



上海科技大学  
ShanghaiTech University

# 博士学位论文

基于 GNSS 技术精化地球参考框架关键问题研究

作者姓名: 王茹圆

指导教师: 廖新浩 研究员

学位类别: 理学博士

一级学科: 物理学

学校名称: 上海科技大学

2025 年 6 月



# Research on Key Issues of Refining Terrestrial Reference Frame Based on GNSS

ShanghaiTech University

June 2025



**上海科技大学**  
**研究生学位论文原创性声明**

本人郑重声明：所呈交的学位论文是本人在导师的指导下独立进行研究工作所取得的成果。尽我所知，除文中已经注明引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的研究成果。对论文所涉及的研究工作做出贡献的其他个人和集体，均已在文中以明确方式标明或致谢。

作者签名：

日 期：

**上海科技大学**  
**学位论文授权使用声明**

本人完全了解并同意遵守上海科技大学有关保存和使用学位论文的规定，即上海科技大学有权保留送交学位论文的副本，允许该论文被查阅，可以按照学术研究公开原则和保护知识产权的原则公布该论文的全部或部分内容，可以采用影印、缩印或其他复制手段保存、汇编本学位论文。

涉密及延迟公开的学位论文在解密或延迟期后适用本声明。

作者签名： 导师签名：  
日 期： 日 期：



## 摘要

高精度地球参考框架的构建是地球科学和大地测量学研究的关键任务之一。作为现代参考框架建立与维持的核心手段,空间大地测量技术,尤其是GNSS技术,更是凭借其优势持续提供着高精度的坐标时间序列,为地球参考框架的建立与维持奠定了坚实的数据基础。随着GNSS技术的不断发展,其观测精度和时空分辨率持续提升,使得基于GNSS坐标时间序列构建的地球参考框架的精度与稳定性日益增强。本文以基于GNSS技术精化地球参考框架为最终目标,对当前地球参考框架的精化、加密以及未来地球参考框架的建立提出三个关键方法,包括共模误差滤波、精密单点定位模糊度固定解算长期坐标解以及低轨卫星联合GNSS进行精密单点定位以得到长期坐标解。本文具体研究内容和研究成果如下:

(1) 验证了区域共模误差校正对全球参考框架的精化。利用覆盖21年的全球分布的测站的周坐标解算数据,通过应用主成分分析,估算GNSS解中区域相关的共模误差,得出了共模误差滤波后的GNSS坐标解算结果,并从坐标解、速度场、Helmert转换参数三个方面证实了区域共模误差校正对全球参考框架的精化。具体而言,共模误差校正后,东、北和垂直分量的残差时间序列的平均均方根分别降低了28.9%、22.1%和29.5%。几乎所有测站的速度不确定度都有所降低,最大差异达到了0.13 mm/yr。ITRF2020与无/有共模误差滤波的IGS解算结果之间的Helmert转换参数的标准差降低了超过30%。

(2) 验证了北斗导航系统精密单点定位模糊度固定技术在解算长期坐标、提取长期速度场和季节性信号以维持和加密地球参考框架方面的可行性。首先基于GPS+Galileo双系统进行PPP-AR解算,得到了与IGS解精度相当长期坐标解以及速度场,验证了其可行性。接着基于北斗导航系统进行PPP-AR,得到近五年的坐标解以及速度场,为北斗参考框架提供输入数据。结果显示,在测站坐标方面,北斗坐标解残差的平均RMS在水平方向小于5 mm,在垂直方向小于8 mm。应用Helmert转换后,IGS解与北斗坐标解之间的平均RMS差异在水平方向小于4 mm,在垂直方向小于7 mm,表明北斗坐标解的精度已达到毫米级。在拟合速度场方面,北斗坐标解拟合的速度不确定度在三个方向上均小于1 mm/yr,

IGS 解与北斗坐标解拟合的速度绝对平均差异在水平方向小于 1 mm/yr, 在垂直方向小于 3 mm/yr, 表明北斗坐标解拟合的速度场精度可达毫米级。在拟合季节性信号方面, IGS 解与北斗坐标解拟合的年周期振幅平均差异在三个方向上均小于 1.00 mm, 半年周期振幅的平均差异在三个方向上均小于 0.50 mm, 显示出高度一致性。

(3) 验证了低轨卫星对北斗导航系统精客单点定位收敛速度及长期坐标解精度的提升。首先, 对低轨卫星星座进行仿真建模, 结合 GNSS 轨道钟差产品生成低轨卫星+GNSS 仿真观测数据。随后分别对 GPS+BDS 多系统+LEO 观测数据以及 BDS 单系统+LEO 观测数据联合进行精客单点定位解算, 评估低轨卫星对参考框架构建的影响。具体包括对定位收敛时间、坐标精度、速度场精度以及 Helmert 转换参数精度的系统分析, 从而验证低轨星座对 GNSS 定位性能的增强作用, 并为构建基于低轨增强的高精度北斗参考框架提供支撑。结果显示, 低轨卫星联合 BDS 进行 PPP 后, 所有测站平均收敛时间由 26 分钟降至 3 分钟, 平均收敛时间缩短 87%, 坐标精度在 E、N、U 分量上平均提升了 20%、13% 和 14%。另外, 低轨卫星的加入有效提升了拟合速度场精度与基于 PPP 坐标解构建的参考框架的可靠性。

关键词: 地球参考框架, 全球导航卫星系统, 共模误差, 精客单点定位, 低轨卫星增强 GNSS

## Abstract

The establishment of a high-precision terrestrial reference frame is a fundamental task in Earth sciences and geodesy. Space geodetic techniques play a crucial role in constructing and maintaining modern reference frames, with the Global Navigation Satellite System (GNSS) providing essential data through high-precision coordinate time series. Advances in GNSS technology have significantly enhanced observational precision and spatiotemporal resolution, enabling the precision and stability of terrestrial reference frame based on GNSS data increasingly enhanced. This study focuses on refining the reference frame based on GNSS and introduces three key methods for its maintenance and densification: common-mode error (CME) filtering, long-term Precise Point Positioning with Ambiguity Resolution (PPP-AR), and the integration of Low Earth orbit (LEO) satellites with GNSS for PPP-based long-term coordinate solutions. The specific research objectives and findings are as follows:

(1) The refinement of the global reference frame through regional CME correction was validated. Using weekly coordinate solutions from globally distributed stations over a 21-year period, principal component analysis was applied to estimate regionally correlated CMEs in GNSS solutions. The CME filtered coordinate solutions were then obtained, and the refinement of the global reference frame through regional CME correction was verified from three aspects: coordinate solutions, velocity fields, and Helmert transformation parameters. Specifically, after CME correction, the RMS of the residual time series for the east, north, and vertical components decreased by 28.9%, 22.1%, and 29.5%, respectively. The velocity uncertainty of almost all stations was reduced, with a maximum difference of 0.13 mm/yr. The standard deviation of the Helmert transformation parameters between ITRF2020 and IGS solutions with/without CME filtering was reduced by more than 30%.

(2) The feasibility of using BDS PPP-AR to solve long-term coordinates, extract long-term velocity fields, and seasonal signals for maintaining and densifying the

terrestrial reference frame was verified. First, PPP-AR solutions were obtained based on GPS+Galileo dual-system data, yielding long-term coordinate solutions and velocity fields with precision comparable to IGS solutions, confirming feasibility. Subsequently, PPP-AR solutions were derived using BDS data, obtaining nearly five years of solutions and velocity fields. The results show that the average RMS of BDS solutions is less than 5 mm and 8 mm in the horizontal and vertical direction, respectively. After applying the Helmert transformation, the average RMS difference between IGS and BDS solutions is less than 4 mm in the horizontal direction and less than 7 mm in the vertical direction, demonstrating millimeter-level accuracy of the BDS solutions. Regarding velocity field fitting, the velocity uncertainty of BDS solutions is less than 1 mm/yr in all three directions, and the absolute mean difference between IGS and BDS velocity solutions is less than 1 mm/yr in the horizontal direction and less than 3 mm/yr in the vertical direction, indicating that the velocity field accuracy of BDS solutions has reached the millimeter level. In terms of seasonal signal fitting, the mean amplitude difference of the annual cycle between IGS and BDS solutions is less than 1.00 mm in all three directions, and that of the semi-annual cycle is less than 0.50 mm, demonstrating a high level of consistency.

(3) The improvement of the convergence speed of PPP and the accuracy of long-term PPP coordinate solutions of the BDS by LEO was verified. First, a simulation model of LEO satellite constellations was established. Then we combined with GNSS orbit and clock products to generate simulated LEO+GNSS observation data. Then, PPP were performed using both GPS+BDS multi-system observations combined with LEO satellites, and BDS-only observations combined with LEO satellites, to assess the impact of LEO satellites on the construction of terrestrial reference frames. The evaluation focuses on convergence time, coordinate accuracy, velocity field accuracy, and Helmert transformation parameters accuracy. These analyses demonstrate the potential of LEO constellations to enhance GNSS positioning performance, providing support for establishing a high-precision BDS reference frame augmented by LEO

## Abstract

satellites. Results show that incorporating LEO satellites with BDS reduced the average convergence time across all stations from 26 minutes to 3 minutes—a decrease of 87%—and improved the average coordinate accuracy by 20%, 13%, and 14% in the east, north, and up components, respectively. Moreover, the inclusion of LEO satellites significantly improved the accuracy of the velocity field and the reliability of the reference frame constructed based on the PPP solutions.

**Keywords:** Terrestrial Reference Frame, Global Navigation Satellite System, Common-Mode Error, Precise Point Positioning, LEO navigation constellation enhanced BDS PPP



## 目 录

|                              |     |
|------------------------------|-----|
| 第 1 章 绪论.....                | 1   |
| 1.1 研究背景与意义 .....            | 1   |
| 1.2 卫星导航系统概述 .....           | 4   |
| 1.3 国内外研究现状 .....            | 10  |
| 1.4 论文主要内容和组织结构 .....        | 21  |
| 第 2 章 参考框架建立与精化基础理论及方法.....  | 23  |
| 2.1 地球参考框架相关理论 .....         | 23  |
| 2.2 参数估计相关理论 .....           | 30  |
| 2.3 坐标时间序列分析方法 .....         | 33  |
| 2.4 精密单点定位技术相关理论 .....       | 37  |
| 2.5 本章小结 .....               | 43  |
| 第 3 章 区域共模误差滤波增强参考框架 .....   | 45  |
| 3.1 数据及处理策略 .....            | 45  |
| 3.2 共模误差提取结果 .....           | 47  |
| 3.3 共模误差滤波结果与分析 .....        | 52  |
| 3.4 讨论 .....                 | 59  |
| 3.5 本章小结 .....               | 61  |
| 第 4 章 PPP 模糊度固定维持北斗参考框架..... | 63  |
| 4.1 处理策略及软件 .....            | 63  |
| 4.2 可行性验证实验 .....            | 64  |
| 4.3 北斗 PPP 模糊度固定实验.....      | 80  |
| 4.4 本章小结 .....               | 89  |
| 第 5 章 低轨卫星增强参考框架 .....       | 91  |
| 5.1 仿真配置及软件 .....            | 91  |
| 5.2 实验测站及处理策略 .....          | 96  |
| 5.3 低轨卫星联合 GNSS 增强参考框架 ..... | 97  |
| 5.4 低轨卫星联合 BDS 增强参考框架.....   | 103 |
| 5.5 本章小结 .....               | 108 |
| 第 6 章 总结与展望 .....            | 111 |
| 6.1 本文主要结论 .....             | 111 |
| 6.2 进一步研究方向 .....            | 112 |

|                               |     |
|-------------------------------|-----|
| 参考文献.....                     | 113 |
| 致 谢.....                      | 123 |
| 作者简历及攻读学位期间发表的学术论文与研究成果 ..... | 125 |

## 图目录

|        |  |    |
|--------|--|----|
| 图 1.1  | 全球卫星导航系统的组成示意图.....  | 4  |
| 图 1.2  | GLONASS 卫星发展历程 .....   | 7  |
| 图 1.3  | 全球 Galileo 卫星可视数量 (2025-03-06 10:00) .....                               | 7  |
| 图 1.4  | 北斗卫星系统的地面轨迹 (2025-02-23 01:00) .....                                     | 9  |
| 图 3.1  | 180 个 IGS 测站的分布情况 .....  | 45 |
| 图 3.2  | 各测站的周解数量.....  | 46 |
| 图 3.3  | 各历元的有效测站数量.....  | 46 |
| 图 3.4  | SAMO 和 WGTN 的原始时间序列和残差时间序列 .....   | 47 |
| 图 3.5  | 全球网的区域划分.....  | 48 |
| 图 3.6  | 各区域内测站间距离.....   | 48 |
| 图 3.7  | 区域 2 的前三个主成分的空间相应.....   | 49 |
| 图 3.8  | 区域 2 的第一主成分时间序列.....   | 50 |
| 图 3.9  | 共模误差的时间序列.....   | 50 |
| 图 3.10 | 各区域的前三个特征值占比.....  | 51 |
| 图 3.11 | 各区域的前三个主成分对应的平均空间相应.....   | 51 |
| 图 3.12 | CME 滤波前后 SAMO 和 WGTN 的残差时间序列 .....                                       | 52 |
| 图 3.13 | CME 滤波后残差时间序列 RMS 降低百分比 .....  | 53 |
| 图 3.14 | CME 滤波前后的速度差及其不确定度差异 .....   | 54 |
| 图 3.15 | 方案 2 中 365 个参考站的分布情况.....  | 55 |
| 图 3.16 | 有/无 CME 滤波的 IGS 解与 ITRF2020 解之间的 Helmert 转换参数(左:<br>方案 1, 右: 方案 2) ..... | 56 |
| 图 3.17 | 有/无 CME 滤波的转换参数不确定度 (左: 方案 1, 右: 方案 2) ....                              | 58 |
| 图 3.18 | 有/无 CME 滤波转换后残差时间序列 (左: 方案 1, 右: 方案 2) ....                              | 58 |
| 图 3.19 | 全球网的区域划分 2.....  | 59 |
| 图 3.20 | CME 滤波后残差时间序列 RMS 降低百分比 (划分 2) .....                                     | 60 |
| 图 4.1  | 55 个 IGS 核心站的可用数据 .....  | 65 |
| 图 4.2  | 55 个 IGS 核心站的空间分布 .....  | 66 |
| 图 4.3  | 各测站模糊度固定率.....   | 66 |
| 图 4.4  | GODN 和 NKLG 的站坐标及残差时间序列 .....  | 67 |
| 图 4.5  | 各站 PPP-AR 解的残差时间序列 RMS.....  | 68 |
| 图 4.6  | GODN 和 NKLG 的 IGS R3 与 PPP-AR 解的差异 .....                                 | 69 |
| 图 4.7  | IGS R3 和 PPP-AR 解之间差异的数据统计 .....   | 70 |
| 图 4.8  | 各站 IGS R3 与 PPP-AR 解的转换后残差 RMS .....                                     | 70 |

|   |     |
|---|-----|
| 图 4.9 各站速度的不确定度.....                            | 71  |
| 图 4.10 IGS R3 和 PPP-AR 的水平速度场.....              | 74  |
| 图 4.11 IGS R3 和 PPP-AR 的垂直速度场 .....             | 74  |
| 图 4.12 IGS R3 和 PPP-AR 解的周年信号振幅 .....           | 76  |
| 图 4.13 IGS R3 和 PPP-AR 解的半年信号振幅 .....           | 76  |
| 图 4.14 48 个测站的空间分布.....                         | 80  |
| 图 4.15 48 个测站的日解数量.....                         | 81  |
| 图 4.16 各测站模糊度固定率.....                           | 81  |
| 图 4.17 GODN 和 NKLG 的站坐标及残差时间序列 .....            | 82  |
| 图 4.18 各站 PPP-AR 解的残差时间序列 RMS.....              | 83  |
| 图 4.19 GODN 和 NKLG 的 IGS R3 与 PPP-AR 解的差异 ..... | 84  |
| 图 4.20 各站 IGS R3 与 PPP-AR 解的转换后残差 RMS .....     | 85  |
| 图 4.21 各站速度的不确定度.....                           | 86  |
| 图 4.22 IGS R3 和 PPP-AR 的水平速度场 .....             | 86  |
| 图 4.23 IGS R3 和 PPP-AR 的垂直速度场 .....             | 87  |
| 图 4.24 IGS 和 PPP-AR 的速度场差异频数分布图.....            | 87  |
| 图 4.25 IGS 和 PPP-AR 解的周年信号振幅.....               | 88  |
| 图 4.26 IGS 和 PPP-AR 解的半年信号振幅.....               | 88  |
| 图 5.1 开普勒轨道根数.....                              | 92  |
| 图 5.2 低轨卫星空间结构示意图.....                          | 94  |
| 图 5.3 50 个测站的空间分布.....                          | 96  |
| 图 5.4 CHPI 测站 PPP 定位的坐标偏差.....                  | 98  |
| 图 5.5 50 个测站 PPP 定位的收敛时间 .....                  | 98  |
| 图 5.6 GODN 和 NKLG 的坐标时间序列 .....                 | 99  |
| 图 5.7 GODN 和 NKLG 的站坐标残差时间序列 .....              | 100 |
| 图 5.8 各站的 PPP 定位精度.....                         | 101 |
| 图 5.9 各站速度的不确定度.....                            | 101 |
| 图 5.10 BDS 和 BDS+LEO 坐标解拟合的水平速度场 .....          | 102 |
| 图 5.11 BDS 和 BDS+LEO 坐标解拟合的垂直速度场 .....          | 102 |
| 图 5.12 CHPI 测站 PPP 的坐标偏差.....                   | 103 |
| 图 5.13 GAMB 测站 PPP 定位的坐标偏差 .....                | 104 |
| 图 5.14 50 个测站 PPP 定位的收敛时间 .....                 | 105 |
| 图 5.15 GODN 和 NKLG 的站坐标残差时间序列 .....             | 106 |
| 图 5.16 各站的 PPP 定位精度.....                        | 106 |
| 图 5.17 BDS 拟合速度与 BDS+LEO 拟合速度差异频数分布图 .....      | 107 |

## 表目录

|  |     |
|--|-----|
| 表 1.1 各卫星导航系统基本信息.....                                     | 5   |
| 表 1.2 北斗卫星星座的构成.....                                       | 9   |
| 表 1.3 ITRF 的基准定义.....                                      | 12  |
| 表 1.4 ITRF2014 输入数据情况.....                                 | 13  |
| 表 1.5 ITRF2020 输入数据情况.....                                 | 13  |
| 表 1.6 IGS 参考框架实现历程.....                                    | 15  |
| 表 2.1 空间大地测量技术对大地测量参数的敏感性.....                             | 27  |
| 表 2.2 GNSS 数据处理软件中采用的定权模型 .....                            | 40  |
| 表 3.1 CME 滤波前后的速度差及其不确定度差异（单位: mm/yr） .....                | 54  |
| 表 3.2 有/无 CME 滤波转换参数的均值及标准差（扣除线性拟合项） .....                 | 57  |
| 表 3.3 滤波前后的速度差及其不确定度差异（单位: mm/yr, 划分 2） .....              | 60  |
| 表 3.4 有/无 CME 滤波转换参数的均值及标准差.....                           | 61  |
| 表 4.1 PPP-AR 配置参数 .....                                    | 64  |
| 表 4.2 IGS R3 和 PPP-AR 解之间的 Helmert 转换参数（2015.0 时） .....    | 70  |
| 表 4.3 东方向上的各站速度（单位: mm/yr） .....                           | 71  |
| 表 4.4 北方向上的各站速度（单位: mm/yr） .....                           | 72  |
| 表 4.5 垂直方向上的各站速度（单位: mm/yr） .....                          | 73  |
| 表 4.6 IGS R3/PPP-AR 的预测坐标与 IGS R3 坐标的差异（单位: mm） .....      | 77  |
| 表 4.7 PPP/PPP-AR 解的残差及转换后残差的 RMS（单位: mm） .....             | 78  |
| 表 4.8 PPP/PPP-AR 速度不确定度及速度差（单位: mm/yr） .....               | 78  |
| 表 4.9 PPP/PPP-AR 与 IGS R3 的季节项振幅差异（单位: mm/yr） .....        | 79  |
| 表 4.10 IGS R3 解和 PPP-AR 解之间的 Helmert 转换参数（2020.0 时） .....  | 85  |
| 表 4.11 IGS CODE 解和 PPP-AR 解之间的 Helmert 转换参数（2022.9 时） .... | 85  |
| 表 5.1 低轨卫星星座仿真参数.....                                      | 94  |
| 表 5.2 仿真观测值的误差配置.....                                      | 95  |
| 表 5.3 PPP 配置参数.....  | 96  |
| 表 5.4 GODN 和 NKLG 的站坐标残差时间序列统计表（单位: mm） .....              | 100 |
| 表 5.5 IGS Repro3 每日解和 PPP 坐标解之间的 Helmert 转换参数.....         | 108 |



## 第1章 绪论

人类活动始终在特定的时空背景下展开，无论是日常生活、经济建设、社会发展、科技进步还是军事建设，均涉及人与物的时空位置关系。而这一时空关系的精准描述，正是大地测量时空基准的核心任务。大地测量时空基准及其信息与技术体系，作为国家发展的核心基础设施之一，已广泛应用于政府各部门和社会各领域。其建立与维护不仅是国家发展的重要任务，也是未来经济、军事及空天领域发展的关键支撑（宁津生 等，2006）。

地球参考框架（Terrestrial Reference Frame, TRF）是现代空天地一体化大地测量观测系统的核心基础，是描述地球表面点位及其随时间变化的基准系统，并成为国家重要基础设施的一部分。空间大地测量技术是构建和维持参考框架的核心手段，其中全球导航卫星系统（Global Navigation Satellite System, GNSS）因其高精度、全天候和实时性，特别适合用于框架的监测与维持（蒋光伟，2022）。GNSS 通过高精度的坐标时间序列，为建立和维持地球参考框架提供了有力数据支持。随着 GNSS 技术的不断发展，其观测精度和时空分辨率持续提升，使得基于 GNSS 坐标时间序列构建高精度、高稳定性的地球参考框架成为可能。当前，空间大地测量学已进入全球大地测量的新阶段，地球科学研究对位置精度的要求日益提高，促使研究人员聚焦于利用 GNSS 技术实现更高精度的参考框架。

### 1.1 研究背景与意义

空间基准由空间坐标参考系统和空间坐标参考框架两部分构成，是准确描述位置信息的基础，它决定了地球空间信息的几何形态与空间分布。

高精度的空间基准是表述位置信息的基础，对地球空间信息的几何形态和空间分布起着决定性作用。空间基准通常包括空间坐标参考系统和空间坐标参考框架两部分。其中，地球参考系统（Terrestrial Reference System, TRS）被广泛用作标准的空间坐标参考系统，以精准描述地球表面及近地空间中物体的位置及其动态变化。该系统为地球表面及其周围区域的位置信息提供了科学的依据，并支持

进一步的空间研究与应用。TRS 作为一个理想化的数学模型，用于描述质点的位置、运动状态以及地球的定向。为了定量化这些空间特征，需要通过 TRS 的物理实现 TRF 来具体描述和测量。TRF 通常通过一系列地面测量站点的坐标及其随时间变化的动态信息来表征。精确描述和追踪任意质点的位置及其动态变化过程，必须以长期稳定且高精度的 TRF 作为基础支撑（刘经南 等，2013）。TRF 是一个用于描述地球表面点位置及其与地球自转的动态变化的标准坐标系统，在现代大地测量学、地球物理学、气候变化研究、空间科学等多个领域中扮演着至关重要的角色（陈俊勇，2007）。

地球参考框架的发展历史可追溯至 19 世纪末，但其真正意义上的建立与发展始于 20 世纪 60 年代左右，卫星激光测距技术（Satellite Laser Ranging, SLR）和甚长基线干涉测量（Very Long Baseline Interferometry, VLBI）等技术的出现推动大地测量学进入空间时代。20 世纪末，GNSS 的广泛应用彻底革新了地球参考框架的构建方法。美国的 GPS（Global Positioning System, GPS）的全面部署为高精度参考框架的建立提供了大量数据支持。随后，俄罗斯的 GLONASS（Global Navigation Satellite System, GLONASS）、欧盟的 Galileo（Galileo Satellite Navigation System, Galileo）系统以及中国的北斗导航系统（BeiDou Navigation Satellite System, BDS）相继建成，进一步扩展了数据覆盖范围并提升了精度。凭借毫米级的水平精度和厘米级的垂直精度优势，GNSS 技术逐渐成为构建地球参考框架的核心技术支撑。

GNSS 技术虽已取得显著进展，但仍存在一些关键问题亟待解决。坐标时间序列中，共模误差的存在使得坐标精度仍有限制，但其性质和来源尚未完全明确。另外，GNSS 网平差技术的计算效率也未能达到理想水平，且在加密参考框架时缺乏足够的灵活性。此外，对于我国而言，区域网在获取轨道和钟差参数的精度方面仍有限制，而低轨卫星的应用为解决这一问题提供了有效途径。针对这些问题，本文围绕基于 GNSS 技术的坐标时间序列，对维持和加密地球参考框架展开研究，以期推动其进一步发展。

### 1.1.1 高精度地球参考框架的意义

建立高精度地球参考框架是地球科学和大地测量学研究的核心任务之一。其

重要性不仅体现在人类社会的基础设施建设、灾害防控、资源管理、国防安全等领域，也在基础科学的研究中产生深远影响。

作为全球定位、导航、地震监测、大地测量等领域的基础工具，TRF 为精准的空间数据提供了框架支持。另外，TRF 在灾害预警、环境监测、资源管理等方面发挥了重要作用，能够帮助及时应对地震、洪水等自然灾害。从科学的角度来看，TRF 是地球物理学、气候变化研究、天文学等多个学科的基础性支撑工具。它为精确监测地球板块运动、重力场变化和极移效应等重要地球物理现象提供了必不可少的数据支持。随着科学技术的不断进步，TRF 在精确空间观测和跨学科研究中的作用愈发重要，不仅促进了国际间的合作，还推动了全球范围内科学的研究的协同发展。2015 年 2 月 26 日，联合国大会强调了精确且稳定的全球大地测量参考框架对全球经济与科学发展的深远影响。基于这一认识，构建精确的高精度地球参考框架已成为现代大地测量学的核心目标之一。

### 1.1.2 建立北斗参考框架的意义

目前全球已有多个国家和地区建立了全球或区域性的地球参考框架，在全球范围内具有广泛的应用和影响力，这些参考框架在技术成熟度、数据覆盖范围和国际合作方面具有显著优势，但在自主可控性和区域适用性方面也存在一定的局限性。因此，随着北斗三号全球卫星导航系统的全面建成和运行，北斗参考框架的建立成为必然需求。

自主可控的北斗参考框架的建立能保障国家战略安全与主权独立。在全球化背景下，卫星导航系统已成为国家核心基础设施的重要组成部分，其自主可控性直接关系到国防安全与经济安全。依赖外部参考框架可能导致在极端情况下（如国际冲突或技术封锁）定位服务中断，威胁国家安全。

在国际合作与全球治理方面，自主北斗参考框架的建立能够提升中国在全球卫星导航领域的话语权与影响力。作为全球四大卫星导航系统之一，北斗系统的全球化应用离不开高精度参考框架的支持。例如，为“一带一路”沿线国家提供高精度定位服务，支持其基础设施建设与资源开发，促进区域经济合作与发展。此外，北斗参考框架还可与国际地球参考框架（International Terrestrial Reference Frame, ITRF）进行数据共享与基准统一，推动全球卫星导航系统的兼容与互操

作。

总之，北斗参考框架作为北斗系统的空间基准，为高精度定位、导航与授时（Precise Positioning, Navigation and Timing, PNT）服务提供了基础支撑，是实现北斗系统全球化应用的关键基础设施。建立自主可控的北斗参考框架是中国在 GNSS 领域实现技术独立与战略安全的重要举措，其意义不仅体现在提升国家科技实力与国际竞争力，更对国家安全、经济发展、科学研究及社会服务产生深远影响。

## 1.2 卫星导航系统概述

GNSS 是一种基于空间无线电定位技术的全球性定位服务系统，通过卫星星座向全球用户提供 PNT 服务的系统。由卫星星座、地面端和用户端三部分组成，示意图如图 1.1。目前，世界上主要的卫星导航系统包括 GPS、GLONASS、Galileo 以及 BDS。这些系统在发展历程、技术体制、覆盖范围及应用领域等方面各具特点，共同构成了全球卫星导航系统。

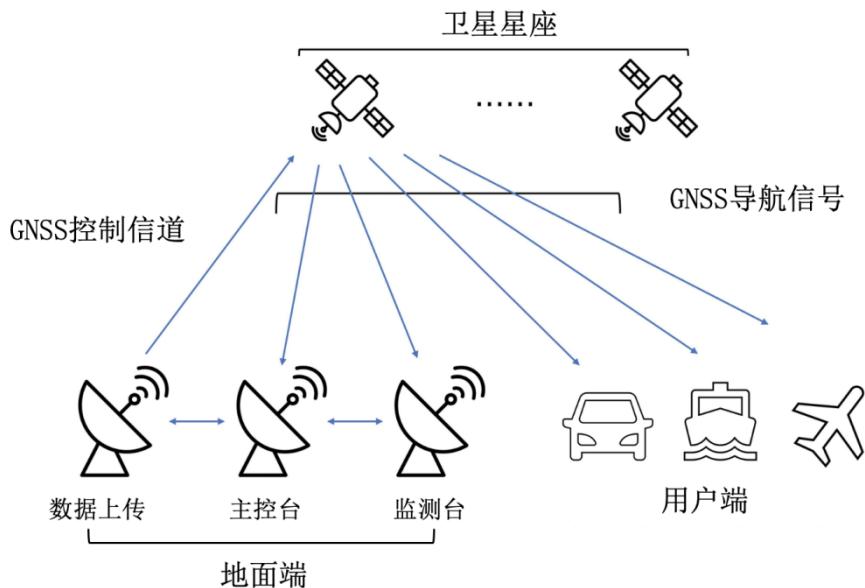


图 1.1 全球卫星导航系统的组成示意图

Figure 1.1 Diagram of GNSS Composition

截至 2025 年 2 月，全球在轨运行的 GNSS 服务卫星总数已超过 120 颗。各系统在设计上的差异导致其在信号频率配置、调制方式、卫星数量和构型等方面呈现出多样化（李星星 等，2022）。具体而言，GPS、GLONASS 以及 Galileo

系统均采用中地球轨道 (Medium Earth Orbit, MEO) 卫星构成其星座, BDS 展现出独特的技术优势: 不仅具备更丰富的信号频段, 还创新性地采用了地球静止轨道 (Geostationary Earth Orbit, GEO) 和倾斜地球同步轨道 (Inclined Geosynchronous Orbit, IGSO) 相结合的混合星座构型, 这使得北斗导航系统能够提供更精确的定位服务和更丰富的功能特性 (李鹤峰 等, 2013)。

各导航系统的基本信息如表 1.1 所示 (截至 2025 年 2 月 20 日)。其中卫星数表示在运转卫星数。

表 1.1 各卫星导航系统基本信息

Table 1.1 Basic information of satellite navigation systems

| 卫星系统    | 轨道类型 | 卫星数 | 信号频段                    |
|---------|------|-----|-------------------------|
| GPS     | MEO  | 31  | L1C/A, L2C, L5          |
| GLONASS | MEO  | 24  | L1C/A, L2C/A, L3        |
| Galileo | MEO  | 26  | E1, E5a, E5b, E5ab, E6  |
|         | GEO  | 5   | B1I, B2I, B3I           |
| BDS-2   | IGSO | 7   | B1I, B2I, B3I           |
|         | MEO  | 3   | B1I, B2I, B3I           |
|         | GEO  | 3   | B1I, B3I                |
| BDS-3   | IGSO | 3   | B1I, B3I, B1C, B2a, B2b |
|         | MEO  | 24  | B1I, B3I, B1C, B2a, B2b |

