19 2021 年 DOY 213-215 期间平滑前后的 GPS DCB 的 STD 统计结果

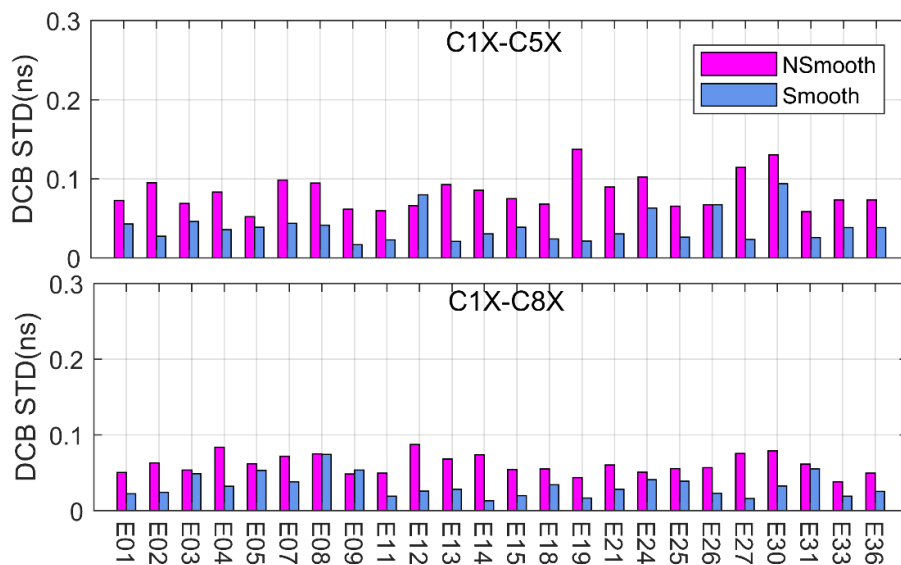


图 4.20 2021 年 DOY 213-215 期间平滑前后的 Galileo DCB 的 STD 统计结果

#### 4.1.4 伪距 OSB 估计及结果分析

DCB 表示的是伪距偏差的差分形式，因此可以将具有相对特性的 DCB 转换为单个码观测值上的绝对伪距偏差，即伪距 OSB。对于目前的多频 PPP 应用来说，伪距 OSB 产品可以大大减少服务端提供的参数数量，因此在可用性方面更有优势。IGS 目前发布的 SINEX 1.00 版本中对伪距 OSB 格式进行了定义（Schaer, 2016）。为了保证 PPP 进行伪距 OSB 修正后可以有效消除卫星钟差引入的硬件延迟偏差，因此在进行 DCB 转换 OSB 时所选用的基准观测值需要与卫星钟差解算采用的观测值类型保持一致（李昕, 2021）。目前 IGS 分析中心估计不同 GNSS 系统卫星钟差产品时所选用的观测值类型分别为：GPS（C1W、C2W），GLONASS（C1C、C2C），Galileo（C1X、C5X）和 BDS（C2I、C6I）。因此本章在进行 OSB 转换时也参考上述观测值类型进行不同 GNSS 系统基准条件设置。

假设有  $n$  种观测值类型（类型  $i, j, k, \dots, n$ ），选定类型  $i$  为基准观测类型。首先可根据 4.1.1 种方法估计出各观测类型相对于类型  $i$  的频内或频间 DCB。则通过估计出的  $n-1$  种 DCB 可以转换出  $n$  种观测值类型的伪距 OSB，转换公式可以表示为：

$$\begin{bmatrix} DCB_{i,j} \\ DCB_{i,k} \\ \vdots \\ DCB_{i,n} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & -1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & -1 \\ \alpha_{ij} & \beta_{ij} & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{b}_i \\ \tilde{b}_j \\ \tilde{b}_k \\ \vdots \\ \tilde{b}_n \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

上式中  $DCB_{i,*}$  表示各观测类型与基准类型之间的差分码偏差， $b_*$  表示各观测类型上的伪距 OSB， $\alpha_{ij} = \frac{f_i^2}{f_i^2 - f_j^2}$ ， $\beta_{ij} = \frac{-f_j^2}{f_i^2 - f_j^2}$ 。因此式（4.8）中的添加的基准约束为两个基准观测值构成的无电离层组合伪距观测值偏差为 0。

图 4.21~图 4.24 分别给出了 GPS、GLONASS、Galileo 和 BDS 各四种不同类型伪距 OSB 在 2021 年 DOY 213-242 期间的时间序列，图中每个圆点表示一颗卫星一个观测值类型一天的伪距 OSB 值。从图中结果可以看出，各 GNSS 系统的伪距 OSB 序列也十分稳定，与 4.1.2 节中 DCB 的统计结果类似，伪距 OSB 序列稳定性稍弱于 DCB 序列稳定性的原因主要是由于误差传播放大引起的。从 GPS 的 C1C/C1W，GLONASS 的 C1C/C1P，Galileo 的 C5X/C7X/C8X 伪距 OSB

结果可以看出，相同频率但码类型不同的伪距 OSB 差异并不大，且相同频率的不同码类型伪距偏差具有较强的一致性。

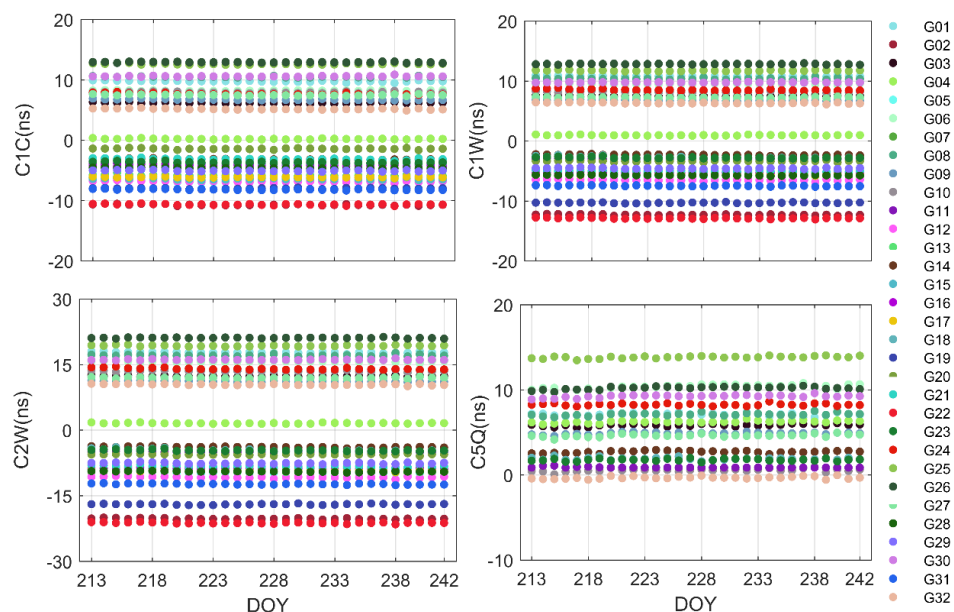


图 4.21 GPS 卫星四种类型伪距 OSB 在 2021 年 DOY 213-242 序列

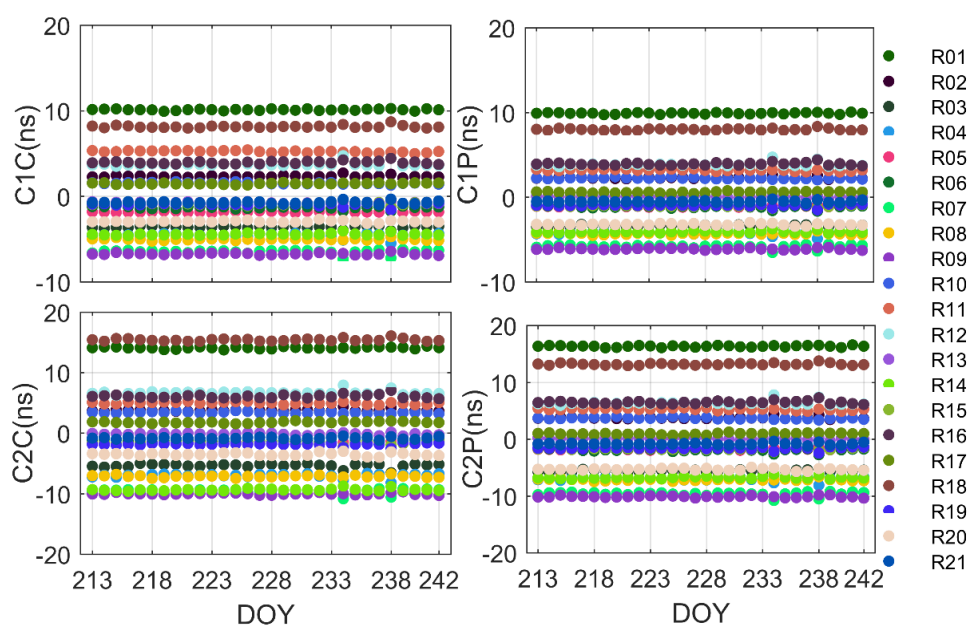


图 4.22 GLONASS 卫星四种类型伪距 OSB 在 2021 年 DOY 213-242 序列

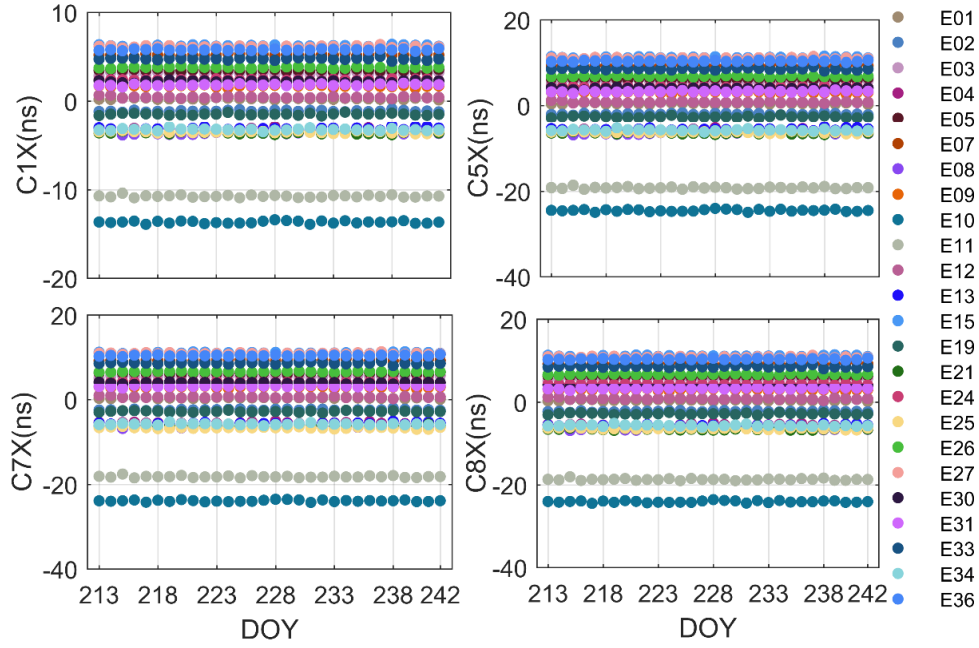


图 4.23 Galileo 卫星四种类型伪距 OSB 在 2021 年 DOY 213-242 序列

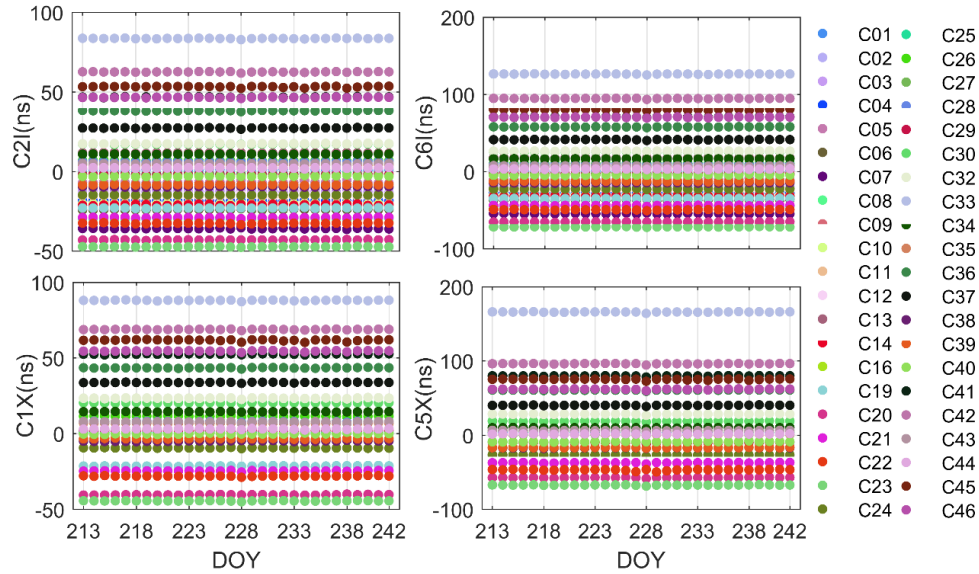


图 4.24 BDS 卫星四种类型伪距 OSB 在 2021 年 DOY 213-242 序列

## 4.2 多频多系统相位小数偏差（UPD）及相位偏差估计

由于相位偏差与模糊度参数之间的强耦合性，使得 PPP 解算出的模糊度参数并不具备整周特性。因此估计出精确的相位偏差并在 PPP 时加以改正是实现 PPP 模糊度固定（PPP Ambiguity Resolution, PPP-AR）的关键。PPP 模糊度吸收的相位偏差主要包含 3 个部分：（1）初始相位偏差和相位硬件延迟偏差；（2）由于 PPP 解算时相位观测值和伪距观测值共用一致的接收机钟差，因此 PPP 模糊

度会吸收接收机端伪距硬件延迟偏差；（3）PPP 时需要引入外部卫星钟差产品，同时也会引入卫星端伪距硬件延迟偏差。当宽巷模糊度  $N_{r,w}^s$  固定后，公式（2.6）可以改写为：

$$\bar{L}_{r,IF}^s = L_{r,IF}^s + \frac{f_2^2(\lambda_2 \cdot N_{r,w}^s)}{f_1^2 - f_2^2} = \rho_r^s + c(dt_r - dt^s) + M^s \cdot zwd_r + b_{r,LIF} - b_{LIF}^s + \lambda_n \cdot N_{r,1}^s + \varepsilon_{r,IF}^s \quad (4.9)$$

公式（4.9）即为窄巷观测值方程，也是实现 PPP 模糊度固定解和 IGS 卫星钟差估计的基础方程。将公式（2.5）与公式（4.9）结合，假设伪距硬件延迟和相位硬件延迟都分别由时变部分和时不变部分组成，则有：

$$\left. \begin{aligned} b_{r,P_{IF}} &= \Delta b_{r,P_{IF}} + \delta b_{r,P_{IF}} \\ b_{P_{IF}}^s &= \Delta b_{P_{IF}}^s + \delta b_{P_{IF}}^s \\ b_{r,L_{IF}} &= \Delta b_{r,L_{IF}} + \delta b_{r,L_{IF}} \\ b_{L_{IF}}^s &= \Delta b_{L_{IF}}^s + \delta b_{L_{IF}}^s \end{aligned} \right\} \quad (4.10)$$

因此公式（2.5）和公式（4.9）可以表示为：

$$\left. \begin{aligned} P_{r,IF}^s &= \rho_r^s + c(dt_r + \frac{\Delta b_{r,P_{IF}} + \delta b_{r,L_{IF}}}{c}) - c(dt^s + \frac{\Delta b_{P_{IF}}^s + \delta b_{L_{IF}}^s}{c}) + M^s \cdot zwd_r \\ &\quad + (\delta b_{r,P_{IF}} - \delta b_{P_{IF}}^s - \delta b_{r,L_{IF}} + \delta b_{L_{IF}}^s) + e_{r,IF}^s \\ \bar{L}_{r,IF}^s &= \rho_r^s + c(dt_r + \frac{\Delta b_{r,P_{IF}} + \delta b_{r,L_{IF}}}{c}) - c(dt^s + \frac{\Delta b_{P_{IF}}^s + \delta b_{L_{IF}}^s}{c}) + M^s \cdot zwd_r \\ &\quad + \lambda_n (N_{r,1}^s + \frac{\Delta b_{r,L_{IF}} - \Delta b_{r,P_{IF}}}{\lambda_n} - \frac{\Delta b_{L_{IF}}^s - \Delta b_{P_{IF}}^s}{\lambda_n}) + \varepsilon_{r,IF}^s \end{aligned} \right\} \quad (4.11)$$

从公式（4.11）可以看出，由于受到参数耦合性的影响，卫星端和接收机端的伪距硬件延迟和相位硬件延迟在 PPP 时无法作为独立的参数进行估计。为了保持伪距观测方程和相位观测方程中卫星钟差及接收机钟差参数的一致性，因此伪距硬件延迟不随时间变化的部分和相位硬件延迟随时间变化的部分会被钟差参数吸收，而相位硬件延迟不随时间变化的部分会被模糊度参数吸收。同时为了公式的等价性， $\frac{\Delta b_{r,L_{IF}} - \Delta b_{r,P_{IF}}}{\lambda_n} - \frac{\Delta b_{L_{IF}}^s - \Delta b_{P_{IF}}^s}{\lambda_n}$  即为 PPP 浮点解估计吸收的相位偏差部分。与相位偏差的第 2，第 3 部分对应。

目前常用的相位偏差估计方法主要包含 UPD 方法（Ge et al, 2008）、整数钟方法和相位钟/相位偏差方法（Geng et al, 2019），国内外的一些科研机构也依据上述算法生成并发布了 UPD 产品，整数钟产品和相位钟/偏差产品给用户使用。



但大部分已有的相位偏差产品在申请时会面临问题，主要包括：

(1) 目前大部分相位偏差产品是基于双频观测值的后处理产品，无法满足实时三频用户的应用需求；

(2) 采用外部相位偏差产品需要配合对应的轨道钟差产品。同时，相位偏差的估计是在服务端 PPP 的基础进行的，因此用户在终端应用时无法保证服务端 PPP 算法与终端算法的一致性，因此通常无法取得最优的定位效果；

(3) 部分相位偏差产品在进行产品估计时没有对一些特殊偏差（如 GPS 的 IFCB 偏差，BDS-2 的伪距偏差，BDS-2 和 BDS-3 的 ISB 偏差）进行处理，因此产品精度并不高。

基于上述问题，本节重点研究了实时多频多系统 UPD 估计方法，分析并解决了一些特殊偏差对多频多系统 UPD 估计质量的影响，总结并提出了一套最优的实时多频多系统 UPD 产品估计策略。

#### 4.2.1 多频多系统 UPD 估计方法

首先对于多系统 GNSS 而言，并不需要进行系统间的 UPD 估计和模糊度固定，而是在系统内部进行的。由于 GLONASS 系统采用 FDMA 信号播发体制，不同频率间存在 IFB，因此 PPP-AR 的实现较为复杂，本文不对其进行研究。对于 BDS 系统的 GEO 卫星，由于其几何构型较差，对定位的影响比较小，在实际数据处理时不对其 UPD 进行估计。由于原始频点模糊度波长较短，容易受到其它误差的影响，因此无法直接获取原始频点模糊度的小数部分。为了解决这一问题，通常选择波长较长的宽巷（Wide-Lane，WL）模糊度计算 WL UPD，然后基于整周宽巷模糊度和浮点无电离层模糊度计算窄巷模糊度，根据窄巷模糊度（Narrow-Lane，NL）对 NL UPD 进行估计，然后基于估计出的宽巷与窄巷 UPD 分解出各原始频点相位偏差。若想实现多频 PPP-AR，还需要在宽、窄巷的基础上估计超宽巷（Extra Wide-Lane，EWL）UPD 产品。

首先对 EWL、WL 和 NL 模糊度的计算方法进行推导，浮点 EWL 和 WL 模糊度可以通过 Hatch-Melbourne-Wübbena（HMW）组合计算得到（Melbourne，1985；Wübbena，1985；Hatch，1983），浮点 NL 模糊度可以通过整周 WL 模糊度和浮点无电离层模糊度计算得到，计算公式为：



$$\begin{cases} \hat{N}_{r,EWL}^s = \frac{L_{r,j}^s}{\lambda_j} - \frac{L_{r,k}^s}{\lambda_k} - \frac{(f_j P_{r,j}^s + f_k P_{r,k}^s)(f_j - f_k)}{c \cdot (f_j + f_k)} \\ \hat{N}_{r,WL}^s = \frac{L_{r,i}^s}{\lambda_i} - \frac{L_{r,j}^s}{\lambda_j} - \frac{(f_i P_{r,i}^s + f_j P_{r,j}^s)(f_i - f_j)}{c \cdot (f_i + f_j)} \\ \hat{N}_{r,NL}^s = \frac{\lambda_{IF} \hat{N}_{r,IF}^s}{\lambda_{NL}} - \frac{\lambda_i N_{r,WL}^s}{\lambda_j - \lambda_i} \end{cases} \quad (4.12)$$

式中  $\hat{N}_{r,EWL}^s$  ,  $\hat{N}_{r,WL}^s$  ,  $\hat{N}_{r,NL}^s$  分别表示浮点超宽巷模糊度, 浮点宽巷模糊度和浮点窄巷模糊度,  $\hat{N}_{r,IF}^s$  表示 PPP 解算得到的浮点无电离层模糊度;  $\lambda_*$  和  $f_*$  分别表示各观测值波长和频率,  $i, j, k$  表示各频率。需要指出的是, 为了避免伪距硬件延迟和 PCO 改正对 EWL 和 WL 的估计产生影响, 需要对这两项改正进行修正, 修正方法为:

$$\begin{cases} \hat{N}_{r,EWL}^s = \hat{N}_{r,EWL}^s + \frac{f_j b_j + f_k b_k}{c \cdot (f_j^2 - f_k^2)} + \frac{2 \cdot f_j f_k (PCO_j - PCO_k)}{c \cdot (f_j + f_k)} \\ \hat{N}_{r,WL}^s = \hat{N}_{r,WL}^s + \frac{f_i b_i + f_j b_j}{c \cdot (f_i^2 - f_j^2)} + \frac{2 \cdot f_i f_j (PCO_i - PCO_j)}{c \cdot (f_i + f_j)} \end{cases} \quad (4.13)$$

式中  $\hat{N}_{r,EWL}^s$  ,  $\hat{N}_{r,WL}^s$  为修正后的浮点超宽巷模糊度和浮点宽巷模糊度。  $b_i$  ,  $b_j$  ,  $b_k$  为各频率伪距硬件延迟,  $PCO_i$  ,  $PCO_j$  ,  $PCO_k$  表示各频点 PCO 在径向方向的投影。

在获取精确的浮点模糊度之后, 可以将浮点模糊度表达为整周模糊度与对应的卫星端和接收机端 UPD 之和, 进而对卫星端和接收机端的 UPD 进行估计。以宽巷 UPD 估计过程为例, 多系统 UPD 估计观测方程可以表示为:

$$\begin{cases} \hat{N}_{r,WL}^{s,g} = N_{r,WL}^{s,g} + UPD_{r,g} - UPD^{s,g} \\ \hat{N}_{r,WL}^{s,e} = N_{r,WL}^{s,e} + UPD_{r,e} - UPD^{s,e} \\ \hat{N}_{r,WL}^{s,c} = N_{r,WL}^{s,c} + UPD_{r,c} - UPD^{s,c} \end{cases} \quad (4.14)$$

式中  $\hat{N}_{r,WL}^{s,*}$  和  $N_{r,WL}^{s,*}$  分别表示各 GNSS 系统浮点宽巷模糊度和整周宽巷模糊度,  $UPD_{r,*}$  和  $UPD^{s,*}$  分别表示各 GNSS 系统卫星端 UPD 和接收机端 UPD。在进行实际数据处理时, 可以将各 GNSS 系统分开处理, 以 GPS 系统为例, 式 (4.13) 可表达为:

$$\Delta N_r^g = \hat{N}_{r,WL}^{s,g} - N_{r,WL}^{s,g} = UPD_{r,g} - UPD^{s,g} \quad (4.15)$$

假设同一时刻有  $n$  个测站，每个测站可以观测到  $m$  颗卫星，则可以建立如式 (4.16) 的观测方程：

$$\begin{bmatrix} \Delta N_1^g \\ \Delta N_2^g \\ \vdots \\ \vdots \\ \Delta N_n^g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & -1 & 0 & \cdots \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & -1 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \cdots & 0 & 1 & -1 & 0 & \cdots \\ \cdots & 0 & 1 & 0 & -1 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} UPD_{1,g} \\ UPD_{2,g} \\ \vdots \\ UPD^{s,1} \\ UPD^{s,2} \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

利用公式 (4.16) 中数学模型对宽巷 UPD 进行估计时，首先需要确定一组比较准确的 UPD 初值，可以参考 (陈华, 2015; Wang et al, 2021)。确定待求 UPD 参数初值后，可以采用卡尔曼滤波进行卫星端和接收机端 UPD 参数解算。由于公式 (4.16) 形成的法方程秩亏，因此在法方程求逆时需要添加一个基准约束，本文选择某一 GNSS 系统所有卫星的 UPD 之和为零作为基准约束。超宽巷 UPD 和窄巷 UPD 可以采用类似的方法进行估计。本文采用的 UPD 估计处理流程图可以表示为：

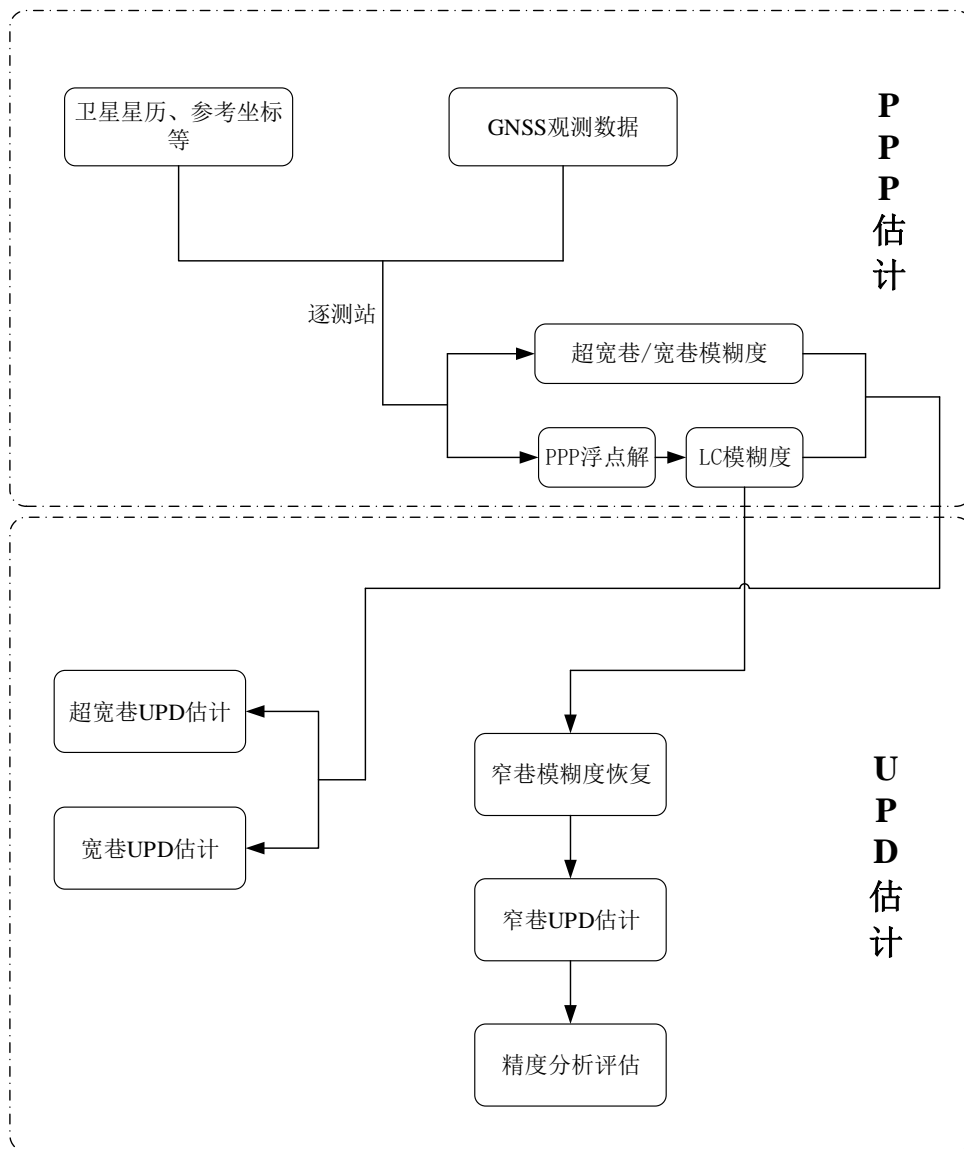


图 4.25 多频多系统 UPD 估计基本流程图

#### 4.2.2 实时 UPD 估计策略提升

由于超宽巷模糊度和宽巷模糊度波长较长的原因，因此超宽巷 UPD 和宽巷 UPD 可以一天只估计一组值（陈星宇，2020）。以 2021 年 DOY 90-120 期间 GPS 宽巷 UPD 为例，如图 4.26 所示，其在 1 个月之内虽连续变化，但相对比较稳定。

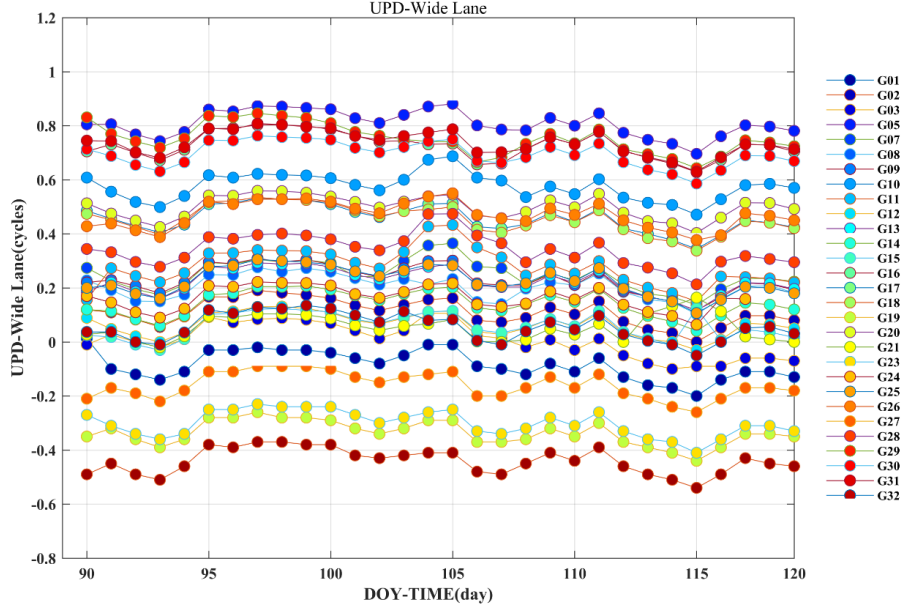


图 4.26 2021 年 DOY 90-120 期间 GPS 宽巷 UPD 序列

对于窄巷模糊度，当采用精密轨道和精密钟差进行 PPP 处理时，可以忽略轨道和钟差的误差，窄巷 UPD 被假设为一个短期恒定值进行估计，通常每 15 分钟求得一组卫星端的窄巷 UPD 值 (Ge et al, 2008)。但是在进行实时 UPD 解算时，由于实时轨道和实时钟差精度不足的原因，需要对窄巷 UPD 的估计策略进行改进。本节重点研究了实时模式下的 UPD 估计提升策略，并从 UPD 估计残差的角度对提升策略的有效性进行评估。UPD 估计残差主要反映了参与 UPD 解算的模糊度浮点部分的一致性，理论上 UPD 估计残差越小，则 UPD 产品的精度越高 (Hu et al, 2020)。实时 UPD 估计提升策略主要包括：

(1) 由于实时轨道和实时钟差精度较差，会影响到实时 PPP 计算出的无电离层模糊度 (Zhang et al, 2018; Li et al, 2016a)，因此窄巷 UPD 不能认为是一个短期恒定值。本文以随机游走策略对实时窄巷 UPD 进行估计，随机游走的过程噪声设置为  $0.005 \text{ cycle}^2/\text{s}$ 。

为了对这一策略的有效性进行分析，本节设计了两种参数估计策略进行实时窄巷 UPD 估计。第一种策略是采用传统的方法每 15 分钟估计一组窄巷 UPD，第二种策略是采用本文提出的随机游走策略每 30 s 估计一组窄巷 UPD。图 4.27 为采用 CNES 提供的 2021 年 8 月 1 日的实时卫星轨道和实时卫星钟差进行实时窄巷 UPD 估计的估计残差。图中上、下子图分别为采用传统方法和采用改进方法的 GPS、Galileo 和 BDS 的实时窄巷 UPD 估计残差。从图中结果可以看出，对于任意 GNSS 系统，采用改进方法估计出的实时窄巷 UPD 的估计残差相对于传统方法均有所减小，GPS、Galileo 和 BDS 的实时 UPD 估计残差分别为 0.046 cycle, 0.067 cycle, 0.12 cycle，相对于传统方法分别降低了 32%，20%，20%。

这一结果证明了采用随机游走策略进行实时窄巷 UPD 估计的有效性。

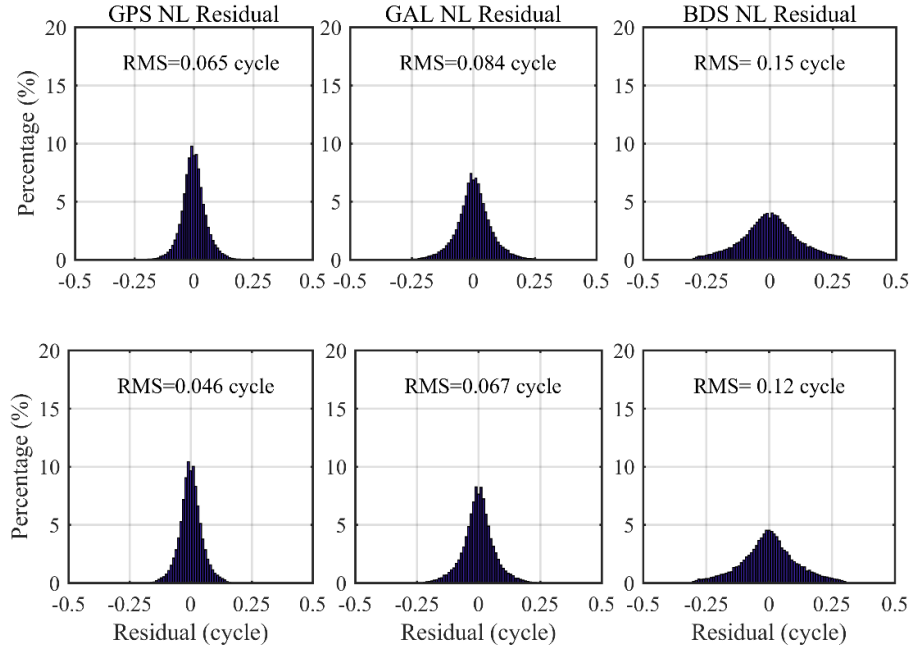


图 4.27 不同参数估计策略的实时模式窄巷 UPD 估计残差

(2) 当采用后处理模式进行窄巷 UPD 估计时，可以采用网解的模式计算浮点 PPP 模糊度，在网解 PPP 时可以引入整周双差模糊度约束以提高浮点 PPP 模糊度精度，进而提升窄巷 UPD 解算质量 (Geng et al, 2012)。但是在进行实时 UPD 估计时，为了提升计算效率，PPP 通常是逐测站进行的，因此无法整网搜索双差模糊度固定并加以约束。本文借鉴了双差模糊度约束的思想，提出了一种适用于实时模式 UPD 估计的非差模糊度优化方法。

首先介绍双差模糊度与非差模糊度之间的关系，可以表示为：

$$\tilde{N}_{DD} = \tilde{N}_i^p - \tilde{N}_i^q - \tilde{N}_j^p + \tilde{N}_j^q \quad (4.17)$$

公式 (4.17) 中左边  $\tilde{N}_{DD}$  表示浮点双差模糊度，右边为 4 个浮点非差模糊度；其中  $i, j$  表示接收机编号， $p, q$  表示卫星编号。对  $\tilde{N}_{DD}$  进行取整，其浮点部分可以表示为：

$$\Delta\tilde{N}_{DD} = \tilde{N}_{DD} - \bar{N}_{DD} \quad (4.18)$$

式中  $\bar{N}_{DD}$  表示整周双差模糊度， $\Delta\tilde{N}_{DD}$  表示双差模糊度的浮点部分。根据公式 (4.17) 和公式 (4.18)，各浮点模糊度的修正量可以表示为：

$$\hat{N}_i^p = \tilde{N}_i^p - f_i^p \cdot \Delta\tilde{N}_{DD}$$

其中参数  $f_i^p$  的计算方式为：

$$f_i^p = \frac{(\delta\tilde{N}_i^p)^2}{(\delta\tilde{N}_i^p)^2 + (\delta\tilde{N}_i^q)^2 + (\delta\tilde{N}_j^p)^2 + (\delta\tilde{N}_j^q)^2} \quad (4.19)$$

式中  $\delta\tilde{N}_*^*$  表示各浮点非差模糊度的方差。基于公式（4.17）~公式（4.19），即可实现实时模式 UPD 估计的非差模糊度精化，进而提升实时 UPD 产品的解算质量。图 4.28 给出了 2021 年 8 月 1 日~2021 年 8 月 7 日采用传统方法与改进方法的实时窄巷 UPD 估计残差分布直方图，从图中结果可以看出，采用传统方法与改进方法进行窄巷 UPD 估计的残差均呈现正态分布，但是改进方法的窄巷 UPD 估计残差更趋近于 0 附近。采用传统方法的 GPS, Galileo, BDS 的实时窄巷 UPD 估计残差分别为 0.054 cycle, 0.057 cycle, 0.11 cycle；采用改进方法的 GPS, Galileo, BDS 的实时窄巷 UPD 估计残差分别为 0.041 cycle, 0.043 cycle, 0.094 cycle。采用改进方法的实时窄巷 UPD 估计质量相对于传统方法有明显提升。

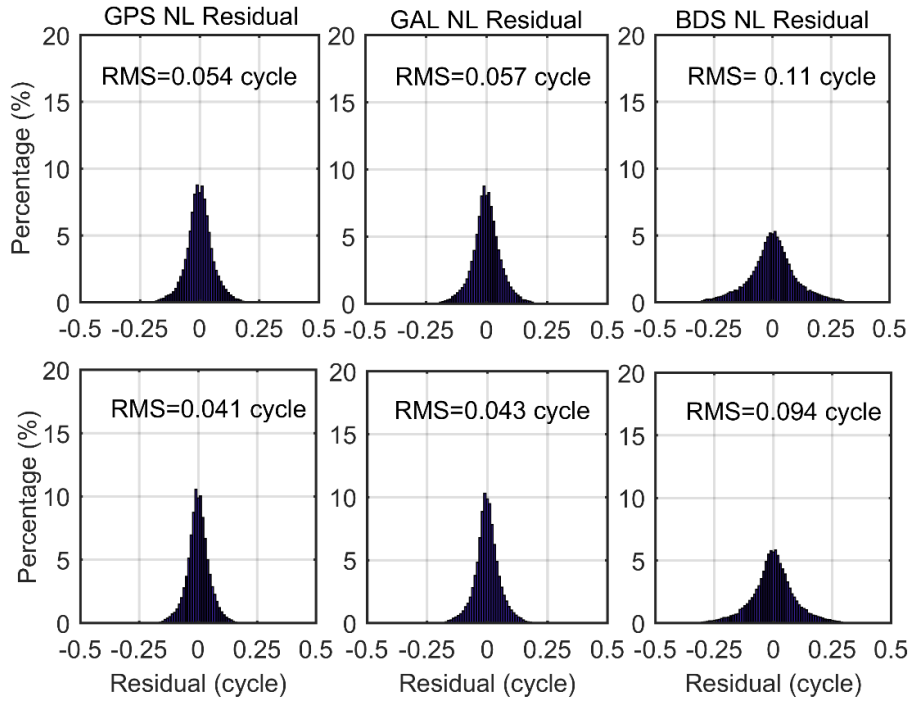


图 4.28 采用传统方法与改进方法的实时窄巷 UPD 估计残差分布直方图

公式（4.19）中是根据浮点非差模糊度方差来确定权重  $f_i^p$ ，然后对  $\Delta\tilde{N}_{DD}$  进行加权分配，在数据处理时也可以对  $\Delta\tilde{N}_{DD}$  进行平均分配。以 2021 年 8 月 1 日实时窄巷 UPD 计算残差为例，采用加权分配  $\Delta\tilde{N}_{DD}$  与平均分配  $\Delta\tilde{N}_{DD}$  的结果如图

4.29 所示。

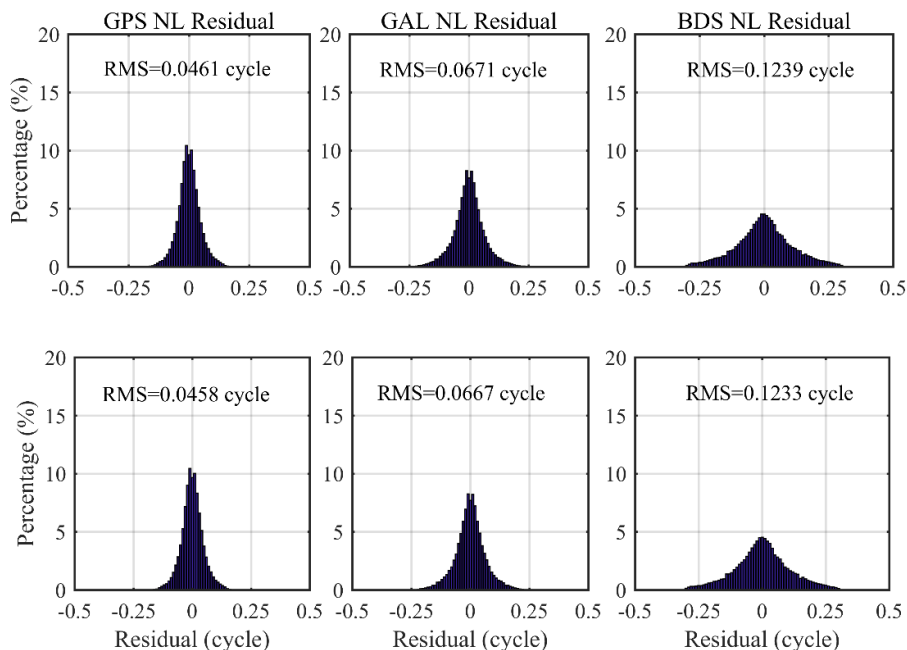


图 4.29 采用不同  $\Delta\tilde{N}_{DD}$  分配方法的实时窄巷 UPD 估计残差分布直方图

从图 4.29 中结果可以看出，采用不同  $\Delta\tilde{N}_{DD}$  分配方法估计出的实时窄巷 UPD 的残差分布基本一致。加权分配结果略好于平均分配结果，但两种方法的差异对不同 GNSS 系统的实时窄巷 UPD 估计残差的影响在 0.001 周以内。主要原因是  $f_i^p$  的计算结果可能并不总是与实际情况一致，后续研究中需要设计更加合理的  $f_i^p$  计算方法。

### 4.2.3 实时 UPD 产品质量分析

为了对 4.2.1 节中提出的多频多系统 UPD 估计方法进行验证，本文选用了 2021 年 1 月 1 日~2021 年 1 月 30 日全球均匀分布的 110 个 MGEX 站进行 UPD 解算，测站分布如图 4.30 所示。实验时 MGEX 站观测数据采样率为 30 s，采用 CNES 提供的实时轨道钟差产品。

