

分类号: P22

学号: 221609010026

UDC: 528

密级: 无

河海大学

全日制专业学位硕士学位论文

低轨卫星广播星历参数拟合与
预报方法研究

黄昱

学校指导教师: 何丽娜 副教授 河海大学地球科学与工程学院

基地指导教师: 徐学永 正高工 北方信息控制研究院集团有限公司

申请学位级别: 专业硕士 专业名称: 资源与环境

论文提交日期: 2025 年 4 月 14 日 论文答辩日期: 2025 年 5 月 22 日

学位授予单位和日期: 河海大学 2025 年 6 月 18 日

答辩委员会主席: 岳东杰 答辩委员会成员: 黄其欢、蒋飞

2025 年 5 月 中 国 · 南 京

低轨卫星广播星历参数拟合与预报方法研究

黄昱

河海大学

分类号(中图法) P22 UDC(DDC) 528 密级 无

论文作者姓名 黄昱 学号 221609010026 单位 河海大学

论文中文题名 低轨卫星广播星历参数拟合与预报方法研究

论文中文副题名 无

论文英文题名 Research on Parameter Fitting and Prediction
Methods for Broadcast Ephemeris of Low Earth Orbit Satellites

论文英文副题名 None

论文语种 汉语 论文摘要语种 汉 英 论文页数 95 论文字数(万)

4.1 论文主题词 低轨卫星、无奇点广播星历、轨道根数、矢量积分、
钟差.

申请学位级别 专业硕士 专业名称 资源与环境

研究方向 卫星导航定位

学校指导教师 何丽娜 单位 河海大学地球科学与工程学院

基地指导教师 徐学永 单位 北方信息控制研究院集团有限公司

论文答辩日期 2025 年 5 月 22 日

Research on Intelligent Extraction of pylons by Combining Local Features and Global Contextual Semantic Information

Dissertation Submitted to

HoHai University

In Fulfillment of the Requirement

For the Degree of

Master of Engineering

By

Huang Yu

(School of Earth Sciences and Engineering)

Dissertation Supervisor: Associate Professor HE Lina

Senior Engineer XU Xueyong

Nanjing, P. R. China

May, 2025

学位论文独创性声明:

本人所呈交的学位论文是我个人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。尽我所知,除了文中特别加以标注和致谢的地方外,论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果。与我一同工作的同事对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确的说明并表示了谢意。如不实,本人负全部责任。

论文作者(签名): _____ 年 月 日

学位论文使用授权说明

河海大学、中国科学技术信息研究所、国家图书馆、中国学术期刊(光盘版)电子杂志社有权保留本人所送交学位论文的复印件或电子文档,可以采用影印、缩印或其他复制手段保存论文。本人电子文档的内容和纸质论文的内容相一致。除在保密期内的保密论文外,允许论文被查阅和借阅。论文全部或部分内容的公布(包括刊登)授权河海大学研究生院办理。

论文作者(签名): _____ 年 月 日

摘要

为了克服现阶段 GNSS (Global Navigation Satellite Systems) 系统在可用性、可靠性和抗干扰等方面的脆弱性, 有学者提出利用播发导航测距信号的低轨 (Low Earth Orbit, LEO) 星座, 对中高轨 GNSS 卫星进行导航增强。实现低轨导航增强的前提是拥有适用于低轨卫星的高精度广播星历和钟差预报模型, 但是目前 GNSS 卫星使用的广播星历模型在拟合小偏心率或小倾角的轨道时容易出现奇异现象, 导致拟合失败。为了解决这一问题, 国内外学者针对低轨卫星广播星历和钟差模型开展了大量研究, 取得了丰硕的成果。由于目前发射的低轨导航卫星数量少, 轨道多样性不足, 对于一些未来可能会出现的轨道类型还没有深入研究, 尤其是不同的广播星历设计方案应用于小偏心率、小倾角或近极轨道上可能出现的轨道参数拟合失败问题。因此, 本文设计了不同的广播星历模型, 通过不同的参数方案分析各模型的轨道拟合与预报精度, 通过仿真数据分析卫星广播星历模型精度的影响因素。对于广播星历中的钟差参数, 本文利用主流的预报模型结合实测数据分析了低轨卫星钟差的拟合与预报精度。论文主要研究成果如下:

(1) 基于第一类无奇点根数模型、第二类无奇点根数模型和改进的第二类无奇点根数模型, 通过增加参数的方式设计了若干广播星历模型。根据实验数据的分析, 发现第一类无奇点根数广播星历 20 参模型具有较好的精度和稳定性, 相对于传统的模型, 20 参模型在拟合精度上提升了 77.1%, 在 5min 时刻预报精度上提升了 9.8%。

(2) 基于第一类无奇点模型 20 参数方案, 讨论了轨道倾角、偏心率、轨道高度和拟合时间长度对用户测距误差 (user range error, URE) 的影响。发现增加参数个数对降低拟合 URE 效果显著, 但是对预报精度提升有限。相比于传统模型, 23 参数模型拟合精度提升幅度达到 92.3%, 但是相应的 5min 预报精度仅提升 7.7%, 20 参数模型的拟合精度提升幅度为 71.2%, 预报精度提升幅度为 26.2%。

(3) 以标准的 GLONASS 广播星历为基础, 通过设计多样的低轨卫星轨道, 对数值积分方法、积分步长、轨道倾角、轨道偏心率和轨道高度这些因素进行了

深入研究,探究各种因素对于轨道预报精度的影响。受益于矢量积分型广播星历的无奇异特性,参数拟合的计算量较小且稳定,在实际计算过程中,矢量积分型广播星历参数拟合通常需要 2 至 3 次迭代即可收敛,而改进的第二类无奇点轨道根数模型仍需 7 至 8 次迭代才能达到收敛。

(4) 采用了多项式模型、灰色模型 GM(1,1)、BP 神经网络模型进行钟差拟合与预报实验,通过对不同模型设计相同的拟合与预报策略,比较了模型之间的预报精度。BP 神经网络模型有最高的预报精度,拟合时长为 10min 时,预报 5min 时刻的钟差误差为 1.317ns,显著优于其它所有方案。

关键词: 低轨卫星; 无奇点广播星历; 轨道根数; 矢量积分; 钟差;

Abstract

To address the current vulnerabilities of Global Navigation Satellite Systems in terms of availability, reliability, and anti-jamming capabilities, scholars have proposed the idea of enhancing medium- and high-orbit GNSS satellites using Low Earth Orbit constellations that broadcast ranging signals. The prerequisite for achieving LEO navigation augmentation is the availability of high-precision broadcast ephemeris and clock offset prediction models suitable for LEO satellites. However, the current broadcast ephemeris models used for GNSS satellites often encounter singularities when fitting LEO orbits with small eccentricities or inclinations, leading to fitting failures. To solve this problem, researchers worldwide have conducted extensive studies on broadcast ephemeris and clock offset models for LEO satellites, yielding fruitful results. Due to the limited number of launched LEO navigation satellites and insufficient orbital diversity, certain orbital types that may emerge in the future have not been thoroughly investigated, particularly the potential fitting failures of orbital parameters when different broadcast ephemeris designs are applied to orbits with small eccentricities, small inclinations, or near-polar configurations. Therefore, this paper designs various broadcast ephemeris models, analyzes the orbital fitting and prediction accuracy of each model under different parameter schemes, and examines the factors influencing the accuracy of satellite broadcast ephemeris through simulated data. For clock offset prediction, mainstream prediction models are employed in conjunction with actual measurement data to analyze the fitting and prediction accuracy of LEO satellite clock offsets. The main research findings are as follows:

(1) Based on the first-type singularity-free element model, the second-type singularity-free element model, and the improved second-type singularity-free element model, several broadcast ephemeris models were designed by increasing the number of parameters. Analysis of experimental data revealed that the 20-parameter first-type singularity-free broadcast ephemeris model exhibits superior accuracy and

stability. Compared to traditional models, the 20-parameter model improves fitting accuracy by 77.1% and 5-minute prediction accuracy by 9.8%.

(2) Using the 20-parameter first-type singularity-free model, the influence of orbital inclination, eccentricity, altitude, and fitting duration on user range error (URE) was investigated. Increasing the number of parameters significantly reduces fitting URE but has limited impact on improving prediction accuracy. Compared to traditional models, the 23-parameter model improves fitting accuracy by 92.3%, but its 5-minute prediction accuracy only improves by 7.7%. The 20-parameter model improves fitting accuracy by 71.2% and prediction accuracy by 26.2%.

(3) Building on the standard GLONASS broadcast ephemeris, diverse LEO satellite orbits were designed to conduct in-depth research on numerical integration methods, integration step sizes, orbital inclination, eccentricity, and altitude, exploring their effects on orbital prediction accuracy. Benefiting from the singularity-free nature of the vector-integration broadcast ephemeris, parameter fitting requires less computational effort and is more stable. In practical calculations, the vector-integration broadcast ephemeris typically converges in 2 to 3 iterations, whereas the improved second-type singularity-free orbital elements still require 7 to 8 iterations to achieve convergence.

(4) Polynomial models, the grey model GM(1,1), and the BP neural network model were employed for clock offset fitting and prediction. By applying the same experimental setup to different models, their prediction accuracies were compared. The BP neural network model achieved the highest prediction accuracy, with a clock offset error of 1.317ns for a 5-minute prediction when the fitting duration was 10 minutes, significantly outperforming all other schemes.

Keywords: Low Earth Orbit satellites; singularity-free broadcast ephemeris; orbital elements; vector integration; clock offset;

目录

摘要	I
Abstract	III
目录	V
第一章 绪论	1
1.1 研究背景与意义	1
1.2 国内外研究现状	3
1.2.1 轨道根数型广播星历研究现状	4
1.2.2 矢量积分型广播星历研究现状	5
1.2.3 钟差预报研究现状	6
1.3 本文研究内容与技术路线	6
1.3.1 低轨卫星广播星历拟合与预报	6
1.3.2 低轨卫星钟差拟合与预报	8
第二章 广播星历模型建立方法	11
2.1 广播星历模型	11
2.1.1 轨道根数型广播星历	11
2.1.2 矢量积分型广播星历模型	14
2.2 参数估计方法	15
2.2.1 数值导数法求偏导数	15
2.2.2 基于 QR 分解进行参数拟合	16
2.3 精度评定	17
2.4 本章小结	18
第三章 基于轨道根数的广播星历设计	21
3.1 基于 LNAV/CNAV 的广播星历设计及预报	21
3.1.1 基于 LNAV/CNAV 的广播星历	21
3.1.2 不同设计方案的拟合与预报 URE	23
3.2 基于第一类无奇点模型的广播星历设计及预报	28

3.2.1 基于第一类无奇点根数的广播星历参数设计	28
3.2.2 不同设计方案的拟合与预报 URE	29
3.3 基于第二类无奇点模型的广播星历设计及预报	35
3.3.1 基于第二类无奇点根数的广播星历参数设计	36
3.3.2 不同设计方案的拟合与预报 URE	38
3.4 基于改进的第二类无奇点模型的广播星历设计及预报	43
3.4.1 基于改进的第二类无奇点根数的广播星历参数设计	44
3.4.2 不同设计方案的拟合与预报 URE	44
3.5 拟合与预报精度的影响因素	48
3.5.1 轨道倾角对预报精度的影响	49
3.5.2 轨道高度对预报精度的影响	50
3.5.3 拟合时间长度对预报精度的影响	50
3.5.4 轨道偏心率对预报精度的影响	51
3.5.5 低轨卫星实测数据分析	52
3.6 本章小结	53
第四章 基于矢量积分的广播星历设计	55
4.1 矢量积分型广播星历模型	55
4.1.1 参数模型	56
4.1.2 用户算法	56
4.2 不同设计方案的拟合与预报 URE	57
4.3 拟合与预报精度的影响因素	61
4.3.1 数值积分方法的影响	61
4.3.2 数值积分步长的影响	63
4.3.3 轨道倾角与偏心率的影响	64
4.3.4 轨道高度的影响	66
4.3.5 低轨卫星实测数据分析	66
4.4 本章小结	68
第五章 低轨卫星钟差的拟合与预报研究	71

5.1 低轨卫星钟差数据预处理	71
5.1.1 中位数粗差探测法	71
5.1.2 基于钟差一次差的中位数粗差探测法	71
5.1.3 四分位粗差探测法	72
5.2 低轨卫星钟差预报模型	73
5.2.1 多项式模型	73
5.2.2 灰色模型 GM(1,1)	73
5.2.3 BP 神经网络模型	74
5.3 钟差预报	75
5.3.1 粗差剔除	75
5.3.2 预报精度及分析	79
5.4 本章小结	84
第六章 总结与展望	85
6.1 本文主要工作和结论	85
6.2 研究展望	86
参考文献	89
致谢	93
附录	95

第一章 绪论

1.1 研究背景与意义

全球导航卫星系统（GNSS）能够为世界范围内的终端用户提供全天候、高精度的定位、导航与时间同步服务，在各行各业的领域均扮演着关键基础设施的角色。其应用范围极为广泛，既包括全球尺度的参考基准构建与维护、地壳形变观测，也涵盖区域性的高精度控制网建立、大型建筑结构位移监测、交通工具（如汽车与船舶）的精确导航、精细化农业管理、军事作战平台的实时调度与监控、制导武器精确打击，以及复杂城市环境下的高精度位置服务等，GNSS 均扮演着至关重要的角色^[1]。目前，GNSS 高精度定位技术的新发展主要分为网络 RTK（Real-time Kinematic）与精密单点定位（Precise Point positioning, PPP）这两个技术路线。其中，网络 RTK 技术是通过布设连续运行参考站（Continuously Operating Reference Station, CORS）组成的网络进行多基准站网络的实时高精度定位方法，利用载波相位观测数据和移动通信技术，实时接收网络覆盖区域内的误差改正产品，例如精密轨道、精密钟差、电离层、对流层和模糊度等产品，向用户端发送动态校正信息，使其在无需自建基准站的情况下实现厘米级甚至毫米级的定位精度。虽能实现秒级初始化与厘米级动态定位，却受限于参考站密度（通常需 50~100 公里站间距）和复杂环境（高楼、树林）下多路径效应，且网络建设和维护成本较高。精密单点定位（PPP）是一种高精度绝对定位的技术，可以通过单台接收机进行定位，该方法通过整合地面监测站提供的 GNSS 卫星精密轨道与钟差数据，对电离层和对流层等误差进行建模，通过对伪距和载波相位观测值的计算再结合卡尔曼滤波算法，最终获得精确的定位结果^[2, 3]。该技术为静态与动态高精度定位需求提供了创新性解决方案，已成为当前卫星导航领域最具发展前景的研究方向之一^[4]。

然而，GNSS 精密单点定位技术在实际应用中仍面临两个关键性技术难题^[5, 6]。第一，首要技术瓶颈在于 PPP 收敛效率，即便在理想观测环境下采用单系统定位模式，要实现厘米至毫米级定位精度仍需至少 20 分钟的初始收敛时间^[7, 8]，更关键的是，该技术需依赖持续观测数据以解算接收机钟差与电离层延迟的耦合误

差,且信号中断后的重收敛耗时与初始收敛相当。这些因素显著制约了系统的可用性与可靠性指标^[9-13];第二,MEO (medium earth orbit, MEO) 卫星的轨道高度过高导致发射出的信号传到地面时显著衰减。这一现象严重影响了室内以及复杂城区环境的定位服务可用性,同时导致系统在连续性、抗多径干扰和反欺骗能力等方面的性能明显下降。

为提升 GNSS 系统在可用性、可靠性和抗干扰等方面的性能,研究人员提出了采用 LEO 卫星星座辅助增强中高轨 GNSS 卫星的技术方案。^[14, 15] LEO 星座通过增强多 GNSS 系统的几何多样性,显著提升了 PPP 收敛速度,尤其适用于高精度实时定位需求场景,为未来导航系统建设提供了重要参考^[16]。LEO 卫星在导航增强领域展现出独特潜力,其优势主要体现在两方面:一是轨道高度较低(通常为 300~1500km),信号强度显著高于传统 GNSS 卫星(提升约 30dB),从而增强抗干扰能力;二是这一特性使其能够在室内、城市峡谷等信号遮挡严重的环境下提供更稳定、更高精度的定位服务^[17]。此外,LEO 卫星的高速运行特性显著提升了导航增强系统的性能优势。由于其轨道周期短(单次过境测站的可视时间通常仅 10~20 分钟),星座几何构型变化速率远高于传统 GNSS 系统。这种快速变化的观测几何条件有效降低了历元间观测方程的相关性,不仅显著改善了参数估计的稳定性,更从根本上加速了载波相位模糊度参数的收敛过程。这一特性为实时精密定位技术的突破提供了新的解决路径^[18-20]。LEO 星座普遍采用极轨道或近极轨道构型,这种设计显著提升了高纬度区域的导航增强性能。由于轨道倾角较大,系统在高纬度地区能维持更高的可见卫星数量,从而有效改善该地区用户的定位精度和可靠性。

近年来,全球范围内多家企业加速布局低轨卫星星座建设。国际市场上,SpaceX 的星链 (Starlink) 和 OneWeb 项目已进入规模化部署阶段,与此同时,国内企业如中国卫星网络集团有限公司(中国星网)和上海垣信卫星科技有限公司等也相继公布了各自的星座建设规划并开始发射低轨卫星,低轨卫星网络正成为全球航天产业竞争的新焦点^[21-23]。当前主流的低轨卫星星座系统普遍采用大规模组网架构,单个星座通常包含数百至数千颗卫星。这种高密度空间部署模式具有双重功能定位:首先,通过分布式卫星网络可实现全球无缝覆盖的宽带通信服

务；其次，借助多星协同观测机制，能够为全球用户提供全天候、高精度的导航定位与时间同步服务^[24, 25]。而且，低轨卫星快速的空间分布变化，能实现精密单点定位快速收敛并有助于提高模糊度固定成功率^[20]。然而，要成功实现这一技术构想，必须解决两个关键性问题：首先，需要基于低轨卫星特有的轨道动力学特性，开发专用的实时星历模型，该模型需具备精确计算任意观测时刻卫星空间位置和运动状态的能力，从而满足精密导航定位与授时服务的严苛技术要求^[26]。第二，必须针对低轨卫星钟的特殊性能，构建专用的钟差建模与预报系统。该系统需基于卫星钟产品的采样周期，在给定时间窗口内实现高精度的钟差预测，从而确保终端用户能够获得满足定位精度要求的时间基准信息。

1.2 国内外研究现状

GNSS 的广播星历数据是由地面监控网络通过持续观测处理后生成的。以美国 GPS 系统为例，其星历播发体系采用两种架构：包括传统的 LNAV (Legacy Navigation) 电文和新型的 CNAV (Civil Navigation) 电文。这种设计体系既保证了系统的向后兼容性，又提升了民用服务的精度和可靠性。标准的 LNAV 广播星历用开普勒轨道根数描述中地球轨道卫星的空间位置信息，目前已形成跨系统的标准化解决方案，在 BDS、Galileo 和 QZSS (Quasi-Zenith Satellite System, QZSS) 系统也得到了广泛应用。为了提高该广播星历模型的精度，在传统 LNAV 电文的基础上，CNAV 导航电文引入了 2 个附加参数，构建了 18 参数的增强型星历模型。这种改进后的参数化建模方法显著提升了轨道描述的准确性，为高精度导航应用提供了更可靠的时空基准^[26, 27]。GPS 与 QZSS 的卫星已经在 L2 与 L5 频段播发 CNAV 广播星历^[28]。GLONASS 系统使用的矢量积分类型广播星历与轨道根数型广播星历有根本上的区别^[29, 30]。该导航电文提供了参考历元下卫星在地心地固坐标系中的三维空间坐标、运动速度及加速度等状态参数。基于这些初始条件，通过数值积分算法可以精确推算出在整个星历有效期内的任意时刻卫星的空间位置信息。

广播星历的精度主要受三大关键因素制约：首先是星历参数模型的架构设计，其数学建模的完备性直接影响轨道描述的准确性；其次是卫星时钟偏差预测的精

度水平，这取决于地面监测网络的观测质量和数据处理算法；最后是导航电文数据截断引入的量化误差，这种信息压缩过程不可避免地会造成部分精度损失^[31-36]。2014 年的实测数据分析表明，各主要卫星导航系统的轨道相关用户测距误差存在显著差异^[32]：GPS 系统表现最优（0.24m），其后依次为 GLONASS（0.54m）、系统 IGSO/MEO 卫星（0.57m）、QZSS（0.50m）和 Galileo 系统（0.76m）。就 MEO 卫星，基于 4 小时精密轨道数据的拟合分析显示，其 URE 的均方根误差（RMS）可控制在 5-10 厘米量级^[37]。

1.2.1 轨道根数型广播星历研究现状

目前对于高轨道和中轨道卫星广播星历的深入研究主要集中在广播星历参数估计方法^[38-41]、广播星历模型设计^[42]、不同星历模型分析比较^[43-45]等方面。由于低轨卫星具有显著区别于中高轨卫星的轨道特性，其动力学环境更为复杂：首先，轨道高度较低（通常 300~1500 公里）导致其运行速度较 MEO 卫星提升较大，轨道周期显著缩短；其次，残余大气阻力等非引力摄动因素影响加剧，使得轨道摄动力建模难度大幅增加，这些特性对星历参数化建模提出了新的技术挑战^[46]。尽管 GNSS 系统普遍采用基于开普勒轨道根数的广播星历模型，但在某些特殊轨道构型下会出现数值计算的不稳定性问题：当卫星运行轨道的偏心率趋近于零（近圆轨道）、或轨道倾角接近临界值（近赤道/极轨道）时，传统参数化方法将面临矩阵奇异的数学问题，导致星历拟合精度显著下降^[47]。低轨卫星通常具有极小的轨道偏心率（接近零），为提升地面信号覆盖率，往往需要部署大量低轨卫星，包括小倾角或极轨道卫星^[48]。类似地，在使用 CNAV 或 LNAV 星历模型拟合 GEO 卫星轨道时，也会因轨道几何特性而出现奇异问题。

针对上述星历拟合中的奇异问题，学界已开展了系统性研究。具体而言，为克服小轨道倾角导致的数值计算难题，部分研究者提出了基于坐标旋转的轨道参数化方法，并对其理论模型和实际应用效果进行了分析^[49-52]。为避免广播星历参数拟合过程中轨道根数奇异的影响，研究人员提出了一种坐标旋转策略：首先将参考坐标系的 X 轴旋转 5° ，使 GEO 卫星在新坐标系中可作为“伪卫星”进行参数计算；待完成星历拟合后，用户端再通过逆向坐标变换（反向旋转 5° ）还原

真实的卫星坐标。尽管该方法在理论上可行，但存在两个局限，系统端和用户端的双向坐标转换显著增加了计算复杂度，并且 5° 旋转角度的最优性尚未得到充分验证，其取值合理性仍需进一步研究^[51]。奇异问题的本质在于某些特殊情况下，轨道根数的计算精度显著降低，这源于其几何定义在极端条件下的失效。例如，当轨道接近圆形，近地点角距的空间位置难以准确定义；同样，若轨道面贴近赤道，升交点赤经也会失去定义。由于坐标旋转法仅能缓解部分问题，近年来学界开始探索更根本的解决方案，即从轨道根数的几何定义出发，通过重构数学表达来彻底消除奇异^[53]。

针对轨道小偏心率导致的奇异性问题，学术界提出了采用第一类无奇点轨道根数的解决方案。该方法通过重新定义轨道参数，有效规避了传统开普勒根数在近圆轨道情况下的定义失效问题^[26, 54]，当应用于小轨道倾角条件下的精密轨道数据拟合时，基于第一类无奇点轨道根数的广播星历方案仍存在缺陷。这种局限性主要表现为参数拟合过程中的数值不稳定现象，最终导致星历参数无法收敛。为解决小轨道倾角与小偏心率同时存在导致的轨道参数奇异性问题，学术界提出了第二类无奇点模型。该改进算法通过引入轨道根数变换策略，成功实现了对 GEO 精密轨道数据的稳定拟合。相较于第一类无奇点根数，新方法在数学建模层面同时解决了偏心率与倾角趋零时的参数定义问题，显著提升了轨道描述的完备性^[42, 55, 56]。然而，当卫星轨道接近极轨时，仍然会出现广播星历参数拟合过程出现发散现象。针对这一局限性，研究人员提出了改进方案：通过对轨道倾角进行数学重构，建立了新型广播星历模型。该模型在参数设计上综合考虑了拟合精度、参数数量优化、轨道高度适应性以及大倾角兼容性等多个维度，最终实现了优于 10cm 的轨道拟合精度^[57]。

1.2.2 矢量积分型广播星历研究现状

GLONASS 导航系统为代表的矢量积分型广播星历与轨道根数型星历的位置表达方法完全不同。该模型通过采用数值积分方法，从根本上规避了轨道参数奇异问题。其理论优势主要体现在两方面：首先，具有普适的轨道适应能力，可适用于各类特殊轨道构型；其次，模型架构展现出良好的可扩展性，为未来新型

轨道设计提供了扩展基础^[58]。但 GLONASS 广播星历的动力学模型过度简化，仅考虑有限摄动因素，拟合精度显著低于 GPS 等采用轨道根数模型的系统^[59]。当前研究现状表明，相较于成熟的轨道根数型广播星历，矢量积分型星历的学术关注度相对不足，相关文献数量有限。针对 GLONASS 系统现有模型的局限性，部分研究团队已开展改进尝试^[58, 60]，但是改进的研究存在局限性：模型构建层面未系统考虑轨道倾角变化、数值积分方法选择及积分步长优化等关键参数的影响，对轨道偏心率等几何参数的分析严重不足。

1.2.3 钟差预报研究现状

除了以上提到的卫星轨道设计问题，广播星历中的钟差参数同样重要。GNSS 系统的测距信号生成与解算高度依赖精密时间基准，这使得卫星钟差建模与预报成为 PNT 服务的核心研究内容：导航电文通过广播卫星钟差修正参数支持用户定位解算，而优化钟差预测模型能够有效提升播发参数的长期可靠性和定位精度。在卫星处于地面监测站不可见弧段期间，星载原子钟需自主维持与系统时间的同步性，这对基于原子钟特性的高精度钟差预报模型提出了严格要求^[61]，星载原子钟的时间维持过程需依赖地面系统提供的钟差参数预报序列作为初始基准^[62]；

目前普遍使用的方法是利用卫星的观测数据，用简化动力学定轨的方法可以将钟差与轨道参数一同求解^[63, 64]。为了改善钟差模型的精度，有学者提出在相邻历元间增加随机游走约束^[65]。也有学者使用运动学模型进行钟差建模，在轨道和钟差的结算中使用卡尔曼滤波的方法提升精度^[66]。因为低轨卫星钟差的确定还包含了星载和地面天线的硬件延迟偏差，具体结果还需要进行修改^[67]。因为 GNSS 定位需要的是实时高精度钟差参数，因此低轨卫星的钟差预报更值得深入研究。有学者利用最小二乘谐波分析了低轨卫星钟的多项式模型^[68]，还有学者进一步分析了钟差的影响因素^[69]以及相对论效应对低轨卫星钟的影响^[70]。

1.3 本文研究内容与技术路线

1.3.1 低轨卫星广播星历拟合与预报

由于目前在轨的 LEO 卫星数量不多，轨道的多样性不足以作为论文的数据

集，因此需要借助 STK 软件来仿真精密星历。仿真精密星历需要考虑到轨道高度、轨道倾角、偏心率、采样间隔等关键参数，需要考虑到低轨卫星的所有轨道种类包括极轨情况。最重要的是，仿真软件 STK 生成的精密星历数据一般不可以直接使用，存在头文件内容、卫星位置信息存储格式不兼容的情况，需要将仿真数据进行格式转换。当然，使用仿真数据得出实验结论后，还会使用卫星实测数据进行验证。

传统的 LNAV/CNAV 广播星历分别用 16 参和 18 参拟合 MEO 卫星的广播星历，针对低轨卫星的运行特点，需要增加更多参数来提升轨道精度。如轨道长半轴一阶和二阶变化率、轨道倾角三分之一周期改正项、卫星矢量长度三分之一周期改正项、升交点赤经二阶改正项等。考虑到小倾角、小偏心率、近极轨道拟合可能出现的奇异情况，设计了第一类无奇点、第二类无奇点及其改进模型。根据无奇点算法类型和参数数量，需要设计出相应的终端解算方法，根据接收到的广播星历参数和时间计算出星历有效期内卫星的实时坐标。

当前主流研究方法在广播星历参数拟合中普遍采用解析偏微分计算与迭代最小二乘估计相结合的算法框架^[26, 38, 42, 55]。然而，传统解析法在偏导数推导过程中存在显著缺陷，计算量巨大且占用计算机的计算资源。迭代最小二乘法的参数估计存在数值不稳定性问题。针对这些问题，现有研究采用数值导数法，并引入基于 QR 分解的改进迭代算法进行星历参数估计。

经过以上三个步骤得到的一组广播星历参数，可以根据用户算法结合广播星历中给出的参数反算出拟合时间段内任意时刻的卫星三维位置坐标，也可以外推出拟合弧段外的卫星三维位置坐标。

在获得 ECEF 坐标系下广播星历与精密星历的位置差异后，需将该坐标偏差转换至卫星轨道坐标系（Radial-Tangential-Normal, RTN）。这种转换可有效分离轨道误差的径向（R）、切向（T）和法向（N）分量，便于误差特性分析。

URE 作为广播星历精度的综合评估指标，同时包含卫星轨道和钟差误差的影响分量。在 GPS 系统性能规范中，广播星历拟合 URE 的阈值标准设定为 10cm 如前述分析，URE 误差源主要来自轨道预报误差和钟差误差。

广播星历拟合与预报的技术路线如图 1.1 所示。

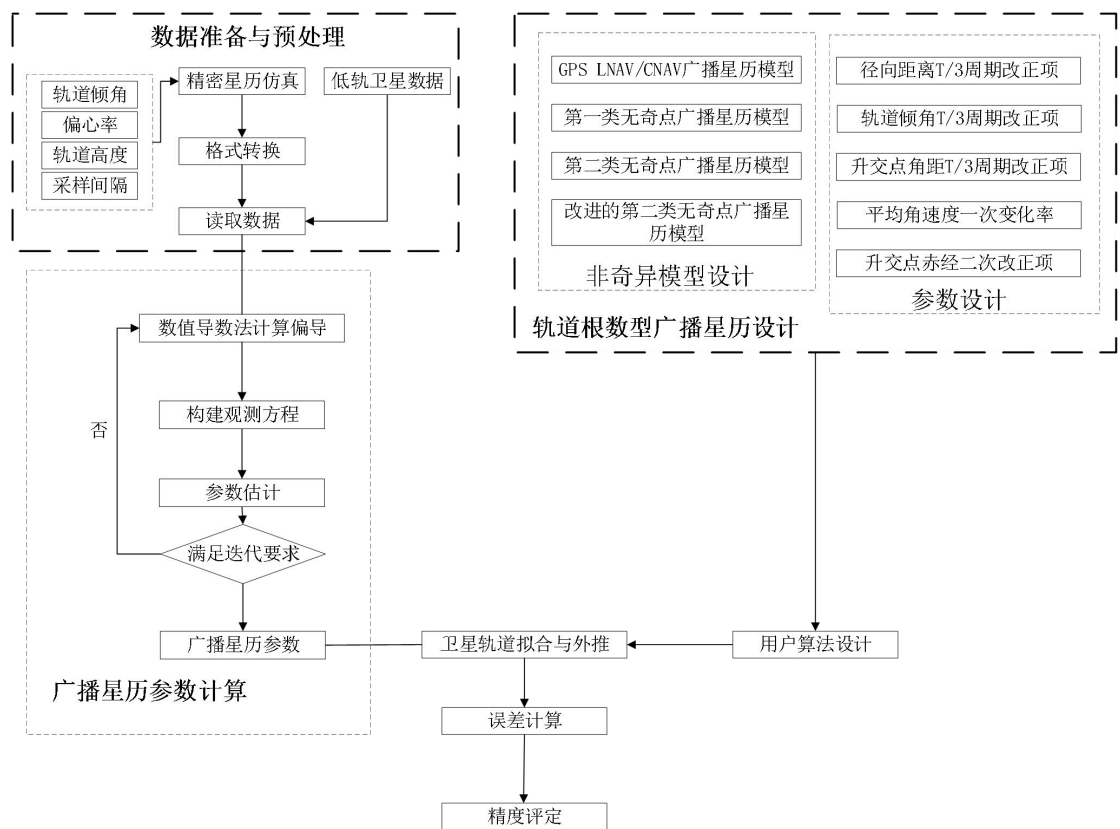


图 1.1 广播星历拟合技术路线图

1.3.2 低轨卫星钟差拟合与预报

针对钟差模型及预报方面，低轨卫星上的星载时间基准的频率稳定度等指标相比北斗要低，因此难以实现高精度的长期预报。短期预报最常用的有二次多项式（QP）模型、灰色模型 GM(1,1)和 BP 神经网络模型。