### 1.2.1 GPS

GPS 的发展历程可追溯至 1978 年 2 月 22 日, 首颗 GPS 卫星的成功发射, 标志着美国在卫星导航领域取得了重大突破。该系统的建设历经美国军方与政府部门的长期规划与部署, 至 1993 年末, 已成功构建了由 24 颗在轨卫星组成的完整星座, 涵盖了三代不同类型的 GPS 卫星。

GNSS 多元化发展的竞争格局, 美国政府近年来持续投入资金推进 GPS 系统的现代化升级进程。这一战略旨在通过部署搭载先进技术的新一代卫星, 逐步替换服役期满的在轨卫星, 从而维持 GPS 在全球导航领域的领先地位。2005 年, 随着首颗 IIR-M 型卫星的成功发射, GPS 现代化进程正式拉开帷幕。此次现代化

升级在空间段引入了多项技术创新，主要包括：新增测距码信号、提供第三频率观测信号、延长卫星使用寿命、增强信号抗干扰能力以及提升原子钟稳定性等关键技术改进。

在服务能力方面，GPS 系统提供两类主要服务：标准定位服务和精密定位服务。此外，为满足高精度定位需求，美国、日本和印度等国相继发射专用卫星，构建了星基增强系统（Satellite-Based Augmentation System, SBAS），也称为广域增强系统（Wide Area Augmentation System, WAAS）。该系统通过提供高可用性和可靠性的增强信号，显著提升了航空用户的定位精度和服务质量。

### 1.2.2 GLONASS

GLONASS 系统部署工作由前苏联国防部于 20 世纪 70 年代中期启动。图 1.2 简要展示了其发展历程。初代 GLONASS 星座的组网工作始于 1982 年首颗卫星的成功发射，并于 1996 年通过累计部署 24 颗卫星得以完成。然而，受限于技术水平，初代 GLONASS 卫星的使用寿命较短。加之经济状况不佳，初代卫星退役后未能及时发射新的卫星进行补充，可用卫星数量在随后几年持续减少，最少时仅剩 6 颗。俄罗斯联邦于 2002 年启动了“2002-2011 全球导航系统”联邦计划，2003 年推出 GLONASS-M 卫星以替代老旧卫星，至 2011 年 12 月初，系统卫星数量恢复至 24 颗使 GLONASS 系统重新具备完整的全球卫星导航定位能力，并发射了更为先进的 GLONASS-K1（简称 GLONASS-K），进一步提高系统精度。2012 年，俄罗斯启动了 GLONASS 系统的现代化建设，最新版本 GLONASS-K2 于 2023 年推出。截至 2025 年初，GLONASS 系统共有 28 颗可用卫星，其中 21 颗处于健康工作状态。

在服务能力方面，GLONASS 系统的基本开放服务主要依赖于空间段信号。该服务在水平方向上的定位精度优于 5m，在垂直方向上的精度优于 9m。同时，95% 的有效均方根精度达到 2m。通过星基差分改正服务，定位精度可达 1 米。借助精密轨道和星基原子钟的改正服务，定位精度进一步提升至 1 分米。

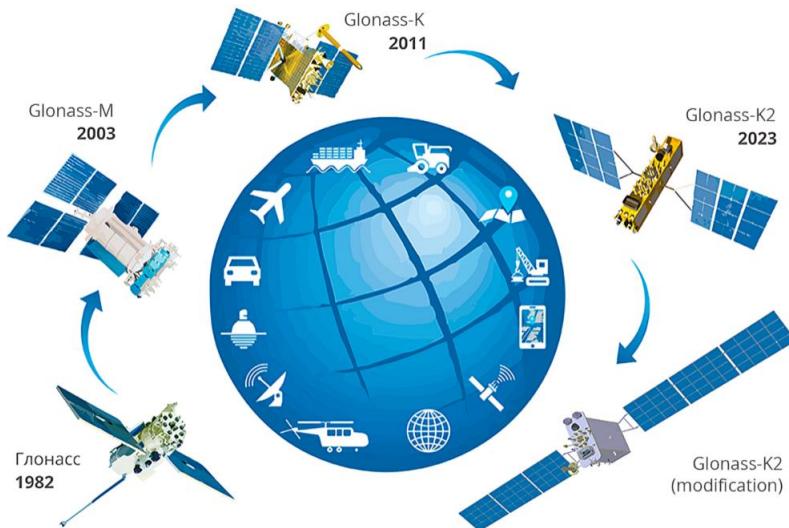


图 1.2 GLONASS 卫星发展历程

Figure 1.2 GLONASS Satellite Development History

### 1.2.3 Galileo

基于对卫星导航系统在国防战略和经济发展中的双重价值评估,欧洲空间局启动了自主全球导航卫星系统的建设计划,该计划于 1999 年正式立项。为验证系统前期核心技术可行性,欧洲空间局分别于 2005 年和 2008 年成功部署了两颗技术验证卫星。经过持续的技术积累和系统优化,近年来已实现多批次卫星的密集发射。

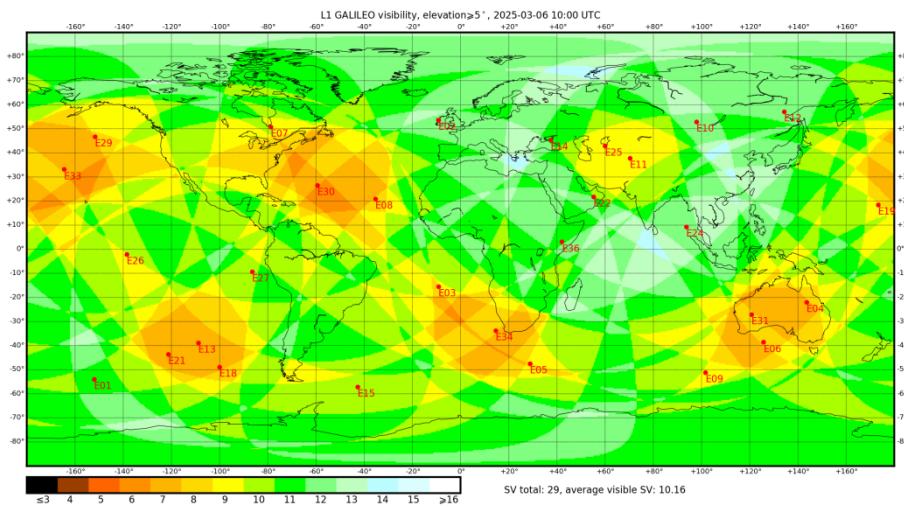


图 1.3 全球 Galileo 卫星可视数量 (2025-03-06 10:00)

Figure 1.3 Global Galileo Satellite Visibility Count (2025-03-06 10:00)

截止至 2025 年 1 月,全球运行卫星共计 27 颗,其中 24 颗处于正常工作状

态卫星,3 颗卫星处于在轨验证阶段。图 1.3 为 2025 年 3 月 6 日 10 时全球 Galileo 卫星可视数量,截止高度角大于等于 $5^{\circ}$ 。Galileo 星座系统主要由 FOC(Functioning Orbiting Constellation) 卫星网络构成。FOC 卫星采用了模块化设计架构,在 E1、E5、E6 三个频段播发导航信号。此外,伽利略导航系统在时间基准方面主要采用高精度氢原子钟作为频率标准,配合全球布设的地面监测网络,使其广播星历的空间信号精度优于 GPS。在服务能力方面,该系统主要提供四大类服务:精密单点定位服务、紧急救援服务、免费开放服务以及商业授权服务。其中,面向普通用户的开放服务定位精度可达 1 m 以内。

#### 1.2.4 BDS

作为我国自主研发的全球卫星导航定位系统, BDS 遵循"三步走"的发展战略,实现了从区域性服务到全球覆盖的跨越式发展,并持续拓展其功能体系与服务能力。

北斗一号系统 (BDS-1),其研制工作启动于 20 世纪 90 年代后期,共发射 3 颗卫星进行在轨试验。该阶段采用主动式定位技术,主要覆盖我国领土及周边区域,具备双向通信与定位两大核心功能。这一里程碑式的突破不仅实现了我国卫星导航领域零的突破,更为后续系统的升级演进奠定了坚实的技术基础。

北斗二号系统 (BDS-2),其研制工作于 2004 年正式启动,旨在实现亚太地区被动式定位服务的全面覆盖。该系统于 2012 年完成部署并投入运行,共发射三种类型 14 颗卫星,包括 5 颗 GEO 卫星、7 颗 IGSO 卫星、3 颗 MEO 卫星,较 BDS-1 系统在技术性能方面实现了显著提升,不仅大幅提高了定位精确度,还扩展了服务覆盖区域,能够为亚太地区用户提供全天候、连续稳定的 PNT 服务。值得注意的是,该系统在继承前代双向通信功能的基础上,创新性地引入了区域精度增强服务。这一阶段的成功实施,为北斗系统从区域性服务向全球性服务转型奠定了重要基础,成为系统发展历程中的关键里程碑。

北斗三号工程 (BDS-3) 于 2009 年开始规划,旨在构建具备全球服务能力的卫星导航体系。通过部署由 3 颗 GEO 卫星、3 颗 IGSO 卫星和 24 颗 MEO 卫星组成的 30 颗卫星星座,北斗三号工程构建了一个多层次的空间网络。2020 年,北斗三号系统完成全面建设,正式面向全球用户提供服务。表 1.2 列出了目前正

常提供服务的北斗卫星星座构成。其中, Cxx 表示伪随机噪声码 (PRN) 为 xx 的北斗卫星, 对应不同的轨道类型。这一里程碑式的成就, 标志着我国在卫星导航领域实现了从区域性服务到全球性服务的跨越式发展, 为国际用户提供了多元化的导航服务 (Song 等, 2023; Zhang 等, 2020)。

表 1.2 北斗卫星星座的构成

Table 1.2 Composition of the BDS Constellation

| 轨道类型  | GEO     | MEO                     | IGSO        |
|-------|---------|-------------------------|-------------|
| BDS-2 | C01 C02 | C11 C12 C14             | C06 C07 C08 |
|       | C03 C04 |                         | C09 C10 C13 |
|       | C05     |                         | C16         |
| BDS-3 | C59 C60 | C19 C20 C21 C22 C23 C24 | C38 C39 C40 |
|       | C61     | C25 C26 C27 C28 C29 C30 |             |
|       |         | C32 C33 C34 C35 C36 C37 |             |
|       |         | C41 C42 C43 C44 C45 C46 |             |

北斗卫星导航系统采用混合星座架构, 其空间段配置具有显著技术特色。与全球其他卫星导航系统相比, 北斗系统在轨运行的高轨道卫星数量更多, 大幅增强了信号抗遮挡能力, 特别是在城市峡谷、山区等复杂地形区域以及低纬度地区, 可提供更稳定连续的导航服务。图 1.4 为 2025 年 2 月 23 日 1 时北斗卫星系统的地面轨迹, 可以看到北斗卫星在亚太地区上空的分布尤为密集。

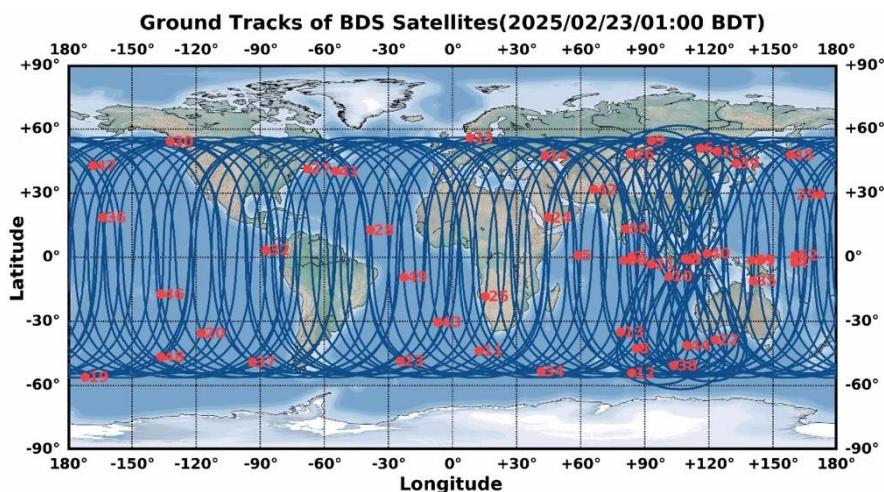


图 1.4 北斗卫星系统的地面轨迹 (2025-02-23 01:00)

Figure 1.4 Ground Tracks of the BeiDou Satellite System (2025-02-23 01:00)

作为全球首个实现通导融合的导航系统, 系统服务端除最基本的基本导航定

位功能外,还拓展了 SBAS、国际搜救服务和全球短报文通信等特色应用。其中,SBAS 通过地球静止轨道卫星播发差分修正信号;全球短报文通信能力支持用户在无地面网络覆盖区域实现全球范围应急通信,凸显了北斗系统"一星多用"的设计理念和差异化服务优势。

### 1.3 国内外研究现状

目前,全球范围内有许多国家和地区的组织机构建立起了成熟的地球参考框架,并且都在持续更新优化中。其中 ITRF 是最权威且精度最高的全球性参考框架,但其也受到地域条件的限制,在全球范围内的测站分布并不均匀,且在一些特定国家地区测站数量有限分布较为稀疏。这种分布现状无法满足部分用户对测站网密度和分布的更高要求,尤其是在城市测绘等建设性服务领域。因此,一些国家或地区也纷纷建立了自己的区域性参考框架以满足一些发展的特殊需求。

#### 1.3.1 地球参考框架现状

##### (1) 国际地球参考框架 ITRF

由国际地球自转与参考系统服务组织 (International Earth Rotation and Reference Systems Service, IERS) 主导构建并持续维护的 ITRF, 是当前全球范围内覆盖最广泛、精度最高的参考框架体系。自上世纪 80 年代创立以来, 该框架历经多次迭代更新, 例如 ITRF2000、ITRF2008、ITRF2014 以及 ITRF2020 等版本, 其技术体系已趋于成熟, 数据处理方法与模型优化经验也日益丰富。此外, 依托于全球分布的测站网络和众多国家和机构的支持, ITRF 的数据覆盖范围极为广泛, 在数据共享与合作研究机制方面也表现出色, 在数据量和覆盖范围上均具备显著优势, 能够为全球尺度的科学研究与应用提供有力支持。

ITRF 参考框架的实现依赖于四种空间大地测量技术的内部与跨技术综合, 包括 VLBI、SLR、GNSS 以及多普勒轨道定位系统 (Doppler Orbitography and Radio Positioning Integrated by Satellite, DORIS)。各技术的观测数据首先由相应的技术中心 IVS (International VLBI Service, IVS)、ILRS (International Laser Ranging Service, ILRS)、IGS (International GNSS Service, IGS) 和 IDS (International DORIS Service, IDS) 进行多分析中心的综合处理, 生成当前技术水平下的最

优解，随后提交至 IERS 的分析中心进行多技术整合，最终形成 ITRF 的解决方案（王茹圆 等，2023；刘姣，2021）。通过精确整合这四种技术的解决方案，ITRF 充分利用了它们各自的独特优势，并将这些技术统一到一个具有共同原点、尺度和方向的单一参考框架中。IERS 至今已发布了 14 个版本的参考框架，从 ITRF88 到 ITRF2020，每个新版本的精度较前一版本有所提高，得益于数据质量和分析方法的不断改进（王茹圆 等，2020）。

2022 年 4 月，ITRF 的最新版本 ITRF2020 正式发布，成为国际地球参考系统的最新成果。相较于 2016 年发布的 ITRF2014，新版本在测站分布、数据时间跨度、观测精度以及分析策略等方面均实现了显著提升。ITRF2020 延续了以往版本的解决策略，采用了四种空间大地测量技术中心提供的测站坐标和地球定向参数（Earth Orientation Parameters, EOP）时间序列，并结合并址站间的局部联系作为输入数据。通过对四种技术的全面再处理，ITRF2020 在测站非线性运动建模方面取得了重要进展，从而更准确地刻画了地球表面的动态形变特征。该框架采用分段线性函数描述测站的时间位置变化，并结合周年与半年变形的参数化模型，同时对受大地震影响的测站进行了震后形变建模，进一步增强了参考框架的精度。与 ITRF2014 相比，ITRF2020 有望提供更为优化的解决方案。

接下来，将从基本定义与约束条件、输入数据来源以及处理策略等角度，详细阐述国际地球参考框架的演变过程。

### 1) ITRF 的基准定义

自 ITRF2000 版本起，参考框架的原点仅通过 SLR 技术确定。从 ITRF2008 版本开始，框架的尺度由 VLBI 和 SLR 共同确定。再之后的 ITRF2014 在尺度稳定性方面有更为优异的表现，优于 1.4 ppb (Parts Per Billion, 在赤道面上约相当于 8.7 毫米)。关于方向的定义，早期的 ITRF 版本继承了 BIH 地球参考系统 BTS87 的方向。对于后续版本的实现，其方向是通过在前一个 TRF 的基础上，应用无整体旋转条件在参考历元处来实现的。表 1.3 详细列出了 ITRF 基准定义的演变过程（王茹圆 等，2023；邹蓉 等，2020；Altamimi 等，2016；刘经南 等，2013），其中 V 代表 VLBI，S 代表 SLR，L 代表月球激光测距（Lunar Laser Ranging, LLR）。

表 1.3 ITRF 的基准定义

Table 1.3 Benchmark definition of ITRF

| 框架版本     | 实现技术    | 参考历元   | 原点 | 尺度   | 定向       | 定向随时间演变      |
|----------|---------|--------|----|------|----------|--------------|
| ITRF88   | V/S/L   | 1988.0 | S  | S    | BIH EOP  | AM0 -2       |
| ITRF89   | V/S/L   | 1988.0 | S  | S    | BIH EOP  | AM0 -2       |
| ITRF90   | V/S/L   | 1988.0 | S  | S    | BIH EOP  | AM0 -2       |
| ITRF91   | V/S/L/G | 1988.0 | S  | S    | BIH EOP  | NNR -NUVEL1  |
| ITRF92   | V/S/L/G | 1988.0 | S  | S    | BIH EOP  | NNR -NUVEL1A |
| ITRF93   | V/S/G   | 1993.0 | S  | S    | IERS EOP | IERS EOP     |
| ITRF94   | V/S/G   | 1993.0 | SG | SG/V | ITRF92   | NNR-NUVEL1A  |
| ITRF96   | V/S/G/D | 1997.0 | SG | SG/V | ITRF94   | ITRF94       |
| ITRF97   | V/S/G/D | 1997.0 | SG | SG/V | ITRF96   | ITRF96       |
| ITRF2000 | V/S/G/D | 1997.0 | S  | S/V  | ITRF97   | NNR -NUVEL1A |
| ITRF2005 | V/S/G/D | 2000.0 | S  | V    | ITRF2000 | ITRF2000     |
| ITRF2008 | V/S/G/D | 2005.0 | S  | S/V  | ITRF2005 | ITRF2005     |
| ITRF2014 | V/S/G/D | 2010.0 | S  | S/V  | ITRF2008 | ITRF2008     |
| ITRF2020 | V/S/G/D | 2015.0 | S  | S/V  | ITRF2014 | ITRF2014     |

## 2) ITRF 的输入数据

自 ITRF2005 版本开始, 测站坐标和地球定向参数的时间序列被用作输入数据, 这些数据由国际大地测量协会提供, 包括 IGS、ILRS 和 IDS 的周解, 以及 IVS 提供的 VLBI 日解时间序列。值得一提的是, ILRS 和 IVS 从 20 世纪 80 年代初就开始提供 EOP, IDS 和 IGS 则分别从 1994 年开始提供相关数据, 这些参数被实际应用到 ITRF 的输入数据中, 也经历了相当长时间的数据积累和论证过程。ITRF2008 的四种技术解观测时间跨度分别为 29 年、26 年、12.5 年和 16 年。ITRF2014 的输入数据与之相似, 但四种技术的观测时间分别扩展至 32 年、21.8 年、21 年和 35 年 (Altamimi 等, 2016)。此外, 大气载荷数据以及 91 个并址站的可用数据也被纳入 ITRF2014 的输入数据中 (Seitz 等, 2015)。ITRF2020 进一步增加了最近六年的技术解作为输入数据。

表 1.4 与表 1.5 详细列出了 ITRF2014 和 ITRF2020 所使用的输入数据信息（王茹圆 等, 2023），同时列出了各技术解的时间跨度及技术内部施加的约束条件。

表 1.4 ITRF2014 输入数据情况

Table 1.4 The input data of ITRF2014

| 技术    | 服务组织 | 时间序列跨度            | 技术内约束类型 |
|-------|------|-------------------|---------|
| GPS   | IGS  | 1994. 1 - 2015. 2 | 最小约束    |
| DORIS | IDS  | 1993. 1 - 2014. 9 | 最小约束    |
| SLR   | ILRS | 1982.12 - 2015.1  | 松弛约束    |
| VLBI  | IVS  | 1980.4 - 2014.12  | 无约束正则化  |

表 1.5 ITRF2020 输入数据情况

Table 1.5 The input data of ITRF2020

| 技术    | 服务组织 | 时间序列跨度          | 技术内约束类型 |
|-------|------|-----------------|---------|
| GPS   | IGS  | 1994.0 - 2021.0 | 最小约束    |
| DORIS | IDS  | 1993.0 - 2021.0 | 最小约束    |
| SLR   | ILRS | 1983.0 - 2021.0 | 松弛约束    |
| VLBI  | IVS  | 1980.0 - 2021.0 | 无约束正则化  |

### 3) ITRF 的分析策略

ITRF2008 与 ITRF2005 的主要分析策略基本保持一致，其具体步骤包括：首先，对 VLBI 解施加无整体平移和无整体旋转的约束条件，而对其他三种技术解则采用最小约束方法。其次，通过严格整合时间序列，生成单一技术的长期解。接着，识别并剔除异常数据，同时利用分段线性函数方法处理不连续性问题。最后，综合四种技术分析结果并考虑并址站之间的关联，形成长期解。ITRF2008 相对于 ITRF2005 也有一定的改进，主要体现在以下几个方面：使用了最新的模型（刘经南 等, 2013）；输入数据采用再处理的时间序列；并对并址站的局部联系进行了适当的加权处理（王茹圆 等, 2020；成英燕 等, 2013；Altamimi 等, 2011）。

ITRF2014 在数据分析策略上进行了进一步优化，具体包括以下几个方面：

首先，对时间跨度较长的测站额外估算了周年和半年信号的影响；其次，对受地震影响的测站，在构建时间序列堆栈的法方程之前，均进行了震后形变模型的修正；通过识别与剔除异常值、拟合分段线性函数以及震后形变模型等，有效解决了时间序列中存在的非连续性问题。

在保持与 ITRF2014 基本一致的分析策略基础上，ITRF2020 针对 GNSS 时间序列的特殊情况进行了优化：不仅额外估算了周年和半年信号，还进一步解析了前 8 个高阶谐波周期信号，并将其从 IGS 时间序列中剔除（详见 <https://itrf.ign.fr/en/solutions/ITRF2020>），进一步提升了数据处理的可靠性。

#### 4) ITRF 的最终解

自 ITRF2005 以来，每个版本都将参考历元下框架点的坐标、线性速度和地球定向参数提供给用户。自 ITRF2014 开始还提供震后形变模型。且最新的 ITRF2020 框架不仅包含常规产品和震后形变模型，还提供了包括分别在以质量中心为原点的框架（Frame with Center of Mass as origin, CM 框架）和以几何中心为原点的框架（Frame with Center of Figure as origin, CF 框架）下的周年与半年参数模型。得益于观测数据的增加和处理策略的优化，ITRF2020 的产品精度较以往版本有所提升（姜卫平 等，2022）。

#### （2）IGS 参考框架

IGS 自 1994 年开始对全球 GPS 基准站网的观测数据进行处理和分析，并将其收集整理，用于构建 IGS 系列参考框架（党亚民 等，2015）。IGS 参考系定义与国际地球参考系统（ITRS）一致，并且其实现与其对齐，以确保与最新的 ITRF 版本保持同步，从而保证 IGS 基准定义的准确性（徐世依，2017）。该框架利用多个分析中心的解算结果综合得出，使得 IGS 的产品在内部基准上呈现一致性。迄今为止，IGS 已发布了 IGS97、IGS00、IGb00、IGS05、IGS08、IGS14 和 IGS20 等参考框架。

最初的三个 IGS 参考框架版本直接采用了 ITRF92、ITRF93 和 ITRF94 版本下 13 个测站的坐标来实现。然而，这种方法难以避免会引入不同技术之间的系统误差，导致 IGS 观测网内部出现形变问题。IGS 为了确保其产品的独立性，之后便开始构建并采用完全基于 GNSS 技术实现的参考框架（邹蓉，2009）。从

2000年开始至2006年, IGS将每周更新的累积解利用Helmert变换转换至ITRF框架下,逐步完成构建IGb00和更早版本的IGS框架(Kouba等,1998)。自2006年起,IGS又将转换ITRF框架下的IGS累积解进行了绝对天线相位中心校正,最终完成了IGS05、IGS08和IGb08这三版参考框架(Ferland等,2006;Altamimi等,2007)。

IGS14参考框架与ITRF2014保持一致,基于分布全球的252个参考站构建而成,2017年1月29日投入使用。相较于IGS08,IGS14地球参考框架,IGS14在以下几个方面进行了重要改进:(1)依据IERS2010规范,各分析中心对所有历史数据重新处理。(2)更为严格筛选和优化核心站点,使框架站点在空间上更加科学合理的分布。(3)引入支持多模GNSS观测的测站,特别是纳入GLONASS卫星信号,进一步优化了卫星的空间几何构型。(4)充分考虑了季节性周期信号以及震后形变。

IGS20参考框架与ITRF2020保持一致,相较于IGS14版本,主要进行了以下改进(Rebischung等,2022):首先,参与GLONASS和Galileo观测数据处理的机构数量有所增加;其次,引入了新的极移模型、潮汐模型、海洋潮汐负荷模型以及时变重力场模型,并采用了更新的惯例约定;最后,在数据处理策略方面也进行了局部优化。

表1.6中列举了从IGS97版本到IGS20版本的参考框架实现历程,IGS官方网站(<http://acc.igs.org/igs-frames.html>)可获取相关数据。

表1.6 IGS参考框架实现历程

Table 1.6 Implementation process of IGS reference frame

| 参考框架   | GPS周      | 核心参考站个数 |
|--------|-----------|---------|
| IGS97  | 1065-1142 | 51      |
| IGS00  | 1143-1252 | 54      |
| IGS00b | 1253-1399 | 99      |
| IGS05  | 1400-1631 | 132     |
| IGS08  | 1632-1933 | 232     |
| IGS14  | 1934-2237 | 252     |
| IGS20  | 2238-至今   | 332     |

### (3) 我国参考框架

北斗卫星导航系统的建设始于 20 世纪末，并按照“三步走”战略逐步发展，从试验系统到区域系统，最终建成全球系统，实现了我国卫星导航系统的自主研发。2000 年底，“北斗一号”系统建成并投入使用。该系统采用 1954 北京坐标系 (BJ54) 作为坐标基准，该坐标系属于参心坐标系，是我国建国初期基于传统大地测量技术建立的国家大地坐标系。

随着技术进步，2000 国家大地坐标系 (CGCS2000) 于 2003 年建立，并自 2008 年起在全国实施。该坐标系基于空间大地测量技术，其定义与 ITRS 一致。其框架通过 2000 国家 GPS 大地控制网在 ITRF97、2000.0 历元下的坐标和速度实现 (程鹏飞 等, 2014)。与“北斗一号”使用的 BJ54 坐标系不同，CGCS2000 是三维地心坐标系，能够更精确地表达空间位置信息，椭球定位定向也更为明确，较 BJ54 来说其定义和椭球参数更贴合国际标准。

在北斗系统建设换代过程中，研究人员认对北斗系统坐标基准问题曾开展过深入探讨。焦文海 (2003) 在研究报告中首次提出“北斗二号”坐标系的概念，并主张其定义应与 CGCS2000 一致。该参考框架由北斗监测站、我国 GPS 连续运行基准站及 IGS 核心站构成，坐标测定遵循 IERS 协议的模型和常数。邹蓉 (2009) 将北斗参考框架命名为 COMPASS 地球参考框架 (CTRF)，建议 CTRF 应采用 ITRS 的定义，与最新的 ITRF 对准，并且深入探讨了全球参考站构建 CTRF 的方法。2012 年底，“北斗二号”系统正式为亚太地区提供服务。采用 CGCS2000 坐标系，相对于“北斗一号”使用的 BJ54 坐标系更为先进和科学。“北斗二号”在精度和覆盖范围等方面相对于“北斗一号”均有明显提升，其通过空间距离后方交会技术确定用户的三维地心坐标，消除了因椭球定位定向引起较大系统性偏差和分区局部平差法导致的误差积累。“北斗二号”启用以后，我国科研团队也陆续开展了框架的精化工作，通过取得框架点的精确坐标和速度场数据，对现有框架加以优化，以保持 CGCS2000 框架的高精度和现势性，并且为进一步提高坐标系的精度和实用性，构建起了中国大陆格网速度场模型 (宁津生 等, 2015)。Wei (2012) 提出新一代北斗坐标基准应区别于 CGCS2000，将其命名为北斗坐标系 (Compass Geodetic System, CGS)。基于北斗地面监测站的 GPS 观测数据，

他对 CGS 进行了两次实现, 为北斗系统独立于国家大地坐标系奠定了基础, 使其能够更好地服务于全球用户。Zhao 等人 (2014) 进一步探讨了利用北斗观测值更新北斗参考框架的方法。同年, 魏娜等人 (2014) 讨论了国内外监测站在定义、精化和维持北斗地球参考框架中的作用。

目前北斗系统采用的 CGCS2000 坐标参考框架, 能够初步满足经济、国防、社会管理和科学的研究等方面的需求。且作为相对自主的坐标系统, CGCS2000 为北斗二代卫星导航系统的大地基准提供了重要支撑。然而, 对于“北斗三号”卫星导航系统的全球化运行, 我国尚未构建一个完整的、高精度的全球性地球参考框架。我国迫切需要一个完全自主可控的全球地心参考框架, 而不是依赖 IERS 提供的产品和服务 (蒋志浩, 2018)。

### 1.3.2 共模误差研究现状

尽管 GNSS 处理中的多项误差已通过精确估计加以修正, 但未建模误差, 尤其是空间相关误差, 依然存在于测站坐标时间序列中, 这可能对基于 IGS 的参考框架造成偏差。GNSS 时间序列中的共模误差 (Common Mode Error, CME) 是主要的区域空间相关误差之一, 它不仅影响 GNSS 解决方案的精度和可靠性, 还可能引发测站坐标时间序列在毫米级别的变化。

CME 由未知的区域误差和潜在的地球物理信号组成 (Gruszczynski 等, 2016; Dong 等, 2002), 可以通过一种称为区域滤波的方法来削弱这种误差。Wdowinski 等 (1997) 最初采用区域叠加滤波方法, 将单日坐标残差中的某种相似性定义为 CME。Nikolaidis 等 (2002) 将区域叠加滤波的权重设为单日解的方差, 并提出了加权平均法。叠加方法对于具有中等长度基线 (可达数十公里) 的区域 GPS 网络是有效的, 但在较大区域内, 无法准确揭示 CME 的空间分布。为更客观地描述 CME, Dong 等 (2006) 采用主成分分析 (Principal Component Analysis, PCA) 来识别 CME。PCA 放宽了均匀分布的限制, 使网络数据能够揭示 CME 的空间分布。因此, 理论上, PCA 比叠加方法更为严谨。

为确保 CME 的估计不受局部非平稳变形的影响, Liu 等 (2011) 在更广泛的区域内进行了 CME 估计, 结果显示原始时间序列的离散度有所降低。然而, 在扣除 CME 后, 火山相关的变形信号仍然存在。Ming 等 (2016) 通过 PCA 扣