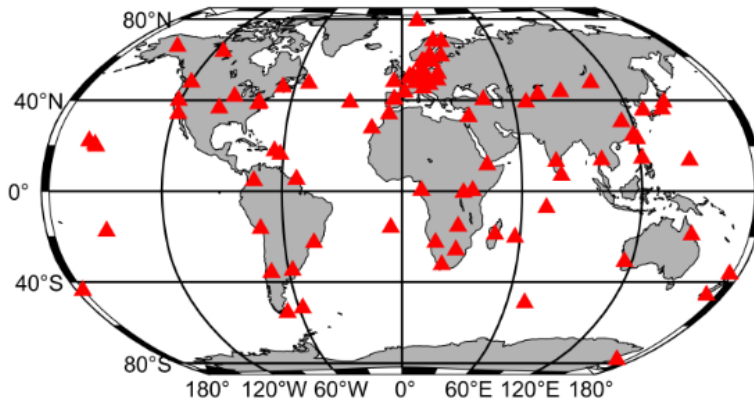


图 4.30 参与 UPD 解算的 MGEX 站分布图

在本节中，主要从时变特性和估计残差两个方面对实时 UPD 产品的质量进行分析。图 4.31 中给出了 2021 年 1 月 10 日 GPS、Galileo 和 BDS 的宽巷 UPD 和窄巷 UPD 序列。左子图、中子图和右子图分别表示 GPS: L1/L2 组合，Galileo: E1/E5a 组合和 BDS: B1I/B3I 组合的宽巷及窄巷 UPD 序列。从图中结果可以看出，所有 GNSS 系统的宽巷 UPD 的单天内变化小于 0.05 cycles，估计时可以一天当作一个常数进行估计。由 4.2.2 节内容可知，由于采用的实时轨道钟差精度有限，因此估计出的实时窄巷 UPD 产品会吸收实时轨道误差及钟差误差，其序列波动性明显大于后处理 UPD 产品。GPS 和 Galileo 的实时窄巷 UPD 比 BDS 的窄巷 UPD 要更加稳定一些，这可能是由于 BDS 的轨道钟差精度比其他系统低的原因所造成。

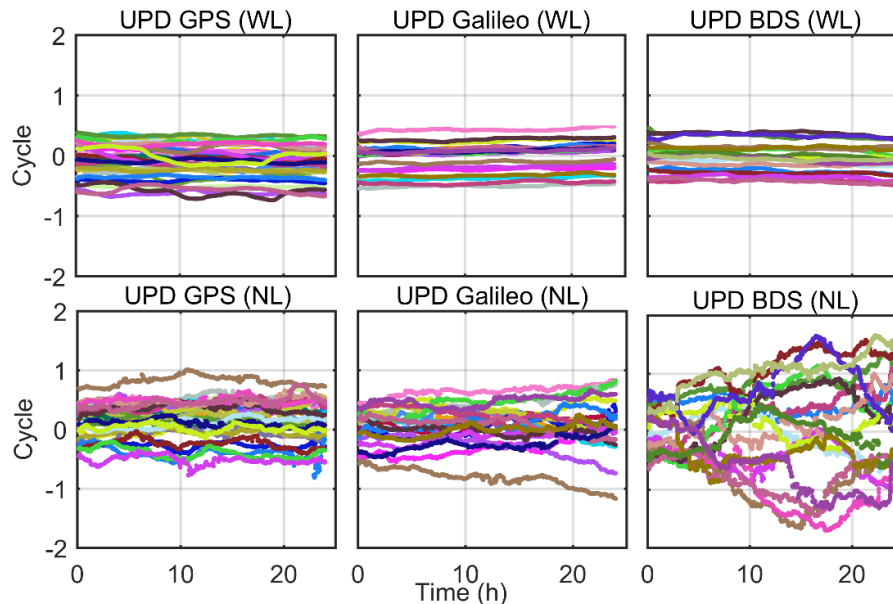
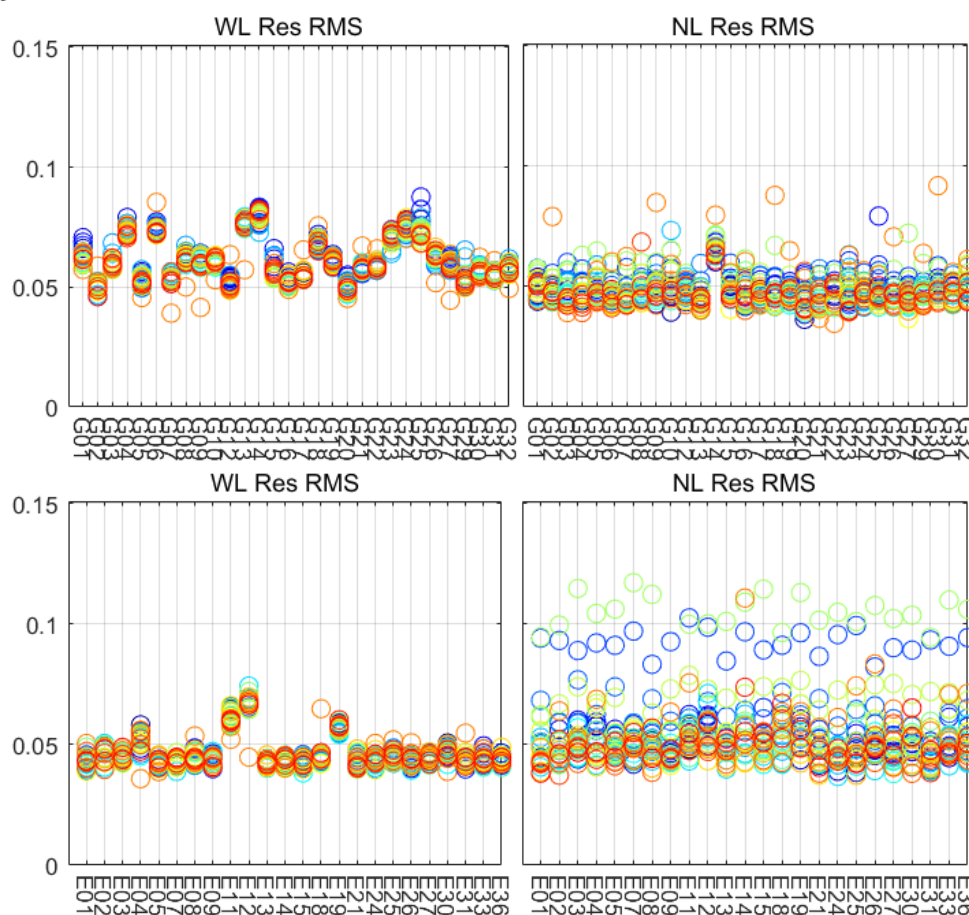


图 4.31 实时 GPS、Galileo 和 BDS 卫星的宽巷 UPD 及窄巷 UPD 序列

值得注意的是，由于卫星钟差与窄巷 UPD 是线性相关的，因此实时窄巷 UPD 产品的好坏与稳定性并不存在绝对关系，还需要进一步分析实时 UPD 产品



估计的验后残差来对其质量进行评估。图 4.32 中展示了每颗卫星 30 天内实时宽巷和窄巷 UPD 估计残差的单日 RMS 值，图中每个空心圆表示一颗卫星单日的 RMS 统计结果。结果表明，三个系统的宽巷 UPD 估计残差 RMS 值基本上都在 0.05 cycles 附近，证明了参与宽巷 UPD 解算的浮点 MW 模糊度的小数部分非常一致，从而保证了宽巷 UPD 产品的准确性。对于实时窄巷 UPD 产品来说，大部分时间内 GPS 和 Galileo 产品的验后残差 RMS 值都小于 0.1 cycles。只有两天 Galileo 窄巷 UPD 的残差 RMS 值大于 0.1 cycles，这主要是由于这两天 Galileo 卫星的实时轨道和钟差精度较低引起的。BDS 窄巷 UPD 的估计残差 RMS 值整体上大于其他 GNSS 系统，这主要是由于两个因素造成的：（1）BDS 卫星的实时轨道和钟差精度低于其他系统；（2）实时 UPD 估计中跟踪 BDS 信号的站点数量相对较少。



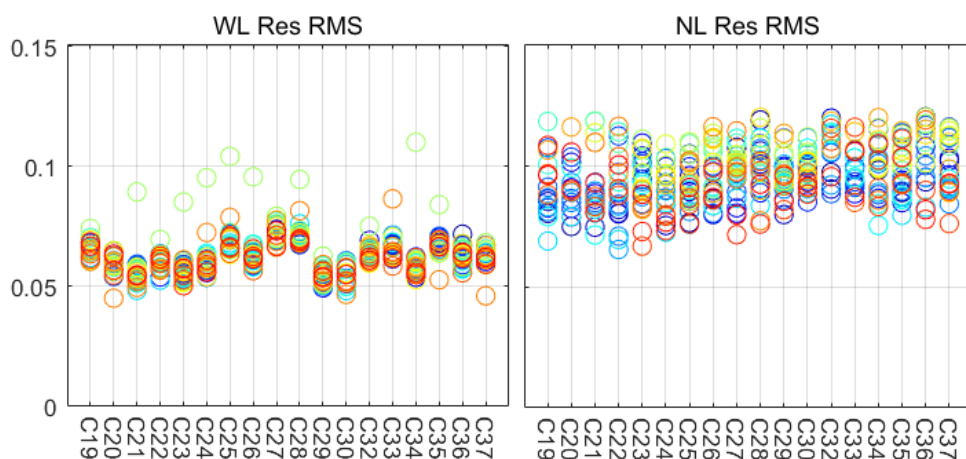


图 4.32 GPS/Galileo/BDS 单颗卫星的宽巷 UPD 及窄巷 UPD 单日估计残差的 RMS 值

#### 4.2.4 多频多系统 UPD 估计中特殊偏差的处理

##### BDS-2 卫星端伪距多路径偏差

相关研究发现 BDS-2 卫星伪距观测值存在与高度角及卫星信号频率相关的系统性偏差，被称为 BDS-2 卫星端伪距多路径偏差（Montenbruck et al, 2013a; Montenbruck et al, 2013b）。在进行 BDS 卫星 UPD 估计时，由 HMW 组合计算的宽巷模糊度会直接受到 BDS-2 卫星端伪距多路径偏差的影响，进而影响宽巷 UPD 的估计精度。同时，伪距观测值也参与了 BDS 卫星 PPP 浮点模糊度计算，因此窄巷 UPD 的估计结果同样会受到影响。研究发现 BDS-2 的 IGSO 卫星和 MEO 卫星伪距偏差值会随着高度角有规律地变化，因此有学者提出了与高度角相关的分段线性函数或多项式函数来修正 BDS-2 卫星伪距偏差（Wanninger and Beer, 2015; Lou et al, 2017）。本文采用的 BDS-2 卫星伪距偏差修正方案可以表示为：

$$MP = a_1 \cdot Ele + a_2 \cdot Ele^2 + a_3 \cdot Ele^3 \quad (4.20)$$

公式（4.19）中的  $MP$  表示 BDS-2 卫星端多路径偏差，与高度角  $Ele$  相关。

不同频点的拟合系数  $a_1$ ， $a_2$ ， $a_3$  有所不同，经验建模值如表 4.2 所示。

表 4.2 BDS-2 卫星端伪距多路径偏差修正系数

Coefficient	IGSO			MEO		
	B1	B2	B3	B1	B2	B3
$a_1$	-0.59	-0.26	-0.10	-0.95	-0.60	-0.20
$a_2$	1.62	1.00	0.75	2.16	1.64	0.65
$a_3$	-0.64	-0.38	-0.31	-0.64	-0.57	-0.18

为了分析 BDS-2 卫星伪距多路径偏差对 BDS 卫星 UPD 估计质量的影响，本文选用 2021 年 8 月 1 日~8 月 31 日的数据进行了 BDS 卫星宽巷及窄巷 UPD 估计。从 UPD 估计残差及数据使用率两个方面进行了结果评估。

图 4.33 给出了 BDS-2 IGSO 与 MEO 卫星伪距多路径偏差改正前后的宽巷 UPD 估计残差与窄巷 UPD 估计残差分布结果。从图中结果可以看出，未修正伪距多路径偏差时，宽巷 UPD 估计残差小于 0.25 cycles 和窄巷 UPD 估计残差小于 0.15 cycle 的比例分别为 89.71%和 85.29%；对伪距多路径偏差修正后，宽巷 UPD 估计残差小于 0.25 cycles 和窄巷 UPD 残差小于 0.15 cycles 的比例分别为 95.11%和 85.95%。当进行 BDS-2 卫星端伪距多路径偏差修正后，宽巷 UPD 估计残差与窄巷 UPD 估计残差均有所减小，BDS 卫星的 UPD 估计精度提升。

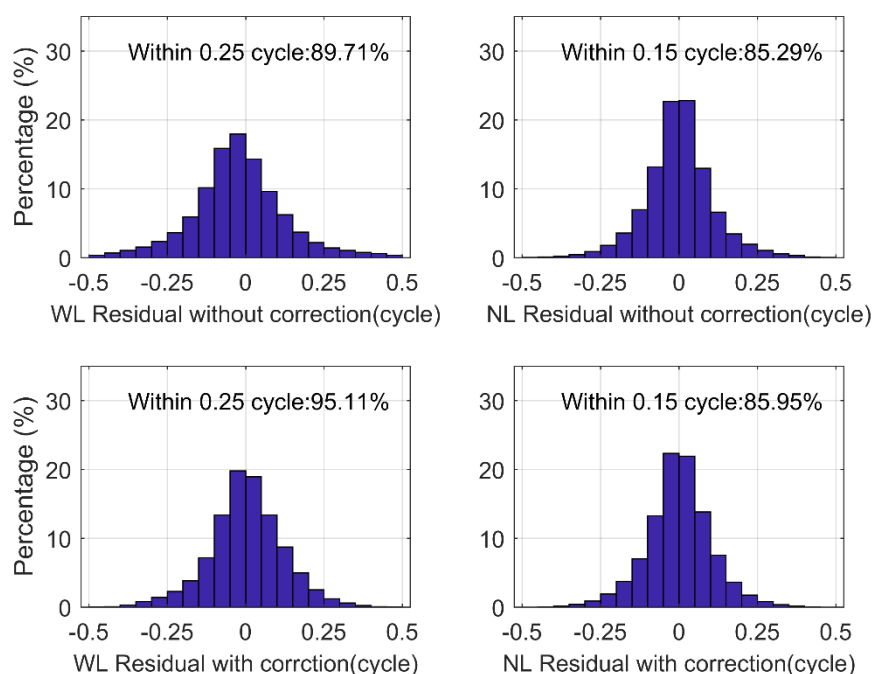


图 4.33 BDS-2 卫星端伪距多路径偏差改正前后的宽巷 UPD 及窄巷 UPD 残差分布直方图

此外，图 4.34 给出了伪距多路径偏差修正前后每颗 BDS 卫星的宽巷 UPD 估计残差和窄巷 UPD 估计残差的 RMS 值。结果表明，偏差修正前后 BDS-2 卫星的平均宽巷 UPD 估计残差分别为 0.21 cycles 和 0.14 cycles，BDS-2 卫星的平均窄巷 UPD 估计残差分别为 0.14 cycles 和 0.11 cycles，因此修正伪距多路径偏差可以显著减小 BDS-2 卫星的宽巷 UPD 估计残差和窄巷 UPD 估计残差。进行 BDS-2 卫星的伪距多路径偏差对于 BDS-3 卫星的 UPD 估计精度影响较小，BDS-3 卫星的平均宽巷 UPD 估计残差减小了 0.01 cycles，平均窄巷 UPD 估计残差减小了 0.01 cycles。

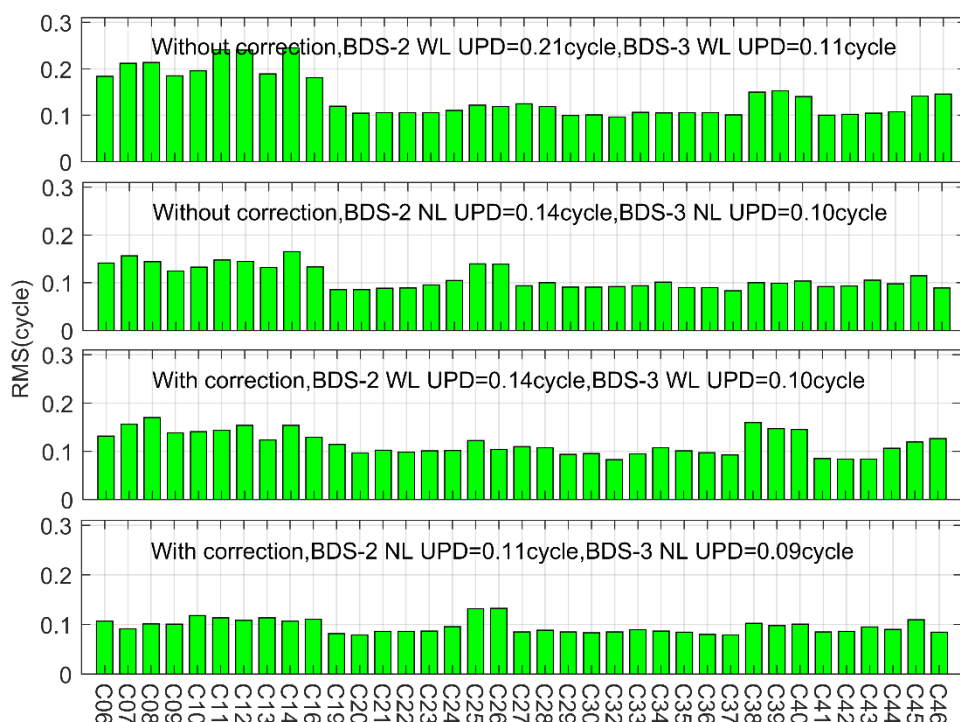


图 4.34 伪距偏差修正前后的 BDS-2/BDS-3 卫星的宽巷 UPD 和窄巷 UPD 估计残差 RMS 值

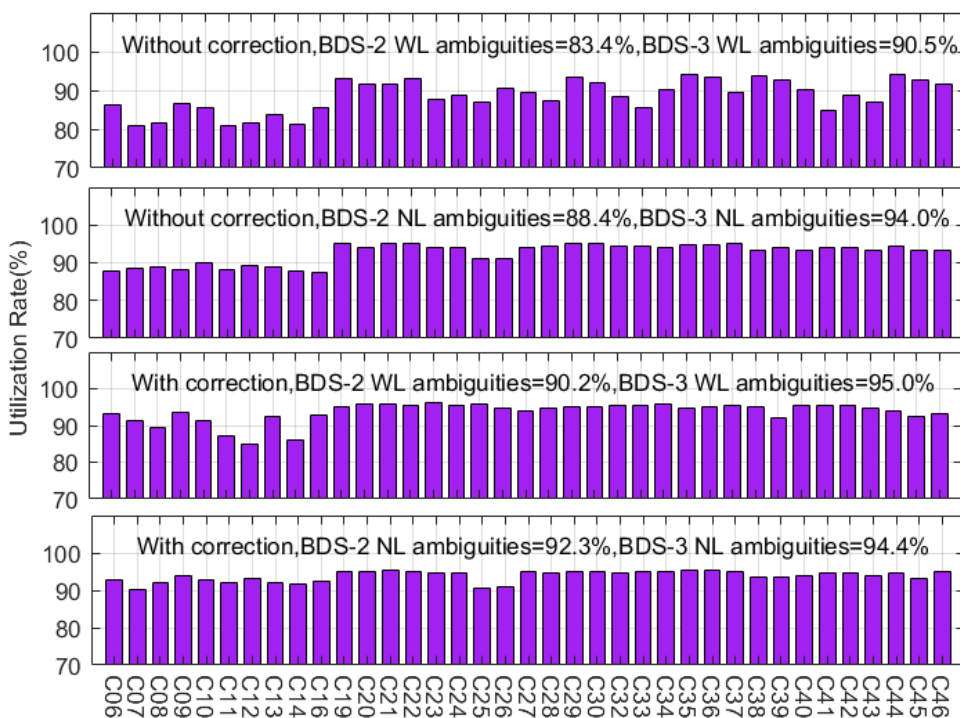


图 4.35 伪距偏差修正前后的 BDS-2/BDS-3 卫星的宽巷模糊度和窄巷模糊度利用率

图 4.35 展示了是否进行 BDS-2 卫星伪距多路径偏差修正时，参与 UPD 解算的宽巷模糊度和窄巷模糊度数据利用率。从图中结果可知，当不进行伪距多路径偏差修正时，参与 BDS-2 卫星和 BDS-3 卫星宽巷 UPD 解算的宽巷模糊度利用率

分别为 83.4% 和 90.5%；当进行伪距多路径偏差修正时，参与 BDS-2 卫星和 BDS-3 卫星宽巷 UPD 解算的宽巷模糊度利用率分别为 90.2% 和 95.0%，模糊度利用率有明显提升，证明了 UPD 估计过程中由于伪距多路径偏差导致的异常粗差值明显减少。当进行伪距多路径偏差修正时，BDS-2 卫星的窄巷模糊度利用率从 88.4% 提升到 92.3%，BDS-3 卫星的窄巷模糊度利用率从 94.0% 提升到 94.4%，表明了伪距多路径偏差对 BDS-3 卫星的窄巷 UPD 估计影响相对较小，但对 BDS-3 卫星的宽巷 UPD 估计有明显影响。

### BDS-2/BDS-3 系统内偏差

近年来许多研究开始关注 BDS-2 和 BDS-3 的联合定位，从图 4.36 可以看出，目前 BDS-2 联合 BDS-3 的全球可视卫星数分布结果已经优于 GPS 系统。相关研究结果表明联合 BDS-2 和 BDS-3 定位可以显著缩短 PPP 定位收敛时间并提升定位精度（Zhang et al, 2019; Chen et al, 2021）。然而，这些研究进行联合定位时未考虑 BDS-2 卫星和 BDS-3 卫星之间的系统内偏差（Intra-system bias, ISB），将 BDS-2 系统和 BDS-3 系统视为相同的系统。实际上，BDS-2 和 BDS-3 是独立建造的且两个系统的数据处理策略也不同，因此 BDS-2 卫星的接收端硬件延迟与 BDS-3 卫星不同（Jiao et al, 2020; Qin et al, 2020）。Zhao 等（2020）的研究发现定位时引入 BDS-2 和 BDS-3 之间的 ISB 可以提升 BDS 联合 PPP 的定位性能。Shi 等（2022）则研究了 BDS-2 和 BDS-3 之间的 ISB 的长期特性并认为 BDS-2 和 BDS-3 的联合 PPP 定位模型中应该考虑求解 ISB 参数。目前，ISB 参数对联合 BDS-2 和 BDS-3 UPD 解算结果的影响尚不明确，本节主要对这一内容进行研究。

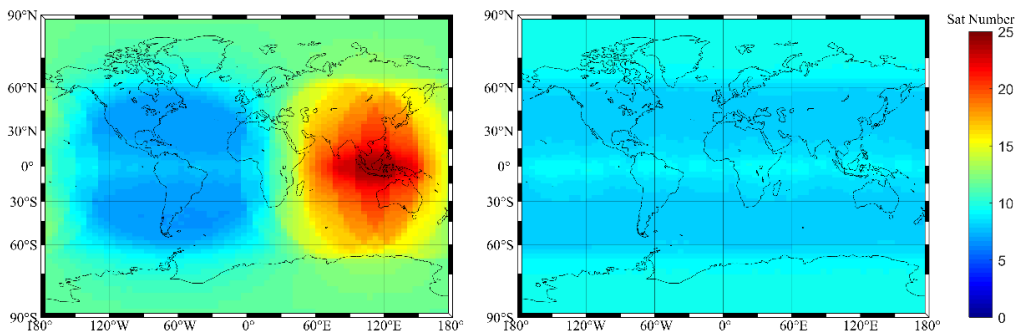


图 4.36 BDS 系统（左子图）和 GPS 系统（右子图）的可视卫星分布情况，DOY 213，2021

为了研究 BDS-2 和 BDS-3 之间的 ISB 参数，首先在 BDS-2 和 BDS-3 的联合 PPP 模型中引入一个 ISB 参数，可以表示为：

$$P_{r,IF}^{s,2} = \rho_r^{s,2} + c \cdot \bar{d}t_r^3 - c \cdot \bar{d}t^{s,2} + M^s \cdot zw d_r^2 + ISB + e_{r,IF}^{s,2} \quad (4.21)$$

$$L_{r,IF}^{s,2} = \rho_r^{s,2} + c \cdot d\bar{t}_p^3 - c \cdot d\bar{t}^{s,2} + M^s \cdot zwd_r^2 + \lambda_{IF} \cdot \bar{N}_{r,IF}^{s,2} + ISB + \varepsilon_{r,IF}^{s,2} \quad (4.22)$$

$$P_{r,IF}^{s,3} = \rho_r^{s,3} + c \cdot d\bar{t}_p^3 - c \cdot d\bar{t}^{s,3} + M^s \cdot zwd_r^3 + e_{r,IF}^{s,3} \quad (4.23)$$

$$L_{r,IF}^{s,3} = \rho_r^{s,3} + c \cdot d\bar{t}_p^3 - c \cdot d\bar{t}^{s,3} + M^s \cdot zwd_r^3 + \lambda_{IF} \cdot \bar{N}_{r,IF}^{s,3} + \varepsilon_{r,IF}^{s,3} \quad (4.24)$$

上式中  $d\bar{t}_p^3$  和  $d\bar{t}^{s,3}$  分别表示 BDS-3 的卫星钟差和接收机钟差， $d\bar{t}^{s,2}$  表示 BDS-2 的卫星钟差。从公式 (4.21) 和 (4.22) 中可以看出，BDS-2 卫星的伪距和相位观测方程中会引入一个 ISB 参数，接收机钟差采用 BDS-3 观测方程的接收机钟差。PPP 定位时估计出的 ISB 参数主要包含两个部分：(1) IGS 各分析中心发布的 BDS-2 卫星钟差和 BDS-3 卫星钟差产品之间的钟差基准偏差；(2) BDS-2 与 BDS-3 之间的接收机端伪距硬件延迟差异。

首先分析 BDS-2 和 BDS-3 之间的 ISB 参数特性，ISB 参数的估计通常可以采用白噪声或随机游走参数策略进行估计 (Chen et al, 2015; Zhou et al, 2019; Song et al, 2020)。由于不确定 ISB 参数的参数特性，本节分别采用了白噪声策略和随机游走策略来估计 ISB 参数。选用 2021 年年积日 213 天 JFNG 站观测数据和 URUM 站观测数据进行 BDS-2 和 BDS-3 联合 PPP 解算，并估计 ISB 参数，结果如图 4.34 所示。图 4.37 中蓝色序列表示采用白噪声方法估计出的 ISB 参数，红色序列表示采用随机游走策略估计出的 ISB 参数。图 4.37 中显示每个测站的 ISB 值均不为零，这表明 BDS-2 和 BDS-3 之间存在 ISB。通过白噪声策略估算的 ISB 值与通过随机游走策略估算的 ISB 值非常接近，且在收敛后 ISB 序列保持稳定。因此可以认为 BDS-2 和 BDS-3 之间的 ISB 参数在一天中是一个恒定值。

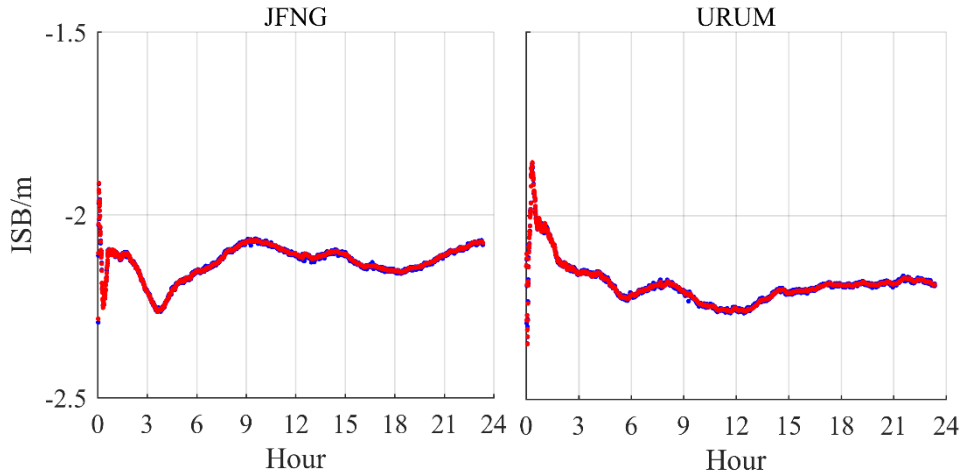


图 4.37 采用不同参数估计策略得到的 BDS-2 和 BDS-3 之间的 ISB 参数时间序列

为了对 ISB 参数的长期时变特性进行分析，本文选用 70 个 MGEX 站 2021 年 DOY 213-DOY 242 期间的数据进行 ISB 解算，主要包括 TRIMBLE ALLOY、



TRIMBLE NETR9、SEPTENTRIO POLARX5TR、SEPTENTRIO POLARX5、JAVAD TRE\_3 DELTA 等 5 种接收机类型。图 4.38 显示了 TRIMBLE ALLOY（10 个站点）、TRIMBLE NETR9（9 个站点）和 SEPT POLARX5TR（14 个站点）的 30 天 ISB 时间序列，每种颜色代表一天的平均 ISB 值。大多数站点在 30 天内的 ISB 值变化在 0.5 米以内，表明 ISB 具有稳定的长期特性。此外，从图 4.38 可以看出不同接收机类型的 ISB 值有所不同。TRIMBLE NETR9 和 SEPT POLARX5TR 的 ISB 值分别在 -2~ 0 米和 0~ 2 米之间变化，而 TRIMBLE ALLOY 的 ISB 值范围为 3.8 米，比其他接收机类型的范围更大。

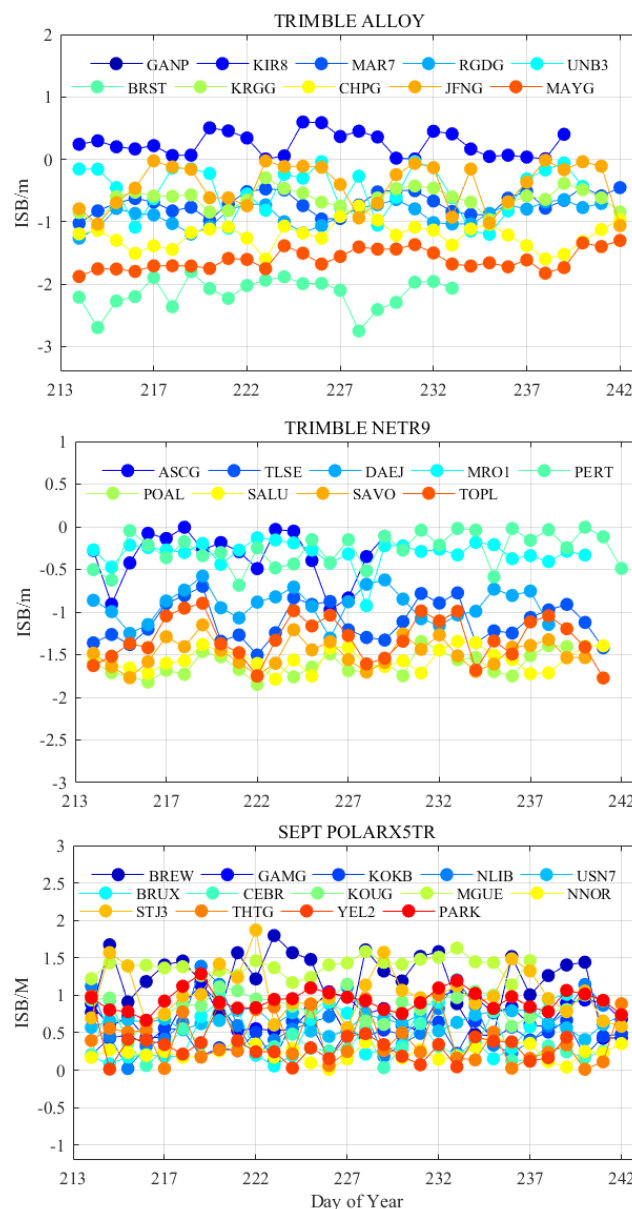


图 4.38 三种不同接收机类型的 ISB 序列，DOY 213-242，2021

图 4.39 展示了 SEPT POLARX5（19 个站点）和 JAVAD TRE\_3 DELTA（18

个站点) 2021 年 DOY 213-242 的 ISB 时间序列。从图中可以看出, ISB 在长期特性方面是稳定的, 并且与接收机类型有关。与图 4.38 中的接收机相比, 图 4.39 中同一类型接收机的大多数 ISB 值更加连续, 但是两个站点与其他站点存在差异。经过确认, 一个站点是 MAO0, 使用的是 SEPT POLARX5 (版本号: 5.4.0), 另一个站点是 BOGT, 使用的是 JAVAD TRE\_3 DELTA (版本号: 4.1.01)。尽管这两个站点的接收机类型与其他站点相同, 但版本号不同。这表明 ISB 不仅与接收机类型有关, 还与接收机版本有关。根据图 4.39 中结果, 除了 MAO0 和 BOGT 站点外, SEPT POLARX5 和 JAVAD TRE\_3 DELTA 的 ISB 值范围分别为 0~1.7 米和 -3~-0.4 米。

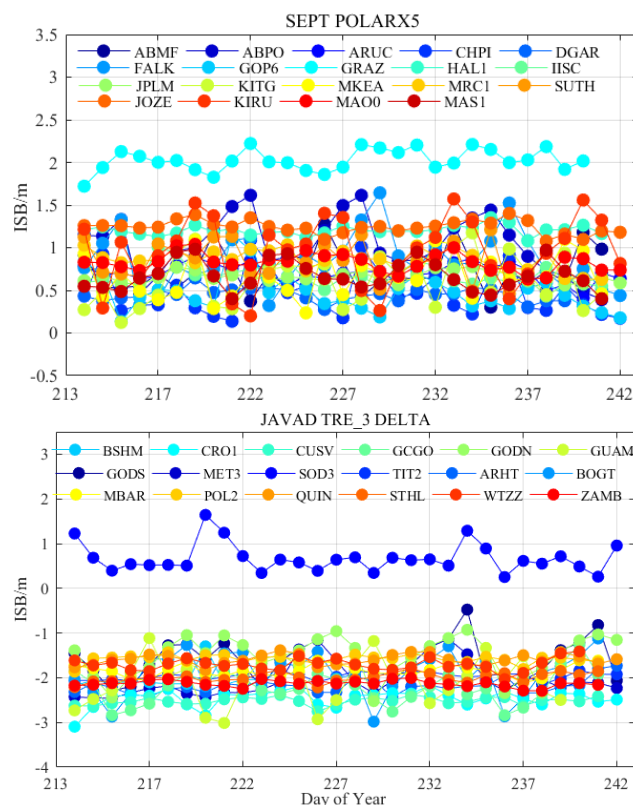


图 4.39 SEPT POLARX5 和 JAVAD TRE\_3 DELTA 的 ISB 时间序列, DOY 213-242, 2021

图 4.40 展示了不同接收机类型 30 天 ISB 标准差, 标准差结果可以反映 ISB 参数的长期时变稳定性。从图 4.40 中结果可以看出, 大多数接收机类型的 30 天 ISB 标准差都在 0.2 米以内, 最大值也不超过 0.3 米。



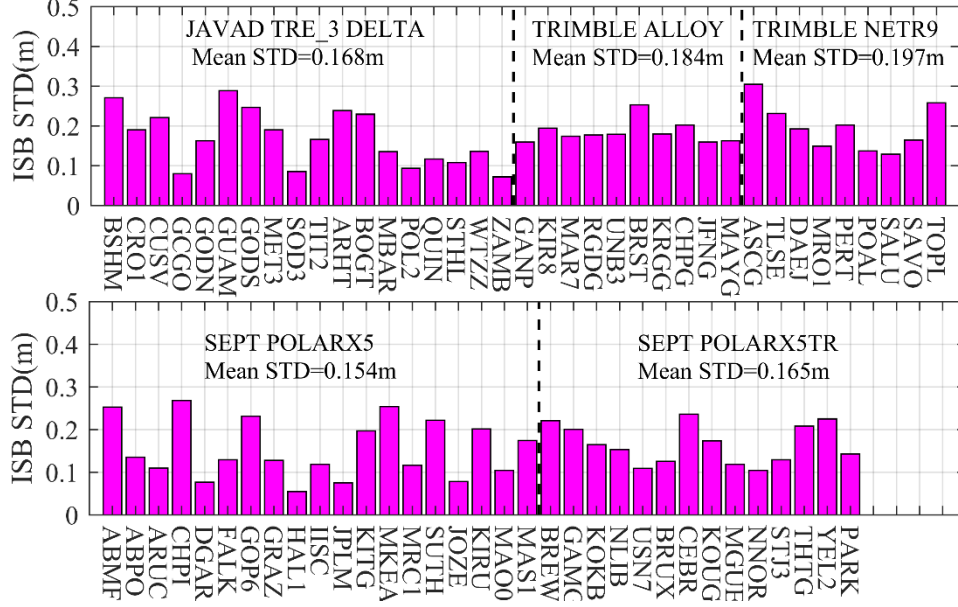


图 4.40 不同接收机类型的 ISB 时间序列的标准差

由于本文是采用 HMW 方法计算宽巷模糊度的，因此 BDS-2/BDS-3 的宽巷 UPD 估计值会受到 ISB 参数的影响，需要对传统的 UPD 估计算法加以改进。

$$\bar{N}_{r,WL}^{s,2} = N_{r,WL}^{s,2} + UPD_{r,WL}^2 - UPD_{WL}^{s,2} \quad (4.25)$$

$$\bar{N}_{r,WL}^{s,3} = N_{r,WL}^{s,3} + UPD_{r,WL}^3 - UPD_{WL}^{s,3} \quad (4.26)$$

从公式 (4.25) 和公式 (4.26) 可以看出，由于 BDS-2 和 BDS-3 伪距硬件延迟存在 ISB，因此 BDS-2 和 BDS-3 的接收机端宽巷 UPD 是不同的。为了实现 BDS-2 和 BDS-3 卫星间模糊度固定，因此需要对 BDS-2 和 BDS-3 的宽巷 UPD 进行整体估计。针对 BDS-2 和 BDS-3 之间的接收机端宽巷 UPD 差异，本文选择以 BDS-3 的接收机端宽巷 UPD 参数作为参考，在接收机端为 BDS-2 额外设置 1 个参数  $UPD_{r,WL}^{2-3}$  来吸收 ISB 参数引起的 BDS-2 与 BDS-3 之间的宽巷 UPD 差异，

可以表示为 (Hou et al, 2023):

$$R_r^{s,2} = UPD_{r,WL}^3 - UPD_{WL}^{s,2} + UPD_{r,WL}^{2-3} \quad (4.27)$$

$$R_r^{s,3} = UPD_{r,WL}^3 - UPD_{WL}^{s,3} \quad (4.28)$$

上式中  $R_r^{s,*}$  表示浮点宽巷模糊度的小数部分。与公式 (4.15) 相似，假设同一时刻  $n$  个测站，每个测站可以观测到  $m$  颗卫星，则可以建立如式 (4.29) 的观测方程。

$$\begin{bmatrix} R_1^1 \\ \vdots \\ R_1^m \\ \vdots \\ R_n^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & 1 & \cdots & -1 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \cdots & 0 & \cdots & \cdots & -1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \cdots & 1 & \cdots & \cdots & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} UPD_{1,WL}^3 \\ \vdots \\ UPD_{1,WL}^{2-3} \\ \vdots \\ UPD_{WL}^1 \\ \vdots \\ UPD_{WL}^m \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

当采用公式（4.29）进行 BDS-2/BDS-3 联合宽巷 UPD 估计时，需要添加两个基准约束方程来消除法方程的秩亏。本文分别添加了所有卫星宽巷 UPD 之和为 0，所有测站的  $UPD_{r,WL}^{2-3}$  之和为 0。对于 BDS-2 和 BDS-3 的联合窄巷 UPD 估计，由于 PPP 时估计了 ISB 参数，因此不需要额外估计接收机端 BDS-2 和 BDS-3 之间的窄巷 UPD 参数之差。

为了分析 BDS-2 与 BDS-3 之间的 ISB 参数对 BDS 卫星 UPD 估计质量的影响，本文选用 2021 年 8 月 1 日~8 月 31 日的数据进行了 BDS 卫星宽巷及窄巷 UPD 估计。从 UPD 估计残差及数据使用率两个方面进行了结果评估。

图 4.41 给出了估计和不估计 BDS-2/BDS-3 之间 ISB 的宽巷 UPD 估计残差与窄巷 UPD 估计残差分布结果。从图中结果可以看出，UPD 估计时需要考虑 BDS-2 和 BDS-3 之间的 ISB，当考虑 BDS-2 和 BDS-3 之间的 ISB 时，宽巷 UPD 估计残差小于 0.25 cycles 的比例从 95.11% 提升至 99.99%，窄巷 UPD 估计残差小于 0.15 cycles 的比例从 85.95% 提升至 91.84%。因此在进行 BDS-2 和 BDS-3 联合 UPD 估计时考虑 ISB 参数可以提升 UPD 估计精度。

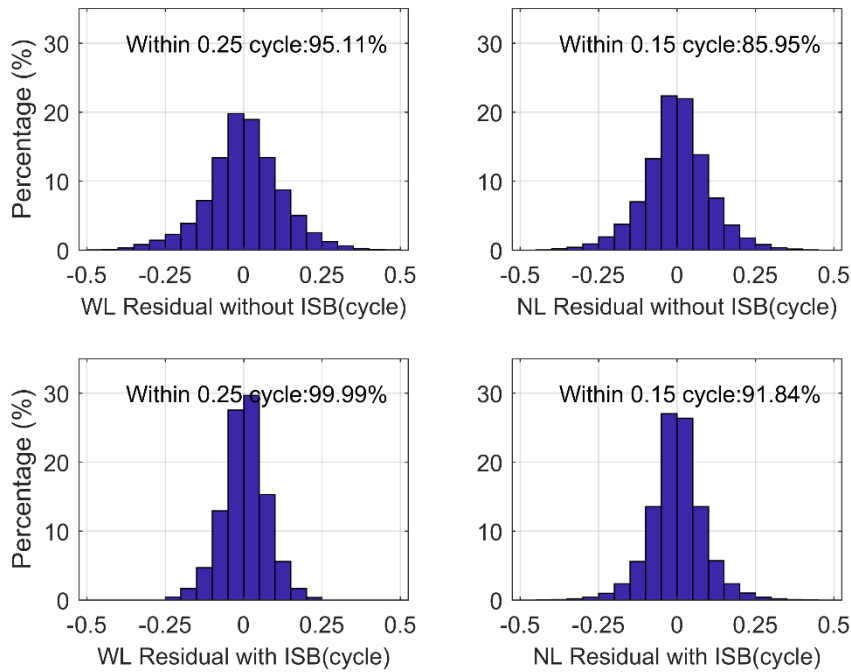


图 4.41 BDS-2/BDS-3 之间的 ISB 估计前后的宽巷 UPD 及窄巷 UPD 残差分布直方图

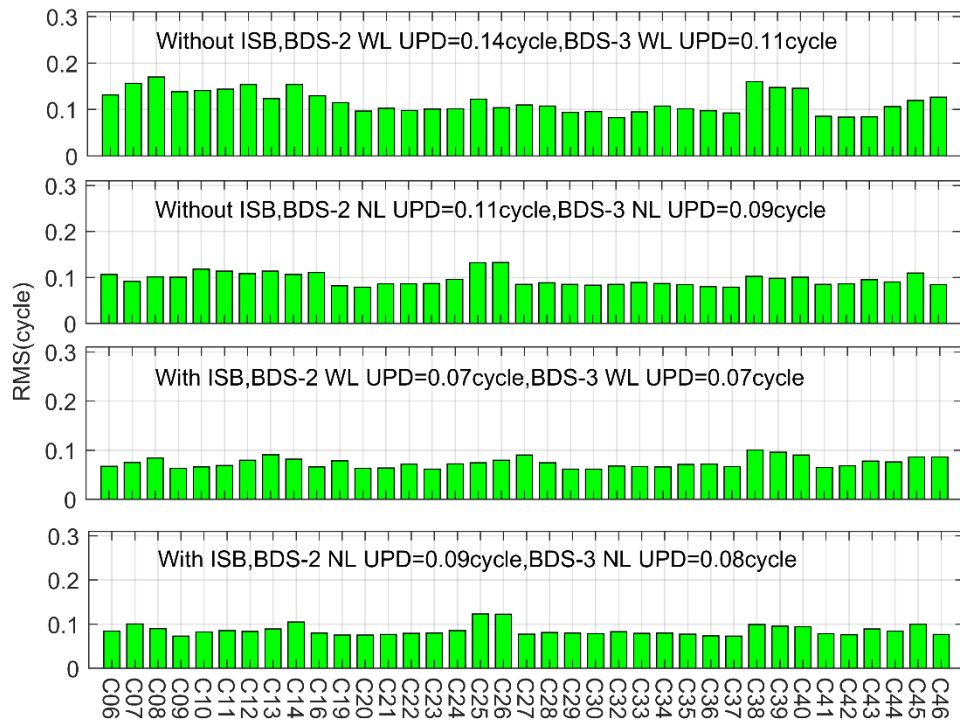


图 4.42 ISB 估计前后的 BDS-2/BDS-3 卫星的宽巷 UPD 和窄巷 UPD 估计残差 RMS 值

图 4.42 展示了每颗 BDS 卫星考虑和不考虑 ISB 参数时的 UPD 估计残差。结果表明，考虑 ISB 参数时 BDS-2 和 BDS-3 卫星的平均宽巷 UPD 估计残差分别减小了 0.07 cycles 和 0.04 cycles。不考虑 ISB 参数时，BDS-2 卫星的宽巷 UPD