在卫星精密钟差预报领域，多项式拟合作为一种经典的建模方法，已被众多学者深入研究并广泛应用。根据模型复杂度的不同，多项式拟合可分为三个主要类别：线性（一次）多项式模型、二次多项式模型以及高阶多项式模型。其中，二次多项式模型因其独特的优势而备受关注——模型中的各项系数具有明确的物理意义解释：常数项对应钟差偏移，一次项反映频率偏差，二次项表征频率漂移率。这种参数物理意义的可解释性，使得二次多项式模型成为卫星钟差预报研究中最常采用的建模方法。

在对钟差数据的预处理方法讨论中，本文引入了中位数粗差探测法、基于钟差一次项的中位数粗差探测法和四分位粗差探测法，使用同样的二次多项式

模型比较预处理后的钟差预报精度，挑选出最佳的数据预处理方法。

对于钟差预报方法的评估，本文使用了传统的多项式模型、灰色模型 GM(1,1)和 BP 神经网络模型，设计不同的钟差拟合与预报策略，通过比较分析挑选出最佳的钟差预报模型和预报策略。

第二章 广播星历模型建立方法

2.1 广播星历模型

基于开普勒提出的轨道根数表达卫星位置的方法,截至现在已经发展出两种轨道根数型广播星历参数模型:16 参数模型(通过 LNAV 导航电文播发)和 18 参数模型(通过 CNAV 导航电文播发)。研究表明,采用 18 参数模型的 CNAV 电文在轨道精度方面具有显著优势。

2.1.1 轨道根数型广播星历

在基础的 CNAV 电文中播发的 GPS18 参数模型,包含 6 个开普勒轨道根数 ($\Delta\Omega_0, \Delta A, e, i_0, \omega, M_0$),五个长期摄动改正项 ($\Delta\dot{\Omega}, \Delta\dot{A}, \dot{i}, \Delta n, \Delta\dot{n}$),6 个短期摄动项改正数($C_{us}, C_{uc}, C_{rs}, C_{rc}, C_{is}, C_{ic}$)和星历参考时刻 t_{oe} 。针对 MEO 卫星设计的轨道根数型 CNAV 电文采用 2 小时更新周期,具有较长的有效时长和良好的外推精度。然而,当应用于低轨卫星时,由于轨道高度较低、偏心率较小,且部分近极轨卫星的轨道构型特殊,在广播星历拟合过程中易出现奇异性问题,导致参数估计失败。相关参数的具体定义及数值范围如表 2.1 所示。

表 2.1 CNAV 电文的广播星历参数集

编号	参数	意义
1	t_{oe}	星历参考时刻
2	ΔA	半长轴与参考值之差
3	e	轨道偏心率
4	i_0	轨道倾角
5	ω	近地点角距
6	M_0	平近点角
7	Ω_0	升交点赤经
8	$\dot{\Delta A}$	半长轴一次变化率
9	\dot{i}	轨道倾角一次变化率
10	$\dot{\Delta\Omega}$	升交点赤经变化率与参考值之差
11	Δn	平均角速度改正量
12	$\dot{\Delta n}$	平均角速度改正量一次变化率
13	C_{rc}	卫星矢量长度周期余弦调和改正项
14	C_{uc}	升交点角距周期余弦改正项
15	C_{ic}	轨道倾角周期余弦改正项

编号	参数	意义
16	C_{rs}	卫星矢量长度周期正弦调和改正项
17	C_{us}	升交点角距周期正弦改正项
18	C_{is}	轨道倾角周期正弦改正项

对于 CNAV 电文的 18 参数广播星历，用户在接收到电文内容后可以通过参数计算得到卫星在星历有效期内的任何一个时刻的位置，具体计算过程如下：

计算观测时刻与星历参考时刻之差：

$$t_k = t - t_{oe} \quad (2.1)$$

计算卫星平均角速度 n ：

$$n_k = \sqrt{\frac{GM}{A^3}} + \Delta n + \frac{1}{2} \Delta \dot{n} t_k \quad (2.2)$$

其中 Δn 和 $\Delta \dot{n}$ 分别是平均角速度改正量和平均角速度改正量一次变化率，地球引力常数 GM 取 $398600.4 \text{ km}^3/\text{s}^2$ 。

计算观测时刻轨道长半轴 A_k ：

$$A_k = A_{ref} + \Delta A + \dot{A} t_k \quad (2.3)$$

计算观测时刻卫星的平近点角 M_k ：

$$M_k = M_0 + n_k t_k \quad (2.4)$$

解开普勒方程迭代计算偏近点角 E_k ：

$$E_k = M_k + e \sin E_k \quad (2.5)$$

计算真近点角 f_k ：

$$\cos f_k = \frac{\cos E_k - e}{1 - e \cos E_k} \quad (2.6)$$

$$\sin f_k = \frac{\sqrt{1 - e^2} \sin E_k}{1 - e \cos E_k} \quad (2.7)$$

$$f_k = \tan^{-1} \frac{\sin f_k}{\cos f_k} \quad (2.8)$$

计算升交点角距 u_k ：

$$u_k = f_k + \omega \quad (2.9)$$

计算升交点角距改正项 δu_k :

$$\delta u_k = C_{uc} \cos(2u_k) + C_{us} \sin(2u_k) \quad (2.10)$$

计算径向改正项 δr_k :

$$\delta r_k = C_{rc} \cos(2u_k) + C_{rs} \sin(2u_k) \quad (2.11)$$

计算轨道倾角改正项 δi_k :

$$\delta i_k = C_{ic} \cos(2u_k) + C_{is} \sin(2u_k) \quad (2.12)$$

计算改正后的升交点角距 u_k :

$$u_k = u_k + \delta u_k \quad (2.13)$$

计算改正后径向 r_k :

$$r_k = a(1 - e \cos E_k) + \delta r_k \quad (2.14)$$

计算改正后轨道倾角:

$$i_k = i_0 + \delta i_k + \dot{i} t_k \quad (2.15)$$

计算卫星在轨道平面坐标系中的坐标:

$$\begin{cases} x_k = r_k \cos u_k \\ y_k = r_k \sin u_k \end{cases} \quad (2.16)$$

计算观测时刻升交点赤经 Ω_k :

$$\Omega_k = \dot{\Omega}_{ref} + \Delta \dot{\Omega} \quad (2.17)$$

$$\dot{\Omega} = \dot{\Omega}_{ref} + \Delta \dot{\Omega} \quad (2.18)$$

其中, $\dot{\Omega}_{ref}$ 是升交点赤经参考值。

最后, 计算卫星在地心地固坐标系下的坐标:

$$\begin{vmatrix} y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_k \sin \Omega_k + y_k \cos i_k \cos \Omega_k \end{vmatrix} \quad (2.19)$$

2.1.2 矢量积分型广播星历模型

GLONASS 采用开普勒轨道动力学模型，通过一组参数描述卫星的位置、速度和加速度，这些参数以地心惯性坐标系（PZ-90 坐标系）为基准。GLONASS 广播星历参数以 30 分钟为周期更新，并通过矢量积分设计和计算卫星位置和速度，以提高计算精度和实时性，相比 GPS 广播星历模型，其动力学模型更为简单，结合每颗卫星使用不同频率的特点，优化了系统性能，特别适用于高纬度地区的导航应用，并且该模型有良好的无奇异特性和扩展性，适用于各种轨道高度、轨道倾角和偏心率的情况。GLONASS 模型包含的 10 个参数及其具体意义如下表 2.2 所示。

表 2.2 GLONASS 广播星历参数及其意义

参数	意义
t_{oe}	星历参考时刻
X, Y, Z	卫星位置
V_x, V_y, V_z	卫星速度
a_x, a_y, a_z	卫星加速度

GLONASS 广播星历目前主要采用数值积分方法，通过求解卫星运动微分方程，计算星历有效期内任意历元的卫星位置与速度矢量。该方法通过逐步迭代的数值计算，确保轨道外推的连续性和精度稳定性。此方法的优点是可以考虑更多的轨道摄动因素，同时有良好的无奇异特性，可以计算任意轨道高度、轨道倾角和偏心率的卫星坐标，且计算方法和步骤简单。

卫星的运动方程可以表示为：

$$\ddot{X} = -\frac{GM}{r^3}X + \frac{3}{2}C_{20}\frac{GMa_e^2}{r^5}X\left(1 - \frac{5Z^2}{r^2}\right) + \omega_e^2X + 2\omega_eY + a_x \quad (2.20)$$

$$\ddot{Y} = -\frac{GM}{r^3}Y + \frac{3}{2}C_{20}\frac{GMa_e^2}{r^5}Y\left(1 - \frac{5Z^2}{r^2}\right) + \omega_e^2X - 2\omega_eY + a_y \quad (2.21)$$

$$\ddot{Z} = -\frac{GM}{r^3}Z + \frac{3}{2}C_{20}\frac{GMa_e^2}{r^5}Z\left(3 - \frac{5Z^2}{r^2}\right) + a_z \quad (2.22)$$

公式中 GM 是牛顿引力常数与地球质量的乘积（ $GM=398600.44\text{km}^3\text{s}^{-2}$ ）； r 是地球质心与卫星的距离（ $r = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$ ）， C_{20} 是地球引力场 20 阶带谐

项 ($C_{20} = -0.00108263$) ; a_e ($a_e = 6378136.49m$) 是地球长半径; ω_e 是自转角速度 ($\omega_e = 0.7292115 \times 10^{-4} rad \cdot s^{-1}$) 。

GLONASS 广播星历提供了参考历元 t 时刻的卫星状态向量, 基于此初始条件, 可通过数值积分求解卫星运动方程, 获得星历有效期内任意时刻的卫星位置和速度, 计算方法如下:

$$\begin{cases} \dot{R}_t = \dot{R}_0 + \int_{t_{oe}}^t \ddot{R}_{ECEF} dt \\ R_t = R_0 + \int_{t_{oe}}^t \dot{R}_t dt \end{cases} \quad (2.23)$$

参考时刻卫星的位置和速度分别表示为 $R_0 = (X, Y, Z)^T$ 和 $\dot{R}_0 = (V_x, V_y, V_z)^T$, \dot{R}_t 和 R_t 分别是参考时刻卫星速度和位置的向量。

2.2 参数估计方法

针对广播星历的参数拟合方法研究中, 大部分参考文献都使用了严格的数学上的偏导数推导, 然后使用最小二乘的算法进行参数拟合^[26, 38, 42, 55]。需要指出的是, 采用严格的解析法求解偏导数的推导过程极其复杂, 导致计算量显著增加, 且基于最小二乘算法的参数拟合过程表现出较差的数值稳定性。有学者提出了一种基于数值导数法计算偏导数, 计算过程简单且容易编程实现, 实际的拟合效果和解析法差别非常小, 在毫米甚至亚毫米级^[71]。本节先以偏心率 e 为例介绍数值导数法求偏导数, 再介绍 QR 分解法进行参数拟合的方法, 最后介绍轨道的精度评定方法。

2.2.1 数值导数法求偏导数

针对 GPS18 参数模型的传统解析偏导数求解方法存在显著的计算复杂性: 需对每个星历参数独立进行数学求导运算, 导致计算效率低下且资源消耗严重。本文提出的低轨卫星无奇点根数模型对基础的星历参数进行数学上的重定义, 需重新建立完整的偏导数体系, 其推导工作量更为庞大。为避免解析法在偏导数推导中的复杂性, 本研究选用数值微分法进行参数的偏导数计算。以 GPS18 参数模型的偏心率参数 e 为例, 其偏导数可通过以下公式实现数值逼近:

$$\frac{\partial F}{\partial e} = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta} = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{F(t, t_{oe}, e + \Delta) - F(t, t_{oe}, e)}{\Delta} \quad (2.24)$$

当 Δ 趋近于无穷小，公式可以等价于：

$$\frac{\partial F}{\partial e} = \frac{F(t, t_{oe}, e + \Delta) - F(t, t_{oe}, e)}{\Delta} \quad (2.25)$$

在特定观测时刻，广播星历中的偏心率 e 的偏导数可以用以下公式表达：

$$\begin{pmatrix} \left(\frac{\partial F_x}{\partial} \right)_{t_{oe}} \\ \left(\frac{\partial F_y}{\partial} \right)_{t_{oe}} \\ \left(\frac{\partial F_z}{\partial} \right)_{t_{oe}} \end{pmatrix} = \frac{\partial F}{\partial e} = \frac{F(t, t_{oe}, e + \Delta) - F(t, t_{oe}, e)}{\Delta} \quad (2.26)$$

2.2.2 基于 QR 分解进行参数拟合

在广播星历参数估计过程中，参数间存在的强相关性会导致法方程矩阵出现病态问题。这种数值不稳定性使得即便微小观测误差也会被显著放大，从而严重影响参数估计的可靠性。使用 QR 分解而不是直接求解最小二乘（如正规方程 $A^T A x = A^T y$ ），主要是因为 QR 分解更具数值稳定性和效率。正规方程法涉及矩阵 $A^T A$ 的计算和求逆操作，会放大设计矩阵的条件数，对病态矩阵（接近奇异矩阵）易产生显著的数值误差。而 QR 分解通过将设计矩阵 A 分解为正交矩阵 Q 和上三角矩阵 R ，避免了矩阵求逆，直接将问题转化为回代求解，降低了误差累积风险。

此外，QR 分解可以灵活处理稀疏矩阵、大规模数据，且在高精度参数估计任务中表现更优。在卫星轨道参数拟合中，广播星历需要保证拟合参数的可靠性和精度，QR 分解的数值稳定性和鲁棒性更能满足高精度导航需求，同时减少迭代优化过程中的计算负担，具有计算效率高和稳定性好的优点。

先对设计矩阵 A 进行 QR 分解：

$$R = QA \quad (2.27)$$

观测量是每个历元的坐标值，建立观测方程：

$$A \delta x = l \quad (2.28)$$

对公式 2.28 同时左乘矩阵 Q ，可以得到：

$$QA\delta x = Ql \quad (2.29)$$

使：

$$U = \begin{pmatrix} U' \\ U'' \end{pmatrix} = Ql \quad (2.30)$$

则有：

$$RX = U \quad (2.31)$$

其中 U' 是 n 维行向量， U'' 是 $m-n$ 维行向量。取前 n 行，则公式可转换为：

$$R'\delta x = U' \quad (2.32)$$

将公式展开写成具体形式：

$$\begin{pmatrix} R'_{11} & R'_{12} & \cdots & R'_{1n} \\ & R'_{22} & \cdots & R'_{2n} \\ & & \ddots & \vdots \\ & & & R'_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta x_1 \\ \delta x_2 \\ \vdots \\ \delta x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U'_1 \\ U'_2 \\ \vdots \\ U'_n \end{pmatrix} \quad (2.33)$$

广播星历改正值为：

$$\delta x_i = \begin{cases} \frac{U'_n}{R'_{nn}} & i = n \\ \frac{(U'_i - \sum_{j=n}^{i+1} R'_{ij})}{R'_{ii}} & i < n \end{cases} \quad (2.34)$$

通过计算相对于初始值的改正数后，可以得到轨道根数的改正值，与初值相加后可以得到轨道根数型广播星历参数估值。通过反复迭代结合退出迭代的条件可以计算出广播星历参数的最终估值。

基于初始轨道根数的改正量计算，可通过迭代修正过程实现广播星历参数的逐步优化。首先计算当前轨道根数相对于初始值的改正量，将改正量与初值线性叠加获得参数更新估值，最后通过收敛条件判断终止迭代或继续修正。当满足预设精度阈值或达到最大迭代次数时，输出最终星历参数估值。

2.3 精度评定

星历参数拟合精度是影响用户导航定位性能的关键因素。广播星历的精度评

估通常采用三项核心指标：三维位置误差、均方根（RMS）误差和用户测距误差 URE。其中，URE 作为综合评估指标，其误差构成包括轨道预报误差分量与钟差误差分量，能够直接表征星历参数在定位解算中的精度表现。由于本研究重点关注广播星历自身引入的误差分量，采用的计算方法如下^[26, 72]：

$$URE = \sqrt{w_R^2(\Delta R_i)^2 + w_{A,C}^2(\Delta A_i)^2 + (\Delta C_i)^2} \quad (2.35)$$

其中， w_R 和 $w_{A,C}$ 为径向、切向和法向的贡献因子。这些贡献因子的值与卫星轨道高度密切相关，反应了卫星覆盖范围贡献因子的统计值。卫星在轨运行时各方向的贡献因子值如表 2.1 所示。

表 2.1 不同轨道高度 URE 贡献因子

轨道高度 (km)	w_R	$w_{A,C}$
400	0.419	0.642
600	0.488	0.617
800	0.540	0.595
1000	0.582	0.575
1200	0.618	0.556
1400	0.648	0.539

2.4 本章小结

本章阐述了当前主流的两广星历模型架构：基于轨道根数星历模型和基于矢量积分方法星历模型，简要讨论了星历参数拟合方法的选择，然后对现阶段应用效果较好的，也是应用在本文实验中的数值导数法和 QR 分解法进行了详细介绍。两种星历各自都有优缺点，在后文中的星历设计方案和对比实验中会仔细考虑，并结合具体的应用场景做出分析。

对于星历参数的求导方法主要有两种，解析法和数值导数法。解析法需要严格根据数学公式进行偏导数计算，因此每个星历参数都要单独求解，公式的推导过程非常复杂并且在实际应用中占用计算资源，效率较低。在后文中会根据未来可能出现的低轨卫星轨道设计若干种广播星历模型，若每种模型需要单独求导，则工作量非常巨大。数值导数法计算过程简单且容易编程实现，拟合精度与数值导数法相比几乎没有损失。

对于拟合广播星历时使用的参数估计方法，主要有最小二乘迭代法和 QR 分

解法。由于低轨卫星的偏心率较小，且可能会出现小倾角的轨道，会造成星历参数间的强相关性。例如偏心率较小的情况下，近地点幅角和平近点角定义不明确。若在这种情况下采用迭代最小二乘法，会造成法方程病态，参数拟合结果不稳定。利用 QR 分解法进行参数估计可以极大缓解法方程病态的问题，具有较好的稳定性。

综上所述，本文建立广播星历模型的策略是：计算偏导数时用数值导数法，估计星历参数时使用 QR 分解法。

第三章 基于轨道根数的广播星历设计

低轨卫星与 GNSS 卫星相比具有显著不同的轨道动力学特性，主要体现在：轨道高度显著降低、运行周期明显缩短和受摄动力影响更为复杂三个方面。这些特征差异要求针对低轨卫星的特殊运动规律，专门设计其广播星历的拟合算法与预报模型。但是由于低轨卫星的偏心率较小，并且受限于单个卫星的覆盖面积小，需要考虑到轨道在小偏心率、小倾角、极轨的情况下可能出现的奇异问题，造成参数拟合失败。本章针对传统的 LNAV/CNAV 模型、第一类无奇点模型、第二类无奇点模型及其改进模型设计了不同的方案，并对不同方案的拟合预报结果进行分析比较，最后挑选出预报精度最高的方案，研究分析影响轨道预报精度的因素有哪些。

3.1 基于 LNAV/CNAV 的广播星历设计及预报

在传统的 LNAV/CNAV 电文的广播星历参数模型基础上，通过增加参数的方式提升模型的拟合和预报精度，例如增加轨道长半轴二次改正项、卫星平均角速度二次改正项，也可以考虑升交点赤经的二次改正项，还可以增加扰动项周期与三分之一周期改正项。

3.1.1 基于 LNAV/CNAV 的广播星历

本章节基于传统的 LNAV/CNAV 电文的广播星历参数模型，针对低轨卫星的运行特点进行针对性改进，设计了一系列参数构成了一个参数集，通过增加参数的方式对低轨卫星的拟合与预报效果进行改进，参数集如表 3.1 所示。

表 3.1 基于 LNAV/CNAV 电文的广播星历参数集

编号	参数	意义
1	t_{oe}	星历参考时刻
2	M_0	平近点角
3	\dot{i}	轨道倾角一次变化率
4	i_0	轨道倾角
5	ΔA	半长轴与参考值之差
6	ω	近地点角距
7	Ω_0	升交点赤经
8	e	轨道偏心率

编号	参数	意义
9	$\dot{\Delta\Omega}$	升交点赤经变化率与参考值之差一阶变化率
10	Δn	平均角速度改正量
11	C_{rc}	卫星矢量长度周期余弦改正项
13	C_{uc}	升交点角距周期余弦改正项
12	C_{ic}	轨道倾角周期余弦改正项
14	C_{rs}	卫星矢量长度周期正弦调和改正项
15	C_{us}	升交点角距周期正弦改正项
16	C_{is}	轨道倾角周期正弦改正项
17	$\dot{\Delta n}$	平均角速度改正量一次变化率
18	$\dot{\Delta A}$	半长轴一次变化率
19	\ddot{A}	半长轴与参考值之差一阶变化率
20	$\Delta \ddot{n}$	平均角速度改正量二阶变化率
21	$\ddot{\Delta\Omega}$	升交点赤经变化率与参考值之差二阶变化率
22	C_{rc3}	卫星矢量长度三分之一周期余弦调和改正项
23	C_{ic3}	轨道倾角三分之一周期余弦改正项
24	C_{uc3}	升交点角距三分之一周期余弦改正项
25	C_{rs3}	卫星矢量长度三分之一周期正弦改正项
26	C_{us3}	升交点角距三分之一周期正弦改正项
27	C_{is3}	轨道倾角三分之一周期正弦改正项

在 GPS 广播星历参数体系中, 轨道长半轴的处理方式存在显著差异: LNAV 电文采用的 16 参数模型将其视为固定常数 (在有效期内保持不变), 而 CNAV 电文的 18 参数模型则引入长半轴时变特性, 通过增加一阶改正项 \dot{A} 去吸收长半轴在星历有效期内的变化。长半轴的计算公式如下:

$$A_k = A_{ref} + \Delta A + \dot{A}t_k + \frac{1}{2}\ddot{A}t_k^2 \quad (3.1)$$

针对 GPS 18 参数模型中的卫星平均角速度, 引入了参数平均角速度二次改正项 $\Delta \ddot{n}$ 去吸收长半轴在星历有效期内的变化。卫星角速度计算如下:

$$n = \sqrt{\frac{GM}{A_k^3}} + \Delta n + \Delta \dot{n}t_k + \Delta \ddot{n}t_k^2 \quad (3.2)$$

对于轨道倾角, 同样引入了轨道倾角二次改正项 \ddot{i} , 轨道倾角的计算如下:

$$i_k = i_0 + \delta i_k + \dot{i}t_k + \frac{1}{2}\ddot{i}t_k^2 \quad (3.3)$$

同样, 考虑二阶变化率的升交点赤经计算公式如下:

$$\Omega_k = \Omega_0 + (\dot{\Omega} - \omega_e)t_k + \frac{1}{2}\ddot{\Omega}t_k^2 - \omega_e t_{oe} \quad (3.4)$$

3.1.2 不同设计方案的拟合与预报 URE

在目前的公开数据中,低轨卫星的轨道数据不能满足本文对轨道多样性的要求,因此使用了卫星工具包软件 STK,使用高精度轨道预报模型(High Precision Orbit Propagator, HPOP)仿真了一组基准数据:轨道高度 1000km,偏心率 0.015,轨道倾角 30° 。第二组仿真数据:轨道高度 1000km,偏心率 0.015,轨道倾角 5° 。仿真的数据采样间隔设置为 60 秒,仿真时间从 2023 年 12 月 1 日至 12 月 2 日,时间跨度为 24 小时。

本研究以 20 分钟为弧段长度,将各弧段内坐标数据拟合为轨道根数,并以弧段起始时刻状态向量为初值,通过轨道根数外推计算当前 20 分钟弧段及后续 5 分钟弧段的坐标,进而与精密星历比对得到拟合 URE 和预报 URE。基于 24 小时连续数据(72 个完整弧段用于拟合 URE,71 个过渡弧段用于预报 URE),最终通过均方根误差评估整体精度。

在表 3.1 中,编号 1~16 组成基础的 16 参数广播星历模型,通过从编号 17~27 挑选出若干附加参数的方式设计了 8 种第一类无奇点广播星历参数模型^[73, 74],具体方案设计和拟合预报的精度如表 3.2 所示。

表 3.2 基于 LNAV/CNAV 电文广播星历参数模型的设计方案和拟合预报精度
(拟合时长: 20min; 轨道倾角: 45° ; 单位: m)

参数方案	附加参数	拟合 URE	预报 URE				
			1min	2min	3min	4min	5min
16		0.107	0.751	1.236	1.815	2.772	5.819
17-1	\dot{A}	0.065	0.446	0.845	1.470	2.419	4.856
17-2	$\Delta\dot{n}$	0.059	0.465	0.879	1.418	3.139	5.077
18	$\dot{A}, \Delta\dot{n}$	0.052	0.332	0.753	1.412	3.761	6.093
19-1	$\dot{A}, \ddot{A}, \Delta\ddot{n}$	0.031	0.273	0.756	1.469	4.136	6.018
19-2	$\dot{A}, \Delta\dot{n}, \Delta\ddot{n}$	0.032	0.286	0.598	1.279	4.052	6.116
20	$\dot{A}, \Delta\dot{n}, C_{rs3}, C_{rc3}$	0.039	0.275	0.589	1.342	3.565	6.445
23-1	$\dot{A}, C_{rs3}, C_{rc3}, C_{us3}, C_{uc3}, C_{is3}, C_{ic3}$	0.01	0.213	0.607	1.513	3.342	5.653
23-2	$\Delta\dot{n}, C_{rs3}, C_{rc3}, C_{us3}, C_{uc3}, C_{is3}, C_{ic3}$	0.009	0.188	0.621	1.502	3.223	5.465

从表中 9 个方案的拟合与预报结果可以看出,随着参数的增加,轨道拟合的精度提升显著,表中 17-23 参数方案(相同数量参数取最优方案)。相对于 16

参数方案, 17 参数、18 参数, 19 参数, 20 参数, 23 参数分别提升了 44.9%, 51.4%, 63.6%和 91.6%, 其中, 20 参数方案的拟合精度比 19 参数要差。在 5min 的预报时间刻度上, 17 参数和 23 参数相对于 16 参仅提升了 16.5%, 6.04%, 另外 18 参数、19 参数和 20 参数方案预报精度的提升为负。

在传统的 LNAV/CNAV 电文的基础上, 通过增加参数的方式可以非常有效地提升拟合精度, 其中 23 参数方案提升了 91.6%。在预报精度上, 增加参数的提升并不明显, 23 参数的 5min 预报精度甚至低于 17 参数的方案, 相对于 GPS 16 参数方案仅提升 6.1%。从 17 参数的两个方案对比中可以发现, 附加了平均角速度一阶变化率的方案 17-2, 5min 预报 URE 精度要优于附加了轨道长半轴一阶变化率的方案 17-1, 但是在 23 参数的两个方案中, 却观察到了相反的现象。因此, 增加参数需要考虑轨道根数长周期项和短周期项的综合影响, 否则增加参数的提升效果有限。

表 3.3 基于 LNAV/CNAV 电文广播星历参数模型的设计方案和拟合预报精度
(拟合时长: 20min; 轨道倾角: 5° ; 单位: m)

参数方案	附加参数	拟合 URE	预报 URE				
			1min	2min	3min	4min	5min
16		0.147	1.351	1.856	2.965	4.296	8.596
17-1	\dot{A}	0.093	0.652	1.235	2.065	3.569	7.535
17-2	$\Delta\dot{n}$	0.087	0.734	1.421	1.952	4.539	9.103
18	$\dot{A}, \Delta\dot{n}$	0.077	0.693	1.322	1.632	4.187	8.93
19-1	$\dot{A}, \ddot{A}, \Delta\ddot{n}$			拟合失败			
19-2	$\dot{A}, \Delta\dot{n}, \Delta\ddot{n}$			拟合失败			
20	$\dot{A}, \Delta\dot{n}, C_{rs3}, C_{rc3}$	0.047	0.496	1.189	2.569	5.354	12.40
23-1	$\dot{A}, C_{rs3}, C_{rc3}, C_{us3}, C_{uc3}, C_{is3}, C_{ic3}$			拟合失败			
23-2	$\Delta\dot{n}, C_{rs3}, C_{rc3}, C_{us3}, C_{uc3}, C_{is3}, C_{ic3}$			拟合失败			

表 3.3 用的仿真轨道倾角为 5° , 属于小倾角轨道。以表 3.2 中轨道倾角 30° 得出的实验结果为基准, 发现在轨道倾角为 5° 的条件下, 16-18 参数方案的拟合和预报精度都出现了不同程度的下降, 拟合精度下降了 37.4%, 43%, 47.5%和 48%, 5min 时刻的预报精度分别下降了 57%, 55.2%, 79.3%和 46.6%。对于 20 参数方案, 拟合 URE 和表 3.2 相比中提升了 20.5%, 但是 5min 时刻的预报 URE 升高了 92.4%, 预报精度下降幅度明显。

值得注意的是, 19 参数方案和 23 参数方案在拟合一周的轨道时, 出现了部

分弧段拟合失败的现象，对于拟合成功的参数，观察到其迭代时间显著大于表格 3.2 中的方案。轨道倾角为 30° 时的迭代次数普遍在 2~3 次，而轨道倾角为 5° 时的迭代次数普遍为 3 次以上。虽然 19 和 23 参数部分弧段拟合失败，但是在拟合成功的弧段中可以观察到有大量弧段的拟合误差在米级，这显然是不合理的。因此，笔者对不同轨道倾角下，第一类无奇点 20 参数方案的拟合与预报 URE 进行了深入研究。

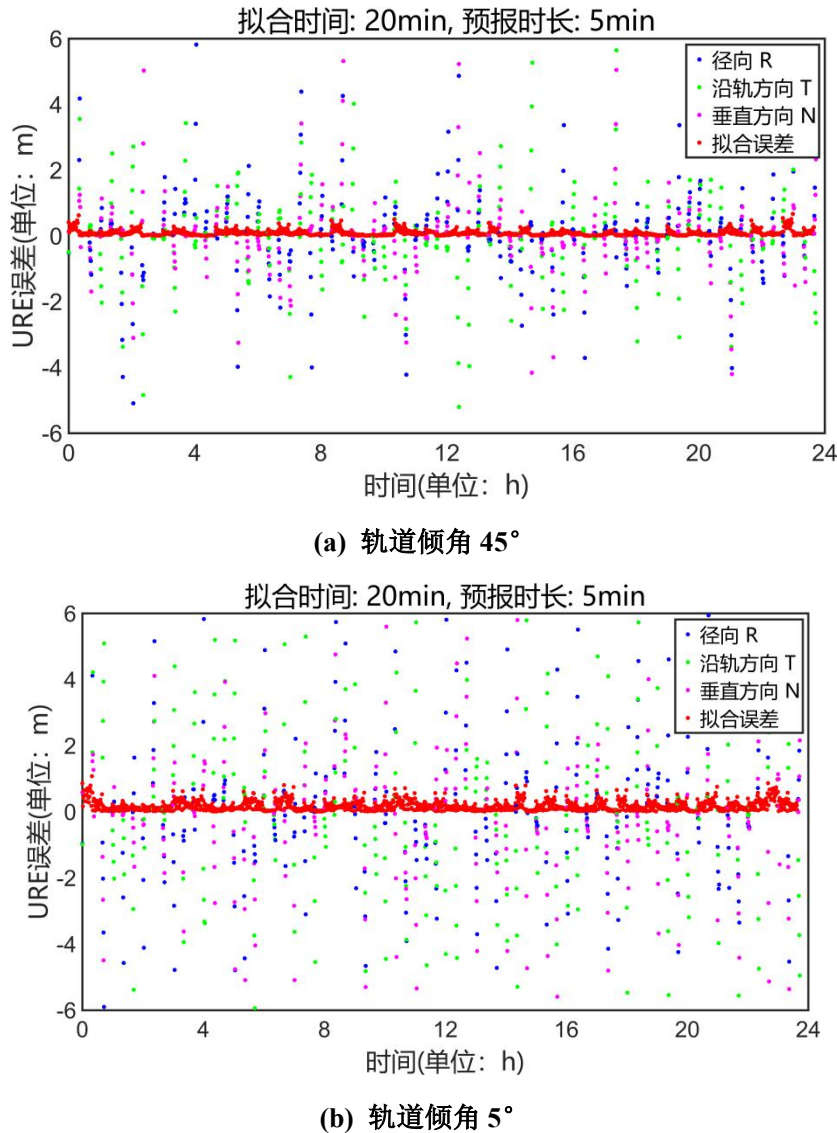


图 3.1 基于 LNAV/CNAV 电文 20 参数方案拟合与预报误差

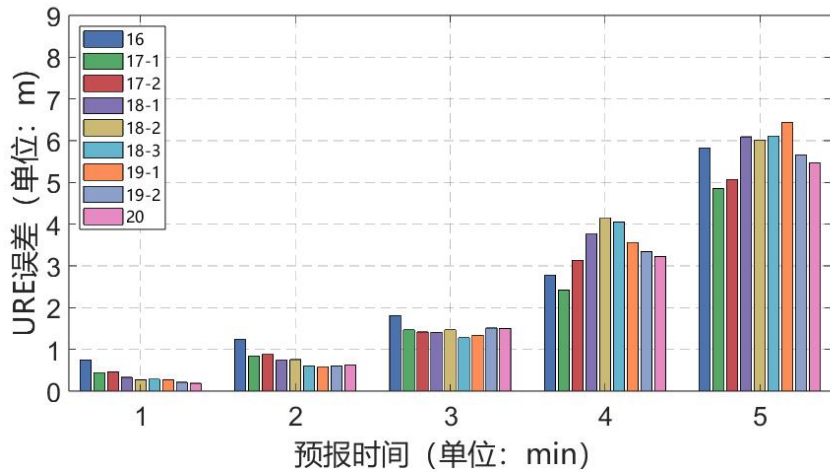
从图 3.1 的对比中可以看出，轨道倾角为 5° 时的拟合误差明显大于轨道倾角为 45° 时的拟合误差，且径向 R、沿轨方向 T 和垂直方向 N 的误差也较为发散，预报误差显著增大，有部分弧段的 5min 时刻误差在 50m 以上。结合实验中观察