除 CME，以准确提取有用的地球物理信息。Tian 等（2016）应用加权相关空间滤波方法识别出微小的构造变形信号，有效地从综合 GPS 网络中提取一致的信号。Jiang 等（2018）对 126 个 GPS 测站在扣除 CME 前后的噪声幅度向量进行了线性回归分析，发现扣除 CME 后，水平和垂直闪烁噪声幅度向量之间的相关性得到了改善，从无相关转变为中等相关。Li 等（2019）指出，CME 对垂直速度估计的影响不容忽视。Tan 等（2020）在中国的川滇地区使用 PCA 识别 CME，显示约 15% 的 CME 可以归因于日常地表质量负荷。Li 等（2020）提出了变分贝叶斯 PCA，并选择了 44 个 GNSS 测站来估计和提取 CME。经过 CME 滤波后，各站间的相关系数显著降低，残差时间序列的均方根值和有色噪声幅度大幅抑制。Zhou 等（2020）采用多通道奇异谱分析和 PCA 在全球范围内提取 CME，并估计了有/无 CME 情况下的坐标速度。

### 1.3.3 精密单点定位技术研究现状

精密单点定位（Precise Point Positioning, PPP）是一种利用精密轨道和钟差产品实现单站定位的定位技术。其静态定位精度可达 5 cm，动态定位则达到 15 cm。该技术最早由 Zumberge 等人（1997）提出。最初，要实现 PPP 的高精度定位，主要需满足以下条件：一是具备高精度的卫星轨道和钟差产品；二是配备高精度的误差修正模型以对各类误差进行修正。

近年来，PPP 技术的研究范围已从单一系统的单频 PPP 扩展至多频多系统的综合应用。在多系统组合 PPP 研究方面，Chen 等（2013）在 PPP 解算模型中对 GPS/GLONASS 的频间和系统间偏差进行了估计。实验结果表明，这些偏差的处理对解算结果具有积极影响，特别是在模糊度的收敛与固定方面效果显著。张小红团队（2010）对 GPS 与 GLONASS 系统的组合进行了精密单点定位研究，发现两系统的融合能够显著提高定位精度，并缩短收敛时间。随着 Galileo 和北斗系统的相继建成，学者们对 GPS/Galileo、GPS/BDS 以及 GPS/GLONASS/Galileo/BDS 等多系统组合进行了深入研究。研究结果表明，多系统联合定位可为 PPP 提供丰富的冗余观测数据，从而显著提升其定位精度和收敛速度（Liu 等，2017；Lou 等，2016）。在多频组合 PPP 方面，Elsobeiey（2015）、Deo 和 El-Mowafy（2018）分别提出了多种三频 PPP 定位模型，并通

过 GPS 数据对比分析了双频与三频 PPP 的性能差异, 结果表明三频 PPP 在定位精度和收敛速度方面均较双频 PPP 有显著提升。Guo 等团队 (2016) 基于 BDS 实测数据对三频 PPP 进行了验证, 发现其在动态 PPP 应用中的性能提升比静态 PPP 更为明显。综上所述, 多频多系统的融合定位策略能够有效丰富 GNSS 观测数据, 对 PPP 的定位性能提升具有显著作用。

通过引入模糊度固定技术来固定 PPP 中的模糊度, 可显著缩短收敛时间, 并获取高精度的定位结果 (Teunissen 等, 1999)。PPP 中的模糊度参数由于受到未校准硬件延迟 (Uncalibrated Phase Delay, UPD) 的影响, 通常会吸收 UPD 等非零误差, 因此不再具备整数特性 (王思遥, 2021)。这一现象促使学者们对硬件延迟估计问题展开了深入研究。Geng 提出了一种基于单差浮点无电离层模糊度估计的新方法, 用于提取宽巷和窄巷的 UPD。该方法可视为传统 PPP 算法的一种高精度增强服务方案 (Geng, 2010)。近年来, BDS 卫星的 UPD 也逐渐成为研究热点。Liu 等 (2017) 研究了 GPS+BDS 的 PPP 模糊度固定 (PPP with Ambiguity Resolution, PPP-AR) 算法, 重点分析了地球静止轨道卫星的 UPD 质量, 发现由于轨道精度较低, 其 UPD 产品往往无法满足模糊度固定的精度要求。Li 等 (2018) 则利用四系统观测值开展了 PPP-AR 实验, 评估了多系统 PPP 模糊度固定的效率。另外, 部分模糊度固定技术因其固定效率高、收敛速度快而备受关注。Li 等 (2015) 结合固定成功率与 ratio 检验, 筛选高置信度模糊度子集, 从而缩短首次定位时间并提升精度。

近年来, 精密单点定位技术已被逐渐应用于坐标时间序列分析以及速度场的推导研究中。Rabah 等 (2016) 利用 PPP 处理了 14 天的 GNSS 数据, 以获取科威特网络的高精度坐标, 从而验证了建立连续运行参考站网络的可行性。Garcia-Armenteros (2023) 结合 PPP 和双差分法为伊比利亚和努比亚板块生成了三维速度场。Arias-Gallegos 等 (2023) 采用 GipsyX 软件的 PPP 模式估算了厄瓜多尔的绝对速度和残差速度。Ogutcu 等 (2023) 利用 PRIDE 软件监测了静态和动态 PPP-AR 导出的 24 小时位移。Nguyen 等 (2024) 使用 IGS 和 CNES 的两种不同产品进行 PPP, 研究了 2019 至 2021 年间越南的构造运动。然而, 这些研究均局限于区域速度场, 尚未探索通过 PPP-AR 获得的全球分布测站坐标在全球速度场分析

中的作用。

### 1.3.4 低轨增强精密定位研究现状

与传统 GNSS 使用的地球静止轨道、倾斜地球同步轨道和中地球轨道卫星（轨道高度约为 36000 km 或 20000 km）相比，低轨卫星（Low Earth Orbit, LEO）的轨道高度显著降低，通常位于 160 km 至 2000 km 之间。这类卫星凭借其导航信号传输路径短、空间衰减小以及信号强度大等显著优势而备受关注（张小红 等, 2019）。

在精密定轨方面，低轨卫星搭载的接收机能够作为天基跟踪站，有效解决地面观测站分布不均的问题，从而提升 GNSS 卫星的定轨精度。研究表明，仅需 2 至 3 颗低轨卫星参与联合定轨，即可显著改善 GNSS 卫星的轨道精度（李敏 等, 2024；匡翠林 等, 2009；Zhu 等, 2004）。在精密定位方面，低轨卫星具有更快的运行速度，在相同时间内可覆盖更长的天空轨迹，这使得定位过程中不同历元的观测方程相关性降低，从而有望从根本上改善收敛速度慢的问题，实现快速精密单点定位（范皓迪, 2023；杨波, 2017）。在参考框架的确定方面，现有的 GNSS 尚未对 ITRF2014 的原点和尺度参数提供贡献。随着未来低轨卫星的引入，这一问题有望得到有效解决（李敏 等, 2024）。此外，由于其小型化设计，低轨卫星的建设和运营成本相对较低。近年来，低轨卫星凭借其独特优势，已成为全球学术界和产业界关注的焦点。其小型化设计显著降低了建设和运营成本，同时在新一代 PNT 体系中，低轨卫星技术作为 GNSS 的重要增强与补充手段，发挥着关键作用（杨元喜, 2018）。

苏醒（2017）将仿真的 120 颗低轨卫星观测数据与北斗三号观测数据相结合，发现 PPP 收敛时间从约 30 分钟缩短至 1 分钟，卫星可见数和定位精度也得到显著提升。蒙艳松等（2018）采用无电离层组合模型，通过融合 GPS 与低轨卫星观测数据进行 PPP。结果显示，GPS+LEO PPP 较 GPS+GLONASS PPP 具有更快的收敛速率和更高的定位精度。Su 等（2019）研究结果显示，低轨卫星增强的北斗系统 PPP 收敛时间可从原先的 30 分钟大幅缩减至约 1 分钟。Li 等（2019a；2019b）研究表明，相较于单一 GPS 或北斗二号系统，引入 LEO 增强后可使 PPP 浮点解收敛效率提升 90%，随后发现 LEO 星座不仅将 PPP 初始化时间从 7.1 分

钟大幅缩减至 0.7 分钟，同时实现了 60% 的定位精度提升。

低轨卫星星座最初的建设目标是提供全球范围内高速、连续的互联网通信服务，其中仅有部分星座具备导航功能。因此，当前对 LEO/GNSS 融合系统的研究仍主要依赖于仿真数据进行理论分析，存在一定的局限性。

#### 1.4 论文主要内容和组织结构

本文以基于 GNSS 技术精化地球参考框架为最终目标，提出三个关键方法以精化或加密地球参考框架，包括共模误差滤波、PPP-AR 解算长期技术解以及低轨卫星联合 GNSS 进行 PPP 以得到长期技术解。共模误差滤波是当前精化地球参考框架的重要手段；PPP-AR 解算提供了长期技术解，进一步提供了加密地球参考框架的方法；而低轨卫星联合 GNSS 进行 PPP 解算则为未来地球参考框架的建立和精化提供了新的途径。文章首先介绍了参考框架建立与精化的相关理论及方法。接着指出 GNSS 解中存在与时空相关的误差--CME，分析了其对全球参考框架的影响。鉴于当前地球参考框架的主要输入数据--GNSS 解算结果主要基于网平差技术获得，本文又探讨了精密单点定位技术生成长期解并为参考框架提供坐标时间序列的可行性，并将 PPP-AR 技术应用于北斗系统，为建立北斗参考框架奠定基础。最后，利用仿真生成的低轨数据与 BDS 数据进行联合精密单点定位解算，以评估低轨卫星星座对 BDS 定位性能的增强效果，为低轨卫星增强参考框架的构建奠定理论基础。本文的研究内容安排如下：

第一章：阐述了本文的研究背景与意义，系统介绍了建立高精度地球参考框架的意义，以及在北斗导航系统自主运控的背景下，建立北斗参考框架的意义。

第二章：论述了参考框架建立与精化的相关理论及方法以及精密单点定位相关理论，包括建立参考框架和精密单点定位时常用的参数估计方法、国际地球参考框架的综合理论、坐标时间序列的处理理论与精密单点定位技术相关理论。

第三章：验证了区域共模误差校正对全球参考框架的精化。利用了覆盖 21 年的全球分布的测站的周坐标解算数据，通过应用主成分分析，估算了 GNSS 解中区域相关的 CME，得出了 CME 滤波后的 GNSS 坐标解算结果，从坐标解、速度场以及 Helmert 转换参数等方面证实了区域 CME 校正对全球参考框架的精化。

**第四章：**验证了基于 PPP-AR 技术解算长期坐标解，并从中提取长期速度场和季节项以维持和加密地球参考框架的可行性。首先基于 GPS+Galileo 双系统进行 PPP-AR 解算，得到了与 IGS 解精度相当长期坐标解以及与 ITRF 精度相当的水平速度场，验证了其可行性。接着基于北斗导航系统进行 PPP-AR，得到近五年的坐标解以及速度场，为北斗参考框架的输入数据提供支持。

**第五章：**验证了低轨卫星对北斗导航系统精密单点定位收敛速度及长期坐标解精度的提升。首先，对低轨卫星星座进行仿真建模，结合 GNSS 轨道钟差产品生成低轨卫星+GNSS 仿真观测数据。随后分别对 GPS+BDS 多系统+LEO 观测数据以及 BDS 单系统+LEO 观测数据联合进行精密单点定位解算，评估低轨卫星对参考框架构建的影响，为未来低轨卫星增强参考框架的构建奠定理论基础。

**第六章：**对研究工作和成果进行了系统性总结，同时针对研究中存在的局限性，提出了改进建议和未来进一步研究的方向。

## 第2章 参考框架建立与精化基础理论及方法

地球参考框架是现代空天地一体化大地测量观测系统的核心基础。随着观测精度的不断提升与应用需求的持续扩大,如何建立、维持和精化高精度的地球参考框架已成为当前测绘与地球科学领域的重要研究课题。

本章旨在系统梳理与地球参考框架建立相关的基础理论与方法,为后续研究奠定理论基础与技术支撑。首先,明确地球参考系与参考框架的基本概念,进而介绍国际公认的 ITRF 构建流程与综合技术。其次,探讨参数估计方法及其在坐标时间序列分析、误差建模中的应用。针对影响参考框架精度的共模误差问题,本章还引入了坐标时间序列分析的基本方法。此外,为深入理解后续章节中的精密单点定位技术,本章对其涉及的观测模型、组合方式及随机模型等关键内容进行了系统阐述。

### 2.1 地球参考框架相关理论

#### 2.1.1 地球参考系的定义

##### (1) 理想的地球参考系

理想的地球系应体现地球的某种理想状态,其中物理点的位置要么是恒定的,要么能够通过理论模型来表示其变化。若地球是一个理想刚体,那么任何固定于其上的三维坐标系都可被选作地球参照系,其选择主要基于使用者的便利性。然而,现实中地球并非理想刚体,存在变形和地壳活动等现象,这要求一个理想的地球参考系一定要在一个特定条件下构建。一般而言,理想的地球参考系是一种“无旋转”的空间参考框架。在这种理想的地球参考系中,地球仅存在形变,而不会发生整体的平移或旋转。其核心特征是:在此系统下,地球的线性动量和角动量均为零,这一理论概念通常依据 Tisserand 条件来定义,如公式(2.1)所示。

$$\begin{cases} \int_C V dm = 0 \\ \int_C r \times V dm = 0 \end{cases} \dots (2.1)$$

式中,  $C$ 指整个地球,  $dm$ 为地球上的某质量元,  $r$ 和 $v$ 为该质量元在参考架内的位置矢量和速度矢量。

然而,完全依据理论来精确定义一个理想的地球参考系是难以实现的。因此,为了简化问题,通常采用一种近似方法,即基于 Tisserand 条件,相对于地壳进行定义。这种方法假设地壳具有均匀的厚度和密度,从而推导出 Mueller 等人提出的简化版理想地球参照系的定义公式,如下所示:

$$\begin{cases} \int_D \frac{d\overline{OM}}{dt} dD = 0 \\ \int_D \overline{OM} \times \frac{d\overline{OM}}{dt} dD = 0 \end{cases} \dots (2.2)$$

式中,  $D$ 为整个地球表面,  $dD$ 为地球表面 $M$ 处的一个面元,  $O$ 为地球参考系的原点,  $\overline{OM}$ 即 $M$ 点到原点 $O$ 的向量。在此系统里,地球岩石圈上物理点的坐标只会由于板块运动或者潮汐形变等地理因素而随时间发生很小的变化。

从牛顿力学的角度来看,物理空间被定义为一个三维的欧几里得仿射空间。其中,  $O$ 代表原点 (Origin),而 $E$ 代表一组基矢量空间,按照惯例,这些基向量构成一个右手系的正交向量空间。与这些基向量对应的单位向量三元组的方向和大小,分别定义了该参照系的定向 (Orientation) 和尺度 (Scale)。

## (2) 国际地球参考系

ITRS 由 IERS 负责定义,它是一个与地球同步旋转的三维坐标系,原点位于地球的质量中心。根据 *IERS Convention 2010*, ITRS 的主要特点包括:

原点设置在地球的质量中心,考虑了海洋和大气的影响;

长度单位使用国际单位制:米;

尺度与地球质心的坐标时保持一致;

方向与 1984.0 时刻国际时间局 (Bureau International de l'Heure, BIH) 设定的方向一致。

此外,方向的变化定义为地球表面水平构造运动,不涉及整体旋转。

### 2.1.2 地球参考框架的基准定义

在建立地球参考框架时,核心任务是确定一个与之匹配的基准。参考框架的基准定义涉及确定 TRF 数据集中的初始数据。在特定历元下,定义一个固定的

TRF 需要七个参数：三个用于表示位置的平移参数、三个用于描述旋转的参数和一个尺度参数。如果需要定义参考框架随时间的变化，则还需包含这七个参数的时间变化率。通过确定这 14 个参数，可以明确参考框架的原点、定向、尺度及其随时间的变化，从而完成基准定义。

单一的空间大地测量技术对定义 TRF 基准的参数并非全部敏感，因此无法提供构建地球参考系所需的完整信息。例如，由于卫星围绕地球质心运行，LLR、SLR、GPS 和 DORIS 等技术能够有效捕捉地球质心的位置，从而帮助确定参考框架的原点（即地球质心）。尺度的确定依赖于物理参数以及相对论理论模型。定向参数无法直接通过观测获取，通常需要依据约定或惯例进行设定。定向的时间变化建议采用与地球表面水平运动一致的无整体旋转条件（NNR 条件）。另外，地球的质量中心会因地球表面和内部质量的转移等动力学过程而随时间相对于地表发生变化，导致地心位置既包含周期性变化也包含长期趋势，这种现象被称为“地心运动”（Dong 等，2003）。目前，许多分析机构在构建模型时并未将这种地心运动效应纳入考虑。因此，目前实际上是以观测期间地球质心的平均位置定义的 TRF 原点。

ITRF 的基准定义如下：

（1）原点

SLR 卫星的运行轨道高度在 800 公里到 19000 公里之间。低轨卫星对地球的重力场变化极为敏感，使得 SLR 技术非常适用于精确确定地球参考框架的原点。地球的质量中心被定义为原点。

$$\begin{aligned} x_0 &= \iiint x \frac{dm}{M} = 0 \\ y_0 &= \iiint y \frac{dm}{M} = 0 \\ z_0 &= \iiint z \frac{dm}{M} = 0 \end{aligned} \quad \dots (2.3)$$

其中， $x_0$ ， $y_0$  和  $z_0$  表示相对于地球质量中心的坐标位置，而  $M$  指的是地球的整体质量，包括了大气和海洋的质量。 $x$ ， $y$ ， $z$  为质量微元  $dm$  在以地球质心为原点的坐标系中的坐标。在 SLR 中应用这一条件，得到的解始终指向地球的质量中心。虽然 GNSS 和 DORIS 在理论上也对原点位置敏感，但由于它们的轨道模型

相较于 SLR 的球面卫星轨道更为复杂，导致解算出的参数精度受限，因此它们不参与到地球参考框架原点的确定过程中。

### (2) 尺度

ITRS 的度量单位设定为米，这一定义基于真空中的光速。对尺度参数的高精度控制通过固定光速来实现。ITRF 的尺度是基于 SLR 和 VLBI 的尺度计算得出，其中 ITRF2014 采用算术平均值，DTRF2014 采用加权平均值。实现的尺度通常与地面时(Terrestrial Time, TT)保持一致。虽然这种尺度处理方式与《IERS Convention 2010》的定义不完全吻合，但由于空间大地测量技术的数据与地面时紧密相关，并且大多数 ITRF 的应用场景都需要与 TT 同步的坐标，因此更倾向于保持与 TT 的一致性。不同尺度间的转换可以通过应用相对论模型来完成。和原点一样，GNSS 和 DORIS 理论上也能感知尺度变化，但受限于轨道模型的不准确性，这些技术所确定的尺度存在系统性偏差。因此，在构建 ITRF 的过程中，将尺度参数纳入 GNSS 和 DORIS 的观测方程，以吸收与技术相关的尺度误差。这样，在最终综合的 ITRF 中，尺度参数主要依赖于 SLR 和 VLBI 实现。

### (3) 方向

最早 ITRF 的方向是以 BIH 地球参考系统 (BTS87) 为依据确定的。后续版本的 ITRF 的方向是基于前一个国际地球参考框架的方向，在参考历元时采用无整体旋转 (No-Net-Rotation, NNR) 条件来实现的。

$$\sum_{i=1}^n \mu_i r_i^0 \times \Delta r_i = 0 \quad \dots (2.4)$$

其中， $r_i^0$  为第  $n$  个测站的先验坐标向量， $\Delta r_i$  为评估的位置改正向量， $\mu_i$  代表测站的权重。

在 ITRF2000 中，方向的确定是基于板块构造模型 NNRNUVEL-1A 的无整体旋转条件。对于后续的 ITRF2005、ITRF2008 和 ITRF2014 版本，方向的变化是通过应用相对于前一个 ITRF 的 NNR 来实现的。

$$\sum_{i=1}^n \mu_i r_i^0 \times v_i = \sum_{i=1}^n \mu_i r_i^0 \times v_i^0 \quad \dots (2.5)$$

其中， $v_i^0$  和  $v_i$  分别代表测站的预期速度和实际测量速度。 $\mu_i$  指的是位置与速度向量叉乘结果的权重因子。

在实际操作中，NNR 条件被视作伪观测数据，整合进法方程系统之中。其

中旋转参数标准偏差设定为 0.1 mm, 旋转速率参数标准偏差设定为 0.01 mm/yr。

### 2.1.3 ITRF 的综合与建立

如前所述, ITRS 的实现依赖于 VLBI、SLR、GNSS 和 DORIS 等长时间序列数据的综合。这种综合方法可以在观测层面、法方程层面或参数层面实现。观测层面的综合目前还没有在 ITRS 的实现中得到大范围应用。四种空间大地测量技术的观测结果对不同的大地测量参数的敏感性也不同。表 2.1 概述了与 ITRF 直接相关的参数的敏感性 (刘姣, 2021)。

**表 2.1 空间大地测量技术对大地测量参数的敏感性**

**Table 2.1 Sensitivity of Spatial Geodetic Techniques to Geodetic Parameters**

| 技术    | 原点 | 尺度 | 测站坐标 | 极移 | $\Delta\text{UT}_1$ | LOD |
|-------|----|----|------|----|---------------------|-----|
| VLBI  |    | +  | +    | +  | +                   | +   |
| SLR   | +  | +  | +    | +  |                     | +   |
| GNSS  |    |    | +    | +  |                     | +   |
| DORIS |    |    | +    | +  |                     | +   |

#### 1) 在观测层面上综合

在观测层面综合空间大地测量技术时, 软件会使用统一的模型和参数化方法来处理不同类型的观测数据, 从而生成一个通用的设计矩阵  $A$ 。每种技术对应的观测方程为:

$$A_k x_k = b_k + v_k \quad \dots (2.6)$$

式中,  $x$  为待估参数,  $k$  表示观测技术,  $b$  表示观测值,  $v$  表示理论模型预测值与实际观测值之间的差。四种技术的观测方程所共同组成观测方程为:

$$\begin{bmatrix} A_V \\ A_S \\ A_G \\ A_D \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} b_V \\ b_S \\ b_G \\ b_D \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_V \\ v_S \\ v_G \\ v_D \end{bmatrix} \quad \dots (2.7)$$

其中,  $V$ 、 $S$ 、 $G$ 、 $D$  分别代表观测技术 VLBI、SLR、GNSS 和 DORIS。利用最小二乘理论对公式(2.7)求解, 可以得到未知参数的最优解 (包括参考框架点的坐标和 EOP 等)。在求解过程中, 需要引入必要的伪观测方程作为约束条件, 以确保最终解的准确性。

这种方法的优势在于：1) 所有观测数据均采用相同的模型和参数化方法，并通过同一软件进行统一处理；2) 异常值分析和对技术内部观测数据的加权基于综合所有观测数据的贡献；3) 在综合观测方程时，通过必要的约束条件使参数稳定，实现了大地基准解，而非仅限于技术层面。通过方差分量估计来实现观测值的加权（Koch, 1988）。在观测层面的综合是一个严密的模型，所有观测值类型使用相同的参数化和简化模型来生成观测方程，并统一处理。

## 2) 在法方程层面上综合

法方程层面的综合是通过方程(2.8)实现的。在综合过程中，输入的法方程可以由一个或多个不同的软件包生成。目前，大地空间技术的分析通常由专门针对特定技术的软件包完成。各技术的分析结果存储在 SINEX (Software and technique INdependent EXchange) 格式的文件中，其中包含参数解和方差/协方差矩阵等信息。在综合这些技术解时，从 SINEX 文件中读取与法方程相关的信息，并删除与基准相关的约束。在对不同分析软件的模型和参数化进行调整后，法方程层面的综合可以视为观测层面综合的一个近似。与观测层面综合不同，异常值分析和观测技术内部的加权仅基于单一技术的观测数据。为了处理大型法方程矩阵，在综合前对不直接相关的参数进行了“预消除”。在“预消除”之前被约束且精度足够的参数（如钟差）将不再被估计，与这些参数相关的约束在综合时也不能再被消除。为了避免解的变形，在引入与简化参数相关的先验约束时必须非常谨慎。更严格的方法是在综合之前不进行约束和参数减少，但这会导致非常大的矩阵。

根据最小二乘估计理论，各空间大地测量技术的观测方程(2.6)对应的法方程为

$$N_k \hat{x}_k = y_k \quad \dots (2.8)$$

其中，

$$N_k = A^T P A, y_k = A^T P b \quad \dots (2.9)$$

那么，四种技术综合的法方程形式为

$$N \hat{x} = y \quad \dots (2.10)$$

其中，

$$N = \frac{1}{\sigma_V^2} N_V + \frac{1}{\sigma_S^2} N_S + \frac{1}{\sigma_G^2} N_G + \frac{1}{\sigma_D^2} N_D \quad \dots (2.11)$$

$$y = \frac{1}{\sigma_V^2} y_V + \frac{1}{\sigma_S^2} y_S + \frac{1}{\sigma_G^2} y_G + \frac{1}{\sigma_D^2} y_D \quad \dots (2.12)$$

通过在方程(2.12)中加入必要的约束条件和伪观测方程, 所得到的地球参考框架参数是在法方程层面上综合得到的解。

### 3) 在参数层面上综合

在参数水平上对技术解进行综合时, 由各技术的法方程(2.8)解的框架参数解是综合时的输入, 即技术解参数是综合时的伪观测值。在参数层面上进行综合的观测方程为

$$I \begin{bmatrix} x_V \\ x_S \\ x_G \\ x_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{x}_V \\ \hat{x}_S \\ \hat{x}_G \\ \hat{x}_D \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_V \\ v_S \\ v_G \\ v_D \end{bmatrix} \quad \dots (2.13)$$

通过在上式中加入必要的观测方程生成的法方程进行解算, 得到的框架解是在参数层面上综合得到的参考框架解。

在构建 ITRF 时, 输入解通常通过应用最小约束或松约束来生成, 以消除与基准参数相关的秩亏。这两种约束方式的优点在于它们不会引起测站网几何形状的变形。最小约束可以消除法方程中与基准参数相关的奇异性, 且不会导致测站网几何形状的任何变化 (即无变形约束); 而松约束则意味着对所有参数或某一参数组中的所有参数施加相对宽松的约束条件 (例如, 测站坐标使用 1 m 的约束)。由于松约束的标准差非常高 (远大于假设的参数精度), 因此测站网的几何形状也不会有明显变化。通过施加松约束, 不仅可以消除与基准相关的奇异性, 还可以消除其他类型的奇异性。使用最小约束时, 求解参数的标准差较小; 而使用松约束时, 求解得到的所有参数的标准差都较大。

所有输入解都实现了大地测量基准。为了避免技术解中应用的约束对综合解 (即 ITRS 实现) 的基准产生影响, 为每个输入的技术解建立了一个相对于综合解的三维相似变换参数, 称为 Helmert 转换。法国国家测绘局 (Institut Géographique National, IGN) 实现 ITRF 时运用了在参数层面上的综合。Altamimi 等人 (2023) 详细描述了最新实现的 ITRF2020 中使用的综合策略。

## 2.2 参数估计相关理论

在空间大地测量数据处理中, 最小二乘估计和卡尔曼滤波是两种主要的参数估计方法, 它们在地球参考框架的建立和精密单点定位中均得到了广泛应用。以 IGN 开发的地球参考框架维护软件 CATREF 为例, 其采用最小二乘参数估计方法; 而喷气推进实验室 (Jet Propulsion Laboratory, JPL) 则在 CATREF 的基础上引入卡尔曼滤波来实现参考框架的构建。通过将上一历元的参数估值及其方差协方差作为下一历元观测量的虚拟观测值, 两种方法实现了观测信息与预测信息的有效融合, 从而优化了当前历元的参数估计。相比之下, 卡尔曼滤波方法具有更高的灵活性, 能够有效处理速度参数的时变性, 并且在状态参数和随机模型的设置上更为合理。

### 2.2.1 经典最小二乘

一般的, 设计矩阵  $A$  的观测方程可表达为:

$$A_{n \times 1} X_{p \times 1} = L_{n \times 1} + V_{n \times 1} \quad \dots (2.14)$$

上式中,  $X_{p \times 1}$  为参数向量,  $L_{n \times 1}$  为观测向量,  $V_{n \times 1}$  为观测值残差。 $L_{n \times 1}$  对应的方差阵  $D_L$  的随机模型可表达为:

$$D_L = \sigma_0^2 \begin{bmatrix} Q_1 & & & \\ & Q_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & Q_{n-1} \\ & & & & Q_n \end{bmatrix} \quad \dots (2.15)$$

上式中,  $\sigma_0^2$  为先验单位权中误差,  $Q$  为协因数。

最小二乘参数估计方法通过最小化观测值残差的平方和来推导参数估计结果:

$$\begin{cases} V = A\hat{X} - L \\ V^T Q^{-1} V = \min \end{cases} \quad \dots (2.16)$$

上式中,  $\hat{X}$  为最小二乘参数估值, 通过对极值条件求导可得:

$$\frac{\partial V^T Q^{-1} V}{\partial X} = 2V^T Q^{-1} A = 0 \quad \dots (2.17)$$

将其代入上式可得最终法方程:

$$A^T Q^{-1} A \hat{X} = A^T Q^{-1} L \quad \dots (2.18)$$

则对应的参数估计值及其协方差阵可表示为:

$$\begin{cases} \hat{X} = (A^T Q^{-1} A)^{-1} A^T Q^{-1} L \\ D_{\hat{X}} = \sigma_0^2 (A^T Q^{-1} A)^{-1} \end{cases} \dots (2.19)$$

经典最小二乘方法通常对所有可用观测数据进行联合处理, 以获得全局最优的参数估计, 因此适用于后处理分析, 但不适用于实时数据的单历元滤波计算。此外, 该方法未考虑参数的随机性特征, 可能在某些应用场景下存在一定的局限性。

### 2.2.2 序贯最小二乘法

在精密单点定位中, 通常不直接采用传统的最小二乘法, 而是使用递归最小二乘或序贯最小二乘估计方法, 这些方法通过对待估参数进行分类处理来实现。以下重点介绍序贯最小二乘方法。

序贯最小二乘法的核心思想是基于线性模型的统计特性, 构建递归解算方程来处理新增观测数据。在 PPP 中, 待估参数可根据其是否随时间变化分为两类。基于这一分类, 观测模型可以重新表达为以下形式:

$$AX + BY = L + V, \quad P \dots (2.20)$$

通过消参数法, 可以推导出法方程:

$$\begin{bmatrix} A^T PA & A^T PB \\ B^T PA & B^T PB \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} \\ N_{21} & N_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^T PL \\ B^T PL \end{bmatrix} \dots (2.21)$$

$$Z = N_{21} N_{11}^{-1} \dots (2.22)$$

将上式进行变换得到:

$$\begin{bmatrix} I & 0 \\ -Z & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} \\ N_{21} & N_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} \\ 0 & N_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^T PL \\ B^T PL \end{bmatrix} \dots (2.23)$$