整体估计残差要大于 BDS-3 卫星；考虑 ISB 参数时，BDS-2 卫星的整体宽巷 UPD 估计残差基本与 BDS-3 卫星一致。主要原因是 BDS-3 卫星数及观测值个数大于 BDS-2，不考虑 ISB 时接收机端宽巷 UPD 基准更接近于 BDS-3 真实值，因此 BDS-2 卫星的整体残差更大，考虑 ISB 参数时对 BDS-2 卫星的宽巷 UPD 质量提升也更加明显。考虑 ISB 参数时 BDS 卫星窄巷 UPD 的质量也有所提升，BDS-2 卫星和 BDS-3 卫星的平均窄巷 UPD 估计残差分别减小了 0.02 cycles 和 0.01 cycles。考虑 ISB 参数对 BDS 窄巷 UPD 质量提升效果要弱于宽巷 UPD，主要原因是 ISB 参数主要反映的是 BDS-2 和 BDS-3 伪距硬件延迟的差异，因此对模糊度参数的影响相对较小，对窄巷 UPD 估计结果影响也相对较小（Shi et al, 2022）。

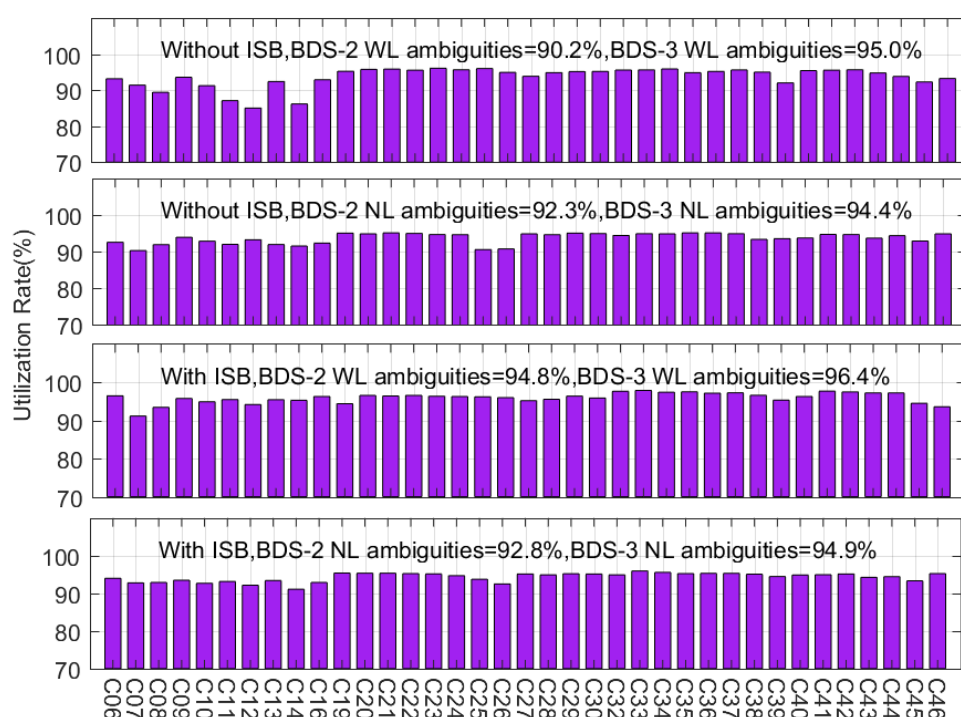


图 4.43 ISB 估计前后的 BDS-2/BDS-3 卫星的宽巷模糊度和窄巷模糊度利用率

图 4.43 展示了是否估计 ISB 参数对参与 BDS UPD 解算的宽巷模糊度和窄巷模糊度数据利用率的影响。可以看出，当考虑 BDS-2 与 BDS-3 之间的 ISB 参数时，参与宽巷 UPD 解算的 BDS-2 与 BDS-3 宽巷模糊度利用率分别为 94.8% 和 96.4%，参与窄巷 UPD 解算的 BDS-2 与 BDS-3 之间的窄巷模糊度利用率分别为 92.8% 和 94.9%。

### GPS 频率间钟偏差

Moutunbruck 等（2010）和 Tegner 等（2014）研究了基于 L1/L2、L1/L5 两组无电离层组合的 GPS 三频 PPP 数据处理模型，研究结果表明在引入 GPS L5

观测数据的同时需要额外考虑卫星频间系统偏差，并且该偏差与卫星、时间以及频率相关（Moutunbruck et al, 2010; Tegedor and Øvstedal, 2014）。由于该偏差会导致使用不同频率组合观测值估计得到的卫星钟差之间存在随时间变化的偏差，因此被称为频率间钟偏差（Inter-frequency clock bias, IFCB）（Pan et al, 2019; Fan et al, 2021）。研究表明，不同类型 GPS 卫星的 IFCB 大小并不一致，GPS Block IIF 类型卫星存在分米量级的 IFCB，因此在进行 UPD 估计时必须考虑（Zhao et al, 2017）。其它类型的卫星，如 GPS Block III，以及 Galileo 和 BDS 的多频观测值之间存在量级很小的 IFCB，在定位时可以忽略其影响（Su et al, 2022）。因此本文重点对 GPS 卫星的 IFCB 进行处理，提升 GPS 多频 UPD 的估计精度。

通常可以构建无几何无电离层组合观测值（Geometry-Free and Ionospheric-Free, GFIF）来求解 IFCB 参数，然后在数据处理时将 IFCB 参数改正到 GPS L5 观测值上。但对于实时数据处理来说，上述方式还需要单独对 IFCB 参数进行播发，这将会增加实时数据传输负担。为了解决这一问题，本文对多频 UPD 估计策略进行改进，将 IFCB 吸收到 UPD 产品中，然后随 UPD 产品一起播发给用户使用。这样不仅可以降低实时数据传输负担，用户端定位算法也不需要进行调整。

为了将 IFCB 吸收到实时 UPD 产品中，UPD 估计改进策略主要包括：

（1）由于 IFCB 会对 L1/L5 计算出的 MW 模糊度产生影响，因此本文以随机游走策略对实时超宽巷 L1/L5 UPD 进行估计，随机游走的过程噪声设置为 0.001 cycle2/s。

（2）为了将 IFCB 吸收到窄巷 UPD 中，因此需要对服务端 PPP 估计模型进行改进。采用随机游走策略对服务端 PPP 的模糊度参数进行估计，目的是将 IFCB 吸收到模糊度参数中，随机游走的过程噪声可以设置为：

$$\sigma_{amb}^2 = (1E - 4)^2 \cdot Interval \cdot \cos(\beta) \quad (4.30)$$

上式中， $\sigma_{amb}^2$  表示模糊度参数的过程噪声，*Interval* 表示采样率， $\beta$  角表示地球至太阳方向相对于卫星轨道平面的夹角，模糊度过程噪声包含  $\beta$  角的原因是 IFCB 与地球-太阳-卫星的相对位置有关（Pan et al, 2017）。

通过式（4.30）可以将 IFCB 吸收到无电离层模糊度参数中，由于本文采用随机游走策略估计实时窄巷 UPD 产品，因此估计出的实时窄巷 UPD 产品包含了 IFCB 的影响。图 4.44 中展示的序列为采用本文策略估计出的 GPS L1/L5 组合宽巷及窄巷 UPD。可以看出，由于吸收了 IFCB 值，L1/L5 组合的宽巷及窄巷 UPD 序列呈现明显的周期性波动。

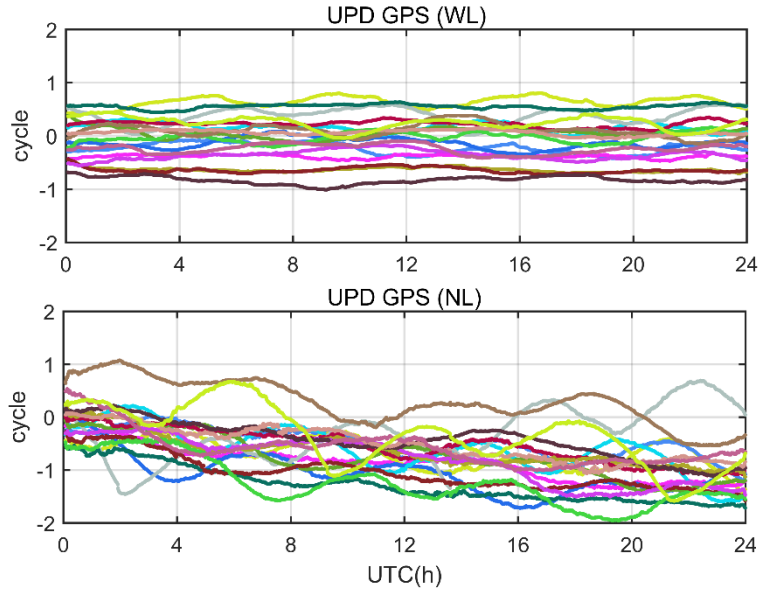


图 4.44 吸收 IFCB 后的 GPS L1/L5 组合宽巷 UPD 及窄巷 UPD 序列

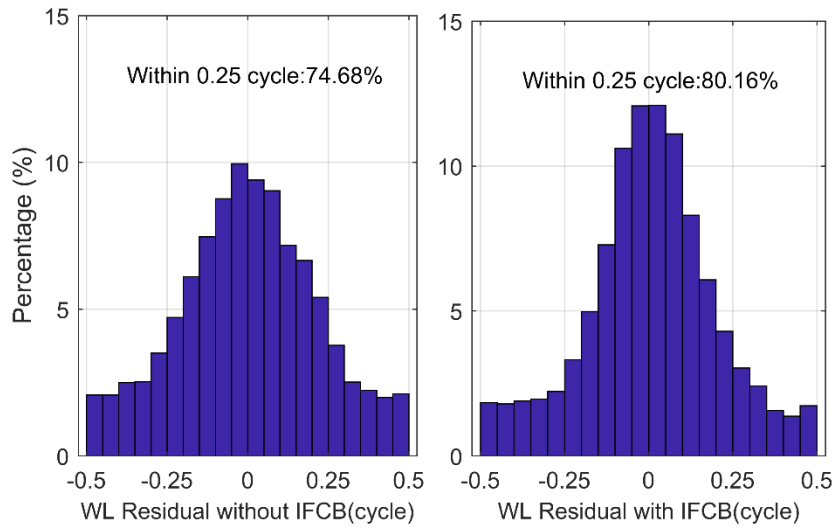


图 4.45 扣除 GPS L1/L5 组合宽巷 UPD 后的星间单差宽巷模糊度规整性结果

分别采用传统方法与本文提出的方法估计 GPS L1/L5 组合的宽巷 UPD 及窄巷 UPD 产品，然后选用 20 个 IGS 站进行定位验证。首先统计各测站扣除宽巷 UPD 之后的星间单差宽巷模糊度的浮点部分，理论上浮点部分应接近于 0，结果如图 4.42 所示。从图 4.42 中结果可以看出，当使用传统方法估计出的 GPS L1/L5 组合的宽巷 UPD 定位时，有 74.68% 的星间单差宽巷模糊度浮点部分小于 0.25 cycles；当采用本文提出的改进方法估计 GPS L1/L5 组合的宽巷 UPD 时，80.16% 的星间单差宽巷模糊度浮点部分小于 0.25 cycles，且扣除改进方法估计出的 UPD 后的星间单差宽巷模糊度明显更为规整，证明了本文提出的改进方法的有效性。

图 4.46 中给出了 KRGG 站和 PERT 站采用不同 GPS L1/L5 组合 UPD 产品的 PPP-AR 定位结果，图中红色序列表示采用传统 UPD 产品的定位结果，蓝色序列表示采用吸收了 IFCB 的 UPD 产品的定位结果。从图 4.46 中结果可以看出，采用吸收 IFCB 的 UPD 产品可以得到更优的定位结果，收敛时间和定位精度均有明显提升，证明了本文提出的 GPS L1/L5 组合 UPD 估计方法的有效性。

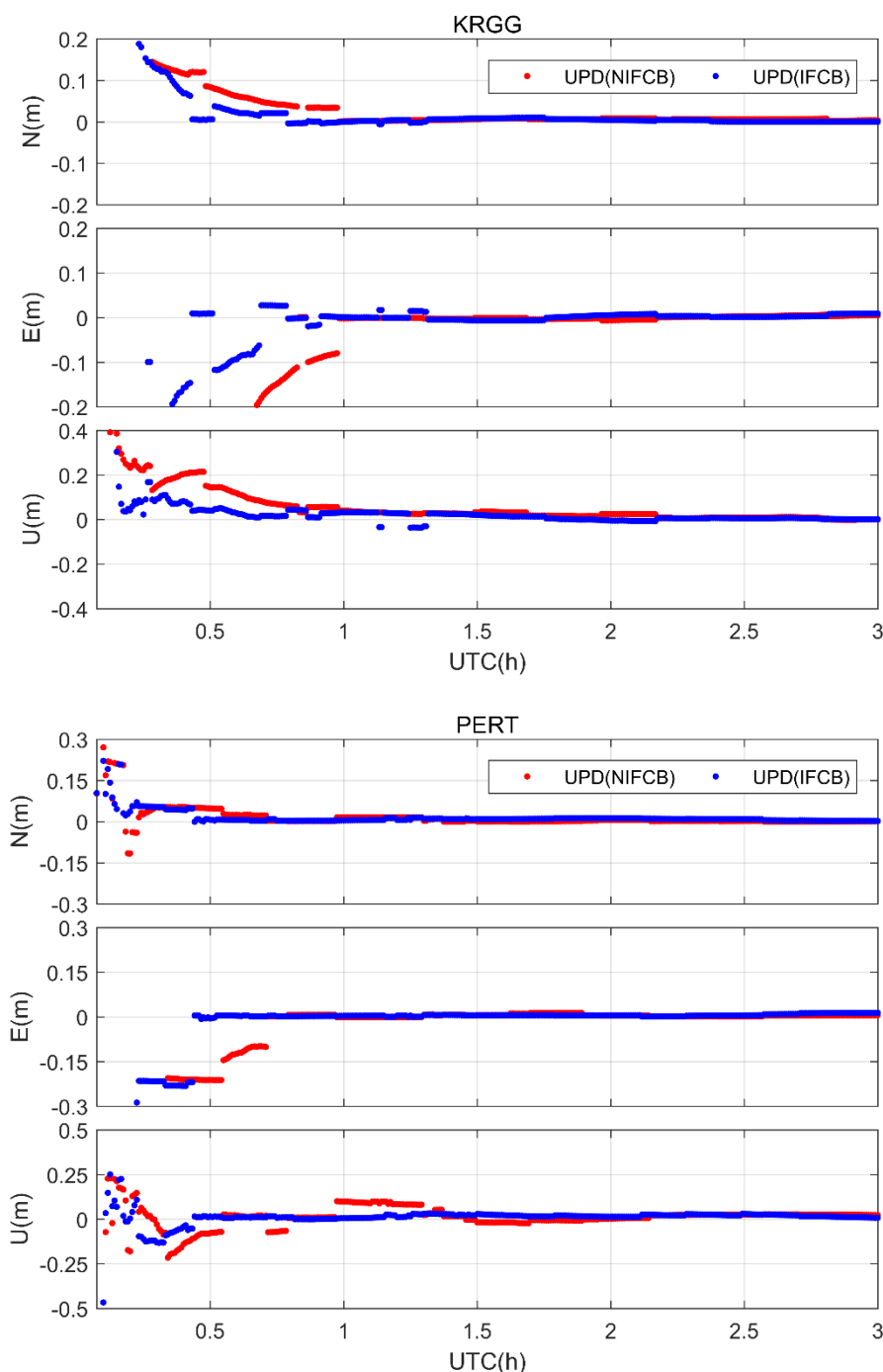


图 4.46 KRGG 站和 PERT 站采用不同 GPS L1/L5 组合 UPD 产品的 PPP-AR 定位结果

#### 4.2.5 相位 OSB 估计及结果分析

从 4.2.1 节中内容可知，服务端估计出的 UPD 产品同时包含了伪距延迟偏差与相位延迟偏差。服务端估计出的超宽巷 UPD、宽巷 UPD 和窄巷 UPD 可以表示为：

$$\left\{ \begin{array}{l} UPD_{ewl,ik} = \tilde{B}_i - \tilde{B}_k - \frac{f_i \cdot \tilde{b}_i + f_k \cdot \tilde{b}_k}{\lambda_{ewl} \cdot (f_i + f_k)} \\ UPD_{wl,ij} = \tilde{B}_i - \tilde{B}_j - \frac{f_i \cdot \tilde{b}_i + f_j \cdot \tilde{b}_j}{\lambda_{wl} \cdot (f_i + f_j)} \\ UPD_{nl,ij} = \frac{f_i \cdot (\tilde{B}_i - \tilde{b}_i / \lambda_i)}{f_i - f_j} - \frac{f_j \cdot (\tilde{B}_j - \tilde{b}_j / \lambda_j)}{f_i - f_j} \end{array} \right. \quad (4.31)$$

式中  $\tilde{B}_*$  和  $\tilde{b}_*$  分别表示原始频点的相位 OSB 和伪距 OSB； $\lambda_*$  表示各频点波长， $f_*$  表示各频点频率。根据公式 (4.8) 和公式 (4.31)，伪距 OSB 和相位 OSB 统一观测方程可以表示为：

$$\begin{bmatrix} DCB_{ij} \\ DCB_{ik} \\ \vdots \\ DCB_{in} \\ 0 \\ UPD_{nl,ij} \\ UPD_{wl,ij} \\ UPD_{ewl,ik} \\ \vdots \\ UPD_{ewl,in} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 \\ 1 & 0 & -1 & \vdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & \vdots & -1 & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 \\ \alpha_{ij} & \beta_{ij} & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 \\ -\alpha_{nl,ij} & -\beta_{nl,ij} & 0 & \vdots & 0 & \alpha_{nl,ij} & \beta_{nl,ij} & 0 & \vdots & 0 \\ \alpha_{wl,ij} & \beta_{wl,ij} & 0 & \vdots & 0 & 1 & -1 & 0 & \vdots & 0 \\ \alpha_{ewl,ik} & 0 & \beta_{ewl,ik} & \vdots & 0 & 1 & 0 & -1 & \vdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \alpha_{ewl,in} & 0 & 0 & \vdots & \beta_{ewl,in} & 1 & 0 & 0 & \vdots & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{b}_i \\ \tilde{b}_j \\ \tilde{b}_k \\ \vdots \\ \tilde{b}_n \\ \tilde{B}_i \\ \tilde{B}_j \\ \tilde{B}_k \\ \vdots \\ \tilde{B}_n \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

式中：



$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_{ij} = -\frac{\lambda_j^2}{\lambda_i^2 - \lambda_j^2}, \beta_{ij} = \frac{\lambda_i^2}{\lambda_i^2 - \lambda_j^2} \\ \alpha_{wl,ij} = \frac{\lambda_i - \lambda_j}{\lambda_i \cdot (\lambda_i + \lambda_j)}, \beta_{wl,ij} = \frac{\lambda_i - \lambda_j}{\lambda_j \cdot (\lambda_i + \lambda_j)} \\ \alpha_{ewl,ik} = \frac{\lambda_i - \lambda_k}{\lambda_i \cdot (\lambda_i + \lambda_k)}, \beta_{ewl,ik} = \frac{\lambda_i - \lambda_k}{\lambda_k \cdot (\lambda_i + \lambda_k)} \\ \alpha_{ewl,in} = \frac{\lambda_i - \lambda_n}{\lambda_i \cdot (\lambda_i + \lambda_n)}, \beta_{ewl,in} = \frac{\lambda_i - \lambda_n}{\lambda_n \cdot (\lambda_i + \lambda_n)} \\ \alpha_{nl,ij} = \frac{\lambda_j}{\lambda_i \cdot (\lambda_j - \lambda_i)}, \beta_{nl,ij} = \frac{\lambda_j}{\lambda_j \cdot (\lambda_j - \lambda_i)} \end{array} \right. \quad (4.33)$$

通过式 (4.32) 和式 (4.33)，便可将超宽巷、宽巷和窄巷相位偏差转换为观测值域的相位 OSB。图 4.47 展示了 2021 年年积日 13 天的相位 OSB 序列，图中每种颜色代表一颗卫星的结果。从图中结果可以看出，相位 OSB 序列在一天内十分稳定，基本上变化小于 0.1 ns。所有 GPS 卫星的相位 OSB 序列均十分平稳，部分 Galileo 卫星和 BDS 卫星的相位 OSB 序列波动相对较大，但也基本上小于 0.3 ns。

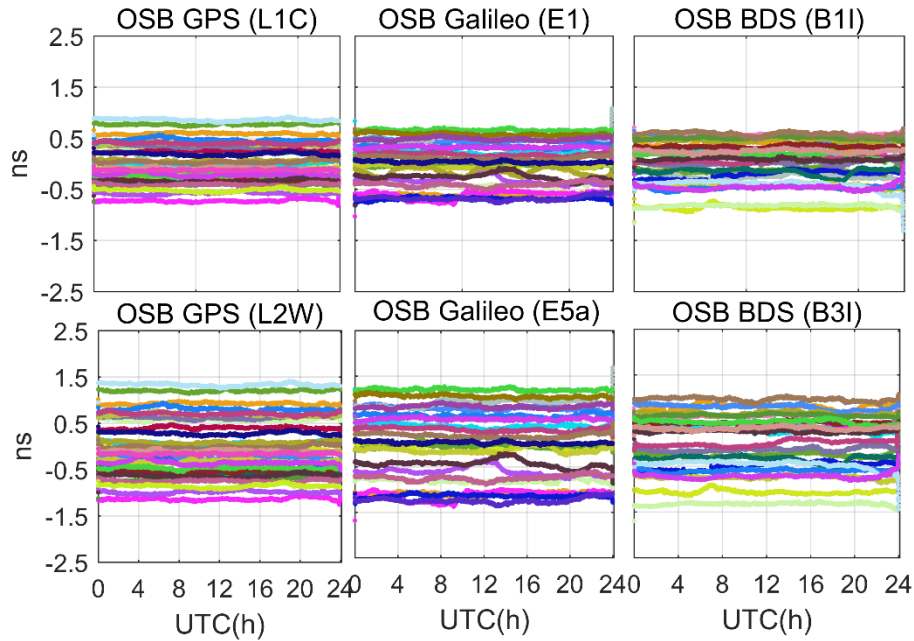


图 4.47 GPS/Galileo/BDS 相位 OSB 序列

### 4.3 本章小节

本章首先介绍了多频多系统差分码偏差 DCB 和相位小数偏差 UPD 的估计方法，讨论分析了原始观测值伪距、相位偏差与 DCB 及 UPD 之间的数据转换关系，在此基础上提出了 Multi-GNSS 原始观测值伪距及相位偏差估计方法。针对目前

实时 DCB 与 UPD 估计时所面临的问题，分别在 4.1.3 节中及 4.2.2 节中提出了对应的实时产品估计提升策略并进行实验验证。实验结果表明：

(1) 从 DCB 精度与稳定性方面分析：后处理模式生成的 Multi-GNSS DCB 产品的月稳定度优于 0.2 ns，且大部分频内及频间 DCB 月稳定度优于 0.1 ns；与 CAS DCB 产品的差异也均在 0.1 ns 左右，证明了本章实现的 DCB 估计算法的有效性与准确性。

(2) 为了满足高频次实时伪距偏差产品的更新需求，需要提升实时 DCB 产品的计算时间。在测站个数一定的情况下，本文评估分析了采用 12 h，18 h 和 24 h 观测数据时长估计出的 DCB 产品的精度，结果表明采用 18 h 数据即可估计出高精度的实时 DCB 产品；为了保证实时伪距偏差产品的稳定性，本文提出了一种实时 DCB 产品平滑处理方法，实验结果证明经平滑后卫星的 DCB STD 值明显变小，因此可以保证实时发布的伪距偏差产品的稳定性。

(3) 针对实时卫星轨道和卫星钟差精度较差的问题，本文提出了改进策略以提升实时窄巷 UPD 估计精度。结果表明，采用改进方法的 GPS，Galileo，BDS 的实时窄巷 UPD 估计残差分别为 0.041 cycle，0.043 cycle，0.094 cycle，相比传统方法的 0.054 cycle，0.057 cycle，0.11 cycle 有明显提升。

(4) 为了提升相位偏差产品的质量，本文对部分影响 UPD 产品估计精度的特殊偏差进行了精细处理，主要包括 BDS-2 卫星伪距偏差、BDS-2/BDS-3 系统内偏差以及 GPS 频率间钟偏差。结果表明修正 BDS 系统特殊偏差可以估计出更高质量的 BDS UPD 产品，UPD 产品的估计残差减小，且数据利用率也有明显提升。

(5) 对于实时 GPS L1/L5 组合用户，为了避免播发实时 IFCB 产品所造成的数据通讯负担，本文提出了一种方法将 IFCB 吸收到实时 UPD 产品中。实验验证结果表明，扣除改进方法估计出的 UPD 后的星间单差宽巷模糊度明显更为规整，且采用吸收 IFCB 的 UPD 产品可以得到更优的定位结果，收敛时间和定位精度均有明显提升，证明了本文提出的 GPS L1/L5 组合实时 UPD 估计方法的有效性。

## 第五章 基于原始观测值伪距/相位偏差产品的多频多系统实时

### PPP 模糊度固定

经过相位 OSB 修正后可以恢复 PPP 模糊度的整数特性，因此 GNSS 领域中的模糊度固定理论和方法同样适用于精密单点定位。对于 PPP 模糊度固定来说，由于 PPP 的模糊度参数与其他待估计参数之间存在较强的相关性，因此 PPP 估计出的模糊度参数更易受到未模型化误差及其他粗差的影响（赵兴旺，2011；李盼，2016）。对于实时 PPP-AR 来说，目前存在的问题主要有：（1）由于实时 PPP 直接将实时轨道、钟差及相位 OSB 产品当作已知值扣除，因此上述产品的精度不足问题会对实时 PPP 固定解性能产生影响；（2）理论上固定的模糊度数量越多则参数解的精度和可靠性越高。但是对于实时解算来说，单纯增加模糊度固定数量也会导致计算量大和固定成功概率低的问题，这样对于实时 PPP 的计算效率和快速收敛要求也会产生不利影响。因此需要采用合适的部分模糊度固定算法来改善实时 PPP 模糊度固定性能（Wang and Feng, 2013；李盼，2016）。为了避免上述问题对实时 PPP 模糊度固定解性能产生影响，本文将在简要总结 GNSS 模糊度固定已有方法的基础上，结合实时 PPP-AR 的特点，对实时 PPP-AR 的随机模型计算方法进行优化，并对根据优化算法得出的 PPP 固定解性能进行评估。

#### 5.1 基于 OSB 产品的 PPP 模糊度固定方法研究

对于双频 PPP 模糊度固定来说，由于 PPP 无电离层组合模糊度不具备整数特性，因此通常按照两步法依次固定宽巷模糊度和窄巷模糊度。宽巷模糊度固定的策略较为简单，在原始观测值上分别扣除伪距及相位 OSB 后，由 MW 组合平滑得到的 WL 模糊度经星间单差后即可直接采用取整法进行固定（张小红，2012）。窄巷模糊度需要由浮点无电离层模糊度和整周 WL 模糊度组合计算得到，与后处理 PPP 观测方程（公式（2.5）及公式（2.6））相比，实时 PPP 需要在其基础上额外的考虑实时卫星轨道误差，卫星钟差误差及实时 OSB 产品误差，可以表示为：

$$P_{r,IF}^s = \rho_r^s + d\theta^s + c \cdot dt_r - c \cdot (dt^s + \Delta dt^s) + T_{trop} + b_{r,P_{IF}} - (b_{P_{IF}}^s + \Delta b_{P_{IF}}^s) + e_{r,IF}^s \quad (5.1)$$

$$L_{r,IF}^s = \rho_r^s + d\theta^s + c \cdot dt_r - c \cdot (dt^s + \Delta dt^s) + T_{trop} + \lambda \cdot N_{IF}^s + b_{r,L_{IF}} - (b_{L_{IF}}^s + \Delta b_{L_{IF}}^s) + \varepsilon_{r,IF}^s$$

(5.2)

上式中， $d\theta^s$  和  $\Delta dt^s$  分别表示实时卫星轨道误差和钟差误差； $\Delta b_{p_{IF}}^s$  和  $\Delta b_{L_{IF}}^s$  分别表示伪距及相位 OSB 产品误差；其余参数与公式 (2.5) 及 (2.6) 相同。对于接收机端的伪距及相位 OSB，可以通过星间单差的方法进行消除。通过公式 (5.1) 及公式 (5.2) 解算出无电离层组合模糊度后，可通过公式 (5.3) 转换出窄巷模糊度，表示为：

$$\bar{N}_{r,NL}^s = \frac{f_1 + f_2}{f_1} \bar{N}_{r,IF}^s - \frac{f_2}{f_1 - f_2} N_{WL} \quad (5.3)$$

式中  $N_{WL}$  及  $\bar{N}_{r,IF}^s$  分别表示取整得出的整周宽巷模糊度和 PPP 解算出的浮点无电离层模糊度； $\bar{N}_{r,NL}^s$  表示转换得到的浮点窄巷模糊度，由于 PPP 时已经扣除了相位 OSB，因此转化出的  $\bar{N}_{r,NL}^s$  可以直接通过 LAMBDA 方法或 bootstrapping 方法进行固定 (Teunissen, 1995; Teunissen, 1998)。

对于多频模糊度固定来说，其本质是对波长较长、噪声水平低且不受电离层影响的高精度几何观测量 (Ambiguity-Fixed Ionosphere-Free, AFIF) 进行构造。其构造方式可以表示为：

$$P_{AFIF} = \frac{f_i}{f_i - f_k} L_{r,WL}^s - \frac{f_k}{f_i - f_k} L_{r,EWL}^s \quad (5.4)$$

其中：

$$\begin{cases} L_{r,WL}^s = \frac{f_i}{f_i - f_j} L_{r,i}^s - \frac{f_j}{f_i - f_j} L_{r,j}^s - \lambda_{WL} \cdot N_{r,WL}^s \\ L_{r,EWL}^s = \frac{f_i}{f_i - f_j} L_{r,j}^s - \frac{f_j}{f_i - f_j} L_{r,k}^s - \lambda_{EWL} \cdot N_{r,EWL}^s \end{cases} \quad (5.5)$$

经过相位 OSB 修正后，(5.5) 中的整周 WL 模糊度  $N_{r,WL}^s$  和  $N_{r,EWL}^s$  可以直接通过取整得到，因此 AFIF 组合观测值  $P_{AFIF}$  可以作为高精度的距离观测值参与 PPP 浮点解解算，实现 PPP 模糊度快速固定。从公式 (5.5) 中可以看出，AFIF 组合会放大相位观测值噪声，但是由于其不受到伪距多路径及伪距噪声的影响，其精度明显优于伪距观测值 (李昕, 2021)。

## 5.2 实时 PPP-AR 随机模型优化

2.1.3 节中介绍了常用的高度角定权法和信噪比定权法，这两种方法对于双差定位或者后处理 PPP 是有效的。然而对于实时 PPP 或者实时 PPP-AR 解算，由于受到实时卫星轨道误差、钟差误差以及 OSB 产品误差的影响，观测方程的噪声主要由各个模型的误差组成，表示为用户等效距离误差（User Equivalence Range Error, UERE）：

$$\sigma_{UERE}^2 = \sigma_{orb}^2 + \sigma_{clk}^2 + \sigma_{ion}^2 + \sigma_{trop}^2 + \sigma_{osb}^2 + \sigma_{ele}^2 \quad (5.6)$$

上式中， $\sigma_{orb}$  和  $\sigma_{clk}$  分别表示实时卫星轨道和卫星钟差误差，可以利用第三章评估结果作为参考值； $\sigma_{ion}$  表示电离层延迟改正误差，当采用无电离层模型或者对电离层参数进行估计时可以不考虑； $\sigma_{trop}$  表示对流层延迟改正误差，PPP 通常会对对流层湿延迟改正残余项进行估计，因此这一项误差在 PPP 时可以忽略； $\sigma_{osb}^2$  表示实时伪距及相位偏差产品的误差； $\sigma_{ele}$  表示观测值噪声，通常与高度角相关。

$$\sigma_{ele}^2 = \sigma_0^2 \cdot \left(0.5 + \frac{0.5}{\sin(ele)}\right)^2 \quad (5.7)$$

为了简化模型，可以将用户等效距离误差拆分为与高度角无关和与高度角相关的两部分，则上式可以简化为：

$$\sigma_{UERE}^2 = \sigma_{SISURE}^2 + \sigma_{ele}^2 \quad (5.8)$$

上式中， $\sigma_{SISURE}$  表示空间信号精度，主要与卫星轨道误差、卫星钟差误差和卫星 OSB 产品偏差有关， $\sigma_{ele}$  一般按高度角进行定权。因此随机模型可以表示为：

$$W = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_{1,UERE}^2} & & \\ & \ddots & \\ & & \frac{1}{\sigma_{n,UERE}^2} \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

## 5.3 实时 PPP-AR 的模糊度固定策略

实时 PPP-AR 的模糊度固定策略关键主要有三个，分别是：（1）部分模糊度固定子集的选取；（2）模糊度固定结果的可靠性检核；（3）固定的整周模糊度如何对 PPP 方程进行约束。本节将主要对这三个问题进行研究分析。

### 5.3.1 部分模糊度固定模糊度子集选取策略

通常正确固定的模糊度个数越多，则得到的固定解坐标精度越可靠。但很多时候固定所有的模糊度也会造成计算缓慢和固定率降低的问题。研究表明仅固定一部分模糊度同样可以得到精度可靠的固定解坐标，因此在进行 PPP 模糊度固定时可以考虑选用一个最优的模糊度子集进行固定。目前部分模糊度子集选取策略主要分为模型驱动（Model driven partial ambiguity fixing）和数据驱动（Data driven partial ambiguity fixing）两种。模型驱动的核心是通过 LAMBDA 方法的降相关处理（Teunissen, 1995），降低原始模糊度参数之间的相关性，然后从降相关模糊度向量中选取最优子集（Wang and Feng, 2013; 李盼, 2016）。数据驱动的核心是直接根据原始浮点解模糊度的精度指标进行模糊度子集选择，通常选用浮点解模糊度方差来作为精度指标（Li et al, 2014）。

模型驱动的部分模糊度固定程序执行流程可以简述为：

（1）首先对浮点模糊度子集进行预筛选，剔除掉高度角小于  $10^\circ$  和模糊度方差大于 1.5 周的模糊度；

（2）对原始浮点模糊度进行降相关处理，将降相关处理后的模糊度子集按照方差大小进行降序排列；

（3）使用 LAMBDA 方法尝试固定所有的窄巷模糊度，如果不能通过 ratio 检验则剔除方差最大的模糊度继续重复 LAMBDA，直到剩余的模糊度个数小于全部模糊度个数的一半；

（4）若通过 ratio 检验的模糊度个数大于全部模糊度个数的一半，则认为模糊度固定成功，否则程序退出保留浮点解。

模型驱动的部分模糊度固定策略流程可以表示为：

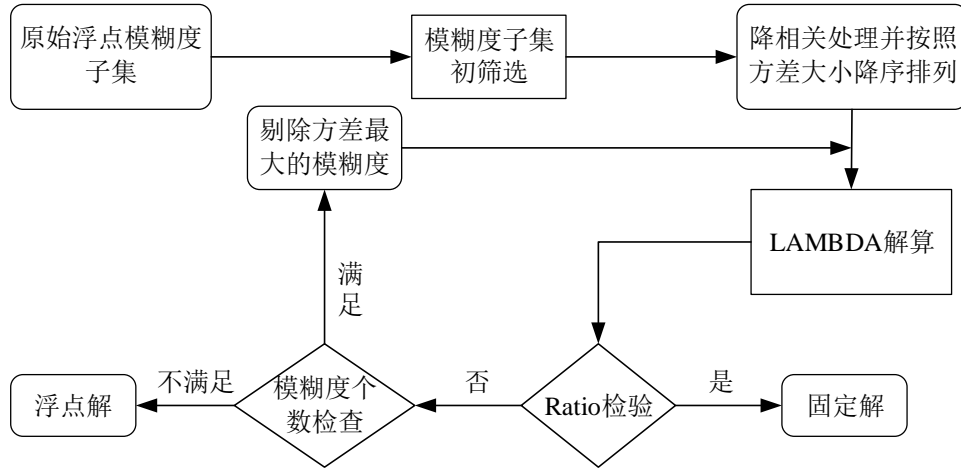


图 5.1 模型驱动的部分模糊度固定流程

由于低高度角卫星更容易受到多路径效应和对流层映射函数误差的影响，因此低高度角卫星的模糊度参数也更容易被异常误差影响。本文在进行数据驱动的部分模糊度固定子集选取时，对于刚开始时段的模糊度子集选取，不以浮点模糊度的方差作为子集选取标准，而是以模糊度对应的高度角进行子集选取。当某一历元的模糊度成功固定后，需要对成功固定的模糊度参数进行标记，后续历元优先选用固定过的浮点模糊度子集进行固定。本文采用的数据驱动的部分模糊度子集选取流程为：

（1）首先对浮点模糊度子集进行预筛选，剔除掉高度角小于  $10^\circ$  和模糊度方差大于 1.5 周的模糊度，这样可以加速后续模糊度子集的确定；

（2）对于刚开始时段，将所有浮点模糊度按照卫星高度角大小进行降序排列，确定为第一个模糊度固定子集；

（3）使用 LAMBDA 方法尝试固定子集中所有的模糊度，如果能够成功通过 ratio 检验，标记固定到的模糊度参数；否则检查待固定的子集中模糊度参数个数是否少于所有模糊度个数的一半，如果少于则认为当前历元模糊度固定失败，输出浮点解。如果不少于，则执行第四步。

（4）优先剔除模糊度子集中没有被固定过的模糊度参数，否则按照高度角大小剔除高度角最低的模糊度参数，然后重复操作（3）步骤。

数据驱动的部分模糊度固定策略流程可以表示为：

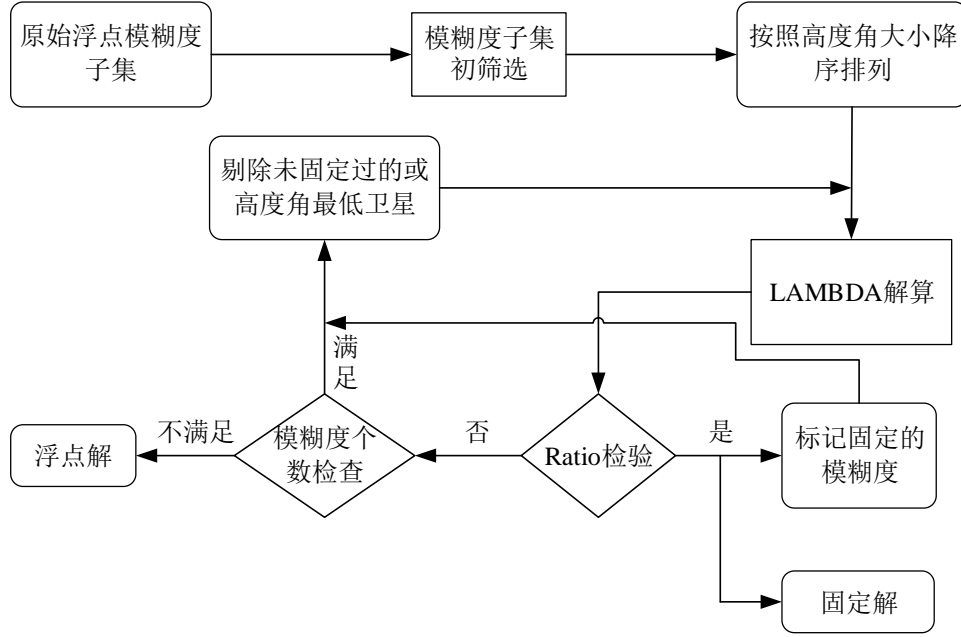


图 5.2 数据驱动的部分模糊度固定流程

### 5.3.2 模糊度固定可靠性检核

当模糊度参数正确固定时可以提高 GNSS 的定位精度，当模糊度参数固定错误时会导致定位结果出现厘米级甚至分米级偏差，因此需要对固定出的模糊度参数进行可靠性检核（Teunissen, 2013；李盼, 2016）。本节分别介绍两种常用的模糊度固定可靠性检核指标：成功率和 ratio-test（Teunissen, 1998）。同时，针对目前服务端 PPP-AR 通常是进行静态解算的特点，本文还采用了一种基于静态坐标历元间差异的可靠性检验方法（王思遥, 2020）。

#### 成功率检核

模糊度固定成功率方法的有效性取决于浮点模糊度的精度，理论上浮点模糊度精度越高，则固定出正确模糊度参数的概率也就越高。成功率可以通过概率函数确定，表示为：

$$P_0 = 1 - \sum_{i=1}^{\infty} \left( \Phi\left(\frac{i - |\hat{N} - N|}{\sqrt{2}\sigma_{\hat{N}}}\right) - \Phi\left(\frac{i + |\hat{N} - N|}{\sqrt{2}\sigma_{\hat{N}}}\right) \right) \quad (5.10)$$

其中， $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp(-\frac{1}{2}v^2)dv$ ； $\hat{N}$  为模糊度浮点解； $\sigma_{\hat{N}}$  表示浮点模糊度标准

差； $N$  表示浮点模糊度取整后的整数值。通常在使用成功率进行模糊度固定正



确性检核时，需要给定一个置信水平  $\alpha$ ，如果按照式（5.10）计算出的  $P_0$  大于  $1-\alpha$ ，则认为模糊度固定正确。

成功率检核指标的优点是计算简单，但是由于成功率计算指标并不直接依赖于实际测量信息，因此会存在计算出的指标虚高的问题，因此单纯依赖成功率指标来进行模糊度固定可靠性检核是不足的（李盼，2016）。

### Ratio-test 检核

Ratio-test 指标指的是模糊度搜索出的最优整数解残差二次型和次优整数解残差二次型的比值，理论上选取最优解的原则是最优解的残差二次型要明显优于次优解的残差二次型。其计算公式为：

$$Ratio = \frac{(\hat{N} - \tilde{N}_2)^T Q_{\hat{N}}^{-1} (\hat{N} - \tilde{N}_2)}{(\hat{N} - \tilde{N})^T Q_{\hat{N}}^{-1} (\hat{N} - \tilde{N})} \quad (5.11)$$

其中  $\hat{N}$  和  $Q_{\hat{N}}$  分别表示浮点模糊度及其对应的协方差矩阵； $\tilde{N}_2$  和  $\tilde{N}$  分别表示次优整数解和最优整数解。目前常见的 Ratio-test 是提前设定一个固定阈值进行检核，例如设定阈值为 3，当 ratio 值大于阈值时，则认为模糊度固定正确；当 ratio 值小于阈值时，则认为模糊度不能正确固定。当固定阈值设定过大时，正确的模糊度固定结果可能被排除；当固定阈值设定过小时，错误的模糊度固定结果可能被接受。因此经验性的确定一个固定阈值作为 ratio 检核指标并不十分可靠。

针对上述问题，Teunissen 提出了固定失败率的整数最小二乘方法用于模糊度解算。基于模糊度固定失败率的检核并不设定一个固定阈值，而是预先根据建立的查询表来动态的计算阈值，因此理论上来说更加严密（Verhagen and Teunissen, 2013）。但是值得注意的是，ratio 检验结果与模糊度固定成功率没有必然联系，只是大量数据测试得出的经验结果。

### 静态坐标历元间差异的可靠性检核

模糊度参数在 PPP 解算时可以视为时不变参数，如果某个历元模糊度参数被正确固定，那么其固定值在后续历元应该是保持不变的，基于这一理论 Parkins（2011）利用模糊度参数进行历元间固定信息传递，通过判断连续历元的模糊度参数是否一致对模糊度固定的可靠性进行检核。然而直接对不同历元模糊度子集中固定元素进行比较是不便的，当采用部分模糊度固定策略时，不同历元固定的模糊度参数可能并不一致。实际上，当模糊度参数被正确固定后，即便不同历元固定的模糊度子集并不相同，但是对应的固定解坐标差距应该是很小的。因此对于静态定位来说，可以预先给定一个坐标差阈值  $\Delta Coor$ ，如果某个历元