到的迭代次数，轨道倾角 5° 的迭代次数普遍在 3~5，二轨道倾角 45° 方案的迭代次数普遍在 2~3 次，因此可以推测是参数的相关性过大造成了部分弧段的拟合误差过大。

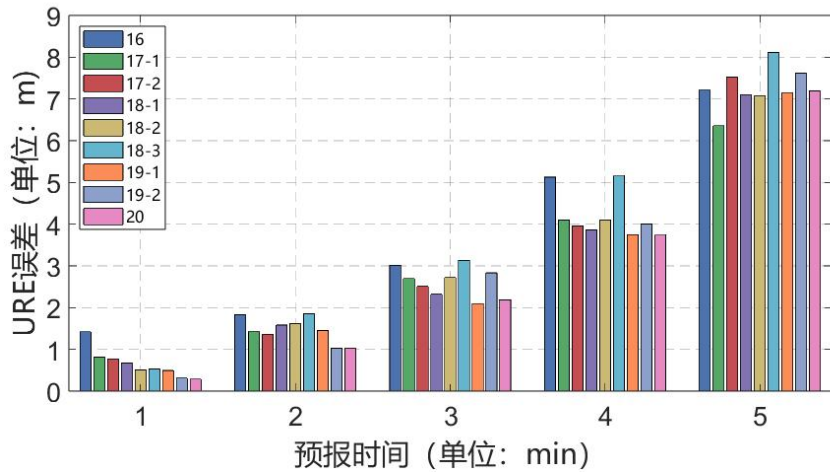
表 3.4 基于 LNAV/CNAV 电文广播星历参数模型的设计方案和拟合预报精度
(拟合时长: 30min; 轨道倾角: 45° ; 单位: m)

参数方案	附加参数	拟合 URE	预报 URE				
			1min	2min	3min	4min	5min
16		0.231	1.420	1.833	3.015	5.126	7.21
17-1	\dot{A}	0.141	0.815	1.423	2.695	4.10	6.356
17-2	$\Delta \dot{n}$	0.137	0.775	1.365	2.512	3.955	7.523
18	$\dot{A}, \Delta \dot{n}$	0.113	0.672	1.583	2.321	3.861	7.093
19-1	$\dot{A}, \ddot{A}, \Delta \ddot{n}$	0.065	0.51	1.622	2.720	4.102	7.081
19-2	$\dot{A}, \Delta \dot{n}, \Delta \ddot{n}$	0.059	0.532	1.855	3.133	5.152	8.116
20	$\dot{A}, \Delta \dot{n}, C_{rs3}, C_{rc3}$	0.06	0.495	1.455	2.10	3.751	7.155
23-1	$\dot{A}, C_{rs3}, C_{rc3}, C_{us3}, C_{uc3}, C_{is3}, C_{ic3}$	0.015	0.311	1.025	2.834	4.002	7.618
23-2	$\Delta \dot{n}, C_{rs3}, C_{rc3}, C_{us3}, C_{uc3}, C_{is3}, C_{ic3}$	0.012	0.285	1.022	2.186	3.734	7.194

表 3.4 用的仿真数据轨道倾角为 45° ，拟合时长为 30min。17-23 参数方案相比基准的 16 参数方案（参数个数相同取最优方案），拟合 URE 分别降低了 40.7%，51.1%，74.5%，74.0%和 95.2%，其中 23 参数方案表现最优，拟合 URE 仅为 0.012m。然而在 5min 预报精度方面，仅有 17 参数方案较 16 参数提升了 11.8%，23 参数方案仅提升 0.3%，而 19-2 和 20 参数方案甚至出现预报精度下降的情况。这表明虽然增加参数可以大幅提高拟合精度，但对长期预报的改善效果有限，部分方案反而会导致预报性能下降。特别是在 5min 预报时刻，23 参数方案相对于 16 参数仅提升 0.3%，相对于 17 参数方案则降低了 11.3%，这说明参数数量的增加需要综合考虑其对拟合和预报效果的影响，并非参数越多越好。



(a) 拟合时长: 20min



(b) 拟合时长: 30min

图 3.2 基于 LNAV/CNAV 电文广播星历的预报 URE

将图 3.2 中的数据进行对比, 可以发现相同参数方案下, 30min 拟合时长方案得到的拟合 URE 要大于 20min 时长的, 并且 1-5min 每个时刻的预报 URE 均大于 20min 拟合时长方案。30min 拟合时长中的 16-23 参数方案的拟合 URE, 较 20min 拟合时长方案分别提升了 89%, 83%, 67%, 102%, 87%, 86%, 80% 和 52%, 但是相应的预报 URE 仅提升 24%。31%, 48%, 16%, 18%, 33%, 11%, 35% 和 32%, 从图 3.3 和 3.4 中可以更直观看出不同方案的预报 URE 随时间变化的关系。

综上所述, 相较于基准的 20min 拟合时长方案, 30min 拟合时长会显著降低拟合精度, 但是预报精度的降低幅度较小。对于拟合时长这一影响因素, 在后文

会做详细对比试验。

3.2 基于第一类无奇点模型的广播星历设计及预报

针对当前低轨卫星普遍采用的近圆轨道的特点（偏心率趋近于 0° ），传统广播星历参数拟合方法存在奇异性问题，易导致拟合过程失效。为此，本节采用第一类无奇点轨道根数模型，通过数学重构有效避免了小偏心率工况下的数值不稳定性。

3.2.1 基于第一类无奇点根数的广播星历参数设计

第一类无奇点根数包括 $A, e_x, e_y, i, \Omega, u$ ，与开普勒轨道根数关系如下^[74]：

$$e_x = e \cos \omega \quad (3.5)$$

$$e_y = e \sin \omega \quad (3.6)$$

$$u = \omega + M \quad (3.7)$$

其中，组成二维偏心率矢量 e 的引入（ e_x 与 e_y ）有效解决了传统参数化在小偏心率轨道下的参数数值发散问题，方向指向近地点。新的组合 u 通过数学上的方法去除了在轨道小偏心率的情况下，引起的近地点幅角 w 与平近点角 M 强相关问题。

本研究采用表 3.5 所列的第一类无奇点轨道根数的基本参数集，后续将基于该参数体系，结合低轨卫星特有的轨道动力学特征，开展广播星历方案的设计工作。可以看出除了轨道根数的定义不同外，其他参数例如轨道长周期和短周期改正项基本一致。

表 3.5 第一类无奇点根数的广播星历参数集

编号	参数	意义
1	t_{oe}	星历参考时刻
2	e_x	轨道偏心率分量
3	e_y	轨道偏心率分量
4	ΔA	半长轴与参考值之差
5	u	椭圆运动方向快变量
6	i	轨道倾角
7	Ω_0	参考时刻升交点赤经

编号	参数	意义
8	Δn	平均角速度改正量
9	\dot{i}	轨道倾角变化率
10	$\dot{\Delta\Omega}$	升交点赤经变化率与参考值之差
11	C_{rc}	卫星矢量长度余弦调和改正项
12	C_{uc}	升交点角距余弦改正项
13	C_{ic}	轨道倾角余弦改正项
14	C_{rs}	卫星矢量长度正弦改正项
15	C_{us}	升交点正弦改正项
16	C_{is}	轨道倾角正弦改正项
17	\dot{A}	半长轴与参考值之差一阶变化率
18	\ddot{A}	半长轴与参考值之差一阶变化率
19	$\dot{\Delta n}$	平均角速度改正量一阶变化率
20	$\ddot{\Delta n}$	平均角速度改正量二阶变化率
21	C_{rc3}	卫星矢量长度三分之一周期余弦改正项
22	C_{uc3}	升交点角距三分之一周期余弦改正项
23	C_{ic3}	轨道倾角三分之一周期余弦改正项
24	C_{rs3}	卫星矢量长度三分之一周期正弦改正项
25	C_{us3}	升交点角距三分之一周期正弦改正项
26	C_{is3}	轨道倾角三分之一周期正弦改正项

3.2.2 不同设计方案的拟合与预报 URE

本节实验数据仿真使用 STK 软件，采用 HPOP 仿真了一组基准数据：轨道高度 1000km，偏心率 0.001，轨道倾角 30° 。第二组仿真数据：轨道高度 1000km，偏心率 0.001，轨道倾角 5° 。仿真的数据采样间隔设置为 60 秒，仿真时间从 2023 年 12 月 1 日至 12 月 2 日，时间跨度为 24 小时。

表 3.5 展示了基础 16 参数广播星历模型（参数 1-16）及其扩展方案，通过选取参数 17-26 中的不同组合构建了 10 种第一类无奇点广播星历模型，各方案的具体配置及对应的拟合与预报精度结果详见 3.6，各方案的 5min 预报 URE 对比可以在图 3.3 中得到直观表现。

表 3.6 基于第一类无奇点广播星历参数模型的设计方案和拟合预报精度 (拟合时长: 20min; 轨道倾角: 30° ; 单位: m)

参数方案	附加参数	拟合 URE	预报 URE				
			1min	2min	3min	4min	5min
16		0.128	0.943	1.816	3.026	4.619	6.651
17-1	\dot{A}	0.061	0.585	1.328	2.449	4.032	6.157
17-2	$\Delta\dot{n}$	0.059	0.565	1.280	2.364	3.898	5.962
18-1	\dot{A}, \ddot{A}	0.049	0.501	1.187	2.278	3.890	6.148
18-2	$\dot{A}, \Delta\dot{n}$	0.045	0.474	1.178	2.352	4.166	6.820
18-3	$\Delta\dot{n}, \Delta\ddot{n}$	0.046	0.485	1.153	2.218	3.800	6.030
19-1	$\dot{A}, \Delta\dot{n}, \Delta\ddot{n}$	0.025	0.355	0.995	2.130	3.952	6.692
19-2	$\dot{A}, \Delta\dot{n}, \ddot{A}$	0.026	0.362	1.012	2.161	4.005	6.777
20	$\dot{A}, \Delta\dot{n}, C_{rs3}, C_{rc3}$	0.037	0.563	1.220	1.925	2.543	3.301
23-1	$\dot{A}, C_{rs3}, C_{rc3}, C_{us3}, C_{uc3}, C_{is3}, C_{ic3}$	0.011	0.208	0.693	1.671	3.404	6.222
23-2	$\Delta\dot{n}, C_{rs3}, C_{rc3}, C_{us3}, C_{uc3}, C_{is3}, C_{ic3}$	0.011	0.205	0.683	1.648	3.357	6.142

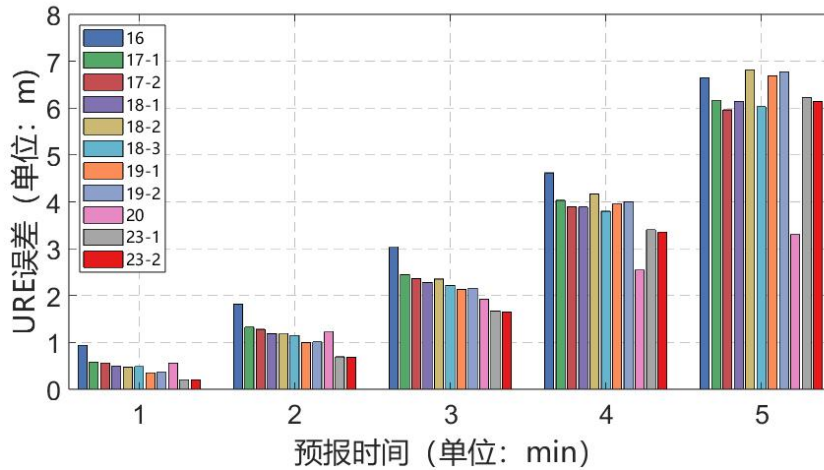


图 3.3 基于第一类无奇点方案拟合与预报误差 (轨道倾角: 30°)

表 3.6 中 11 种方案的实验结果表明, 增加参数数量可显著提高轨道拟合精度。在相同参数数量的较优方案中 (17-23 参数), 相较于基础 16 参数方案, 17、18、19、20 和 23 参数方案的拟合精度分别提升 53.9%、64.8%、80.5%、71.1% 和 91.4%。其中 20 参数方案 (71.1%) 的精度提升幅度低于 19 参数方案 (80.5%), 表明部分附加参数的优化效果存在边际递减现象。

在 5 分钟的预报时刻上, 17 到 23 参数方案相对于 16 参数方案的提升幅度分别为 7.5%、10.4%、9.3%、-0.6%、50.4% 和 7.7%。需要注意 19 参数方案, 虽然该方案在拟合精度上提升 80.5%, 但是 5min 时刻预报 URE 提升为负。更值得注意的是 20 参数方案, 虽然拟合精度提升表现一般, 但是预报精度显著高于其

它所有方案，提升幅度高达 50.4%。这表明，虽然增加参数数量对拟合精度的提升非常显著，但在预报精度上的提升相对有限。

表 3.7 基于第一类无奇点广播星历参数模型的设计方案和拟合预报精度（拟合时长：20min；轨道倾角：5°；单位：m）

参数方案	附加参数	拟合 URE	预报 URE				
			1min	2min	3min	4min	5min
16		0.112	0.933	1.879	3.246	5.119	7.584
17-1	\dot{A}	0.059	0.598	1.386	2.600	4.340	6.707
17-2	$\Delta\dot{n}$	0.058	0.582	1.347	2.529	4.224	6.532
18-1	\dot{A}, \ddot{A}	0.041	0.488	1.210	2.386	4.153	6.665
18-2	$\dot{A}, \Delta\dot{n}$	0.050	0.499	1.205	2.351	4.079	6.847
18-3	$\Delta\dot{n}, \Delta\ddot{n}$	0.039	0.469	1.164	2.300	4.012	6.449
19-1	$\dot{A}, \Delta\dot{n}, \Delta\ddot{n}$	0.025	0.351	0.979	2.083	3.839	6.756
19-2	$\dot{A}, \Delta\dot{n}, \ddot{A}$	0.026	0.358	0.999	2.124	3.913	6.871
20	$\dot{A}, \Delta\dot{n}, C_{rs3}, C_{rc3}$	0.102	0.385	0.739	1.518	2.877	5.041
23-1	$\dot{A}, C_{rs3}, C_{rc3}, C_{us3}, C_{uc3}, C_{is3}, C_{ic3}$	0.011	0.212	0.711	1.723	3.519	6.451
23-2	$\Delta\dot{n}, C_{rs3}, C_{rc3}, C_{us3}, C_{uc3}, C_{is3}, C_{ic3}$	0.011	0.209	0.702	1.702	3.480	6.383

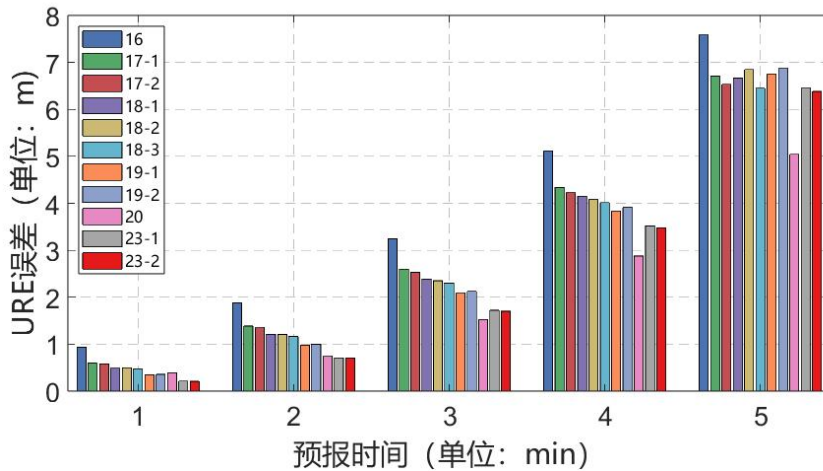
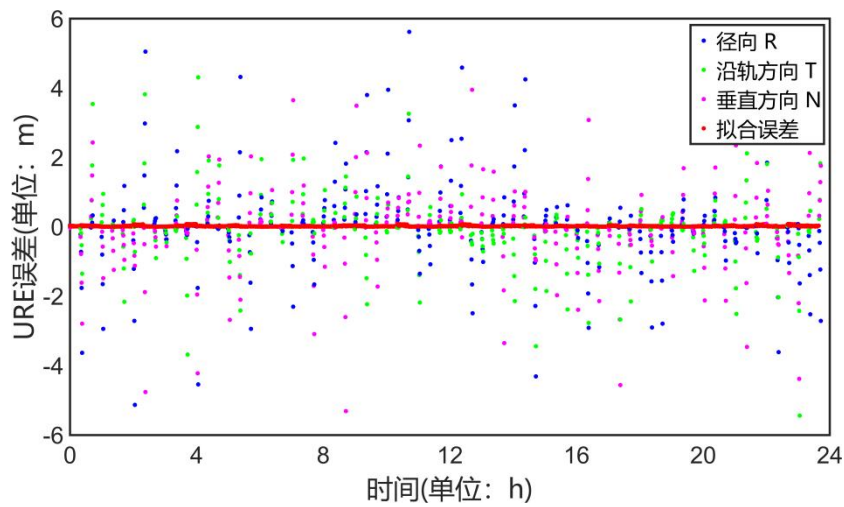


图 3.4 基于第一类无奇点方案拟合与预报误差（轨道倾角：5°）

将表 3.7 中是第一类无奇点广播星历方案在轨道倾角为 5° 时的拟合与预报结果。以 16 参数方案作为基准，可以发现 17~23 参数的方案 5min 预报精度均有提升。通过对参数方案进行对比，可以发现附加了卫星自转角速度变化率的 17-2 方案的拟合与预报 URE 在任意时刻都要低于 17-1 参数方案，同样的现象也发生在方案 18-3 和方案 18-1 之间，并且 23 参数方案也可以观察到这个现象。在表 3.6 中也可以发现，同一个参数组合，附加了卫星自转角速度变化率参数的方案，

拟合与预报精度要优于附加了卫星长半轴变化率的方案。

将图 3.4 进行分析, 会发现每种方案的预报 URE 在时间序列上的增长都保持一致。但是将表 3.6 和 3.7 的数据进行对比可以发现, 相较于轨道倾角为 30° 的实验结果, 轨道倾角为 5° 时所有的设计方案在 5min 时刻的预报 URE 均有升高, 其中第一类无奇点 16 参数方案的 5min 时刻预报 URE 有比较明显的上升, 和其它方案的预报 URE 拉开了差距, 同样的情况出现在 20 参数方案上, 轨道倾角变小使 20 参方案的预报精度显著下降。除了 20 参数方案外, 其余方案都升高 10% 左右。值得注意的是轨道倾角为 5° 时, 20 参数方案的拟合精度相较于 16 参数方案几乎没有提升, 且预报 URE 提升了 28.8% (在轨道倾角为 30° 时, 20 参数方案相较于 16 参数方案拟合精度提升了 71.7%, 预报精度提升了 50.4%), 可以发现 20 参数方案受小轨道倾角影响严重。当轨道倾角为 55° 时, 基于第一列无奇点根数方案的 5min 时刻预报 URE 如下图所示



(a) 拟合时长: 20min; 轨道倾角: 55°

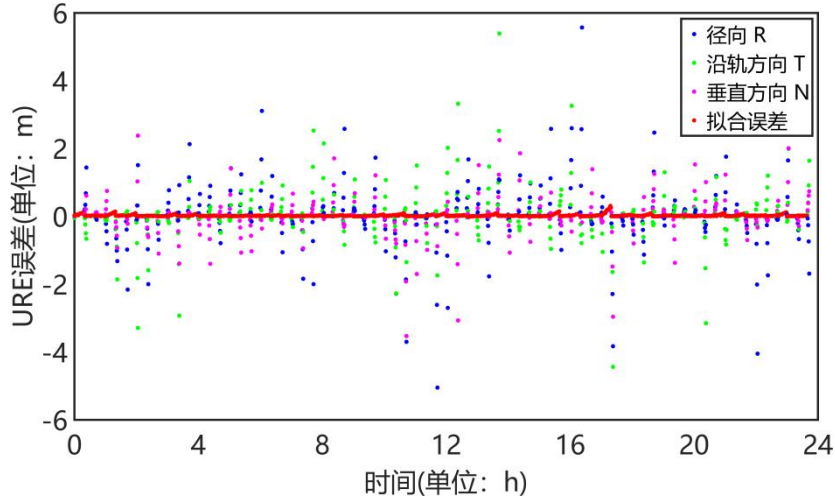
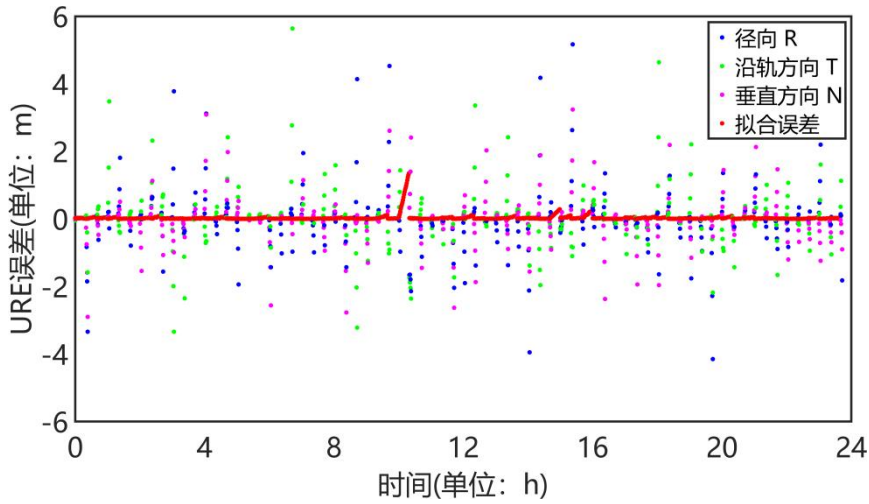
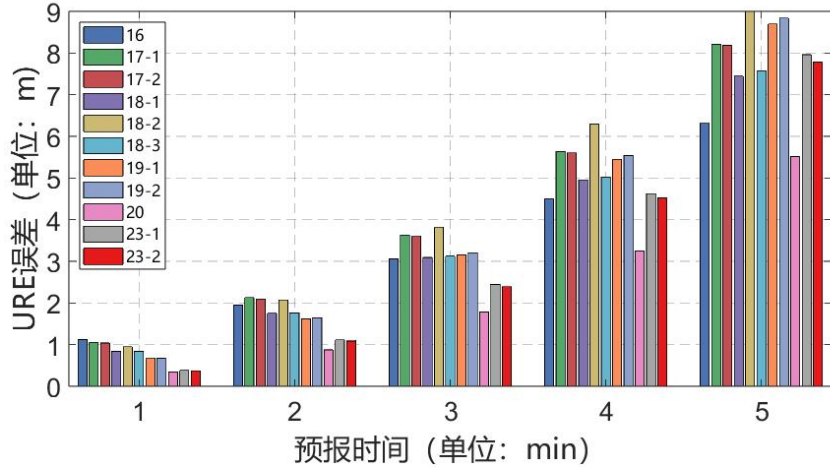
(b) 拟合时长: 20min; 轨道倾角: 30° (c) 拟合时长: 20min; 轨道倾角: 5°

图 3.5 基于第一类无奇点 20 参数方案拟合与预报误差

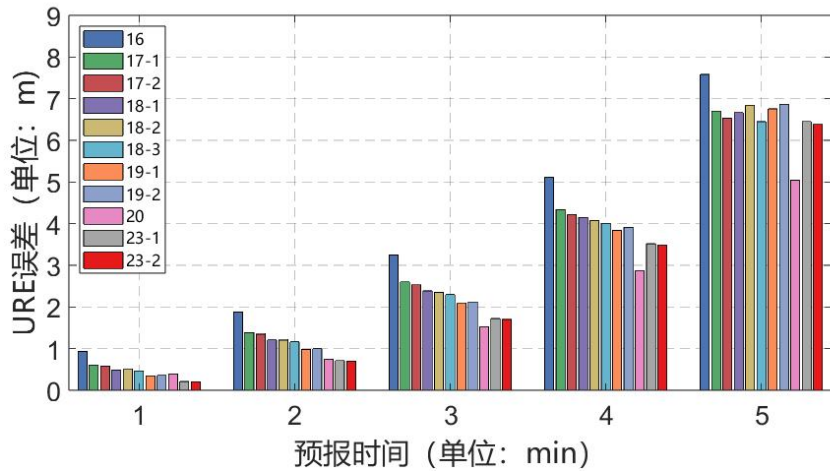
从图 3.5 的对比中可以看出, 轨道倾角为 5° 时, 20 参数方案有至少 3 个拟合弧段发散, 误差最高的一个弧段拟合 URE 接近 1.5m, 而在轨道倾角为 30° 和 55° 时, 拟合 URE 的结果几乎在一条直线上, 误差很小。观察径向 R、沿轨方向 T 和垂直方向 N 的预报误差, 可以发现在三种轨道倾角上, 三个方向间的误差分布几乎没有差别, 需要注意的是, 轨道倾角为 30° 时的预报误差要明显小于另外两种轨道高度。结合以上对比试验可以得出的结论: 小轨道倾角对第一类无奇点 20 参数方案的拟合与预报精度有严重负面影响。

本节实验的仿真数据是小偏心率轨道, 偏心率仅为 0.001, 本小节所有的设计方案均没有出现拟合失败的现象, 可以证明文献综述中引用的结论: 第一类无

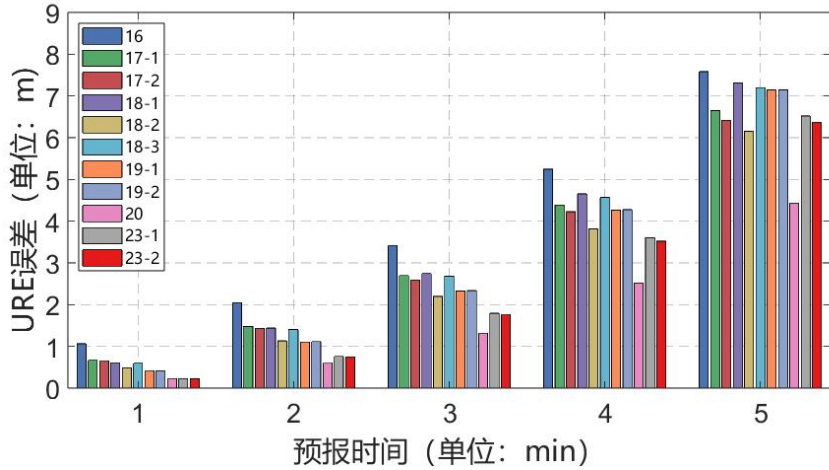
奇点轨道根数型广播星历可以避免在小偏心率情况下的奇异问题。结合本章对比试验的结果可以发现，虽然第一类无奇点轨道根数 20 参数方案具有最好的预报精度，但是受到小轨道倾角的影响会发生部分弧段拟合误差大的现象，使得此方案的可用性大大降低。



(a) 拟合时间：25min



(b) 拟合时间：20min



(c) 拟合时间: 15min

图 3.6 基于第一类无奇点设计方案的 5min 时刻预报 URE

为了分析拟合时间对轨道 5min 时刻预报 URE 的影响, 做了三组对照试验, 轨道倾角设置为 30° , 偏心率为 0.001, 拟合时间分别为 25min, 20min 和 15min。可以观察到在拟合时间为 25min 的结果 URE 最高, 其中 18-2 方案的 5min 时刻预报 URE 大于 9m, 显著高于两外两组实验数据。观察拟合时间为 15min 和 20min 的实验结果, 可以发现拟合时间为 15min 的 URE 有升高, 但是幅度不大, 总体上两组实验结果的 5min 预报 URE 在同一水平。

通过大量实验结果观察, 拟合时间长度对 5min 预报 URE 的影响较小, 15min 和 20min 拟合时长的 5min 预报 URE 大致在同一水平, 拟合轨道接近赤道时, 某些时间段的参数拟合发生奇异的次数大大增加, 同时, 这一问题还需要进一步探讨和解决。因为第一类无奇点 20 参数方案是预报精度最高的方案, 具有较高的研究价值, 因此会在后面小节中进行深入研究。

3.3 基于第二类无奇点模型的广播星历设计及预报

当前广播星历优化方法在应对小倾角轨道拟合需求时仍存在明显不足: 基于 GPS 系统广播星历的参数扩展方案与第一类无奇点根数建模均未能有效克服在小倾角时数值计算发散或拟合精度超出容许范围的技术瓶颈。当采用 GPS 广播星历模型或第一类无奇点设计的广播星历拟合轨道倾角接近 0° 的地球同步轨道的卫星时, 同样会面临拟合发散或误差显著的问题。这种问题的普遍性表明, 小

轨道倾角奇异问题是一个广泛存在的技术难点，需要更加深入的研究和解决方案。

针对地球同步轨道卫星的广播星历建模需求，研究人员基于第二类无奇点轨道根数模型提出了广播星历设计方案。该方案通过数学重构同时解决了小倾角轨道和小偏心率情况下的奇异性问题，相比传统方法在拟合精度和数值稳定性方面展现出显著优势。其理论突破在于从参数定义层面根本消除了导致奇异问题的几何约束条件。针对 GPS 广播星历与第一类无奇点轨道根数在低轨应用中的固有局限，本研究创新性地采用第二类无奇点根数理论框架，构建了系列低轨卫星专用广播星历模型。通过系统性拟合实验与精度指标统计分析，验证了所提方案在提升轨道拟合精度方面的有效性。实验结果表明，第二类无奇点根数在低轨星历参数化方面具有显著的理论优势和实践价值。

3.3.1 基于第二类无奇点根数的广播星历参数设计

根据已有研究，第二类无奇点根数的参数为 $(A, e_x, e_y, i_x, i_y, M^*)$ ，与传统的 16 参数广播星历模型的关系推导如下^[42, 55, 73]：

$$e_x = e \cos \tilde{\omega} \quad (3.8)$$

$$e_y = e \sin \tilde{\omega} \quad (3.9)$$

$$i_x = \sin i \cos \Omega \quad (3.10)$$

$$i_y = \sin i \sin \Omega \quad (3.11)$$

$$M^* = \Omega + \omega + M \quad (3.12)$$

$$\tilde{\omega} = \Omega + \omega \quad (3.13)$$

在公式 3.8 至 3.13 中，组成二维偏心率矢量 e 的引入（ e_x 与 e_y ）有效解决了传统参数化在小偏心率轨道下的参数数值发散问题，方向指向近地点。组成二维轨道倾角矢量 i 的引入（ i_x 与 i_y ）解决了轨道倾角接近 0 时的奇异问题， M^* 是从春分点开始计算的平经度。