其中,

$$\tilde{N}_{22} = B^T PB - B^T P A N_{11}^{-1} A^T PB \dots (2.24)$$

设

$$J = A N_{11}^{-1} A^T P \dots (2.25)$$

则

$$\tilde{N}_{22} = B^T (I - J)^T P (I - J) B \dots (2.26)$$

设

$$\tilde{B} = (I - J) B \dots (2.27)$$

得到新的法方程:

$$\tilde{B}^T P \tilde{B} Y = \tilde{B}^T P L \quad \dots (2.28)$$

从而构建了一个新的观测方程:

$$\tilde{B} Y = L + U, P \quad \dots (2.29)$$

式中,  $Y$  向量包含模糊度参数和对流层延迟改正参数。同时, 观测值  $L$  及其权阵保持不变。因此, 可以首先估计出  $Y$  向量, 随后通过以下公式进一步估计  $X$  向量:

$$\tilde{X} = N_{11}^{-1} (A^T P L - N_{12} Y) \quad \dots (2.30)$$

### 2.2.3 卡尔曼滤波

卡尔曼滤波的核心是利用观测序列  $L_k (k = 1, 2)$  和动力学模型信息, 估计状态向量的最优值。因此, 需要先构建状态方程和观测方程。 $t(k)$  时刻的状态向量  $X_k$  及观测向量  $L_k$  的具体表达式如下:

$$\begin{cases} X_k = \Phi_{k,k-1} X_{k-1} + \Gamma_{k-1} W_{k-1} \\ L_k = H_k X_k + V_k \end{cases} \quad \dots (2.31)$$

式中,  $\Phi_{k,k-1}$  为从  $t(k-1)$  时刻至  $t(k)$  时刻系统状态的转移矩阵;  $\Gamma_{k-1}$  为系统噪声驱动阵;  $W_{k-1}$  系统激励噪声;  $H_k$  为观测方程的系数阵,  $V_k$  为观测噪声。

实际应用中, 通常采用简化动力学模型, 包括常速度模型和常加速度模型。同时, 动态噪声通常被假定为零均值的高斯白噪声:

$$\begin{cases} E(W_k) = 0, Cov\{W_k, W_j\} = E[W_k W_j^T] = Q_k \delta_{kj} \\ E(V_k) = 0, Cov\{V_k, V_j\} = E[V_k V_j^T] = R_k \delta_{kj} \\ Cov(W_k, V_k) = E[W_k V_k^T] = 0 \end{cases} \quad \dots (2.32)$$

式中,  $Q_k$  和  $R_k$  分别为系统噪声和量测噪声的方差矩。 $\delta_{kj}$  满足下式:

$$\delta_{kj} = \begin{cases} 1(k = j) \\ 0(k \neq j) \end{cases} \quad \dots (2.33)$$

对于 PPP, 状态转移矩阵  $\Phi_{k,k-1}$  为单位矩阵。相位模糊度参数作为常数估计, 接收机钟差通常采用逐历元更新的方式, 静态坐标作为常数估计, 动态坐标则可通过白噪声估计或基于速度/加速度模型进行状态更新。

## 2.3 坐标时间序列分析方法

### 2.3.1 时间序列的预处理

#### 2.3.1.1 粗差探测与剔除

测站坐标时间序列中常存在粗差，这些粗差可能源于观测环境、设备问题或人为操作。粗差会影响坐标时间序列的分析与建模（贾彦锋，2022），因此必须在研究前进行检测与剔除。目前，国内外研究者主要采用两种粗差检测方法：“ $3\sigma$ ”准则和基于四分位距的稳健估计方法。通常将这两种准则与最小二乘法相结合，用于识别坐标时间序列中的粗差（李晓光 等，2018；Jiang 和 Zhou，2015）。

#### 2.3.1.2 间断项内插

观测数据常常存在缺失，主要由于测站环境或设备变化等原因。精确坐标时间序列的获取需要对序列中的间断部分进行插值处理。此外，只有当时间序列为等间隔时，才能进行主成分分析。常见的插值方法包括线性插值、近邻插值、拉格朗日插值、多项式插值等。拉格朗日插值法适用于数据点较少且间隔适中的情况，其数学模型简单、结构紧凑，是一种经典且广泛使用的插值方法。以下将详细介绍该方法。

$l_k(x)(k = 0, 1, \dots, n)$  是一个次数为  $n$  的多项式，在  $n$  个节点  $x_i (i = 0, 1, \dots, k-1, k, k+1, \dots, n)$  上  $l_k(x)$  的值为 0，在节点  $x_k$  上其值为 1，即：

$$l_k(x_k) = \begin{cases} 1, & i = k \\ 0, & i \neq k \end{cases} \quad \dots (2.34)$$

则称  $l_k(x)$  为节点  $x_i (i = 0, 1, \dots, k-1, k, k+1, \dots, n)$  上的拉格朗日插值基函数。 $n$  个节点  $x_i (i = 0, 1, \dots, k-1, k, k+1, \dots, n)$  是  $l_k(x)$  的零点，因此可设

$$l_k(x) = A_k(x - x_0)(x - x_1) \cdots (x - x_{k-1})(x - x_{k+1}) \cdots (x - x_n) \quad \dots (2.35)$$

其中， $A_k$  为待定系数。根据  $l_k(x_k) = 1$  可得：

$$\begin{aligned} l_k(x) &= \frac{(x - x_0)(x - x_1) \cdots (x - x_{k-1})(x - x_{k+1}) \cdots (x - x_n)}{(x_k - x_0)(x_k - x_1) \cdots (x_k - x_{k-1})(x_k - x_{k+1}) \cdots (x_k - x_n)} \\ &= \prod_{\substack{i=0 \\ i \neq k}}^n \frac{x - x_i}{x_k - x_i} \quad \dots (2.36) \end{aligned}$$

取  $k = 0, 1, \dots, n$ ，就得到  $n+1$  个拉格朗日插值基函数。则  $n$  次多项式可表示为：

$$p(x) = a_0 l_0(x) + a_1 l_1(x) + \cdots + a_n l_n(x) \quad \dots (2.37)$$

式中,  $a_0, a_1, \dots, a_n$  为待定系数, 令

$$p(x_i) = \sum_{i=0}^n a_i l_i(x_i) = y_i \quad (i = 0, 1, \dots, n) \quad \dots (2.38)$$

利用  $l_i(x)$  的性质得  $a_i = y_i$  ( $i = 0, 1, \dots, n$ ) 代入上式, 即可得到拉格朗日插值多项式, 记为  $L_n(x)$ 。

在坐标时间序列方面的应用如下:

设在  $[t_0, t_0 + \Delta t]$  内的  $n + 1$  个节点上的坐标为  $X_0, Y_0, Z_0, X_1, Y_1, Z_1, \dots, X_n, Y_n, Z_n$  则可用下式来表示:

$$\begin{aligned} X(t) &= \sum_{i=0}^n X(i) l_i(t) \\ Y(t) &= \sum_{i=0}^n Y(i) l_i(t) \\ Z(t) &= \sum_{i=0}^n Z(i) l_i(t) \end{aligned} \quad \dots (2.39)$$

式中,  $l_i(t) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n \frac{(t-t_j)}{(t_i-t_j)}$  即为拉格朗日插值基函数。

### 2.3.2 坐标时间序列的基本模型

GNSS 技术目前被广泛应用于研究地球表面的动态变形, 并作为基本数据参与地球参考框架的构建。分布在地球表面的测站坐标是其主要研究对象。不同分析中心和软件使用不一致的误差改正模型进行解算时, 测站坐标时间序列中不仅包含随机误差, 还不可避免地存在由于模型不完善或不准确而产生的误差。对 GNSS 时间序列进行分析, 有助于量化地球表面的形变, 为研究随时间变化的地球物理过程提供基础信息, 例如冰期后反弹、震后形变、季节性形变以及不连续变形等。

长期坐标时间序列中通常包含线性变化和周期性信号。对于那些受到地震影响的测站, 还会出现地震期间和地震后的形变。此外, 当设备更换时, 测站坐标可能会出现不连续的变化。某个 GNSS 站在观测历元  $t_i$  (以年为单位) 时的坐标分量可以用以下模型来描述:

$$\begin{aligned}
y(t_i) = & a + b \cdot t_i + c \cdot \sin(2\pi t_i) + d \cdot \cos(2\pi t_i) + e \cdot \sin(4\pi t_i) + \\
& f \cdot \cos(4\pi t_i) + \sum_{j=1}^{ng} g_j H(t_i - T_{eq}) + \sum_{j=1}^{ng} h_j H(t_i - T_{post}) t_i + \\
& \sum_{j=1}^{nh} k_j \log \left( 1 + \frac{(t_i - T_{post})}{\tau_i} \right) H(t_i - T_{post}) + \\
& \sum_{j=1}^{nl} l_j \exp \left( -\frac{(t_i - T_{post})}{\tau_i} \right) H(t_i - T_{post}) + v_i
\end{aligned} \quad \dots (2.40)$$

上式中,  $a$ 和 $b$ 分别代表测站的初始位置和速度;  $c$ 和 $d$ ,  $e$ 和 $f$ 分别表示周年、半周年信号的振幅;  $H(*)$ 是一个阶跃函数;  $T_{eq}$ 为地震发生时刻; 系数 $g_j$ 表示在 $T_{eq}$ 时测站坐标发生的突变值;  $h_j$ 表示地震后测站速度的变化率;  $T_{post}$ 表示震后某一时刻;  $k_j$ 表示 $T_{post}$ 时刻的松弛或滑移位移大小;  $\tau_i$ 表示测站震后松弛的时间常数;  $v_i$ 表示测量误差。

对于某个特定的地震,  $T_{eq}$ 和 $T_{post}$ 是已知的。测站震后松弛时间常数 $\tau_i$ 的最佳值可以通过使模型拟合度达到最小来确定。公式(2.40)中的参数最佳估计值可以通过最小二乘法求解, 其观测方程可以表示为:

$$y = Bx + \epsilon \quad \dots (2.41)$$

其中,  $y = [y_1, y_2, \dots, y_n]^T$ ,  $x = [a, b, c, d, e, f, g, h, k, l]$ ,  $\epsilon = [v_1, v_2, \dots, v_n]^T$

$$B = \begin{bmatrix} 1t_1 \sin(2\pi t_1) \cos(2\pi t_1) \sin(4\pi t_1) \cos(4\pi t_1) H(t_1 - T_{eq}) H(t_1 - T_{post}) t_1 \dots \\ \log \left( 1 + \frac{t_1 - T_{post}}{\tau_1} \right) H(t_1 - T_{post}) \exp \left( -\frac{t_1 - T_{post}}{\tau_1} \right) H(t_1 - T_{post}) \\ 1t_2 \sin(2\pi t_2) \cos(2\pi t_2) \sin(4\pi t_2) \cos(4\pi t_2) H(t_2 - T_{eq}) H(t_2 - T_{post}) t_2 \dots \\ \log \left( 1 + \frac{t_2 - T_{post}}{\tau_1} \right) H(t_2 - T_{post}) \exp \left( -\frac{t_2 - T_{post}}{\tau_2} \right) H(t_2 - T_{post}) \\ \dots \\ \dots \\ 1t_n \sin(2\pi t_n) \cos(2\pi t_n) \sin(4\pi t_n) \cos(4\pi t_n) H(t_n - T_{eq}) H(t_n - T_{post}) t_n \dots \\ \log \left( 1 + \frac{t_n - T_{post}}{\tau_1} \right) H(t_n - T_{post}) \exp \left( -\frac{t_n - T_{post}}{\tau_n} \right) H(t_n - T_{post}) \end{bmatrix} \quad \dots (2.42)$$

构建误差方程和随机模型如下:

$$\begin{cases} V = B\hat{x} - y \\ D = \sigma_0^2 Q = P^{-1} \end{cases} \quad \dots (2.43)$$

依据最小二乘理论得出误差方程对应的法方程, 即:

$$B^T P B \hat{x} = B^T P y \quad \dots (2.44)$$

各个待估参数的估值为:

$$\hat{x} = (B^T P B)^{-1} B^T P y \quad \dots (2.45)$$

### 2.3.3 主成分分析法

在对包含具有时间和空间相关性的信号和噪声的原始坐标时间序列进行预处理后, 我们获得了残差时间序列。Dong 等人 (2006) 用一种时空滤波方法, 成功扣除了残差时间序列中的共模误差。该方法使测站对 CME 具有非均匀的空间响应, 称为 PCA。在本研究中, 我们使用 QOCA 中嵌入的 PCA 进行 CME 估计。PCA 分解方法如下:

定义一个  $m \times n$  的实值矩阵  $X(t_i, x_j)$  (其中  $i = 1, 2, \dots, m$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ , 假设  $m \geq n$ ), 表示一个包含  $m$  天、 $n$  个测站的测站坐标时间序列。 $X$  中, 每一列代表网络中单个测站在东、北和垂直分量上的残差值, 每一行表示测站的坐标分量。矩阵  $X(t_i, x_j)$  的协方差矩阵  $B$  的元素定义为:

$$b_{ij} = \frac{1}{m-1} \sum_{k=1}^m X(t_k, x_i) X(t_k, x_j) \quad \dots (2.46)$$

该  $(n \times n)$  对称矩阵  $B$  可以分解为:

$$B = V \Lambda V^T \quad \dots (2.47)$$

其中,  $n \times n$  的特征向量矩阵  $V^T$  是一个行向量正交矩阵, 矩阵  $\Lambda$  包含  $k$  个非零对角线特征值  $\{\lambda_k\}$  ( $n \geq k$ )。在实际数据中, 矩阵  $B$  的秩通常是满秩的 ( $k = n$ ), 并且  $B$  可以通过  $n$  个正交向量展开。因此, 矩阵  $X(t_i, x_j)$  可以通过正交函数基  $V$  展开为:

$$X(t_i, x_j) = \sum_{k=1}^n a_k(t_i) v_k(x_j) \quad \dots (2.48)$$

其中,  $a_k(t)$  由下式导出:

$$a_k(t_i) = \sum_{j=1}^n X(t_i, x_j) v_k(x_j) \quad \dots (2.49)$$

$a_k(t)$  定义为矩阵  $X$  的第  $k$  个主成分, 而  $v_k(x)$  是其对应的特征向量。主成分表示时间变化, 而特征向量则表示对每个主成分对应的空间响应。

## 2.4 精密单点定位技术相关理论

PPP 是一种高精度定位技术，通过单个接收机收集的观测数据，结合精密卫星轨道和钟差产品，精确确定接收机在地心地固坐标系中的位置。PPP 的定位精度与所使用的精密卫星轨道和钟差产品的质量密切相关，这些产品均基于统一的地球参考框架。当使用 IGS 发布的精密轨道和钟差产品进行精密单点定位时，可以直接获得位于 IGS 参考框架内的测站坐标。又因为 IGS 框架与最新版本的 ITRF 框架保持一致，PPP 技术便可以直接提供与 ITRF 一致的测站高精度坐标。将 PPP 技术应用于测站坐标的确立，可有效解决 GNSS 网解计算量大的问题，显著提高数据处理效率，从而支持高精度坐标参考框架的维持与加密。

### 2.4.1 PPP 观测方程

在频率  $f$  下，卫星  $j$  的伪距观测值  $P_f^j$  和相位观测值  $L_f^j$  对应的观测模型可分别表示为：

$$P_f^j = \rho^j + c \cdot \bar{\delta}t - c \cdot \bar{\delta}t^j - \Delta_{rela}^j + T^j - \frac{I^j}{f^2} + b_{f,P}^r - b_{f,P}^s + \varepsilon_{P_f} \quad \dots (2.50)$$

$$L_f^j = \rho^j + c \cdot \bar{\delta}t - c \cdot \bar{\delta}t^j - \Delta_{rela}^j + T^j + \frac{I^j}{f^2} + \lambda_f \cdot \bar{N}_f^j + \lambda_f \cdot W^j + b_{f,L}^r - b_{f,L}^s + \varepsilon_{L_f} \dots (2.51)$$

两式中，各符号的含义如下：

$\rho^j$  表示接收机参考点到卫星  $j$  质心之间的几何距离；

$c$  为光速；

$\bar{\delta}t$  和  $\bar{\delta}t^j$  分别代表接收机钟差和卫星钟差；

$\Delta_{rela}^j$  为相对论效应的改正值；

$\frac{I^j}{f^2}$  为观测路径上的电离层延迟；

$b_{f,P}^r$  和  $b_{f,P}^s$  分别是接收机端和卫星端的伪距硬件延迟；

$\varepsilon_{P_f}$  和  $\varepsilon_{L_f}$  包含了观测噪声以及多路径误差等其他误差；

$\bar{N}_f^j$  为相位模糊度（具有整数特性）；

$\lambda_f$  为频率  $f$  对应的波长，即  $\lambda_f = c/f$ ；

$W^j$  为以周为单位的相位缠绕误差；

$b_{f,L}^r$  和  $b_{f,L}^s$  分别是接收机端和卫星端的相位硬件延迟。

在定位中, 伪距硬件延迟与实际钟差无法直接区分, 因此通常将两者合并为一个参数进行处理 (张益泽, 2018)。式(2.50)可以被重新表述为:

$$P_f^j = \rho^j + c \cdot \delta t_f - c \cdot \delta t_f^j - \Delta_{rela}^j + T^j - \frac{I^j}{f^2} + \varepsilon_{P_f} \quad \dots (2.52)$$

其中,

$$\delta t_f = \bar{\delta}t + b_{f,P}^r, \delta t_f^j = \bar{\delta}t^j + b_{f,P}^s \quad \dots (2.53)$$

$\delta t_f$  和  $\delta t_f^j$  实际上分别表示包含接收机伪距硬件延迟的“伪”接收机钟差和包含卫星伪距硬件延迟“伪”卫星钟差, 通常将其等效为特定频率  $f$  下的接收机伪距钟差和卫星伪距钟差。

类似地, 式(2.51)改写为:

$$L_f^j = \rho^j + c \cdot \delta t_{f,L} - c \cdot \delta t_{f,L}^j - \Delta_{rela}^j + T^j + \frac{I^j}{f^2} + \lambda_f \cdot \bar{N}_f^j + \lambda_f \cdot W^j + \varepsilon_{L_f} \quad \dots (2.54)$$

其中,

$$\delta t_{f,L} = \bar{\delta}t + b_{f,L}^r, \quad \delta t_{f,L}^j = \bar{\delta}t^j + b_{f,L}^s \quad \dots (2.55)$$

$\delta t_{f,L}$  和  $\delta t_{f,L}^j$  分别表示接收机的相位钟差和卫星的相位钟差。为了与伪距钟差保持一致, 公式(2.54)可以被重新表述为:

$$L_f^j = \rho^j + c \cdot \delta t_f - c \cdot \delta t_f^j - \Delta_{rela}^j + T^j + \frac{I^j}{f^2} + \lambda_f \cdot N_f^j + \lambda_f \cdot W^j + \varepsilon_{L_f} \quad \dots (2.56)$$

此时,  $\delta t_f$  和  $\delta t_f^j$  在式2.51和式2.56中意义相同,  $N_f^j$  是接收机端和卫星端的伪距与相位硬件延迟的组合, 此时已经失去了整周的特性。结合式(2.52)、式(2.54)、式(2.55)、式(2.56), 可以得到:

$$\lambda_f \cdot N_f^j = \lambda_f \cdot \bar{N}_f^j + b_{f,L}^r - b_{f,L}^s - b_{f,P}^r + b_{f,P}^s \quad \dots (2.57)$$

#### 2.4.2 无电离层组合模型

在非差观测中, 大多数误差可以通过精确建模得以消除。然而, 电离层和对流层的误差仍然难以处理。由于电离层延迟在不同频点上与频率平方呈反比, 因此可以通过线性组合单个测站不同频率的观测数据, 形成无电离层组合观测, 以

消除一阶电离层误差。以 $P_1, P_2, L_1, L_2$ 分别表示在频率 $f_1$ 和 $f_2$ 下的伪距和相位观测值，无电离层组合模型可表示为：

$$P_{IF} = \frac{f_1^2 P_1 - f_2^2 P_2}{f_1^2 - f_2^2}, L_{IF} = \frac{f_1^2 L_1 - f_2^2 L_2}{f_1^2 - f_2^2} \quad \dots (2.58)$$

将伪距和相位观测模型式(2.50)和式(2.51)代入，可得：

$$P_{IF} = \rho + c \cdot \delta t - c \cdot \delta t^j - \Delta_{rela} + T + \varepsilon_{P_{IF}} \quad \dots (2.59)$$

$$L_{IF} = \rho + c \cdot \delta t - c \cdot \delta t^j - \Delta_{rela} + T + \lambda_{IF} \cdot N_{IF} + \frac{c}{f_1 + f_2} W + \varepsilon_{L_{IF}} \quad \dots (2.60)$$

其中，各符号含义如下：

$P_{IF}$ 和 $L_{IF}$ 分别表示伪距和相位观测值；

$\lambda_{IF}$ 是波长；

$N_{IF}$ 表示相位模糊度，如上所述，其不再保留整数周期特性；

$\varepsilon_{P_{IF}}$ 和 $\varepsilon_{L_{IF}}$ 表示多路径误差、天线相位中心偏差及观测噪声；

$\delta t$ 和 $\delta t^j$ 分别表示卫星和接收机钟差，包含了接收机和卫星硬件延迟，即：

$$\delta t = \bar{\delta t} + b_{IF}^r = \bar{\delta t} + \frac{f_1^2 b_1^r - f_2^2 b_2^r}{f_1^2 - f_2^2} \quad \dots (2.61)$$

$$\delta t^j = \bar{\delta t^j} + b_{IF}^s = \bar{\delta t^j} + \frac{f_1^2 b_1^s - f_2^2 b_2^s}{f_1^2 - f_2^2} \quad \dots (2.62)$$

#### 2.4.3 PPP 随机模型

双频无电离层组合中，现有的对流层延迟模型修正精度可达 4-7 cm，但尚未达到毫米级精度，因此仍需对天顶湿延迟进行估计。此外，相位观测值还需引入整周模糊度 (Kouba, 2015)。精密单点定位的数学模型可表示为：

$$\begin{bmatrix} P_1 - \rho_1 - D_{P_1} \\ L_1 - \rho_1 - D_{L_1} \\ \vdots \\ P_n - \rho_n - D_{P_n} \\ L_n - \rho_n - D_{L_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{x_0 - x^1}{\rho^0} & \frac{y_0 - y^1}{\rho^0} & \frac{y_0 - y^1}{\rho^0} & 1 & M_{wet}^1 & 0 & \cdots & 0 \\ \frac{x_0 - x^1}{\rho^0} & \frac{y_0 - y^1}{\rho^0} & \frac{y_0 - y^1}{\rho^0} & 1 & M_{wet}^1 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots \\ \frac{x_0 - x^1}{\rho^0} & \frac{y_0 - y^1}{\rho^0} & \frac{y_0 - y^1}{\rho^0} & 1 & M_{wet}^n & 0 & \cdots & 0 \\ \frac{x_0 - x^1}{\rho^0} & \frac{y_0 - y^1}{\rho^0} & \frac{y_0 - y^1}{\rho^0} & 1 & M_{wet}^n & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \\ c \cdot \delta t \\ dZTD_w \\ B_1 \\ \vdots \\ B_n \end{bmatrix}$$

$$\dots (2.63)$$

式中,  $M_{wet}$  为对流层湿延迟的映射函数,  $dZTD_w$  为对流层天顶湿延迟的校正参数,  $B$  代表以距离为单位的相位模糊度参数。上述模型可简化为:

$$y = Hx \quad \dots (2.64)$$

式中,  $y$  表示观测值残差,  $H$  表示设计矩阵,  $x$  表示待估参数 (张益泽, 2018)。鉴于各观测数据在精度上存在显著差异, 在参数估计过程中需要预先确定各观测量的先验精度及其相应的权重分配, 从而构建合理的观测随机模型。当前, 两种常用的随机模型构建方法包括基于卫星高度角的定权法和基于信噪比的定权法 (薛志宏, 2012)。

基于卫星高度角的随机模型目的是对测量噪声进行建模, 数学表达式为:

$$\sigma^2 = f(E) \quad \dots (2.65)$$

通常使用正弦/余弦函数或指数函数模型来构建高度角随机模型。表 2.2 汇总了国内外常用 GNSS 数据处理软件中在参考高度角  $E_0$  下所采用的随机模型 (刘赞, 2022)。表中,  $\sigma^2$  为观测值在天顶方向的标准差,  $E$  为卫星高度角,  $a$  和  $b$  为比例因子。

表 2.2 GNSS 数据处理软件中采用的定权模型

Table 2.2 Height angle weighting model used in GNSS data processing software

| GNSS数据处理软件 | 高度角定权模型   |
|------------|---|
| Barnes     | $\sigma^2 = \sigma_0^2 (1 + ae^{-E/E_0})^2$   |
| Bernese    | $\sigma^2 = a^2 + b^2 \cos^2 E$   |
| GAMIT      | $\sigma^2 = a^2 + b^2 \sin^2 E$   |
| GAMP       | $\sigma^2 = a^2 + b^2 \sin^2 E$   |
| RTKLib     | $\sigma^2 = a^2 + b^2 \sin^2 E$   |
| PANDA      | $\sigma^2 = \begin{cases} a^2 & , E \geq \frac{\pi}{6} \\ a^2/4 \sin^2 E & , \text{else} \end{cases}$ |
| Net_Diff   | $\sigma^2 = a^2 + b^2 \sin^2 E$   |

信噪比 (SNR) 是指接收机获取的信号强度与噪声强度的比值, 可作为衡量 GNSS 观测值精度的参考指标。多路径效应、天线增益以及大气建模残余误差等

多种因素都会影响其数值。因此，信噪比的值能够在一定程度上体现接收机观测数据的质量高低。如下是参考信噪比 $S_0$ 下的随机模型的具体数学表达式：

$$\sigma^2 = \sigma_0^2 (1 + a e^{-S/S_0})^2 \quad \dots (2.66)$$

式中， $\sigma_0$ 表示天顶方向的观测值标准差， $a$ 为比例因子， $S$ 为观测值的信噪比。

#### 2.4.4 无电离层模糊度固定方法

通常将无电离层模糊度分解为宽巷模糊度 $N_{wl}$ 和窄巷模糊度 $N_1$ ，并进行逐级固定。对于无电离层模糊度 $N_{IF}$ 及其对应波长 $\lambda_{IF}$ ，可表示为（靳晓东，2016）：

$$\begin{aligned} \lambda_{IF} N_{IF} &= \frac{cf_1}{f_1^2 - f_2^2} N_1 - \frac{cf_2}{f_1^2 - f_2^2} N_2 \\ &= \frac{cf_2}{f_1^2 - f_2^2} (N_1 - N_2) + \frac{c}{f_1^2 + f_2^2} N_1 \\ &= \frac{cf_2}{f_1^2 - f_2^2} N_{wl} + \lambda_{nl} N_1 \\ &= \frac{f_2}{f_1 + f_2} \lambda_{wl} N_{wl} + \lambda_{nl} N_1 \end{aligned} \quad \dots (2.67)$$

在该公式中， $c$ 为光速； $f_1$ 和 $f_2$ 为不同频点的载波频率； $\lambda_{wl}$ 表示宽巷模糊度的波长， $\lambda_{nl}$ 表示窄巷模糊度的波长。

无电离层模糊度的固定主要分为以下三个步骤（周平，2023）：

##### 1. 宽巷模糊度固定

浮点宽巷模糊度可以通过 MW 组合得到，随后，通过星间单差消除接收机端的 UPD，并利用 IGS 分析中心发布的宽巷模糊度产品，从而消除卫星端的 UPD，得到具有整周特性的宽巷模糊度。再经过多个历元的平滑处理后，可以直接使用取整法达到固定宽巷模糊度。

##### 2. 窄巷模糊度固定

宽巷模糊度固定解结合浮点无电离层模糊度，根据公式可得出浮点窄巷模糊度。接着，同样通过星间单差消除接收机端的 UPD 和 IGS 分析中心提供的窄巷模糊度产品消除卫星端的 UPD，得到具有整周特性的窄巷模糊度。最后，对窄巷模糊度进行固定，固定过程采用 LAMBDA 算法。

##### 3. 无电离层模糊度固定

依据相关公式，将上述第一、二步所得的宽巷和窄巷模糊度固定解代入，便

可获得无电离层模糊度的固定解。

#### 2.4.5 多系统多频点 PPP 定位模型

线性化 GNSS 基本观测方程, 得到:

$$l_{r,j}^s = -u_r^s \cdot r_r - dT^s + dt_r - \kappa_j \cdot I_{r,1}^s + m_r^s \cdot Z_r + \lambda_j N_{r,j}^s + \lambda_j (b_{r,j} - b_j^s - b_{v,j}^s) + \varepsilon_{r,j}^s \quad \dots (2.68)$$

$$p_{r,j}^s = -u_r^s \cdot r_r - dT^s + dt_r + \kappa_j \cdot I_{r,1}^s + m_r^s \cdot Z_r + (d_{r,j} - d_j^s) + e_{r,j}^s \quad \dots (2.69)$$

式中:  $P_{r,j}^s$  和  $l_{r,j}^s$  分别为伪距和载波相位观测方程对应的 OMC 值 (观测值减近似值);  $u_r^s$  为接收机至卫星的单位向量;  $r_r$  为接收机坐标改正数 (相对于线性化时采用的近似坐标)。

对于 GPS/Galileo/BDS 三系统组合, 其观测模型可表示为:

$$\begin{cases} l_{r,j}^G = -u_r^G \cdot r_r - dT^G + dt_r - \kappa_{jG} \cdot I_{r,1}^G + m_r^G \cdot Z_r + \lambda_{jG} N_{r,j}^G + \lambda_{jG} (b_{rG,j} - b_j^G - b_{v,j}^G) + \varepsilon_{r,j}^G \\ l_{r,j}^E = -u_r^E \cdot r_r - dT^E + dt_r - \kappa_{jE} \cdot I_{r,1}^E + m_r^E \cdot Z_r + \lambda_{jE} N_{r,j}^E + \lambda_{jE} (b_{rE,j} - b_j^E - b_{v,j}^E) + \varepsilon_{r,j}^E \\ l_{r,j}^C = -u_r^C \cdot r_r - dT^C + dt_r - \kappa_{jC} \cdot I_{r,1}^C + m_r^C \cdot Z_r + \lambda_{jC} N_{r,j}^C + \lambda_{jC} (b_{rC,j} - b_j^C - b_{v,j}^C) + \varepsilon_{r,j}^C \end{cases} \quad \dots (2.70)$$

$$\begin{cases} p_{r,j}^G = -u_r^G \cdot r_r - dT^G + dt_r + \kappa_{jG} \cdot I_{r,1}^G + m_r^G \cdot Z_r + (d_{rG,j} - d_j^G) + e_{r,j}^G \\ p_{r,j}^E = -u_r^E \cdot r_r - dT^E + dt_r + \kappa_{jE} \cdot I_{r,1}^E + m_r^E \cdot Z_r + (d_{rE,j} - d_j^E) + e_{r,j}^E \\ p_{r,j}^C = -u_r^C \cdot r_r - dT^C + dt_r + \kappa_{jC} \cdot I_{r,1}^C + m_r^C \cdot Z_r + (d_{rC,j} - d_j^C) + e_{r,j}^C \end{cases} \quad \dots (2.71)$$

式中, 上标  $G$ 、 $E$ 、 $C$  分别代表 GPS、Galileo 和 BDS 卫星,  $d_{rG}$ 、 $d_{rE}$  和  $d_{rC}$  为三种卫星系统在接收机端的通道时延, 即码偏差。不同系统之间的码偏差存在差异, 称为系统间码偏差 (Inter-System Bias, ISB)。类似地, 相位观测值也存在系统间相位延迟偏差。因此, 必须将 ISB 参数额外引入在多系统组合 PPP 中。

为了精确且合理地确定多模 GNSS 观测数据权比关系, 可结合验前和验后方法建立多频多星座 PPP 的随机模型。其中, 验前模型可采用依据卫星高度角或信噪比定权方式, 并兼顾不同系统和不同星座类型之间 (如北斗 GEO、IGSO 和 MEO) 的差异。

通过验后估计方法对多系统观测值的方差进行估算, 可通过迭代使平差后的

各导航系统观测数据单位权方差相等 ( $\hat{\sigma}_{0i}^2 = \hat{\sigma}_{0j}^2$ )，或验证各单位权方差比值为1。大地测量中常用的验后方差分量估计方法包括 Helmert 估计、MINQUE 估计、BIQUE 估计、MLE 估计和贝叶斯估计等。