模糊度固定后获得了坐标固定解  $Coor_{ref}$ ，如果后续历元模糊度固定后得到的坐标解与  $Coor_{ref}$  相比小于坐标差阈值  $\Delta Coor$ ，则认为模糊度固定正确；否则认为模糊度固定错误。静态坐标历元间差异的可靠性检核流程可以表示为：

(1) 对于首次模糊度固定的历元，记录下其固定解坐标  $Coor_{ref}$ ，并设置累积历元检核参数  $N_s$  为 0；

(2) 对于之后的连续成功固定历元，假设该历元坐标固定解  $Coor_{fix}$  与  $Coor_{ref}$  的差异小于阈值，则对  $N_s$  参数累加；否则认为参考固定坐标有可能是错误的，需要将  $N_s$  重置为 0，并将参考坐标  $Coor_{ref}$  设置为  $Coor_{fix}$ ；

(3) 当累积历元检核参数  $N_s$  达到一定值后，比如 20 个历元，则可以认为当前模糊度坐标固定解正确。

### 5.3.3 模糊度固定浮点解转固定解

为了得到固定解下的精确坐标，通常可以将固定好的整周模糊度直接带入到原观测方程中或者是将整周模糊度作为虚拟观测值对 PPP 重新进行滤波（Takasu and Yasuda, 2010）。对于动态定位来说，虽然可以对模糊度固定的准确性进行检核，但是仍然可能存在错误的模糊度固定结果，此时直接采用错误的模糊度参数进行滤波会导致 PPP 浮点解算出错，使定位结果出现发散现象。针对这一问题，本文利用 PPP 解算坐标参数与模糊度参数之间的协方差关系进行浮点解与固定解之间的坐标转换（王艺希, 2017）。这一方法的优势是即使模糊度固定结果错误也仅会影响当前历元的坐标定位结果，对后续历元的 PPP 浮点解算不会产生影响。当采用 LAMBDA 方法得到模糊度固定值后，可以利用公式 (5.12) 得到坐标参数固定解，表示为：

$$\dot{X} = \tilde{X} + Q_{\tilde{X}\tilde{N}} Q_N^{-1} (\dot{N} - \tilde{N}) \quad (5.12)$$

式中  $\dot{X}$  和  $\tilde{X}$  分别表示坐标参数固定解和浮点解； $\dot{N}$  和  $\tilde{N}$  分别表示模糊度参数固定值和浮点值； $Q_{\tilde{X}\tilde{N}}$  表示坐标参数与模糊度参数之间的协方差矩阵； $Q_N^{-1}$  表示模糊度参数协方差矩阵的逆矩阵。

## 5.4 实时多频多系统 PPP-AR 定位性能分析

5.1~5.3 节中研究分析了实时多频多系统 PPP 模糊度固定方法及对应的模糊度固定策略。基于上述研究方法及策略，本节将评估实时多频多系统 PPP-AR 定位性能。

### 5.4.1 实时 PPP-AR 定位性能评估分析

为了对基于 OSB 产品的实时 PPP-AR 定位性能进行评估，本文选择了 20 个全球均匀分布的 IGS 站 2021 年 DOY 1~30 的观测数据进行定位验证，其位置分布图如图 5.3 所示。实验时采用的实时 OSB 产品均为利用本文第四章提出的算法估计得到。

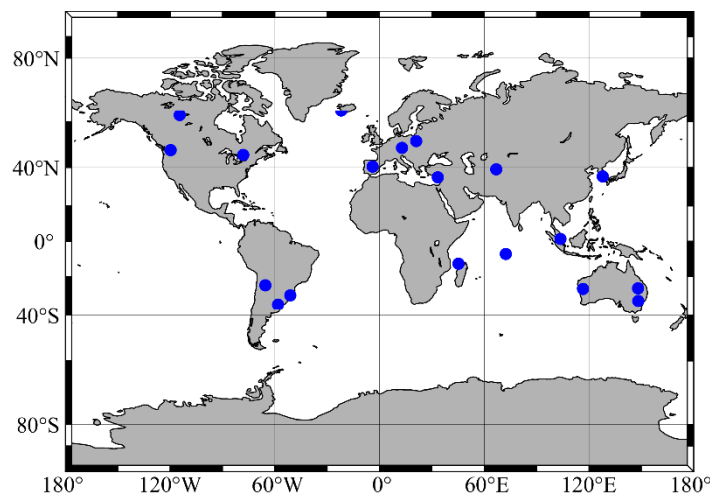


图 5.3 PPP 定位验证 20 个 MGEX 站分布图

为了对实时 PPP-AR 的整体定位性能进行评估，本文统计了所有测站一个月的平均点位误差，计算时所有测站的参考坐标采用 SINEX 文件中提供的坐标值。分别采用 GPS (L1/L2)、Galileo (E1/E5a)、BDS (B1I/B3I) 观测数据进行静态定位和静态模拟动态定位。

首先对静态定位性能进行评估分析，图 5.4~图 5.6 分别表示 GPS、GPS+BDS 和 GPS+BDS+Galileo 的静态定位误差序列，实验时每 3 小时初始化一次，图中每个点表示该历元所有测站定位误差一个月的平均值。从图中结果可以看出，PPP 浮点解和 PPP-AR 的定位误差在 N、E 和 U 方向是一致的，但是 PPP-AR 的收敛速度明显要优于 PPP 浮点解，特别是 E 方向的优势最为明显。三系统的定位误差序列相比于单系统和双系统结果最为平滑，且收敛速度也更快。因此增加卫星数可以显著提升实时静态 PPP-AR 的定位性能。

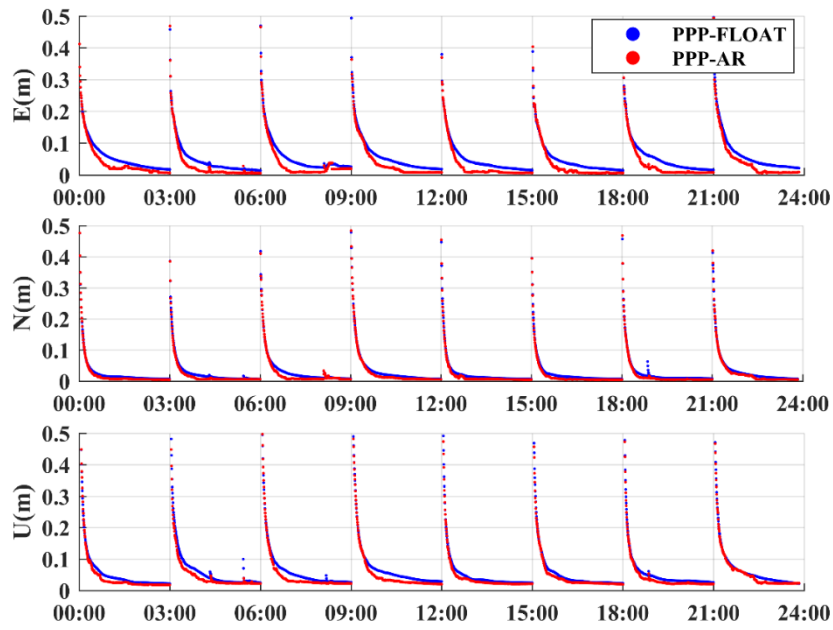


图 5.4 单 GPS 系统的实时静态 PPP 浮点解和固定解静态定位误差序列

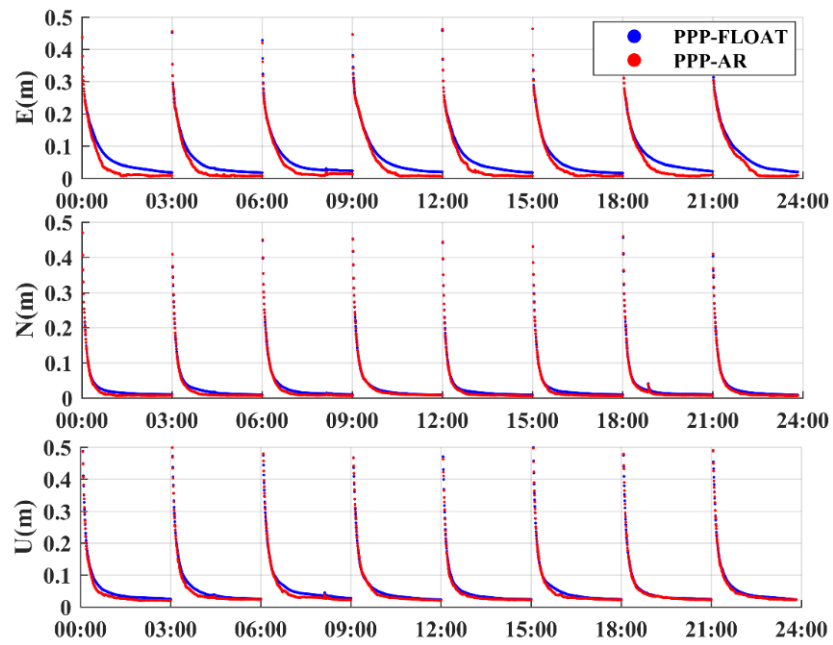


图 5.5 GPS+BDS 系统的实时静态 PPP 浮点解和固定解静态定位误差序列

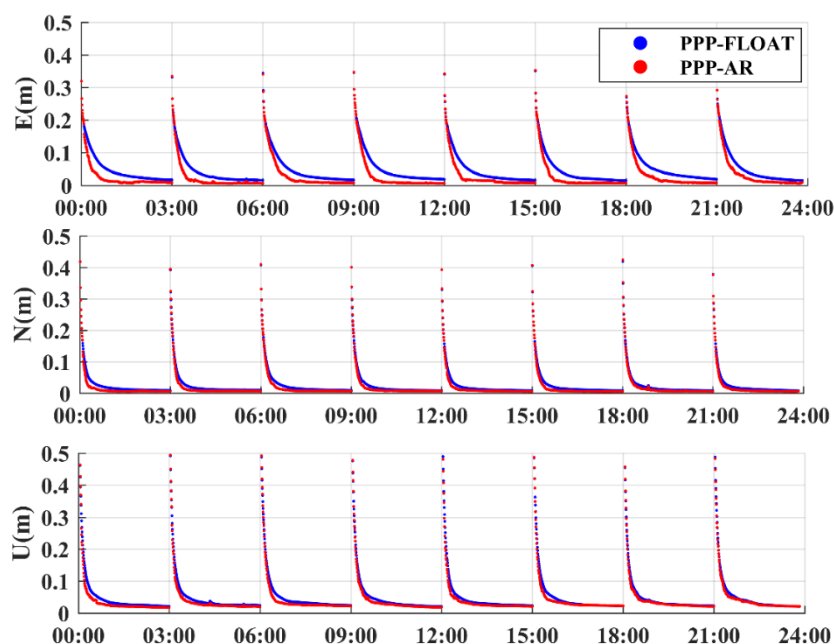


图 5.6 GPS+BDS+Galileo 系统的实时静态 PPP 浮点解和固定解定位误差序列

为了进一步评估实时多系统 PPP-AR 的静态定位性能，图 5.7 中按照 10 分钟的时间间隔统计并显示了静态 PPP 和静态 PPP-AR 的收敛时间分布情况。在统计收敛时间时，滤波收敛定义为平面方向和高程方向定位偏差连续 20 个历元小于 10 cm。可以看出，PPP-AR 的收敛时间相对于 PPP 的收敛时间有明显减小。对于 GPS 单系统 PPP-AR 定位结果，收敛时间少于 10 min 和 20 min 的比例分别是 24.0% 和 69.5%；对于 GPS+BDS 双系统 PPP-AR 定位结果，收敛时间少于 10 min 和 20 min 的比例分别是 28.7% 和 68.5%；对于 GPS+BDS+Galileo 三系统定位结果，收敛时间少于 10 min 和 20 min 的比例分别是 76.1% 和 94.8%。三系统定位性能最优，主要原因是随着卫星数量的增加，PDOP 值也会逐渐减小。图 5.4~图 5.7 中结果表明，实时 PPP-AR 的定位性能相较于实时 PPP 有明显提升，并且多系统解算可以进一步减小实时 PPP-AR 的定位收敛时间。

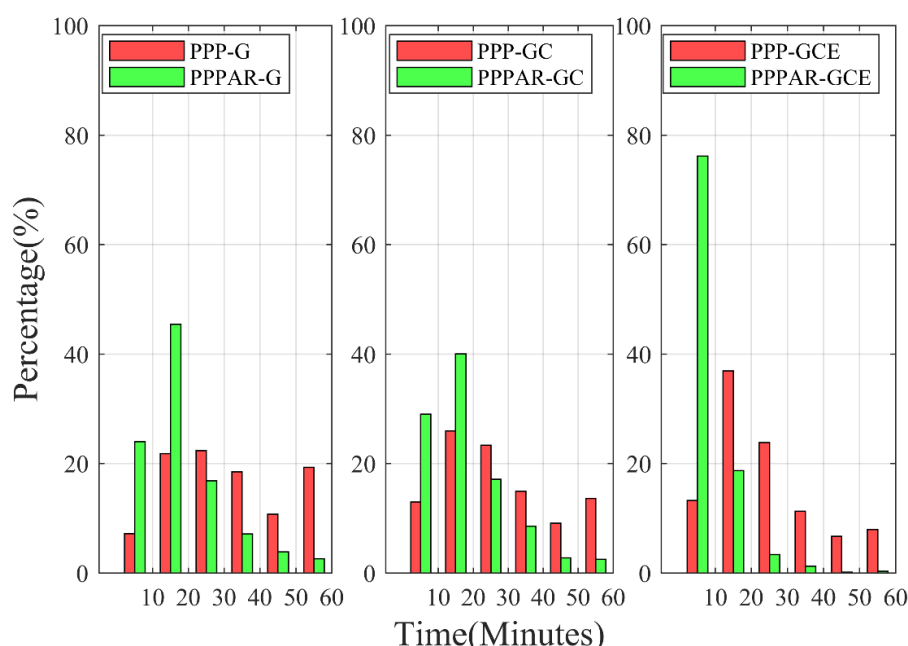


图 5.7 静态定位模式的实时 PPP 和 PPP-AR 收敛时间分布

表 5.1 中展示了静态模式下定位收敛后不同定位方案的定位误差序列 RMS 值。可以看出，实时静态 PPP-AR 的定位误差要小于 PPP 的定位误差，GPS、GPS+BDS 和 GPS+BDS+Galileo 的定位提升比例分别为 21.6%，30.7%，30.6%。实时三系统静态 PPP-AR 可以取得收敛后 0.019 m 的最优定位精度。

表 5.1 静态定位模式下不同处理方法的定位误差 RMS 和改进情况

System	PPP(m)	PPPAR(m)	Improvement(%)
G	0.033	0.026	21.6%
GC	0.031	0.021	30.7%
GCE	0.028	0.019	30.6%

与静态定位性能评估方法类似，图 5.8 表示 GPS+BDS+Galileo 的实时动态 PPP-AR 定位误差序列。从图中结果可以看出，动态 PPP-AR 的定位精度与收敛速度相比于浮点解均有明显提升，E 方向的提升最为明显。与静态定位结果相比，动态定位序列整体上波动更大。

图 5.9 中按照 10 分钟的时间间隔统计并显示了动态 PPP 和动态 PPP-AR 的收敛时间分布情况。从图中结果可以看出，收敛时间少于 10 min 和 20 min 的单 GPS 实时浮点 PPP 比例分别为 5.0%和 22.5%，对应的实时 PPP-AR 比例分别为 17.2%和 54.8%；对于 GPS+BDS 定位结果，浮点 PPP 收敛时间少于 10 min 和 20 min 的比例分别为 9.8%和 38.9%，PPP-AR 收敛时间少于 10 min 和 20 min 的比例分别为 29.8%和 73.2%；对于 GPS+BDS+Galileo 三系统来说，实时浮点 PPP 收敛时间少于 10 min 和 20 min 的比例分别为 10.53%和 41.1%，实时 PPP-AR 定位收敛时间少于 10 min 和 20 min 的比例分别为 73.3%和 94.0%。上述结果表明

多系统组合解算可以显著提升动态 PPP-AR 的定位收敛速度。

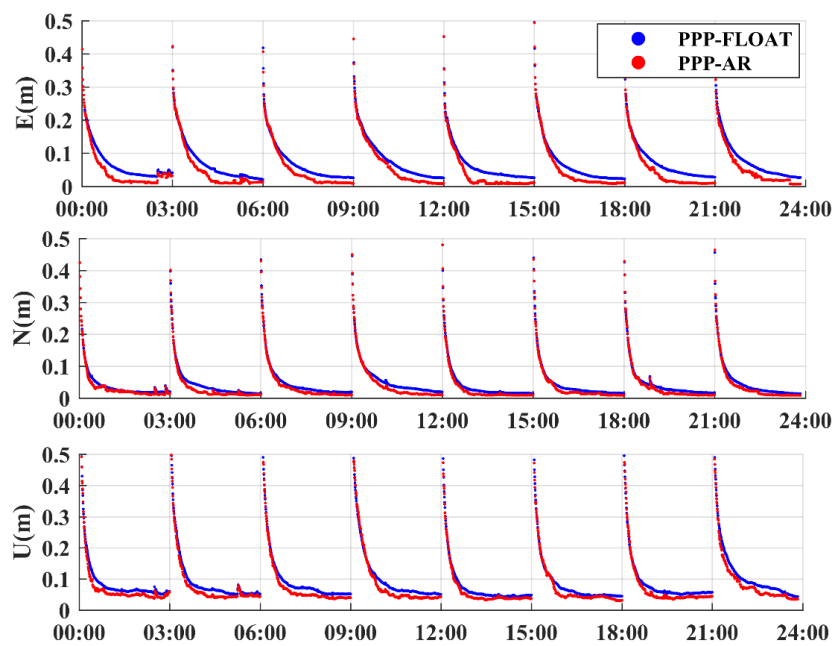


图 5.8 GPS+BDS+Galileo 系统的实时动态 PPP 浮点解和固定解定位误差序列

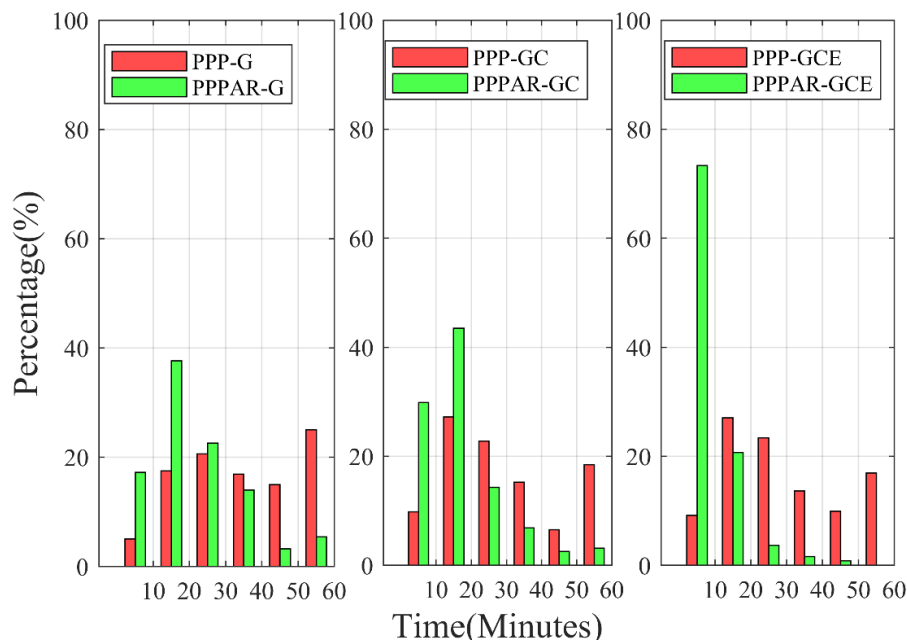


图 5.9 动态定位模式的实时 PPP 和 PPP-AR 收敛时间分布

表 5.2 不同时间节段内实时动态 PPP 和 PPP-AR 的定位误差 RMS 统计结果（单位：m）

Methods	Direction	0~10	10~20	20~30	30~60	60~120	120~180
		min	min	min	min	min	min
PPP-G	N	0.255	0.087	0.051	0.030	0.022	0.015
	E	0.182	0.096	0.080	0.069	0.046	0.024
	U	0.490	0.137	0.078	0.060	0.056	0.043
PPP-AR (G)	N	0.246	0.082	0.039	0.017	0.014	0.011
	E	0.181	0.087	0.057	0.028	0.012	0.011
	U	0.485	0.135	0.063	0.042	0.037	0.033
PPP-GC	N	0.191	0.065	0.039	0.025	0.018	0.015
	E	0.175	0.082	0.074	0.068	0.038	0.021
	U	0.462	0.131	0.078	0.055	0.050	0.045
PPP-AR (GC)	N	0.190	0.050	0.025	0.018	0.014	0.011
	E	0.174	0.078	0.051	0.021	0.009	0.008
	U	0.457	0.118	0.060	0.040	0.035	0.031
PPP-GEC	N	0.141	0.042	0.022	0.016	0.013	0.012
	E	0.135	0.081	0.069	0.043	0.025	0.019
	U	0.348	0.099	0.054	0.039	0.040	0.038
PPP-AR (GEC)	N	0.131	0.017	0.010	0.008	0.008	0.008
	E	0.117	0.025	0.013	0.008	0.007	0.008
	U	0.330	0.050	0.031	0.026	0.031	0.031

表 5.2 中列出了不同时间节段内（0~10，10~20，20~30，30~60，60~120，120~180 min）实时动态 PPP 和 PPP-AR 的定位误差 RMS 统计结果。表 5.2 中结果表明，对于相同时间节段，PPP-AR 的定位精度明显优于浮点 PPP 定位精度，



并且多系统 PPP-AR 的定位误差 RMS 也小于单系统、双系统的定位误差 RMS。对于 GPS+BDS+Galileo 三系统动态 PPP-AR 定位模式，定位 10~20 min 后可以在 N, E, U 方向达到 1.7 cm, 2.5 cm 和 5.0 cm 的厘米级定位精度；GPS+BDS 在定位 20~30 min 后可以在 N, E, U 方向达到 2.5 cm, 5.1 cm, 6.0 cm 的厘米级定位精度；而单 GPS 系统 PPP-AR 在定位 20~30 min 后可以达到 3.9 cm, 5.7 cm 和 6.3 cm 的厘米级定位精度。

以上研究结果表明多系统组合能够显著提升实时 PPP-AR 定位性能，定位收敛时间和收敛后的定位误差明显减小。在此基础上，对多频与双频的定位结果进行对比。图 5.10 和图 5.11 分别展示了 ABMF 站和 MIZU 站双频 PPP-AR 和三频 PPP-AR 的静态和动态定位结果。图中左子图表示静态定位结果，右子图表示动态定位结果，图中蓝色序列表示双频 PPP-AR 定位结果，红色序列表示三频 PPP-AR 定位结果。从图中可以明显看出，无论是静态还是动态定位，三频 PPP-AR 相比于双频在定位收敛阶段均有提升，收敛速度更快及需要首次固定的时间更短。从定位精度来说，收敛后的双频 PPP-AR 与三频 PPP-AR 定位精度并没有明显差异，均能取得稳定可靠的定位结果。

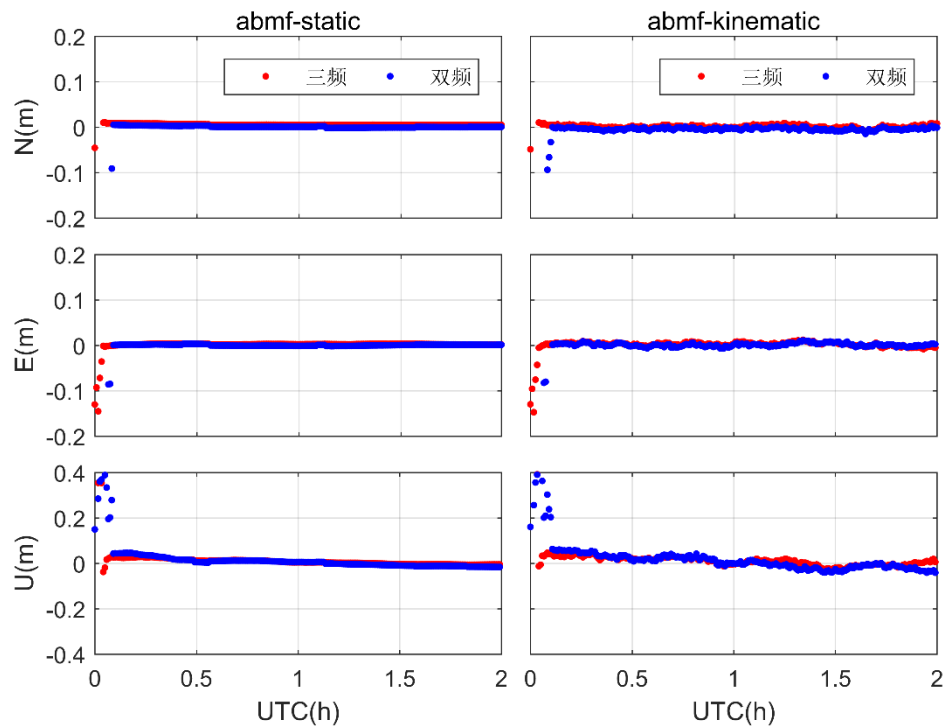


图 5.10 ABMF 测站 2021 年 DOY 001 的双频 PPP-AR 与三频 PPP-AR 定位序列（左边为静态定位结果，右边为动态定位结果）

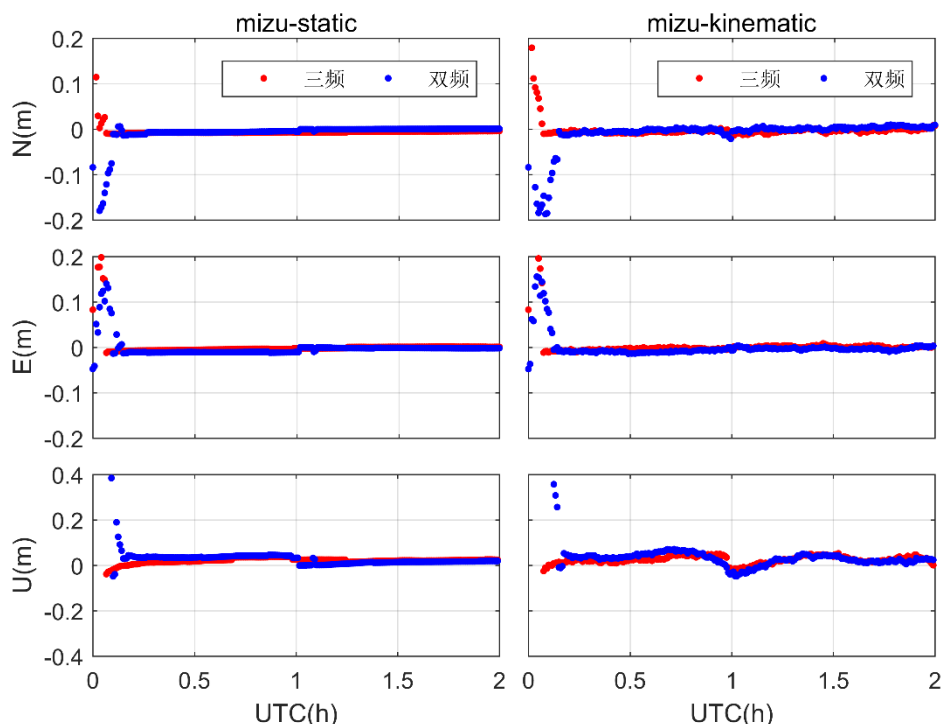


图 5.11 MIZU 测站 2021 年 DOY 001 的双频 PPP-AR 与三频 PPP-AR 定位序列

#### 5.4.2 随机模型优化对实时 PPP-AR 定位性能的影响

从 5.2 节可知，实时 PPP-AR 的定位性能会受到实时轨道、钟差及 OSB 产品精度的影响，因此需要对随机模型优化以改善定位性能。为了验证评估本文提出的随机模型优化策略对实时 PPP-AR 定位性能的影响，选择了 10 个 IGS 站 2021 年 DOY 001~003 的观测数据进行定位验证。实验时首先采用 WUM 发布的实时轨道钟差产品进行实时 OSB 产品解算，然后基于实时产品进行 PPP-AR 定位实验。为了充分评估随机模型优化对实时 PPP-AR 定位性能的提升效果，本文主要从收敛时间、收敛后定位精度以及模糊度固定率 3 个方面进行评估。由于随机模型对于动态定位的影响更为显著，因此本文在进行 PPP-AR 定位实验时主要采用动态定位模式。

以 2021 年 DOY 001 的 HOFN 站动态定位结果为例。图中红色序列表示采用原始随机模型的动态 PPP-AR 定位误差，蓝色序列表示采用改进随机模型的动态 PPP-AR 定位误差。从图 5.12 中结果可以看出，采用改进随机模型可以明显提升动态 PPP-AR 的定位收敛速度，且收敛后的定位精度也更加稳定，证明了本文提出的改进随机模型的可靠性与有效性。

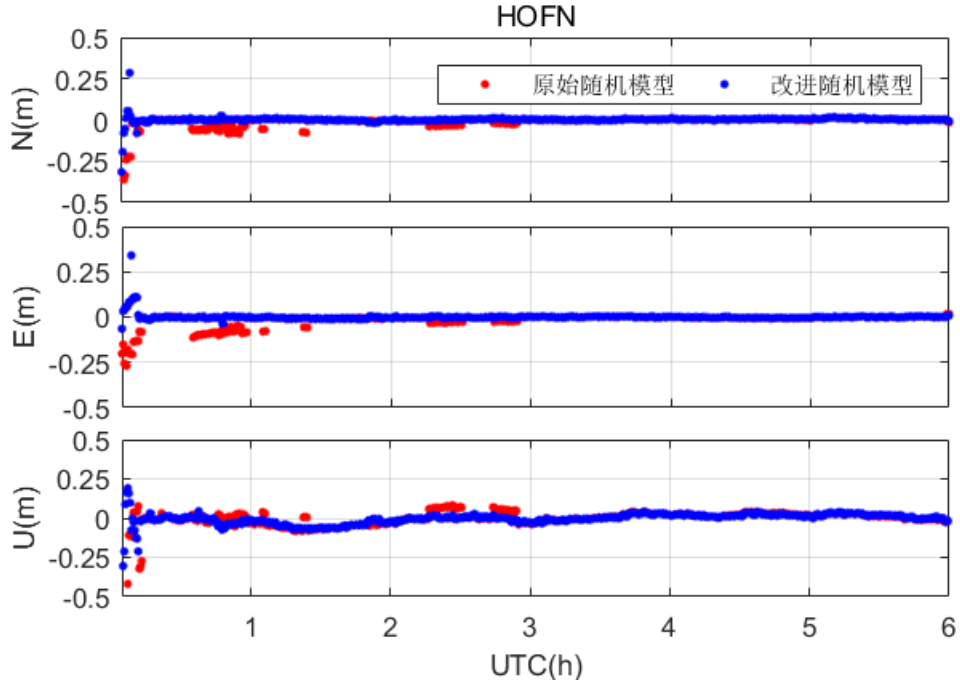


图 5.12 HOFN 测站 2021 年 DOY 001 的不同随机模型 PPP-AR 定位序列

进一步统计所有测站采用不同随机模型进行动态 PPP-AR 的平均收敛时间，收敛时间的定义是平面方向和高程方向定位偏差连续 20 个历元小于 10 cm。图 5.13 展示了 10 个 MGEX 站采用不同随机模型的动态 PPP-AR 收敛时间统计结果，可以看出采用改进的随机模型后所有测站的收敛速度均明显提升，主要是改进的随机模型不仅考虑了观测值本身的精度，同时也考虑了采用的实时产品的精度，理论上更加符合实际情况。10 个 MGEX 站采用原始随机模型进行动态 PPP-AR 的平均收敛时间为 17.45 min，采用改进随机模型所有测站的平均收敛时间为 11.05 min，这也进一步验证了改进的随机模型对于 PPP-AR 定位性能的提升。

图 5.14 中给出了采用不同随机模型进行动态 PPP-AR 的模糊度固定率统计结果。与收敛时间不同的是，采用改进的随机模型时部分测站的模糊度固定率相比于原始随机模型的结果会稍微降低。但是总体上来说，10 个 MGEX 站采用原始随机模型的平均模糊度固定率为 87.11%，采用改进随机模型的平均模糊度固定率为 87.69%，整体上来说仍有提升。

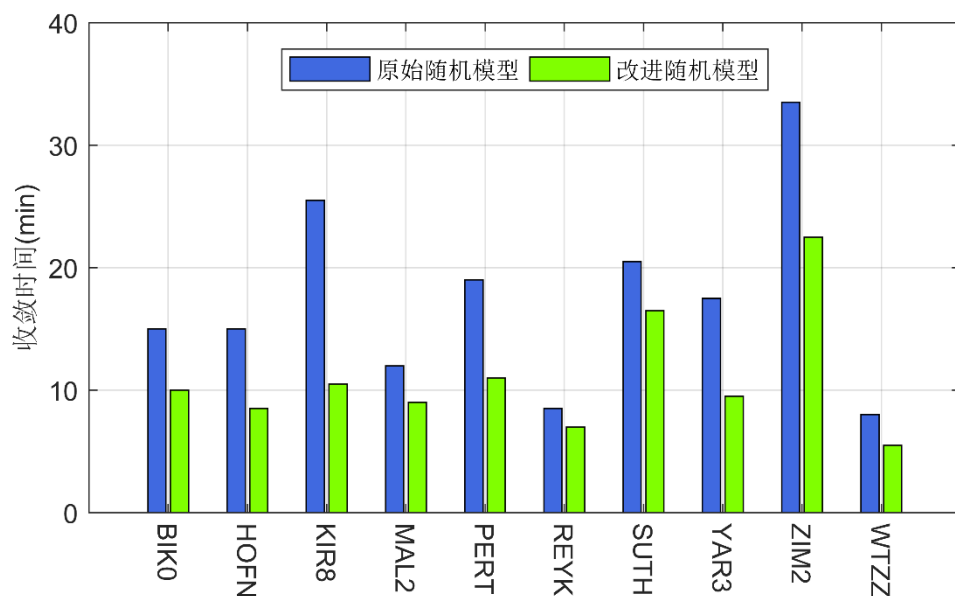


图 5.13 10 个 MGEX 站采用不同随机模型的 PPP-AR 收敛时间

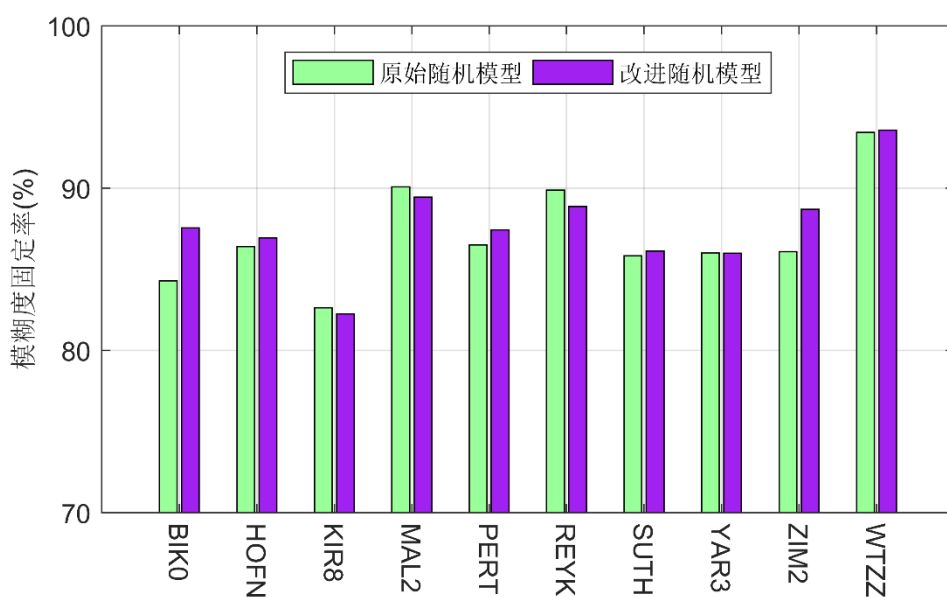


图 5.13 10 个 MGEX 站采用不同随机模型的模糊度固定率

表 5.3 中列出了采用不同随机模型进行动态 PPP-AR 定位收敛后在 N, E, U 方向的定位误差。采用改进的随机模型时,基本上所有测站在 N, E, U 方向的定位误差均有明显降低,证明了改进的随机模型对于 PPP-AR 定位精度同样有所提升。所有测站采用改进随机模型收敛后在 N, E, U 方向的平均定位误差分别为 1.87 cm, 1.92 cm 和 2.80 cm, 相比于采用传统随机模型的 2.01 cm, 1.99 cm 和 3.02 cm 分别降低了 7.0%, 3.5%和 7.2%。

表 5.3 不同随机模型动态 PPP-AR 收敛后定位误差（单位：m）

Site	传统随机模型			改进随机模型		
	N	E	U	N	E	U
BIK0	1.79	2.52	3.76	1.53	2.74	2.98
HOFN	1.58	2.09	2.48	1.59	1.55	2.40
KIR8	2.48	1.95	2.41	2.54	1.42	2.48
MAL2	1.72	1.17	2.64	1.75	1.81	3.23
PERT	1.38	1.84	2.43	1.30	1.59	2.26
REYK	2.65	1.58	2.99	2.46	1.77	2.25
SUTH	2.18	2.90	4.24	2.04	2.66	4.02
YAR3	1.60	1.45	2.55	1.60	1.63	2.07
ZIM2	2.12	2.35	2.46	1.72	2.14	2.33
WTZZ	2.55	2.08	4.28	2.20	1.89	3.97
Mean	2.01	1.99	3.02	1.87	1.92	2.80

## 5.5 本章小节

本章首先讨论了基于 OSB 产品的实时多频多系统 PPP 模糊度固定方法，指出了实时 PPP 或实时 PPP-AR 的定位性能会受到实时产品精度的影响。因此对实时 PPP-AR 的随机模型进行优化，提出了基于 UERE 的随机模型计算方法。同时对影响 PPP-AR 模糊度固定效果的三个主要因素进行了介绍，包括：1）部分模糊度固定子集选取策略；2）模糊度固定可靠性检核方法；3）模糊度固定解转浮点解方法。基于本章提出的实时多频多系统 PPP 模糊度固定方法及策略，采用实测数据进行了实时 PPP-AR 定位性能分析，主要得出了以下结论：

（1）从收敛时间角度分析，实时静态和动态 PPP-AR 的收敛时间相较于实时 PPP 浮点解均有明显减小，证明了本文采用的实时 PPP 模糊度固定方法的有效性。无论是静态 PPP-AR 还是动态 PPP-AR，GPS+Galileo+BDS 三系统均能取得最优的定位效果，静态 PPP-AR 收敛时间少于 10 min 和 20 min 的比例分别是 76.1%和 94.8%，动态 PPP-AR 收敛时间少于 10 min 和 20 min 的比例分别是 73.3%和 94.0%。

（2）从定位精度角度分析，GPS、GPS+BDS 和 GPS+BDS+Galileo 的实时静态 PPP-AR 定位精度相对于 PPP 提升比例分别为 21.6%，30.7%，30.6%，且实时三系统静态 PPP-AR 可以取得收敛后 0.019 m 的最优定位精度。实时动态 PPP-AR 的定位精度也明显优于实时动态 PPP 定位精度，并且多系统 PPP-AR 的定位误差 RMS 也小于单系统、双系统的定位误差 RMS。对于 GPS+BDS+Galileo 三系统动态 PPP-AR 定位模式，定位 10~20 min 后可以在 N，E，U 方向达到 1.7 cm，2.5 cm 和 5.0 cm 的厘米级定位精度。

（3）无论是静态还是动态定位，三频 PPP-AR 相比于双频在定位收敛阶段

均有提升，收敛速度更快及需要首次固定的时间更短。从定位精度来说，收敛后的双频 PPP-AR 与三频 PPP-AR 定位精度并没有明显差异，均能取得稳定可靠的定位结果。

（4）从收敛时间、收敛后定位精度和模糊度固定率三个方面分析，实时 PPP-AR 定位时采用本文提出的改进随机模型的定位性能相对于采用传统随机模型均有提升。10 个 MGEX 站的平均收敛时间从 17.45 min 减小到 11.05 min，平均模糊度固定率从 87.11%提升到 87.69%，且收敛后的定位误差在 N，E，U 三个方向分别降低了 7.0%，3.5%和 7.2%。以上结果证明了本文提出的基于 UERE 的实时 PPP-AR 随机模型计算方法的有效性。

## 第六章 不同尺度区域大气延迟改正数建模及 PPP-RTK 终端定位性能分析

限制传统 PPP 技术广泛应用的一个痛点就是 PPP 初始化时间较长，通常需要数十分钟才可收敛到厘米级的定位精度。基于第五章的模糊度固定技术虽然可以有效提升 PPP 的收敛速度，但是仍需要几分钟的时间才可实现模糊度固定，对于大部分实时应用仍会存在较大的制约。PPP 及 PPP-AR 收敛速度的一个关键影响因素就是大气误差，因此可以考虑利用区域参考网观测数据对大气误差进行精细化建模以实现区域内用户端 PPP 的瞬时模糊度固定，达到与 RTK 定位一致的定位性能。针对这一问题，本章首先介绍基于区域参考站数据的增强 PPP 算法，包括基于服务端 PPP-AR 的大气延迟改正数的提取，基于多项式拟合模型的大气延迟改正数建模以及区域增强 PPP 定位算法。然后采用不同尺度的参考站进行了实验验证，对区域大气延迟改正数的建模精度及定位性能进行了分析评估。

### 6.1 基于服务端 PPP-AR 的区域大气改正数生成

区域大气改正数主要包括对流层延迟改正数和电离层延迟改正数，其中电离层延迟与频率相关，对流层延迟与频率无关，本节分别介绍服务端对流层延迟改正数与电离层延迟改正数的提取方法。

#### 6.1.1 对流层延迟改正数的生成

服务端采用无电离层组合估计各项误差，从 2.1 节中内容可知，无电离层相位观测值可转化表示为：

$$L_{r,IF}^s - dt_r + dt^s - \rho_r^s = T_r^s + \lambda_{IF} \cdot N_{r,IF}^s + \varepsilon_{r,IF}^s \quad (6.1)$$

上式中左边各项中  $L_{r,IF}^s$  为无电离层相位观测值， $dt_r$  为 PPP 过程中估计出的接收机钟差， $dt^s$  为事后精密卫星钟差或实时卫星钟差， $\rho_r^s$  为精确求取的卫地距。经过宽巷及窄巷 FCB 修正后，可将浮点无电离层模糊度固定为整周模糊度  $N_{r,IF}^s$ ，此时模糊度固定解下的对流层延迟可以表示为：

$$T_r^s = L_{r,IF}^s - dt_r + dt^s - \rho_r^s - \lambda_{IF} \cdot N_{r,IF}^s \quad (6.2)$$

### 6.1.2 电离层延迟改正数的生成

电离层延迟误差是实时 GNSS 导航定位中最大的误差源之一，其引起的最大误差可以达到几百米，会严重影响到导航定位应用。同时，随着 GNSS 系统的不断发展，由于其时空分辨率较高的特点，GNSS 又为电离层研究提供了一种全新的技术手段。利用 GNSS 技术提取高精度电离层 TEC 是建立后续电离层 TEC 模型的重要前提。

目前 GNSS 领域常用的电离层提取手段主要有两种，第一种方法是基于无几何距离组合的载波相位平滑伪距提取电离层延迟，第二种方法是基于非差非组合 PPP 提取电离层延迟。本文在这两种方法的基础上，提出了基于服务端无电离层组合 PPP-AR 的电离层延迟改正数提取，本质是将模糊度固定后的原始频点相位观测值转换为高精度的 Carrier-Range，进而反演出高精度的电离层延迟改正数。与第一种方法相比的优势在于可以提取出精度更高的电离层延迟改正，与第二种方法相比的优势是服务端直接采用无电离层组合观测值进行 PPP 计算，当测站个数较多时，参数估计个数和参数估计效率将大大提升。

以 GPS 为例，原始 L1 频点的相位观测值可以简化表示为：

$$L_{r,1}^s = \rho_r^s + dt_r - dt^s + T_r^s - \bar{I}_{r,1}^s + \lambda_1 \cdot N_{r,1}^s + \varepsilon_r^s \quad (6.3)$$