计算真经度：

$$f^* = \Omega + \omega + f \quad (3.14)$$

$$E^* = \Omega + \omega + E \quad (3.15)$$

在公式 3.14 和 3.15 中, f 是真近点角, E 是偏近点角。

在第二类无奇点广播星历参数模型中, e_x 与 e_y 组成一个指向近地点的二位偏心率矢量, i_x 与 i_y 组成轨道倾角矢量。表 3.8 列出的第二类无奇点轨道根数参数集将作为基础框架, 后续研究将据此开展针对低轨卫星轨道动力学特性的星历方案设计。可以看出除了轨道根数的定义不同外, 其他参数例如轨道长周期和短周期改正项基本一致。

表 3.8 第二类无奇点根数的广播星历参数集

编号	参数	意义
1	t_{oe}	星历参考时刻
2	ΔA	半长轴与参考值之差
3	e_x	轨道偏心率分量
4	e_y	轨道偏心率分量
5	i_{x0}	轨道倾角分量
6	i_{y0}	轨道倾角分量
7	M_0^*	平经度
8	Δn	平均角速度改正量
9	\dot{i}_x	轨道倾角二维向量变化率
10	\dot{i}_y	轨道倾角二维向量变化率
11	C_{rc}	卫星矢量长度余弦改正项
12	$C_{\lambda c}$	真经度余弦改正项
13	C_{Nc}	法向距离余弦改正项
14	C_{rs}	卫星矢量长度正弦改正项
15	$C_{\lambda s}$	真经度正弦改正项
16	C_{Ns}	法向距离正弦改正项
17	\dot{A}	半长轴与参考值之差一阶变化率
18	\ddot{A}	半长轴与参考值之差二阶变化率
19	$\dot{\Delta n}$	平均角速度改正量一阶变化率
20	$\ddot{\Delta n}$	平均角速度改正量二阶变化率
21	C_{rc3}	卫星矢量长度三分之一周期余弦改正项
22	$C_{\lambda c3}$	真经度三分之一周期余弦改正项
23	C_{Nc3}	法向距离三分之一周期余弦改正项
24	C_{rs3}	卫星矢量长度三分之一周期正弦改正项
25	$C_{\lambda s3}$	真经度三分之一周期正弦改正项
26	C_{Ns3}	法向距离三分之一周期正弦改正项

3.3.2 不同设计方案的拟合与预报 URE

本节使用了 STK 软件，采用 HPOP 模型仿真了轨道高度 1000km，偏心率 0.001，轨道倾角分别为 5° ， 30° 和 85° 的三组卫星轨道。仿真的数据采样间隔设置为 60 秒，时间跨度为 24h。

表 3.8 展示了基于 16 个基础参数（编号 1-16）构建的标准广播星历模型，并通过选择性组合参数 17-26 衍生出 13 种第二类无奇点改进模型，其性能对比结果可直观体现在图 3.7。

表 3.9 基于第二类无奇点广播星历参数的设计方案和拟合预报精度（轨道倾角： 30° ；单位：m）

参数方案	附加参数	拟合 URE	预报 URE				
			1min	2min	3min	4min	5min
16		0.129	0.958	1.860	3.126	4.820	7.012
17-1	\dot{A}	0.061	0.587	1.333	2.461	4.058	6.208
17-2	$\Delta\dot{n}$	0.059	0.566	1.286	2.377	3.925	6.015
18-1	\dot{A}, \ddot{A}	0.049	0.502	1.192	2.290	3.914	6.198
18-2	$\Delta\dot{n}, \Delta\ddot{n}$	0.046	0.485	1.157	2.231	3.827	6.082
18-3	$C_{\lambda c3}, C_{\lambda s3}$	0.046	0.457	1.065	2.010	3.371	5.231
18-4	$\dot{A}, \Delta\dot{n}$	0.045	0.479	1.187	2.369	4.199	6.878
19-1	$\Delta\dot{n}, C_{\lambda c3}, C_{\lambda s3}$	0.026	0.283	0.726	1.490	2.707	4.534
19-2	$\dot{A}, \ddot{A}, \Delta\dot{n}$	0.026	0.363	1.018	2.176	4.035	6.829
19-3	$\dot{A}, \Delta\dot{n}, \Delta\ddot{n}$	0.026	0.359	1.005	2.147	3.984	6.746
19-4	$\dot{A}, C_{rc3}, C_{rs3}$	0.020	0.273	0.763	1.630	3.019	5.105
19-5	$\Delta\dot{n}, C_{rc3}, C_{rs3}$	0.020	0.271	0.758	1.618	2.998	5.067
20-1	$\dot{A}, \ddot{A}, C_{rc3}, C_{rs3}$	0.018	0.264	0.779	1.738	3.344	5.849
20-2	$\Delta\dot{n}, \Delta\ddot{n}, C_{rc3}, C_{rs3}$	0.019	0.264	0.774	1.724	3.314	5.789

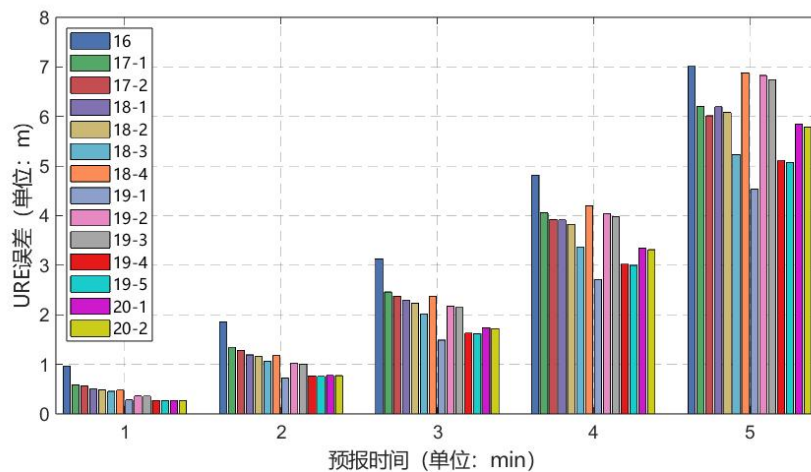


图 3.7 第二类无奇点轨道根数方案的 5min 预报 URE（轨道倾角： 30° ）

从表中 14 个方案的拟合结果可以看出，随着参数数量的增加，轨道拟合精度显著提升。16 参数方案的拟合 URE 为 0.129m，作为基准值。17-1 参数方案通过引入附加参数，拟合 URE 降低至 0.061m，精度提升约 52.7%。18 参数方案中，18-3 子方案表现最优，拟合 URE 为 0.046m，精度提升约 64.3%。19 参数方案的效果最为突出，最优子方案 19-1 和 19-4 的拟合 URE 仅为 0.026m 和 0.020m，较基准方案分别提升 79.8%和 84.5%。20 参数方案呈现分化：最优子方案 20-1 的拟合 URE 为 0.018m，精度提升 86.0%，而 20-2 的精度提升为 77.5%，低于部分 19 参数方案。

在预报精度方面，短期预报（1-2 分钟）中，附加参数的方案均优于基准方案。例如，19-1 子方案的 1 分钟预报 URE 为 0.283m，较 16 参数方案提升了 70.5%，体现了短期预测优势。随着预报时间延长，模型性能差异逐渐显著。在 5 min 时刻，17-2 方案的预报 URE 为 6.015m，较基准提升 14.2%，显示出长期预报能力有限；18-3 子方案提升 25.3%，表现优于同类方案。19 参数方案中，19-1 的 5 分钟预报 URE 为 4.534m，精度提升 35.3%，显著优于其他方案。20-1 子方案虽较基准提升 16.4%，但仍弱于 19 参数最优方案，表明参数数量与预报精度没有必然相关性，结合具体的无奇点模型选择参数更为关键。

表 3.10 基于第二类无奇点广播星历参数模型的设计方案和拟合预报精度（轨道倾角： 5° ；单位：m）

参数方案	附加参数	拟合 URE	预报 URE				
			1min	2min	3min	4min	5min
16		0.112	0.944	1.914	3.324	5.274	7.866
17-1	\dot{A}	0.059	0.601	1.398	2.632	4.412	6.847
17-2	$\Delta\dot{n}$	0.058	0.585	1.360	2.562	4.297	6.676
18-1	\dot{A}, \ddot{A}	0.041	0.492	1.223	2.422	4.230	6.809
18-2	$\Delta\dot{n}, \Delta\ddot{n}$	0.039	0.473	1.178	2.338	4.091	6.598
18-3	$C_{\lambda c3}, C_{\lambda s3}$	0.039	0.454	1.112	2.169	3.732	5.911
18-4	$\dot{A}, \Delta\dot{n}$	0.044	0.501	1.217	2.385	4.153	6.890
19-1	$\Delta\dot{n}, C_{\lambda c3}, C_{\lambda s3}$	0.025	0.288	0.757	1.572	2.876	4.833
19-2	$\dot{A}, \ddot{A}, \Delta\dot{n}$	0.026	0.364	1.017	2.165	3.995	6.918
19-3	$\dot{A}, \Delta\dot{n}, \Delta\ddot{n}$	0.025	0.357	0.997	2.126	3.925	6.706
19-4	$\dot{A}, C_{rc3}, C_{rs3}$	0.019	0.274	0.774	1.659	3.083	5.223
19-5	$\Delta\dot{n}, C_{rc3}, C_{rs3}$	0.019	0.273	0.769	1.651	3.068	5.195
20-1	$\dot{A}, \ddot{A}, C_{rc3}, C_{rs3}$	0.017	0.272	0.820	1.852	3.597	6.334
20-2	$\Delta\dot{n}, \Delta\ddot{n}, C_{rc3}, C_{rs3}$	0.017	0.270	0.813	1.837	3.563	6.264

以表 3.9 的数据作为基准，将表 3.10 的数据进行对比可以发现，在轨道倾角从 30° 减为 5° 时，第二类无奇点广播星历的所有设计方案均没有拟合失败或拟合结果发散的现象，可以证明第二类无奇点的广播星历模型具有在小偏心率和小倾角情况下的无奇异性。通过对数据仔细对比，可以发现轨道倾角降低后，所有方案的拟合 URE 均出现了不同程度的降低，在 20% 以内，但是预报 URE 却出现了 10% 左右的上升，说明拟合 URE 与预报 URE 之间没有必然的相关性。

表 3.11 基于第二类无奇点广播星历参数模型的设计方案和拟合预报精度（轨道倾角： 80° ；单位：m）

参数方案	附加参数	拟合 URE	预报 URE				
			1min	2min	3min	4min	5min
16		0.126	1.028	2.159	3.877	6.341	9.733
17-1	\dot{A}	0.061	0.565	1.287	2.392	3.976	6.238
17-2	$\Delta\dot{n}$	0.059	0.549	1.252	2.332	3.884	6.106
18-1	\dot{A}, \ddot{A}	0.048	0.487	1.170	2.271	3.915	6.246
18-2	$\Delta\dot{n}, \Delta\ddot{n}$	0.046	0.476	1.149	2.233	3.859	6.171
18-3	$C_{\lambda c3}, C_{\lambda s3}$	0.045	0.450	1.065	2.037	3.461	5.434
18-4	$\dot{A}, \Delta\dot{n}$	0.047	0.476	1.185	2.367	4.186	6.936
19-1	$\Delta\dot{n}, C_{\lambda c3}, C_{\lambda s3}$	0.028	0.317	0.817	1.670	3.012	4.999
19-2	$\dot{A}, \ddot{A}, \Delta\dot{n}$	0.028	0.380	1.058	2.243	4.128	6.934
19-3	$\dot{A}, \Delta\dot{n}, \Delta\ddot{n}$	0.028	0.376	1.045	2.218	4.083	6.863
19-4	$\dot{A}, C_{rc3}, C_{rs3}$	0.022	0.301	0.836	1.773	3.263	5.479
19-5	$\Delta\dot{n}, C_{rc3}, C_{rs3}$	0.022	0.299	0.831	1.762	3.241	5.441
20-1	$\dot{A}, \ddot{A}, C_{rc3}, C_{rs3}$	0.019	0.295	0.884	1.982	3.826	6.698
20-2	$\Delta\dot{n}, \Delta\ddot{n}, C_{rc3}, C_{rs3}$	0.020	0.293	0.875	1.965	3.789	6.625

表 3.12 基于第二类无奇点广播星历参数模型的设计方案和拟合预报精度（轨道倾角： 85° ；单位：m）

参数方案	附加参数	拟合 URE	预报 URE				
			1min	2min	3min	4min	5min
16				拟合失败			
17-1	\dot{A}			拟合失败			
17-2	$\Delta\dot{n}$			拟合失败			
18-1	\dot{A}, \ddot{A}			拟合失败			
18-2	$\Delta\dot{n}, \Delta\ddot{n}$			拟合失败			
18-3	$C_{\lambda c3}, C_{\lambda s3}$			拟合失败			
18-4	$\dot{A}, \Delta\dot{n}$			拟合失败			
19-1	$\Delta\dot{n}, C_{\lambda c3}, C_{\lambda s3}$			拟合失败			
19-2	$\dot{A}, \ddot{A}, \Delta\dot{n}$			拟合失败			
19-3	$\dot{A}, \Delta\dot{n}, \Delta\ddot{n}$			拟合失败			
19-4	$\dot{A}, C_{rc3}, C_{rs3}$			拟合失败			

参数方案	附加参数	拟合 URE	预报 URE				
			1min	2min	3min	4min	5min
19-5	$\Delta\dot{n}, C_{rc3}, C_{rs3}$			拟合失败			
20-1	$\dot{A}, \ddot{A}, C_{rc3}, C_{rs3}$			拟合失败			
20-2	$\Delta\dot{n}, \Delta\ddot{n}, C_{rc3}, C_{rs3}$			拟合失败			

以表 3.9 的数据作为基准，将表 3.11 和 3.12 的数据进行对比可以发现，在轨道倾角从 30° 上升到 80° 时，16-18 参数方案的拟合 URE 几乎没有变化，19-20 参数方案的拟合 URE 出现了 5%至 10%的上升，所有方案的 5min 时刻预报 URE 均出现了上升，其中 16 参数方案上升了 38.8%，20 参数方案上升了 15%左右。当轨道倾角从 80° 上升到 85° 时，第二类无奇点根数模型的所有星历设计方案均出现了拟合失败，这种现象可以归因于轨道倾角过大，说明第二类无奇点方案不适合近极轨道。

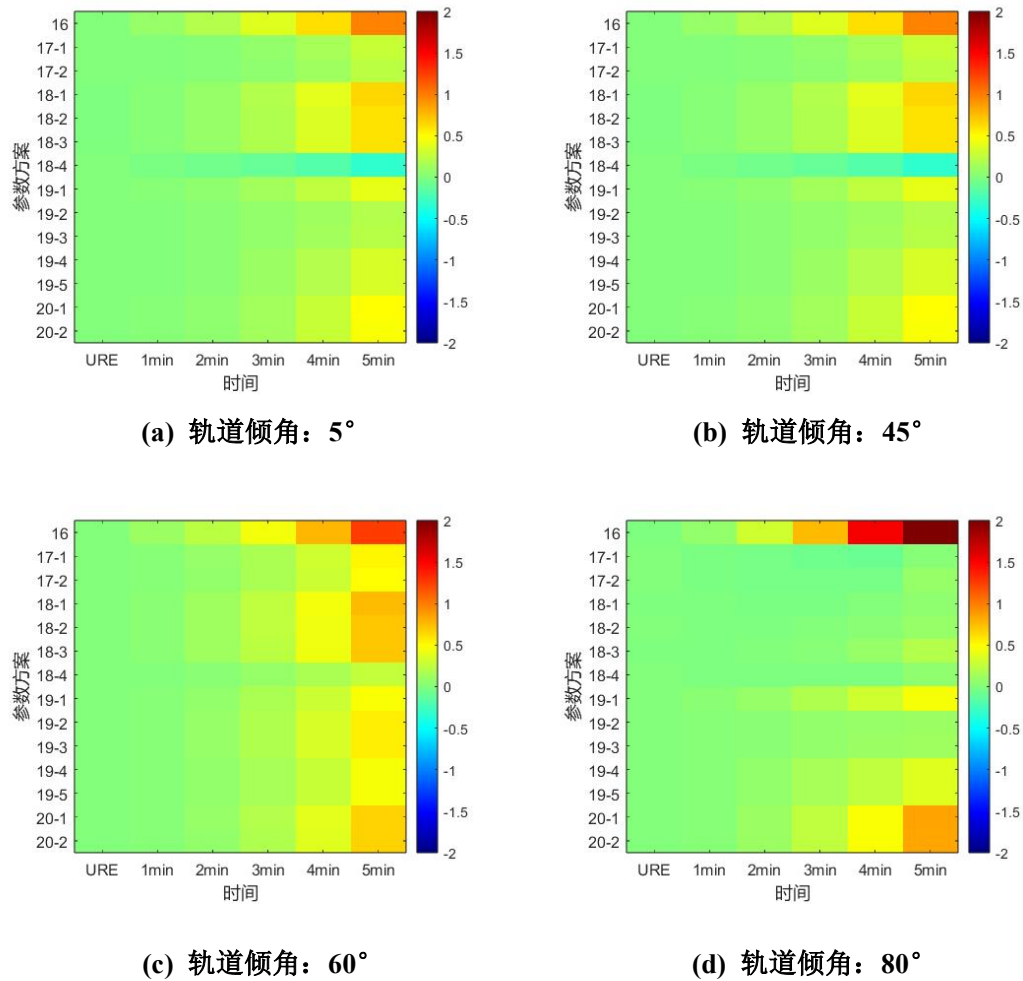


图 3.8 第二类无奇点轨道 5min 拟合与预报 URE

图 3.8 是以第二类无奇点方案在轨道倾角为 30° 时的拟合与预报 URE 为基

准。从图中可以更直观地观察到，轨道倾角为 5° 时，5min 时刻预报 URE 与基准方案相比变化不大，但是上升到 80° 时，16 参数方案的预报 URE 上升显著，增长幅度显著大于其他所有方案。当轨道倾角增加到 85° 时，所有的第二类无奇点设计方案均拟合失败。值得注意的是，所有参数方案的拟合 URE 在轨道倾角从 5° 增加到 80° 几乎没有变化，即使增加到 85° ，拟合 URE 也仅有 10% 左右的上升。

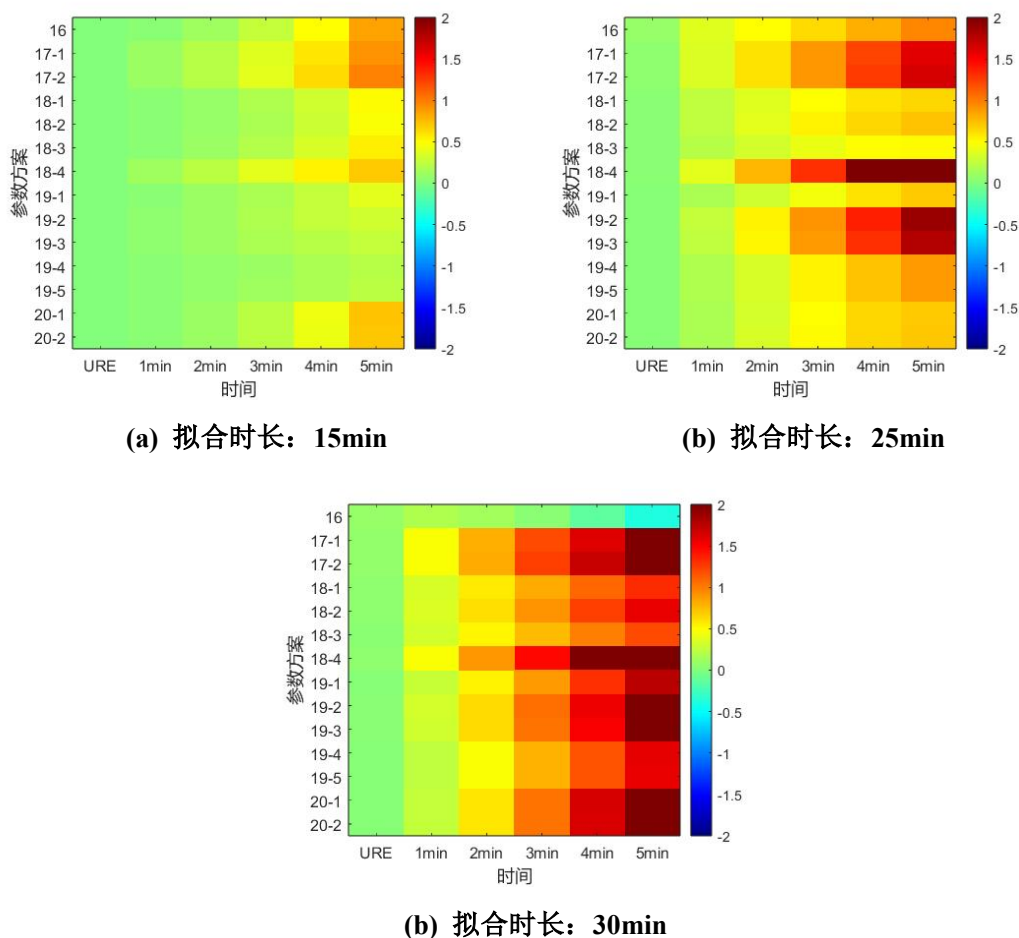


图 3.9 第二类无奇点轨道 5min 拟合与预报 URE

图 3.9 是以第二类无奇点方案以拟合时间为 20min，在轨道倾角为 30° 方案的拟合与预报 URE 为基准。从图中可以看出，三种方案的拟合 URE 的差值不大，但是预报 URE 差距明显。拟合时长为 15min 时，16，17 和 20 参数方案的 5min 时刻预报 URE 有 1m 左右的增长，但是 18~19 参数方案的预报 URE 增长较少，表明拟合时长对第二类无奇点方案的影响与具体参数有关。拟合时长为 25min 时，各个参数方案分化明显，其中 18-4 参数方案的 5min 时刻预报 URE 增长 2m

以上, 17 参数方案和 19 参数方案的预报 URE 都增长明显, 这些方案都有共同特点: 只添加了轨道长半轴变化率和卫星运动角速度变化率的参数。拟合时长为 30min 时, 16 参数方案的 5min 时刻预报 URE 下降了 0.5m, 其余各方案的预报 URE 均显著提升。值得一提的是当拟合时长为 10min 时, 大部分方案的星历参数拟合失败。

综上所述, 采用第二类无奇点设计的广播星历能够同时解决由卫星轨道的小偏心率和小倾角而引发的奇异现象。在卫星星座设计中, 为增强对特定区域的覆盖性能, 部分卫星需采用大倾角轨道(即近极轨道)部署方案。基于第二类无奇点轨道根数构建的广播星历模型, 在应用于大倾角轨道(倾角 $>80^\circ$)的精密拟合时, 仍会发生奇异。通过大量的实验数据观察, 当使用基于第二类无奇点的广播星历来拟合轨道倾角接近 90° 的轨道时, 出现拟合过程发散或拟合误差显著增大的次数将会大大增加, 显著影响该方案的可用性。

3.4 基于改进的第二类无奇点模型的广播星历设计及预报

如前文所述, GPS 广播星历在应用中面临小偏心率和轨道倾角引起的奇异问题, 这些问题在实际操作中可能导致轨道计算的精度下降甚至失效。尽管第一类无奇点轨道根数能够有效解决小偏心率引起的奇异问题, 但其在小轨道倾角情况下的表现仍然存在明显不足, 无法完全满足高精度轨道计算的需求。而第二类无奇点轨道根数虽然在小偏心率和轨道倾角两方面均表现出较好的适应性, 能够同时避免这两类奇异问题, 但在处理近极轨道数据时, 仍然存在一定的局限性, 尤其是在拟合过程中可能产生误差累积或计算不稳定的现象。

本章提出一种基于第二类无奇点轨道根数的改进模型。针对低轨卫星特有的轨道动力学特性及其对星历精度与稳定性的严苛要求, 该模型通过参数重构有效解决了传统广播星历在低轨应用场景中的适应性不足问题。因此, 通过改进第二类无奇点轨道根数, 探索一种能够兼顾小偏心率、小轨道倾角以及极轨道特性的广播星历设计方案, 是当前研究的一个重要方向。

然而, 目前针对改进的第二类无奇点轨道根数的广播星历设计方案的研究相对较少, 尤其是在低轨卫星领域的应用尚未得到充分探讨。现有研究大多集中于

传统轨道根数的优化,而对改进后的第二类无奇点轨道根数在广播星历设计中的潜力关注不足。因此,本章系统探讨基于改进第二类无奇点轨道根数的广播星历设计方案,分析其性能表现,为低轨卫星的高精度轨道计算提供理论支持和技术参考。

3.4.1 基于改进的第二类无奇点根数的广播星历参数设计

根据已有研究,改进的第二类无奇点根数的参数为 $(A, e_x, e_y, i_x, i_y, M^*)$,与传统的 16 参数广播星历模型的关系推导如下^[59]:

$$e_x = e \cos \tilde{\omega} \quad (3.16)$$

$$e_y = e \sin \tilde{\omega} \quad (3.17)$$

$$i_x = \sin \frac{1}{2} \cos \Omega \quad (3.18)$$

$$i_y = \sin \frac{1}{2} \sin \Omega \quad (3.19)$$

$$M^* = \Omega + \omega + M \quad (3.20)$$

$$\tilde{\omega} = \Omega + \omega \quad (3.21)$$

在公式 3.16 至 3.21 中, e_x 和 e_y 是轨道偏心率的二维分量, i_x 和 i_y 是轨道倾角的二维分量, M^* 是从春分点开始计算的平经度。与 3.3 节中的星历参数设计方案相比,改进的第二类无奇点根数只对轨道倾角进行了数学处理,避免了轨道倾角接近时的参数拟合发散现象,其他参数不做改变。

3.4.2 不同设计方案的拟合与预报 URE

本文提出的基于第二类无奇点改进轨道根数的方案所用的仿真数据与 3.1.3 节中的数据一致,使用了 STK 软件,采用 HPOP 模型仿真了轨道高度 1000km, 偏心率 0.001 和轨道倾角分别为 5° , 30° 和 85° 的卫星轨道。仿真的数据采样间隔设置为 60 秒,时间跨度为 24 h。

表 3.13 展示了基于 16 个核心参数(编号 1-16)构建的标准广播星历模型,通过系统性实验筛选出最优参数组合,最终衍生出 17 种采用第二类无奇点改进

根数的增强型星历模型，其性能提升效果可通过图 3.10 进行直观比较。

表 3.13 基于改进的第二类无奇点广播星历参数模型的设计方案和拟合预报精度（轨道倾角：30° 单位：m）

参数方案	附加参数	拟合 URE	预报 URE				
			1min	2min	3min	4min	5min
16		0.148	1.220	2.381	4.002	6.153	8.909
17-1	\dot{A}	0.061	0.592	1.347	2.494	4.122	6.322
17-2	$\Delta\dot{n}$	0.058	0.560	1.271	2.349	3.880	5.950
18-1	C_{rc3}, C_{rs3}	0.041	0.432	1.037	2.044	3.602	5.889
18-2	$\dot{A}, \Delta\dot{n}$	0.043	0.440	1.078	2.123	3.717	6.023
18-3	\dot{A}, \ddot{A}	0.050	0.504	1.198	2.312	3.972	6.327
18-4	$\Delta\dot{n}, \Delta\ddot{n}$	0.046	0.483	1.153	2.221	3.810	6.051
19-1	$\Delta\dot{n}, C_{rc3}, C_{rs3}$	0.019	0.278	0.816	1.815	3.488	6.096
19-2	$\dot{A}, C_{rc3}, C_{rs3}$	0.019	0.276	0.803	1.776	3.396	5.907
19-3	$\dot{A}, \ddot{A}, \Delta\dot{n}$	0.025	0.347	0.969	2.065	3.821	6.450
19-4	$\dot{A}, \Delta\dot{n}, \Delta\ddot{n}$	0.024	0.330	0.923	1.966	3.639	6.146
20-1	$C_{rc3}, C_{rs3}, C_{\lambda c3}, C_{\lambda s3}$	0.020	0.275	0.799	1.768	3.383	5.884
20-2	$\Delta\dot{n}, \Delta\ddot{n}, C_{rc3}, C_{rs3}$	0.020	0.273	0.792	1.758	3.377	5.901
20-3	$\dot{A}, \ddot{A}, C_{rc3}, C_{rs3}$	0.018	0.267	0.787	1.755	3.375	5.895
21-1	$\dot{A}, C_{rc3}, C_{rs3}, C_{\lambda c3}, C_{\lambda s3}$	0.013	0.216	0.700	1.658	3.329	6.018
21-2	$\Delta\dot{n}, C_{rc3}, C_{rs3}, C_{\lambda c3}, C_{\lambda s3}$	0.013	0.211	0.685	1.621	3.252	5.876
22	$\Delta\dot{n}, \Delta\ddot{n}, C_{rc3}, C_{rs3}, C_{\lambda c3}, C_{\lambda s3}$	0.012	0.196	0.661	1.646	3.488	6.654

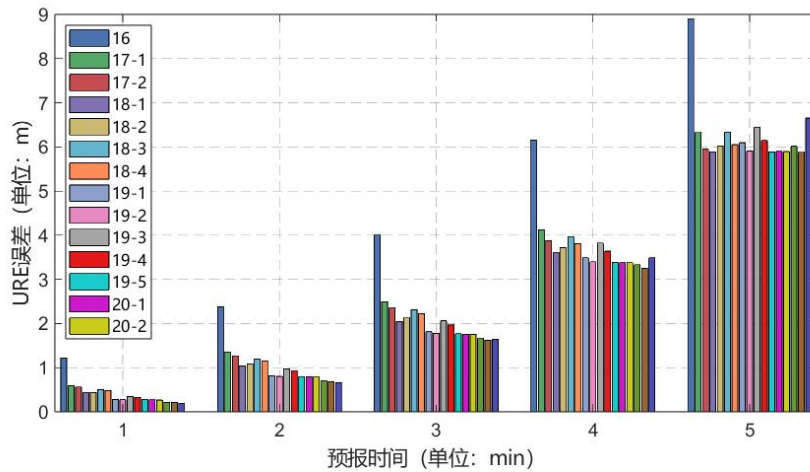


图 3.10 改进的第二类无奇点方案的 5min 预报 URE（轨道倾角：30°）

从表中 17 个方案的拟合结果可以看出，轨道拟合精度随着参数数量的增加会显著提升。基础 16 参数方案的拟合 URE 为 0.148m，作为基准值。17 参数方案通过引入附加参数，其中 17-1 子方案的拟合 URE 降至 0.061m（较基准方案提升 58.8%），17-2 子方案降低到 0.058m（较基准方案提升 60.8%），表明少量参

数扩展即可显著提升拟合精度。18 参数子方案中，18-1 和 18-2 表现突出，较基准分别提升 72.3%和 70.9%，说明参数选择对拟合精度有显著影响。19 参数方案的优化效果更为显著，最优子方案 19-1 和 19-2 的拟合 URE 仅 0.019m（较基准方案提升 87.2%）。20 参数方案中，20-3 子方案表现优异，拟合 URE 为 0.018m（较基准提升 87.8%），表明进一步增加参数数量可以继续提升精度。

不同参数方案的表现呈现出显著的随时间变化的特征。短期预报（1-2 分钟）中，所有附加参数方案均优于基准方案。例如，21-2 子方案在 1 分钟预报 URE 仅 0.211m（较 16 参数方案的 1.220m 提升 82.7%），体现了模型的短期预测稳定性。随着预报时间延长至 5 分钟，精度差异逐渐显现：17-2 子方案的预报 URE 为 5.950m（较基准 8.909m 提升 33.2%），而 19-2 子方案表现更优，5 分钟 URE 为 5.907m（较基准提升 33.7%），验证了高参数模型在长期预报中的优势。值得注意的是，最优长期预报性能由 22 方案实现，其 5 分钟 URE 为 6.654m（较基准提升 25.3%），表明参数数量与模型复杂度需平衡以避免过拟合。

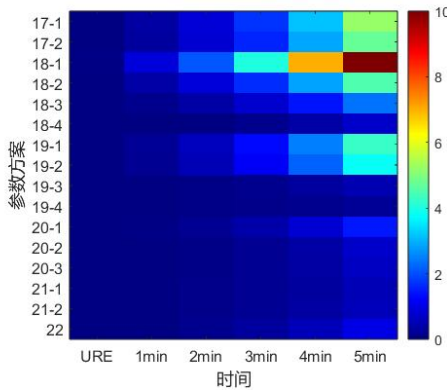
表 3.14 基于改进的第二类无奇点广播星历参数模型的设计方案和拟合预报精度
（轨道倾角：85°；单位：m）