以下给出常用的 Helmert 方差分量估计公式。假设在某一观测历元中获取两类导航卫星观测数据  $L_1$  和  $L_2$ 。根据最小二乘法配置方程(2.18)可得：

$$\begin{cases} N_1 \hat{X} - W_1 = 0 \\ N_2 \hat{X} - W_2 = 0 \end{cases} \dots (2.72)$$

式中,  $N_{i(i=1,2)} = A^T Q^{-1} A$ ,  $W_{i(i=1,2)} = A^T Q^{-1} L$ ,  $i$  表示第  $i$  类卫星系统。根据 Helmert 验后方差分量估计得：

$$\begin{cases} \hat{\theta} = S^{-1} W_\theta \\ \hat{\theta} = [\hat{\sigma}_{01}^2 \quad \hat{\sigma}_{02}^2]^T \\ W_\theta = [V_1^T P_1 V_1 + V_m^T \bar{P}_m V_m \quad V_2^T P_2 V_2 + V_m^T \bar{P}_m V_m]^T \end{cases} \dots (2.73)$$

其中,  $\hat{\sigma}_{01}^2$  和  $\hat{\sigma}_{02}^2$  为该两类导航系统观测数据验后方差;

$$S = \begin{bmatrix} n_1 - 2\text{tr}(N_1 N^{-1}) + \text{tr}(N_1 N^{-1} N_1 N^{-1}) & \text{tr}(N_1 N^{-1} N_2 N^{-1}) \\ \text{tr}(N_1 N^{-1} N_2 N^{-1}) & n_2 - 2\text{tr}(N_2 N^{-1}) + \text{tr}(N_2 N^{-1} N_2 N^{-1}) \end{bmatrix} \dots (2.74)$$

其中,  $N = N_1 + N_2$ 。由上式即可估计 Helmert 方差分量, 并求得该两类导航系统观测数据单位权方差估值, 并可扩展至  $n$  类导航系统。Welsch 在此基础上, 假设  $\hat{\sigma}_{0i}^2 = \hat{\sigma}_{0j}^2$ , 推导了在 Helmert 方差分量估计简化公式:

$$\hat{\sigma}_{0i}^2 = \frac{V_i^T P V_i}{n_i - \text{tr}(Q_{XX} N_i)} \dots (2.75)$$

式中,  $Q_{XX}$  为协方差阵,  $n_i$  为第  $i$  类观测值数量。在此基础上 Welsch 还给出了近似公式:

$$\hat{\sigma}_{0i}^2 = \frac{V_i^T P V_i}{n_i} \dots (2.76)$$

## 2.5 本章小结

本章系统介绍了参考框架建立与精化方向的基础理论及关键技术方法, 为后续章节的研究工作奠定了坚实的理论基础和方法支撑。首先, 从基本概念出发, 详细阐述了地球参考系与地球参考框架的定义及其相互关系, 深入说明了国际地

球参考框架的构建原理与实现方法,包括多技术(GNSS、SLR、VLBI 和 DORIS)数据综合处理的策略、框架对齐(框架定向、尺度与原点定义)的关键技术等内容。随后,系统论述了空间大地测量中常用的参数估计理论,重点介绍了经典最小二乘理论、序贯最小二乘理论以及卡尔曼滤波在地球参考框架建立和 GNSS 数据处理中的应用。针对 GNSS 坐标时间序列中普遍存在的共模误差问题,梳理了坐标时间序列的分析方法,包括时间序列的预处理、时间序列的基本模型以及主成分分析法。最后,从观测方程构建、函数模型建立和随机模型等方面,深入阐释了精密单点定位技术的理论基础,推导了无电离层组合模型的数学表达,分析了观测值随机特性建模、参数估计策略以及误差源处理方法等关键技术环节。本章所述的理论体系与方法模型为后续章节的参考框架精化提供了完整的理论基础和算法依据。

## 第3章 区域共模误差滤波增强参考框架

共模误差的研究通常以区域为尺度展开,且在不同地理区域中表现出明显的差异性。由于 CME 广泛分布于全球,并主要体现了 GNSS 解中与时空相关的误差(包含未建模或冗余信号),因此有必要探讨这些误差是否会对参考框架的精度产生影响(Wang 等, 2024)。本章首先利用主成分分析法对区域 CME 进行了估算,随后将其校正应用于 GNSS 坐标解算中。在此基础上,从坐标解、速度场以及 Helmert 转换参数等方面,分析了 CME 校正对确定参考框架的影响。

### 3.1 数据及处理策略

实验选取了来自 180 个全球分布的 IGS 测站的 21 年(2000.0-2021.0)Repro3 的周坐标解算结果。图 3.1 展示了所选测站的分布情况,图 3.2 显示了各测站的周解数量。每个测站至少包含 788 个周解(占总周数的 70%以上),即超过 14 年的数据。图 3.3 列出了每个历元中有效测站的数量。在每个历元中,可用的测站解算数量均大于 116(占总解算数量的 64%)。因此,认为这 180 个测站可以作为研究对象。

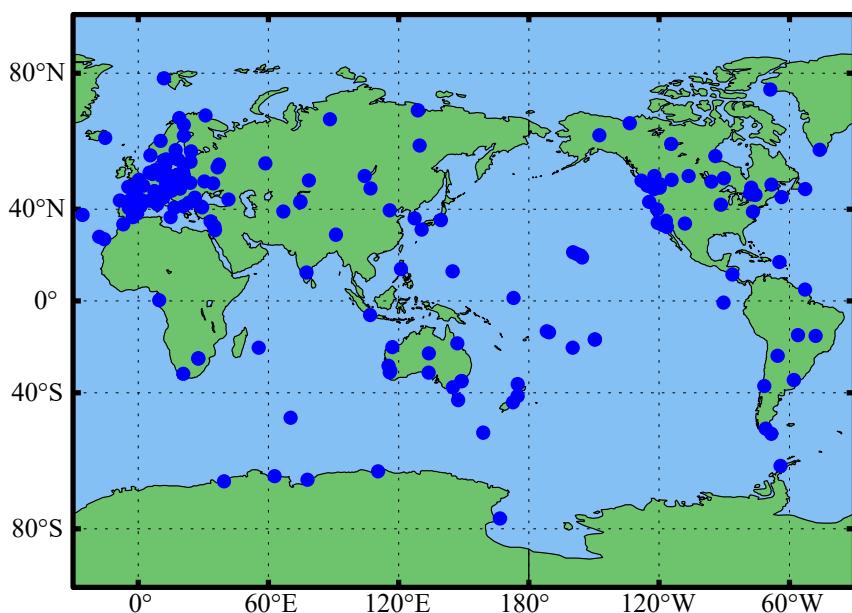


图 3.1 180 个 IGS 测站的分布情况

Figure 3.1 Distribution of 180 selected IGS stations

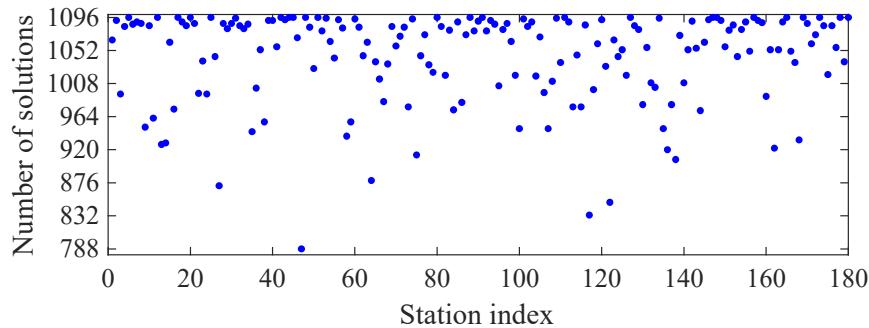


图 3.2 各测站的周解数量

Figure 3.2 Number of solutions of each station

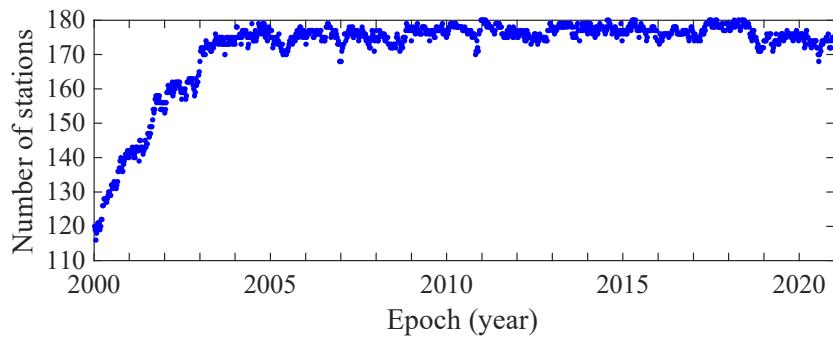


图 3.3 各历元的有效测站数量

Figure 3.3 Number of effective stations at each epoch

实验使用了美国喷气推进实验室 (JPL) 开发的 QOCA 软件, 对所有选定的参考站进行了时间序列分析。在分析中应用了公式(2.40)的模型, 该模型对坐标时间序列中的偏移量、趋势以及年和半年周期项进行了建模。除了因天线变化以及由 ITRF2020 提供的同震和震后效应导致的异常变化外, 还手动识别了由未知原因引起的几个跳跃。随后, 将这些成分从坐标时间序列中移除, 得到了残差时间序列。周坐标解算结果中, 形式误差以及残差超过 15 mm (E/N 方向) 或 30 mm (U 方向) 的解算结果被丢弃。预处理后, 残差时间序列表现出相对稳定性。以萨摩亚的 SAMO 站和新西兰惠灵顿 WGTN 站为例, 图 3.4 中的绿色点表示原始时间序列, 蓝色点表示预处理后的残差时间序列。图中显示, 预处理后, SAMO 和 WGTN 的线性项、季节项以及跳跃、对数衰减和指数衰减项均被扣除。

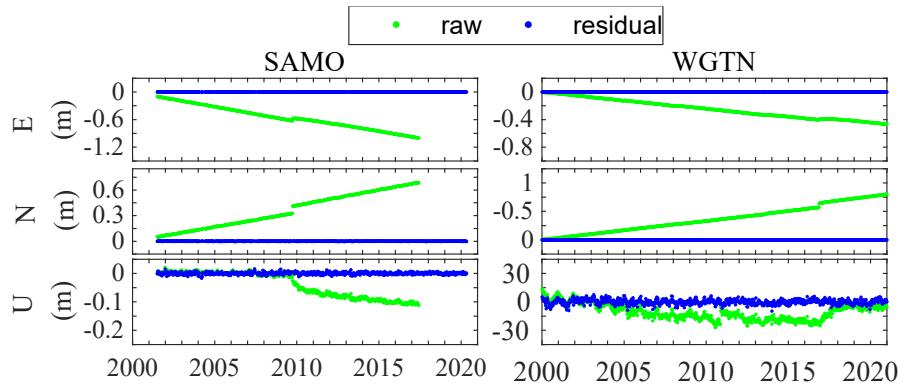


图 3.4 SAMO 和 WGTN 的原始时间序列和残差时间序列

Figure 3.4 Two examples for station position raw time series and residual time series

### 3.2 共模误差提取结果

在对包含具有时间和空间相关性的信号和噪声的原始坐标时间序列进行预处理后，得到了残差时间序列。在本研究中，使用 QOCA 中的 PCA 模块进行 CME 估计。PCA 分解方法在 2.3.3 节中已介绍。

所有三个方向分量的不确定度超过 20mm 的解算结果被丢弃。残差超过 150 mm (E/N 方向) 或 300 mm (U 方向) 的解算结果被认为是异常值并被丢弃。完整且连续的时间序列对于 PCA 至关重要。因此，对于小于 2 周的时间间隔，使用三点拉格朗日插值法进行填充。对于更大的间隔，使用所有有效测站在所有历元中得出的空间平均值作为缺失历元的值。构建了协方差矩阵以进行 PCA 以及获得特征向量和主成分。仅取前三个主成分，并使用公式(2.46)进行迭代 PCA 过程以估算缺失数据。与 Dong (2006) 类似，将收敛标准设定为：与前一次迭代相比，缺失点值的平均变化小于  $10^{-6}$ 。随后，在连续的残差时间序列上进行 PCA。在式(2.47)中构建了新的协方差矩阵  $B$ ，然后生成了特征向量和主成分。特征向量按降序排列，即为区域网络残差时间序列方差的主要贡献者按降序排列。并且与区域网络的共模分量相关。其他高阶主成分通常与特定的局部或个别测站特征相关。将其视为共模误差的主成分，并从坐标时间序列中减去，以获得新的坐标时间序列，即 CME 校正的坐标时间序列。

鉴于 CME 代表区域误差且 PCA 允许网络测站具有非均匀的空间响应，将 180 个参考站随机划分为 22 个区域以获得每个相应区域的 CME (图 3.5)。每个区域至少包含三个测站，以确保可以通过 PCA 估算每个区域的 CME。每个区域

内测站之间的距离如图 3.6 所示。平均而言，每个区域内测站之间的距离约为 1700 公里，这通常被认为足以维持共模相关性（田云锋 等，2010；Yuan 等，2008）。最大的距离为 5358 公里，与 Marquez-Azua (2003) 的发现相符，即当距离达到 6000 公里时，CME 可能仍然存在。

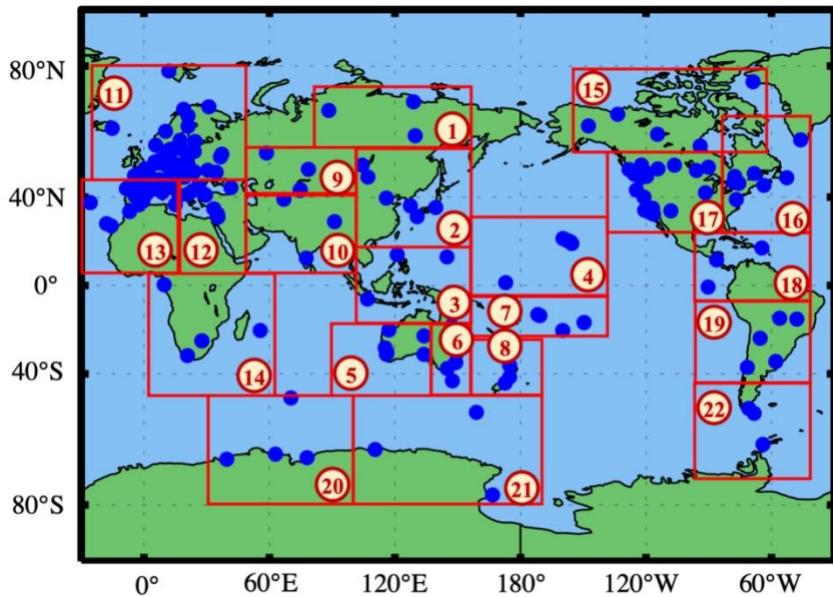


图 3.5 全球网的区域划分

Figure 3.5 Region division for common mode error estimation

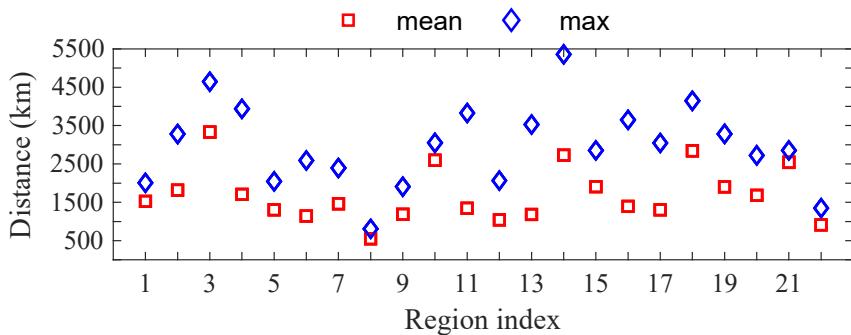


图 3.6 各区域内测站间距离

Figure 3.6 Distances between stations in each region

对残差时间序列进行了主成分分析，以提取每个区域的共模误差。当某一测站的第一主成分的归一化响应为 1，而所有其他测站的响应均小于 0.25 时，认为该测站具有较强的局部信号，因此应将其删除。通过迭代 PCA，最终确定了 180 个选定的测站。

以东亚地区（图 3.5 中的区域 2，涵盖 IRKJ、ULAB、BJFS、DAEJ、KGNI

和 AIRA 站) 为例进行说明。在该区域, 前三个主成分对东分量的贡献率分别为 44.8%、16.0% 和 14.0%; 对北分量的贡献率分别为 39.7%、21.0% 和 15.2%; 对垂直分量的贡献率分别为 33.8%、20.5% 和 15.2%。其中, 第一主成分 (PC1) 的贡献显著高于第二和第三主成分, 表明 PC1 在残差中占据了主导地位。

前三个主成分的空间响应如图 3.7 所示。对于 PC1, 东分量的平均和最小空间响应分别为 0.76 和 0.54; 北分量的平均和最小空间响应分别为 0.73 和 0.53; 垂直分量的空间响应分别为 0.65 和 0.43。所有测站的三个分量的空间响应均高于 0.25。然而, 第二主成分 (PC2) 和第三主成分 (PC3) 的空间响应中同时存在正项和负项, 最小响应分别为 -0.96 和 -0.88。因此, 仅将 PC1 视为区域 2 的共模误差。

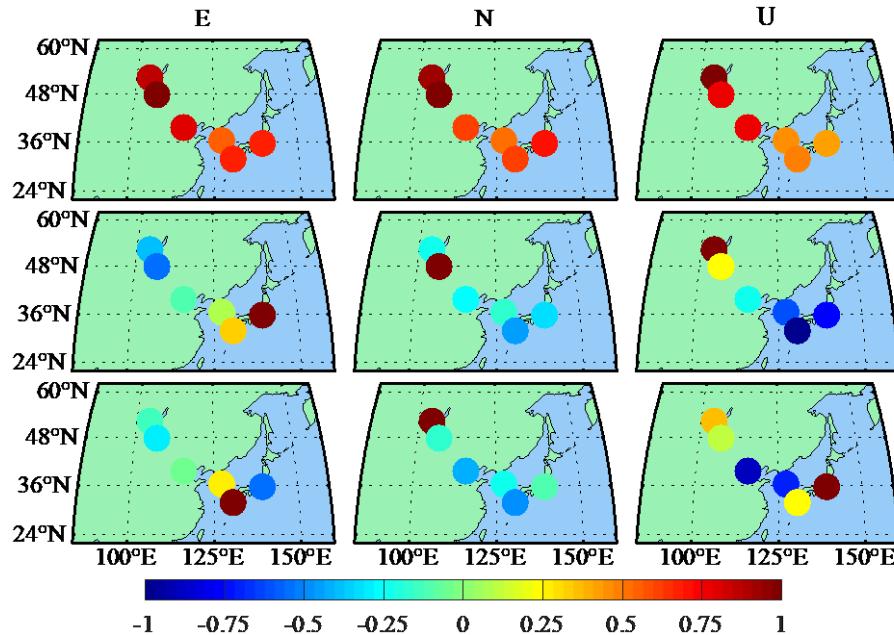


图 3.7 区域 2 的前三个主成分的空间响应

Figure 3.7 Spatial response of the first three principal components for Region 2

图 3.8 展示了该区域第一主成分的时间序列。PC1 的均方根 (RMS) 值分别为东分量 0.82 mm、北分量 1.02 mm 和垂直分量 2.88 mm。与东、北分量相比, 垂直分量的 PC1 波动更为显著, 这表明共模误差对垂直分量的 GNSS 解算结果的影响比对水平分量的影响更为明显。通过将 PC1 视为 CME, 并结合相应空间响应, 获得了 CME 校正的坐标时间序列, 结果如图 3.9 所示。

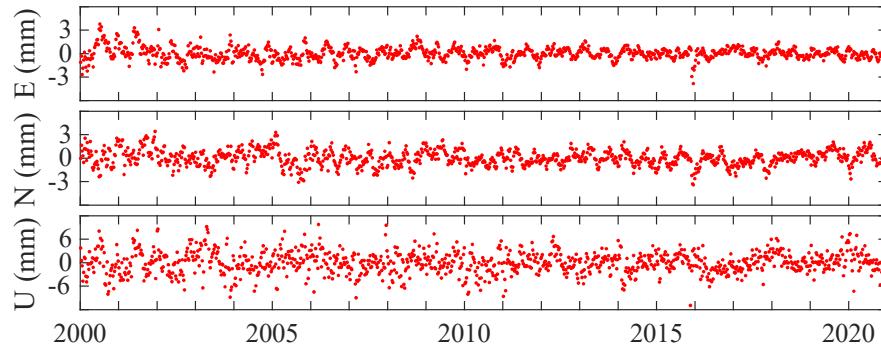


图 3.8 区域 2 的第一主成分时间序列

Figure 3.8 First principal component time series for eastern Asia

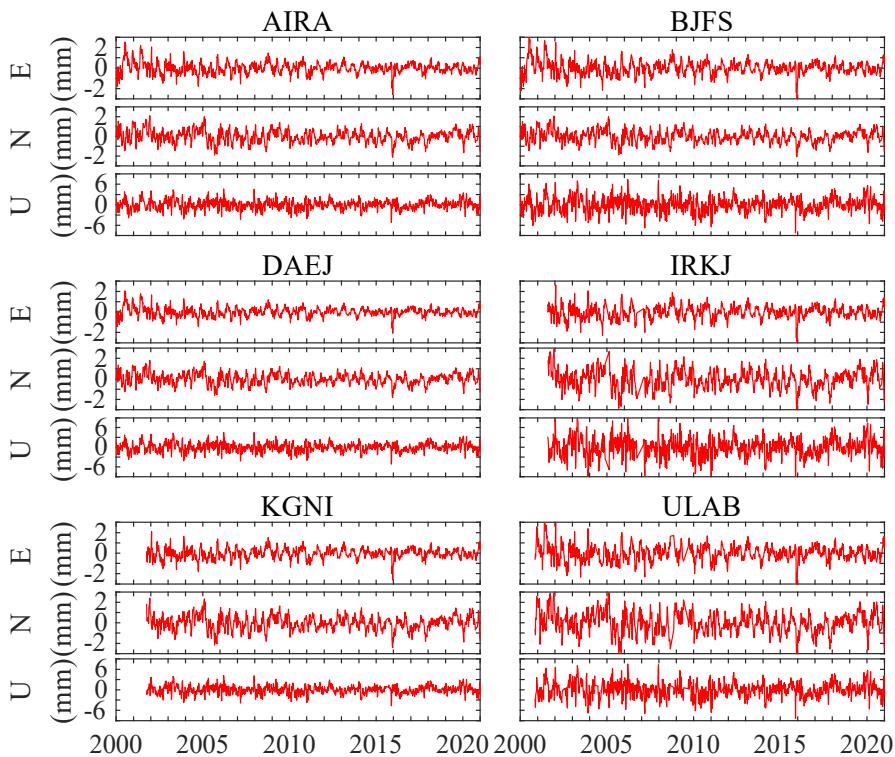


图 3.9 共模误差的时间序列

Figure 3.9 Coordinate time series with CME

前三个主成分对应的特征值占所有特征值之和的比如图 3.10 所示。PC1 的平均比例分别为东分量 46.9%、北分量 48.1%和垂直分量 43.5%。PC2 分别占 20.9%、20.0%和 22.0%。PC3 分别占 14.7%、14.3%和 15.4%。如图所示，PC1 的特征值比例超过了 40%，明显高于其他主成分的比例。

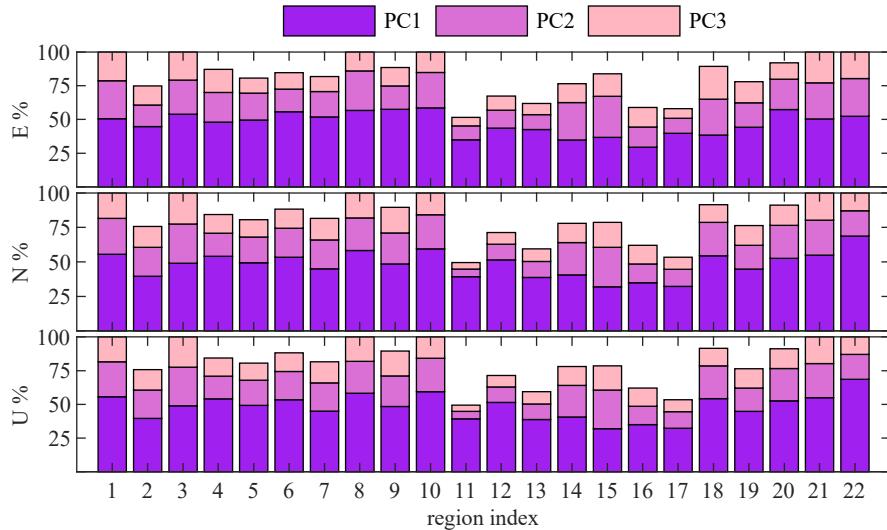


图 3.10 各区域的前三个特征值占比

Figure 3.10 Ratio of the first three eigenvalues of the corresponding components

全球各区域内所有测站对前三个主成分的平均空间响应如图 3.11 所示，横坐标为区域编号。对于所有区域，与 PC1 对应的平均空间响应具有相同的符号，东、北和垂直分量的平均响应分别为 0.70、0.71 和 0.66。显然，PC1 的归一化空间响应具有很强的一致性，这反映了整个区域的共性规律。其他主成分的空间响应包括正项和负项，且大多数区域的平均响应小于 0.25，换句话说，标准化空间响应随测站变化显著，一致性较差，表明空间响应不均匀。所有区域的 PC1 空间响应均符合 Dong 等人 (2006) 对共模误差的定义，即超过 50% 的测站具有显著的归一化响应 ( $> 0.25$ )。基于上述分析，按照董等人的方法将 PC1 视为 CME，以执行区域滤波，并将其从原始坐标时间序列中扣除。

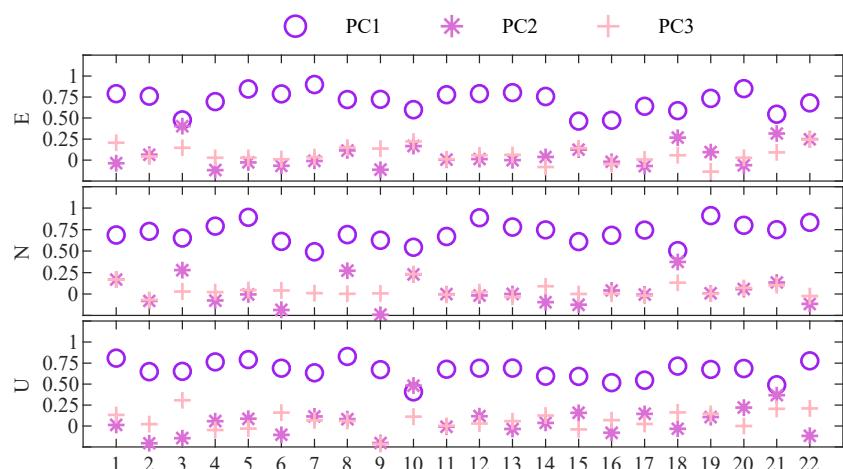


图 3.11 各区域的前三个主成分对应的平均空间响应

Figure 3.11 Average spatial response to the first three principal components

### 3.3 共模误差滤波结果与分析

将各区域 CME 扣除后, 得到了 CME 校正的坐标时间序列。在本文后续部分, 将这种处理方法称为 CME 滤波。在接下来的部分中, 将分析 CME 滤波对参考框架的影响, 重点关注以下三个方面: (1) 坐标解精度的提高; (2) CME 校正前后的测站速度差异; (3) 基于 IGS 的全球参考框架精度的提高。

#### 3.3.1 共模误差对站坐标精度的影响

进一步将 CME 滤波应用于坐标残差时间序列, 得出了新的残差时间序列。图 3.12 展示了 SAMO 和 WGTN 站的残差时间序列。CME 滤波后, 残差时间序列的离散程度明显减小。对于 SAMO 站, CME 滤波前残差时间序列的 RMS 值分别为东分量 1.30 mm、北分量 1.09 mm 和垂直分量 3.94 mm。CME 滤波后, 这些值分别降至 0.93 mm、0.91 mm 和 3.64 mm。三个分量的 RMS 分别降低了 28.7%、16.9% 和 7.77%。对于 WGTN 站, 三个分量滤波前残差的 RMS 值分别为 1.22 mm、0.88 mm 和 2.57 mm, 而滤波后分别为 0.87 mm、0.69 mm 和 1.81 mm。三个分量的 RMS 分别降低了 28.9%、22.1% 和 29.5%。显然, CME 滤波后, 测站坐标精度得到了显著提高。

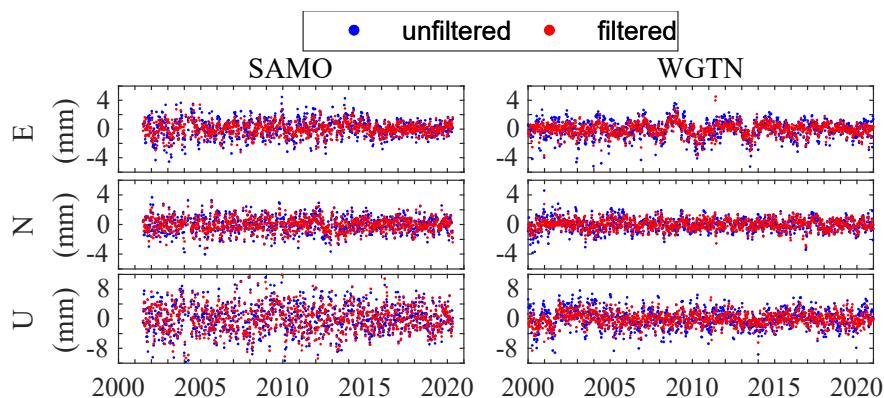


图 3.12 CME 滤波前后 SAMO 和 WGTN 的残差时间序列

Figure 3.12 Position residual time series of SAMO and WGTN before CME filtering (blue) and after CME filtering (red)

计算了 180 个 IGS 参考站在 CME 滤波前后 2000.0-2021.0 年残差时间序列的 RMS。图 3.13 显示了每个测站滤波后坐标残差时间序列的 RMS 提升百分比。观察到所有测站的 RMS 都有明显的提升, 并且这种提升没有明显的区域分布规

律。然而，在测站间距较大的区域，如区域3、14和18，大多数测站的精度提升并不显著。通过应用CME滤波，东、北和垂直分量的残差时间序列的平均RMS分别降低了26.4%、26.7%和23.9%。这一数值略低于Li(2019)的结果，这可能是由于他们研究中南加州的测站间距较近，与Li(2020)的结果大致相当。因此，CME滤波能够提升测站的坐标精度。

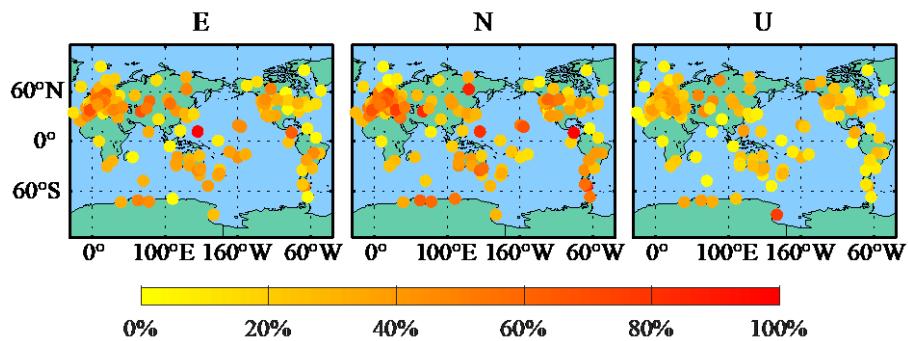


图3.13 CME滤波后残差时间序列RMS降低百分比

Figure 3.13 RMS reduction percentage of residual time series after CME filtering

### 3.3.2 共模误差对速度场的影响

根据公式(2.40)，分别估算了CME滤波前后从坐标时间序列中提取的测站的速度及其不确定度。采用有色噪声模型来生成速度解中的不确定度。图3.14展示了速度差( $\Delta V = V_{\text{unfiltered}} - V_{\text{filtered}}$ )以及相应的不确定度差( $\Delta\sigma = \sigma_{\text{unfiltered}} - \sigma_{\text{filtered}}$ )。表3.1列出了它们的统计结果。对于东、北和垂直分量，平均速度差分别为-0.00 mm/yr、0.01 mm/yr和0.00 mm/yr。尽管平均速度差在0.01 mm/yr以内，但三个分量的最大值分别达到了0.17 mm/yr、0.48 mm/yr和0.45 mm/yr，大于目前的IGS产品的速度精度。在移除CME后，几乎所有测站的所有分量的速度不确定度都有所降低。对于东、北和垂直分量，速度不确定度的平均降低值分别为0.01 mm/yr、0.01 mm/yr和0.03 mm/yr，而最大差值分别达到了0.09 mm/yr、0.05 mm/yr和0.13 mm/yr。因此，CME对速度估计的影响不容忽视。