与公式 (6.1) 中参数含义相似，公式 (6.3) 中  $L_{r,1}^s$ ， $\rho_r^s$ ， $dt^s$ ， $dt_r$  及  $T_r^s$  等均可精确求取得到。经宽巷及窄巷 UPD 修正后，可以得到整周宽巷模糊度  $N_{r,WL}^s$  及整周窄巷模糊度  $N_{r,NL}^s$ 。则原始频点模糊度可以表示为：

$$\begin{cases} N_{r,1}^s = N_{r,NL}^s - \frac{f_2}{f_1 - f_2} N_{r,WL}^s \\ N_{r,2}^s = N_{r,NL}^s - \frac{f_1}{f_1 - f_2} N_{r,WL}^s \end{cases} \quad (6.4)$$

当原始频点模糊度固定后，基于高精度相位观测值提取的电离层延迟改正数可以表示为：

$$\bar{I}_{r,1}^s = \rho_r^s + dt_r - dt^s + T_r^s + \lambda_1 \cdot N_{r,1}^s - L_{r,1}^s \quad (6.5)$$

在服务端进行无电离层组合 PPP 计算时，模糊度参数与硬件延迟参数是线性相关的。因此公式 (6.5) 中提取出的电离层延迟改正数事实上包含了卫星端和接收机端的硬件延迟  $DCB_r$  和  $DCB^s$ 。公式 (6.5) 可以改写为：

$$\bar{I}_{r,1}^s = \bar{I}_r^s + \beta \cdot (DCB_r - DCB^s) \quad (6.6)$$



在进行电离层延迟改正数建模时，可以采用星间单差的方法消除接收机端硬件延迟的影响，对星间单差电离层延迟改正数进行建模。

综上所述，基于服务端 PPP-AR 的对流层延迟改正数与电离层延迟改正数生成流程如图 6.1 所示。

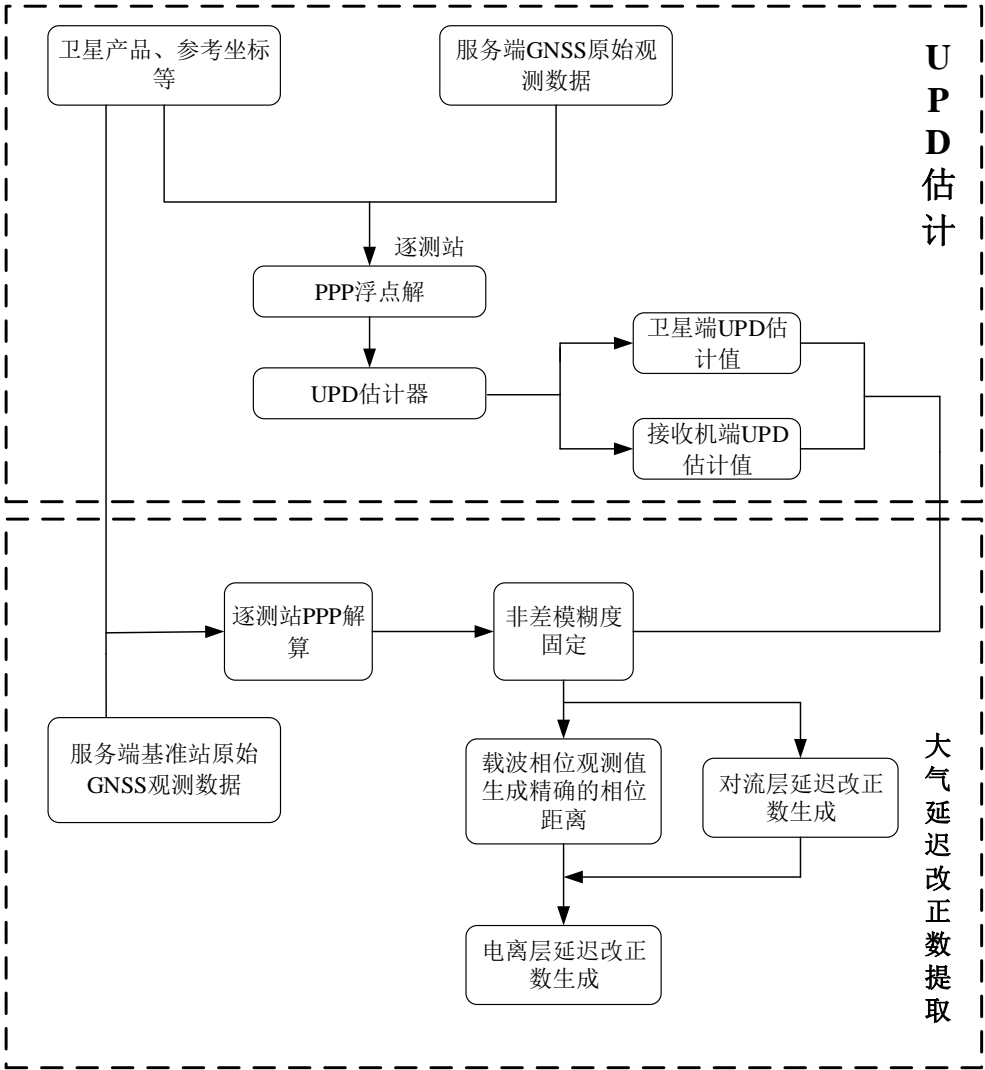


图 6.1 基于服务端 PPP-AR 的大气延迟改正数提取流程图

## 6.2 区域大气延迟改正数建模及精度评估

区域大气延迟改正数的建模主要是为了解决如何将服务端参考站提取出的大气延迟改正数发布给用户端使用的问题。VRS 领域常用的区域大气延迟改正数建模方法是内插方法，如线性内插法（Linear Interpolation Method, LIM）和线性组合法（Linear Combined Method, LCM）等。内插方法通常建立在参考站的 Delaunay 三角形构网基础上，当服务端测站数目较少时，往往还存在动态组网，基准切换等问题。实际上，针对区域大气延迟改正数的特点，可以构建大气延迟

改正数与区域中心参考点经纬度和参考站经纬度差值的多项式函数，这样仅播发少量多项式拟合参数给用户即可实现用户端 PPP 快速收敛，可以大大减少数据传输负担，因此本文采用区域多项式拟合函数进行大气延迟改正数建模。

### 6.2.1 对流层延迟改正数建模

构建参考站  $i$  天顶对流层延迟改正数与区域中心点大地经纬度和参考站大地经纬度插值的函数，可以表示为：

$$T_{r,i}^s = a_0 + a_1 \cdot (lat_i - lat_0) + a_2 \cdot (lon_i - lon_0) \quad (6.7)$$

式 (6.7) 中  $lat_0$ ， $lon_0$  分别表示区域中心点的大地纬度和大地经度； $lat_i$ ， $lon_i$  分别表示参考站  $i$  的大地纬度和大地经度； $a_0$ ， $a_1$ ， $a_2$  分别表示多项式拟合系数。由于对流层延迟改正数与测站高度具有较强的相关性，当区域内参考站间高差较大时，会对区域对流层延迟改正数的建模精度产生影响（徐龙威，2018）。当参考站间的高差较大时，可以采用先验的高精度对流层模型将各参考站的对流层延迟归算到统一的高程面后再进行多项式拟合。参考站  $i$  的对流层高程变化值  $\Delta T_{r,i}^s$  可以表示为：

$$\Delta T_{r,i}^s = ZTD(h_i) - ZTD(h_0) \quad (6.8)$$

式中  $ZTD(h_i)$  为将参考站  $i$  高程代入经验模型计算出的天顶对流层延迟改正数， $ZTD(h_0)$  为将区域参考站平均高程代入经验模型计算出的天顶对流层延迟改正数，经验模型可以选取 Saastamoinen 模型（谢建涛，2013）。当服务端参考站个数大于 4 个时，单个历元即可根据公式 (6.7) 完成区域对流层延迟改正数建模。由于对流层延迟改正数在短时间内变化较为缓慢，当网络参数播发存在压力时，可采用 1 min 一次播发频率来降低参数播发负担。

### 6.2.2 电离层延迟改正数建模

在进行电离层延迟改正数建模时，可分别按照斜路径电离层延迟（Slant Total Electron Content, STEC）和天顶电离层延迟（Vertical Total Electron Content, VTEC）进行区域建模。电离层延迟改正数  $I_r^s$  与 STEC, VTEC 之间的转换关系可以表示为：

$$I_r^s = F \cdot STEC^s = F \cdot mf^s \cdot VTEC_r \quad (6.9)$$

式中  $F$  为电离层 TECU 单位与距离单位 m 之间的转换关系， $F = 40.28 \cdot 10^{16} / (f_1)^2$ 。  $mf^s$  为电离层投影函数， $mf^s = \frac{1}{\cos Z}$ ， $Z' = \arcsin \frac{R_E \sin(0.9872 \cdot Z)}{R_E + H}$ ，其中  $Z$  为测站天顶距， $R_E$  为地球半径， $H = 450$  km。

### 电离层 VTEC 建模

当采用 VTEC 进行区域电离层延迟改正数建模时，首先对式 (6.6) 进行星间单差运算，可得：

$$\begin{aligned} \Delta \bar{I}_r^s &= \bar{I}_r^s - \bar{I}_r^{ref} \\ &= F \cdot (mf^s \cdot VTEC_r - mf^{ref} \cdot VTEC_r) - (DCB^s - DCB^{ref}) \end{aligned} \quad (6.10)$$

式中， $ref$  分别表示参考卫星。由公式 (6.10) 可知，在进行 VTEC 建模时接收机端硬件延迟可通过星间单差消除，但仍需要解算卫星端伪距延迟。

对于参考站  $i$ ，其天顶电离层延迟 VTEC 可以表示为区域中心点大地经纬度与参考站  $i$  大地经纬度差值的多项式函数（柳景斌，2008；宋伟伟，2021；伍冠滨，2021），如公式 (6.11) 所示：

$$VTEC_i = \sum_{p=0}^m \sum_{q=0}^n a_{pq} \cdot (\varphi_i^s - \varphi_0)^p \cdot (S_i^s - S_0)^q \quad (6.11)$$

其中， $n, m$  分别表示纬度和经度对应的多项式拟合阶数； $a_{pq}$  表示待求解的多项式系数； $\varphi_i^s$  表示卫星  $s$  的穿刺点大地纬度， $\varphi_0$  表示区域中心点大地纬度； $S_i^s$  表示观测时刻卫星  $s$  对应的太阳时角， $S_0$  表示建模参考时刻区域中心点对应的太阳时角。太阳视角与大地经纬度的关系可简化表示为：

$$S_i^s - S_0 = (\gamma_i^s - \gamma_0) + (t - t_0) \quad (6.12)$$

$\gamma_i^s$  表示卫星  $s$  的穿刺点大地经度， $\gamma_0$  表示区域中心点的大地经度； $t$ ， $t_0$  分别表示观测时刻和建模参考时刻。当采用单历元观测数据进行 VTEC 建模时，公式 (6.11) 可以表示为：

$$VTEC_i = \sum_{p=0}^m \sum_{q=0}^n a_{pq} \cdot (\varphi_i^s - \varphi_0)^p \cdot (\lambda_i^s - \lambda_0)^q \quad (6.13)$$

## 电离层 STEC 建模

与公式（5.10）类似，为了消除接收机端硬件延迟的影响，星间单差后的斜向电离层延迟可以表示为：

$$\begin{aligned}\Delta \bar{I}_r^s &= \bar{I}_r^s - \bar{I}_r^{ref} \\ &= F \cdot (STEC_r^s - STEC_r^{ref}) - (DCB^s - DCB^{ref})\end{aligned}\quad (6.14)$$

式中  $STEC_r^s$ ， $STEC_r^{ref}$  分别表示卫星  $s$  和参考星的 STEC 值。对于区域内参考站  $i$  所观测到的卫星  $s$ ，该卫星对应的斜向电离层延迟  $STEC_i^s$  可以表示为区域中心点大地经纬度与参考站  $i$  大地经纬度差值的多项式函数：

$$STEC_i^s = \sum_{p=0}^m \sum_{q=0}^n a_{pq} \cdot (\varphi_i - \varphi_0)^p \cdot (\gamma_i - \gamma_0)^q \quad (6.15)$$

公式（6.15）中各参数含义与（6.11）及（6.12）中一致，在此不再具体表述。从公式（6.15）中可知，区域 STEC 建模时可直接采用参考站大地经纬度与区域中心大地经纬度做差，不需要转换至卫星穿刺点所对应的大地经纬度。同时由于 STEC 是基于每颗卫星进行建模的，在进行参数拟合时卫星端硬件延迟会被多项式中的常数项吸收，因此不需要再对卫星端硬件延迟进行估计（伍冠滨，2020）。

对于低纬度地区的区域网，当电离层活动出现异常的时候，中小尺度的电离层行进式扰动（Medium-scale traveling ionospheric disturbances, MSLTDs）会导致电离层的差异在低纬度地区达到几米，这会对区域网电离层延迟改正数建模精度造成影响（谢建涛，2013；李成钢，2009；Saito et al, 2017）。从对通过密集的 GNSS 监测站获得的总电子含量的分析来看，如果由不同的地面站和卫星对在一个给定的时间段内确定的 IPP ‘足够接近’，那么可以定义为重合的 IPP（Nava et al, 2007）。重合的 IPP 需要满足条件为（Cui et al, 2018）：

$$\begin{cases} \left| \phi_{IPP_k} - \phi_{IPP_{ref}} \right| < M \\ \left| \frac{\gamma_{IPP_k}}{\cos \phi_{IPP_k}} - \frac{\gamma_{IPP_{ref}}}{\cos \phi_{IPP_{ref}}} \right| < N \end{cases} \quad (6.16)$$

式中  $\phi_{IPP_k}$ ， $\gamma_{IPP_k}$  分别表示穿刺点纬度和穿刺点经度。 $k$  和  $ref$  分别表示流动站和参考站， $M$  和  $N$  为常量，通常设置为（ $0.2^\circ$ ， $0.2^\circ$ ）。当区域网处于低纬度地区时，纬度方向的重力一般大于经度方向的重力（Weng et al, 2015），因此阈值  $M$  和  $N$  可以根据经验值进行调整，设置为（ $0.1^\circ$ ， $0.4^\circ$ ）。

理论上，重合的 IPP 之间的电离层电子密度梯度很小，使用重合的 IPP 进行电离层延迟改正数建模可以获得更好的建模精度。因此本文在处理低纬度地区电离层建模时，按照公式（6.16）中条件对服务端提取出的电离层延迟改正数进行筛选，其数据处理流程图如图 6.2 所示。

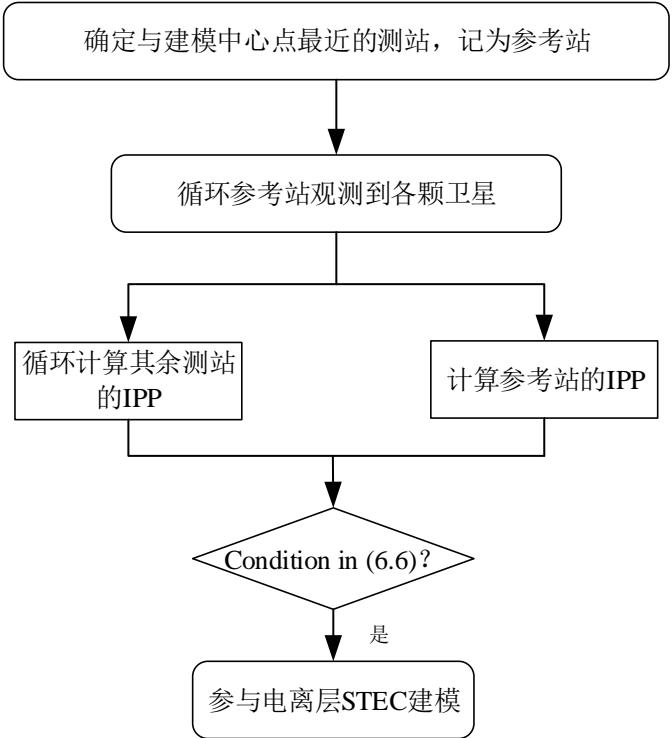


图 6.2 改进的低纬度地区电离层建模数据选取策略

### 6.2.3 区域大气延迟改正数建模精度评估

为了对 6.1~6.2 节中提出的区域大气延迟改正数提取及建模算法的可靠性进行评估。本节中分别采用了位于香港地区的 18 个区域测站和位于澳大利亚东南部的 21 个区域测站进行区域大气延迟改正数建模，并从建模内符合精度、建模外符合精度、完好性指标等 3 个方面对区域大气延迟改正数建模结果进行评估。

#### 香港区域 CORS 站实验结果

香港特别行政区政府地震总署提供了用于科研用途的香港地区 CORS 网数据，主要包括位于香港地区的 18 个站点和位于澳门地区的 3 个站点。本文主要采用位于香港地区的 18 个站点 2023 年 2 月 19 日至 2 月 21 日的观测数据进行区域大气延迟改正数建模，各站点的平均距离约为 15 km 左右，其分布如图 6.3 所示。由于香港区域部分 CORS 站只能接收到 BDS-3 卫星的 C1I 信号，因此本文仅对 GPS 卫星和 Galileo 卫星进行处理，数据采样率为 30 s。

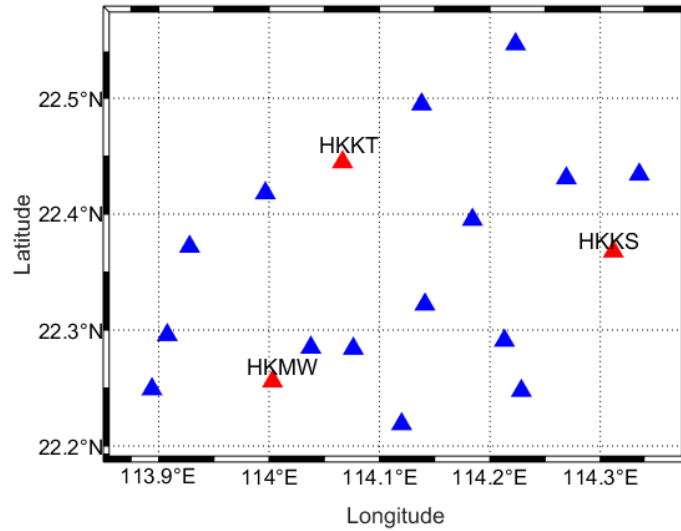


图 6.3 香港区域 18 个 CORS 站分布图

图中蓝色三角形表示各参考站，红色三角形为选出的 3 个进行外符合精度评估的参考站。当进行大气延迟改正数内符合精度评估时，这 3 个参考站也参与大气延迟改正数建模，当进行外符合精度评估时，这 3 个参考站不参与区域大气延迟改正数建模。

首先对区域对流层延迟改正数建模外符合精度进行评估，对流层建模采样率为 30 s。评估时认为服务端 PPP-AR 提取出的对流层延迟改正数为参考值。以 2 月 19 日 3 个红色测站通过对流层多项式模型计算出的改正数与参考值做差，结果如图 6.4 所示，实验数据时段为 GPS 时 2: 00~22: 00。图 6.4 中红色序列，绿色序列以及蓝色序列分别表示了 HKKT、HKKS 和 HKMW 的对流层延迟改正数差值序列，可以看出 3 个测站的差值序列均十分稳定，3 个测站的差值 RMS 分别为 5 mm，3 mm 和 3 mm，证明了本文采用的对流层延迟改正数建模方法的有效性，可以建立出高精度的对流层延迟改正数模型，足以满足用户端模糊度固定的需求。

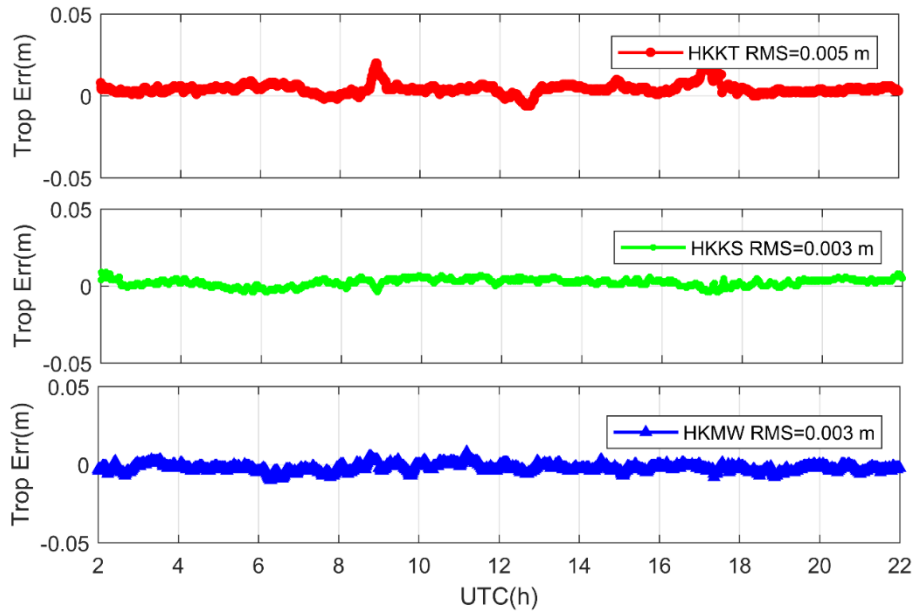


图 6.4 3 个测站的对流层延迟改正数模型计算值与参考值的差值序列

除了通过直接与参考值做差的方法评估对流层延迟改正数多项式模型的精度，本文还参考 Virtual Reference Station (VRS) 中对流层残差完备性监测 (Tropospheric Residual Integrity Monitoring, TRIM) 理论对本文拟合出的对流层延迟改正数多项式模型进行了完好性指标评估 (Wanninger, 2004; Chen et al, 2003)，其计算步骤为：

(1) 将某一个参考站作为流动站，采用 6.2 中算法拟合得到的对流层延迟改正数多项式模型计算流动站的对流层延迟改正数；

(2) 计算流动站对流层延迟改正数估计值与多项式模型计算值的差值，然后按累积区间为 1 小时求取差值绝对值达到 95% 经验累积概率分布时所对应历元的差值，该值的绝对值即是本计算区间内的 TRIM。

按照 TRIM 的计算方法，图 6.5 中统计了 2 月 19 日 3 个测站每小时的 TRIM，从图中结果可以看出，HKKS 和 HKMW 测站的对流层 TRIM 基本上在 1 cm 以内，HKKT 测站统计值也均在 2 cm 以内。TRIM 指标反映了对流层延迟改正数多项式建模残差的总体情况，在后续用户端 PPP 定位时可以作为对流层延迟估计残余量的虚拟观测方程先验精度。

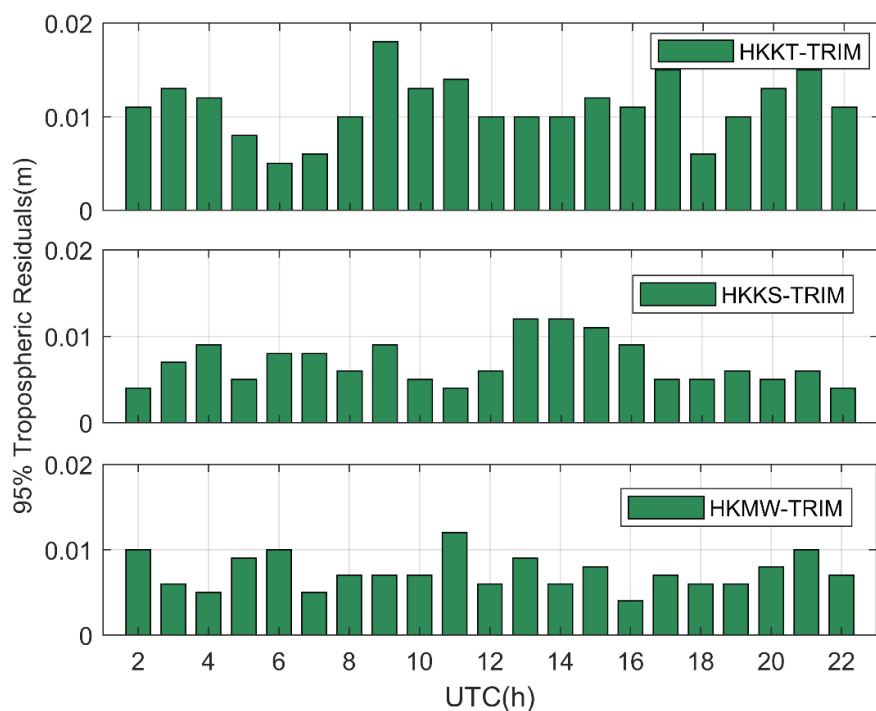


图 6.5 3 个测站对流层延迟改正数建模的 TRIM 统计结果

基于 6.2.2 中方法首先进行电离层延迟改正数 VTEC 建模，并对电离层 VTEC 建模的内符合精度评估，VTEC 建模采样率为 30 s。将各参考站通过电离层延迟改正数多项式模型参数计算的电离层延迟值的单差值与服务端提取的电离层延迟单差值做差。

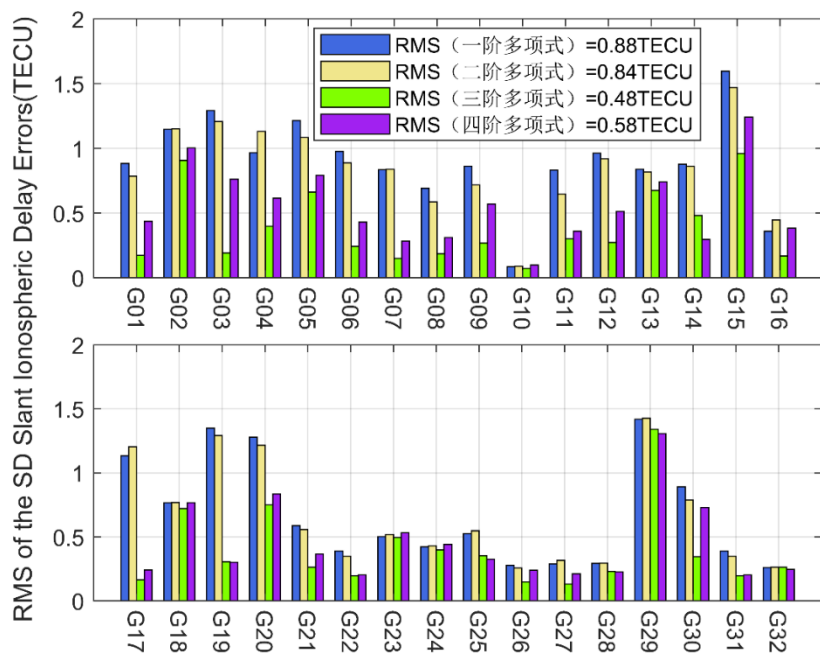


图 6.6 不同多项式拟合阶数下 GPS 卫星的电离层延迟改正数 VTEC 建模内符合精度

首先分析电离层延迟改正数多项式建模阶数对建模内符合精度的影响，图



6.6 和图 6.7 分别给出了不同多项式拟合阶数对 GPS 卫星和 Galileo 卫星的 VTEC 建模内符合精度的影响。从图 6.6 中结果可以看出，GPS 卫星采用一阶，二阶，三阶和四阶多项式 VTEC 建模的内符合精度分别为 0.88 TECU, 0.84 TECU, 0.48 TECU 和 0.58 TECU。Galileo 卫星采用一阶，二阶，三阶和四阶多项式 VTEC 建模的内符合精度分别为 0.83 TECU, 0.83 TECU, 0.34 TECU 和 0.48 TECU。从图 6.7 中结果可以看出，Galileo 卫星的电离层延迟改正数建模精度要优于 GPS 卫星的电离层延迟改正数建模精度。对于香港区域测站，采用三阶多项式进行 VTEC 建模的内符合精度最高，因此进行后续精度评估时均采用三阶多项式进行香港区域电离层延迟改正数建模。

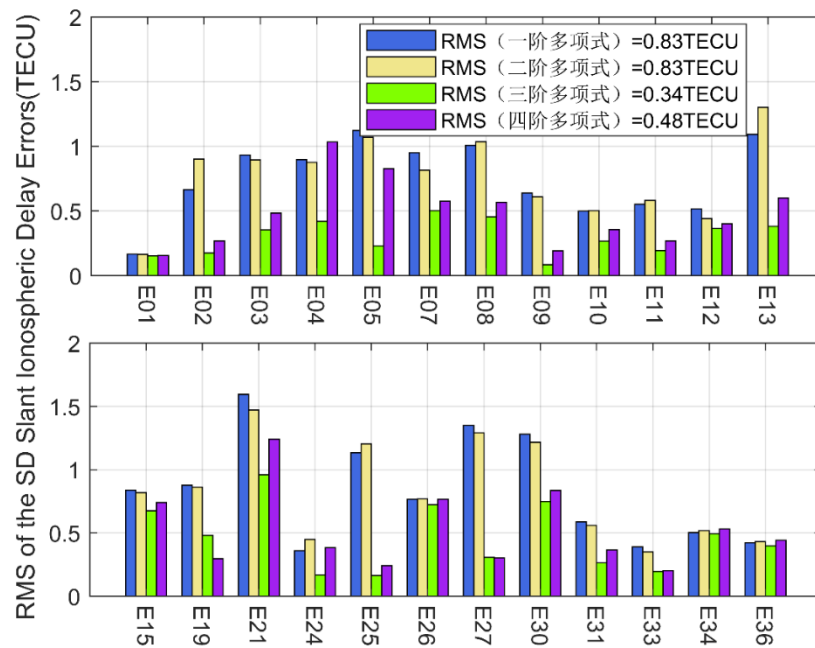


图 6.7 不同多项式拟合阶数下 Galileo 卫星的电离层延迟改正数 VTEC 建模内符合精度

图 6.8 展示了 18 个香港区域 CORS 站采用不同 GNSS 系统进行电离层 VTEC 建模的建模误差 RMS 值，上子图为利用各测站 GPS 卫星建模结果统计出的 RMS，下子图为利用各测站 Galileo 卫星建模结果统计出的 RMS。可以看出，所有测站 GPS 卫星的平均建模精度为 0.51 TECU，Galileo 卫星的平均建模精度为 0.37 TECU，相比于全球电离层模型的精度有明显提升 (Wang et al, 2020)。从各 CORS 站分布角度来看，位于区域中心测站的电离层多项式建模内符合精度要优于位于区域边界的测站，这种现象是多项式模型的边际效应导致的 (柳景斌, 2008)。但由于香港区域整体范围较小，因此边际效应并不十分明显。

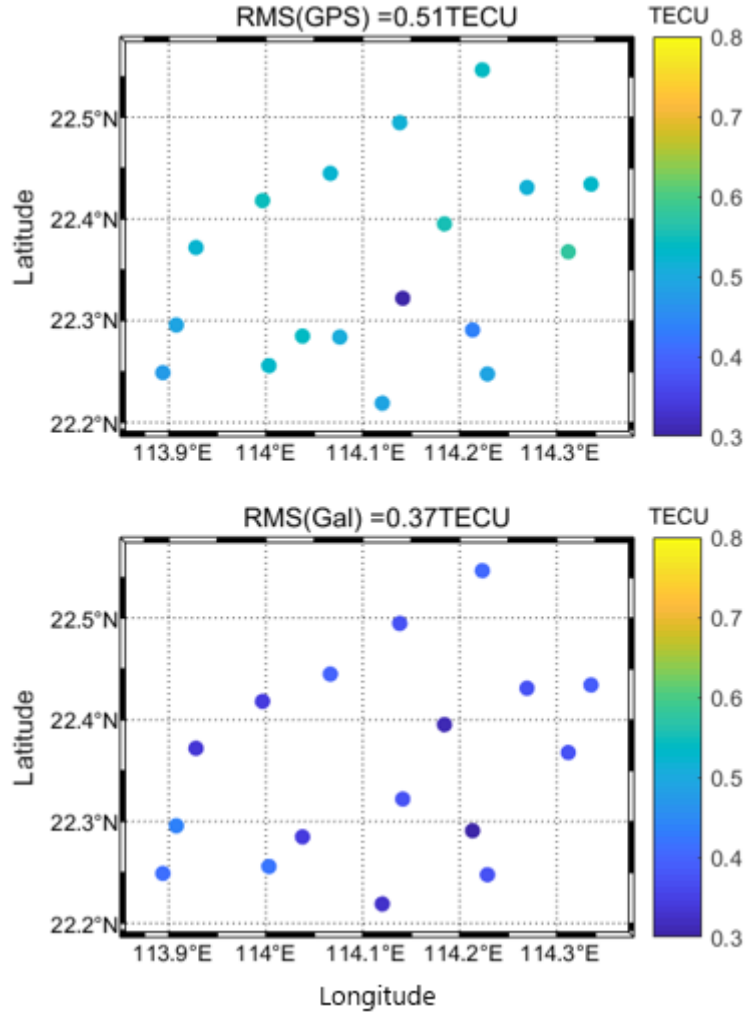


图 6.8 不同测站基于 GPS 卫星与 Galileo 卫星的电离层延迟改正数 VTEC 建模内符合精度

图 6.6~图 6.8 的精度评估结果都是基于 30 s 采样率完成的，建模时采用的是公式 (6.13)。从公式 (6.11) 可知，VTEC 建模时也可以先选用一个参考时刻，然后采用参考时刻前后短时期内的数据进行电离层 VTEC 建模。图 6.9 为采用不同时长数据评估出的各测站电离层建模内符合精度，图 6.9 中上子图为采用 30 s 数据建模得到的模型内符合精度，下子图为采用 5 min 数据建模得到的模型内符合精度，精度评估时每 1 min 中选一个采样点。当采用 5 min 数据建模时，选择中间时刻作为建模参考时刻。图 6.9 中结果表明，采用 5 min 数据建模时所有测站平均的建模误差 RMS 值为 0.65 TECU，采用 30 s 数据建模时所有测站平均的建模误差 RMS 值为 0.42 TECU。因此适当增加建模时间分辨率，可以获取更高精度的电离层建模结果。

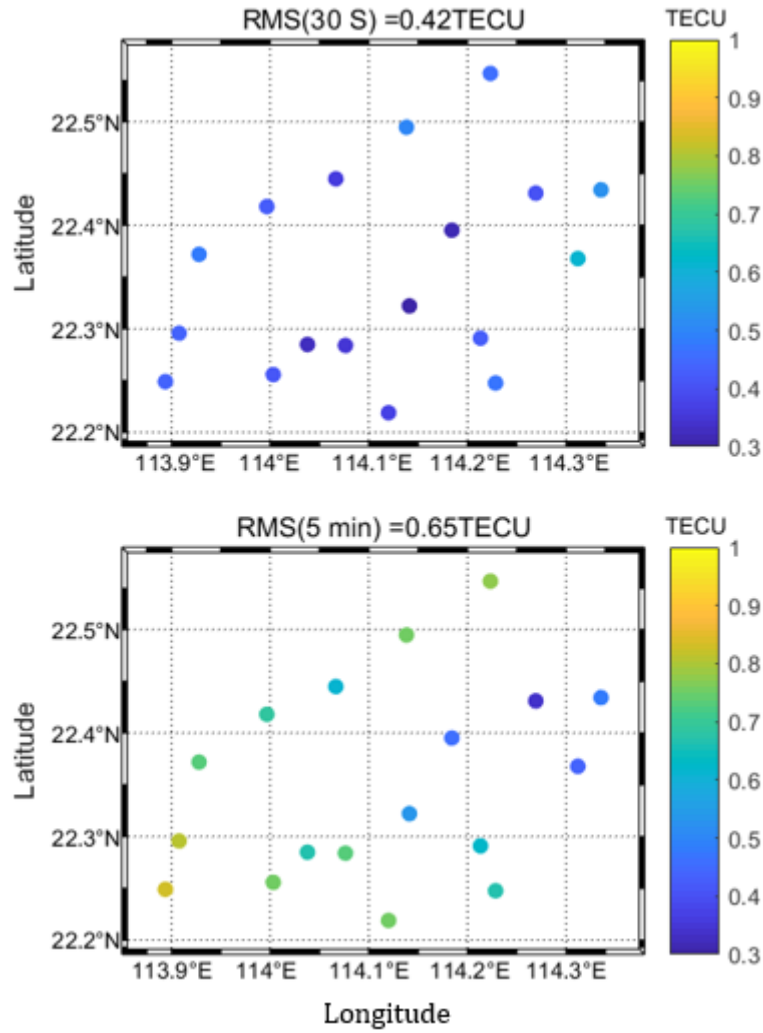


图 6.9 采用不同时长数据对电离层 VTEC 建模精度的影响

图 6.10 中展示了在 3 天的测试期间，3 个红色站点的 GPS 卫星和 Galileo 卫星的电离层建模内符合精度和外符合精度 RMS 值。从图 6.10 中结果可以看出，GPS 卫星和 Galileo 卫星的内符合精度基本上都在 1 TECU 以内，GPS 卫星的平均内符合精度 RMS 值为 0.55 TECU，Galileo 卫星的平均内符合精度 RMS 值为 0.42 TECU。与内符合精度统计结果相比，不同卫星的外符合精度 RMS 值均有所增大，GPS 卫星的平均外符合精度 RMS 值为 0.45 TECU，Galileo 卫星的平均外符合精度 RMS 值为 0.36 TECU。外符合精度与内符合精度差异并不大，GPS 卫星和 Galileo 卫星的差异均在 0.1 TECU 以内。

与对流层延迟改正数类似，本文在进行电离层延迟改正数精度评估时也引入了 VRS 中电离层残差完备性监测（Ionospheric Residual Integrity Monitoring, IRIM）指标（Wanninger, 2004; Chen et al, 2003），其计算步骤为：

（1）将某一个参考站作为流动站，通过多项式模型计算每一历元该测站观测到的所有卫星的电离层延迟，将其与 PPP-AR 提取出的电离层延迟做差；

(2) 按高度角加权法计算出每一历元所有卫星电离层延迟提取值与模型值的差值的加权均方根 **RMS**;

(3) 按累积区间为 1 小时求取使 **RMS** 值达到 95%经验累积概率分布时所对应历元的 **RMS** 值, 即是本计算区间内的 **IRIM**。

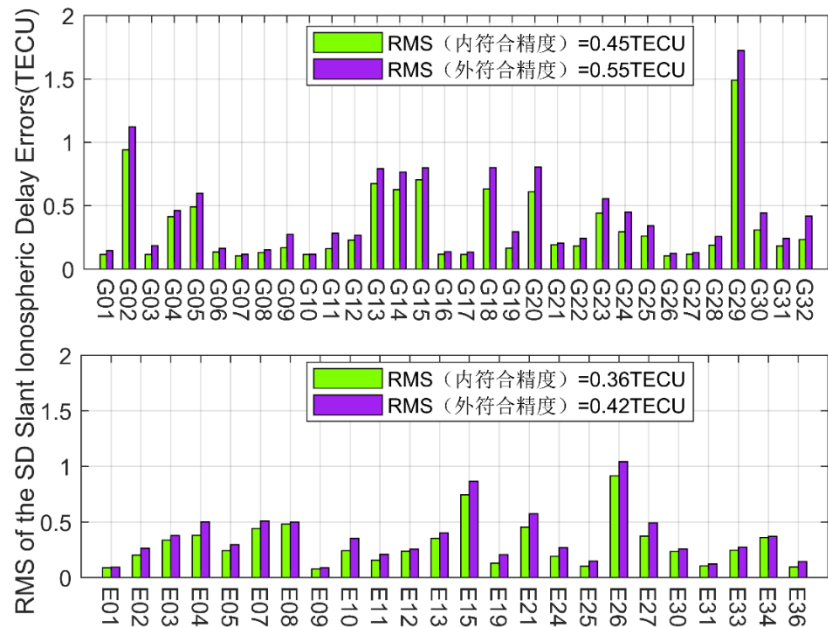


图 6.10 电离层 VTEC 建模内符合精度和外符合精度对比结果

图 6.11 给出了 2 月 19 日测试期间 3 个红色测站的 **IRIM** 统计结果。2:00~14:00, 19:00~22:00 的 **IRIM** 统计指标较小, 均在 0.2 TECU 以内。在 15:00~18:00 期间, 由于高度角偏低的卫星个数增加, 这些卫星转换出的 VTEC 精度偏差, 因此电离层建模精度明显降低, 对应时段内的 **IRIM** 指标也会随之增加, 基本上在 0.7 TECU 左右。电离层 **IRIM** 指标反映了电离层建模残差的总体情况, 与后续的定位评估结果可以进行参照。

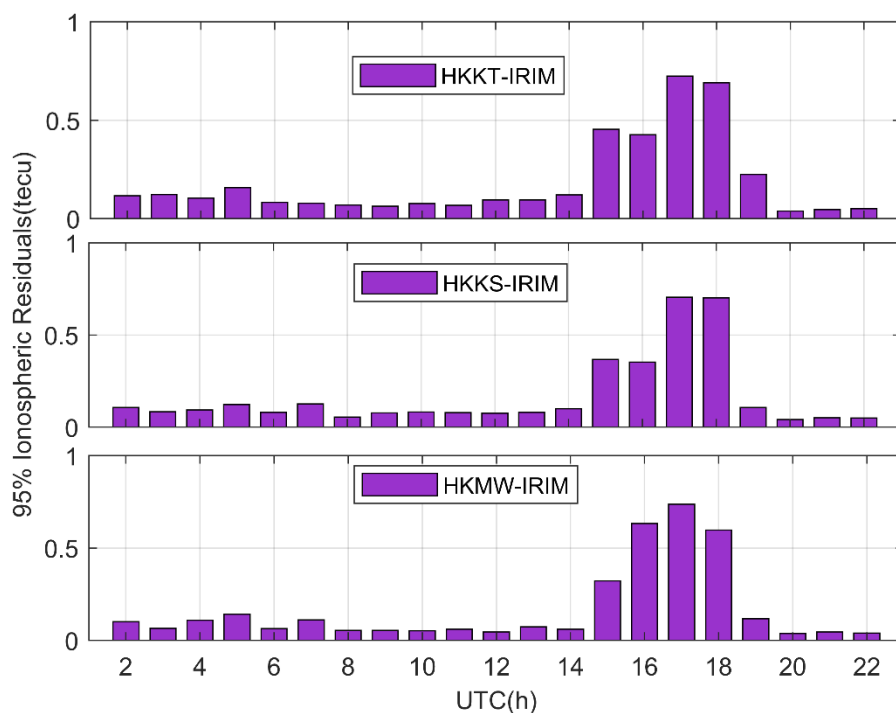


图 6.11 3 个测站电离层延迟改正数 VTEC 建模的 IRIM 统计结果

图 6.5~图 6.11 给出了电离层延迟改正数 VTEC 建模的精度评估结果。采用 6.2.2 中电离层延迟改正数 STEC 建模方法，对香港区域的 18 个测站所提取出的电离层进行 STEC 建模。下面将对 STEC 建模的内符合精度与外符合精度进行评估，并与 VTEC 建模结果进行对比。

通过实验分析，对于香港区域，不同多项式拟合阶数对于 STEC 建模精度影响很小，采用一阶多项式进行 STEC 建模即可达到较好的建模效果。图 6.12 中展示了 GPS 卫星和 Galileo 卫星的 STEC 建模内符合精度，从图中结果可以看出，GPS 卫星的平均 STEC 建模内符合精度为 0.08 TECU，Galileo 卫星的平均 STEC 建模内符合精度为 0.06 TECU。与图 6.6~图 6.7 中 VTEC 建模内符合精度相比有明显提升，GPS 卫星的提升比例为 83.3% (0.48 TECU-0.08 TECU)，Galileo 卫星的提升比例为 82.3% (0.34 TECU-0.06 TECU)。直接采用 STEC 建模避免了电离层延迟改正数从斜路径方向归算至天顶方向的转换误差，同时也不额外估计卫星端硬件延迟改正数，因此建模精度相较于 VTEC 建模有明显提升。