参数方案	附加参数	拟合 URE	预报 URE				
			1min	2min	3min	4min	5min
16		1.412	12.196	23.649	39.627	60.934	88.383
17-1	\dot{A}	0.163	1.943	4.666	9.056	15.647	25.043
17-2	$\Delta\dot{n}$	0.151	1.793	4.293	8.323	14.365	22.970
18-1	C_{rc3}, C_{rs3}	0.288	3.253	7.669	14.899	26.011	42.317
18-2	$\dot{A}, \Delta\dot{n}$	0.148	1.682	4.089	8.003	13.911	22.374
18-3	\dot{A}, \ddot{A}	0.085	1.000	2.428	4.767	8.334	13.504
18-4	$\Delta\dot{n}, \Delta\ddot{n}$	0.046	0.491	1.226	2.459	4.382	7.224
19-1	$\Delta\dot{n}, C_{rc3}, C_{rs3}$	0.065	1.066	3.048	6.672	12.676	21.963
19-2	$\dot{A}, C_{rc3}, C_{rs3}$	0.064	0.995	2.831	6.183	11.717	20.248
19-3	$\dot{A}, \ddot{A}, \Delta\dot{n}$	0.030	0.429	1.212	2.621	4.919	8.435
19-4	$\dot{A}, \Delta\dot{n}, \Delta\ddot{n}$	0.028	0.396	1.110	2.379	4.423	7.516
20-1	$C_{rc3}, C_{rs3}, C_{\lambda c3}, C_{\lambda s3}$	0.035	0.563	1.663	3.720	7.179	12.594
20-2	$\Delta\dot{n}, \Delta\ddot{n}, C_{rc3}, C_{rs3}$	0.023	0.343	1.022	2.293	4.432	7.780
20-3	$\dot{A}, \ddot{A}, C_{rc3}, C_{rs3}$	0.022	0.332	0.994	2.238	4.338	7.635
21-1	$\dot{A}, C_{rc3}, C_{rs3}, C_{\lambda c3}, C_{\lambda s3}$	0.015	0.265	0.861	2.042	4.109	7.437
21-2	$\Delta\dot{n}, C_{rc3}, C_{rs3}, C_{\lambda c3}, C_{\lambda s3}$	0.015	0.262	0.848	2.010	4.043	7.314
22	$\Delta\dot{n}, \Delta\ddot{n}, C_{rc3}, C_{rs3}, C_{\lambda c3}, C_{\lambda s3}$	0.014	0.228	0.794	2.004	4.280	8.202

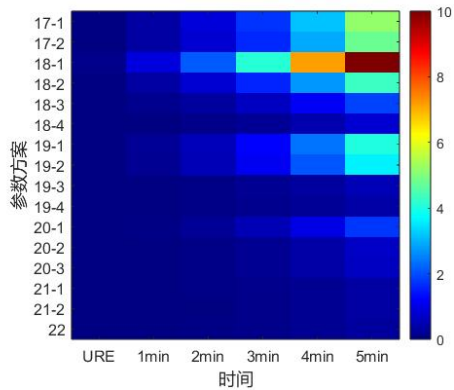
表 3.15 基于改进的第二类无奇点的广播星历参数模型的设计方案和拟合预报精度
(轨道倾角: 5° ; 单位: m)

参数方案	附加参数	拟合 URE	预报 URE				
			1min	2min	3min	4min	5min
16		1.267	4.887	9.491	15.923	24.508	35.576
17-1	\dot{A}	0.082	0.926	2.204	4.242	7.267	11.536
17-2	$\Delta\dot{n}$	0.077	0.866	2.055	3.948	6.752	10.701
18-1	C_{rc3}, C_{rs3}	0.118	1.325	3.123	6.075	10.618	17.292
18-2	$\dot{A}, \Delta\dot{n}$	0.070	0.803	1.942	3.789	6.566	10.533
18-3	\dot{A}, \ddot{A}	0.051	0.631	1.557	3.077	5.382	8.697
18-4	$\Delta\dot{n}, \Delta\ddot{n}$	0.039	0.476	1.192	2.374	4.170	6.755
19-1	$\Delta\dot{n}, C_{rc3}, C_{rs3}$	0.030	0.487	1.410	3.114	5.956	10.375
19-2	$\dot{A}, C_{rc3}, C_{rs3}$	0.029	0.461	1.331	2.932	5.591	9.714
19-3	$\dot{A}, \ddot{A}, \Delta\dot{n}$	0.026	0.371	1.040	2.220	4.107	6.930
19-4	$\dot{A}, \Delta\dot{n}, \Delta\ddot{n}$	0.025	0.345	0.964	2.051	3.784	6.369
20-1	$C_{rc3}, C_{rs3}, C_{\lambda c3}, C_{\lambda s3}$	0.021	0.323	0.967	2.171	4.195	7.361
20-2	$\Delta\dot{n}, \Delta\ddot{n}, C_{rc3}, C_{rs3}$	0.019	0.286	0.856	1.932	3.751	6.605
20-3	$\dot{A}, \ddot{A}, C_{rc3}, C_{rs3}$	0.017	0.281	0.848	1.917	3.722	6.553
21-1	$\dot{A}, C_{rc3}, C_{rs3}, C_{\lambda c3}, C_{\lambda s3}$	0.014	0.246	0.783	1.829	3.641	6.535
21-2	$\Delta\dot{n}, C_{rc3}, C_{rs3}, C_{\lambda c3}, C_{\lambda s3}$	0.014	0.243	0.772	1.807	3.597	6.459
22	$\Delta\dot{n}, \Delta\ddot{n}, C_{rc3}, C_{rs3}, C_{\lambda c3}, C_{\lambda s3}$	0.013	0.233	0.779	1.923	4.043	7.662

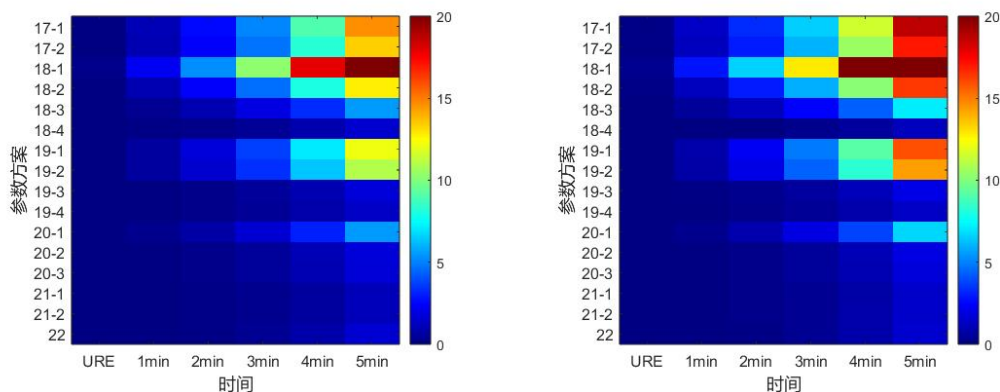
表 3.14 和表 3.15 分别是改进的第二类无奇点根数广播星历的设计方案和拟合预报精度，表中所有方案均拟合成功，因此可以得出结论：改进的第二类无奇点模型可以同时避免小偏心率、小倾角这些可能造成奇异的问题，并且在轨道倾角接近 90° 时仍然可以保证较高的拟合与预报精度。在参数大于 20 的情况下，改进的第二类无奇点模型在三种轨道倾角上的拟合与预报精度都在同一水平线上，具体的差异与轨道倾角有关。



(c) 轨道倾角: 5°



(d) 轨道倾角: 45°


 (c) 轨道倾角: 65°

 (d) 轨道倾角: 85°

图 3.11 改进的第二类无奇点轨道 5min 拟合与预报 URE

通过大量实验,发现改进的第二类无奇点方案在倾角接近 30° 的轨道上拟合和预报 URE 最低。因此,以改进的第二类无奇点根数方案在轨道倾角为 30° ,拟合时长为 20min,轨道偏心率为 0.001 的方案为基准,计算该方案分别在轨道倾角为 5° , 45° , 65° 和 85° 时的拟合与预报误差,然后与基准方案做差,具体差值如图 3.11 所示。发现改进的第二类无奇点方案在附加参数较少时,5min 时刻的预报 URE 较大,随着参数的增多,拟合与预报精度呈上升趋势。

综上所述,采用改进的第二类无奇点根数设计的广播星历模型在解决轨道奇异现象方面具有优势,在小偏心率、小倾角和极轨道情况下均不会发生奇异。在基础的 16 参数方案中,近极轨道和小倾角都会使预报 URE 过大(5 min 时刻预报 URE=88.383m),远远大于基于 LNAV/CNAV 电文广播星历参数方案的预报精度(5min 时刻预报 URE=5.819m)。但是,随着参数的增加,不论是拟合精度还是预报精度都得到了显著提升,轨道倾角为 85° 时 5min 时刻 21-2 方案预报 URE 为 7.314m,轨道倾角为 5° 时 5min 时刻 19-4 方案预报 URE 为 6.369m,。

3.5 拟合与预报精度的影响因素

前文中无奇点根数模型的实验数据都以轨道倾角 30° ,偏心率 0.001 和拟合时间 20min 为基准,通过对比实验结果可以发现,基于第一类无奇点轨道根数模型设计的 20 参数广播星历方案,其预报精度要明显好于其他所有方案(5min 时刻的预报 URE 为 3.301m)。因此,第一类无奇点 20 参数方案具有较高的研究价值和应用潜力。本小节选用此方案作为研究基础,分别讨论轨道高度、轨道倾

角、偏心率、拟合时间对预报精度的影响，预报精度以 5min 为基准。

使用 STK 软件，采用 HPOP 模型仿真轨道高度为 1000km，轨道倾角设置为 30°的低轨卫星精密轨道数据。考虑到低轨卫星轨道偏心率通常比较小，在仿真卫星轨道时，其偏心率设置为 0.001。仿真时卫星轨道精密星历采样率设置为 1min。仿真 24h 的精密卫星轨道数据，并将其认为是真值。

本研究采用 20 分钟弧段作为基本分析单元，将各弧段内的三维坐标数据通过不同方案拟合成轨道根数。以弧段起始时刻的状态向量为初始条件，利用轨道根数外推计算当前弧段及后续弧段（共 25min）的坐标信息，并与精密星历参考值进行比对，通过公式 1.4 计算得到拟合 URE 与预报 URE。基于 24 小时连续数据（72 个完整弧段的拟合 URE 和 71 个过渡弧段的预报 URE），采用均方根误差评估整体精度。

3.5.1 轨道倾角对预报精度的影响

本研究通过数值模拟分析了 LEO 星座中轨道倾角对星历预报精度的影响规律。为了研究预报精度和轨道倾角的关系，考虑未来 LEO 星座设计中可能出现的所有倾斜情况，模拟了轨道倾角 0-90°，轨道偏心率和轨道高分别为 0.001 和 1000km 的不同轨道，采用 20 参数方案预报 5min 的 URE 与轨道倾角的关系如图 2 所示。轨道倾角在 0-15°时，预报 URE 随轨道倾角的升高下降明显，轨道倾角在 15°时，5min 的预报 URE 最小，为 2.79m。15-40°时，预报 URE 随轨道倾角的升高而升高，在 40°时达到 3.01m。轨道倾角大于 65°时，预报 URE 呈震荡上升趋势，在 85°时达到最大值 3.52m，相比于 15°时的最小值升高了 26.2%。总的来说，预报 URE 与轨道倾角表现出较大相关性，倾角小于 5°或大于 65°都会使 URE 明显增大。

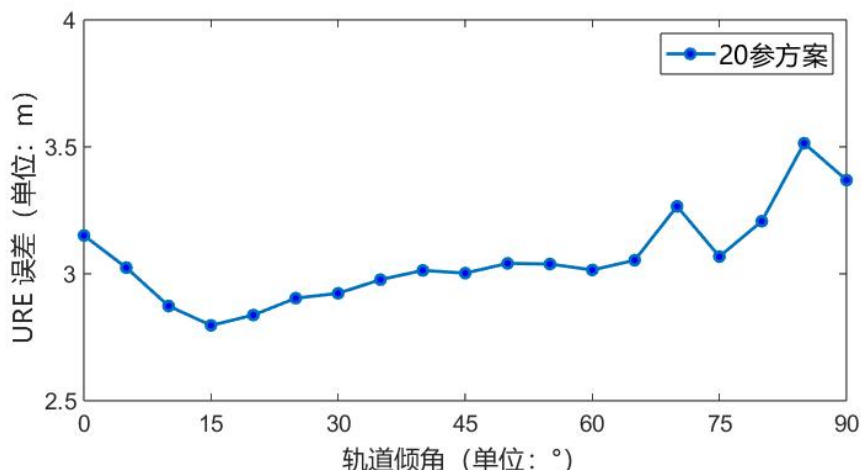


图 3.12 高度 1000km 轨道不同倾角的 5min 预报 URE

3.5.2 轨道高度对预报精度的影响

为了研究预报精度和轨道高度的关系，考虑未来 LEO 星座设计中可能出现的所有轨道高度，模拟了在轨道倾角为 30° ，轨道偏心率为 0.001 的情况下，300 - 1500km 的不同轨道，采用 20 参数方案预报 5min 的 URE 与轨道高度的关系如图 2 所示。可以看出，所有的参数设计方案 5min 预报的 URE 都随着轨道高度的升高而降低，23-1 参数方案的预报 URE 降幅最大，达到了 91.86%，误差为 1.343m，降幅最小的 16 参数方案也达到了 78%。

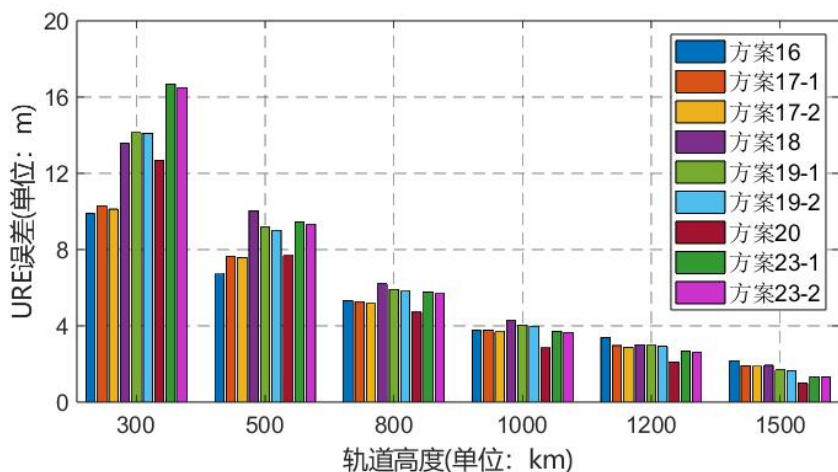


图 3.13 基于第一类无奇点参数方案 5min 预报 URE

3.5.3 拟合时间长度对预报精度的影响

为了探究拟合时长与预报精度的关系，仿真了轨道高度 300-1000km，轨道

倾角 30° ，偏心率 0.001 的数据，采用 20 参数方案，分别用 10–30min 时间长度拟合的参数预报 5min 的轨道。从图 4 中可以看出，拟合时长为 10min 时轨道的预报精度较其余方案明显较差，在 300km 轨道上 5min 预报 URE 达到了 38.76m，且预报精度不会随着轨道高度的升高而变好，可能是由于拟合时长过短，参数的拟合精度差导致预报 URE 大。15–30min 拟合时长的所有方案均表现出了预报 URE 随轨道高度升高而降低的较好稳定性，考虑到预报精度，15min 和 20min 方案的 URE 差距较小，且都小于 25min 和 30min 方案，因此 15min 和 20min 都是较为理想的拟合时长。

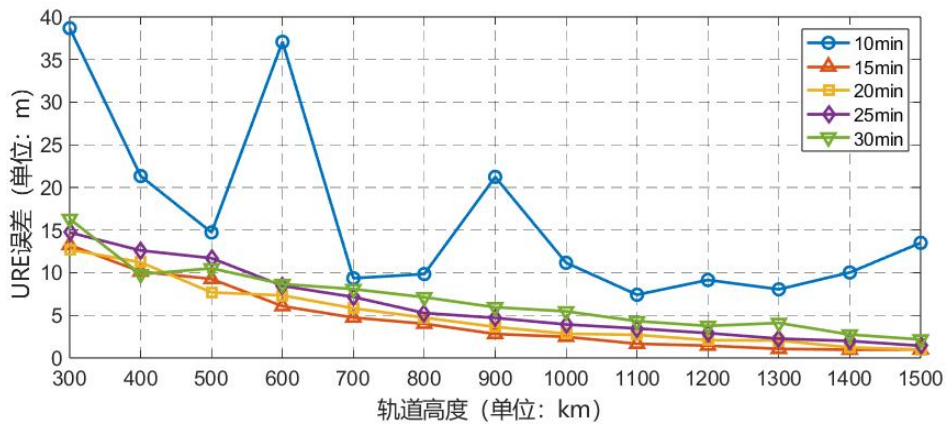


图 3.14 20 参数方案不同拟合时长的 5min 预报 URE

3.5.4 轨道偏心率对预报精度的影响

为了探究轨道偏心率与预报 URE 的关系，仿真了轨道高度 1000km，轨道倾角 30° ，偏心率 0.001–0.03 的轨道，采用 20 参数方案分别用 15min 和 20min 拟合时长方案预报 5min 的 URE。图 3.5 展示了 15min 和 20min 拟合弧长在不同偏心率轨道上的 5min 预报 URE，可以看出 15min 拟合弧长预报的轨道优于 20min 的。随着偏心率变大，预报 URE 总体上呈现增长趋势，其中拟合时长 15min 的方案在偏心率为 0.005 时预报 URE 最小，为 3.36m。

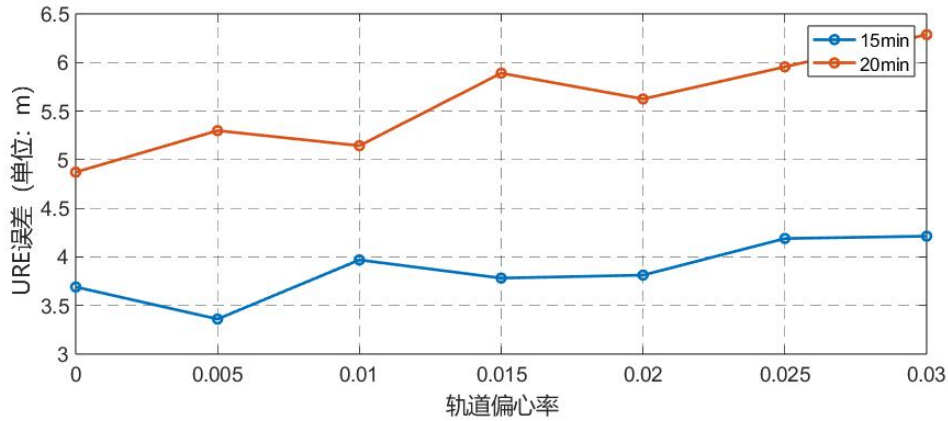


图 3.15 20 参数方案不同偏心率的 5min 时刻预报 URE

3.5.5 低轨卫星实测数据分析

上述实验都是基于 STK 仿真的低轨卫星精密轨道上进行的，实验讨论了不同因素对低轨卫星轨道拟合和预报精度的影响。为了获得广播星历模型的性能表现，也为了验证本文结论，实测数据采用四颗低轨卫星的精密星历，采用 20 参数方案用于验证本章的结论。具体轨道参数如表 3.16 所示。

表 3.16 真实低轨卫星精密星历的基本轨道数据

名称	轨道倾角	偏心率	采样间隔 (s)	高度 (km)	日期 (年 月 日)
SWARM	87.4°	0.001	10	450	2023.01.21
GRACE	89°	0.001	60	500	2023.01.27
C/NOFS	13°	0.001	10	400~500	2011-10-29
Jason-2	66°	0.001	10	1336	2017-05-09

表 3.17 真实低轨卫星 5min 预报 URE

名称	预报 URE				
	1min	2min	3min	4min	5min
SWARM	0.727	1.651	3.402	6.345	10.982
GRACE	0.965	1.651	3.16	5.822	10.093
C/NOFS	0.755	1.532	2.900	5.135	9.263
Jason-2	0.143	0.411	1.435	2.163	3.464

SWARM 和 GRACE 卫星实测数据的 1-5min 预报 URE 如表 3.17 所示，误差随预报时间推移显著上升。1min 时刻 SWARM 卫星的预报 URE 为 0.727m，小于 GRACE 卫星 0.965m，2min 时刻的两卫星的预报 URE 相等，直至 5min 时刻 SWARM 卫星的预报 URE 为 10.982m，大于 GRACE 卫星的 10.093m。

由于 SWARM 卫星和 GRACE 的轨道倾角接近 (87.4°和 89°) 且远大于 65°，

会造成预报 URE 显著变大。轨道高度上, SWARM 卫星 450km 略小于 GRACE 卫星 500km, 根据两卫星 5min 预报 URE 可以验证前一节预报 URE 随轨道高度升高而降低的结论, 并且两卫星高度明显低于 1000km, 结合图 3.13 可以解释 5min 预报 URE 过大的现象。1min 时刻 SWARM 卫星的 URE 值大于 GRACE 卫星可能是由数据采样间隔的差异造成的。

C/NOFS 卫星轨道倾角为 13° , 轨道高度为 400~500km 范围。从表格中数据可以看出, 该卫星在 1~5min 的预报精度都低于 SWARM 和 GRACE 卫星, 由于 C/NOFS 卫星的轨道倾角显著低于 SWARM 和 GRACE 卫星, 可以验证轨道倾角对预报 URE 的影响。

Jason-2 卫星轨道高度为 1300km, 轨道倾角为 66° , 1~5min 每个时刻的的预报 URE 都显著低于其余三个卫星的轨道, 5min 的预报 URE 仅为 3.464m。

总体上来说, 实测数据结果可以验证本文轨道高度和轨道倾角对预报 URE 的影响的结论。

3.6 本章小结

本章基于轨道根数型广播星历模型设计了三种基础模型: 第一类无奇点根数模型、第二类无奇点根数模型和改进的第二类无奇点根数模型。

第一类无奇点根数模型可以解决低轨卫星在偏心率接近 0 时发生的奇异问题, 此问题是由于轨道偏心率接近 0° 时, 升交点赤经定义不明确造成了参数拟合失败, 可以通过将二维偏心率矢量 e 拆分, 引入新的组合 u 去除在轨道小偏心率的情况下, 引起的近地点幅角与平近点角 M 强相关的问题。

第二类无奇点轨道根数通过解耦偏心率矢量 e 和轨道倾角向量 i 的数学表达, 有效消除了低轨卫星在近圆(小偏心率)和近赤道(小倾角)轨道情况下的参数奇异性。然而, 当应用于大倾角轨道时, 该方案在参数拟合阶段仍会出现数值不稳定性问题。改进的第二类无奇点方案可以在解决上述问题的同时, 解决轨道倾角过大时造成的参数拟合失败的问题, 该方案在第二类无奇点广播星历设计方案的基础上, 将轨道倾角 i 取二分之一, 避免了轨道倾角接近 90° 时的奇异现象, 但是缺点比较明显, 此方案在附加参数不足时, 拟合和预报精度较前两种方案低。

为了讨论不同影响因素对轨道根数型广播星历拟合预报精度的影响,基于第一类无奇点轨道设计的 8 种星历模型为基础,通过轨道根数直接外推的方式获得了每种参数模型 1-5min 的预报 URE。基于 20 参数方案,讨论了 5min 预报 URE 和轨道倾角、偏心率、轨道高度和拟合时间长度的关系。增加参数个数对降低拟合 URE 效果显著,但是对预报 URE 提升有限。相比于 16 参模型,23 参数模型拟合 URE 提升幅度达到 92.3%,但是相应的 5min 预报 URE 仅提升 7.7%,20 参数模型的拟合 URE 提升幅度为 71.2%,预报 URE 提升幅度为 26.2%。20 参数方案在轨道倾角为 15° 时误差最小,倾角小于 5° 或大于 65° 都会使拟合 URE 显著变大。20 参数方案的预报 URE 随着轨道高度的升高而下降,在轨道高度大于 600km 时,15min 的拟合弧长预报 URE 要小于 20min 的拟合弧长在小于 15min 时,20 参数方案的预报 URE 会显著提升。

第四章 基于矢量积分的广播星历设计

尽管轨道根数型广播星历模型被大多数卫星导航系统广泛应用,但在一些特定情境下,由于奇点问题的存在,可能导致较大的拟合误差,甚至在极端情况下会造成参数拟合失败。在第三章中,本文基于第一类无奇点模型、第二类无奇点模型及改进的第二类无奇点模型,设计了多种广播星历参数模型。这些模型通过对参数的选择,针对不同轨道情形下的奇点问题,提出了有效的解决方案。此外,我们还对这些模型在不同轨道条件下的表现进行了仿真测试,系统分析了奇点处理方法与轨道拟合精度、预报精度之间的关系,为今后的广播星历设计提供了理论依据和实际指导。

与大多数卫星导航系统使用轨道根数型模型不同, GLONASS 系统采用了基于矢量积分的广播星历模型,这种模型在设计时便考虑到了抗奇异性的要求,理论上可以适用于各种类型轨道,具有优秀的拓展性。相比传统的轨道根数模型,矢量积分模型能够有效避免各种由于轨道参数定义不明确的情况而导致的奇点问题。GLONASS 系统采用的矢量积分型广播星历存在明显的模型简化问题,导致其轨道拟合和预报精度显著低于传统轨道根数型星历。当前学术界对该类星历模型的研究相对不足,现有改进尝试存在明显的理论局限:未能系统考虑轨道倾角敏感性、数值积分算法选择(如多步法与单步法的差异)、积分步长优化以及偏心率影响等关键因素,这些因素对提高拟合精度至关重要。

因此,在设计低轨卫星广播星历时,采用基于矢量积分的模型具有重要的潜力。尤其在面对复杂或极端环境时,这种模型能够显著提高系统的可靠性。这为未来低轨卫星导航系统的优化和创新提供了新的思路,同时也为其他轨道类型的卫星系统提供了参考依据。

4.1 矢量积分型广播星历模型

GLONASS 系统现行采用的 10 参数广播星历模型(含时间参数)具有结构简化的特点,主要适用于中高轨卫星的摄动运动描述。然而,当应用于低轨卫星时,该标准模型表现出明显的适应性不足:由于低轨卫星动力学环境更为复杂,直接应用会导致显著的轨道拟合误差。为提升模型精度,必须在现有框架基础上

引入附加参数，以更精确地表征低轨卫星特有的轨道摄动特性。

4.1.1 参数模型

低轨卫星加速度变化呈现显著的周期性特征，其变化幅度与演化趋势直接影响星历参数的精度水平。基于此动力学特性，采用切比雪夫多项式与傅里叶级数联合建模的方法，可有效表征加速度的时变规律，为发展高精度增强型矢量积分广播星历模型提供理论基础。这种增强型模型能够更加灵活地适应低轨卫星的运动特性，从而提高星历的预测精度和系统的整体可靠性。

通过这种方法，期望能够显著减少低轨卫星在实际应用中的拟合误差，并在复杂的轨道环境下提高导航系统的精确度和可靠性。这为未来低轨卫星系统的优化提供了新的思路，同时也为其他类型的卫星星历设计提供了宝贵的经验和参考。矢量积分型广播星历的参数设计如下表 4.1 所示。

表 4.1 矢量积分型广播星历参数集

编号	参数	意义
1	t_{oe}	星历参考时刻
2	X, Y, Z	卫星 X, Y, Z 分量位置
3	V_x, V_y, V_z	卫星 X, Y, Z 方向速度
4	a_x, a_y, a_z	卫星 X, Y, Z 方向加速度
5	(A_x, B_x)	卫星加速度在 X 方向周期变化的三角函数幅值
6	(A_y, B_y)	卫星加速度在 Y 方向周期变化的三角函数幅值
7	(A_z, B_z)	卫星加速度在 Z 方向周期变化的三角函数幅值
8	$C_{X0}, C_{X1}, C_{X2}, C_{X3},$	卫星加速度在 X 方向趋势变化的切比雪夫多项式系数
9	$C_{Y0}, C_{Y1}, C_{Y2}, C_{Y3},$	卫星加速度在 Y 方向趋势变化的切比雪夫多项式系数
10	$C_{Z0}, C_{Z1}, C_{Z2}, C_{Z3},$	卫星加速度在 Z 方向趋势变化的切比雪夫多项式系数

4.1.2 用户算法

与标准的 GLONASS 广播星历相比，本章设计的增强星历添加了一些新参数，例如卫星加速度在 X、Y 和 Z 方向周期变化的三角函数幅值，卫星加速度在 X，Y 和 Z 方向趋势变化的切比雪夫多项式系数，计算卫星加速度时算法有所区别。

$$\begin{aligned}\ddot{R}_{ECEF_X} = & -\frac{GM}{r^3}X + \frac{3}{2}C_{20}\frac{GMa_e^2}{r^5}X\left(1 - \frac{5Z^2}{r^2}\right) + A_X \cos(n(t_{oe} - t)) \\ & + B_X \sin(n(t_{oe} - t)) + \omega_e^2 X + 2\omega_e V_Y + \sum_{i=0}^3 C_{X_i} T_i(\tau)\end{aligned}\quad (4.1)$$

$$\begin{aligned}\ddot{R}_{ECEF_Y} = & -\frac{GM}{r^3}Y + \frac{3}{2}C_{20}\frac{GMa_e^2}{r^5}Y\left(1 - \frac{5Z^2}{r^2}\right) + A_Y \cos(n(t_{oe} - t)) \\ & + B_Y \sin(n(t_{oe} - t)) + \omega_e^2 Y - 2\omega_e V_X + \sum_{i=0}^3 C_{Y_i} T_i(\tau)\end{aligned}\quad (4.2)$$

$$\begin{aligned}\ddot{R}_{ECEF_Z} = & -\frac{GM}{r^3}Z + \frac{3}{2}C_{20}\frac{GMa_e^2}{r^5}Z\left(3 - \frac{5Z^2}{r^2}\right) + A_Z \cos(n(t_{oe} - t)) \\ & + B_Z \sin(n(t_{oe} - t)) + \sum_{i=0}^2 C_{Z_i} T_i(\tau)\end{aligned}\quad (4.3)$$

其中, $\tau \in [-1, 1]$ 可以根据观测历元计算:

$$\tau = \frac{2}{\Delta t}(t_{oe} - t), t \in [t_0, t_0 + \Delta t] \quad (4.4)$$

公式 4.4 中 Δt 为拟合的历元长度。

基于公式 4.1 至 4.3 计算获得的卫星加速度数据, 结合公式 2-22 的数值积分算法, 可实现广播星历有效期内任意观测时刻卫星在地心地固坐标系 (ECEF) 中的位置和速度解算。关于数值积分方法的具体选取策略将在后续章节详细探讨。

4.2 不同设计方案的拟合与预报 URE

本节实验数据仿真策略与前文相同, 使用了 STK 软件, 采用 HPOP 模型仿真了轨道高度 1000km, 偏心率 0.001 和轨道倾角 30° 。仿真的数据采样间隔设置为 60 秒, 时间跨度为 24h。

表 4.1 展示了 GLONASS 系统标准的 10 参数广播星历模型 (参数 1-4), 并通过优化组合附加参数 (5-10) 构建了 15 种改进模型。各方案的具体配置及对应的拟合与预报精度结果详见表 4.2。