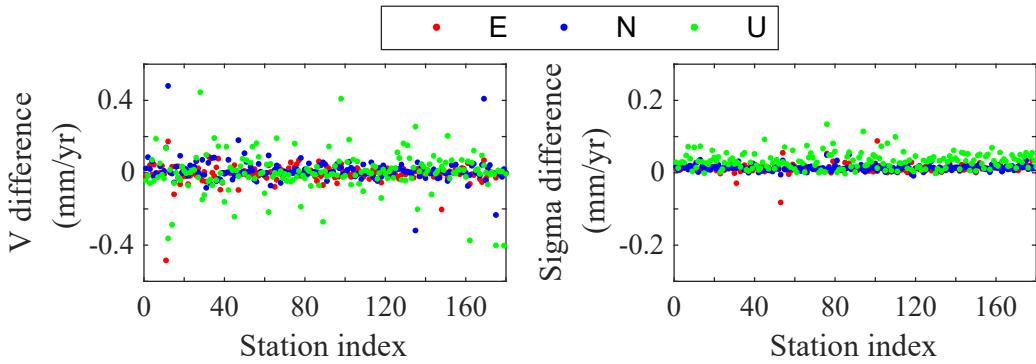


图 3.14 CME 滤波前后的速度差及其不确定度差异

Figure 3.14 Velocity difference and uncertainty difference before and after CME filtering

表 3.1 CME 滤波前后的速度差及其不确定度差异 (单位: mm/yr)

Table 3.1 Velocity difference and uncertainty difference before and after CME filtering  
(unit: mm/yr)

| 类别   | 速度差   |      |      | 不确定度差异 |      |      |
|------|-------|------|------|--------|------|------|
|      | E     | N    | U    | E      | N    | U    |
| Mean | -0.00 | 0.01 | 0.00 | 0.01   | 0.01 | 0.03 |
| Max  | 0.17  | 0.48 | 0.45 | 0.09   | 0.05 | 0.13 |

### 3.3.3 共模误差对地球参考框架的影响

为了评估经 CME 滤波后的参考框架精度的改进，采用了 Helmert 转换参数作为分析工具，以分析参考框架的精度变化。Helmert 转换参数用于描述两个几何相似参考框架之间的准瞬时平移、旋转和尺度差异，其估计值可能会受到网络分布的影响（刘姣，2021）。在将包含季节性信号的 IGS 坐标时间序列与 ITRF 对齐时，转换参数中可能会出现显著的混叠误差。Chen 等人（2023）的研究表明，增强型 ITRF2020 对框架对齐具有积极影响。然而，本文的重点是分析 CME 滤波对参考框架的影响。因此，在本研究中，将 IGS 解算结果与非线性 ITRF 对齐，同时引入震后形变模型，并在几何中心框架内纳入季节性信号，而未采用其他增强 ITRF2020 的方法。

将 ITRF2020 视为真实参考框架，并基于 IGS 周解时间得出相应的 ITRF 周解结果。随后，获得了 ITRF2020 与有/无 CME 滤波的 IGS 解算结果之间的 Helmert 转换参数，包括三个平移参数、三个旋转参数和尺度参数。Helmert 转换参数的

计算方法如公式(3.1)。

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{IGS} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{ITRF2020} + T + D \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{ITRF2020} + R \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{ITRF2020} \quad \dots (3.1)$$

其中,  $T$ 是平移向量, 表示为  $T = (T_x, T_y, T_z)^T$ ;  $D$ 是尺度因子; 而  $R$ 是包含旋转角度的旋转矩阵, 具体形式为

$$R = \begin{pmatrix} 0 & -R_z & R_y \\ R_z & 0 & -R_x \\ -R_y & R_x & 0 \end{pmatrix} \quad \dots (3.2)$$

在 Helmert 转换过程中, 将异常值拒绝阈值设定为东/北方向 10 mm 和垂直方向 30 mm。为了验证 CME 滤波的有效性, 设计了两种不同的方案。参与估计 CME 的 180 个测站用于计算方案 1 中的转换参数, 称之为 180 个核心站。另外 185 个未参与估计 CME 的测站被加入到方案 2 中以估计转换参数, 称之为 185 个用户站。方案 2 中总共 365 个参考站的分布如图 3.15 所示, 红色点表示新加入的用户站。使用每个区域的平均响应值计算了分布在 22 个区域中的 185 个用户站的 CME, 并得到了 CME 滤波解算结果。在 Helmert 转换过程中, 方案 1 中有/无 CME 滤波的异常值拒绝率分别为 0.63 和 0.60, 方案 2 中分别为 1.57 和 1.54。

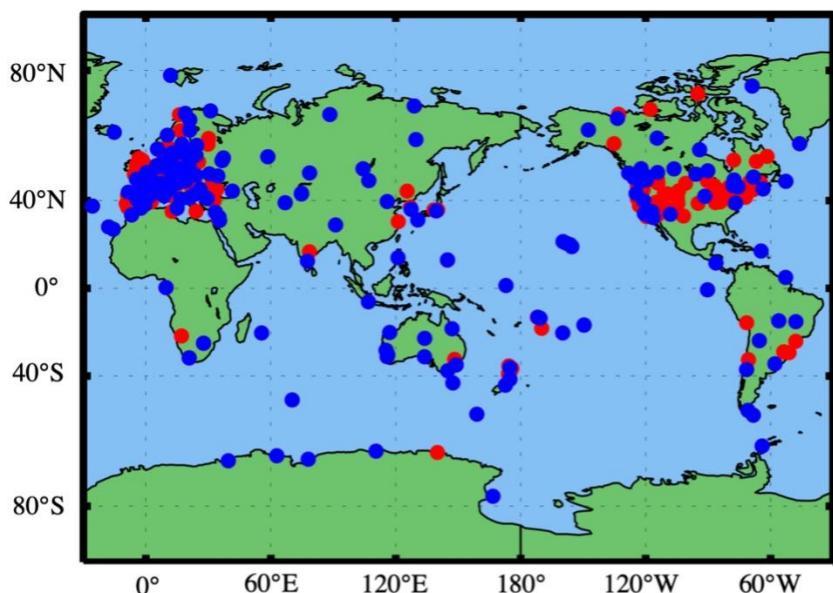


图 3.15 方案 2 中 365 个参考站的分布情况

Figure 3.15 Distribution of 365 reference stations in Scheme 2

### (1) Helmert 转换参数

方案 1 中 ITRF2020 与 IGS 解算结果之间的平移 ( $T_x$ 、 $T_y$ 、 $T_z$ )、旋转 ( $R_x$ 、 $R_y$ 、 $R_z$ ) 和尺度 (Scale) 的时间序列如图 3.16 (左) 所示, 方案 2 中的时间序列如图 3.16 (右) 所示。在七个参数中可以观察到明显的偏差和变化率。由于测站选择和处理策略的差异, 这七个参数的值与 Altamimi 等 (2023) 的结果不一致。值得注意的是, 在 2015.0 历元, 拟合的尺度参数为-0.68 ppb, 变化率为-0.016 ppb/yr, 这与从 IGS 到 ITRF2020 的尺度参数一致。旋转参数和尺度参数中存在的近一年信号可能是不同技术中的混叠误差、IGS 解算中的周期性误差, 或者是 ITRF 中未拟合的地球物理信号。

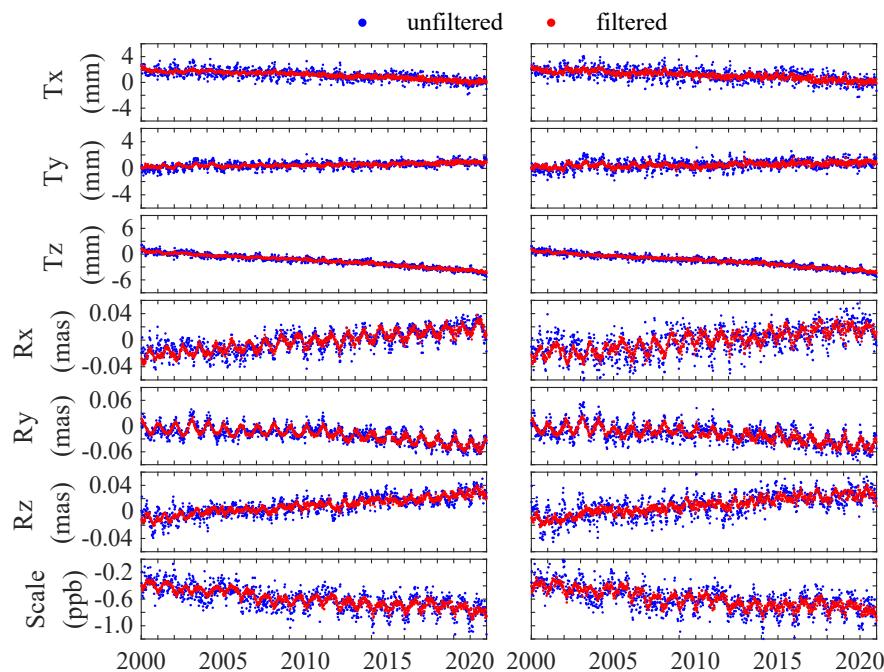


图 3.16 有/无 CME 滤波的 IGS 解与 ITRF2020 解之间的 Helmert 转换参数 (左: 方案 1, 右: 方案 2)

Figure 3.16 Helmert transformation parameters between IGS and ITRF2020 solutions with/without CME filtering (left: Scheme 1, right: Scheme 2)

在扣除线性拟合项后, 有/无 CME 滤波的转换参数的平均值和标准差 (STD) 如表 3.2 所示。三个平移参数的平均值在 0.05 mm 以内, 表明通过线性拟合有效消除了 ITRF2020 和 IGS Repro3 之间的系统偏差。CME 滤波后, 参数的平均值和标准差都有明显的减小。在方案 1 中, 七个转换参数的标准差分别减少了约 65%、58%、53%、42%、33%、56% 和 46%; 在方案 2 中, 分别减少了约 60%、

54%、51%、47%、39%、62%和47%。标准差的减小表明, CME 滤波后, 转换参数的波动减小, 稳定性更高。

表 3.2 有/无 CME 滤波转换参数的均值及标准差 (扣除线性拟合项)

Table 3.2 Means and standard deviations of the transformation parameters with/without CME filtering

| 参数          | 方案1    |        | 方案2    |        |
|-------------|--------|--------|--------|--------|
|             | 未滤波    | 滤波后    | 未滤波    | 滤波后    |
| Tx (mm)     | 0.04   | 0.00   | 0.05   | 0.01   |
|             | ±0.60  | ±0.21  | ±0.78  | ±0.31  |
| Ty (mm)     | 0.02   | 0.01   | 0.03   | 0.01   |
|             | ±0.43  | ±0.18  | ±0.65  | ±0.30  |
| Tz (mm)     | 0.01   | 0.00   | 0.01   | 0.00   |
|             | ±0.45  | ±0.21  | ±0.47  | ±0.23  |
| Rx (mas)    | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  |
|             | ±0.012 | ±0.007 | ±0.017 | ±0.009 |
| Ry (mas)    | 0.001  | 0.000  | 0.001  | 0.001  |
|             | ±0.015 | ±0.010 | ±0.018 | ±0.011 |
| Rz (mas)    | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  |
|             | ±0.009 | ±0.004 | ±0.013 | ±0.005 |
| Scale (ppb) | 0.01   | 0.00   | 0.01   | 0.00   |
|             | ±0.13  | ±0.07  | ±0.15  | ±0.08  |

## (2) Helmert 转换参数的不确定度

每个 Helmert 转换参数的不确定度也在每个历元进行了评估, 时间序列如图 3.17 所示。总体而言, 方案 2 的不确定度低于方案 1, 这可能是由于用于计算转换参数的参考站数量增加所致。此外, CME 滤波后的值更小。方案 1 中, 平移参数的精度分别提高了约 0.04 mm、0.04 mm 和 0.03 mm; 方案 2 中, 分别提高了 0.02 mm、0.03 mm 和 0.03 mm。方案 1 中, 旋转参数的精度分别提高了约 1.28  $\mu\text{as}$ 、1.22  $\mu\text{as}$  和 1.32  $\mu\text{as}$ ; 方案 2 中, 分别提高了 0.80  $\mu\text{as}$ 、0.79  $\mu\text{as}$  和 0.77  $\mu\text{as}$ 。方案 1 和方案 2 中, 尺度参数的精度分别提高了 0.01 ppb 和 0.00 ppb。由于 CME 滤波后 IGS 坐标解算精度的提高, Helmert 转换参数的精度也随之增加。因此, CME 滤波后, 两个框架之间转换参数的可信度得到了增强。

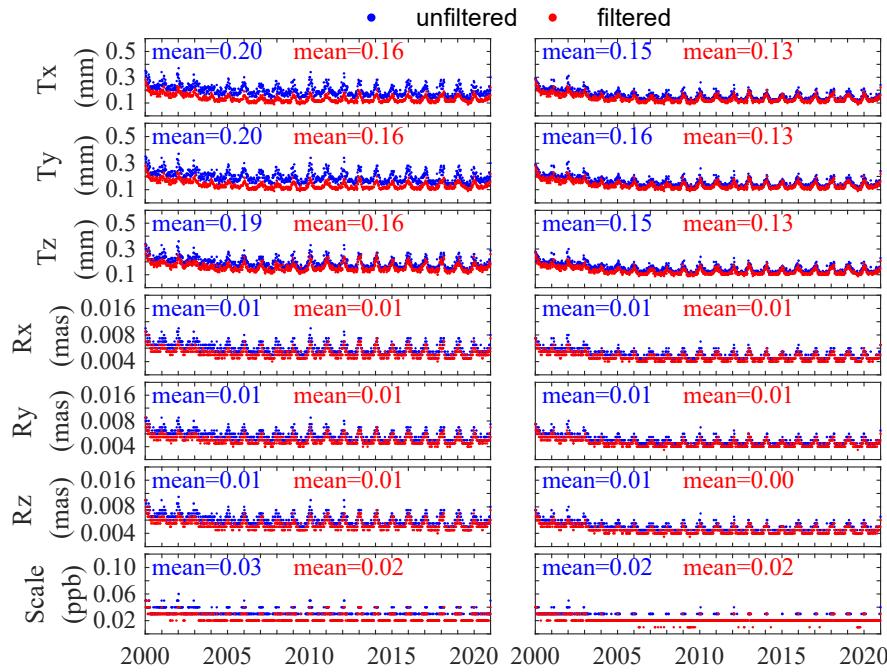


图 3.17 有/无 CME 滤波的转换参数不确定度 (左: 方案 1, 右: 方案 2)

Figure 3.17 Uncertainty of transformation parameters with/without CME filtering (left: Scheme 1, right: Scheme 2)

### (3) 转换后残差时间序列

Helmert 转换后, 得到了转换后的残差时间序列, 称之为转换后残差。这些残差反映了在转换过程中未被模型完全拟合的部分, 也是评估参考框架精度的一个指标。计算了 ITRF2020 与有/无 CME 滤波的 IGS 解算结果之间的转换后残差。结果如图 3.18 所示, 其中蓝色和红色线分别表示无/有 CME 滤波的转换后残差序列。左图为方案 1, 右图为方案 2。

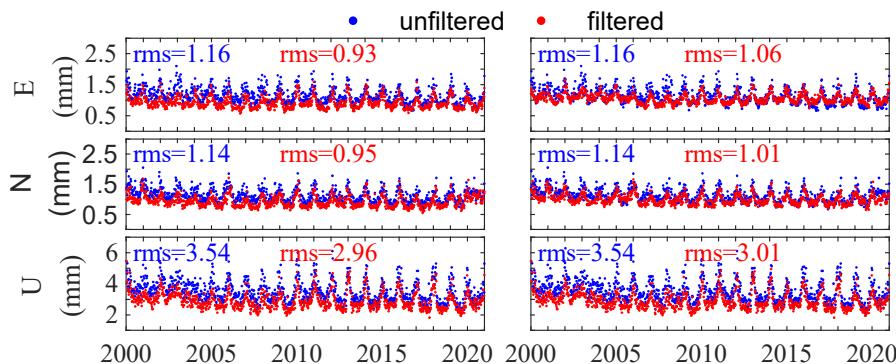


图 3.18 有/无 CME 滤波转换后残差时间序列 (左: 方案 1, 右: 方案 2)

Figure 3.18 Post-transformation residual time series before (blue) and after (red) CME filtering (left: Scheme 1, right: Scheme 2)

明显地，在滤波后，所有方向的转换后残差都有所减小，其中垂直分量的改善最为显著。在方案1中，三个方向的残差分别减小了0.23 mm、0.19 mm和0.58 mm；在方案2中，分别减小了0.21 mm、0.15 mm和0.44 mm。较低的转换后残差进一步证实了CME滤波的坐标时间序列可以精化参考框架。

### 3.4 讨论

为了探讨不同的全球区域划分是否会影响CME滤波结果，定义了第二种区域划分（划分2）（见图3.19）。这种划分方式中的大部分区域与第3节中给出的第一种划分（划分1）有所不同。同样地，每个区域至少包含三个测站，以确保能够估计每个区域的CME。对于每个区域，测站之间的平均距离约为1770公里，而两个测站之间的最大距离达到了5358公里。

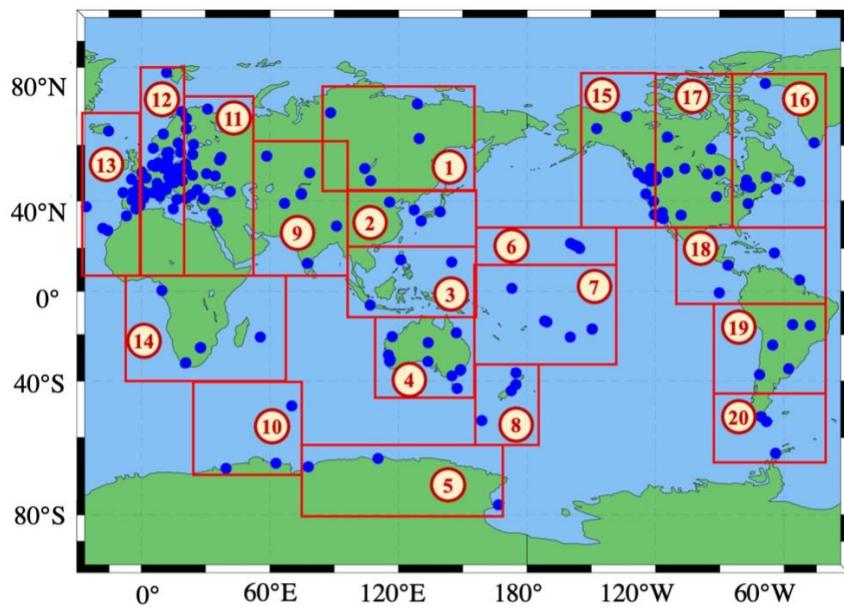


图3.19 全球网的区域划分2

Figure 3.19 Region division for common mode error estimation (Division 2)

采用第3.3.1节中相同的方法，估计了滤波前后残差时间序列的RMS，并且每个测站的RMS降低百分比如图3.20所示。通过应用CME校正，东、北和垂直分量的残差时间序列的平均RMS分别降低了24.3%、23.4%和18.7%。与图3.13中的结果相比，少数测站的精度改进差异较大，但大多数测站的精度改进与

划分 1 下的结果并无显著不同。与划分 1 相似，在相隔较远距离的区域中，测站的精度改进并不显著。

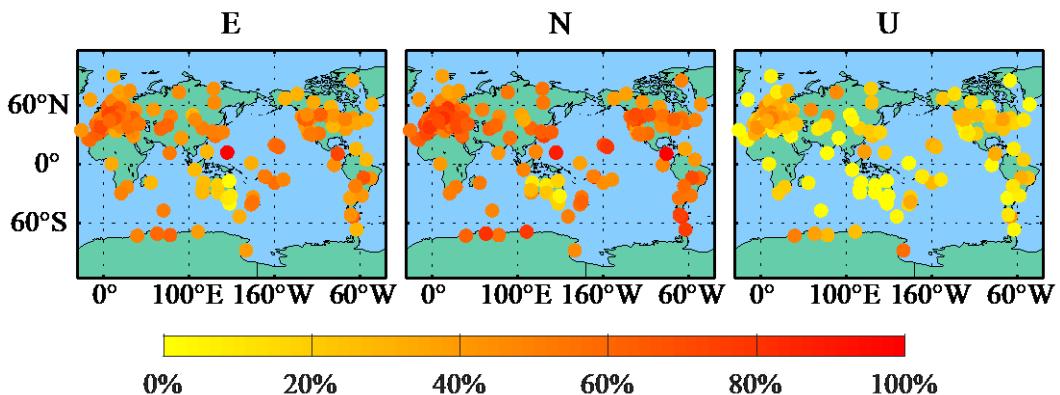


图 3.20 CME 滤波后残差时间序列 RMS 降低百分比 (划分 2)

Figure 3.20 RMS reduction percentage of residual time series after CME filtering (Division 2)

表 3.3 列出了  $\Delta V$  和  $\Delta \sigma$  的统计结果。平均  $\Delta V$  值分别为东分量 -0.00 mm/yr、北分量 0.01 mm/yr 和垂直分量 0.01 mm/yr，而三个分量的最大  $\Delta V$  分别达到了 0.28 mm/yr、0.41 mm/yr 和 0.42 mm/yr。三个分量的  $\Delta \sigma$  最大值分别为 0.08 mm/yr、0.05 mm/yr 和 0.10 mm/yr。总体而言，划分 1 (见表 3.1) 和划分 2 之间的平均  $\Delta V$  差异在 0.11 mm/yr 内，平均  $\Delta \sigma$  差异在 0.03 mm/yr 内。因此，当选取全球测站数量较少，且全球被划分为相当数量的区域，并且划分是基于随机性而不考虑板块构造等地质物理因素时，不同的全球区域划分对速度的影响可以忽略不计。

表 3.3 滤波前后的速度差及其不确定度差异 (单位: mm/yr, 划分 2)

Table 3.3 Velocity difference and uncertainty difference before and after CME filtering  
(unit: mm/yr, Division 2)

| 类别   | 速度差   |      |      | 不确定度差异 |      |      |
|------|-------|------|------|--------|------|------|
|      | E     | N    | U    | E      | N    | U    |
| Mean | -0.00 | 0.01 | 0.00 | 0.01   | 0.01 | 0.03 |
| Max  | 0.28  | 0.41 | 0.42 | 0.08   | 0.05 | 0.10 |

在两种划分方式下，对 ITRF2020 与有/无 CME 滤波的 IGS 解算结果之间的 Helmert 转换参数进行了比较。共使用了 180 个核心测站来计算 Helmert 转换参

数。在划分 2 下, 扣除线性项后重新计算了 Helmert 参数的平均值和标准差。结果如表 3.4 所示。在两种划分方式下进行 CME 滤波, Helmert 参数的平均值和标准差仅存在微小差异。平移参数的平均值变化在 0.01 mm 以内, 旋转参数的变化在 0.001 mas 以内。与有/无 CME 滤波的 Helmert 参数精度差异相比, 这些精度差异要小得多。因此, 应用区域 CME 滤波可以提高参考框架的精度。此外, 如果将全球划分为相当数量的区域, 并且划分是基于随机性而不考虑板块构造等地质物理因素, 那么可以认为, 不同划分方式对参考框架精化的影响是微小的。

表 3.4 有/无 CME 滤波转换参数的均值及标准差

Table 3.4 Means and STDs of the transformation parameters before and after CME filtering

| 参数          | 扣除线性拟合项 |             |             |
|-------------|---------|-------------|-------------|
|             | 未滤波     | 滤波<br>(划分1) | 滤波<br>(划分2) |
| Tx (mm)     | 0.04    | 0.00        | 0.00        |
|             | ±0.60   | ±0.21       | ±0.21       |
| Ty (mm)     | 0.02    | 0.01        | 0.01        |
|             | ±0.43   | ±0.18       | ±0.17       |
| Tz (mm)     | 0.01    | 0.00        | 0.00        |
|             | ±0.45   | ±0.21       | ±0.20       |
| Rx (mas)    | 0.000   | 0.000       | 0.000       |
|             | ±0.012  | ±0.007      | ±0.004      |
| Ry (mas)    | 0.001   | 0.000       | 0.000       |
|             | ±0.015  | ±0.010      | ±0.005      |
| Rz (mas)    | 0.000   | 0.000       | 0.000       |
|             | ±0.009  | ±0.004      | ±0.004      |
| Scale (ppb) | 0.01    | 0.00        | 0.00        |
|             | ±0.13   | ±0.07       | ±0.05       |

### 3.5 本章小结

本章利用了覆盖 21 年 (2000.0-2021.0) 的全球分布的 180 个测站的 Repro3 周坐标解算数据。通过应用主成分分析, 估算了 GNSS 解中区域相关的 CME, 得出了 CME 滤波后的 GNSS 坐标解算结果, 证实了区域 CME 校正对全球参考框架的精化。主要从以下三个方面进行了分析: 坐标解精度的提高、速度场的变化以及有/无 CME 滤波的参考框架精度的提升。基于上述分析, 得出以下结果:

1. 通过 CME 校正, 东、北和垂直分量的残差时间序列的平均均方根分别降

低了 28.9%、22.1% 和 29.5%。因此，通过 CME 滤波可以获得更准确的测站坐标。

2. 有/无 CME 滤波的解算结果之间的最大速度差异达到了 0.48 mm/yr，超过了目前的 IGS 产品速度精度。CME 校正后，几乎所有测站的所有分量的速度不确定度都有所降低，最大差异达到了 0.13 mm/yr。因此，CME 对速度估计的影响不容忽视。

3. ITRF2020 与有/无 CME 滤波的 IGS 解算结果之间的 Helmert 转换参数的精度提升了超过 30%，这表明 CME 滤波后，转换参数的波动减少，稳定性更高。

4. 与未滤波相比，CME 滤波后 Helmert 转换参数的平均不确定度显著降低。Helmert 转换参数的高精度表明 CME 滤波后的 IGS 坐标解算结果更为可靠。

5. Helmert 转换后，ITRF 与无/有 CME 滤波的 IGS 解算结果之间的坐标差异（即转换后残差）在所有三个分量上均有所减小。这表明 CME 校正增强了 IGS 参考框架与 ITRF 之间的转换精度，从而提高了两个框架之间的对齐精度。

6. 与有/无 CME 滤波的 Helmert 转换参数精度差异相比，使用不同区域划分得到的 Helmert 参数之间的精度差异要小得多。这一发现表明，当选取全球测站数量较少，且全球被划分为相当数量的区域，并且划分是基于随机性而不考虑板块构造等地质物理因素时，不同划分方案的 CME 滤波在精化整个参考系统方面几乎没有差异。

综上所述，共模误差校正能够显著提高参考站位置坐标的精度，并对速度估计产生重要影响，进而精化 IGS 参考框架。此外，如果将共模误差校正技术拓展至其他测量技术（例如 VLBI），并基于此形成各技术的长期解算结果以纳入 ITRF 综合解算，有望进一步提升 ITRF 的整体精度。

## 第4章 PPP 模糊度固定维持北斗参考框架

全球导航卫星系统技术在构建和维护国际地球参考框架中发挥着关键作用，而 GNSS 测站坐标的获取是这一过程的核心环节。目前，GNSS 测站坐标的获取主要依赖于两种方法：网解和精密单点定位。ITRF2020 的主要输入数据是 IGS Repro3 坐标解，该解由各 IGS 分析中心的坐标解综合生成，其中大部分通过网约束平差获得。然而，网解仍面临诸多挑战，例如随着测站数量的增加，数据处理效率降低的问题仍未得到解决。当像 GAMIT/GLOBK 或 Bernese 这样的软件同时处理超过 100 个测站时，常常会遇到诸如法方程过大、内存溢出和计算缓慢等问题，使得大规模 GNSS 网络的全网解算变得不切实际。此外，为了加密参考框架而新增测站，对于网解来说是一项复杂且充满挑战的任务。

在 1.3.3 节中，我们详细探讨了 PPP-AR 技术的优势，包括其在提高定位精度和缩短收敛时间方面的显著表现。这些优势表明，PPP-AR 在维护和改进参考框架方面具有巨大的潜力，并有望在加密参考框架中发挥关键作用。为了进一步验证 PPP-AR 在实际应用中的效能，本章将采用 PPP-AR 方法对全球分布的测站进行坐标时间序列估计，并对测站坐标、速度场和季节项进行深入分析。通过这些分析，我们旨在评估 PPP-AR，尤其是北斗导航系统 PPP-AR 在全球参考框架维护和加密中的实际应用价值，并为未来的研究和应用提供参考依据。

### 4.1 处理策略及软件

在高精度定位领域，Bernese、GAMIT/GLOBK 和 RTKLIB 等国外软件占据主导地位，同时，国内软件如 PANDA 和 Net\_Diff 在北斗系统数据处理中表现出色，展现出广阔的应用前景。

本章所使用的精密单点定位软件 Net\_Diff 是由上海天文台 GNSS 分析中心开发的高精度定位软件。该软件所实现的所有参数和算法均遵循 IGS 所制定的标准。Net\_Diff 能够执行包括 GPS、GLONASS、Galileo、BDS、Navic 和 QZSS 在内的多 GNSS 的 PPP、多站网解以及 PPP-RTK。实验中采用的配置见表 4.1。

表 4.1 PPP-AR 配置参数

Table 4.1 PPP-AR strategies

| 类别      | 策略                                    |
|---------|---------------------------------------|
| 卫星系统    | GPS+Galileo, BDS                      |
| 数据采样率   | 30s                                   |
| 截止高度角   | 7                                     |
| 观测值噪声   | 伪距: 30 cm, 相位: 3mm                    |
| 轨道与钟差   | IGS Repro3 精密轨道与钟差 (WUM)              |
| 伪距和相位偏差 | IGS Repro3 偏差产品 (WUM)                 |
| 天线相位改正  | igsR3_2135.atx                        |
| 对流层改正   | 初值: GPT2w+SAAS+VMF1,<br>湿延迟剩余部分作为参数估计 |
| 电离层改正   | 无电离层组合                                |
| 地球形变改正  | IERS 协议 (IERS Conventions 2010)       |
| 模糊度固定方法 | 宽巷: 取整; 窄巷: LAMBDA                    |

## 4.2 可行性验证实验

本节中, 选取了 46 个全球分布的测站, 以期通过 Net\_Diff 软件中的 PPP-AR 功能, 对 GPS 和 Galileo 双系统的观测数据进行解算, 从而获取高精度的坐标时间序列。进一步地, 借助 QOCA 平台, 我们提取了速度项和季节项, 并对其进行了深入分析。此外, 本节还对浮点解与模糊度固定解的差异进行了探讨, 旨在全面评估 PPP-AR 技术在多系统 GNSS 定位中的表现及其对参考框架的维持的潜在贡献, 为单北斗系统增强参考框架提供可行性验证。