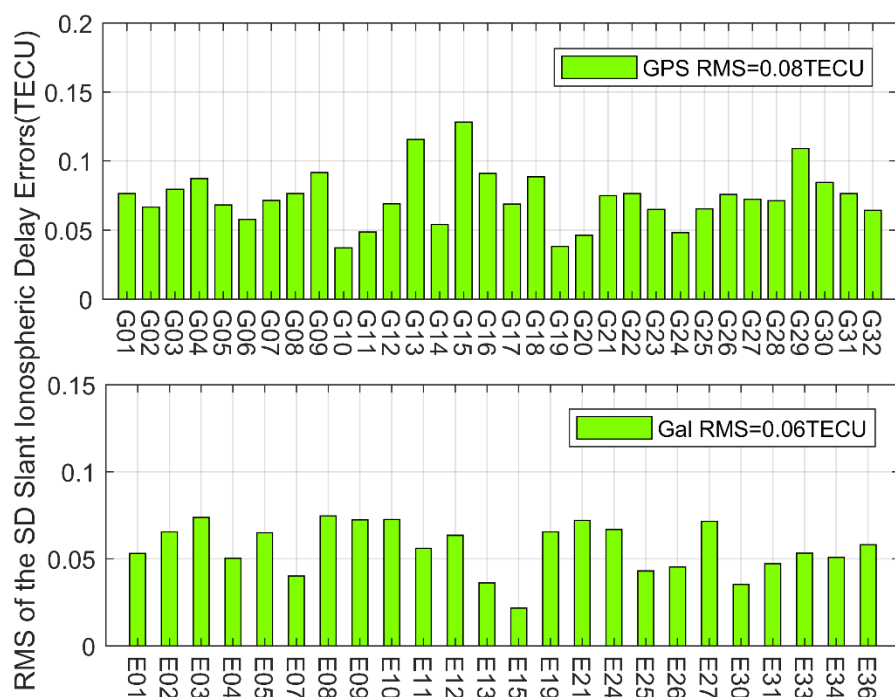


图 6.12 GPS 卫星和 Galileo 卫星的电离层 STEC 建模内符合精度

图 6.13 中给出了 18 个香港区域 CORS 站采用 STEC 建模的内符合精度评定结果，由于 STEC 建模是逐卫星进行的，因此本文在进行结果统计时直接将某一测站上所有卫星结果取平均作为该站的 STEC 建模内符合精度评定结果。从图 6.13 中结果可以看出，在 3 天测试期间，香港区域 18 个 CORS 站的平均 STEC 建模内符合精度为 0.07 TECU，相较于 VTEC 建模精度有明显提升。与 VTEC 建模不同的是，STEC 建模的边际效应并不十分明显，部分位于区域边界的 CORS 站也取得了较好的建模效果。

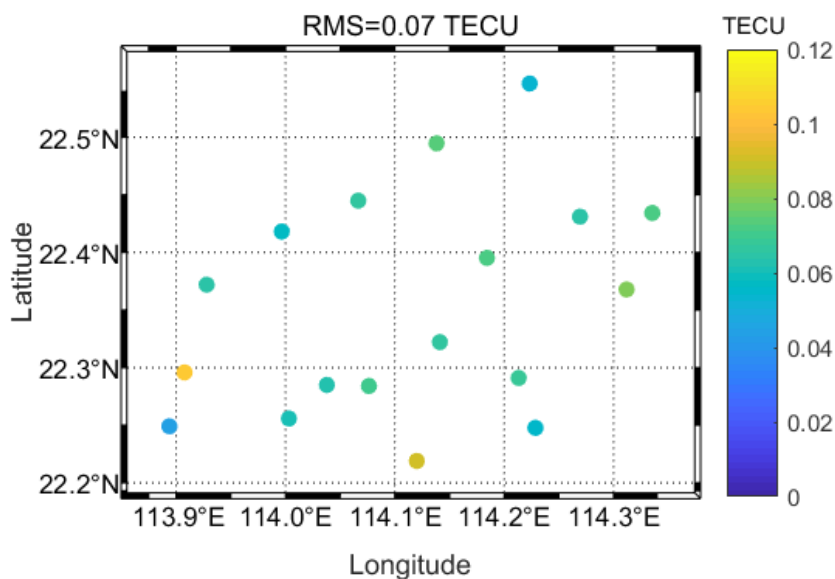


图 6.13 不同测站的电离层延迟改正数 STEC 建模内符合精度

图 6.14 中展示了在 3 天的测试期间，3 个红色站点的 GPS 卫星和 Galileo 卫星的电离层 STEC 建模内符合精度和外符合精度对比结果。从图 6.14 中结果可以看出，GPS 卫星和 Galileo 卫星的内符合精度基本上都在 0.1 TECU 以内，GPS 卫星的平均内符合精度 RMS 值为 0.07 TECU，Galileo 卫星的平均内符合精度 RMS 值为 0.07 TECU。与内符合精度统计结果相比，不同卫星的外符合精度 RMS 值均有所增大，GPS 卫星的平均外符合精度 RMS 值为 0.09 TECU，Galileo 卫星的平均外符合精度 RMS 值为 0.08 TECU。外符合精度与内符合精度差异并不大，GPS 卫星和 Galileo 卫星的差异均在 0.02 TECU 以内。

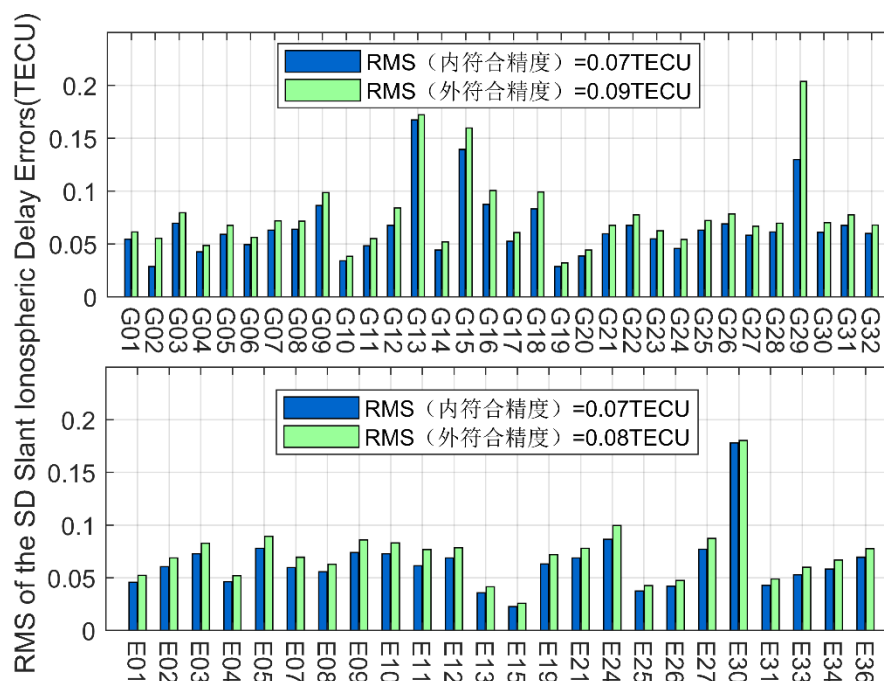


图 6.14 电离层 STEC 建模内符合精度和外符合精度对比结果

与 VTEC 建模类似，图 6.15 给出了 2 月 19 日测试期间 3 个红色测站采用 STEC 建模评估的 IRIM 结果。可以看出，上述 3 个测站在 17:00~18:00 期间的 IRIM 相较于其他时间有所偏大，但也均在 0.3 TECU 以内，明显小于 VTEC 建模的 0.7 TECU，由此可知 STEC 建模相较于 VTEC 建模减弱了低高度角卫星的影响。正常时段内 STEC 建模的 IRIM 相较于 VTEC 建模的 IRIM 也略有提升，基本上均在 0.1 TECU 以内。



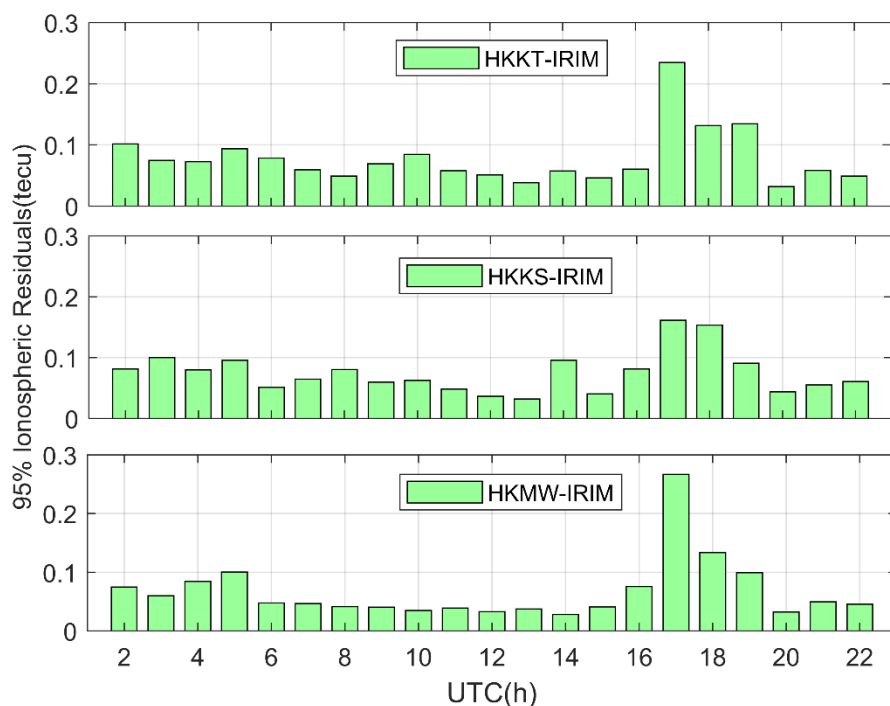


图 6.15 3 个测站电离层延迟改正数 STEC 建模的 IRIM 统计结果

图 6.2 中提出了一种基于重合 IPP 的改进的低纬度地区电离层延迟改正数建模方法。本文实验的香港区域正好位于中低纬度区域，可以用来测试该算法的有效性。电离层一般在当地时间下午 14 左右最为活跃（褚睿韬，2022），此时 MSLTDs 对电离层建模影响最大。本文选取 2 月 19 日当地时间 13:30~14:30 的数据，分别采用传统方法和改进方法进行电离层 STEC 建模，并将两种方法提取出的电离层延迟改正数与真值对比，评估改进方法的有效性。

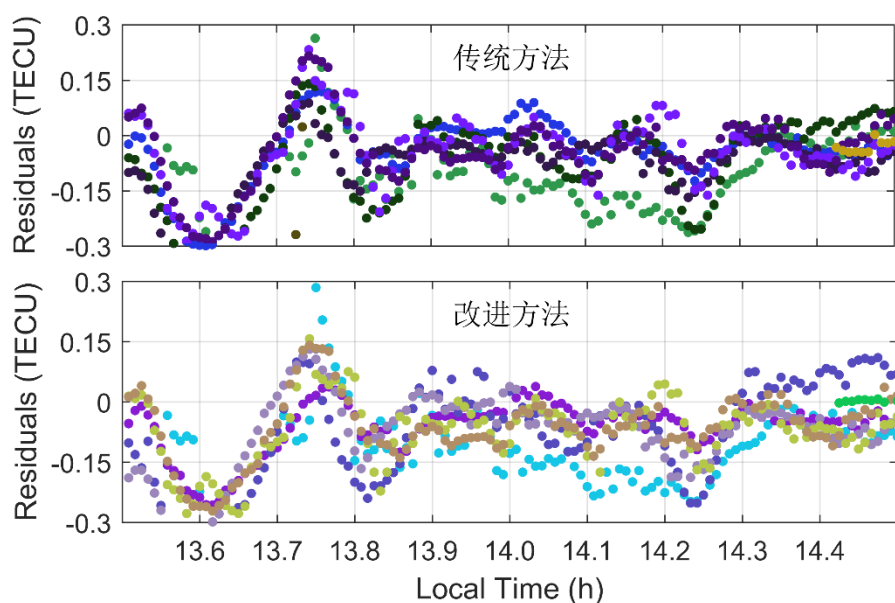


图 6.16 HKST 站当地时间 13:30~14:30 采用传统方法与改进方法 STEC 建模结果



图 6.16 中，上方子图显示了使用传统方法进行 STEC 建模的 HKST 站的精度评估结果，下方子图显示了使用改进方法进行 STEC 建模的 HKST 站的精度评估结果。图中每种颜色的点代表一个卫星的结果。从图中结果可以看出，使用改进方法进行 STEC 建模的电离层残差要小于使用传统方法的电离层残差。图 6.17 进一步统计了所有测站采用两种方法的电离层残差 RMS 值。位于区域最北方的 HKTK 和 HKFN 站的电离层延迟改正数由于 IPP 纬度阈值限制并未参与建模。在其余 16 个测站中，有 12 个测站使用改进方法进行 STEC 建模可以提高精度，而 4 个测站采用传统方法进行 STEC 建模具有较高的精度。采用改进方法进行 STEC 建模的平均精度提升比例为 9.59%。因此，在电离层活跃期间可以考虑采用改进方法进行 STEC 建模，以减弱 MSLTDs 的影响。

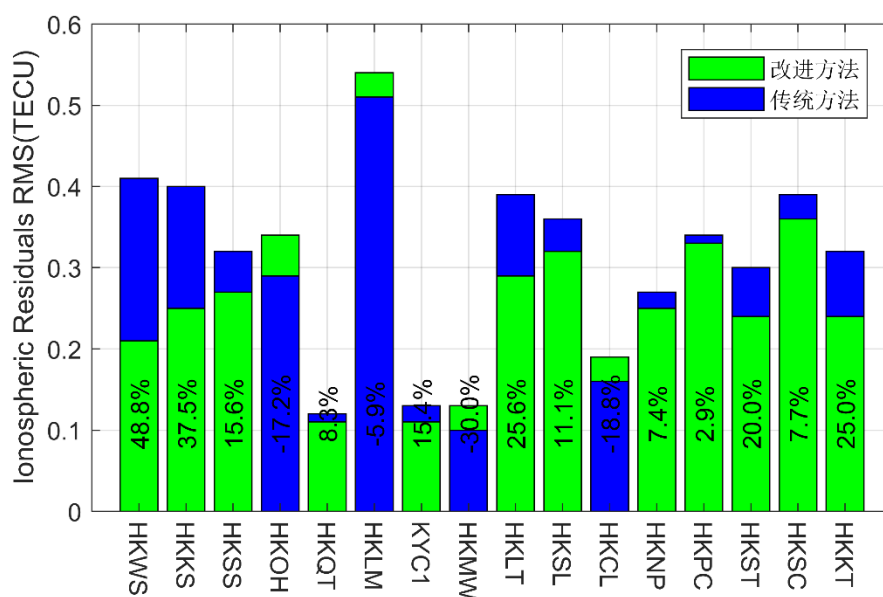


图 6.17 16 个测站采用传统方法与改进方法的电离层残差 RMS 统计结果及提升比例

### 澳大利亚区域 CORS 站实验结果

上一节中选用的香港区域相对较小，为了验证本文提出的区域大气延迟改正数建模方法在较大区域的应用效果，本文选取了位于澳大利亚东南部的 21 个测站进行实验研究，21 个测站均匀分布在  $(143^{\circ} \text{ E}, 149^{\circ} \text{ E})$ ,  $(34^{\circ} \text{ S}, 39^{\circ} \text{ S})$  的区域内，其分布如图 6.18 所示，各测站的平均间距在 100 km 左右。图 6.18 中 18 个蓝色三角形表示参与区域大气延迟改正数建模的测站，3 个红色三角形表示区域大气延迟改正数建模外符合精度评估测站。本文采用上述测站 2023 年 2 月 19 日至 2 月 21 日的 GPS, Galileo 及 BDS-3 观测数据进行区域大气延迟改正数建模，数据采样率为 30 s。

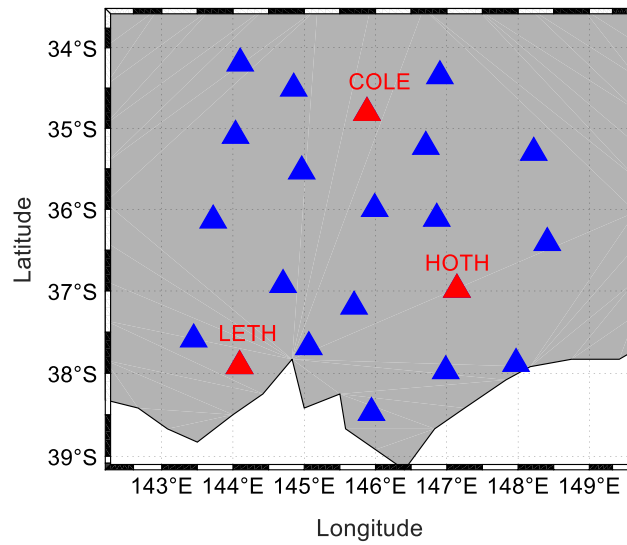


图 6.18 澳大利亚区域 21 个 CORS 站分布图

首先对澳大利亚区域的对流层延迟改正数建模精度进行评估，图 6.19 中上中下三幅子图分别表示了 3 个测站的对流层建模外符合精度评估结果，图中序列表示了对流层延迟改正数建模值与参考值之间的差值。从图 6.19 中结果可以看出，COLE 站，LETH 站和 HOTH 站的差值序列 RMS 值分别为 3 mm，8 mm 和 3 mm。LETH 站位于区域左下角，其周边测站相对较少，因此建模精度相对于其他两个测站略差。总体来说，图 6.19 中结果证明了本文采用的对流层延迟改正数建模方法在大尺度区域仍可以建立出高精度的对流层延迟改正数模型，足以满足用户端模糊度固定的需求。

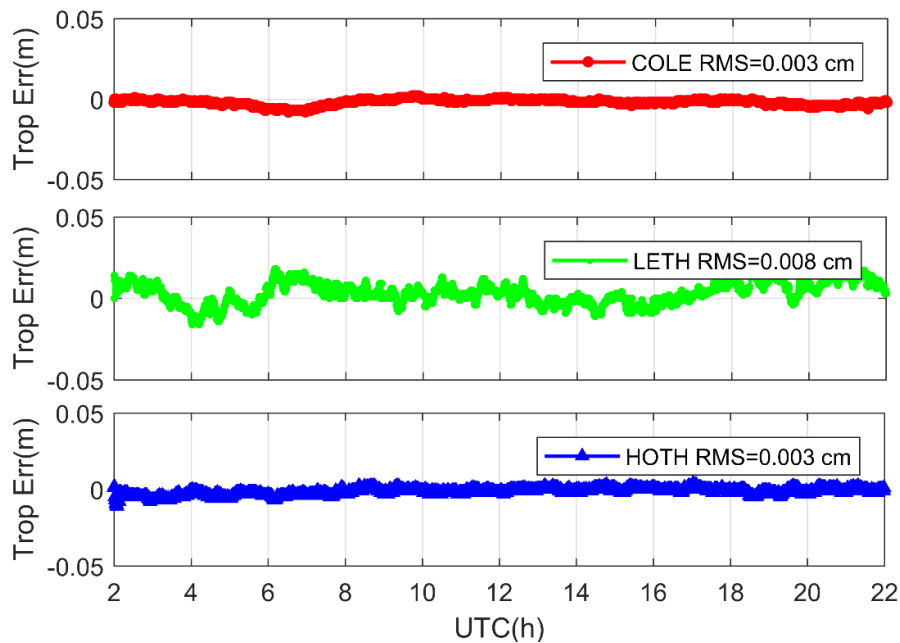


图 6.19 COLE，LETH 和 HOTH 测站对流层延迟改正数建模外符合精度评估结果

图 6.20 展示了 2 月 19 日 3 个测站的 TRIM 统计结果。与 5.19 中结果类似，COLE 测站和 HOTH 测站的 TRIM 指标总体上小于 LETH 站，基本上在 1 cm 以内，LETH 站的 TRIM 指标基本上在 2 cm 以内。上述 TRIM 指标可以作为对流层延迟改正数建模的完好性评估指标。

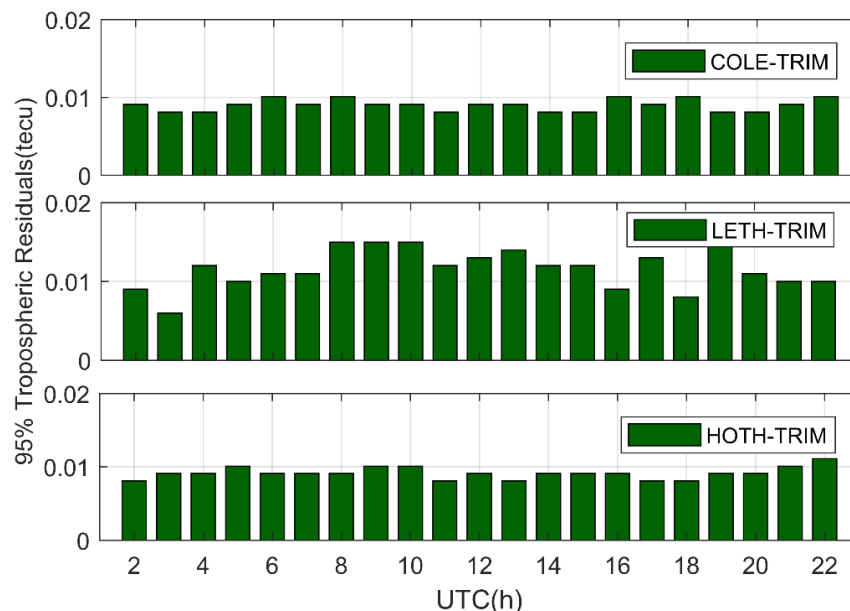


图 6.20 2023 年 2 月 19 日 3 个测站对流层延迟改正数建模的 TRIM 统计结果

与香港区域实验过程类似，分别采用一阶，二阶，三阶和四阶多项式对澳大利亚区域电离层延迟改正数进行 VTEC 建模，结果表明采用三阶多项式建模精度最优。图 6.21 中展示了采用三阶多项式进行 VTEC 建模的内符合精度评估结果，图中每个点表示每个测站 3 天内符合精度统计结果的均值。电离层延迟改正数 VTEC 建模是分系统进行的，但是本文在进行精度评估时，将每个测站的 GPS, Galileo, BDS 建模结果取平均进行统计。从图 6.21 中结果可以看出，18 个测站的平均建模精度为 0.61 TECU，相对于全球电离层延迟模型精度仍有较大提升，证明了在大尺度区域采用多项式拟合模型进行电离层延迟改正数 VTEC 建模的有效性。与香港区域结果相比，采用多项式拟合模型在澳大利亚区域进行电离层延迟改正数建模的边际效应更加明显，位于区域中心的测站内符合精度评估结果要明显优于边缘测站。

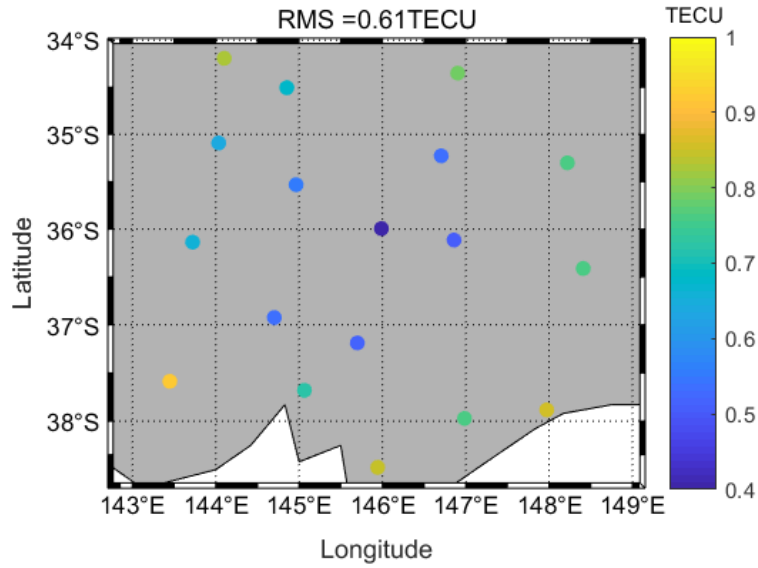


图 6.21 18 个测站的电离层延迟改正数 VTEC 建模内符合精度

图 6.22 中展示了在 3 天的测试期间，3 个红色站点的 GPS 卫星，Galileo 卫星和 BDS 卫星的电离层 VTEC 建模外符合精度 RMS 值。从图 6.10 中结果可以看出，GPS 卫星，Galileo 卫星和 BDS 卫星的外符合精度基本上都在 1 TECU 以内，GPS 卫星，Galileo 卫星和 BDS 卫星的平均外符合精度 RMS 值分别为 0.67 TECU，0.59 TECU 和 0.48 TECU，BDS 卫星可以取得最优的建模精度。

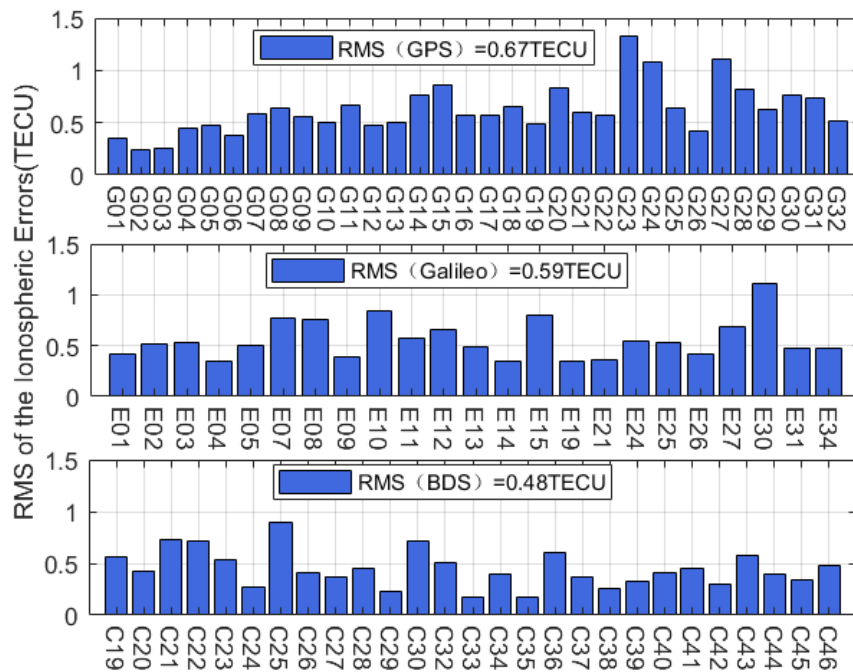


图 6.22 电离层 VTEC 建模外符合精度评估结果

图 6.23 给出了 2 月 19 日测试期间 3 个红色测站的 IRIM 统计结果。COLE 测站和 HOTH 站的 IRIM 指标要略优于 LETH 站，除了 UTC 5: 00 和 11: 00，

其他时段的 IRIM 指标均小于 0.5 TECU。与香港区域测站相比，澳大利亚测站的 IRIM 指标更大，这主要与澳大利亚区域尺度更大有关。可以看出，电离层 VTEC 建模精度随着尺度的增大而降低。

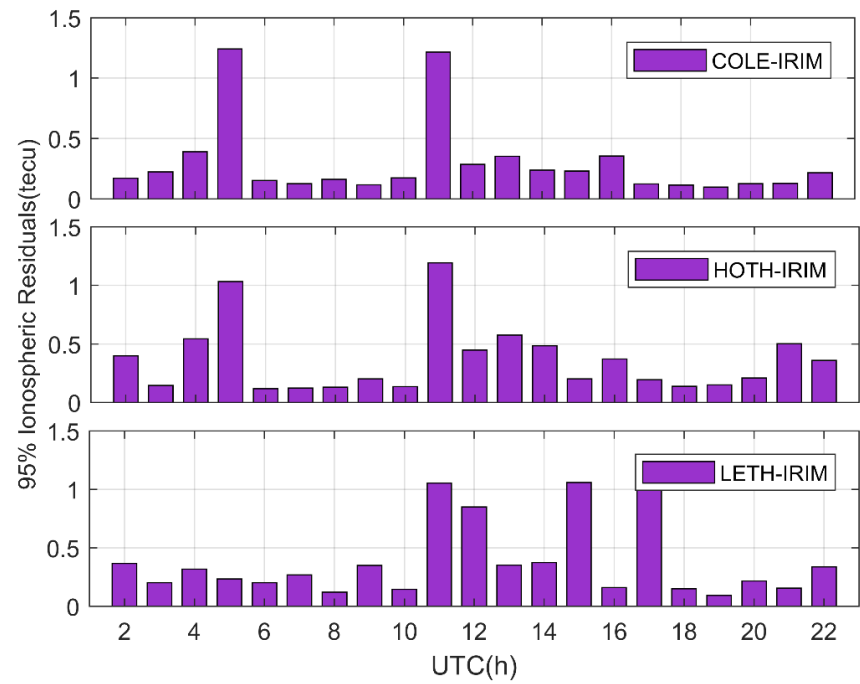


图 6.23 3 个测站电离层延迟改正数 VTEC 建模的 IRIM 统计结果

通过实验分析，对于澳大利亚区域，采用三阶多项式进行 STEC 建模可以取得较好的建模效果。图 6.24 中给出了 18 个澳大利亚区域 CORS 站采用 STEC 建模的内符合精度评定结果，由于 STEC 建模是逐卫星进行的，因此本文在进行结果统计时直接将某一测站上所有卫星结果取平均作为该站的 STEC 建模内符合精度评定结果。从图 6.24 中结果可以看出，澳大利亚区域 18 个 CORS 站的平均 STEC 建模内符合精度为 0.09 TECU，相较于 VTEC 建模内符合精度提升比例为 85.2%，证明了在大尺度区域采用 STEC 建模仍可取得较好的建模结果。同时与香港区域不同的是，当区域尺度较大时，采用 STEC 建模也会表现出明显的边际效应。

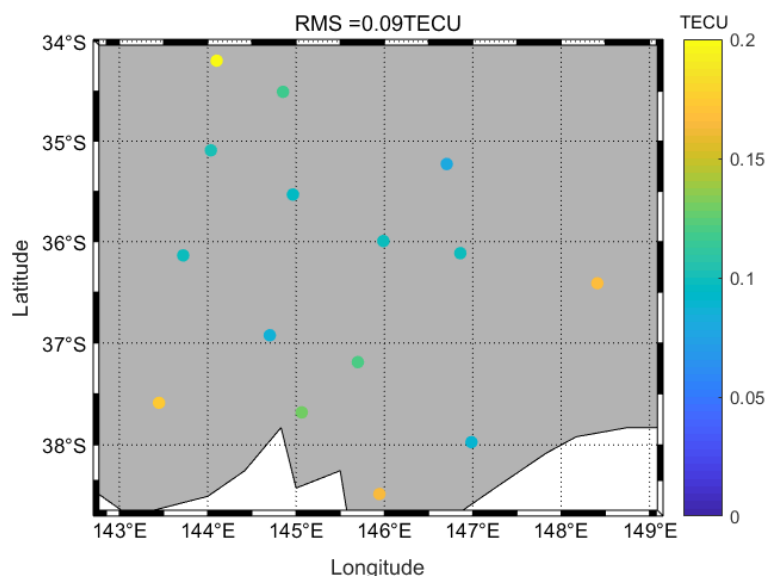


图 6.24 18 个测站的电离层延迟改正数 STEC 建模内符合精度

图 6.25 中展示了在测试期间 3 个红色站点的 GPS 卫星，Galileo 卫星和 BDS 卫星的电离层 STEC 建模外符合精度 RMS 值。从图中结果可以看出，GPS 卫星、Galileo 卫星和 BDS 卫星的平均外符合精度 RMS 值分别为 0.10 TECU，0.10 TECU 和 0.11 TECU，相对于 VTEC 建模的提升比例分别为 85.0%，83.0%和 77%。

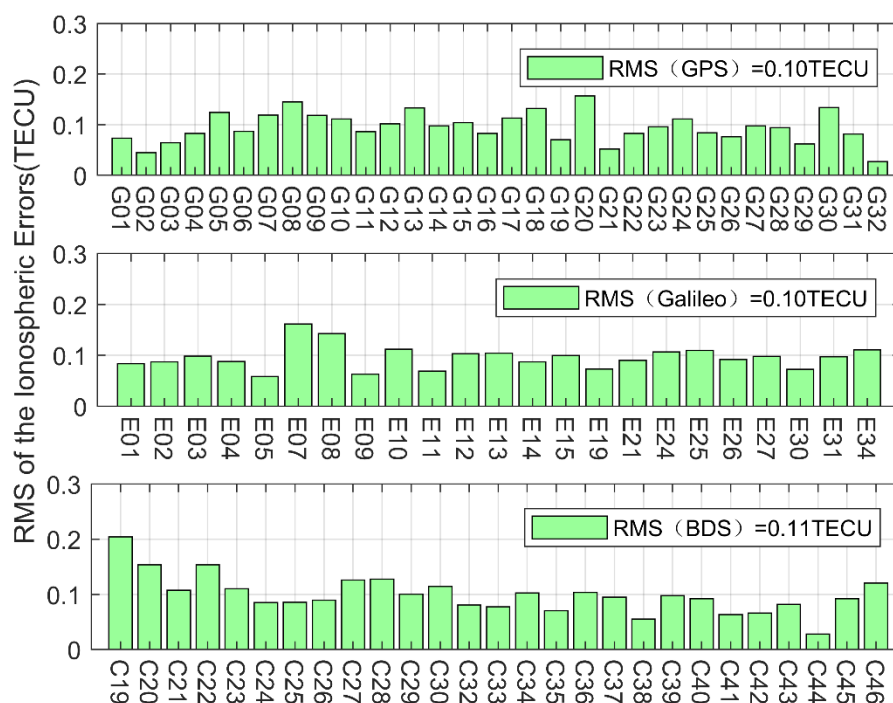


图 6.25 电离层 STEC 建模外符合精度评估结果

图 6.26 给出了 2 月 19 日测试期间 3 个红色测站的电离层 STEC 建模的 IRIM

统计结果。3个测站的 IRIM 指标均在 0.2 TECU 以内，相比于各时段内的 VTEC 建模结果均有所降低。

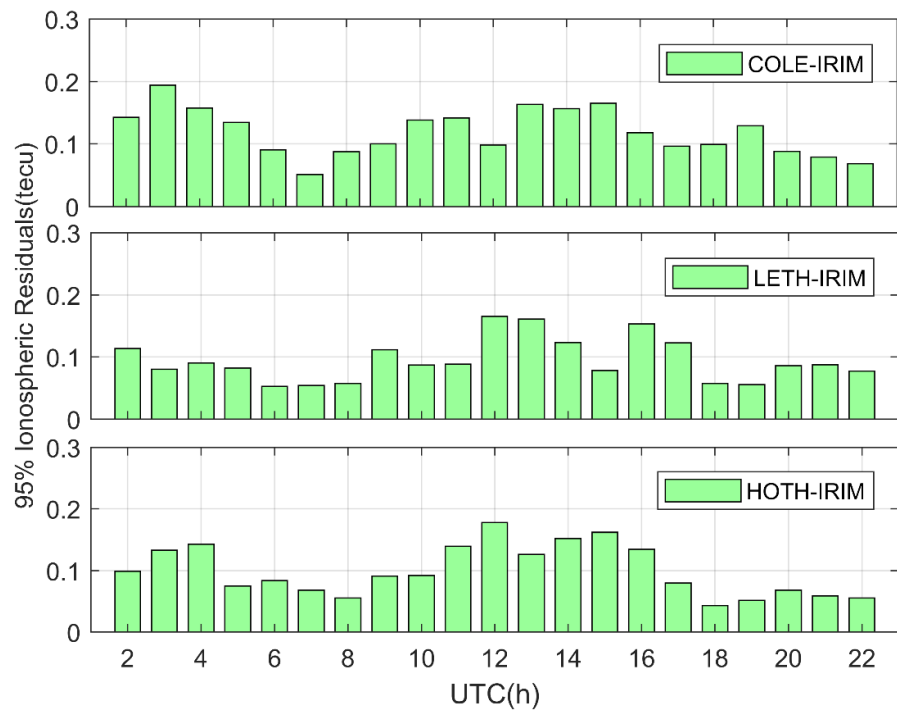


图 6.26 3 个测站电离层延迟改正数 STEC 建模的 IRIM 统计结果

## 6.3 区域增强 PPP-RTK 终端定位算法及定位性能分析

### 6.3.1 区域增强 PPP-RTK 终端定位算法

基于 6.2 中算法可以对区域参考网电离层延迟改正数和对流层延迟改正数进行建模，将其提供给区域网内用户后，用户可以实现快速模糊度固定，达到增强 PPP 的效果。本节对区域增强 PPP 算法进行介绍，其实质是在 2.1.1 节中介绍的非差非组合定位模型的基础上引入电离层和对流层改正虚拟观测方程。可以被表示为：

$$\begin{cases} p_{r,i}^{s,g} = e_r^{s,g} \cdot \hat{x} + \hat{t}_{r,g} + M^{s,g} \cdot \hat{T}_r + r_i^{s,g} \cdot \hat{I}_{r,1}^{s,g} + e_{r,i}^{s,g} \\ p_{r,i}^{s,e} = e_r^{s,e} \cdot \hat{x} + \hat{t}_{r,e} + M^{s,e} \cdot \hat{T}_r + r_i^{s,e} \cdot \hat{I}_{r,1}^{s,e} + e_{r,i}^{s,e} \\ p_{r,i}^{s,c} = e_r^{s,c} \cdot \hat{x} + \hat{t}_{r,c} + M^{s,c} \cdot \hat{T}_r + r_i^{s,c} \cdot \hat{I}_{r,1}^{s,c} + e_{r,i}^{s,c} \end{cases} \quad (6.17)$$

$$\begin{cases} l_{r,i}^{s,g} = e_r^{s,g} \cdot \hat{x} + \hat{t}_{r,g} + M^{s,g} \cdot \hat{T}_r - r_i^{s,g} \cdot \hat{I}_{r,1}^{s,g} + \lambda_i^g \hat{N}_{r,i}^{s,g} + \varepsilon_{r,i}^{s,g} \\ l_{r,i}^{s,e} = e_r^{s,e} \cdot \hat{x} + \hat{t}_{r,e} + M^{s,e} \cdot \hat{T}_r - r_i^{s,e} \cdot \hat{I}_{r,1}^{s,e} + \lambda_i^e \hat{N}_{r,i}^{s,e} + \varepsilon_{r,i}^{s,e} \\ l_{r,i}^{s,c} = e_r^{s,c} \cdot \hat{x} + \hat{t}_{r,c} + M^{s,c} \cdot \hat{T}_r - r_i^{s,c} \cdot \hat{I}_{r,1}^{s,c} + \lambda_i^c \hat{N}_{r,i}^{s,c} + \varepsilon_{r,i}^{s,c} \end{cases} \quad (6.18)$$

$$\begin{cases} s_I^{s,sys} = \hat{I}_{r,1}^{s,sys} - \tilde{I}_{r,1}^{s,sys} = w_I, w_I \sim N(0, \sigma_{w_I}^2) \\ s_T = \hat{T}_r - \tilde{T}_r = w_T, w_T \sim N(0, \sigma_{w_T}^2) \end{cases} \quad (6.19)$$

式（6.17~6.19）中  $(\hat{x}, \hat{t}_{r,*}, \hat{T}_r, \hat{I}_{r,1}^{s,*}, \hat{N}_{r,i}^{s,*})$  为代求参数，分别表示坐标，接收机钟差，对流层，各卫星电离层，各卫星模糊度。 $\tilde{I}_{r,1}^{s,sys}$  和  $\tilde{T}_r$  为多项式模型计算出的用户端电离层延迟改正数和对流层延迟改正数。式（6.19）中  $w_I$  和  $w_T$  分别表示对电离层和对流层延迟改正数模型值与真值之差，为零均值白噪声过程， $\sigma_{w_I}^2$  和  $\sigma_{w_T}^2$  为两个虚拟观测方程对应的方差。

添加（6.19）中的虚拟观测值约束可以加速模糊度收敛，实现快速模糊度固定。为了取得较好的增强 PPP 效果，准确确定电离层虚拟观测方程和对流层虚拟观测方程的方差  $\sigma_{w_I}^2$  和  $\sigma_{w_T}^2$  至关重要。常用的电离层约束方法有逐步松弛约束法、时空约束法和常数约束法（周峰，2018；王阿昊，2021）。本文参考了 VRS 领域的概念，即电离层残差内插不确定性（Ionospheric Residual Interpolation



Uncertainty, IRIU) 和对流层残差内插不确定性 (Tropospheric Residual Interpolation Uncertainty, TRIU) (Chen et al, 2003), 在确定电离层虚拟观测方程和对流层虚拟观测方程方差时, 引入了电离层残差建模不确定指标 (Ionospheric Residual Model Uncertainty, IRMU) 和对流层残差建模不确定性指标 (Tropospheric Residual Model Uncertainty, TRMU)。通过这两个指标可以确定区域增强 PPP 算法中的虚拟观测方程方差。接下来我们将介绍这两个指标的计算方法。以 STEC 的 IRMU 计算方法为例, TRMU 计算方法与其类似。计算步骤为:

(1) 根据公式 (6.15) 拟合出多项式系数后, 首先计算多项式拟合模型的单位权中误差, 为:

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{L^T P L}{n - t}} \quad (6.20)$$

上式中,  $\sigma_0$  为单位权中误差,  $L$  为观测值方程残差,  $n$  为参数多项式系数拟合的观测方程个数,  $P$  为观测方程权阵,  $t$  为多项式系数个数。

(2) 计算多项式拟合模型的协方差矩阵, 为:

$$Q = \sigma_0^2 \cdot (A^T P A)^{-1} \quad (6.21)$$

式中  $Q$  为参数协方差矩阵,  $A$  为电离层建模的设计矩阵。

(3) 当确定用户站位置后, 可以计算出用户站处的电离层建模标准差  $\delta_u$ , 表示为:

$$\delta_u = \sqrt{B Q B^T} \quad (6.22)$$

其中  $B$  阵为将用户站经纬度带入 (6.15) 后, 通过与区域中心点经纬度做差计算出的多项式拟合参数系数。

(4) 计算历元  $k$  的电离层残差建模不确定性 IRMU, 计算公式为:

$$IRMU_k = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m [P(z)_i \cdot \delta_{u,i}] \quad (6.23)$$

其中  $m$  为可视卫星数,  $P(z)_i$  为高度角加权函数,  $\delta_{u,i}$  为第  $i$  颗卫星电离层建模标准差,  $\delta_{u,i}^2$  即为公式 (6.19) 中的电离层延迟改正数虚拟观测方程方差。在进行区域增强 PPP 定位性能评估时, 基本的数据处理策略如表 6.1 所示。

表 6.1 区域增强 PPP 定位处理策略

参数	模型/策略
观测值	原始伪距和相位观测值
频点	GPS:L1/L2; Galileo:E1/E5a; BDS:B1I/B3I
轨道和钟差	WUM 实时轨道+实时钟差
参数估计策略	扩展卡尔曼滤波
截至高度角	10°
观测值权重	伪距 0.3 m+相位 0.003 m
对流层延迟	对流层多项式拟合模型计算+残余量随机游走估计，虚拟观测方程方差参考公式（6.22）
电离层延迟	电离层多项式拟合模型计算+残余量随机游走估计，虚拟观测方程方差参考公式（6.22）
相位缠绕	改正
PCOs and PCVs	实时轨道基于相心，因此卫星端不进行修正；接收机端对应接收机类型改正
伪距+相位 OSB	4.1~4.2 节中自估产品
Tides	改正固体潮+海潮+极潮
模糊度固定	基于 Lambda 方法固定原始频点模糊度

### 6.3.2 区域增强 PPP-RTK 终端定位性能分析

#### 香港区域 PPP-RTK 定位性能分析

定位实验采用图 6.3 中 3 个红色测站的观测数据，时间范围为 2023 年 2 月 19 日至 2 月 21 日，历元间隔为 30 秒。首先，本文分析基于电离层 VTEC 建模的区域增强 PPP 定位性能。根据图 6.9 结果可知，GPS 卫星和 Galileo 卫星的电离层 VTEC 建模的外符合精度分别为 0.55 TECU 和 0.42 TECU。这些误差对窄巷模糊度的影响分别为 0.44 周和 0.35 周，这种差异可能导致实际定位时窄巷模糊度错误固定一周。为了提高电离层 VTEC 建模产品的可靠性，本文使用多项式拟合得到的参考站大气延迟减去参考站提取的大气延迟，从而获得参考站上的大气延迟残差。接着，在香港区域内以 0.1 度×0.1 度的间隔来编排格网点，并根据

格网点位置，反距离加权内插出每个格网点的大气延迟残差。服务端在发布 VTEC 建模多项式系数时，还同步播发格网点大气延迟残差。用户端通过多项式拟合系数获得电离层区域拟合值，通过格网残差内插获得用户站上电离层残差值，拟合值与残差值相加获得用户站上的电离层延迟改正数。香港区域的格网点分布如图 6.27 所示。