表 4.2 基于矢量积分型星历参数模型的设计方案和拟合预报精度（单位：m）

方案	附加参数	拟合 URE	预报 URE				
			1min	2min	3min	4min	5min
1		0.181	1.676	3.634	6.546	10.624	16.099
2	$C_{0x}, C_{0y}, C_{0z}, C_{1x}, C_{1y}, C_{1z},$ C_{2x}, C_{2y}, C_{2z}	0.030	0.453	1.473	3.527	7.173	13.155
3	$C_{0x}, C_{0y}, C_{0z}, C_{1x}, C_{1y}, C_{1z}$ $C_{2x}, C_{2y}, C_{2z}, (A_x, B_x)$ $(A_y, B_y), (A_z, B_z)$	0.022	0.292	1.163	3.209	7.314	14.776
4	$C_{0x}, C_{0y}, C_{0z}, C_{1x}, C_{1y}, C_{1z}$ $C_{2x}, C_{2y}, C_{2z}, C_{3x}, C_{3y}, C_{3z}$ $(A_x, B_x), (A_y, B_y), (A_z, B_z)$	0.594	4.014	6.894	10.577	15.143	20.663
5	$C_{0x}, C_{0y}, C_{0z}, C_{1x}, C_{1y}, C_{1z}$	0.065	0.822	2.207	4.609	8.420	14.106
6	$C_{0x}, C_{0y}, C_{0z}, C_{1x}, C_{1y}, C_{1z}$ $C_{2x}, C_{2y}, C_{2z}, C_{3x}, C_{3y}, C_{3z}$	0.031	0.478	1.569	3.785	7.762	14.355
7	$C_{0x}, C_{0y}, C_{0z}, C_{1x}, C_{1y}, C_{1z}$ $C_{2x}, C_{2y}, C_{2z}, C_{3x}, C_{3y}, C_{3z}$ C_{4x}, C_{4y}, C_{4z}	0.022	0.296	1.195	3.321	7.621	15.507
8	$C_{0x}, C_{0y}, C_{0z}, C_{1x}, C_{1y}, C_{1z}$ $C_{2x}, C_{2y}, C_{2z}, C_{3x}, C_{3y}, C_{3z}$ $C_{4x}, C_{4y}, C_{4z}, C_{5x}, C_{5y}, C_{5z}$	0.165	1.478	3.137	5.548	8.846	13.165
9	$C_{0x}, C_{0y}, C_{0z}, (A_x, B_x)$ $(A_y, B_y), (A_z, B_z)$	0.177	1.625	3.505	6.285	10.156	15.322
10	$C_{0x}, C_{0y}, C_{0z}, (A_{1x}, B_{1x})$ $(A_{1y}, B_{1y}), (A_{1z}, B_{1z})$	0.148	1.276	2.636	4.553	7.101	10.334
11	$C_{0x}, C_{0y}, C_{0z}, (A_{3x}, B_{3x})$ $(A_{3y}, B_{3y}), (A_{3z}, B_{3z})$	0.030	0.425	1.365	3.230	6.500	11.791
12	$C_{0x}, C_{0y}, C_{0z}, C_{1x}, C_{1y}, C_{1z}$ $C_{2x}, C_{2y}, C_{2z}, (A_{3x}, B_{3x})$ $(A_{3y}, B_{3y}), (A_{3z}, B_{3z})$	0.031	0.470	1.541	3.709	7.594	14.017
13	$C_{0x}, C_{0y}, C_{0z}, C_{1x}, C_{1y}, C_{1z}$ $C_{2x}, C_{2y}, C_{2z}, (A_{1x}, B_{1x})$ $(A_{1y}, B_{1y}), (A_{1z}, B_{1z})$	0.027	0.374	1.256	3.108	6.534	12.370
14	$C_{0x}, C_{0y}, C_{0z}, C_{1x}, C_{1y}, C_{1z}$ $C_{2x}, C_{2y}, C_{2z}, (A_{3x}, B_{3x})$ $(A_{3y}, B_{3y}), (A_{3z}, B_{3z})$ C_{3x}	0.035	0.467	1.505	3.746	8.075	15.793

方案	附加参数	拟合 URE	预报 URE				
			1min	2min	3min	4min	5min
15	$C_{0x}, C_{0y}, C_{0z}, C_{1x}, C_{1y}, C_{1z}$	0.023	0.332	1.265	3.407	7.660	15.347
	$C_{2x}, C_{2y}, (A_{3x}, B_{3x})$						
	$(A_{3y}, B_{3y}), (A_{3z}, B_{3z})$						
16	C_{3x}, C_{3y}	0.181	1.676	3.634	6.546	10.624	16.099
	$C_{0x}, C_{0y}, C_{0z}, C_{1x}, C_{1y}, C_{1z}$						
	$C_{2x}, C_{2y}, C_{2z}, (A_{3x}, B_{3x})$						
	$(A_{3y}, B_{3y}), (A_{3z}, B_{3z})$						
	C_{3x}, C_{3y}						

从表中 16 个方案的拟合结果可以看出，在标准的 GLONASS 广播星历基础上增加参数可以显著提升设计方案的拟合精度，预报精度也有很大提升。以方案 1 作为基准方案，拟合 URE 为 0.181m，5 分钟预报 URE 为 16.099m。在此基础上，方案 2 通过增加参数，拟合 URE 降至 0.030m，5 分钟预报 URE 为 13.155m，相比基准方案的 16.099m，提升了约 18.3%。方案 3 进一步优化，添加了卫星加速度周期变化的三角函数值，拟合 URE 为 0.022m，5 分钟预报 URE 为 14.776m，较基准方案提高了约 8.2%，表明少量参数的增加能够显著提升拟合精度和短期预报的稳定性。

特别值得注意的是，方案 4 通过增加更多的参数，取得了显著的精度提升。在 1 分钟拟合时，URE 降至 0.594m，5 分钟预报 URE 为 20.663m，相较于方案 1，5 分钟预报精度降低了 28.4%。这种结果表明，增加参数并不总是能提高预报精度，需要根据具体参数设计进行优化。方案 5 的拟合 URE 为 0.065m，5 分钟预报 URE 为 14.106m，方案 6 则略优于方案 5，拟合 URE 为 0.031m，5 分钟预报 URE 为 14.355m。相比基准方案，方案 6 的拟合精度和预报精度均有明显提升，尤其是在短期预测（1 分钟和 2 分钟）中表现出较高的预报精度。

在预报精度方面，随着时间的延长，精度差异逐渐显现。方案 3 和方案 7 在 5 分钟预报中表现出色。方案 3 的 5 分钟预报 URE 为 14.776m，较基准方案 16.099m 提升了约 8.2%。而方案 7 的 5 分钟预报 URE 为 15.507m，改善幅度为 3.7%。进一步的优化体现在方案 13 上，其 5 分钟预报 URE 为 12.370m，相比基准方案提升了约 23.2%，表明高参数模型在长期预报中具有更好的稳定性和准确性。

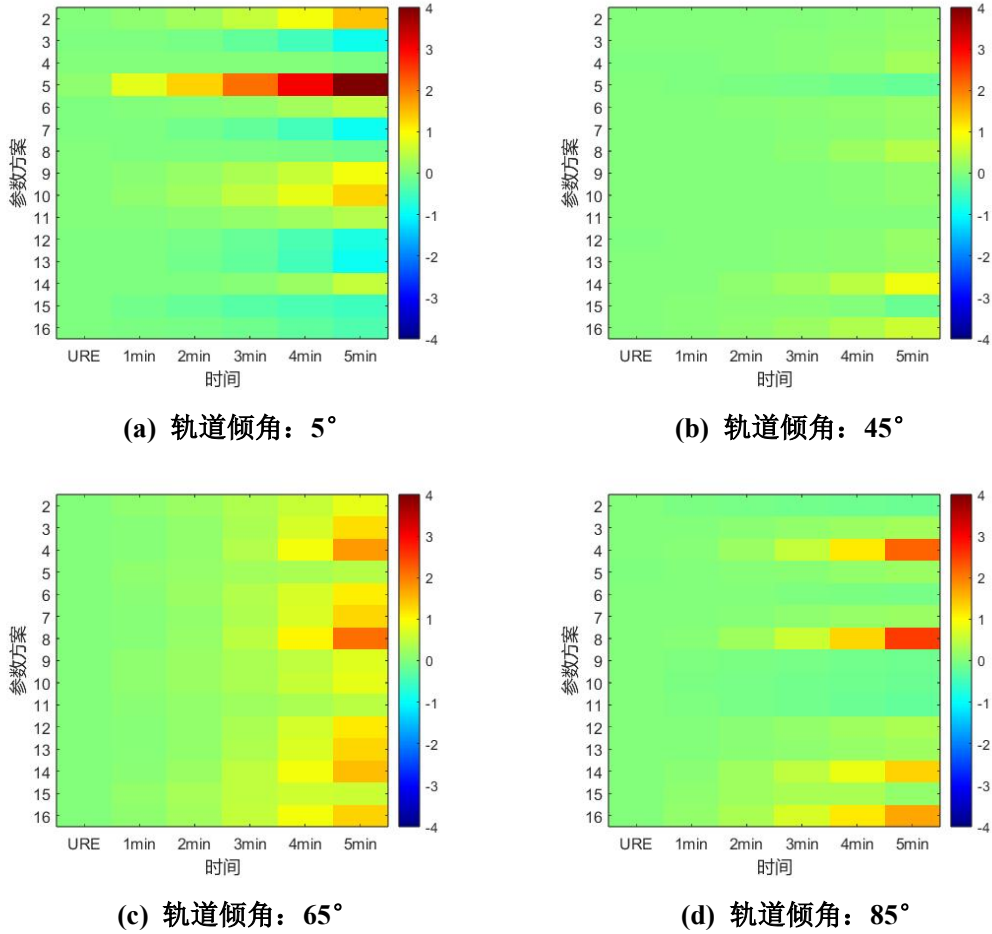


图 4.1 矢量积分型星历参数模型 5min 拟合与预报 URE

分别用矢量积分型广播星历模型在不同轨道倾角上进行拟合与预报实验，从图 4.1 中可以看出，所有方案的星历参数均拟合成功，且随轨道倾角变化较小，并且对比试验的轨道仿真数据偏心率为 0.001，可以结合实验结果说明：矢量积分型广播星历模型有优秀的无奇异特性。

以表 4.2 中的拟合与预报 URE 为基准（轨道倾角为 30° ）。轨道倾角为 5° 时方案 5 的预报 URE 较其它方案上升显著，接近 4m，方案 12、13、15 和 16 的预报精度有所提升。在轨道倾角上升到 65° 时，所有方案的预报 URE 均有不同程度的升高，总体上都在 4m 以内。轨道倾角上升到 85° ，方案 8 的预报精度显著下降，约为 3m。

总结来看，在标准的 GLONASS 广播星历基础上增加参数可以显著提升设计方案的拟合精度，方案 4 和方案 6 在 5 分钟预报中表现优异，然而，参数更多的方案 7 和方案 8 虽然在拟合精度上仍有提升，但是 5min 时刻的预报精度却提升

不明显，可以观察到参数增加对预报精度的改善逐渐趋于平缓，甚至在一些情况下出现负提升。

4.3 拟合与预报精度的影响因素

根据本章前三节的实验数据可以发现，基于标准的 GLONASS 广播星历设计的参数方案 2，方案 8，方案 11 和方案 13，其预报精度好于其它所有方案，因此，后面小节挑选出部分拟合与预报精度较优的方案作为研究基础，分别讨论数值积分方法、积分步长、轨道高度、轨道倾角、偏心率、拟合时间对预报精度的影响，预报精度统一以 5min 为基准。

本研究采用 STK 软件的 HPOP 高精度轨道模型，仿真生成了轨道高度 1000km、倾角 30° 、偏心率 0.001 的低轨卫星 24 小时精密轨道数据，采样间隔设置为 1 分钟，所得结果将作为后续分析的真值参考。该仿真方案充分考虑了低轨卫星近圆轨道的特性，通过高精度建模和高频采样确保了轨道数据的可靠性。

本研究采用 20 分钟弧段作为基本分析单元，通过不同参数化方案将各弧段内的三维坐标数据拟合成轨道参数。以弧段起始时刻的状态向量为初始条件，利用轨道参数外推计算当前 20 分钟弧段及后续 5 分钟弧段的坐标，并与精密星历参考值进行比对，基于公式 1.4 计算拟合 URE 和预报 URE。最终基于 24 小时观测数据（72 个完整弧段的拟合 URE 和 71 个过渡弧段的预报 URE），通过均方根误差的统计评估整体精度。

4.3.1 数值积分方法的影响

针对标准矢量积分型广播星历模型，卫星在星历有效期内的位置和速度解算需采用数值积分方法实现。当前数值积分算法主要分为两类：多步法在积分精度方面具有优势，但存在计算复杂度高、运算量大的缺点；而单步法（如经典的龙格-库塔方法）凭借算法简洁、计算高效的特点，在保证卫星轨道计算精度的前提下更适用于工程实现。

根据 4.3 的实验结果，可以看出方案 33 是 5 分钟时刻预报精度最高的方案，因此在本节中被选用。本节分析了龙格库塔 3 阶、4 阶和 5 阶算法在广播星历参数拟合和预报精度上的差异，这三种积分方法对 5 分钟时刻广播星历的预报精度

影响，拟合和预报精度的均方根误差统计结果列于表 4.3。

龙格库塔 3 阶、4 阶和 5 阶的计算方法：

$$\begin{cases} y_{n+1} = y_n + \frac{1}{6}(k_1 + 4k_2 + k_3) \\ k_1 = hf(x_n, y_n) \\ k_2 = hf\left(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}k_1\right) \\ k_3 = hf(x_n + h, y_n - k_1 + 2k_2) \end{cases} \quad (4.5)$$

$$\begin{cases} y_{n+1} = y_n + \frac{1}{8}(k_1 + 3k_2 + 3k_3 + k_4) \\ k_1 = hf(x_n, y_n) \\ k_2 = hf\left(x_n + \frac{1}{3}h, y_n + \frac{1}{3}k_1\right) \\ k_3 = hf\left(x_n + \frac{2}{3}h, y_n - \frac{1}{3}k_1 + k_2\right) \\ k_4 = hf(x_n + h, y_n + k_1 - k_2 + k_3) \end{cases} \quad (4.6)$$

$$\begin{cases} y_{n+1} = y_n + \frac{1}{24}k_1 + \frac{5}{48}k_4 + \frac{27}{56}k_5 + \frac{125}{336}k_6 \\ k_1 = hf(x_n, y_n) \\ k_2 = hf\left(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}k_1\right) \\ k_3 = hf\left(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{4}k_1 + \frac{1}{4}k_2\right) \\ k_4 = hf(x_n + h, y_n - k_2 + 2k_3) \\ k_5 = hf\left(x_n + \frac{2}{3}h, y_n + \frac{7}{27}k_1 + \frac{10}{27}k_2 + \frac{1}{27}k_3\right) \\ k_6 = hf\left(x_n + \frac{1}{5}h, y_n + (28k_1 - 125k_2 + 546k_3 + 54k_4 - 378k_5)\right) \end{cases} \quad (4.7)$$

公式 4.5 至 4.7 中的 x 是自变量， y 是函数值， h 是积分长度。

表 4.3 方案 13 使用龙格库塔算法的拟合与预报精度（单位：m）

拟合算法	拟合 URE	预报 URE				
		1min	2min	3min	4min	5min
3 阶	0.160	1.312	2.715	4.925	8.256	12.757
4 阶	0.151	1.300	2.678	4.618	7.191	10.456
5 阶	0.151	1.300	2.678	4.618	7.190	10.457

表 4.3 分别列出了使用 3 阶、4 阶和 5 阶龙格库塔算法拟合广播星历参数的拟合误差和使用参数进行轨道预报的误差。从表中可以看出，4 阶的龙格库塔算法的拟合精度相对于 3 阶段的提升很小，仅有 9mm 的精度提升。4 阶和 5 阶算法的拟合精度相同，在 1~5min 的预报精度仅有 1mm 的差距，考虑到 5 阶比 4 阶的计算复杂度要高很多，所以采用 4 阶龙格库塔算法去计算广播星历的位置和速度是最优方案。

4.3.2 数值积分步长的影响

积分方法对拟合与预报精度的影响以及最优方法的选择在上一节已经通过实验结果得到了较好的论证，除此之外，积分步长的选择也是一个重要的影响因素。若积分步长过小，虽然能提高计算精度，但会增加计算负担，占用计算资源，进而影响广播星历预报的实时性。相反，若步长设置过大，则可能导致广播星历拟合的精度下降并且进一步影响预报精度。

针对这个问题，本节使用了仿真的高度为 1000km、轨道偏心率为 0.001、轨道倾角为 60° 的低轨卫星作为研究对象，并基于精确的轨道数据进行了实验。图 4.1 展示了数值积分步长与广播星历拟合精度之间的关系。可以看到，步长的变化对拟合精度具有显著影响，合理的步长选择对于提高计算效率和精度至关重要。

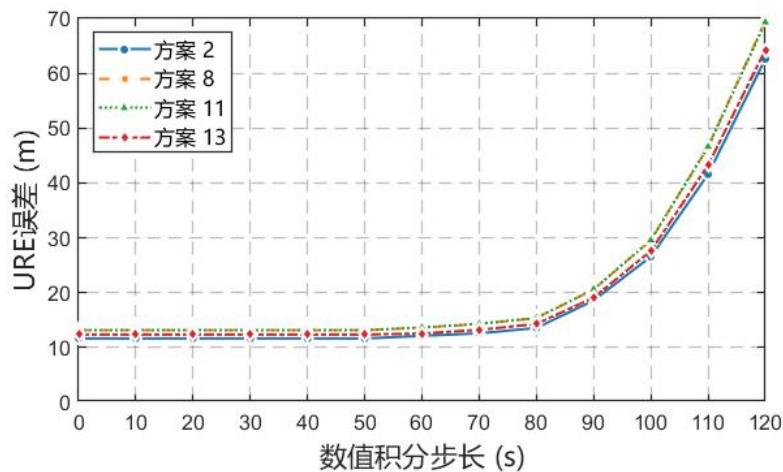


图 4.2 适量积分型星历 5min 时刻预报 URE

实验结果如图 4.2 所示，积分步长在 60s 以内时，5min 时刻预报 URE 呈现出一条直线，精度几乎没有变化。在积分步长大于 60s 时，预报 URE 缓慢上升

且曲线斜率逐渐变大，积分步长增加到 120s，5min 时刻预报 URE 在 60~70m 的水平。在平衡计算效率与精度需求的前提下，本研究将数值积分步长设定为 30 秒。该设置既能保证广播星历拟合与预报的精度要求，又可确保计算过程的时效性，实现了计算性能与精度的最优权衡。

4.3.3 轨道倾角与偏心率的影响

矢量积分型广播星历模型在设计之初已具有良好的无奇点特性，可以适用于任何轨道。由于矢量积分型广播星历的基础参数是卫星位置、速度和加速度的数学表达，理论上受轨道倾角和偏心率影响较小，但是仍需要仔细研究。本节实验挑选方案 2、方案 8、方案 11 和方案 13 作为试验方案，数据仿真了轨道高度 1000km，偏心率 0.001，轨道倾角从 0° 到 90° 的轨道数据，这一实验方案考虑了未来低轨星座设计中可能出现的所有轨道倾角。

矢量积分型星历设计方案 5min 时刻预报精度随轨道倾角的变化关系如图 4.3 所示。可以看出四个方案的预报 URE 在 10~15m 的范围内波动，没有表现出预报误差随轨道倾角变化的关系，这一特点与轨道根数型星历有根本上的不同。值得注意的是方案 11，预报 URE 始终在四个方案中保持最低。因此，矢量积分型星历可以适用于任意轨道倾角的卫星轨道。

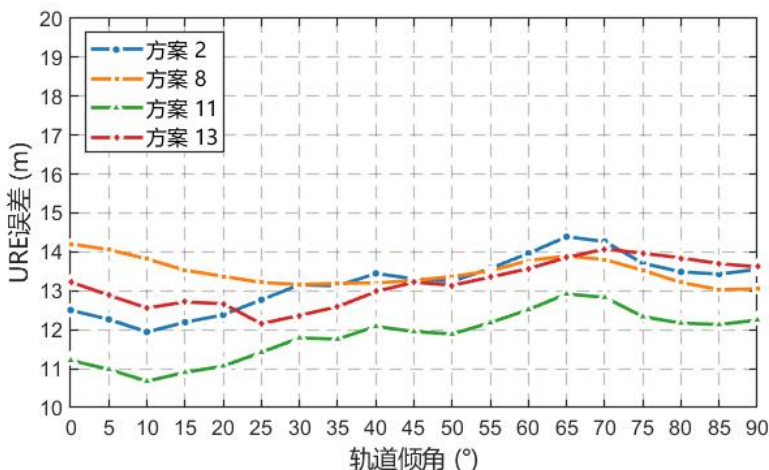


图 4.3 轨道倾角对于 5min 时刻预报精度的影响

为了研究轨道偏心率对广播星历拟合与预报精度的影响，仿真了轨道高度 1000km，轨道倾角为 30° ，偏心率从 0.001 至 0.3 变化的轨道，这一实验方案考

虑了未来星座设计中可能出现的所有轨道偏心率的情况。

轨道倾角 5min 时刻预报精度的影响如图 4.4 所示，可以发现四个设计方案的预报误差随轨道偏心率的变大而升高，尽管偏心率变化较大，预报误差的上升幅度有限，仅升高不到 20%。随着轨道偏心率的变化，方案 2 的误差始终保持在最高水平，而方案 11 的误差始终较低。尽管方案 8 的预报误差始终随偏心率变大而升高，但是较其它方案升高幅度最小。

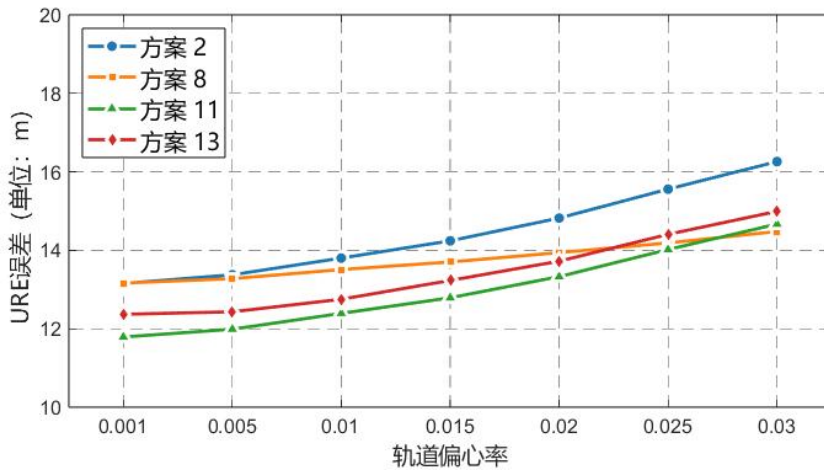


图 4.4 轨道偏心率对 5min 时刻预报精度的影响

综合轨道根数型的实验结果可知，在基于轨道根数的广播星历设计中，小偏心率、小轨道倾角或大轨道倾角都可能导致参数拟合过程中的奇异问题，因此设计了无奇点根数的广播星历模型，但是只能解决一部分问题，可能还会导致拟合和预报精度降低。矢量积分型广播星历的计算方法有效克服了上述问题，有良好的无奇异特性。正如前文所述，轨道参数奇异性的本质源于传统轨道根数体系在特定极端情况下的几何定义失效问题。。

实验数据表明，两类广播星历模型在参数拟合过程中展现出显著的收敛特性差异：对于任意轨道构型（包括不同倾角与偏心率组合），矢量积分型模型仅需 2~3 次迭代即可收敛；而基于第二类无奇点轨道根数的改进方案，在相同收敛条件下通常需要 7~8 次迭代。这一现象的根本原因在于参数体系的结构特性差异——传统轨道根数模型的参数间存在强耦合关系（如偏心率与近地点幅角的几何关联），而矢量积分模型的参数具有更好的独立性。

4.3.4 轨道高度的影响

本研究系统分析了矢量积分型星历预报精度随轨道高度的变化规律。通过构建 300~1500km 全高度范围的 LEO 轨道仿真场景(固定倾角 30° 、偏心率 0.001), 采用 20 分钟拟合时长, 获得了轨道高度与预报精度的定量关系。实验采用高精度数值积分方法, 确保不同高度条件下动力学特性的准确建模。5min 时刻预报 URE 与轨道高度的关系如图 4.5 所示, 可以发现, 所有方案的 5min 预报 URE 随着轨道高度的升高而显著降低。在 300km 高度的轨道上, 方案 13 的预报精度最低, 比方案 8 的预报 URE 高 24m, , 随着轨道升高至 800km 以上, 这一差距缩小至 5m 以内, 值得注意的是轨道高度升高至 1200km 以上时, 方案 8 的预报精度反而最低。

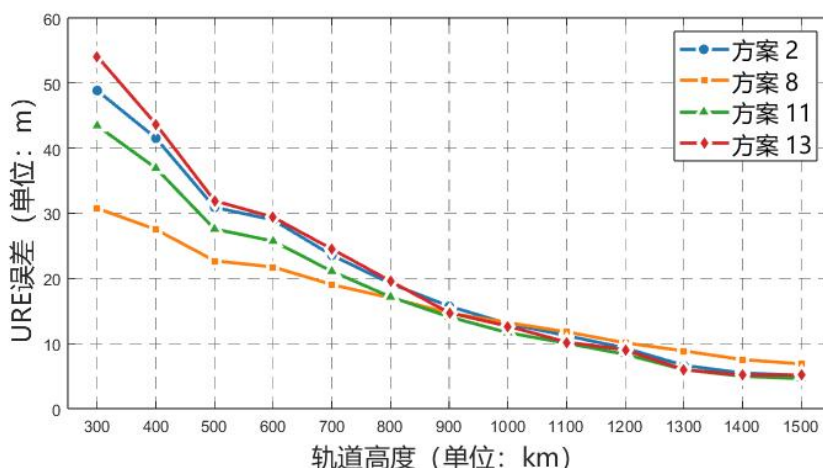


图 4.5 轨道高度对 5min 时刻预报精度的影响

4.3.5 低轨卫星实测数据分析

上述实验都是在仿真精密星历基础上进行的, 为了验证本章结论, 实测数据采用 SWARM、GRACE、C/NOFS 和 Jason-2 卫星的精密星历, 轨道高度分别为 450km 和 500km, 数据采样间隔分别为 10s 和 60s, 采用矢量积分型广播星历的方案 3 用于验证本章的结论。具体轨道信息如表 4.4 所示。

表 4.4 真实低轨卫星精密星历的基本轨道数据

名称	轨道倾角	偏心率	采样间隔 (s)	高度 (km)	日期 (年 月 日)
SWARM	87.4°	0.001	10	450	2023.01.21
GRACE	89°	0.001	60	500	2023.01.27
C/NOFS	13°	0.001	10	400~500	2011-10-29
Jason-2	66°	0.001	10	1336	2017-05-09

表 4.5 真实低轨卫星 5min 预报 URE (单位: m)

名称	预报 URE				
	1min	2min	3min	4min	5min
SWARM	1.635	4.021	8.411	15.128	26.214
GRACE	2.102	4.588	8.354	14.555	25.135
C/NOFS	1.952	4.297	9.518	16.831	28.294
Jason-2	0.439	1.018	3.759	5.426	9.076

卫星实测数据的 1~5min 预报 URE 如表 4.5 所示。SWARM 和 GRACE 卫星的轨道倾角和轨道高度都比较接近，GRACE 卫星 1min 时刻的预报 URE 大于 SWARM 卫星可能是数据采样间隔造成的，两颗卫星的 5min 预报 URE 相差很小。

C/NOFS 卫星轨道倾角为 13°，轨道高度为 400~500km 范围。从表格中数据可以看出，该卫星在 1~5min 的预报 URE 精度都低于 SWARM 和 GRACE 卫星。Jason-2 卫星轨道高度为 1300km，轨道倾角为 66°，1~5min 每个时刻的的预报 URE 都显著低于其余三个卫星的轨道，5min 的预报 URE 仅为 3.464m。

由于 SWARM 和 GRACE 卫星都在近极轨道上运行，轨道倾角接近 90°，会造成预报 URE 显著变大。轨道高度上，SWARM 卫星 450km 略小于 GRACE 卫星 500km，根据两卫星 5min 预报 URE 可以验证预报 URE 随轨道高度升高而降低的结论。1min 时刻 SWARM 卫星的 URE 值大于 GRACE 卫星可能是由数据采样间隔的差异造成的。SWARM、GRACE 和 C/NOFS 卫星的 5min 时刻预报 URE 显著大于 Jason-2 卫星，这一现象可以归因于轨道高度差距过大。

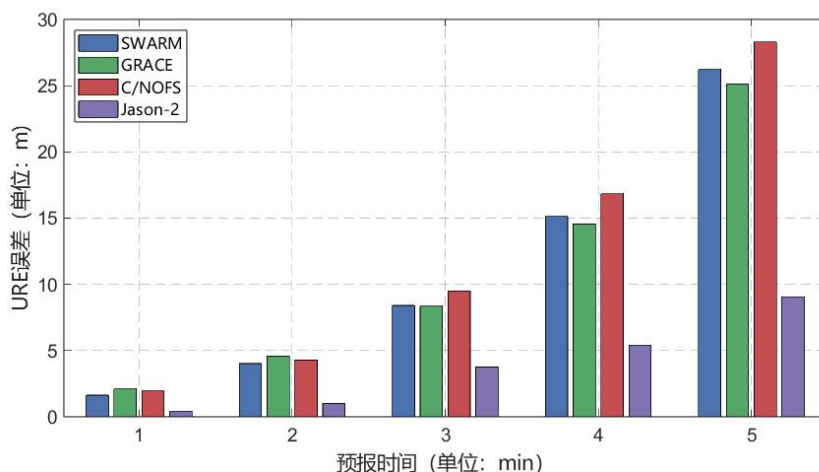


图 4.6 矢量积分型广播星历 5min 时刻预报精度（方案 3）

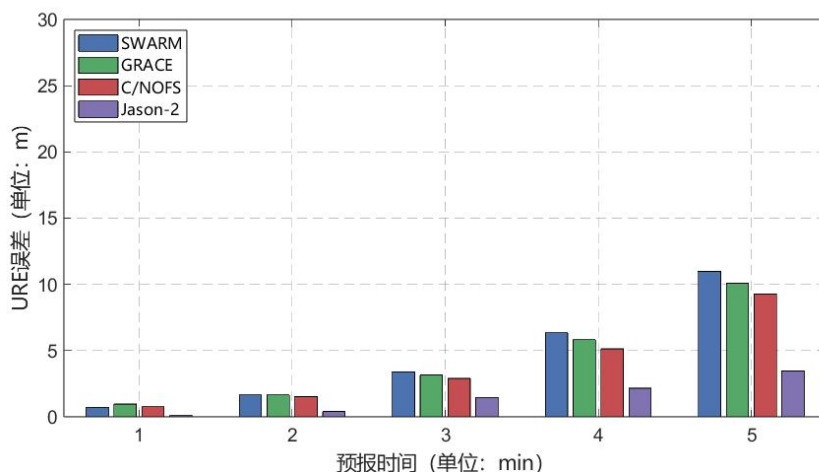


图 4.7 轨道根数型广播星历 5min 时刻预报精度（第一类无奇点 20 参方案）

用同样的实测数据，分别用轨道根数型星历和适量积分型星历中预报精度最好的方案进行轨道的拟合与预报，可以看出矢量积分型方案 1~5min 每一时刻的预报误差显著大于轨道根数型方案。

4.4 本章小结

本章以标准的 GLONASS 广播星历为基础，通过合理增加参数的方式设计了多种矢量积分型广播星历方案。通过使用仿真的低轨卫星轨道和实测轨道数据，对设计的矢量积分型广播星历进行了可靠性验证。通过设计多样的低轨卫星轨道，对数值积分方法、积分步长、轨道倾角、轨道偏心率和轨道高度这些因素对预报精度的影响。实验表明，随着轨道高度的升高，广播星历的预报精度显著提升，

且轨道偏心率和轨道倾角对预报精度的影响有限。

尽管矢量积分型广播星历有良好的无奇异特性,可以适用于所有类型的卫星轨道,但是其拟合与预报显著低于轨道根数型广播星历。值得注意的是,与轨道根数型广播星历相比,矢量积分型广播星历参数拟合的计算量较小且稳定,实验结果表明,矢量积分型广播星历参数拟合具有较快的收敛特性,通常仅需 2~3 次迭代即可达到收敛条件;而基于改进的第二类无奇点方案时,在相同收敛标准下往往需要 7~8 次迭代。这种显著差异主要源于两类模型参数相关性的本质区别:轨道根数型广播星历参数间存在较强的相互耦合,而矢量积分型模型的参数独立性更优。

第五章 低轨卫星钟差的拟合与预报研究

低轨卫星增强系统为用户提供高精度的 PNT 服务，核心媒介产品是广播星历，其中的卫星钟差构成了广播星历的关键信息。相对于中高轨卫星稳定的运行环境，低轨卫星更容易受到相对论的影响，因此有必要针对低轨卫星钟的预报展开研究。本章采用的实验数据是中国星网的某颗 500~600km 高度的低轨导航实验星在 2023 年 12 月 5 日 0 时至 2023 年 12 月 6 日 0 时的精密星历，采用主流的多项式模型、灰色模型和 BP 神经网络模型对卫星钟差进行预报实验，并对各方案进行对比，选出最优方案。