### 4.2.1 实验数据

IGS 综合分析中心确定了 IGS20 参考框架中使用的 55 个主要核心站。图 4.1 显示了所有时期每个站的观测文件的可用性。55 个测站的空间分布如图 4.2 所示。图 4.1 中黄点表示仅包含 GPS 数据的观测文件, 而红点表示包含来自多个

GNSS 系统的数据的文件。由于观测数据不足, 五个测站(BHR4、GOUG、ISPA、TNML、VESL) 被排除在外, 每天有 580 多个观测数据缺失 (占总日观测数据的 30%以上)。KZN2 站也被排除在外, 因为 2016 年 3 月之前没有观测数据, 无法进行完整的时间序列分析。至此, 对剩余的 49 个测站进行精客单点定位。

选取的数据时间为 2015.0 年至 2020.0 年, 超过了 Blewitt G 等人 (2002) 建议的构建速度场的最短时间跨度 2.5 年 (Garcia-Armenteros, 2023)。PPP-AR 所需的轨道、时钟和偏差产品由武汉大学 GNSS 实验分析中心 (WUM) 提供 (Geng 等, 2023), 该中心发布了 2020 年之前与 IGS Repro3 一致的最终精密产品。

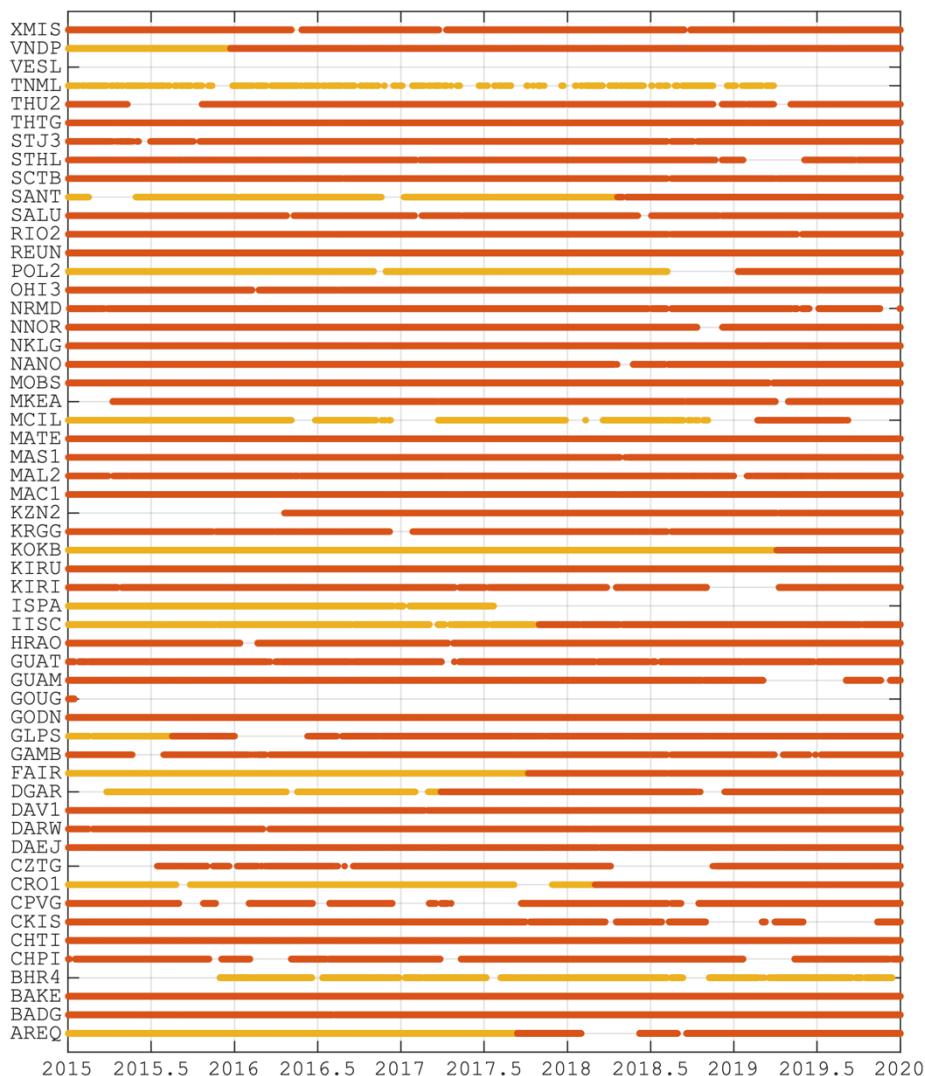


图 4.1 55 个 IGS 核心站的可用数据

Figure 4.1 Data availability of 55 core IGS stations

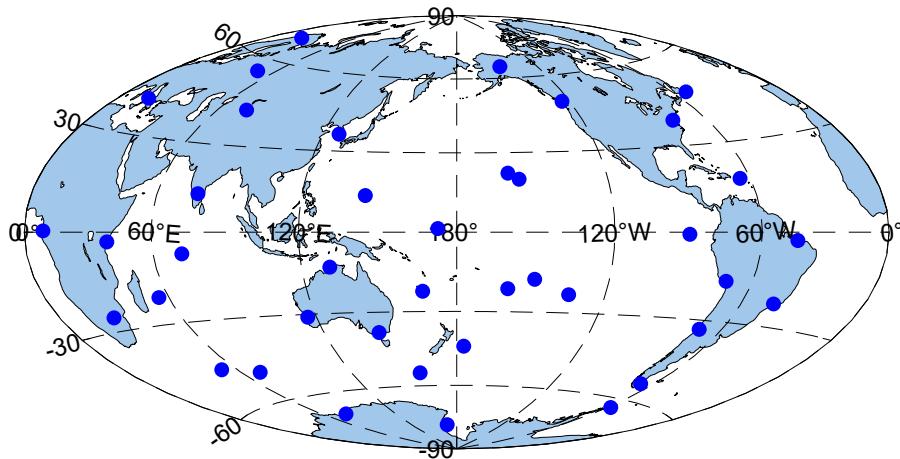


图 4.2 55 个 IGS 核心站的空间分布

Figure 4.2 Distribution of 55 core IGS stations

#### 4.2.2 结果与分析

对测站每日最后一个历元的固定成功情况进行了统计分析，并将其定义为固定成功率。图 4.3 展示了各个测站的固定成功率。如图所示，2019 年 MKEA 站的固定成功率低于 85%，而 CZTG 站的固定成功率为 86.2%，这可能与信号质量逐渐下降有关。因此，这两个测站被排除在后续分析之外。其余 47 个测站的固定成功率均超过 89.7%，平均固定成功率为 98.13%。此外，由于 2019.87 之后的天线误差，KIRU 站的定位结果被认为不可靠。最终，46 个测站被选为实验目标，这些测站的 PPP-AR 结果被认为是可靠的。

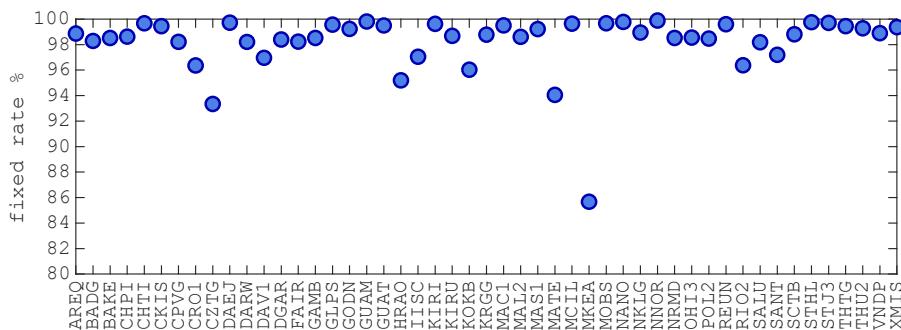


图 4.3 各测站模糊度固定率

Figure 4.3 Ambiguity fixed rate of each station

##### 4.2.2.1 测站坐标结果分析

对精密单点定位的解算结果进行精度分析。在长期的时间尺度上，测站运动表现出缓慢的线性趋势、季节性变化，在某些情况下，还表现出同震和震后变形。

为了解决这些因素, 将模型拟合 (如式(2.40)所述) 应用于每个站的每日解, 生成残差时间序列 (每日解减去拟合值)。然后计算残差时间序列的 RMS, 以评估 PPP-AR 生成坐标的精度。超过三倍中误差的残差被确定为异常值, 并排除在统计分析之外。

以 GODN 和 NKLG 站为例, 图 4.4 显示了这两个站的坐标时间序列, 以及模型拟合后获得的残差时间序列。顶部子图显示了两个站显著的线性位移, 这与后续章节讨论的速度相对应。减去拟合模型后, 两个站的残差时间序列的 RMS 在水平方向上在 3 mm 以内, 在垂直方向上在 6 mm 以内。

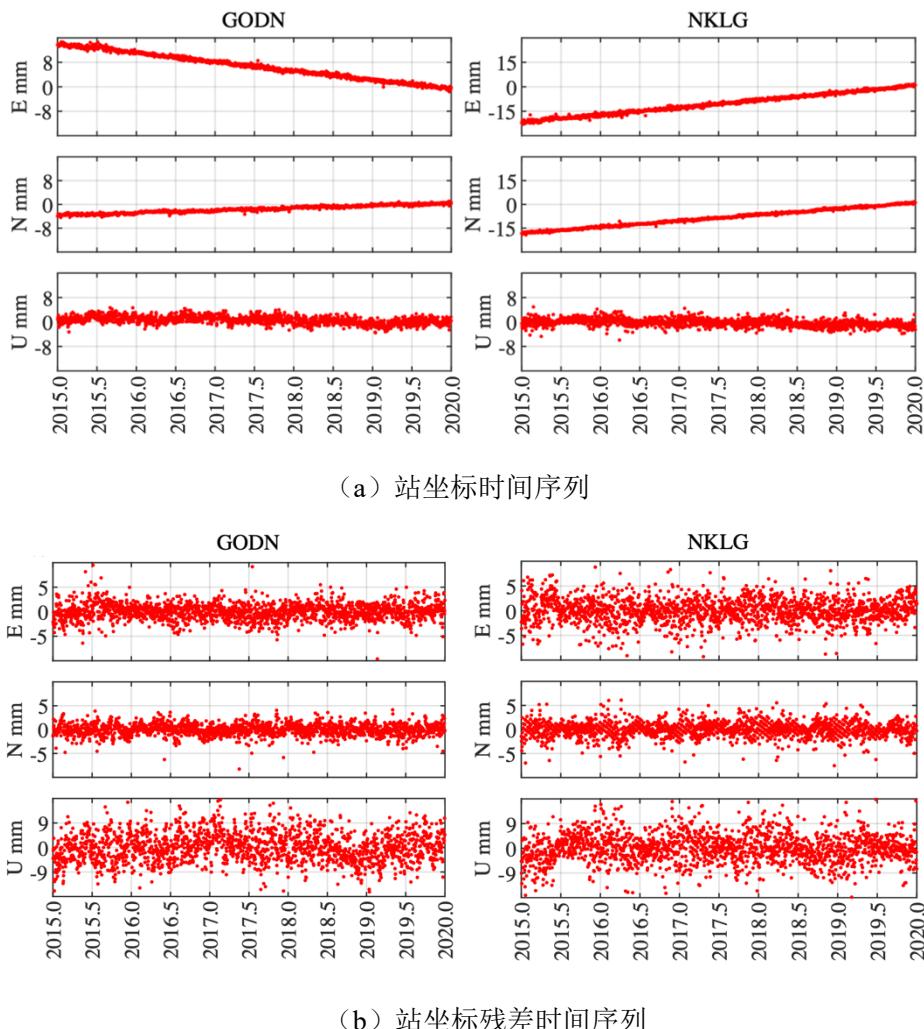


图 4.4 GODN 和 NKLG 的站坐标及残差时间序列

Figure 4.4 Position and residuals time series of GODN and NKLG

图 4.5 展示了所有测站残差坐标时间序列的 RMS。在所有测站中, E、N、U 分量的平均 RMS 分别为 2.30 mm、1.70 mm 和 5.86 mm。IGS 提供的定位精度

为水平方向 2 mm、垂直方向 5 mm，本次实验达到的精度接近于这些参考值。

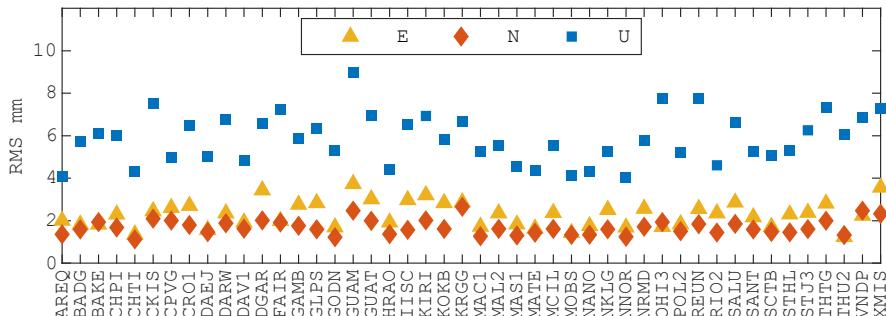


图 4.5 各站 PPP-AR 解的残差时间序列 RMS

Figure 4.5 RMS of residual time series of PPP-AR solutions of each station

本研究还将 PPP-AR 解算所得到的每日定位结果与相应的 IGS Repro3 (以下简称 IGS R3) 坐标进行了比较，其中 IGS R3 坐标被视为真实参考值。这些差异被定义为相对精度。

同样以 GODN 和 NKLG 站为例，图 4.6 展示了这两个测站的坐标时间序列以及 IGS R3 与 PPP-AR 解算结果之间的差异。顶部子图中，蓝色点表示 IGS R3 解算结果，红色点表示 PPP-AR 解算结果；底部子图中的绿色点则表示两种解算结果之间的差异时间序列。

顶部子图中，从 PPP-AR 解算结果与 IGS R3 解算结果的紧密重合中可以明显看出：在长期尺度上，PPP-AR 解算结果与 IGS R3 解算结果呈现出高度的一致性。具体而言，GODN 站在 E、N、U 三个分量上，IGS R3 与 PPP-AR 解算结果之间差异的 RMS 分别为 1.49 mm、1.06 mm 和 3.72 mm。类似地，NKLG 站在 E、N、U 三个分量上的差异的 RMS 分别为 2.04 mm、1.15 mm 和 5.39 mm。该结果揭示了两种解决方案之间存在差异，这可能源于 IGS R3 与 Net\_Diff 在处理策略及模型方面的不同。此外，IGS R3 解算结果的离散程度低于 PPP-AR 解算结果，这反映了 IGS R3 解算结果具有更高的精度。

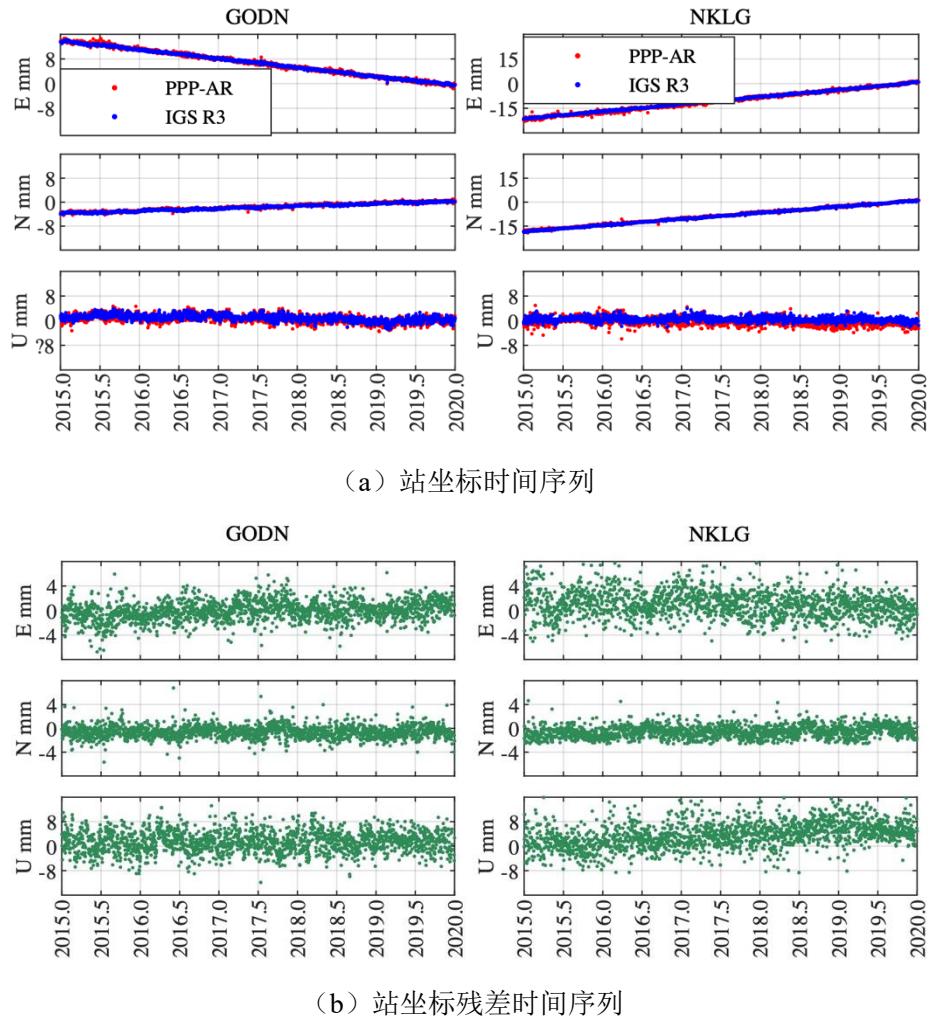


图 4.6 GODN 和 NKLG 的 IGS R3 与 PPP-AR 解的差异

**Figure 4.6 Coordinate time series and difference time series between IGS R3 and PPP-AR solutions for stations GODN and NKLG**

为量化 IGS R3 解与 PPP-AR 解之间的差异, 我们计算了每个测站差值的 STD 和 RMS, 结果如图 4.7 所示。东、北和垂直方向上的差值 STD 分别为 2.16 mm、1.26 mm 和 4.26 mm, RMS 分别为 2.37 mm、1.58 mm 和 5.10 mm。这些结果表明数据集中存在系统偏差。为解决这一问题, 我们采用了 Helmert 转换, 以有效消除误差并评估两组解的一致性 (Bitharis, 2023)。表 4.2 列出了 2015.0 时刻的 Helmert 参数, 及其时间序列的标准差和趋势。

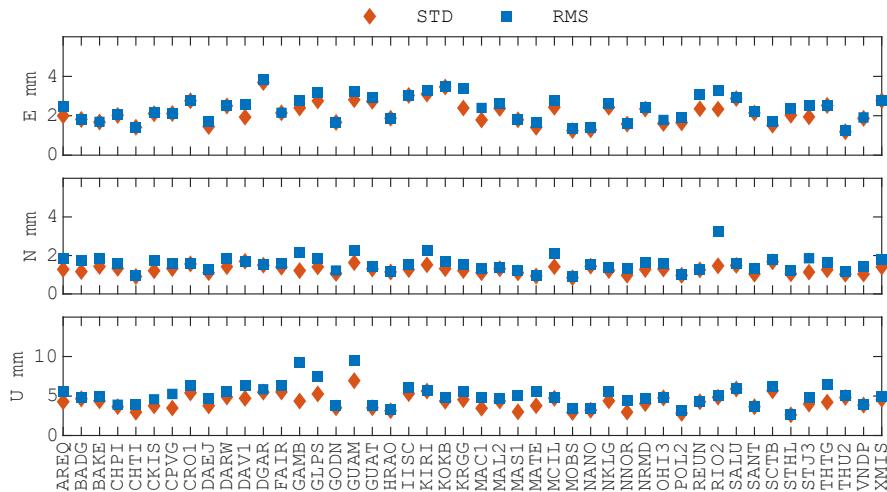


图 4.7 IGS R3 和 PPP-AR 解之间差异的数据统计

Figure 4.7 Statistics of the differences between IGS R3 and PPP-AR solutions

表 4.2 IGS R3 和 PPP-AR 解之间的 Helmert 转换参数（2015.0 时）

Table 4.2 Helmert transformation parameters between IGS R3 and PPP-AR solutions

|    | Tx<br>mm             | Ty<br>mm             | Tz<br>mm             | Rx<br>mas             | Ry<br>mas             | Rz<br>mas             | D<br>ppb            |
|----|----------------------|----------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|---------------------|
|    | $\dot{T}_x$<br>mm/yr | $\dot{T}_y$<br>mm/yr | $\dot{T}_z$<br>mm/yr | $\dot{R}_x$<br>mas/yr | $\dot{R}_y$<br>mas/yr | $\dot{R}_z$<br>mas/yr | $\dot{D}$<br>ppb/yr |
| 数值 | -1.10<br>± 0.53      | -0.01<br>± 0.53      | -0.25<br>± 0.53      | 0.001<br>± 0.021      | -0.002<br>± 0.021     | -0.022<br>± 0.021     | 0.38<br>± 0.08      |
| 趋势 | 0.25                 | -0.04                | 0.22                 | 0.001                 | 0.001                 | 0.002                 | 0.05                |

应用 Helmert 转换后，对转换后残差进行了统计分析。图 4.8 展示了 IGS R3 解与 PPP-AR 解在东、北和垂直三个分量上的转换后残差的 RMS。平均 RMS 分别为 2.08 mm、1.34 mm 和 4.65 mm，分别对应东、北和垂直方向。这些残差与 IGS R3 解的形式精度大致相当，表明两组数据之间具有良好的一致性。

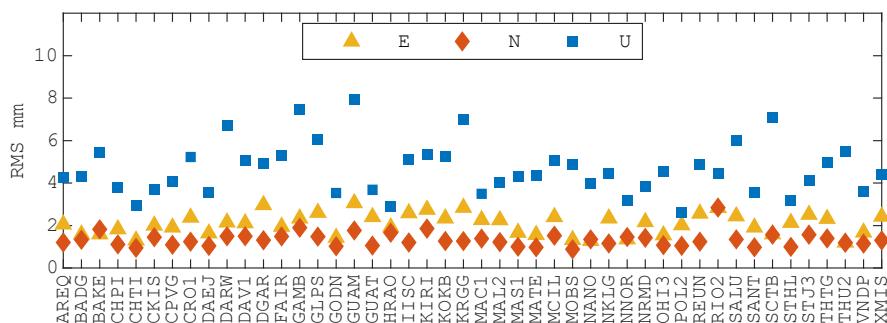


图 4.8 各站 IGS R3 与 PPP-AR 解的转换后残差 RMS

Figure 4.8 RMS of post-transformation residuals of each station

#### 4.2.2.2 速度场结果分析

根据式(2.40)所描述的模型,结合有色噪声模型来估算测站速度,以考虑速度解算中的不确定度。速度解的不确定度结果如图 4.9 所示。

速度的平均不确定度分别为东方向 0.29 mm/yr、北方向 0.23 mm/yr 和垂直方向 0.82 mm/yr。水平方向不确定度与 ITRF 水平速度场的形式误差(0.25 mm/yr)相当,但略高于 IGS 水平速度场的形式误差(0.2 mm/yr)。与水平分量相比,垂直分量的不确定度大约高出 3 倍。这一现象与 Bitharis (2023)的研究结果一致,主要归因于季节变化对垂直方向的显著影响。这些季节性效应源自多种已知的地球物理现象,包括潮汐力以及由于大气压力变化、海洋变化、积雪累积和土壤湿度波动导致的地表质量重新分布。

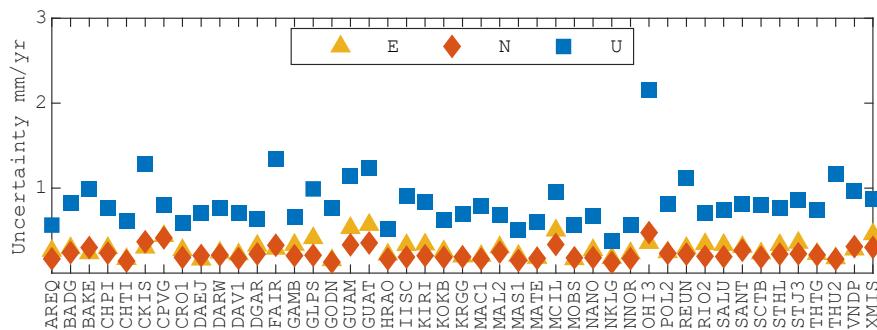


图 4.9 各站速度的不确定度

Figure 4.9 Uncertainty of velocity estimation

表 4.3 至表 4.5 汇总了所选测站的速度及其不确定度。数据显示,在同一方向内测站运动幅度并无一致规律,不同方向之间的差异十分显著。例如,垂直方向的速度明显小于东和北方向的速度,而垂直方向的不确定度则要高得多。这些差异主要归因于构造板块显著的水平运动以及垂直运动的非线性变化 (Garcia-Armenteros, 2023)。具体而言,大西洋地区测站的水平速度相对较大,平均值超过 20 mm/yr,而垂直速度则要小得多,平均值不足 0.5 mm/yr。

表 4.3 东方向上的各站速度(单位: mm/yr)

Table 4.3 Velocity in E directions of selected stations (Unit: mm/yr)

| 测站   | 速度              | 测站   | 速度              | 测站   | 速度              | 测站   | 速度              |
|------|-----------------|------|-----------------|------|-----------------|------|-----------------|
| AREQ | 10.08<br>± 0.26 | FAIR | -7.94<br>± 0.29 | MAL2 | 26.41<br>± 0.31 | SALU | -3.53<br>± 0.33 |

|      |                  |      |                  |      |                  |      |                  |
|------|------------------|------|------------------|------|------------------|------|------------------|
| BADG | 26.77<br>± 0.29  | GAMB | -67.40<br>± 0.33 | MAS1 | 16.56<br>± 0.21  | SANT | 14.87<br>± 0.31  |
| BAKE | -19.15<br>± 0.24 | GLPS | 50.51<br>± 0.41  | MATE | 23.56<br>± 0.18  | SCTB | 9.21<br>± 0.23   |
| CHPI | -3.92<br>± 0.30  | GODN | -14.76<br>± 0.15 | MCIL | -71.73<br>± 0.50 | STHL | 23.44<br>± 0.35  |
| CHTI | -43.74<br>± 0.17 | GUAM | -6.96<br>± 0.53  | MOBS | 19.22<br>± 0.16  | STJ3 | -13.87<br>± 0.36 |
| CKIS | -62.47<br>± 0.17 | GUAT | 2.37<br>± 0.57   | NANO | -8.07<br>± 0.27  | THTG | -65.86<br>± 0.23 |
| CPVG | 18.52<br>± 0.44  | HRAO | 17.24<br>± 0.22  | NKLG | 22.36<br>± 0.18  | THU2 | -22.77<br>± 0.18 |
| CRO1 | 7.62<br>± 0.27   | IISC | 42.89<br>± 0.33  | NNOR | 38.35<br>± 0.24  | VNDP | -41.46<br>± 0.28 |
| DAEJ | 27.83<br>± 0.16  | KIRI | -68.38<br>± 0.34 | OHI3 | 15.57<br>± 0.36  | XMIS | 40.87<br>± 0.46  |
| DARW | 35.56<br>± 0.24  | KOKB | -62.02<br>± 0.26 | POL2 | 27.51<br>± 0.25  |      |                  |
| DAV1 | -3.02<br>± 0.22  | KRGG | 5.11<br>± 0.20   | REUN | 17.78<br>± 0.30  |      |                  |
| DGAR | 47.44<br>± 0.32  | MAC1 | -11.89<br>± 0.20 | RIO2 | 5.02<br>± 0.34   |      |                  |

表 4.4 北方向上的各站速度 (单位: mm/yr)

Table 4.4 Velocity in N directions of selected stations (Unit: mm/yr)

| 测站   | 速度               | 测站   | 速度               | 测站   | 速度              | 测站   | 速度               |
|------|------------------|------|------------------|------|-----------------|------|------------------|
| AREQ | 14.53<br>± 0.17  | FAIR | -21.95<br>± 0.33 | MAL2 | 15.91<br>± 0.35 | SALU | 13.48<br>± 0.19  |
| BADG | -6.55<br>± 0.24  | GAMB | 31.85<br>± 0.21  | MAS1 | 17.30<br>± 0.15 | SANT | 15.90<br>± 0.27  |
| BAKE | -4.32<br>± 0.30  | GLPS | 11.11<br>± 0.21  | MATE | 19.54<br>± 0.18 | SCTB | -11.31<br>± 0.19 |
| CHPI | -12.78<br>± 0.24 | GODN | 4.22<br>± 0.13   | MCIL | 24.20<br>± 0.34 | STHL | 18.70<br>± 0.22  |
| CHTI | 33.00<br>± 0.14  | GUAM | 4.29<br>± 0.33   | MOBS | 57.33<br>± 0.18 | STJ3 | 13.45<br>± 0.23  |
| CKIS | -35.35<br>± 0.37 | GUAT | 0.70<br>± 0.36   | NANO | -8.09<br>± 0.18 | THTG | 33.94<br>± 0.22  |
| CPVG | 15.34<br>± 0.42  | HRAO | 18.17<br>± 0.17  | NKLG | 19.23<br>± 0.13 | THU2 | 4.72<br>± 0.17   |
| CRO1 | 13.65            | IISC | 35.89            | NNOR | 57.81           | VNDP | 24.30            |

|      |            |      |            |      |            |      |            |
|------|------------|------|------------|------|------------|------|------------|
|      | $\pm 0.19$ |      | $\pm 0.19$ |      | $\pm 0.17$ |      | $\pm 0.31$ |
| DAEJ | -10.77     | KIRI | 30.99      | OHI3 | 9.36       | XMIS | 55.19      |
|      | $\pm 0.21$ |      | $\pm 0.21$ |      | $\pm 0.48$ |      | $\pm 0.30$ |
|      | 59.21      |      | 34.36      |      | 4.71       |      |            |
| DARW | $\pm 0.21$ | KOKB | $\pm 0.19$ | POL2 | $\pm 0.23$ |      |            |
|      |            |      |            |      |            |      |            |
| DAV1 | -5.40      | KRGG | -3.79      | REUN | 11.31      |      |            |
|      | $\pm 0.17$ |      | $\pm 0.19$ |      | $\pm 0.23$ |      |            |
| DGAR | 32.67      | MAC1 | 33.20      | RIO2 | 12.30      |      |            |
|      | $\pm 0.23$ |      | $\pm 0.17$ |      | $\pm 0.20$ |      |            |

表 4.5 垂直方向上的各站速度 (单位: mm/yr)