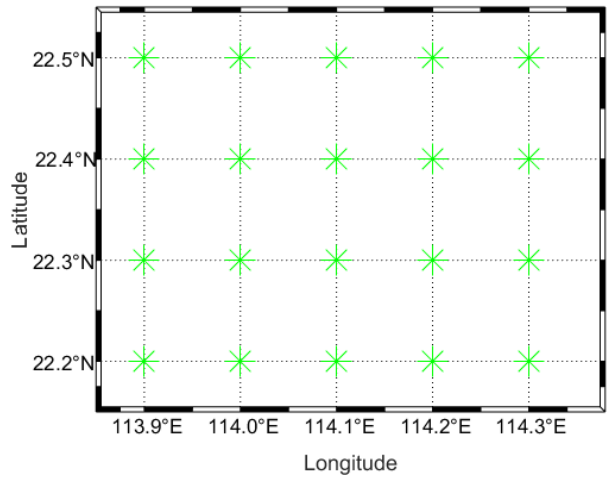


图 6.27 香港区域格网点分布示意图

根据公式（6.20）~（6.23），计算对流层残差及电离层残差建模不确定性。图 6.28 给出了 20 个格网点在 UTC 时间 2: 30 的对流层残差建模不确定结果，各格网点的对流层 TRMU 差异在 1 cm 以内，并且总体上表现出区域中心格网点 TRMU 小，边缘格网点 TRMU 大的现象。

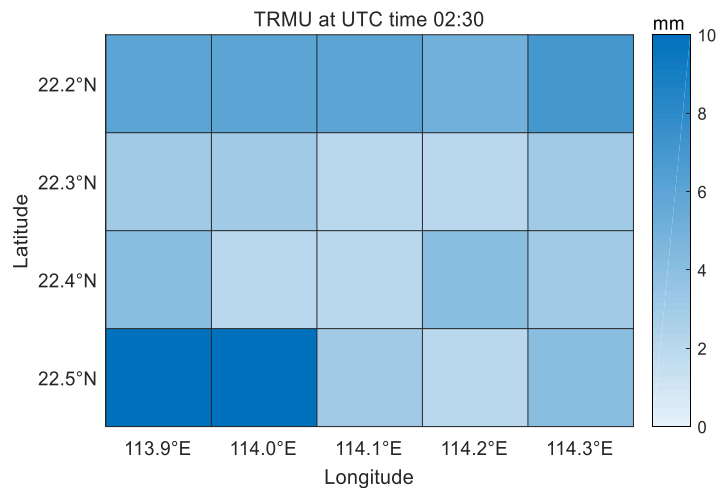


图 6.28 UTC 时间 2: 30 的对流层残差建模不确定性

图 6.29 和图 6.30 分别表示各格网点电离层残差 VTEC 建模和电离层残差 STEC 建模的 IRMU 结果。图 6.29 和图 6.30 中上子图表示 UTC 时间 2: 30 的 IRMU 结果，下子图表示 UTC 时间 17: 30 的 IRMU 结果。从图 6.11 和图 6.15

中结果可知，UTC 时间 2:30 电离层建模精度较高，UTC 时间 17:30 时刻由于部分卫星高度角较低的原因，VTEC 建模和 STEC 建模的建模精度均有所降低，图 6.29 和图 6.30 中 IRMU 计算结果也与上述结果相对应。从图 6.29 的结果可以看出，UTC 时间为 2:30 时，各格网点的 IRMU 结果分布在 0.16 TECU 到 0.17 TECU 之间，而 UTC 时间为 17:30 时，各格网点的 IRMU 结果分布在 1.13 TECU 到 1.14 TECU 之间。当电离层 VTEC 建模精度降低时，IRMU 的结果也会随之增大，因此可以更好地反映电离层改正数的精度。不同格网点的 VTEC 建模 IRMU 差异较小，无论是 UTC 时间为 2:30 还是 UTC 时间为 17:30，差异都在 0.01 TECU 以内。这主要是因为 VTEC 建模 IRMU 的计算结果只与格网点的经纬度有关，而不同格网点之间的经纬度差异很小。

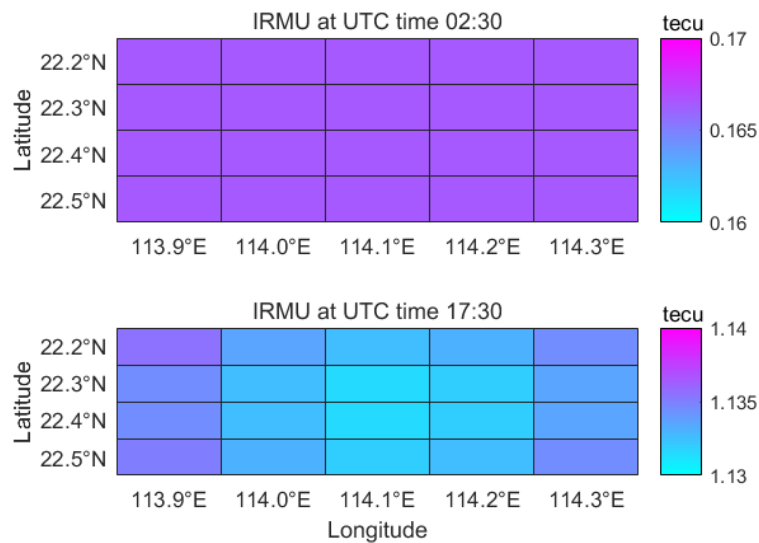


图 6.29 UTC 时间 2:30 和 17:30 的电离层残差 VTEC 建模不确定性

从图 6.30 的结果可以看出，UTC 时间为 2:30 和 17:30 时，各格网点的 STEC 建模 IRMU 结果分别分布在 0 到 0.1 TECU 和 0.1 到 0.5 TECU 之间。与 VTEC 建模结果相似，IRMU 结果在不同时刻的差异同样可以反映 STEC 建模的精度。不同于 VTEC 建模的是，STEC 在建模时考虑了不同电离层延迟改正数的映射函数，因此在相同时刻，不同格网点的 IRMU 差异相对较大。在 UTC 时间为 17:30 时，区域中心格网点的 IRMU 结果仍然在 0.1 TECU 左右。

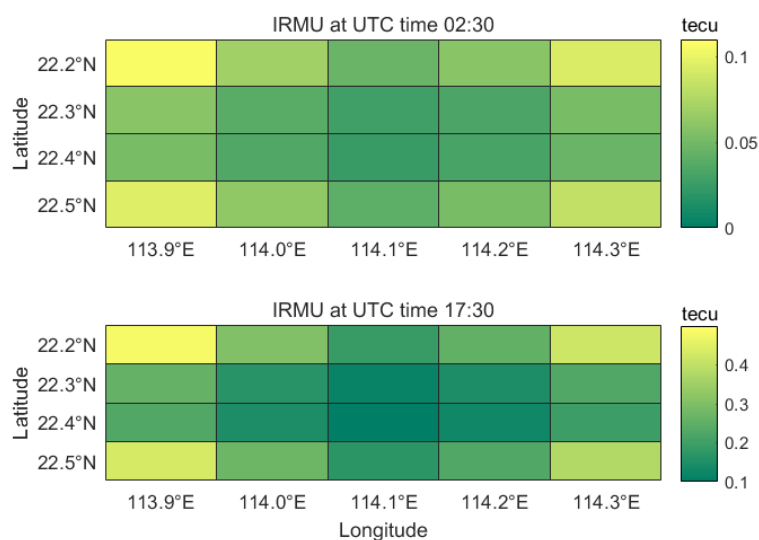


图 6.30 UTC 时间 2: 30 和 17: 30 的电离层残差 STEC 建模不确定性

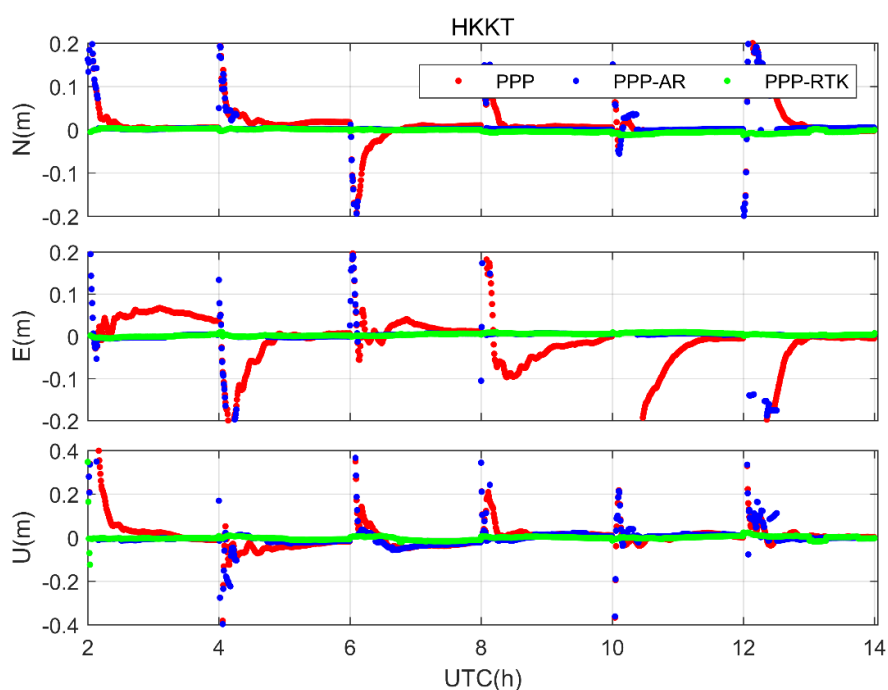


图 6.31 HKKT 站静态模式下 PPP/PPP-AR/PPP-RTK 定位误差序列

图 6.31 展示了 HKKT 测站在 2023 年 2 月 19 日 UTC 2:00 至 14:00 期间的定位误差序列。这些误差分别通过 PPP、PPP-AR 和 PPP-RTK 静态定位模式得到的，采用 GPS+Galileo 双系统定位，实验时每 2 个小时初始化一次。图中红色、蓝色和绿色序列分别代表 PPP、PPP-AR 和 PPP-RTK 定位结果，PPP-RTK 时采用的电离层延迟改正数由 VTEC 多项式拟合值和格网点残差内插值组合计算得到。在 UTC 2: 00 至 14: 00 期间，组合计算出的电离层延迟改正数具有较高精度，因此 PPP-RTK 定位结果基本上可以实现瞬时收敛，相较于 PPP 和 PPP-AR 收敛速度有明显提升。图 6.6 展示了 HKKT 测站静态模拟动态的定位误差序列，与静

态结果类似，动态模式下的 PPP-RTK 仍可实现瞬时收敛，且 PPP-RTK 收敛后的定位精度相较于 PPP 和 PPP-AR 也有明显提升。

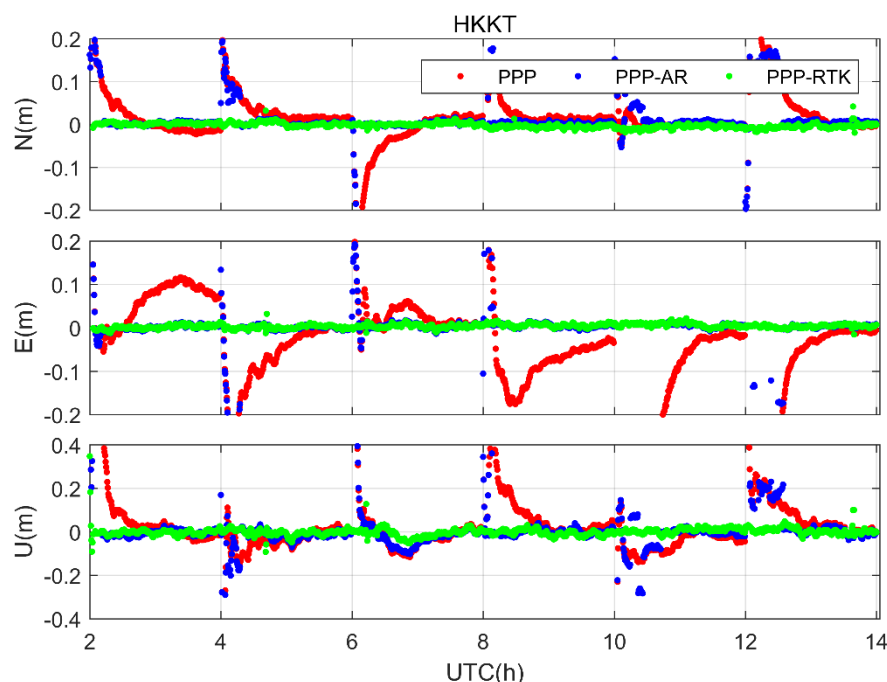


图 6.32 HKKT 站动态模式下 PPP/PPP-AR/PPP-RTK 定位误差序列 (DOY 050)

根据 6.3.1 小节的内容，采用合理的大气延迟改正数随机模型对用户 PPP-RTK 定位解算及模糊度固定十分关键。为此，本文也提出了一种根据大气延迟改正数残差建模不确定性确定随机模型的方法。为了对比体现本文提出的随机模型的优势，共设计了 3 个 PPP-RTK 解算方案，分别为：

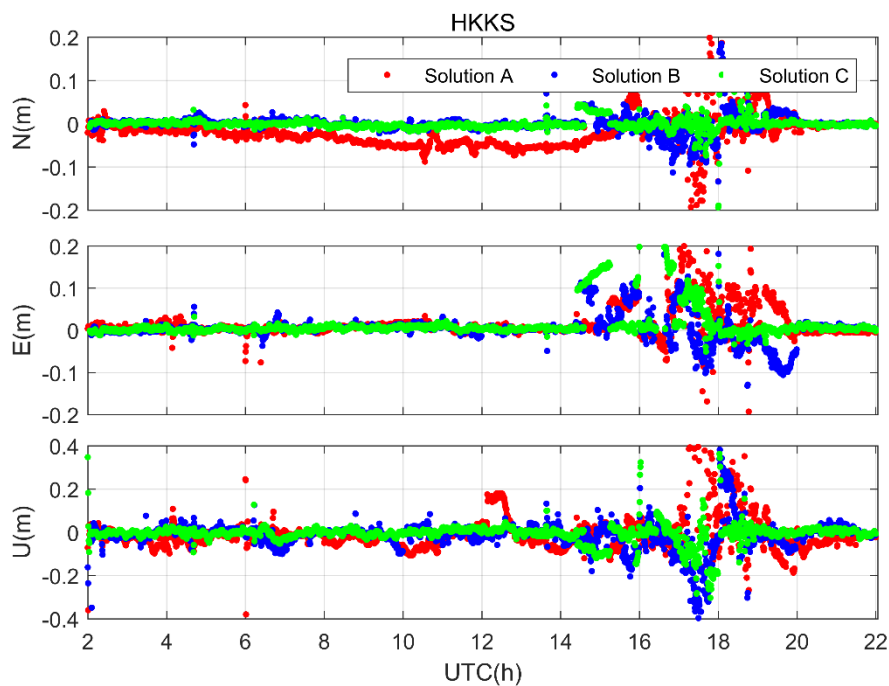
**Solution A:** 认为服务端提供的大气延迟改正数足够精确，用户端不估计残余的对流层与电离层参数；

**Solution B:** 估计电离层和对流层残余量，对流层残余量虚拟观测方程中误差设置为 1 cm，电离层残余量虚拟观测方程中误差采用时空约束法确定，时空约束法天顶电离层中误差设置为 2.5 cm；

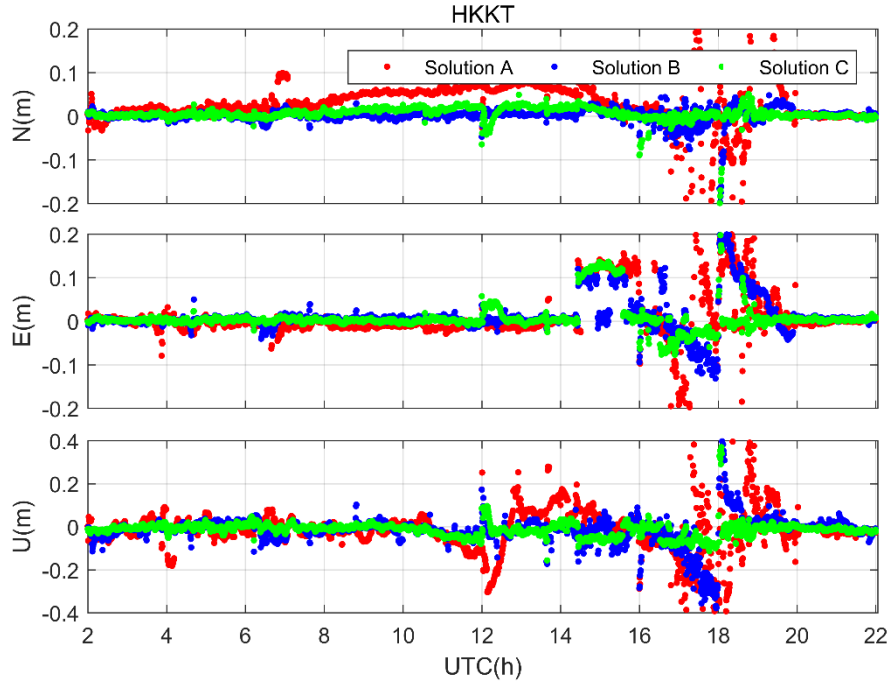
**Solution C:** 估计电离层和对流层残余量，根据 TRMU 和 IRMU 指标确定对流层残余量与电离层残余量中误差。

图 6.33 中三幅子图分别表示 3 个测站采用不同解算方法得到的动态模式下 PPP-RTK 定位误差序列。这里需要说明的是，三种方案的电离层延迟改正数均由 VTEC 多项式拟合值和格网点残差内插值组合计算得到。图中红色、蓝色和绿色序列分别表示 Solution A, Solution B, Solution C 定位结果。可以看出，当电离层建模精度较高时，三种 PPP-RTK 定位方案均可实现快速收敛，证明了 VTEC 多项式拟合值和格网点残差内插值组合计算出的电离层延迟改正数的可靠

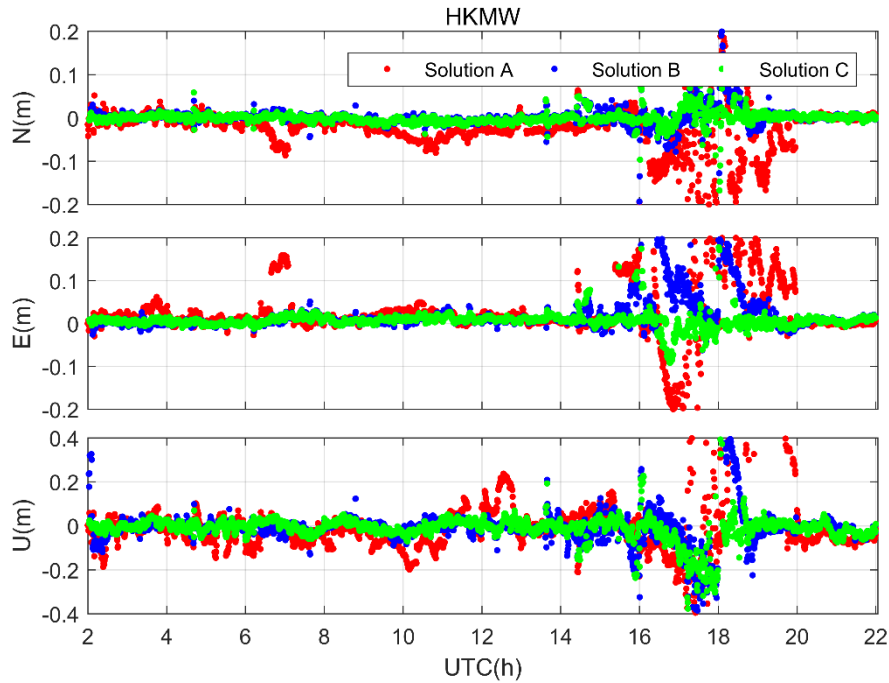
性。Solution A 方案的定位结果虽然快速收敛，但是 N 方向的定位误差明显存在一个系统偏差，因此用户在进行 PPP-RTK 定位时仍需对大气延迟改正数残余量进行估计。对比图 6.33 中 2: 00-14: 00 时段和 15: 00-18: 00 时段的 Solution B 和 Solution C 的定位结果，当电离层建模精度较高时，两种方法确定出的残余量中误差对 PPP-RTK 定位结果影响较小，当电离层建模精度较差时，Solution C 方案的整体定位结果相比于 Solution B 则有明显提升，证明了本文提出的根据大气延迟改正数残差建模不确定性确定随机模型的有效性。PPP-RTK 定位结果在 15: 00-18: 00 时段内明显较差，可以与图 6.11 中的 IRIM 指标和图 6.29 中的 IRMU 指标相对应，也证明了本文提出的这两个 PPP-RTK 电离层建模完好性指标的可靠性。



(a) HKKS 站 PPP-RTK 定位误差序列



(b) HKKT 站 PPP-RTK 定位误差序列



(c) HKMW 站 PPP-RTK 定位误差序列

图 6.33 3 个测站采用不同大气延迟改正数处理方案的 PPP-RTK 定位误差序列 (DOY 050)

进一步,统计了三个测站在 2023 年 2 月 19 日至 2 月 21 日的实验期间,采用 PPP-AR 和 PPP-RTK 在静态和动态模式下的定位精度、收敛时间以及模糊度固定率。在进行 PPP-RTK 定位时,采用的电离层延迟改正数为 VTEC 建模和格网点残差组合计算值。在实验期间,每两个小时进行一次定位初始化。在统计收敛时间时,滤波收敛定义为平面方向定位偏差连续 20 个历元小于 5 cm,高程方



向定位偏差连续 20 个历元小于 10 cm。

表 6.2 静态模式下 3 个测站 PPP-AR 和 PPP-RTK 定位评估结果

Solutions	PPP-AR					PPP-RTK				
	N/ cm	E/ cm	U/ cm	收敛 历元	固定 率/%	N/ cm	E/ cm	U/ cm	收敛 历元	固定 率/%
HKMW	0.39	0.80	1.64	29.2	91.5	0.43	0.77	2.07	2.9	98.0
HKKS	0.57	0.56	1.73	22.1	92.7	0.81	0.65	1.77	2.2	96.8
HKKT	0.52	0.63	2.44	17.8	93.8	0.45	0.88	1.02	1.8	97.5
Mean	0.49	0.66	1.93	23.0	92.6	0.56	0.76	1.62	2.3	97.4

表 6.2 给出了 3 个测站静态定位模式的定位结果。从表中可以看出，使用 PPP-AR 模式进行静态定位时，定位收敛后三个测站在 N、E 和 U 方向的平均 RMS 分别为 0.49 cm、0.66 cm 和 1.99 cm。而使用 PPP-RTK 模式进行静态定位时，定位收敛后 3 个测站在 N、E 和 U 方向的平均 RMS 分别为 0.56 cm、0.76 cm 和 1.62 cm。两种定位模式对收敛后的静态定位精度影响不大，差异在 3 毫米以内。3 个测站的 PPP-AR 定位结果平均需要 23 个历元收敛，平均模糊度固定率为 92.6%。而三个测站的 PPP-RTK 定位结果平均只需要 2.3 个历元收敛，平均模糊度固定率为 97.4%。与 PPP-AR 相比，PPP-RTK 的静态定位收敛速度和模糊度固定率有明显提升。

表 6.3 给出了 3 个测站动态定位模式的定位结果。与静态定位结果类似，动态模式下的 PPP-RTK 定位收敛速度和模糊度固定率相对于 PPP-AR 均有提升，PPP-AR 需要 24.2 个历元才能收敛，PPP-RTK 只需要 2.66 个历元就能收敛，两种模式的平均模糊度固定率分别为 91.0%和 96.7%。使用 PPP-AR 模式和 PPP-RTK 模式进行动态定位在 N，E，U 三个方向的定位精度分别是 0.99 cm，1.50 cm，3.03 cm 和 0.81 cm，1.69 cm 和 2.08 cm，PPP-RTK 的整体定位精度相较于 PPP-AR 也有提升。

表 6.3 动态模式下 3 个测站 PPP-AR 和 PPP-RTK 定位评估结果

Solutions	PPP-AR					PPP-RTK				
	N/ cm	E/ cm	U/ cm	收敛 历元	固定 率/%	N/ cm	E/ cm	U/ cm	收敛 历元	固定 率/%
HKMW	0.96	2.48	2.48	28.2	91.8	0.87	2.29	2.03	3.75	96.6
HKKS	1.10	0.75	2.89	22.5	92.0	0.93	1.42	2.55	2.25	96.1
HKKT	0.92	1.29	3.73	22.1	89.4	0.64	1.37	1.67	2.0	97.4
Mean	0.99	1.50	3.03	24.2	91.0	0.81	1.69	2.08	2.66	96.7

由图 6.15 中结果可以看出，电离层 STEC 建模精度相对于 VTEC 建模精度有明显提升，理论上定位时采用 STEC 建模电离层改正可以取得更好的定位效果。图 6.34 给出了年积日 50 天 HKKT 站采用不同电离层改正的定位结果，图中红色定位结果采用的电离层延迟改正数为 VTEC 建模和格网点残差组合计算值，绿色定位结果采用的电离层延迟改正数为 STEC 建模值。从图中结果看出，电离层改正采用 STEC 建模值可以取得更优的定位结果，对于 15: 00~18: 00 时段内电

离层建模精度较低时，采用 STEC 建模值仍能保证水平 5 cm，高程 10 cm 以内的定位精度。

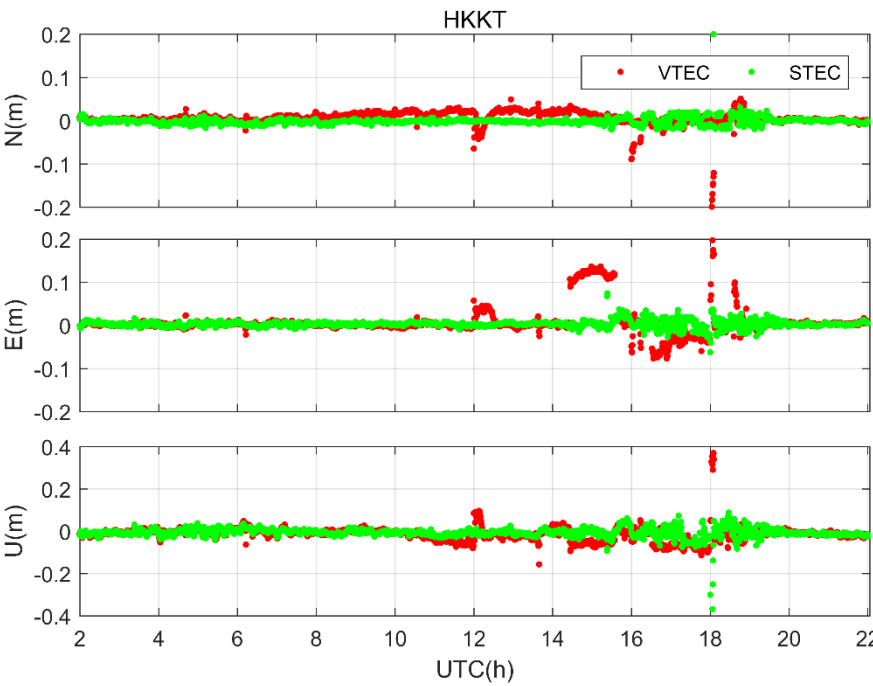


图 6.34 HKKT 站采用不同电离层改正的定位序列（DOY 050）

进一步对 3 个测站在实验期间采用 STEC 建模电离层改正进行定位的定位性能进行分析，统计所有测站静态和动态 PPP-RTK 的定位精度、收敛时间以及模糊度固定率，每两个小时进行一次定位初始化。结果如表 6.4 所示。

表 6.4 3 个测站采用 STEC 建模电离层改正进行静态和动态 PPP-RTK 定位的定位结果

Solutions	静态					动态				
	N/ cm	E/ cm	U/ cm	收敛 历元	固定 率/%	N/ cm	E/ cm	U/ cm	收敛 历元	固定 率/%
HKMW	0.57	0.68	1.88	1.9	98.3	0.90	1.11	2.02	1.9	98.2
HKKS	0.36	0.44	1.53	1.45	97.3	0.56	0.60	2.24	1.55	97.3
HKKT	0.22	0.65	1.04	1.15	97.8	0.62	1.21	1.46	1.15	97.8
Mean	0.38	0.59	1.07	1.50	97.8	0.69	0.97	1.90	1.53	97.7

根据表 6.4 的结果可知，采用 STEC 建模电离层改正进行 PPP-RTK 定位， 3 个测站静态定位收敛后在 N、E 和 U 方向的平均 RMS 误差分别为 0.38 cm，0.59 cm 和 1.07 cm。动态定位收敛后 3 个测站在 N、E 和 U 方向的平均 RMS 误差分别为 0.69 cm，0.97 cm 和 1.90 cm。相比表 6.2 和 6.3 中的 PPP-RTK 定位结果有明显提升。另外，静态 PPP-RTK 的平均收敛时间为 1.5 个历元，平均模糊度固定率为 97.8%。而动态 PPP-RTK 的平均收敛时间为 1.53 个历元，平均模糊度固定率为 97.7%，与静态 PPP-RTK 定位结果相差不大。综上所述，采用 STEC 建模电离层改正的 PPP-RTK 定位方法可以显著提高定位精度，且收敛速度和模糊

度固定率表现良好。

### 澳大利亚区域 PPP-RTK 定位性能分析

与前文类似，为了提升电离层延迟改正数模型的可靠性，首先在澳大利亚区域以 1 度×1 度的间隔进行格网点编排，格网点编排结果如图 6.35 所示。

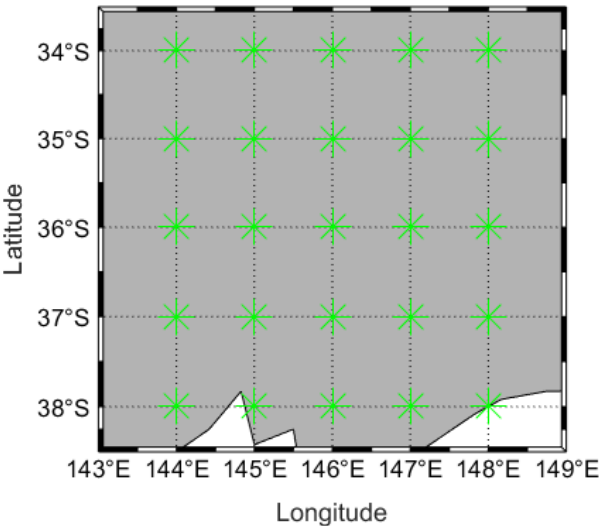


图 6.35 澳大利亚区域格网点分布示意图

图 6.36 中上子图表示 UTC 2: 30 各格网点电离层残差 VTEC 建模的 IRMU 结果，下子图表示 UTC2: 30 各格网点电离层残差 STEC 建模的 IRMU 结果。从图中结果可以看出，不同格网点的 VTEC 建模 IRMU 差异较小，均在 0.01 TECU 以内，这主要与不同格网点经纬度差异较小有关。不同格网点的 STEC 建模 IRMU 存在差异，但基本上均分布在 0~0.2 TECU 之间，与 VTEC 建模结果相比有所减小。

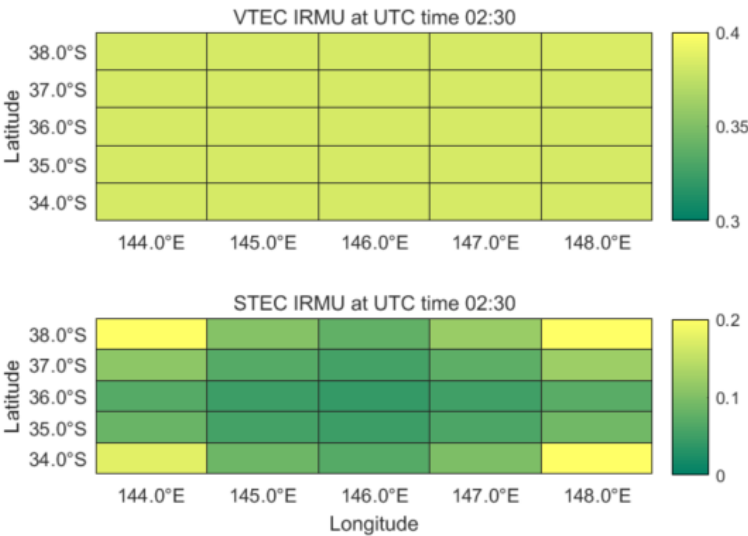


图 6.36 UTC 时间 2: 30 电离层残差 VTEC 建模和 STEC 建模不确定性

图 6.37 展示了基于不同定位模型的静态 PPP 定位误差结果，使用了 GPS、Galileo 和 BDS 三个系统进行定位，并且每 2 小时初始化一次。其中红色序列表示 PPP-AR 定位误差，蓝色和绿色序列分别表示采用电离层 VTEC 和 STEC 建模的 PPP-RTK 定位误差。COLE 和 LETH 测站的结果表明，采用电离层 STEC 建模的 PPP-RTK 定位效果最佳，大部分时段都能够实现快速收敛，证明了本文所采用的电离层 STEC 建模方法在大区域 CORS 网的适用性。对于 COLE 测站而言，基于电离层 VTEC 建模的 PPP-RTK 定位结果在 80% 的时段内收敛性优于 PPP-AR 结果。但是对于位于区域边缘的 LETH 测站，基于电离层 VTEC 建模的 PPP-RTK 定位结果在大部分时段内都要差于 PPP-AR 结果，主要原因是大尺度区域的电离层 VTEC 建模边缘效应相对于小区域更为明显，而边缘测站的电离层建模精度较差导致了定位效果不佳。

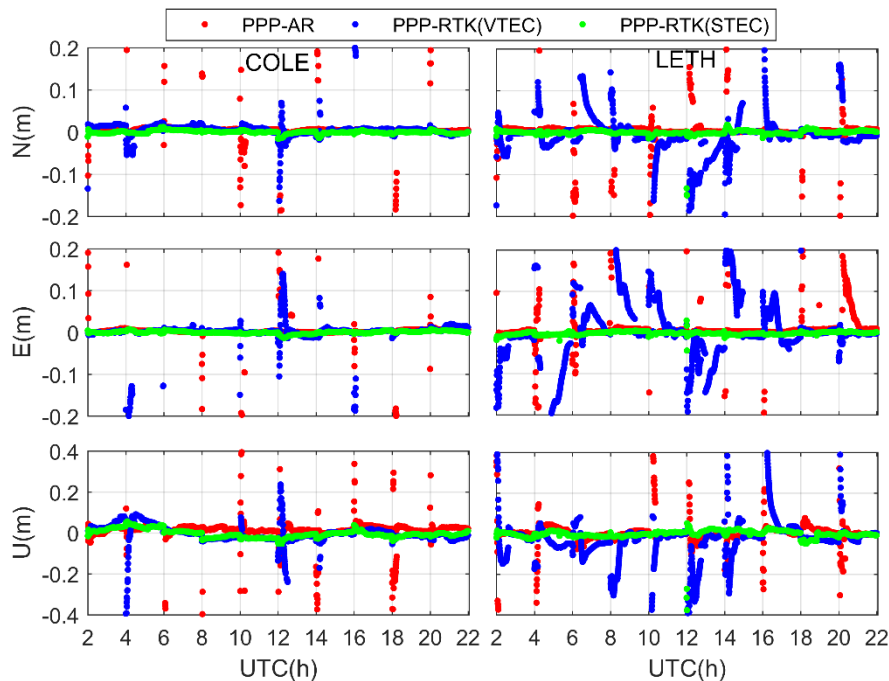


图 6.37 COLE 测站和 LETH 测站采用不同定位模型的静态模式定位误差

图 6.38 展示了基于不同定位模型的动态 PPP 定位误差结果，数据处理时采用与静态定位一样的处理策略。对于澳大利亚的大尺度区域，COLE 站和 LETH 站采用电离层 STEC 模型值进行 PPP-RTK 动态定位时均可以实现瞬时收敛，且收敛后的定位精度也明显优于其他两种定位模型。与静态定位结果类似，当采用电离层 VTEC 模型值进行 PPP-RTK 定位解算时，位于区域中心的测站定位效果要优于区域边缘测站，且位于区域中心测站的定位收敛速度要优于 PPP-AR 定位结果。

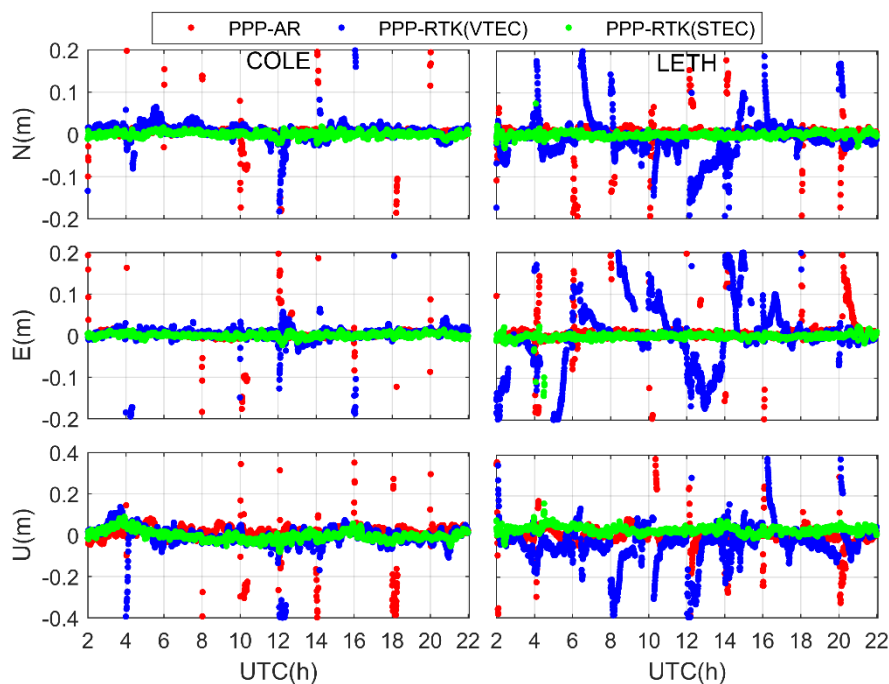


图 6.38 COLE 测站和 LETH 测站采用不同定位模型的动态模式定位误差

进一步，统计了三个测站在 2023 年 2 月 19 日至 2 月 21 日的实验期间分别采用 PPP-AR、PPP-RTK (VTEC) 和 PPP-RTK (STEC) 在静态和动态模式下的收敛后定位精度、收敛时间以及模糊度固定率，实验时每 2 h 初始化一次。表 6.5 给出了 3 个测站静态定位模式的定位结果。其中方案 1、方案 2 和方案 3 分别对应的是 PPP-AR、PPP-RTK (VTEC) 和 PPP-RTK (STEC)。

表 6.5 静态模式下 3 个测站 3 种模式的定位结果

定位方案	测站	N/cm	E/cm	U/cm	收敛历元	固定率 (%)
方案 1	COLE	1.18	0.99	2.56	15.16	94.16
方案 1	LETH	0.90	0.88	2.34	23.46	92.85
方案 1	HOTH	1.34	0.57	2.77	15.50	93.51
方案 1	Mean	1.14	0.81	2.55	18.04	93.50
方案 2	COLE	1.05	0.96	2.96	4.22	97.70
方案 2	LETH	1.08	1.57	4.84	11.18	95.41
方案 2	HOTH	1.01	1.45	3.09	4.14	96.79
方案 2	Mean	1.04	1.32	3.63	6.51	96.63
方案 3	COLE	0.37	0.32	1.61	1.10	99.93
方案 3	LETH	0.54	0.49	2.53	1.20	98.66
方案 3	HOTH	0.32	0.35	2.31	1.15	99.43
方案 3	Mean	0.41	0.38	2.15	1.15	99.34

根据表 6.5 的结果，可以看出 PPP-RTK (STEC) 在收敛时间和模糊度固定率方面表现最好，平均收敛时间和模糊度固定率分别为 1.15 历元和 99.34%。其次是 PPP-RTK (VTEC)，平均收敛时间和模糊度固定率分别为 6.51 历元和

96.63%；最后是 PPP-AR，平均收敛时间和模糊度固定率分别为 18.04 历元和 93.5%。从收敛后的定位精度来看，采用 PPP-RTK（STEC）相对于其他两种方案有明显提升，但是采用 PPP-AR 模式的定位精度要优于 PPP-RTK（VTEC）。总体而言，在静态模式下，采用 PPP-RTK（STEC）可以取得最优的定位效果，而在其他应用场景下可以根据实际需要来选择合适的定位方案。

表 6.5 给出了 3 个测站动态定位模式的定位结果。与静态定位结果类似，动态模式下的 PPP-RTK（STEC）的定位效果相对于其他两种方案均有提升，PPP-AR 和 PPP-RTK（VTEC）分别需要 19.68 个历元和 7.38 个历元才能收敛，而 PPP-RTK 只需要 1.15 个历元就能收敛，三种方案的平均模糊度固定率分别为 93.0%，94.2%和 99.05%。使用 PPP-RTK（STEC）方案进行动态定位在 N，E，U 三个方向的收敛后定位精度分别是 0.60 cm，0.62 cm 和 2.56 cm，相对于其它两种方案也有明显提升。而 PPP-RTK（VTEC）虽然在收敛时间和模糊度固定率方面优于 PPP-AR，但整体的定位精度在 N，E，U 三个方向均有所降低。

表 6.6 动态模式下 3 个测站 3 种模式的定位结果

定位模式	测站	N/cm	E/cm	U/cm	收敛历元	固定率 (%)
方案 1	COLE	1.31	1.09	2.93	15.25	93.72
方案 1	LETH	0.95	0.92	2.63	27.28	92.11
方案 1	HOTH	1.41	0.72	3.34	16.52	93.17
方案 1	Mean	1.22	0.91	2.96	19.68	93.0
方案 2	COLE	1.44	1.12	3.53	4.42	96.12
方案 2	LETH	1.42	2.52	4.08	12.15	92.75
方案 2	HOTH	1.50	2.16	3.49	5.57	94.20
方案 2	Mean	1.45	1.93	3.70	7.38	94.2
方案 3	COLE	0.53	0.49	1.97	1.10	99.93
方案 3	LETH	0.59	0.61	2.97	1.20	98.18
方案 3	HOTH	0.68	0.76	2.76	1.15	99.04
方案 3	Mean	0.60	0.62	2.56	1.15	99.05

## 6.4 本章小节

本章对 PPP-RTK 区域大气延迟改正数的提取、建模及基于大气延迟改正数的区域增强 PPP 定位算法进行了重点介绍。首先引入了基于服务端 PPP-AR 的大气延迟改正数提取方法，并利用香港区域 18 个 CORS 站和澳大利亚东南区域 21 个 CORS 站进行了不同尺度的大气延迟改正数提取以及建模精度评估。在获取高精度的区域对流层、电离层建模结果的基础上，本章重点分析了大气延迟改正数建模误差对区域增强 PPP 定位性能的影响，给出了一种大气延迟改正数建模不确定性的计算方法。之后分别使用香港 CORS 站观测数据及澳大利亚 CORS 站观测数据验证了顾及改正数建模不确定性的区域增强 PPP 的优势。主要得出

了以下结论。

(1) 对于不同尺度的 CORS 网区域, 进行对流层建模高程改化后均可实现毫米级的对流层延迟改正数建模精度, 证明了本文采用的对流层延迟改正数建模方法的有效性, 可以建立出高精度的对流层延迟改正数模型。

(2) 不同尺度电离层延迟改正数建模精度评估结果表明, 香港区域基于 VTEC 建模可以实现 0.41 TECU 的内符合建模精度, 0.49 TECU 的外符合建模精度; 基于 STEC 建模则可以实现 0.07 TECU 的内符合建模精度和 0.085 TECU 的外符合建模精度, 相比于 VTEC 分别提升了 82.9% 和 82.6%。澳大利亚区域电离层建模结果与香港类似, 基于 STEC 建模的内符合精度和外符合精度分别为 0.09 TECU 和 0.11 TECU, 相较于 VTEC 建模精度分别提升了 85.2% 和 81.7%。主要原因是采用 STEC 建模避免了电离层延迟改正数从斜路径方向归算至天顶方向的转换误差, 同时也不额外估计卫星端硬件延迟改正数, 因此建模精度相较于 VTEC 建模有明显提升。

(3) 除了从内符合精度和外符合精度两个方面评估区域大气延迟改正数建模精度, 本章还提出了对流层建模完好性指标 TRIM 和电离层建模完好性指标 IRIM。TRIM 指标和 IRIM 指标反映了大气延迟改正数建模残差的总体情况, 与区域增强 PPP 定位结果也形成了对照。