5.1 低轨卫星钟差数据预处理

在低轨卫星钟差观测数据中，粗差的存在会对后续的拟合及预报精度造成显著影响，因此必须通过有效手段进行检测与剔除。目前常用的粗差识别方法主要包括：中位数法、基于钟差一次差分的中位数法以及四分位距法。

5.1.1 中位数粗差探测法

中位数法是一种广泛应用于粗差检测的经典方法，具有实用性高、计算简便且易于实现的优势，其数学表达形式如下：

$$|z_i| > a + b \times MAD \quad (5.1)$$

$$MAD = median \left\{ \frac{|y_i - m|}{0.6745} \right\} \quad (5.2)$$

公式 5.1 中， y_i 代表卫星钟差频率观测值序列， a 为该序列的中位数值， b 为预设的正整数参数， m 表征中位数统计量， MAD 表示中位数绝对偏差， $median$ 为中位数计算运算符。

根据公式 5.2，频率观测值的特性可通过将其与中位数值及指定倍数的累计量进行比较来评估。具体而言，当观测值绝对值不大于中位数与倍数乘积之和时，判定为有效观测值；反之，若超出该临界值，则识别为异常观测值。

5.1.2 基于钟差一次差的中位数粗差探测法

在传统中位数粗差探测算法的理论框架下，本研究引入了一种改进的粗差检

测策略。该方法首先对原始钟差观测序列进行预处理，通过计算相邻历元间的差分分值构建一阶差分序列。这种数据处理方式能有效放大粗差特征，提高检测灵敏度。具体实现过程中，算法将差分序列的中位值作为基准统计量，结合预设的放大系数与 MAD 共同构成动态判别阈值。通过系统性地比较各观测点的一阶差分分值与判别阈值的大小关系，实现粗差的精准识别。该方法的完整数学模型可表示为如下表达式：

$$MAD = median \left\{ \frac{|\Delta l_i - k_{\Delta}|}{0.6745} \right\} \quad (5.3)$$

在公式 5.3 中， k_{Δ} 表示钟差数据的一次差序列中位数， Δl 表示钟差一次差的序列。

5.1.3 四分位粗差探测法

四分位粗差探测法是一种基于数据分布特性的异常值检测方法，其核心思想是通过计算数据的四分位距来设定异常值的判定范围。具体而言，首先确定数据的第一四分位数（ Q_1 ）和第三分位数（ Q_3 ），然后计算 $IQR = Q_3 - Q_1$ 。通常情况下，若数据点小于 $Q_1 - 1.5 \times IQR$ 或大于 $Q_3 + 1.5 \times IQR$ ，则被视为异常值。这种方法简单高效，能够有效识别数据中的离群点，适用于多种数据分析场景。

该方法的核心统计量体系采用四分位数的分布特征作为评定基准，具体包含以下关键指标：第一四分位数（ Q_1 ，即第 25 百分位数）、中位数（ Q_2 ，即第 50 百分位数）、第三四分位数（ Q_3 ，即第 75 百分位数）以及四分位距（ IQR ，即 Q_3 与 Q_1 的差值）。这些统计量共同构成了粗差检测的判定标准体系，其数学表达：

$$C = \frac{x - M}{0.7413 IQR} \quad (5.4)$$

在公式 5.4 中， C 代表粗差判定的阈值系数，观测序列 x 由原始钟差数据构成，反映了卫星时钟的时间特性， IQR 作为离散程度度量，其计算基于钟差序列的四分位点分布特征。 $IQR = Q_3 - Q_1$ 。其中， Q_3 表示 75 百分数， Q_1 表示 25 百分数。

5.2 低轨卫星钟差预报模型

5.2.1 多项式模型

在卫星精密钟差预报领域，多项式拟合作为一种经典的建模方法，已被众多学者深入研究并广泛应用。根据模型复杂度的不同，多项式拟合可分为三个主要类别：线性（一次）多项式模型、二次多项式模型以及高阶多项式模型。其中，二次多项式模型因其独特的优势而备受关注——模型中的各项系数具有明确的物理意义解释：常数项对应钟差偏移，一次项反映频率偏差，二次项表征频率漂移率。这种参数物理意义的可解释性，使得二次多项式模型成为卫星钟差预报研究中最常采用的建模方法。

n 阶多项式模型的表达式：

$$y_i + \Delta v_i = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \dots + a_n t^n \quad (5.5)$$

其中， y_i 表示 t_i 时刻的钟差观测值作为模型的因变量， $\hat{a}_0, \hat{a}_1, \dots, \hat{a}_n$ 代表待估计的多项式系数，这些参数需要通过最小二乘等优化算法进行求解， Δv_i 则表征观测过程中无法避免的随机误差项，通常假设服从均值为零的正态分布。

当取多项式阶数 $n=2$ 时，公式 5.5 退化为二次多项式模型。该形式在卫星钟差预报研究中具有重要地位。模型中的三个待估参数分别对应着原子钟的三个关键物理特性：常数项 a_0 反映接收机与卫星间的初始相位偏差，一次项系数 a_1 表征时钟频率偏差即钟速，二次项系数 a_2 描述时钟频率漂移率即钟漂。表达式为：

$$\hat{y}_i = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 t + \hat{a}_2 t^2 \quad (5.6)$$

公式 5.2 中的 $\hat{t}_i, \hat{a}_0, \hat{a}_1, \hat{a}_2$ 分别表示各参数对应的预估值。

5.2.2 灰色模型 GM(1,1)

灰色模型 GM(1,1) 的微分方程为：

$$\frac{dx}{dt} + ax = u \quad (5.7)$$

公式 5.7 中的 a 和 u 是待识别参数。白化值可以通过原始数据生成的数列求得，需要一个参照标准进行优化。显然公式 5.7 本质上构成一个一阶微分方程，

这种动态系统模型特别适用于时间序列预测问题。

假设钟差数据的时间序列为： $x^0 = \{x^0(k), k = 1, 2, \dots, n\}$ ，通过一次累加可以得到新数列 $x^1 = \{x^1(k), k = 1, 2, \dots, n\}$ ，利用新数列可以建立离散预测模型，利用样本的一次相加结果建立灰色预测模型：

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = [x^{(0)}(1) - \frac{\hat{u}}{\hat{a}}]e^{-\hat{a}k} + \frac{\hat{u}}{\hat{a}} \quad (5.8)$$

利用该预测模型可以计算相对于起始时刻，任何时间的参数预测值：

$$\hat{x}^{(0)}(k) = (1 - e^{\hat{a}})[x^{(0)}(1) - \frac{\hat{u}}{\hat{a}}]e^{-\hat{a}(k-1)} \quad (5.9)$$

5.2.3 BP 神经网络模型

BP 神经网络模型中有三种结构，分别是输入层、中间层、输出层，中间层也叫隐含层，层数可依实例随意改变。计算机读取的数据通过输入层依次传递给若干中间层，数据经过处理向下一层传递，一直到输出层，而误差则反向向上一层传递。如果输出层得到的结果与预期相差过大，则根据反向传递的误差的大小调整训练模型的权值和阈值，使输入的数据不断迭代以逼近一个理想结果，直到某一次迭代使误差达到收敛精度，此时停止计算。隐含层则由输入层与输出层的个数而定，在迭代计算中根据误差不断调整。

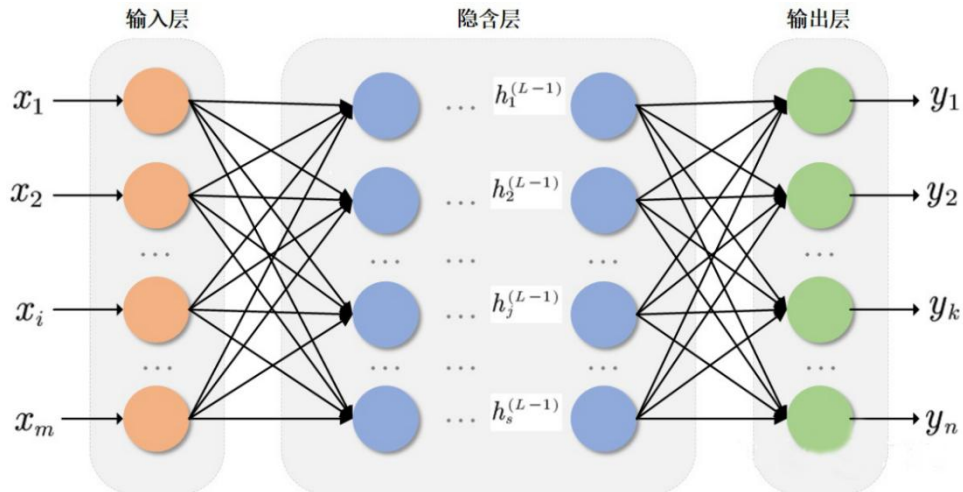


图 5.1 多层神经网络结构模型

输入层： $X = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_m)$

中间层： $H^l = (h_1^l, h_2^l, \dots, h_j^l, h_s^l) (l = 2, 3, 4, \dots, l-1)$

输出层： $Y = (y_1, y_2, y_3, \dots, y_n)$

根据以上图例，假设在单一神经元模型中， w_{jk}^L 代表 L-1 层的第 j 个神经元与 L 层第 k 个神经元的连接权重， b_j^L 代表第 L 层第 j 个神经元的偏置。

由此可以推得以下两个公式：

$$h_k^l = f(\text{net}_k^l) \quad (5.10)$$

$$\text{net}_k^l = \sum_{j=1}^{s_{l-1}} w_{jk}^l + b_k^l \quad (5.11)$$

其中第一个公式中的 net_k^l 代表第 l 行第 j 个神经元的输入， $f(x)$ 为激活函数。

由于数据经过隐含层的处理是非线性的，所以需要谨慎选取初始值。同时训练方法的选择对训练速度也有很大影响，直接影响到网络的性能。但是由于本次钟差数据量较小，不同训练方法在此不做比较，直接选取专业内 Levenberg-Marquardt 算法，学习速率设置为 0.01，训练次数为 1000，学习目标设置为 0.1。

5.3 钟差预报

在开展卫星钟差预报实验时，首先需要采用统计方法对原始观测数据进行粗差探测和剔除处理，确保数据质量；随后基于同一预报模型对比分析不同粗差处理方法对预报结果的影响，建立基准参照；进而系统评估各类预报模型的精度指标，综合考虑计算复杂度和预报稳定性等因素；最终通过优化算法确定最优的组合策略，为工程应用提供兼顾精度与效率的钟差预报解决方案。

5.3.1 粗差剔除

本小节采用实验星 2024 年 12 月 5 日的钟差数据，分别使用中位数粗差探测法、基于钟差一次差的粗差探测法和四分位粗差探测法进行粗差剔除，剔除前后效果对比如下图所示。

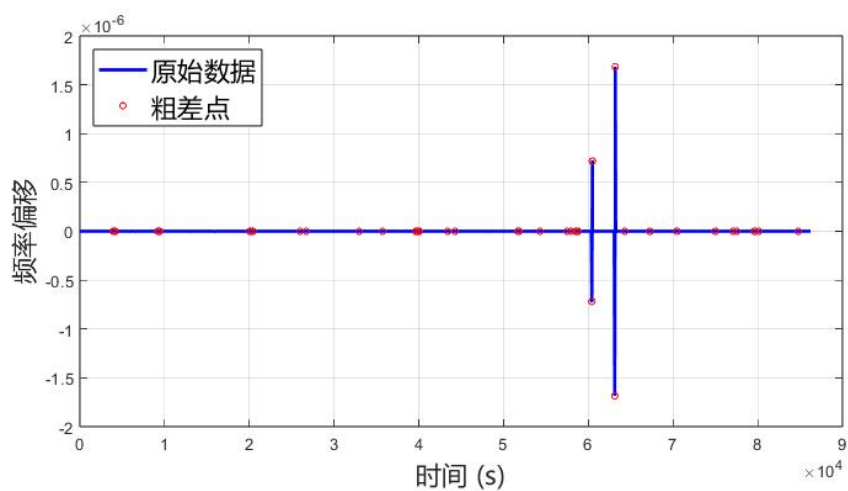


图 5.2 基于中位数粗差探测前的卫星钟频率

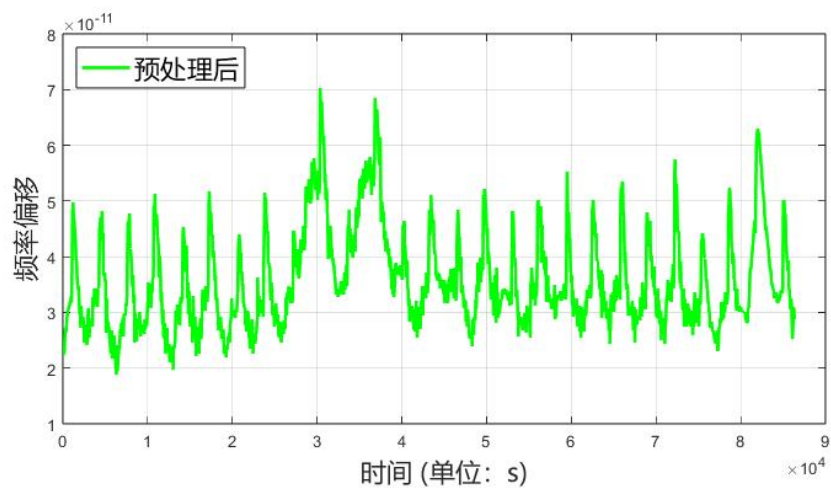


图 5.3 基于中位数粗差探测预处理后的卫星钟频率

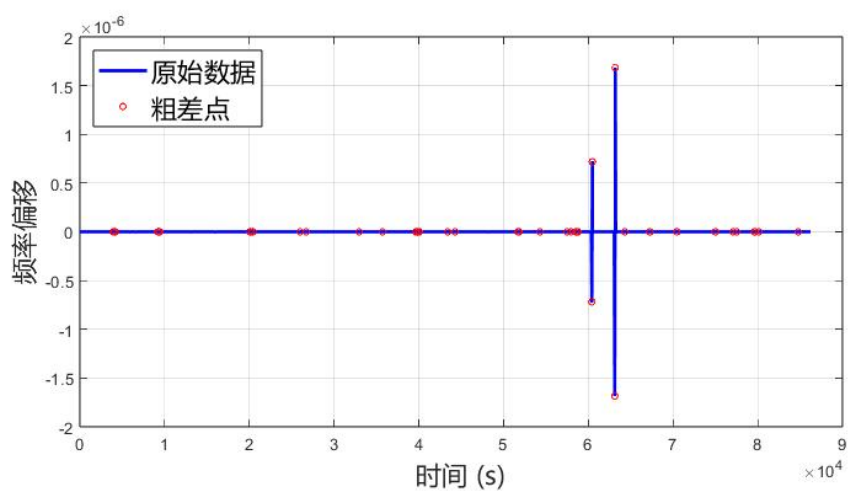


图 5.4 基于钟差一次差的中位数粗差探测前的卫星钟频率

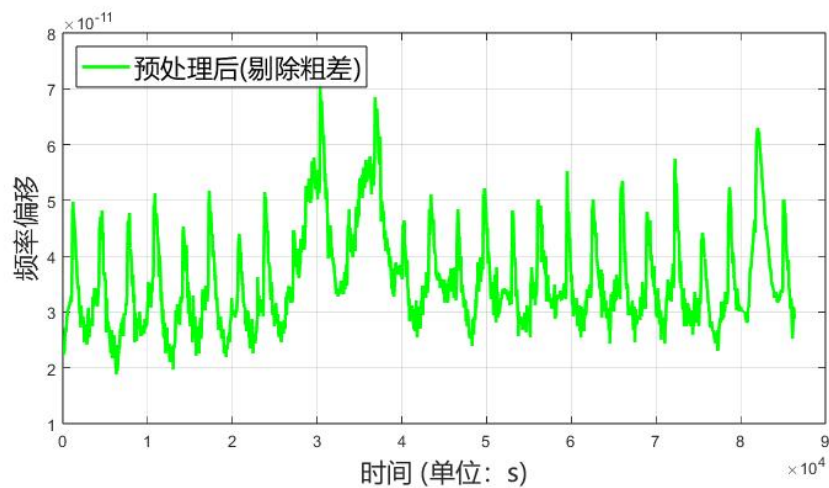


图 5.5 基于四分位粗差探测预处理后的卫星钟频率

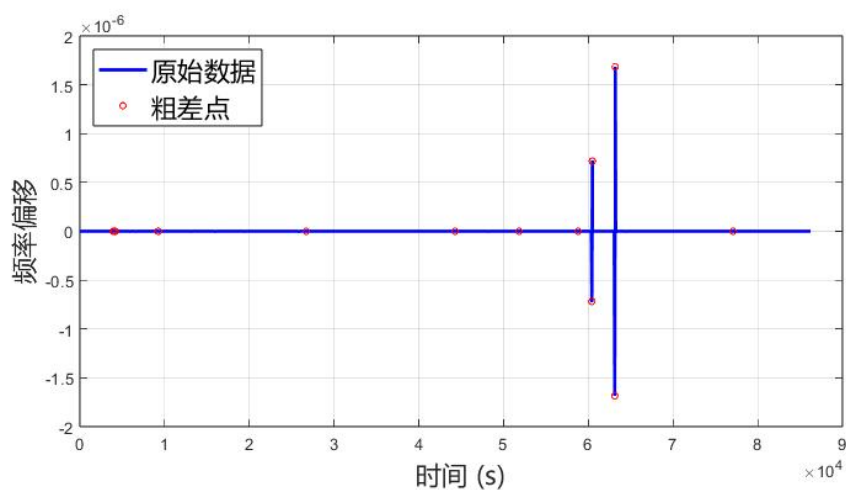


图 5.6 基于四分位粗差探测预处理前的卫星钟频率

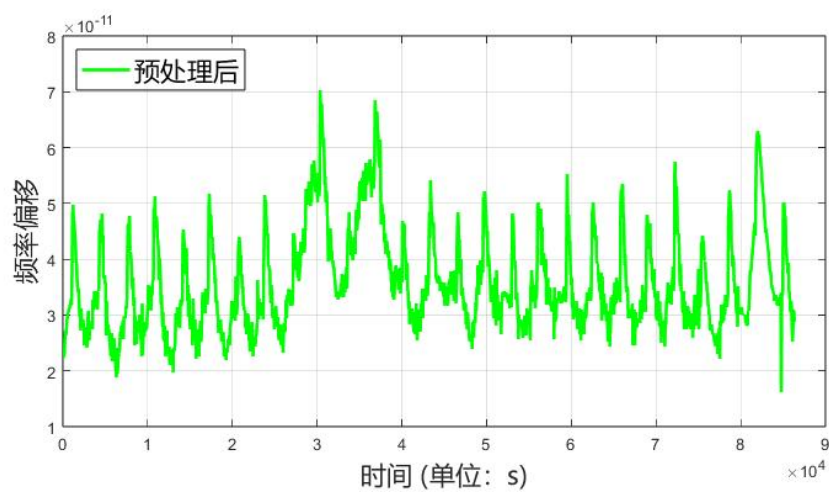


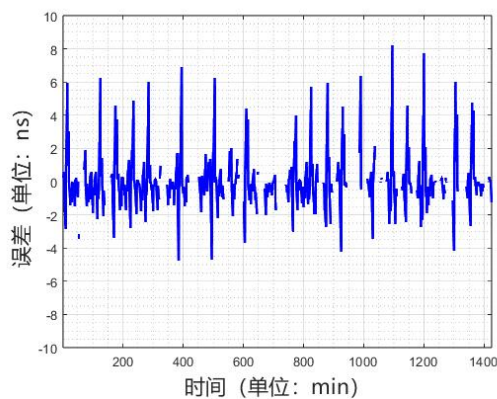
图 5.7 基于四分位粗差探测预处理后的卫星钟频率

从粗差剔除前后的卫星钟频率偏移看,三种粗差探测和剔除方法都可以对较大的误差进行很好的消除,剔除粗差后的卫星钟频率偏移都在正常范围内,可以很好反映出卫星钟的频率偏移随周期的变化。其中,中位数粗差探测法和基于钟差一次差的粗差探测法的粗差剔除效果相差不大,这可能是数据采样间隔较长导致的。从实验数据中可以发现基于钟差一次差的粗差探测法剔除的连续误差较多,而四分位粗差探测法剔除的误差最少。

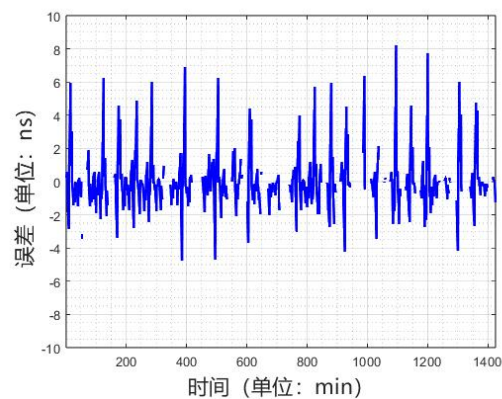
为了评估粗差的剔除效果,分别将基于中位数粗差探测法、钟差一次差粗差探测法和四分位粗差探测法处理后的数据,使用经典的二次多项式拟合方法拟合 15min 的数据,进行 1-5min 的钟差预报,统计每个时刻的预报值与真值之间的 RMS 误差,统计结果如表 5.1 所示,1~5min 时刻的预报误差。

表 5.1 基于二次多项式的低轨卫星钟差预报 RMS 误差 (单位: ns)

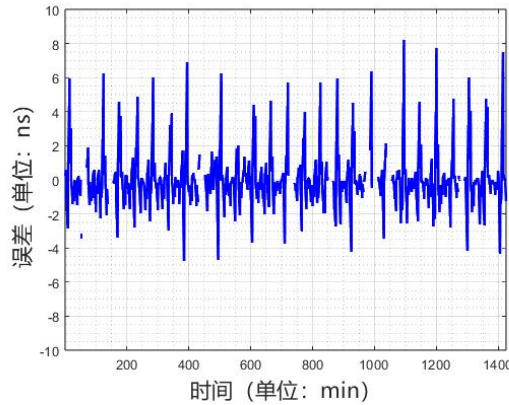
粗差探测方案	预报精度				
	1min	2min	3min	4min	5min
中位数粗差探测法	0.580	0.935	1.36	1.813	2.375
钟差一次差的粗差探测法	0.581	0.930	1.36	1.81	2.380
四分位粗差探测法	0.561	0.922	1.339	1.785	2.321



(a) 中位数粗差探测法



(b) 基于钟差一次差的粗差探测法



(c) 四分位粗差探测法

图 5.8 使用不同数据预处理方法的卫星钟差预报误差

从图 5.8 中可以看出，中位数粗差探测法和基于钟差一次差的粗差探测法剔除的粗差较多，而四分位粗差探测法剔除误差较少，因此第三张图的连贯性较好。结合表 5.1 中的数据可以看出中位数粗差探测法和基于钟差一次差的粗差探测法的预报精度分别为 2.375ns 和 2.380ns，5min 时刻预报值仅相差 0.005ns。而四分位粗差探测法的 1~5min 预报误差都小于前两种方案，5min 时刻预报误差仅 2.32ns。综合实验数据看可以得出结论：四分位粗差探测法是粗差剔除效果最好的方案。因此，采用四分位粗差探测法进行卫星钟差数据的预处理。

5.3.2 预报精度及分析

采用 2023 年 12 月 5 日 0 时至 2023 年 12 月 6 日 0 时的精密星历中的钟差数据，分别用 5min 至 20min 之间每 5min 间隔拟合二次多项式项参数，然后用拟合的参数预报 1min 至 5min 的卫星钟差，以后处理星历的钟差作为真值检测预报钟差的精度，具体的实验结果如下表 5.2 所示。

表 5.2 基于二次多项式的不同拟合时长钟差预报 RMS 误差（单位：ns）

拟合时长 (min)	预报精度				
	1min	2min	3min	4min	5min
5	0.224	0.51	0.950	1.575	2.153
10	0.326	0.611	0.989	1.41	1.917
15	0.561	0.922	1.339	1.785	2.321
20	0.81	1.196	1.633	2.102	2.663

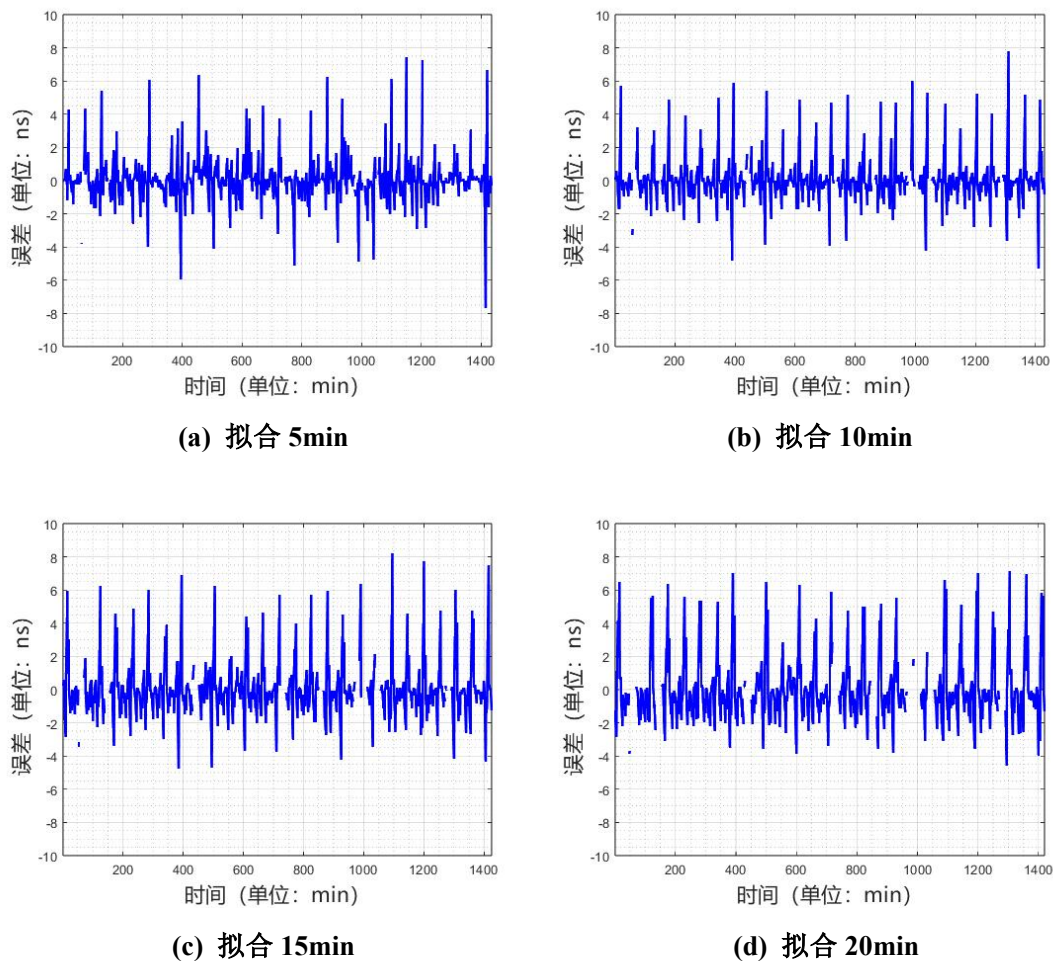


图 5.9 基于二次多项式的不同拟合时长钟差预报误差

从表 5.2 中数据可以看出, 随着拟合时间的增加, 短期的 1~3min 预报精度逐渐下降, 在 3min 时刻开始出现分化, 10min 拟合时长方案的 5min 预报误差最小, 略小于 5min 拟合时长的方案。其中 20min 拟合时长的方案精度最差, 5min 时刻的预报误差为 2.663ns。

表 5.3 基于三次多项式的低轨卫星钟差预报 RMS 误差 (单位: ns)

拟合时长 (min)	预报精度				
	1min	2min	3min	4min	5min
5	0.671	1.282	1.95	2.815	3.915
10	0.294	0.624	1.338	1.848	2.39
15	1.12	1.48	1.9	2.31	2.75
20	1.63	2.03	2.49	2.94	3.4

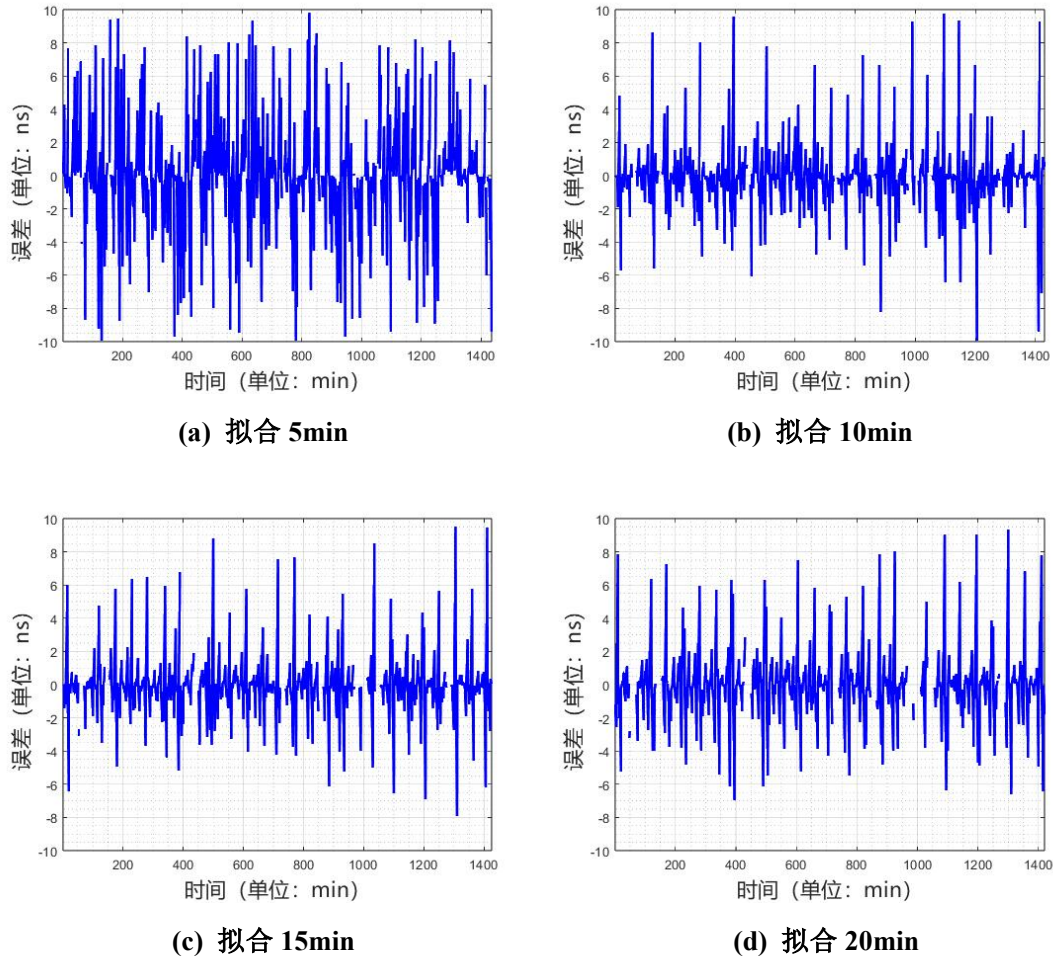


图 5.9 基于二次多项式的不同拟合时长钟差预报误差

基于三次多项式的预报精度如图 5.9 所示，通过对比四个方案的钟差预报图形，可以发现 5min 拟合时长的方案预报误差发散明显，这应该是拟合时长过且拟合阶数较高导致了过拟合，5min 时长的拟合方案精度最差，预报精度在 5min 时刻是 2.915ns。预报精度最好的是 10min 拟合时长方案，5min 预报精度是 2.39ns，且该方案在 1~5min 的预报精度始终最高。

表 5.4 基于灰色模型 GM(1,1)的低轨卫星钟差预报 RMS 误差（单位：ns）

拟合时长 (min)	预报精度				
	1min	2min	3min	4min	5min
5	0.295	0.683	0.942	1.796	2.394
10	0.352	0.615	0.824	1.298	1.649
15	0.520	0.978	1.398	2.195	2.475
20	0.846	1.114	1.650	2.448	2.791

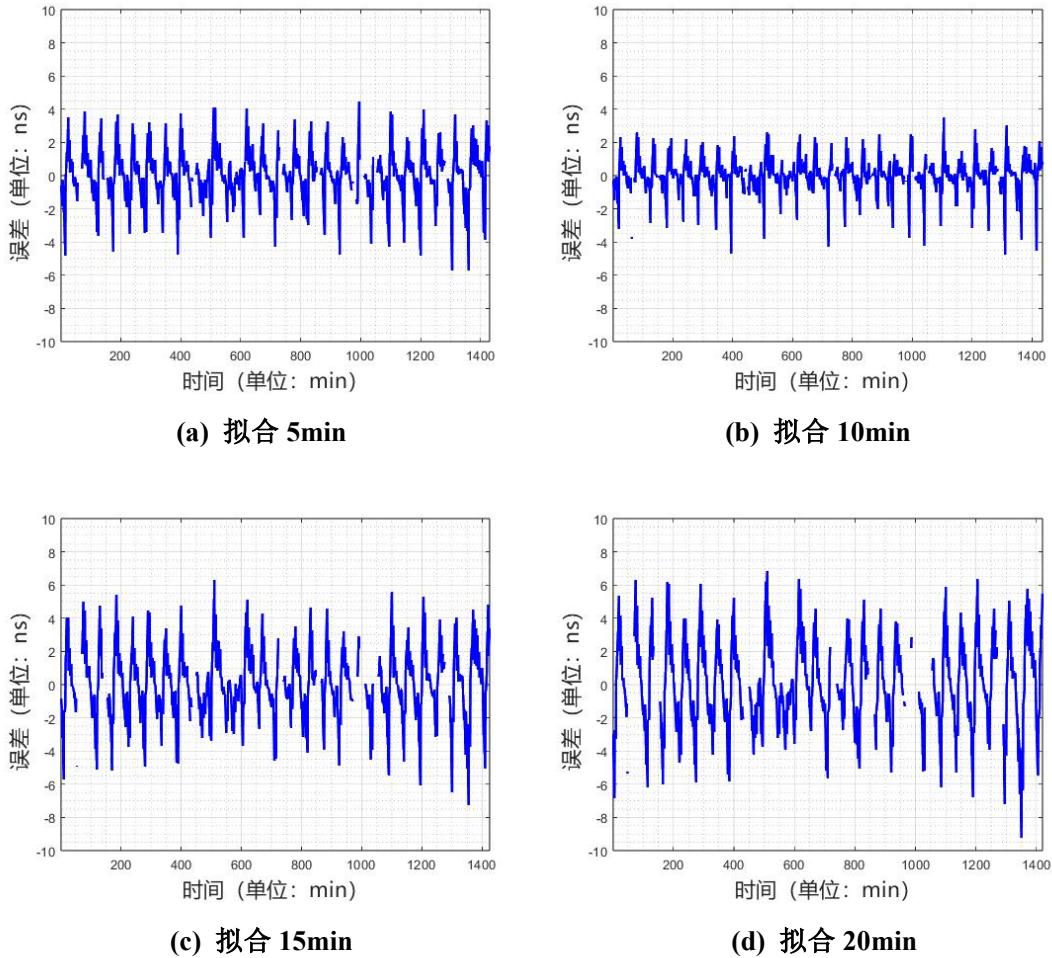


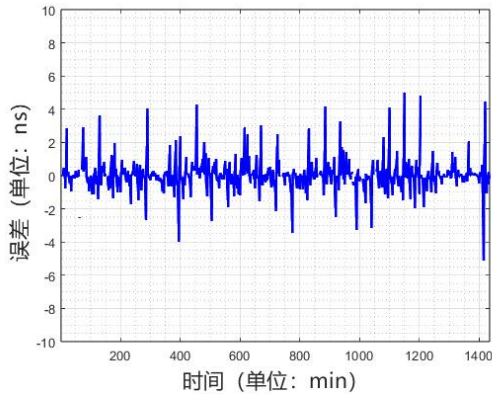
图 5.10 基于灰色模型法 GM(1,1)的不同拟合时长钟差预报误差

基于灰色模型法 GM(1,1)的预报精度如图 5.10 所示,可以看出该方案的预报精度要好于二次多项式和三次多项式模型,该方案中存在一些特殊的数据值得关注和比较。首先,当拟合时长为 5 分钟时,1 分钟的预报精度达到了 0.295ns,这是所有拟合时长中最高的预报精度。这表明,较短的拟合时长在短期预报中具有显著优势,尤其是在 1 分钟预报时,精度差异尤为明显,相比之下,拟合时长为 20 分钟时,1 分钟的预报精度为 0.846ns,明显低于 5 分钟拟合时长方案的预报精度。

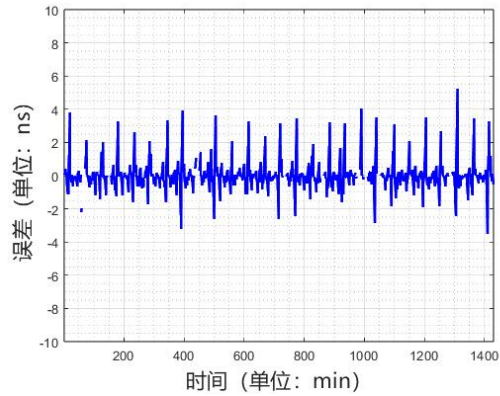
其次,观察拟合时长为 15 分钟和 20 分钟的数据,可以发现两者的预报精度变化较为平缓。例如,15 分钟拟合时长下,1 分钟至 5 分钟的预报精度分别为 0.520ns、0.978ns、1.398ns、2.195ns 和 2.475ns;而 20 分钟拟合时长下,相应的精度都有不同幅度升高。这两组数据的差异较小,说明在 15 分钟至 20 分钟的拟合时长范围内,预报精度的变化相对稳定。

表 5.5 基于 BP 神经网络的低轨卫星钟差预报 RMS 误差 (单位: ns)

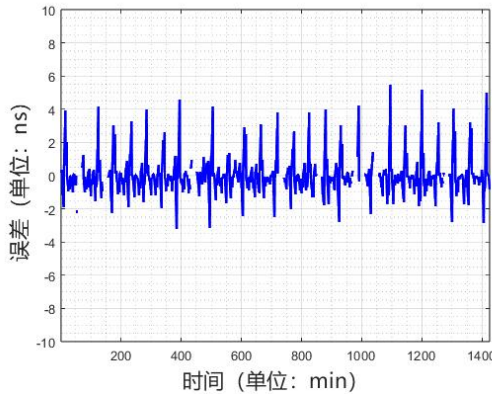
拟合时长 (min)	预报精度				
	1min	2min	3min	4min	5min
5	0.135	0.483	0.842	1.196	1.694
10	0.146	0.411	0.659	0.910	1.317
15	0.217	0.417	0.927	1.385	1.728
20	0.318	0.696	1.133	1.402	1.763



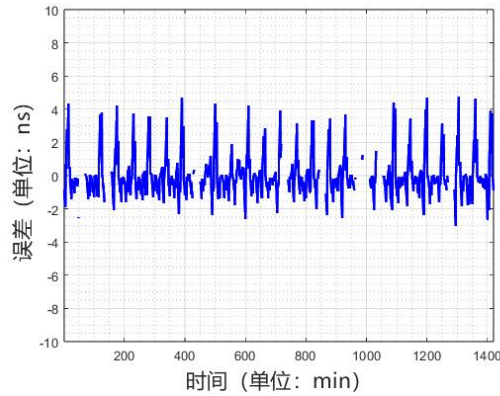
(a) 拟合 5min



(b) 拟合 10min



(c) 拟合 15min



(d) 拟合 20min

图 5.11 基于 BP 神经网络的不同拟合时长钟差预报误差

基于 BP 神经网络的预报精度如图 5.11 所示,可以看出该方案的预报精度要优于多项式模型和灰色模型 GM(1,1)。当拟合时长为 5 分钟时,1 分钟的预报精度达到了 0.135ns,这是所有拟合时长中最高的预报精度。这表明,较短的拟合时长在短期预报中具有显著优势,尤其是在 1 分钟预报时,精度差异尤为明显,相比之下,拟合时长为 20 分钟时,1 分钟的预报精度为 0.218ns,明显低于 5 分钟拟合时长方案的预报精度。

其次,观察拟合时长为 15 分钟和 20 分钟的数据,可以发现两者的预报精度

变化较为平缓。例如，15 分钟拟合时长下，1 分钟至 5 分钟的预报精度分别为 0.217ns、0.417ns、0.927ns、1.385ns 和 1.728ns；而 20 分钟拟合时长下，相应的精度都有不同幅度升高。这两组数据的差异较小，说明在 15 分钟至 20 分钟的拟合时长范围内，预报精度的变化相对稳定。预报效果最好的是 10min 拟合时长的方案，5min 时刻预报误差是 1.317ns。

5.4 本章小结

本章主要针对低轨卫星钟差的拟合与预报进行了深入研究，重点探讨了数据预处理方法和预报模型的精度。首先，探讨了低轨卫星钟差数据的粗差探测与剔除方法，分别采用中位数粗差探测法、基于钟差一次差的中位数粗差探测法以及四分位粗差探测法，通过对比每种方法粗差剔除效果，选择出最优方案进行数据预处理，后续的拟合与预报提供了高质量的数据基础。

在预报模型方面，第三小节分别采用了二次多项式模型、三次多项式模型、灰色模型 GM(1,1)和 BP 神经网络模型进行钟差预报。通过比较不同方案的钟差预报结果，挑选出了最佳的模型。综合实验结果，本章得出结论：BP 神经网络模型在 10min 拟合时长的策略下预报精度最好，5min 时刻预报误差为 1.317ns。

第六章 总结与展望

6.1 本文主要工作和结论

本文围绕低轨卫星导航增强系统的核心需求,系统研究了低轨卫星广播星历的拟合与预报模型设计、钟差建模与预报方法,并结合仿真与实测数据验证了模型的性能。主要创新点与结论如下:

(1) 基于轨道根数型广播星历模型设计了三种基础模型:第一类无奇点根数模型、第二类无奇点根数模型及其改进根数模型。第一类无奇点根数方案可以解决低轨卫星在偏心率接近 0 时发生的奇异问题,此问题是由于升交点赤经不明确造成参数拟合失败,可以通过引入二维偏心率矢量 e_x 与 e_y 解决,组合 u 可以消除近地点幅角 ω 与平近点角 M 强相关的问题。第二类无奇点轨道根数方案可以解决低轨卫星在小轨道倾角和小偏心率情况下发生的奇异问题,此问题可以通过额外引入二维倾角向量 i_x 与 i_y ,解决偏心率和轨道倾角计算误差造成参数拟合失败的情况,但是在轨道倾角过大时,该方案仍然会出现参数拟合过程中的奇异问题。改进的第二类无奇点方案通过对轨道倾角进行数学处理,在解决上述问题的同时,解决轨道倾角过大时造成的参数拟合失败的问题。

(2) 基于第一类无奇点轨道设计的 8 种星历模型为基础,通过轨道根数直接外推的方式获得了每种参数模型 1-5min 的预报 URE。基于 20 参数方案,讨论了 5min 预报 URE 和轨道倾角、偏心率、轨道高度和拟合时间长度的关系。增加参数个数对降低拟合 URE 效果显著,但是对预报 URE 提升有限。相比于 16 参模型,23 参数模型拟合 URE 提升幅度达到 92.3%,但是相应的 5min 预报 URE 仅提升 7.7%,20 参数模型的拟合 URE 提升幅度为 71.2%,预报 URE 提升幅度为 26.2%。20 参数方案在轨道倾角为 15°时误差最小,倾角小于 5°或大于 65°都会使拟合 URE 显著变大。20 参数方案的预报 URE 随着轨道高度的升高而下降,在轨道高度大于 600km 时,15min 的拟合弧长预报 URE 要小于 20min 的拟合弧长在小于 15min 时,20 参数方案的预报 URE 会显著提高。

(3) 以标准的 GLONASS 广播星历为基础,通过合理增加参数的方式设计了多种矢量积分型广播星历方案,适用于低轨卫星的轨道。通过设计多样的低轨

卫星轨道，对数值积分方法、积分步长、轨道倾角、轨道偏心率和轨道高度这些因素进行了深入研究，探究各种因素对于轨道预报精度的影响。实验表明，随着轨道高度的升高，广播星历的预报精度显著提升，且轨道偏心率和轨道倾角对预报精度的影响有限。从本章的实验结果可以看出，矢量积分型广播星历的拟合与预报精度较差。预报精度最好的矢量积分型广播星历是方案 3，5min 时刻的预报精度是 10.456m，而预报精度最好的第一类无奇点轨道根数型广播星历方案是 20 参方案，5min 时刻预报精度为 4.045m，远小于矢量积分型广播星历方案 3 的预报精度。受益于矢量积分型广播星历的无奇异特性，与轨道根数型广播星历相比，参数拟合的计算量较小且稳定，在实际计算过程中，矢量积分型广播星历参数拟合通常需要 2 至 3 次迭代即可收敛，而改进采用第二类无奇点轨道根数设计时，应用相同的迭代策略，大多数情况下仍需 7 至 8 次迭代才能达到收敛。

(4) 针对低轨卫星钟差的拟合与预报进行了深入研究，重点探讨了数据预处理方法和预报模型的精度。在对钟差数据的预处理方法讨论中，引入了中位数粗差探测法、基于钟差一次项的中位数粗差探测法和四分位粗差探测法，使用同样的二次多项式模型比较预处理后的钟差预报精度，挑选出最佳的数据预处理方法：四分位粗差探测法。对于钟差预报方法的评估，本文使用了传统的多项式模型、灰色模型 GM(1,1)和 BP 神经网络模型，设计不同的钟差拟合与预报策略，通过比较分析挑选出最佳的钟差预报模型和预报策略：使用 10min 拟合时长的 BP 神经网络模型。该模型在 10min 拟合时长的策略下预报精度最好，5min 时刻预报误差为 1.317ns。

6.2 研究展望

鉴于本人科研水平有限，有部分工作尚未深入研究。结合目前已有的研究成果总结了下一步的研究内容：

(1) 当前针对广播星历模型的验证研究仍存在若干关键性挑战：首先，在数据基础方面，现有低轨导航卫星星座规模有限，其轨道特性（包括轨道倾角、偏心率及高度等参数）的多样性不足，难以全面验证模型在不同轨道条件下的适应性与可靠性。其次，在地面观测系统方面，多数测站尚未配置适用于低轨卫星

的专用频段接收设备，且受地缘政治因素影响，现在可用的监测站主要分布于国内区域，导致可用于轨道确定的观测弧段普遍较短。这些客观限制条件对星历模型设计提出了更高要求：一方面需要提升模型在稀疏数据条件下的参数解算稳定性，另一方面要确保短弧段观测下的轨道预报精度。在未来的研究中，最重要的是构建全球分布的低轨卫星监测网络，其次开发适应短弧段观测的参数估计方法，最后通过实测数据结合仿真数据扩充不同轨道构型的验证场景，以系统评估模型在复杂空间环境下的性能表现。这些突破将显著提升新一代低轨导航系统的服务可靠性。

（2）目前针对低轨卫星钟差特性的研究仍面临数据不足和方法适配的双重挑战。由于现有公开的低轨导航卫星钟差数据在轨道类型覆盖、时间分辨率和数据来源多样性等方面均存在明显局限，相关研究需待更多数据开放后才能深入展开。在技术层面，传统中高轨卫星的钟差处理模型难以适应低轨卫星的高动态环境，亟需开发新的频率特性分析方法和自适应粗差探测算法，特别是要考虑不同轨道高度和周期特性对原子钟性能的影响。建议未来从三方面推进研究：一是系统构建多源低轨卫星钟差数据库，二是探索轨道动力学与钟差演变的耦合机制，三是研发基于深度学习的动态建模方法，为低轨导航系统的精度提升提供理论基础和技术支撑。

参考文献

- [1] 宁津生, 姚宜斌, 张小红. 全球导航卫星系统发展综述 [J]. 导航定位学报, 2013, 1(01): 3-8.
- [2] ZUMBERGE J F, HEFLIN M B, JEFFERSON D C, et al. Precise point positioning for the efficient and robust analysis of GPS data from large networks [J]. Journal of Geophysical Research: Solid Earth, 1997, 102(B3): 5005-17.
- [3] NEREM R S, LARSON K M. Global Positioning System, Theory and Practice, 5th Edition [J]. Eos, Transactions American Geophysical Union, 2001, 82(33): 365-.
- [4] 张小红, 李星星, 李盼. GNSS 精密单点定位技术及应用进展 [J]. 测绘学报, 2017, 46(10): 1399-407.
- [5] 杨元喜. 综合 PNT 体系及其关键技术 [J]. 测绘学报, 2016, 45(05): 505-10.
- [6] 杨元喜. 弹性 PNT 基本框架 [J]. 测绘学报, 2018, 47(07): 893-8.
- [7] CHOY S, BISNATH S, RIZOS C. Uncovering common misconceptions in GNSS Precise Point Positioning and its future prospect [J]. GPS Solutions, 2016, 21(1): 13-22.
- [8] AGINIPARTHI A S, VANKADARA R K, MOKKAPATI R K, et al. Evaluating the single-frequency static precise point positioning accuracies from multi-constellation GNSS observations at an Indian low-latitude station [J]. Journal of Applied Geodesy, 2024, 18(4): 699-707.
- [9] CHEN J, WANG J, ZHANG Y, et al. Modeling and Assessment of GPS/BDS Combined Precise Point Positioning [J]. Sensors, 2016, 16(7): 1151.
- [10] PAN L, ZHANG X, LI X, et al. Satellite availability and point positioning accuracy evaluation on a global scale for integration of GPS, GLONASS, BeiDou and Galileo [J]. Advances in Space Research, 2019, 63(9): 2696-710.
- [11] CAI C, GAO Y. Modeling and assessment of combined GPS/GLONASS precise point positioning [J]. GPS Solutions, 2013, 17(2): 223-36.
- [12] CHEN J, ZHANG Y, WANG J, et al. A simplified and unified model of multi-GNSS precise point positioning [J]. Advances in Space Research, 2015, 55(1): 125-34.
- [13] CAI C, GAO Y, PAN L, et al. Precise point positioning with quad-constellations: GPS, BeiDou, GLONASS and Galileo [J]. Advances in Space Research, 2015, 56(1): 133-43.
- [14] HE L, DAI W, WANG H, et al. Elevating performance in BDS-3 Precise Point Positioning Ambiguity Resolution through LEO augmented constellations [J]. Measurement, 2024, 236: 115010-.
- [15] WENWEN L, QIANGWEN Y, XIAODONG D, et al. LEO augmented precise point positioning using real observations from two CENTISPACE™ experimental satellites [J]. GPS Solutions, 2023, 28(1).
- [16] LI X, MA F, LI X, et al. LEO constellation-augmented multi-GNSS for rapid PPP convergence [J]. Journal of Geodesy, 2018, 93(5): 749-64.
- [17] ZHAO Q, PAN S, GAO C, et al. BDS/GPS/LEO triple-frequency uncombined precise point positioning and its performance in harsh environments [J]. Measurement, 2020, 151: 107216-.

- [18] LI X, LV H, MA F, et al. GNSS RTK Positioning Augmented with Large LEO Constellation [J]. Remote Sensing, 2019, 11(3): 228.
- [19] LI X, LI X, MA F, et al. Improved PPP Ambiguity Resolution with the Assistance of Multiple LEO Constellations and Signals [J]. Remote Sensing, 2019, 11(4): 408.
- [20] SHIWEI T, WEIHENG D, RENFU L, et al. System using hybrid LEO-GPS satellites for rapid resolution of integer cycle ambiguities [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2014, 50(3): 1774-85.
- [21] REID T G R, NEISH A M, WALTER T, et al. Broadband LEO Constellations for Navigation [J]. Navigation, 2018, 65(2): 205-20.
- [22] 田野, 边朗, 张立新. 基于鸿雁星座首发星的导航信息增强系统; 第十一届中国卫星导航年会, 中国四川成都, F, 2020 [C].
- [23] 袁洪, 陈潇, 罗瑞丹, 等. 对低轨导航系统发展趋势的思考 [J]. 导航定位与授时, 2022, 9(01): 1-11.
- [24] SURVEYING C O, GEO-INFORMATICS T U, SHANGHAI 200092, CHINA, SURVEYING C O, et al. LEO enhanced Global Navigation Satellite System (LeGNSS) for real-time precise positioning services [J]. Advances in Space Research, 2019, 63(1): 73-93.
- [25] WANG L, LI D, CHEN R, et al. Low earth orbiter (LEO) navigation augmentation: Opportunities and challenges [J]. Strategic Study of Chinese Academy of Engineering, 2020, 22(2): 144-52.
- [26] XIE X, GENG T, ZHAO Q, et al. Design and validation of broadcast ephemeris for low Earth orbit satellites [J]. GPS Solutions, 2018, 22(2).
- [27] WANG A, CHEN J, ZHANG Y, et al. Performance Evaluation of the CNAV Broadcast Ephemeris [J]. Journal of Navigation, 2019, 72(5): 1331-44.
- [28] YIN H, MORTON Y T, CARROLL M, et al. Performance Analysis of L2 and L5 CNAV Broadcast Ephemeris for Orbit Calculation [J]. Navigation, 2015, 62(2): 121-30.
- [29] ICD-GLONASS. Global Navigation Satellite System GLONASS, Interface Control Document, General Description of Code Division Multiple Access Signal System [M]. 2016.
- [30] WU C M-R H, HUANG J, ET AL. Demand Side Management for Wind Power Integration in Microgrid Using Dynamic Potential Game Theory[C/OL]//2011 IEEE GLOBECOM Workshops (GC Wkshps). [J]. IEEE, 2011: 1199-1204.
- [31] WARREN D L M, RAQUET J F. Broadcast vs. precise GPS ephemerides: a historical perspective [J]. GPS Solutions, 2003, 7(3): 151-6.
- [32] MONTENBRUCK O, STEIGENBERGER P, HAUSCHILD A. Broadcast versus precise ephemerides: a multi-GNSS perspective [J]. GPS Solutions, 2014, 19(2): 321-33.
- [33] ZHIPENG W, WEI S, RUI L, et al. Characteristics of BDS Signal-in-Space User Ranging Errors and Their Effect on Advanced Receiver Autonomous Integrity Monitoring Performance [J]. Sensors (Basel, Switzerland), 2018, 18(12): 4475-.
- [34] BING X, HAITAO W, YUNBIN Y. Performance of BeiDou-3 signal-in-space ranging errors: accuracy and distribution [J]. GPS Solutions, 2021, 25(1).
- [35] LV Y, GENG T, ZHAO Q, et al. Initial assessment of BDS-3 preliminary system signal-in-space range error [J]. GPS Solutions, 2020, 24: 1-13.

- [36] MONTENBRUCK O, STEIGENBERGER P, HAUSCHILD A. Multi-GNSS signal-in-space range error assessment—Methodology and results [J]. *Advances in Space Research*, 2018, 61(12): 3020-38.
- [37] DIESPOSTI R, DILELLIO J, KELLEY C, et al. The proposed state vector representation of broadcast navigation message for user equipment implementation of GPS satellite ephemeris propagation; proceedings of the Proceedings of the 2004 National Technical Meeting of The Institute of Navigation, F, 2004 [C].
- [38] 王解先, 王君刚, 陈俊平. 基于卫星位置与速度的北斗卫星广播星历拟合 [J]. *同济大学学报(自然科学版)*, 2016, 44(01): 155-60.
- [39] 王君刚, 王解先. GPS 广播星历拟合及外推精度 [J]. *辽宁工程技术大学学报(自然科学版)*, 2014, 33(08): 1118-22.
- [40] 柳青松, 刘峰, 巨涛. 小偏心率低轨卫星的星历参数拟合法 [J]. *航天器工程*, 2010, 19(04): 17-22.
- [41] 杜兰, 刘泽军, 周佩元, 等. 无旋转倾角的 NAV/CNAV 型 GEO 广播星历拟合 [J]. *测绘学报*, 2017, 46(03): 297-306.
- [42] DU L, ZHANG Z, ZHANG J, et al. An 18-element GEO broadcast ephemeris based on non-singular elements [J]. *GPS Solutions*, 2014, 19(1): 49-59.
- [43] LI X, GE M, DAI X, et al. Accuracy and reliability of multi-GNSS real-time precise positioning: GPS, GLONASS, BeiDou, and Galileo [J]. *Journal of Geodesy*, 2015, 89(6): 607-35.
- [44] 周锋, 徐天河. GPS/BDS/Galileo 三频精密单点定位模型及性能分析 [J]. *测绘学报*, 2021, 50(01): 61-70.
- [45] 喻思琪, 张小红, 郭斐, 等. 卫星导航近技术进展 [J]. *航空学报*, 2019, 40(03): 16-37.
- [46] REID T G R. Orbital diversity for global navigation satellite systems [D]; Stanford University, 2017.
- [47] XU G, XU J. On the singularity problem in orbital mechanics [J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2013, 429(2): 1139-48.
- [48] MA F, ZHANG X, LI X, et al. Hybrid constellation design using a genetic algorithm for a LEO-based navigation augmentation system [J]. *GPS solutions*, 2020, 24: 1-14.
- [49] 阮仁桂, 贾小林, 吴显兵, 等. 关于坐标旋转法进行地球静止轨道导航卫星广播星历拟合的探讨 [J]. *测绘学报*, 2011, 40(S1): 145-50.
- [50] 郭睿, 周建华, 胡小工, 等. 一种地球静止轨道卫星的快速恢复定轨方法 [J]. *测绘学报*, 2011, 40(S1): 19-25+30.
- [51] 崔先强, 杨元喜, 吴显兵. 轨道面旋转角对 GEO 卫星广播星历参数拟合的影响 [J]. *宇航学报*, 2012, 33(05): 590-6.
- [52] FU X, WU M. Optimal design of broadcast ephemeris parameters for a navigation satellite system [J]. *GPS Solutions*, 2012, 16(4): 439-48.
- [53] HINTZ G R. Survey of orbit element sets [J]. *Journal of guidance, control, and dynamics*, 2008, 31(3): 785-90.
- [54] 马福建. 低轨星座增强 GNSS 精密定位关键技术研究 [D], 2018.
- [55] 张中凯, 杜兰, 刘利, 等. GEO 广播星历参数设计的无奇点根数法 [J]. *测绘学报*, 2014, 43(05): 452-7.

- [56] 常志巧, 胡小工, 杜兰, 等. 第二类无奇点根数的北斗历书参数设计 [J]. 宇航学报, 2016, 37(11): 1298-303.
- [57] MENG L, CHEN J, WANG J, et al. Broadcast ephemerides for LEO augmentation satellites based on nonsingular elements [J]. GPS Solutions, 2021, 25(4): 129.
- [58] 路余, 杜兰, 张中凯, 等. 增强型轨道列表星历及其在北斗混合星座中的应用 [J]. 宇航学报, 2015, 36(07): 804-10.
- [59] MENG L, CHEN J, WANG J, et al. Broadcast ephemerides for LEO augmentation satellites based on nonsingular elements [J]. GPS Solutions, 2021, 25(4).
- [60] 方善传, 杜兰, 周佩元, 等. 低轨导航增强卫星的轨道状态型星历参数设计 [J]. 测绘学报, 2016, 45(08): 904-10.
- [61] 刘洋洋. BDS-3/Galileo 星载钟时频特性及短期预报性能分析 [D], 2020.
- [62] 席超, 蔡成林, 李思敏, 等. 基于 ARMA 模型的导航卫星钟差长期预报 [J]. 天文学报, 2014, 55(01): 78-89.
- [63] LI K, ZHOU X, GUO N, et al. Comparison of precise orbit determination methods of zero-difference kinematic, dynamic and reduced-dynamic of GRACE-A satellite using SHORDE software [J]. Journal of Applied Geodesy, 2017, 11(3): 157-65.
- [64] YANG Z, LIU H, WANG P, et al. Integrated kinematic precise orbit determination and clock estimation for low Earth orbit satellites with onboard and regional ground observations [J]. Measurement Science and Technology, 2022, 33(12): 125002.
- [65] ZHOU X, JIANG W, CHEN H, et al. Improving the GRACE kinematic precise orbit determination through modified clock estimating [J]. Sensors, 2019, 19(19): 4347.
- [66] WANG K, EL-MOWAFY A, YANG X. Leo satellite clock modeling and its benefits for leo kinematic pod [J]. Remote Sensing, 2023, 15(12): 3149.
- [67] YANG Z, LIU H, QIAN C, et al. Real-time estimation of low Earth orbit (LEO) satellite clock based on ground tracking stations [J]. Remote Sensing, 2020, 12(12): 2050.
- [68] GE H, WU T, LI B. Characteristics analysis and prediction of Low Earth Orbit (LEO) satellite clock corrections by using least-squares harmonic estimation [J]. GPS Solutions, 2023, 27(1): 38.
- [69] WANG K, EL-MOWAFY A. LEO satellite clock analysis and prediction for positioning applications [J]. Geo-spatial information science, 2022, 25(1): 14-33.
- [70] WU M, WANG K, LIU J, et al. Relativistic effects of LEO satellite and its impact on clock prediction [J]. Measurement Science and Technology, 2023, 34(9): 095005.
- [71] 孟令东, 陈俊平, 王解先. 拟合广播星历参数的简便方法; proceedings of the 第十二届中国卫星导航年会, 中国江西南昌, F, 2021 [C].
- [72] RENFRO B A, STEIN M, BOEKER N, et al. An analysis of global positioning system (GPS) standard positioning service (SPS) performance for 2017 [J]. See <https://www.gps.gov/systems/gps/performance/2014-GPS-SPS-performance-analysis.pdf>, 2018.
- [73] MONTENBRUCK O, GILL E, LUTZE F. Satellite orbits: models, methods, and applications [J]. Appl Mech Rev, 2002, 55(2): B27-B8.
- [74] 方善传, 杜兰, 高云鹏, 等. LEO 卫星轨道根数型星历参数与接口设计 [J]. 测绘学报, 2019, 48(02): 198-206.

致谢

行文至此，我的硕士求学之旅即将圆满落幕。回望这段充满挑战与成长的岁月，心中涌动着无尽的感激。在此，我愿以最真挚的心意，向所有照亮我学术之路的师长、同窗和亲友致以最深切的谢忱。

首先，衷心感谢我的导师何丽娜老师。感谢您在学术研究上的悉心指导，您严谨的治学态度、渊博的学识和敏锐的学术洞察力让我受益匪浅。您不仅教会我如何做研究，更以身作则地展示了何为“学高为师，身正为范”。在此，向您致以最崇高的敬意。同时，衷心感谢北方信息控制研究院集团的基地导师徐学永主任，您以精益求精的工作态度和谦和宽厚的待人方式，为我树立了职场典范。

特别感谢上海天文台陈俊平研究员与张益则老师。您们不仅以深厚的学术造诣为我的研究指点迷津，更以平易近人的师者风范，让我体会到科研工作者的温度。每当我陷入学术困境，您们总能敏锐地指出关键，并为我答疑解惑。

感谢地球科学与工程学院的全体老师，感谢你们在课程学习、学术研讨中传授的专业知识，拓宽了我的学术视野。特别感谢岳东杰老师、黄其欢老师、蒋飞老师、刘志强老师、吴译昊老师、贾东振老师在论文考核中提出的宝贵建议，让我的研究更加完善。

感谢同门师兄何祥祥、戴伟成、胡荣胜、杜伟男、范頔，师姐杨诗妮，感谢同门程茂原、郑婧、朱卿豪、曹宇濠、李慧达，难忘我们一起度过的美好时光，你们的鼓励与分享让我在科研路上不再孤单。感谢我的室友周辰云、黄家明、雷垚，是你们的陪伴让这段求学岁月充满温暖与欢笑。

深深感恩我的父母和家人，你们无私的爱与支持始终是我前进的动力。二十余载求学路，是你们在背后的默默付出，让我能心无旁骛地追逐理想。愿我在你看不见的地方安然无恙。

最后，向参与论文评审和答辩的各位专家致以诚挚谢意，感谢你们百忙中拨冗指导。文中不足之处，恳请批评指正。

作者：黄昱

2025年5月于河海大学

附录

附录 A. 攻读硕士学位期间主要科研成果

1. 黄昱, 张益泽, 何丽娜, 等. 低轨卫星轨道根数型广播星历预报[J]. 导航定位学报, 2024, 12(04): 11-17.

附录 B. 攻读硕士学位期间参加的科研项目

1. 北斗与低轨联合处理实验平台研制