(4) 针对低纬度区域 CORS 网, 提出了基于重合 IPP 的区域 STEC 建模方法来降低电离层活跃时段中小尺度的电离层行进式扰动对建模精度的影响。实验结果表明, 16 个香港 CORS 站中有 12 个测站的建模精度有所提升, 采用改进方法进行 STEC 建模的平均精度提升比例为 9.59%。

(5) 引入了电离层残差建模不确定指标 IRMU 和对流层残差建模不确定性指标 TRMU 作为区域增强 PPP 算法中的大气虚拟观测方程方差。定位结果表明, 当电离层建模精度较高时, 采用时空约束法附加外部电离层约束和采用 IRMU 附加外部电离层约束均可实现瞬时收敛的 PPP-RTK 定位效果; 当电离层建模精度较低时, 采用 IRMU 附加外部电离层约束的 PPP-RTK 定位结果明显优于其他方案, 定位误差及收敛性均有明显提升。

(6) 当区域尺度较小时, 基于 STEC 建模的 PPP-RTK 定位结果最优, 静态 PPP-RTK 的平均收敛时间为 1.5 个历元, 平均模糊度固定率为 97.8%。而动态 PPP-RTK 的平均收敛时间为 1.53 个历元, 平均模糊度固定率为 97.7%。基于 VTEC 建模的 PPP-RTK 定位结果虽然差于 STEC 结果, 但是在模糊度固定率、收敛时间及定位精度方面相对于 PPP-AR 结果仍有明显提升。当区域尺度较大时, PPP-RTK (STEC) 仍可取得最优的定位结果, 无论是定位精度还是收敛速度相对于 PPP-RTK (VTEC)、PPP-AR 均有明显提升; 而 PPP-RTK (VTEC) 在收敛

性方面整体上优于 PPP-AR 定位结果，但是定位精度方面 PPP-AR 统计结果更优，因此需要根据实际需求来选择合适的定位方案。



## 第七章 结论与展望

### 7.1 结论与创新点

#### 7.1.1 结论

当前 PPP 技术已经广泛应用于交通运输、气象预报、通信授时、地震监测等领域。制约 PPP 技术进一步发展的主要难点是实时性不足和初始化时间过长的问題。针对这两个问题,本文旨在对实时多频多系统 PPP-RTK 的关键技术开展深入系统的研究,目标是为基于 PPP-RTK 技术的实时高精度位置服务提供关键技术支持。围绕这一目标,本文首先介绍了当前主流 GNSS 系统的运行现状以及 PPP、PPP-AR 和 PPP-RTK 技术的发展历程与研究现状。然后对 GNSS 实时精密单点定位的基础理论及相关模型进行了详细说明。对当前可用的多家分析中心实时 SSR 轨道钟差产品进行了精度评估,确定出最优的实时轨道钟差产品为后续 PPP-RTK 服务端产品估计与终端定位提供参考,并在此基础上将轨道综合方法从后处理扩展至实时,解决了单一分析中心实时轨道产品存在的缺失和精度不足的问题。之后本论文重点对基于伪距相位 OSB 产品的 PPP 模糊度技术和区域增强 PPP-RTK 定位技术开展了大量的研究,重点研究分析了 PPP-RTK 服务端伪距及相位 OSB 产品的估计与校正、基于 OSB 产品的实时 PPP-AR 随机模型优化及模糊度固定策略提升、区域大气延迟改正数建模及区域增强 PPP-RTK 定位方法等关键技术。具体的研究成果及结论如下:

(1) 深入分析总结了当前国内外学者在 PPP、PPP-AR 和 PPP-RTK 方面的研究工作与研究现状,讨论了当前实时 PPP-RTK 定位技术在研究与服务应用中需要解决的一些关键问题,指出了本文开展实时多频多系统 PPP-RTK 关键技术研究背景意义。

(2) 对 GNSS 精密单点定位的基础理论及相关误差修正方法进行了详细介绍,讨论了精密单点定位常用的序贯最小二乘和卡尔曼滤波的参数估计方法。同时传统抗差卡尔曼滤波的基础上进行了改进,即首先通过平差几何条件消除验后残差中异常观测值对正常观测值残差的影响,这样无需迭代处理即可避免不合理的降权,可以有效提升 PPP 参数估计效率。

(3) 利用 GFZ 提供的事后精密轨道钟差对六个不同分析中心的实时轨道钟差改正数在不同时延下的精度进行评估。实时轨道精度评估结果表明:WHU 的实时 GPS 卫星和 BDS MEO 卫星轨道精度最优,CAS 的实时 Galileo 卫星和 BDS

IGSO 卫星精度最优。实时钟差精度评估结果表明：WHU 的实时 GPS 卫星和 BDS 卫星钟差精度最优，CAS 的实时 Galileo 卫星钟差精度最优。实时轨道综合结果表明，本文提出的基于 Helmert 坐标参数转换消除不同分析中心产品系统性偏差方法可以有效提升实时卫星轨道综合精度。综合出的实时 GPS、Galileo 和 BDS 卫星的轨道误差平均 RMS 值分别为 0.0162 m，0.0211 m 和 0.0695 m，相对于单一分析中心实时轨道产品精度均有提升。

(4) 系统总结并建立了 PPP-RTK 服务端伪距/相位偏差估计模型，研究分析了原始多频伪距、相位偏差与 DCB、UPD 之间的转换关系。实验结果表明采用本文算法估计出的伪距偏差产品精度优于 0.1 ns，相位偏差产品精度优于 0.15 周。针对实际需求提出了实时 DCB 产品估计提升策略，结果表明可以显著提升实时 DCB 产品估计效率并保证实时 DCB 产品的稳定性。为了削弱实时卫星轨道、钟差精度不足对窄巷 UPD 产品的影响，本文提出了改进策略以提升实时窄巷 UPD 估计精度，结果表明采用改进策略可以有效提升估计出的实时窄巷 UPD 产品精度，估计出的 GPS，Galileo，BDS 的实时窄巷 UPD 验后残差分别为 0.041 cycle，0.043 cycle，0.094 cycle，相比于传统方法的 0.054 cycle，0.057 cycle，0.11 cycle 有明显提升。针对影响 BDS 系统 UPD 估计的特殊偏差，如 BDS-2 卫星端伪距多路径偏差、BDS-2/BDS-3 系统内偏差等进行了精细处理，结果表明可以显著提升 BDS UPD 产品质量和数据利用率。对于实时 GPS L1/L5 组合用户，为了避免播发实时 IFCB 产品所造成的数据通讯负担，本文通过改进 UPD 估计策略将 IFCB 吸收到实时 L1/L5 组合的 UPD 产品中。实验结果表明，扣除改进方法估计出的 UPD 后的 L1/L5 组合星间单差宽巷模糊度明显更为规整，且采用吸收 IFCB 的 UPD 产品可以得到更优的定位结果，收敛时间和定位精度均有明显提升。

(5) 研究了基于本文估计的服务端 OSB 产品实现 PPP 模糊度固定的方法以及适用于实时 PPP 的模糊度固定策略。定位结果表明，多系统融合在增加可视卫星数、改善卫星几何构型等方面具有明显优势，结合本文采用的部分模糊度固定策略可以显著提升静态和动态 PPP-AR 的收敛时间及定位精度，且随着可用频率数的增加，提升效果也更加明显。三系统静态 PPP-AR 收敛时间少于 10 min 和 20 min 的比例分别是 76.1%和 94.8%，动态 PPP-AR 收敛时间少于 10 min 和 20 min 的比例分别是 73.3%和 94.0%。三系统动态 PPP-AR 定位 10~20 min 后即可在 N，E，U 方向达到 1.7 cm，2.5 cm 和 5.0 cm 的厘米级定位精度。实时 PPP-AR 定位时采用本文提出的改进随机模型的定位性能相对于采用传统随机模型有所提升。10 个 MGEX 站的平均收敛时间从 17.45 min 减小到 11.05 min，平均模糊度固定率从 87.11%提升到 87.69%，且收敛后的定位误差在 N，E，U 三个方

向分别降低了 7.0%，3.5%和 7.2%。

(6) 为了进一步加快 PPP 收敛速度，本文研究了区域大气延迟改正数建模方法与区域增强 PPP-RTK 定位算法，实现了不同尺度的区域增强 PPP 快速初始化。除了内符合精度和外符合精度评估外，本文还提出了对流层建模完好性指标 TRIM 和电离层建模完好性指标 IRIM 角度对大气建模精度进行评估。结果表明，TRIM 指标和 IRIM 指标可以有效反映大气延迟改正数建模残差的总体情况，同时与区域增强 PPP-RTK 定位结果也形成了对照。定位结果表明，当区域尺度较小时，基于 STEC 建模的 PPP-RTK 定位结果最优，静态 PPP-RTK 的平均收敛时间为 1.5 个历元，平均模糊度固定率为 97.8%；动态 PPP-RTK 的平均收敛时间为 1.53 个历元，平均模糊度固定率为 97.7%。当区域尺度较大时，PPP-RTK (STEC) 仍可取得最优的定位结果，无论是定位精度还是收敛速度相对于 PPP-RTK (VTEC)、PPP-AR 均有明显提升；PPP-RTK (VTEC) 在收敛性方面整体上优于 PPP-AR 定位结果，但是定位精度方面 PPP-AR 统计结果更优。

### 7.1.2 创新点

结合本文的主要研究工作及结论，博士生自认为的论文创新点有：

(1) 创新性的将事后精密轨道产品综合算法应用于实时轨道综合，解决单一分析中心实时轨道存在的数据缺失及精度不足问题。针对不同分析中心实时轨道产品存在系统性偏差的问题，提出了采用 Helmert 坐标转换方法对系统性偏差进行消除以提升实时综合轨道产品精度。结果表明，基于本文算法综合出的实时 GPS、Galileo 和 BDS 卫星的轨道误差平均 RMS 值分别为 0.0162 m，0.0211 m 和 0.0695 m，相对于单一分析中心实时轨道产品精度均有提升。

(2) 自主研发了实时多频多系统伪距与相位偏差产品服务系统，提出了有效的算法及数据处理策略以解决服务端偏差产品在实时估计时所遇到的难题。提供的实时 GPS/Galileo/BDS 伪距偏差产品精度优于 0.1 ns，相位偏差产品精度优于 0.15 周。

(3) 首次提出了基于原始观测值 OSB 产品的实时多频多系统 PPP 模糊度快速固定方法及实时 PPP-AR 随机模型优化算法，解决了部分模糊度子集选取、模糊度固定可靠性检核及实时 PPP-AR 随机模型不恰当等难题。联合 GPS、Galileo 与 BDS 的实时静态 PPP-AR 收敛时间小于 10 min 的测站比例为 94.8%，动态 PPP-AR 收敛时间小于 10 min 的测站比例为 95.0%。采用本文提出的改进随机模型的实时 PPP-AR 定位性能相对于传统随机模型有明显提升，平均收敛时间从 17.45 min 减小到 11.05 min，平均模糊度固定率从 87.11%提升到 87.69%，且收敛后的定位误差在 N，E，U 三个方向分别降低了 7.0%，3.5%和 7.2%。

(4) 构建了 PPP-RTK 服务端大气延迟改正数生成系统,实现了对流层、电离层 VTEC 与电离层 STEC 的高精度提取与建模。首次提出了完好性指标 TRIM 和 IRIM 对大气建模精度加以评估,结果表明 TRIM 指标和 IRIM 指标不仅可以有效反映大气延迟改正数建模残差的总体情况,而且也可以对定位结果形成良好对照。针对低纬度区域电离层建模面临的问题,首次提出了基于重合 IPP 的 STEC 建模方法来降低 MSLTDs 对低纬度区域电离层建模精度的影响,采用香港区域 CORS 网进行验证时,采用该方法在电离层活跃时段进行 STEC 建模的平均建模精度提升比例为 9.59%。

(5) 基于区域参考站大气信息实现了 PPP-RTK 终端定位算法,并提出了采用电离层残差建模不确定指标 IRMU 和对流层残差建模不确定性指标 TRMU 作为区域增强 PPP 算法中的大气虚拟观测方程方差,相比于传统的时空约束法可以进一步提升 PPP-RTK 终端定位性能。

## 7.2 进一步研究计划

鉴于本人科研水平有限,部分工作并未展开深入研究,拟计划在未来对以下工作展开进一步的研究,主要包括:

(1) 区域增强 PPP-RTK 定位算法在大气建模精度较高时可以取得较优的定位性能,但当大气建模精度较低特别是电离层较活跃时定位结果明显变差。此时 PPP-AR 由于不受外部电离层产品的影响仍能取得较为稳定可靠的定位精度,因此可以考虑依据大气建模完好性指标进行终端 PPP-AR/PPP-RTK 定位算法动态切换,实现电离层活跃变化下的电离层抑制定位算法。

(2) 目前全世界范围内低轨星座的建设如火如荼,也是我国北斗系统建设的下一步工作重点。如何将目前 PPP-RTK 关键技术扩展应用于低轨卫星上,基于低轨星座实现 PPP-RTK 定位性能增益是下一步工作研究重点。

(3) 多源融合定位对 GNSS 定位服务的稳定性、可用性与可靠性均有显著提升。当前主流是基于 GNSS RTK 与其他传感器进行多源融合定位,下一步可以考虑基于 GNSS PPP-AR、PPP-RTK 的多源融合定位,在提升定位精度的同时也可以研究其他传感器对于 GNSS 自身定位性能增益与影响。

(4) 当前 PPP-RTK 终端定位算法都是在服务器或计算机上模拟完成的,后续工作将采用低成本接收机进行定位测试,平衡 PPP-RTK 定位性能与硬件成本之间的关系,确定一种高性价比的终端 PPP-RTK 定位数据处理策略。

## 参考文献

- [1] Abdelazeem M, Çelik R N, El-Rabbany A. An accurate Kriging-based regional ionospheric model using combined GPS/BeiDou observations[J]. *Journal of Applied Geodesy*, 2018, 12(1): 65-76.
- [2] Angrisano A, Gaglione S, Gioia C, et al. Assessment of NeQuick ionospheric model for Galileo single-frequency users. *Acta Geophysica*, 2013, 61(6):1457-1476.
- [3] Ashby N. Relativity and the global positioning system[J]. *Physics Today*, 2002, 55(5): 41-47.
- [4] Banville S, Collins P, Zhang W, et al. Global and regional ionospheric corrections for faster PPP convergence[J]. *Navigation: Journal of The Institute of Navigation*, 2014, 61(2): 115-124.
- [5] Beutler G, Kouba J, Springer T. 1995. Combining the orbits of the IGS Analysis Centers[J]. *Journal of Geodesy*. 69(4): 200-222.
- [6] Boehm J, Niell A, Tregoning P, et al. Global Mapping Function (GMF): A new empirical mapping function based on numerical weather model data[J]. *Geophysical research letters*, 2006a, 33(7).
- [7] Boehm J, Werl B, Schuh H. Troposphere mapping functions for GPS and very long baseline interferometry from European Centre for Medium-Range Weather Forecasts operational analysis data[J]. *Journal of geophysical research: solid earth*, 2006b, 111(B2).
- [8] Cai C, Gong Y, Gao Y, et al. An approach to speed up single-frequency PPP convergence with quad-constellation GNSS and GIM[J]. *Sensors*, 2017, 17(6): 1302. Wu X, Zhou J, Tang B, et al. Evaluation of COMPASS ionospheric grid[J]. *GPS solutions*, 2014, 18: 639-649.
- [9] Chen H, Liu X, Jiang W, et al. Preliminary analysis and evaluation of BDS-2/BDS-3 precise point positioning[J]. *Advances in Space Research*, 2021, 68(10): 4113-4128.
- [10] Chen J, Zhang Y, Wang J, et al. A simplified and unified model of multi-GNSS precise point positioning[J]. *Advances in Space Research*, 2015, 55(1): 125-134.
- [11] Chen X, Landau H, Vollath U. New tools for network RTK integrity monitoring[C]//*Proceedings of the 16th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS/GNSS 2003)*. 2003: 1355-1360.
- [12] Choy S L. An investigation into the accuracy of single frequency PPP[D]. Ph. D. Thesis, 2009.
- [13] Collins P, Bisnath S, Lahaye F, et al. Undifferenced GPS ambiguity resolution using the decoupled clock model and ambiguity datum fixing[J]. *Navigation*, 2010, 57(2): 123-135.
- [14] Collins P, Lahaye F, Heroux P, et al. Precise point positioning with ambiguity resolution using the decoupled clock model[C]//*Proceedings of the 21st international technical meeting of the satellite division of the Institute of Navigation (ION GNSS 2008)*. 2008: 1315-1322.
- [15] Cui J, Tang W, Jin L, et al. An improved ionosphere interpolation algorithm for network RTK in low-latitude regions[J]. *GPS Solutions*, 2018, 22: 1-11.
- [16] Deo M, El-Mowafy A. Triple-frequency GNSS models for PPP with float ambiguity estimation: performance comparison using GPS[J]. *Survey review*, 2018, 50(360): 249-261.
- [17] Elsobeiey M. Precise point positioning using triple-frequency GPS measurements[J]. *The*

- journal of navigation, 2015, 68(3): 480-492.
- [18] Fan L, Wang C, Guo S, et al. GNSS satellite inter-frequency clock bias estimation and correction based on IGS clock datum: A unified model and result validation using BDS-2 and BDS-3 multi-frequency data[J]. Journal of Geodesy, 2021, 95: 1-25.
  - [19] Ge M, Gendt G, ROTHACHER M, et al. Resolution of GPS carrier-phase ambiguities in Precise Point Positioning (PPP) with daily observations[J]. Journal of Geodesy, 2008, 82(7):389-399.
  - [20] Geng J, Shi C, Ge M, et al. Improving the estimation of fractional-cycle biases for ambiguity resolution in precise point positioning[J]. Journal of Geodesy, 2012, 86(8):579-589.
  - [21] Geng J, Bock Y. Triple-frequency GPS precise point positioning with rapid ambiguity resolution[J]. Journal of geodesy, 2013, 87: 449-460.
  - [22] Geng J, Chen X, Pan Y, et al. A modified phase clock/bias model to improve PPP ambiguity resolution at Wuhan University[J]. Journal of Geodesy, 2019, 93: 2053-2067.
  - [23] Geng J, Meng X, Dodson A H, et al. Integer ambiguity resolution in precise point positioning: method comparison[J]. Journal of geodesy, 2010, 84: 569-581.
  - [24] Geng J, Teferle F N, Meng X, et al. Towards PPP-RTK: Ambiguity resolution in real-time precise point positioning[J]. Advances in space research, 2011, 47(10): 1664-1673.
  - [25] Griffiths Jake. 2012. Misalignment of the AC Final Orbits, [acc.igs.org/orbits/acc\\_report\\_final\\_rotations.pdf](http://acc.igs.org/orbits/acc_report_final_rotations.pdf).
  - [26] Guo F, Zhang X, Wang J, et al. Modeling and assessment of triple-frequency BDS precise point positioning[J]. Journal of geodesy, 2016, 90: 1223-1235.
  - [27] Guo F, Zhang X, Wang J. Timing group delay and differential code bias corrections for BeiDou positioning [J]. Journal of Geodesy, 2015, 89(5): 427-445.
  - [28] Hadas T, Bosy J. IGS RTS precise orbits and clocks verification and quality degradation over time[J]. GPS solutions, 2015, 19: 93.105.
  - [29] Hatch R. The synergism of GPS code and carrier measurements[C]//International geodetic symposium on satellite doppler positioning. 1983, 2: 1213-1231.
  - [30] He L, Ge M, Wang J, et al. Experimental study on the precise orbit determination of the BeiDou navigation satellite system[J]. Sensors, 2013, 13(3): 2911-2928.
  - [31] Hou Y, Wang H, Wang J, et al. Studies and Analysis of Combining BDS-3/GNSS Ultra-Rapid Orbit Products from Different IGS Analysis Centers[J]. Remote Sensing, 2022, 14(23): 6122.
  - [32] Hou Y, Zhang Y, Chen J, et al. BDS-2/BDS-3 uncalibrated phase delay estimation considering the intra-system bias[J]. Advances in Space Research, 2023, 71(5): 2370-2383.
  - [33] Hu J, Zhang X, Li P, et al. Multi-GNSS fractional cycle bias products generation for GNSS ambiguity-fixed PPP at Wuhan University[J]. GPS Solutions, 2020, 24: 1-13.
  - [34] Jiao G, Song S, Jiao W. Improving BDS-2 and BDS-3 joint precise point positioning with time delay bias estimation. Measurement Science and Technology [J], 2020,31: 025001.
  - [35] Jin S, Jin R, Li D. Assessment of BeiDou differential code bias variations from multi-GNSS network observations[C]. Annales Geophysicae. Copernicus GmbH, 2016, 34(2), 259-269.
  - [36] Klobuchar J A. Ionospheric time-delay algorithm for single-frequency GPS users[J]. IEEE Transactions on aerospace and electronic systems, 1987 (3): 325-331.
  - [37] Kouba J, Mireault Y, Lahaye F. 1994. IGS Orbit/Clock Combination and Evaluation, 1994

- IGS ANNUAL REPORT, p70-90.
- [38] Laurichesse D, Mercier F, Berthias J, et al. Integer Ambiguity Resolution on Undifferenced GPS Phase Measurements and Its Application to PPP and Satellite Precise Orbit Determination[J]. Navigation, 2009, 56,135-149.
  - [39] Laurichesse, D., Banville, S. Instantaneous centimeter-level multi-frequency precise point positioning[C]. GPS World. GPS World, Innovation Column, 2018, 4 July.
  - [40] Lestarquit L, Artaud G, Issler JL. 2008. AltBOC for dummies or everything you always wanted to know about AltBOC [C]. In ION GNSS 2008, Savannah, GA, 2008, 961–970.
  - [41] Li P, Zhang X. Integrating GPS and GLONASS to accelerate convergence and initialization times of precise point positioning[J]. GPS solutions, 2014, 18: 461-471.
  - [42] Li X, Li X, Liu G, et al. Triple-frequency PPP ambiguity resolution with multi-constellation GNSS: BDS and Galileo[J]. Journal of geodesy, 2019a, 93: 1105-1122.
  - [43] Li X, Liu G, Li X, et al. Galileo PPP rapid ambiguity resolution with five-frequency observations[J]. GPS Solutions, 2020, 24: 1-13.
  - [44] Li X, Xie W, Huang J, et al. Estimation and analysis of differential code biases for BDS3/BDS2 using iGMAS and MGEX observations[J]. Journal of Geodesy, 2019b, 93: 419-435.
  - [45] Li Y, Gao Y, Shi J. Improved PPP ambiguity resolution by COES FCB estimation[J]. Journal of Geodesy, 2016a, 90(5): 437-450.
  - [46] Li Y. Real-time ambiguity-fixed precise point positioning using global and regional reference networks[D]. University of Calgary. 2016b.
  - [47] Li Z, Yuan Y, Fan L, et al. Determination of the differential code bias for current BDS satellites[J]. IEEE transactions on geoscience and remote sensing, 2013, 52(7): 3968-3979.
  - [48] Liu G, Guo F, Wang J, et al. Triple-frequency GPS un-differenced and uncombined PPP ambiguity resolution using observable-specific satellite signal biases[J]. Remote sensing, 2020, 12(14): 2310.
  - [49] Liu T, Yuan Y, Zhang B, et al. Multi-GNSS precise point positioning (MGPPP) using raw observations[J]. Journal of geodesy, 2017b, 91(3): 253-268.
  - [50] Liu X, Jiang W, Li Z, et al. Comparison of convergence time and positioning accuracy among BDS, GPS and BDS/GPS precise point positioning with ambiguity resolution[J]. Advances in Space Research, 2019, 63(11): 3489-3504.
  - [51] Lou Y, Gong X, Gu S, et al. The characteristic and effect of code bias variations of BeiDou[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2017,42(8):1040-1046.
  - [52] Lou Y, Zheng F, Gu S, et al. Multi-GNSS precise point positioning with raw single-frequency and dual-frequency measurement models[J]. GPS Solutions, 2016, 20(4): 849-862.
  - [53] Melbourne W G. The case for ranging in GPS-based geodetic systems[C]//Proceedings of the first international symposium on precise positioning with the Global Positioning System. US Department of Commerce Rockville, Maryland, 1985: 373-386.
  - [54] Montenbruck O, Hauschild A, Steigenberger P, et al. Initial assessment of the COMPASS/BeiDou-2 regional navigation satellite system[J]. GPS solutions, 2013a, 17: 211-222.
  - [55] Montenbruck O, Hauschild A, Steigenberger P, et al. Three's the challenge: A close look at GPS SVN62 triple-frequency signal combinations finds carrier-phase variations on the new

- L5[J]. GPS World, 2010, 21(8): 8-19.
- [56] Montenbruck O, Hauschild A, Steigenberger P. Differential code bias estimation using multi - GNSS observations and global ionosphere maps[J]. Navigation: Journal of the Institute of Navigation, 2014, 61(3): 191-201.
- [57] Montenbruck O, Hauschild A. Code biases in multi-GNSS point positioning[C]//Proceedings of the 2013 International Technical Meeting of The Institute of Navigation. 2013b: 616-628.
- [58] Montenbruck O, Steigenberger P, Hauschild A. Broadcast versus precise ephemerides: a multi-GNSS perspective. GPS Solutions, 2015, 19(2):321-333.
- [59] Nava B, Radicella S M, Leitinger R, et al. Use of total electron content data to analyze ionosphere electron density gradients[J]. Advances in Space Research, 2007, 39(8): 1292-1297.
- [60] Niell A E. Global mapping functions for the atmosphere delay at radio wavelengths[J]. Journal of geophysical research: solid earth, 1996, 101(B2): 3227-3246.
- [61] Oliveira de P S, Morel L, Fund F, et al. Modeling tropospheric wet delays with dense and sparse network configurations for PPP-RTK[J]. GPS solutions, 2017, 21(1): 237-250.
- [62] Pan L, Zhang X, Guo F, et al. GPS inter-frequency clock bias estimation for both uncombined and ionospheric-free combined triple-frequency precise point positioning[J]. Journal of geodesy, 2019, 93: 473-487.
- [63] Pan L, Zhang X, Li X, et al. Characteristics of inter-frequency clock bias for Block IIF satellites and its effect on triple-frequency GPS precise point positioning[J]. GPS solutions, 2017, 21: 811-822.
- [64] Parkins A. Increasing GNSS RTK availability with a new single-epoch batch partial ambiguity resolution algorithm[J]. GPS solutions, 2011, 15(4): 391-402.
- [65] Pascal Willis, James Slater.1998. International GPS Service. 1998. IGS Annual Report, pp.38-39.
- [66] Petrie E J, King M A, Moore P, et al. Higher - order ionospheric effects on the GPS reference frame and velocities[J]. Journal of geophysical research: solid earth, 2010, 115(B3).
- [67] Qin W, Ge Y, Zhang Z, et al. Accounting BDS3–BDS2 inter-system biases for precise time transfer. Measurement [J], 2020,156: 107566.
- [68] Robert Weber, Elisabeth Fragner. 1999. Combined GLONASS Orbits, IGS International Glonass Experiment IGEX-98 Workshop Proceedings, Sep 13.14, Nashville, Tennessee, USA, p233.246.
- [69] Saito S, Sunda S, Lee J, et al. Ionospheric delay gradient model for GBAS in the Asia-Pacific region[J]. GPS Solutions, 2017, 21: 1937-1947.
- [70] Schaer S (2016) SINEX BIAS—solution (Software/technique) INde- pendent EXchange Format for GNSS BIASes Version 1.00. In: IGS workshop on GNSS biases, Bern, Switzerland.
- [71] Shi C, Hu Y, Zheng F, et al. Accounting for BDS-2/BDS-3 inter-system biases in PPP and RTK models[J]. Advances in Space Research, 2022.
- [72] Shi J, Gao Y. A comparison of three PPP integer ambiguity resolution methods[J]. GPS solutions, 2014, 18: 519-528.
- [73] Shi J. Precise point positioning integer ambiguity resolution with decoupled clocks[D]. Department of Geomatics Engineering, University of Calgary. 2012.



- [74] Solheim F S, Vivekanandan J, Ware R H, et al. Propagation delays induced in GPS signals by dry air, water vapor, hydrometeors, and other particulates[J]. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, 1999, 104(D8): 9663-9670.
- [75] Song Z, Chen J, Wang B, et al. Analysis and modeling of the inter-system bias between BDS-2 and BDS-3[C]//China Satellite Navigation Conference. Springer, Singapore, 2020: 279-289.
- [76] Springer T A, Zumberge J F, Kouba J. 1998. The IGS analysis products and the consistency of the combined solutions[C]. Citeseer.
- [77] Su K, Jin S, Jiao G. GNSS carrier phase time-variant observable-specific signal bias (OSB) handling: an absolute bias perspective in multi-frequency PPP[J]. *GPS Solutions*, 2022, 26(3): 71.
- [78] Subirana J S, Zornoza J M J, Hernández-Pajares M. GNSS Data Processing Volume I: Fundamentals and Algorithms, vol. I[J]. Noordwijk, Netherlands: ESA Communications, 2013.
- [79] Takasu T, Yasuda A. Kalman-filter-based integer ambiguity resolution strategy for long-baseline RTK with ionosphere and troposphere estimation[C]//Proceedings of the 23rd international technical meeting of the satellite division of the institute of navigation (ION GNSS 2010). 2010: 161-171.
- [80] Tegedor J, Øvstedal O. Triple carrier precise point positioning (PPP) using GPS L5[J]. *Survey review*, 2014, 46(337): 288-297.
- [81] Teunissen P J G, Khodabandeh A. Review and principles of PPP-RTK methods[J]. *Journal of Geodesy*, 2015, 89(3): 217-240.
- [82] Teunissen P J G. GNSS integer ambiguity validation: overview of theory and methods[C]//Proceedings of the ION 2013 Pacific PNT Meeting. 2013: 673-684.
- [83] Teunissen P J G. Success probability of integer GPS ambiguity rounding and bootstrapping[J]. *Journal of geodesy*, 1998, 72: 606-612.
- [84] Teunissen P J G. The least-square ambiguity decorrelation adjustment: a method for fast GPS integer ambiguity estimation[J]. *J. Geodesy*, 1995, 70(1): 65-82.
- [85] Tranquilla J M, Carr J P. GPS multipath field observations at land and water sites[J]. *Navigation*, 1990, 37(4): 393-414.
- [86] Verhagen S, Teunissen P J G. The ratio test for future GNSS ambiguity resolution[J]. *GPS solutions*, 2013, 17: 535-548.
- [87] Wang H, Hou Y, Dang Y, et al. Long-term time-varying characteristics of UPD products generated by a global and regional network and their interoperable application in PPP[J]. *Advances in Space Research*, 2021, 67(2): 883-901.
- [88] Wang J, Feng Y. Reliability of partial ambiguity fixing with multiple GNSS constellations[J]. *Journal of geodesy*, 2013, 87: 1-14.
- [89] Wang Z, Li Z, Wang L, et al. Assessment of multiple GNSS real-time SSR products from different analysis centers[J]. *ISPRS international journal of geo-information*, 2018, 7(3): 85.
- [90] Wang, A., Chen, J., Zhang, Y., et al. Evaluating the impact of CNES real-time ionospheric products on multi-GNSS single-frequency positioning using the IGS real-time service. *Advances in Space Research*, 2020b, 66(11): 2516.2527.
- [91] Wanninger L, Beer S. BeiDou satellite-induced code pseudorange variations: diagnosis and therapy[J]. *GPS solutions*, 2015, 19: 639-648.

- [92] Wanninger L. Ionospheric disturbance indices for RTK and network RTK positioning[C]//Proceedings of the 17th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS 2004). 2004: 2849-2854.
- [93] Weng D, Ji S, Chen W, et al. Assessing and mitigating the effects of the ionospheric variability on DGPS[J]. GPS solutions, 2015, 19: 107-116.
- [94] Wu J T, Wu S C, Hajj G A, et al. Effects of antenna orientation on GPS carrier phase[J]. Astrodynamics 1991, 1992: 1647-1660.
- [95] Wübbena G, Schmitz M, Bagge A. PPP-RTK: precise point positioning using state-space representation in RTK networks[C]//Proceedings of the 18th international technical meeting of the satellite division of the Institute of navigation (ION GNSS 2005). 2005: 2584-2594.
- [96] Wubben G. Software developments for geodetic positioning with GPS using TI 4100 code and carrier measurements[C]//Proceedings 1st international symposium on precise positioning with the global positioning system. US Department of Commerce, 1985: 403-412.
- [97] Yang. Y, Xu P. GNSS receiver autonomous integrity monitoring(RAIM) algorithm based on robust estimation[J]. Geodesy and geodynamics. 2016, 7(2),117-123.
- [98] Yu H, Shen Y, Yang L, et al. Robust M-estimation using the equivalent weights constructed by removing the influence of an outlier on the residuals[J]. Survey Review, 2019, 51(364): 60-69.
- [99] Zhang B, Chen Y, Yuan Y. PPP-RTK based on undifferenced and uncombined observations: Theoretical and practical aspects[J]. Journal of Geodesy, 2019, 93: 1011-1024.
- [100] Zhang B, Ou J. On the Different Strategies for Integer Ambiguity Resolution in Precise Point Positioning[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2011,40(6),710-716.
- [101] Zhang L, Yang H, Gao Y, Yao Y, Xu C. Evaluation and analysis of real-time precise orbits and clocks products from different IGS analysis centers[J]. Advances in Space Research, 2018, 61(12):2942-2954.
- [102] Zhang Y, Kubo N, Chen J, et al. Calibration and analysis of BDS receiver-dependent code biases[J]. Journal of Geodesy, 2021, 95(4): 1-14.
- [103] Zhao L, Ye S, Song J. Handling the satellite inter-frequency biases in triple-frequency observations[J]. Advances in space research, 2017, 59(8): 2048-2057.
- [104] Zhao W, Chen H, Gao Y, et al. Evaluation of inter-system bias between BDS-2 and BDS-3 satellites and its impact on precise point positioning[J]. Remote Sensing, 2020, 12(14): 2185.
- [105] Zhou F, Dong D, Li P, Li X, Schuh H. Influence of stochastic modeling for inter-system biases on multi-GNSS undifferenced and uncombined precise point positioning[J]. GPS Solutions, 2019, 23(3):59.
- [106] Zumberge JF, Heflin MB, Jefferson DC, Watkins MM, Webb FH. 1997. Precise point positioning for the efficient and robust analysis of GPS data from large networks. J Geophys Res. 102(B3):5005-5017.
- [107] 曾琪. BDS/GPS 组合动态相对定位及其质量控制方法研究[D].武汉大学,2017.
- [108] 陈华. 基于原始观测值的 GNSS 统一快速精密数据处理方法[博士学位论文]. 武汉: 武汉大学, 2015.
- [109] 陈星宇. 面向非差模糊度固定的相位钟/相位偏差估计方法与产品综合理论[博士学位论文]. 武汉: 武汉大学, 2020.
- [110] 褚睿韬,姚宜斌,孔建.基于电离层线状变化特征的电离层建模方法[J].测绘地理信

- 息,2022,47(05):17-21.DOI:10.14188/j.2095-6045.2020555。
- [111] 崔洁,陈俊平,王彬,于超,丁君生,王茹圆.基于 CAS 和 DLR 产品的卫星 DCB 特性分析[J]. 天文学进展,2022,40(03):429-440.
- [112] 戴志强. GNSS 实时精密定位服务系统若干关键技术研究:[博士学位论文]. 武汉: 武汉大学,2016.
- [113] 高珂, 陈荔城, 范东睿,等. 多核系统共享内存资源分配和管理研究[J]. 计算机学报, 2015, 38(5):1020-1034.
- [114] 侯阳飞. GNSS 广域差分与局域精密定位研究[D]. 上海: 同济大学, 2019.
- [115] 侯阳飞,陈俊平,连丽珍等. 一种改进抗差卡尔曼滤波在 GNSS 精密单点定位中的应用研究[C].第十届中国卫星导航年会论文集——S05 空间基准与精密定位,2020:143-148.
- [116] 蓝炳雄, 张丽. 基于 ACE 的共享内存的开发与研究[J]. 计算机系统应用, 2005 (4).
- [117] 李成钢, 李杰, 阳力, 等. 中低纬度地区连续运行参考站网络电离层扰动修正技术研究[J]. 测绘科学, 2009, 34(4): 27-29.
- [118] 李冲,黄观文,谭理,曾衍伟.抗差自适应卡尔曼滤波在 GPS 精密单点定位中的应用[J].测绘科学,2011,36(04):22-23.
- [119] 李德仁.利用选择权迭代法进行粗差定位[J].武汉测绘学院学报,1984(01):46.68.
- [120] 李盼. GNSS 精密单点定位模糊度快速固定技术和方法研究:[博士学位论文]. 武汉: 武汉大学, 2016.
- [121] 李昕. 多频率多星座 GNSS 快速精密定位关键技术研究:[博士学位论文]. 武汉: 武汉大学, 2021.
- [122] 李星星. GNSS 精密单点定位及非差模糊度快速确定方法研究:[博士学位论文]. 武汉: 武汉大学, 2013.
- [123] 李征航, 黄劲松. 2016. GPS 测量与数据处理[M]. 第三版. 武汉: 武汉大学出版社.
- [124] 栗广才. 大众智能手机 GNSS 模糊度固定理论与方法:[博士学位论文]. 武汉: 武汉大学, 2021.
- [125] 柳景斌, 王泽民, 章红平, 等. 几种地基 GPS 区域电离层 TEC 建模方法的比较及其一致性研究[J]. 武汉大学学报信息科学版, 2008, 33(5): 479-483.
- [126] 柳响林. 精密 GPS 动态定位的质量控制与随机模型精化:[博士学位论文]. 武汉: 武汉大学, 2002.
- [127] 任晓东. 多系统 GNSS 电离层 TEC 高精度建模及差分码偏差精确估计:[博士学位论文]. 武汉: 武汉大学, 2017.
- [128] 石强, 戴吾蛟, 曾凡河, 等. BDS 多路径效应特征及其对静态基线解精度的影响[J]. 大地测量与地球动力学, 2016, 36(10): 874-878.
- [129] 舒宝. GNSS RT-PPP 和 RTK 关键技术及其一体化服务方法研究:[博士学位论文]. 武汉: 武汉大学, 2019.
- [130] 舒宝, 王利, 张勤, 等. SSR 延迟下的轨道钟差外推误差及其对多 GNSS 实时精密单点定位的影响评估[J]. 2021.
- [131] 宋伟伟, 何成鹏, 辜声峰. 不同纬度区域电离层增强 PPP-RTK 性能分析[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2021, 46(12): 1832-1842.
- [132] 王阿昊. 北斗星基增强分米级定位与 Multi-GNSS 实时单频精密单点定位研究: [博士学位论文]. 上海: 同济大学, 2021.
- [133] 王解先, 陈俊平. GPS 精密定位软件研制与应用[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2011, 39(5):764-767.

- [134] 王明华. 基于 GPS PPP 的高时空分辨率 ZTD/PW 精度评估及气象学应用: [博士学位论文]. 上海: 同济大学, 2019.
- [135] 王宁波. GNSS 差分码偏差处理方法及全球广播电离层模型研究[J]. 测绘学报, 2017, 46(08): 1069.
- [136] 王思遥. 多尺度区域增强 PPP-RTK 理论与应用: [博士学位论文]. 上海: 同济大学, 2020.
- [137] 王艺希, 秘金钟, 徐彦田, 等. 卡尔曼滤波方法的 BDS/GLONASSRTK 定位算法[J]. 测绘科学, 2017, 42(12): 112-117.
- [138] 魏娜, 施闯, 李敏, 等. IGS 产品的一致性分析及评价[J]. 武汉大学学报信息科学版, 2009, 34(11): 1363-1367.
- [139] 魏子卿, 葛茂荣. 1998. GPS 相对定位数学模型[M]. 北京: 测绘出版社.
- [140] 伍冠滨, 陈俊平, 白天阳, 等. 非差非组合 PPP 的广域星间单差天顶电离层模型及其验证[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2021, 46(6): 928-937.
- [141] 伍冠滨, 陈俊平, 伍晓勳, 等. 基于非差非组合 PPP-RTK 的大气改正模型及其性能验证[J]. 测绘学报, 2020.
- [142] 谢建涛. VRS 改正数算法研究及精度分析[D]. 信息工程大学, 2013.
- [143] 徐黎, 袁运斌. 不同分析中心 GNSS 实时 SSR 产品研究与分析[J]. 导航定位学报, 2020.
- [144] 徐龙威. GNSS 多模多频实时大规模网络 RTK 高精度定位关键技术研究[D]. 武汉大学, 2018.
- [145] 徐炜. GNSS 中长基线解算技术与程序实现[D]. 安徽淮南: 安徽理工大学, 2018.
- [146] 许长辉, 高井祥, 王坚. GNSS/INS 组合系统的抗差卡尔曼滤波[J]. 中国矿业大学学报, 2010, 39(05): 773-778.
- [147] 杨元喜. 自适应动态导航定位. 测绘出版社, 2006.
- [148] 姚文豪, 李方超, 高文亮, 等. BDS-3 在轨卫星广播星历精度评估[J]. 测绘科学, 2022.
- [149] 张勤, 燕兴元, 黄观文, 解世超, 曹钰. 北斗卫星天线相位中心改正模型精化及对精密定轨和定位影响分析[J]. 测绘学报, 2020, 49(09): 1101-1111.
- [150] 张小红, 郭斐, 李星星, 等. GPS/GLONASS 组合精密单点定位研究[J]. 武汉大学学报信息科学版, 2010, 35(1): 9-12.
- [151] 张小红, 李盼, 朱锋. 卫星端宽巷载波相位小数偏差估计方法研究与结果分析[J]. 武汉大学学报信息科学版, 2012, 37(10): 1177-1180.
- [152] 张小红, 郭斐, 李盼, 左翔. GNSS 精密单点定位中的实时质量控制[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2012, 37(08): 940-944+1013.
- [153] 张小红, 潘宇明, 左翔, 汪杰. 一种改进的抗差 Kalman 滤波方法在精密单点定位中的应用[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2015, 40(07): 858-864.
- [154] 张益泽. 北斗实时高精度定位服务系统研究: [博士学位论文]. 上海: 同济大学, 2017.
- [155] 赵兴旺. 基于相位偏差改正的 PPP 单差模糊度快速解算问题研究[D]. 东南大学, 2011.
- [156] 赵长胜, 陶本藻. 有色噪声作用下的抗差卡尔曼滤波[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2007(10): 880-882.
- [157] 周峰. 多系统 GNSS 非差非组合精密单点定位相关理论和方法研究: [博士学位论文]. 上海: 华东师范大学, 2018.
- [158] 邹璇, 姜卫平. 潮汐改正对精密 GPS 基线解算的影响[J]. 测绘信息与工程, 2008, 33(1): 6-8.
- [159] 左翔, 戴志强, 李成钢, 等. SSR 轨道和钟差改正数龄期对多系统实时 PPP 的影响分析[J].

第九届中国卫星导航学术年会论文集—S05 精密定位技术, 2018.

## 攻博期间发表的科研成果目录

已发表一作/通信 SCI 论文 4 篇，EI 论文 1 篇，中文会议论文 1 篇；已投稿 SCI 论文 1 篇

1. BDS-3 new signals Observable-specific phase biases Estimation and PPP Ambiguity Resolution[J]. Advances in Space Research, 2023, Available online (SCI, 一作).
2. BDS-2/BDS-3 uncalibrated phase delay estimation considering the intra-system bias[J]. Advances in Space Research, 2023, 71(5): 2370-2383 (SCI, 一作).
3. Studies and Analysis of Combining BDS-3/GNSS Ultra-Rapid Orbit Products from Different IGS Analysis Centers[J]. Remote Sensing, 2022, 14(23): 6122 (SCI, 一作).
4. Long-term time-varying characteristics of UPD products generated by a global and regional network and their interoperable application in PPP[J]. Advances in Space Research, 2021, 67(2): 883-901 (SCI, 通信).
5. Improved Strategy for GPS/Galileo/BDS-3 Real-Time Uncalibrated Phase Bias Estimation and PPP Ambiguity Resolution (GPS Solutions, 已投稿, 一作)
6. 基于 Lomb-Scargle 谱分析的分析中心 GPS 精密产品特性分析及修正[J]. 东南大学学报, 自然科学, 2020 (EI, 一作).
7. 一种改进抗差卡尔曼滤波在 GNSS 精密单点定位中的应用研究[J]. 第十一届中国卫星导航年会论文集——S05 空间基准与精密定位, 2020 (中文会议, 一作).