Table 4.5 Velocity in U directions of selected stations (Unit: mm/yr)

| 测站   | 速度         | 测站   | 速度         | 测站   | 速度         | 测站   | 速度         |
|------|------------|------|------------|------|------------|------|------------|
| AREQ | -0.44      | FAIR | -0.93      | MAL2 | -0.31      | SALU | -1.68      |
|      | $\pm 0.57$ |      | $\pm 1.34$ |      | $\pm 0.68$ |      | $\pm 0.75$ |
| BADG | -0.01      | GAMB | -1.69      | MAS1 | -0.71      | SANT | 7.71       |
|      | $\pm 0.88$ |      | $\pm 0.66$ |      | $\pm 0.51$ |      | $\pm 0.81$ |
| BAKE | 11.32      | GLPS | -2.59      | MATE | -0.28      | SCTB | -0.41      |
|      | $\pm 1.00$ |      | $\pm 0.99$ |      | $\pm 0.60$ |      | $\pm 0.80$ |
| CHPI | 0.35       | GODN | -2.09      | MCIL | 0.98       | STHL | -0.43      |
|      | $\pm 0.76$ |      | $\pm 0.77$ |      | $\pm 0.95$ |      | $\pm 0.77$ |
| CHTI | -0.34      | GUAM | -0.26      | MOBS | -0.76      | STJ3 | -1.52      |
|      | $\pm 0.61$ |      | $\pm 1.15$ |      | $\pm 0.57$ |      | $\pm 0.87$ |
| CKIS | 0.75       | GUAT | -0.04      | NANO | 0.67       | THTG | -0.28      |
|      | $\pm 1.29$ |      | $\pm 1.24$ |      | $\pm 0.67$ |      | $\pm 0.75$ |
| CPVG | -1.78      | HRAO | -0.64      | NKLG | -1.47      | THU2 | 5.56       |
|      | $\pm 0.80$ |      | $\pm 0.53$ |      | $\pm 0.38$ |      | $\pm 1.17$ |
| CRO1 | -4.88      | IISC | -3.15      | NNOR | -0.89      | VNDP | -0.69      |
|      | $\pm 0.59$ |      | $\pm 0.91$ |      | $\pm 0.56$ |      | $\pm 0.96$ |
| DAEJ | 1.71       | KIRI | 0.39       | OHI3 | 1.49       | XMIS | -0.37      |
|      | $\pm 0.71$ |      | $\pm 0.84$ |      | $\pm 2.16$ |      | $\pm 0.87$ |
| DARW | -0.18      | KOKB | 0.30       | POL2 | -0.65      |      |            |
|      | $\pm 0.77$ |      | $\pm 0.63$ |      | $\pm 0.82$ |      |            |
| DAV1 | 0.72       | KRGG | 0.20       | REUN | -0.78      |      |            |
|      | $\pm 0.71$ |      | $\pm 0.69$ |      | $\pm 1.12$ |      |            |
| DGAR | -0.13      | MAC1 | -1.33      | RIO2 | 1.17       |      |            |
|      | $\pm 0.64$ |      | $\pm 0.79$ |      | $\pm 0.71$ |      |            |

为深入验证所估算速度场的可靠性, 本研究将基于 PPP-AR 技术得出的速度解算结果与 IGS R3 的速度解算结果进行了对比分析, 以评估 PPP-AR 拟合速度

场的精度。需要指出的是, IGS 速度场产品是基于 1995 年第 002 日至 2021 年第 001 日的 GNSS 观测数据计算得出的, 而本研究中展示的速度场则是基于 2015 年第 001 日至 2020 年第 001 日的 GNSS 观测数据。因此, 由于观测时间跨度的不同, 直接对比这两种速度解算结果是不合适的。为解决这一问题, 对 IGS R3 提供的 2015.0 至 2020.0 期间的测站坐标进行了模型拟合, 得出一个速度解算结果, 该结果随后被用作参考“真实”速度。图 4.10 和图 4.11 展示了 IGS R3 和 PPP-AR 解算结果的水平和垂直速度分量。图中的椭圆表示 95% 置信区间。

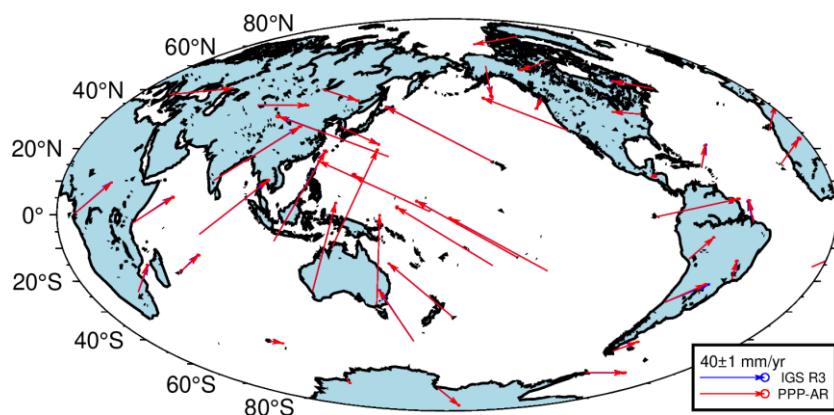


图 4.10 IGS R3 和 PPP-AR 的水平速度场

Figure 4.10 Horizontal velocity of IGS R3 and PPP-AR solutions

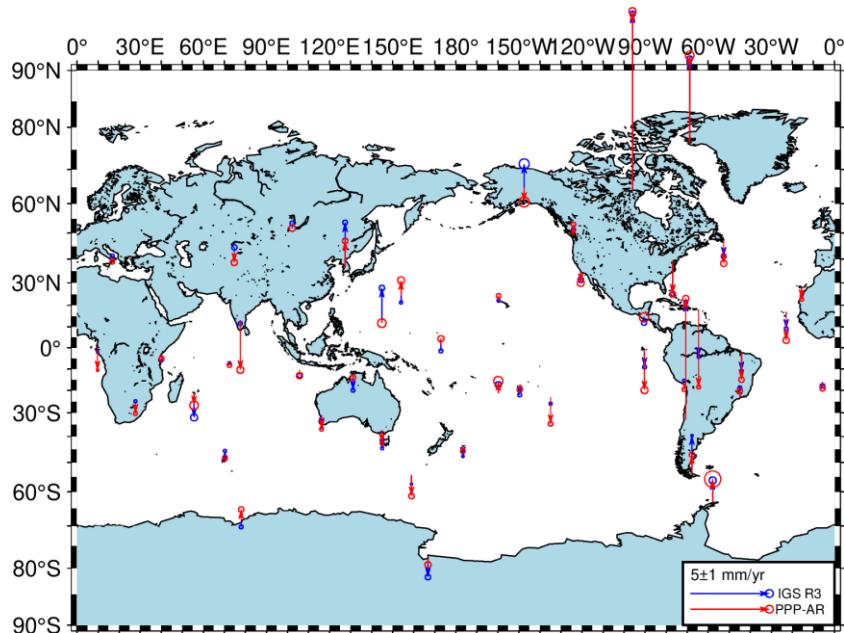


图 4.11 IGS R3 和 PPP-AR 的垂直速度场

Figure 4.11 Vertical velocity of IGS R3 and PPP-AR solutions

IGS R3 和 PPP-AR 解之间的平均速度差异分别为东方向 0.32 mm/yr、北方向 0.19 mm/yr 和垂直方向 0.67 mm/yr。值得注意的是，水平速度的差异与 ITRF 速水平度场的形式误差 (0.25 mm/yr) 相当，但略大于 IGS 水平速度场的形式误差 (0.2 mm/yr)。这些发现证实了 PPP-AR 得出的水平速度场具有较高的精度和可靠性，尤其是在与全球公认的速度场进行比较时。

#### 4.2.2.3 季节项结果分析

GNSS 坐标时间序列中不仅存在线性趋势，还普遍包含季节项，主要表现为周年项和半年项。从 GNSS 时间序列中准确提取季节性信号，不仅能提高时间序列的可靠性，还在分析多种地球物理现象中发挥关键作用。这些季节项，尤其是周年项，常因不同分析中心在处理策略和模型上的差异而有所不同，这使得它们成为进一步研究的重要对象。

对 IGS R3 和 PPP-AR 解算得到的测站坐标进行了季节项振幅的估计。振幅  $A$  的定义如下：

$$A = \sqrt{S_i^2 + C_i^2} \quad \dots (4.1)$$

其中， $S_i$  和  $C_i$  分别表示正弦和余弦分量的振幅，如(2.40)中所定义的  $c$ 、 $d$ 、 $e$  和  $f$ 。

图 4.12 和图 4.13 分别展示了两种解算方案的周年信号和半年信号振幅。IGS R3 与 PPP-AR 解算方案在周年、半年信号振幅上的平均差异分别为东 0.36 mm、北 0.27 mm 和垂直 0.68 mm 以及东 0.31 mm、北 0.12 mm 和垂直 0.43 mm。除少数测站外，两种方案在大多数测站的季节性振幅表现出高度一致性，且远低于四个代表性 GPS 时间序列产品 (JPL、SOPAC、MEaSUREs、NGL) 之间的差异 (Wang 等, 2021)。这一结果与 Dong 等 (2002) 和 Rebischung 等 (2024) 的结论一致，进一步验证了 PPP-AR 方法能够有效提取与 IGS R3 解算方案相当的季节性信号。

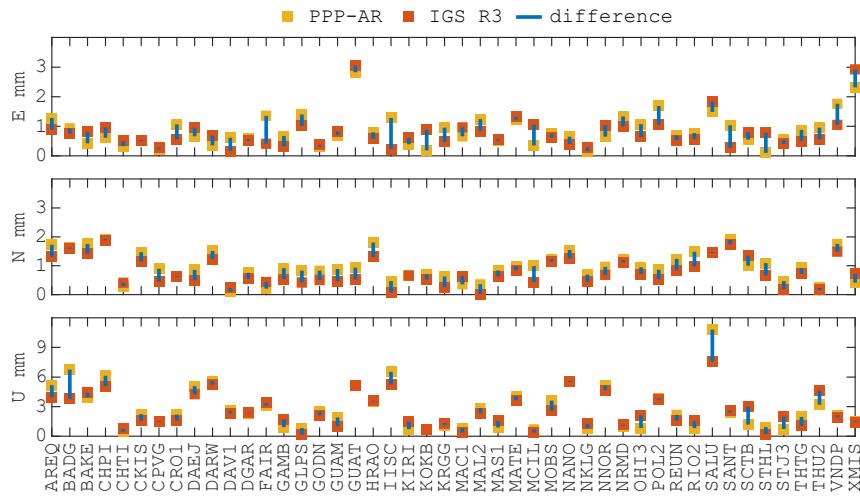


图 4.12 IGS R3 和 PPP-AR 解的周年信号振幅

Figure 4.12 Annual amplitude of IGS R3 and PPP-AR solutions

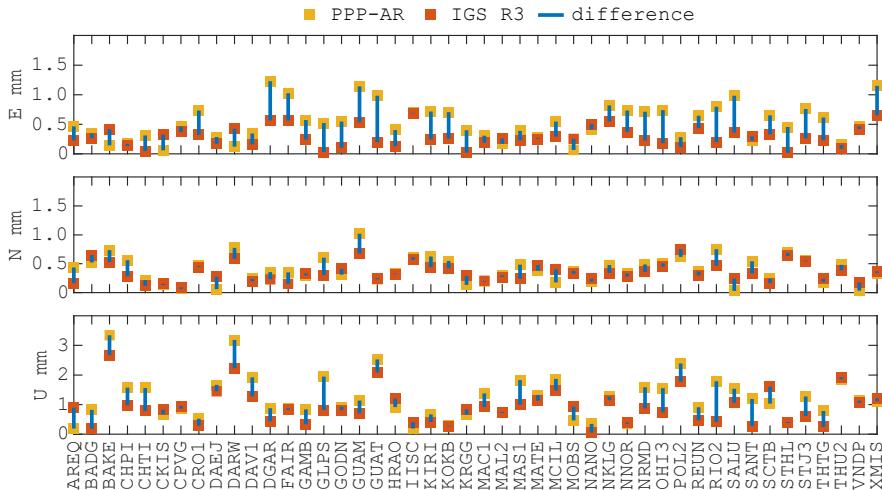


图 4.13 IGS R3 和 PPP-AR 解的半年信号振幅

Figure 4.13 Semi-annual amplitude of IGS R3 and PPP-AR solutions

#### 4.2.2.4 推算坐标结果分析

估计测站速度和季节项的一个重要目的是为了能够基于参考历元的已知坐标、速度和季节项，预测任意历元的测站坐标。因此，速度和季节项估计的准确性对于随时间推移的坐标预测精度起着关键作用。为了进一步评估 PPP-AR 速度场的准确性和可靠性，我们分析了使用估计的速度和季节项计算出的预测坐标的精度。

以 2019 年最后一天的 IGS Repro3 坐标作为初始值，利用 PPP-AR 和 IGS R3 解算得到的速度和季节项，计算了 2020 年至 2023 年所有历元的坐标，并将其与

相应的 IGS 坐标（2022 年 11 月 27 日前的 IGS 坐标采用 IGS Repro3 日解，2022 年 11 月 27 日及以后使用 CODE 日解）进行比较。表 4.6 展示了 IGS 坐标与基于 PPP-AR 和 IGS R3 速度和季节项导出的预测坐标之间的年平均差异。

两个速度场和季节项导出的预测坐标之间微小的差异，证明了 PPP-AR 估算的速度场和季节性项的可靠性。此外，在两年的时间跨度内，利用速度和季节项获得的水平坐标精度表现优异，水平方向的差异在 3 mm 以内，垂直方向的差异在 6 mm 以内。然而，随着时间的推移，IGS 坐标与计算坐标之间的差异逐年增加。到第五年时，通过速度和季节项预测得到的坐标差异在水平方向达到 6 mm，在垂直方向达到 9 mm。值得注意的是，2022 年 11 月 27 日后，坐标差异中可能包含了 IGS R3/PPP-AR 与 CODE 解之间的系统差。这一趋势说明了仅依靠速度和季节项进行坐标预测的局限性，同时也说明了定期更新参考框架的必要性。

表 4.6 IGS R3/PPP-AR 的预测坐标与 IGS R3 坐标的差异（单位：mm）

Table 4.6 Mean differences between IGS R3 coordinates and the coordinates derived from PPP-AR and IGS R3 velocity (Unit: mm)

|      | PPP-AR |      |      | IGS R3 |      |      |
|------|--------|------|------|--------|------|------|
|      | E      | N    | U    | E      | N    | U    |
| 2020 | 2.17   | 2.20 | 6.28 | 2.07   | 2.09 | 5.79 |
| 2021 | 2.51   | 2.28 | 6.51 | 2.51   | 2.24 | 6.04 |
| 2022 | 3.25   | 2.73 | 7.18 | 3.19   | 2.79 | 6.93 |
| 2023 | 4.03   | 5.48 | 7.77 | 4.14   | 5.53 | 7.66 |
| 2024 | 4.82   | 5.58 | 8.72 | 4.78   | 5.64 | 8.26 |

#### 4.2.3 PPP 结果与分析

为评估 PPP-AR 相较于 PPP 的优势，同样对上述测站进行了静态 PPP 解算，涵盖 2015.0 至 2020.0 的相同时间段。第 4.1 节所述方法在所有分析中保持一致，确保了评估过程的统一性。与前文类似，我们对定位结果的精度进行了分析，包括测站坐标、速度场和季节项。

PPP 解算的残差时间序列的平均 RMS 分别为东向 2.64 mm、北向 1.72 mm 和天向 5.93 mm，如表 4.7 所示。相比之下，前文提到的 PPP-AR 解算的残差时间序列的平均 RMS 分别为东向 2.30 mm、北向 1.70 mm 和天向 5.86 mm。显然，

PPP-AR 解的残差时间序列的 RMS 更小, 特别是在东向, 表明其精度更高。因此, 与浮点解相比, 模糊度的固定在一定程度上提高了坐标的精度。

与第 4.2.2.1 节的方法类似, 我们还对 PPP 解和 IGS R3 解之间应用了 Helmert 转换。对转换后的残差进行了统计分析。表 4.7 还展示了 IGS R3 解与 PPP-AR 解之间的转换后残差, 以及 IGS R3 解与 PPP 解之间的转换后残差。结果表明, PPP-AR 解的精度在水平方向上, 特别是东向, 比 PPP 解有所提升。

表 4.7 PPP/PPP-AR 解的残差及转换后残差的 RMS (单位: mm)

Table 4.7 RMSs of residuals and post-transformation residuals of two solutions

| 策略     | 残差   |      |      | 转换后残差 |      |      |
|--------|------|------|------|-------|------|------|
|        | E    | N    | U    | E     | N    | U    |
| PPP    | 2.64 | 1.72 | 5.93 | 2.47  | 1.37 | 4.72 |
| PPP-AR | 2.30 | 1.70 | 5.86 | 2.08  | 1.34 | 4.65 |

同样估算了来自 PPP 解算的测站速度及其不确定度。PPP 和 PPP-AR 解算所导出的不确定度如表 4.8 所示, PPP/PPP-AR 与 IGS R3 之间的速度差异也在表 4.8 中列出。

表 4.8 PPP/PPP-AR 速度不确定度及速度差 (单位: mm/yr)

Table 4.8 Uncertainties of PPP and PPP-AR velocity and velocity difference (Unit: mm/yr)

| 策略     | 速度不确定度 |      |      | 速度差  |      |      |
|--------|--------|------|------|------|------|------|
|        | E      | N    | U    | E    | N    | U    |
| PPP    | 0.31   | 0.23 | 0.86 | 0.37 | 0.19 | 0.69 |
| PPP-AR | 0.29   | 0.23 | 0.82 | 0.32 | 0.19 | 0.67 |
| IGS R3 | 0.18   | 0.18 | 0.58 | /    | /    | /    |

可以观察到, 由这三组解解算出的不确定度呈递增顺序: IGS R3 展现出最小的不确定度, PPP-AR 次之, 而 PPP 则显示出最大的不确定度。值得注意的是, PPP-AR 和 PPP 解算所估算的速度不确定度均与 ITRF 水平速度场的形式误差相差不大。PPP-AR 所估算的速度, 尤其是东向速度, 更接近于 IGS R3 所估算的速度。总体而言, 从速度估算的角度来看, PPP-AR 解与 IGS R3 的一致性高于 PPP 解与 IGS R3。

表 4.9 列出了 PPP/PPP-AR 解与 IGS R3 解之间的季节项差异。如表所示,

与 IGS R3 的季节项差异相比, PPP/PPP-AR 解之间的差异微乎其微, 仅在东向观测到轻微变化。在季节项估计方面, 模糊度固定并无显著影响。

表 4.9 PPP/PPP-AR 与 IGS R3 的季节项振幅差异 (单位: mm/yr)

Table 4.9 Seasonal term amplitude difference between PPP/PPP-AR and IGS R3

| 策略     | 周年项  |      |      | 半年项  |      |      |
|--------|------|------|------|------|------|------|
|        | E    | N    | U    | E    | N    | U    |
| PPP    | 0.31 | 0.27 | 0.68 | 0.40 | 0.12 | 0.43 |
| PPP-AR | 0.36 | 0.27 | 0.68 | 0.31 | 0.12 | 0.43 |

#### 4.2.4 本节小结

本章创新性地提出从 PPP-AR 解算中提取长期速度场和季节项, 而非依赖于网解技术, 以期为未来参考框架的维持和加密奠定基础。本节全面评估了 PPP-AR 技术在 GPS 和 Galileo 系统 GNSS 定位中的表现, 为单北斗导航系统增强参考框架提供可行性验证。

研究使用的数据来自全球 46 个均匀分布的测站的 GNSS 观测数据, 时间跨度为 2015.0 至 2020.0 年。基于 PPP-AR 结果, 我们对坐标精度、速度场精度和季节项精度进行了分析。主要发现如下:

(1) 扣除模型拟合项后, 所有测站的 RMS 在水平方向小于 3 mm, 在垂直方向小于 6 mm。对所有测站应用 Helmert 转换后, IGS R3 解与 PPP-AR 解之间的平均 RMS 差异在水平方向几乎小于 2 mm, 在垂直方向小于 5 mm。这些差异与 IGS 解的形式误差大致相当。

(2) 由 PPP-AR 解拟合的速度不确定度在水平方向约为 0.25 mm/yr, 垂直方向小于 0.6 mm/yr, 水平方向与 ITRF 水平速度场的形式误差 (0.25 mm/yr) 相当, 略高于 IGS 水平速度场的形式误差 (0.2 mm/yr)。IGS R3 与 PPP-AR 解之间的平均速度差异在水平分量约为 0.30 mm/yr, 在垂直分量上小于 0.70 mm/yr。水平速度差异与 ITRF 的形式误差相当。

(3) IGS R3 与 PPP-AR 解拟合的周年振幅的平均差异在三个方向上均小于 0.90 mm, 半周年振幅的平均差异在三个方向上均小于 0.50 mm。除了少数测站表现出显著差异外, 其余测站的周年振幅和半周年振幅显示出高度一致性。

(4) 与 PPP 解相比, PPP-AR 解在坐标和速度精度方面均实现了亚毫米级的提升, 尤其是在东方向上表现更为显著。

综上所述, 长期 PPP-AR 解算所得到的坐标和水平速度场的精度与 ITRF 相当。此外, PPP-AR 在计算效率上表现出色, 处理过程灵活, 可以支持参考框架的维持及加密工作。

### 4.3 北斗 PPP 模糊度固定实验

在上一节中, 我们已经验证了 PPP-AR 技术在多系统 GNSS 定位的表现及其对参考框架维持的贡献。在此基础上, 本节将聚焦于北斗导航系统的长期定位精度及其对北斗参考框架的贡献。实验选取了 48 个全球分布的测站, 利用 Net\_Diff 软件中的 PPP-AR 功能对北斗导航系统的观测数据进行解算, 以获取高精度的坐标时间序列。进一步地, 通过 QOCA 平台提取速度项和季节项, 并对其展开详细分析, 从而全面评估北斗导航系统的长期定位精度及其在增强参考框架中的表现。

#### 4.3.1 实验数据

在本章中, 选取了全球均匀分布的 48 个 IGS 测站, 这些测站均能接收到北斗信号。图 4.14 展示了所选站的空间分布。

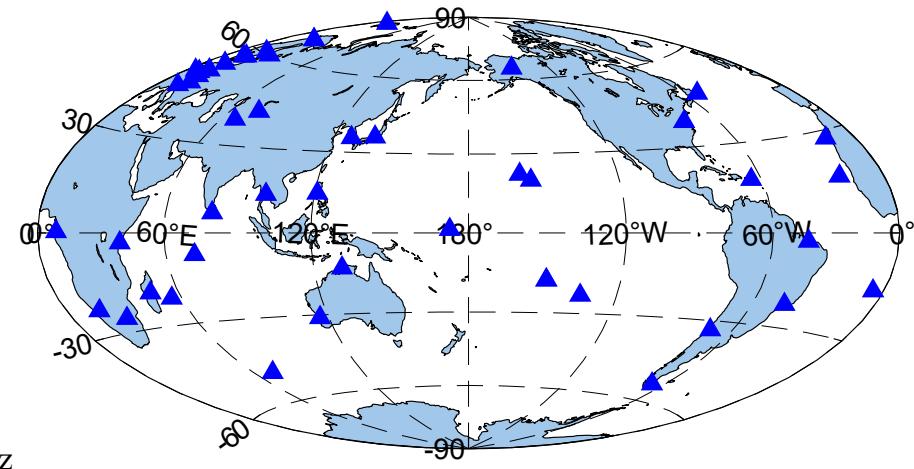


图 4.14 48 个测站的空间分布

Figure 4.14 Distribution of 48 selected stations

选取的数据时间跨越 2020.0-2025.0 共 5 年, 所用的轨道、时钟和偏差产品

仍由 WUM 提供。该中心发布了 2020.0-2025.0 年期间北斗系统的快速精密产品。需要注意的是，2022 年 11 月 27 日以前，WUM 的产品是基于 IGS14 参考框架的，2022 年 11 月 27 日以后，其产品是基于 IGS20 参考框架的。图 4.15 展示了各个站 PPP-AR 日解数量情况。每个站成功解算的日解数量最小值为 1528 个，超过总天数的 83%。

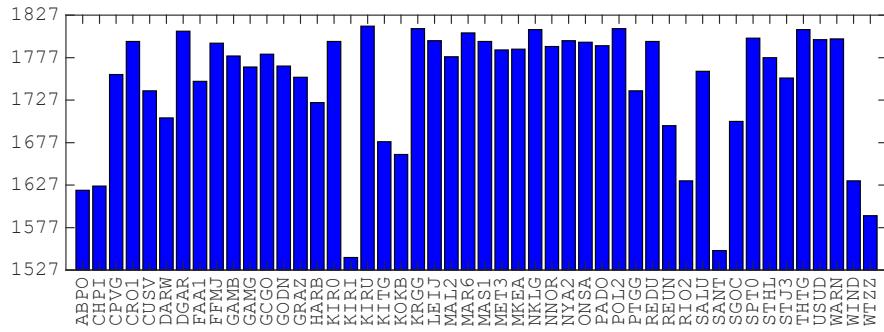


图 4.15 48 个测站的日解数量

Figure 4.15 Number of daily solutions of 48 selected stations

### 4.3.2 结果与分析

#### 4.3.2.1 模糊度固定成功率

对每个测站最后一个历元的固定率进行了统计分析。图 4.16 展示了所有测站的固定成功率。除 CPVG、GAMB 和 SALU 三个站点因部分天的观测数据不足而无法固定模糊度外，其余站点的固定成功率均超过 60%，平均值达到 77%。与前文结果对比可知，相较于 GPS+Galileo 双系统，BDS 单系统的固定成功率明显较低。

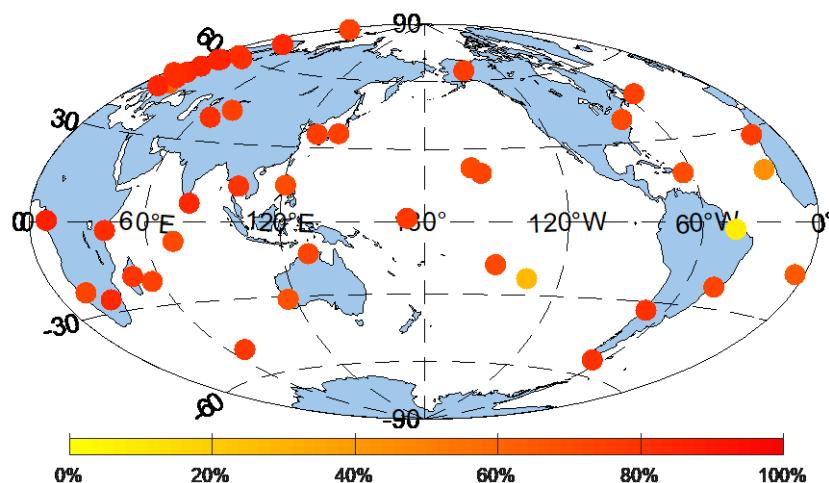


图 4.16 各测站模糊度固定率

Figure 4.16 Ambiguity fixed rate of each station

### 4.3.2.2 测站坐标结果分析

如第 4.2.2 节所述, 同样对解算结果进行了模型拟合, 生成了残差时间序列。在模型中, 因参考框架转换导致的坐标跳变也被拟合。随后, 通过计算残差时间序列的 RMS 来评估 PPP-AR 坐标解的精度。残差超过中误差三倍的值被判定为异常值, 并从统计分析中排除。

以 GODN 和 NKLG 站为例, 图 4.17 显示了这两个站的坐标时间序列, 以及模型拟合后获得的残差时间序列。减去拟合模型后, GODN 站的残差时间序列的 E、N、U 分量 RMS 分别为 3.65 mm, 2.12 mm 和 6.85 mm, NKLG 站的残差时间序列的 E、N、U 分量 RMS 分别为 3.91 mm, 2.41 mm 和 7.67 mm。

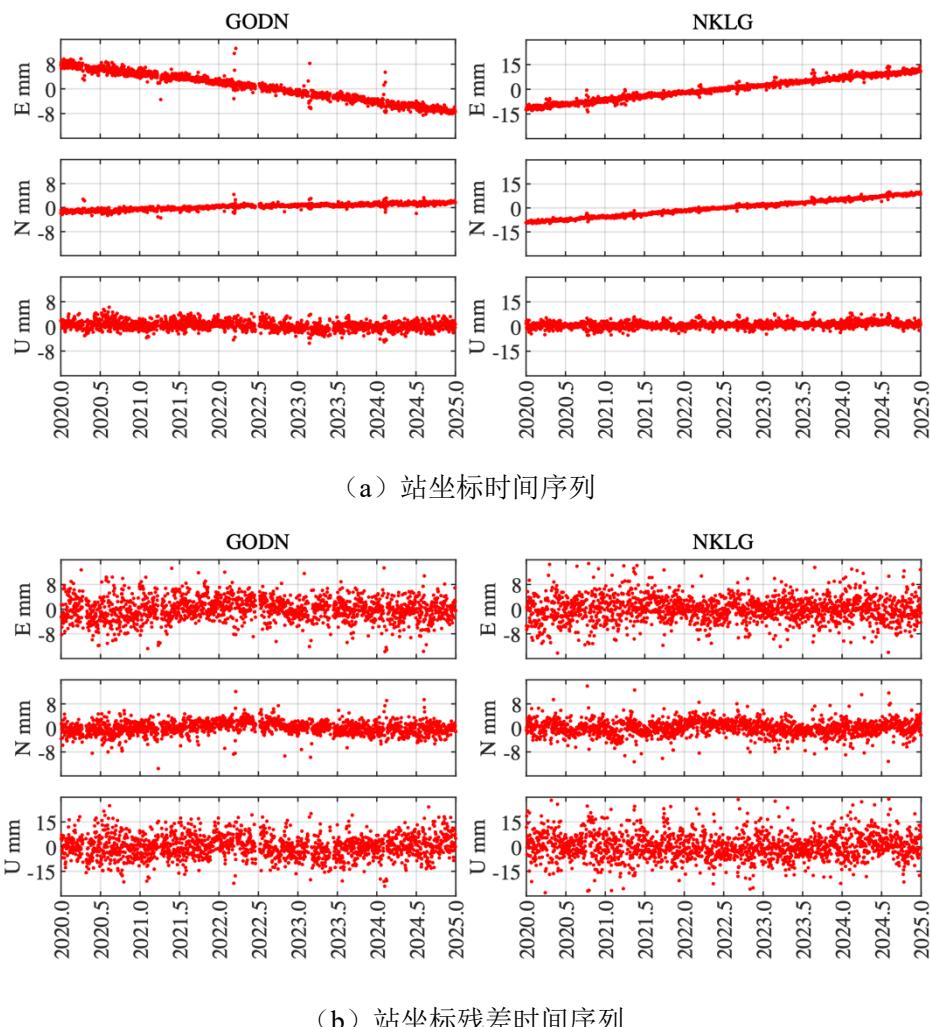


图 4.17 GODN 和 NKLG 的站坐标及残差时间序列

Figure 4.17 Position and residuals time series of GODN and NKLG

图 4.18 展示了所有测站残差坐标时间序列的 RMS。在所有测站中, E、N、

U分量的平均RMS分别为4.53 mm、2.95 mm和7.93 mm。总体而言，北斗PPP-AR解算结果的内符合精度在水平方向可达5 mm，垂直方向可达8 mm。

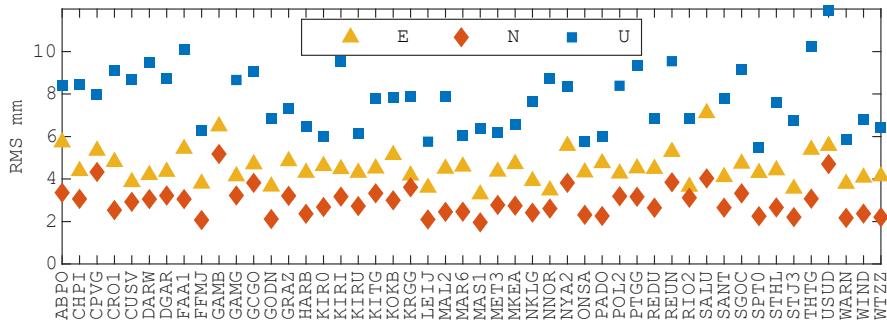


图 4.18 各站 PPP-AR 解的残差时间序列 RMS

Figure 4.18 RMS of residual time series of PPP-AR solutions of each station

为验证北斗PPP-AR解算的相对精度。将PPP-AR解算所得到的每日定位结果与IGS坐标进行对比分析。其中，2022年11月27日前的IGS坐标采用IGS Repro3日解，2022年11月27日及以后使用CODE日解，下文中，这些坐标统一称为IGS解。同样以GODN和NKLG站为例，图4.19展示了这两个测站的坐标时间序列以及IGS解与PPP-AR解算结果之间的差异。顶部子图中，蓝色点表示IGS解算结果，红色点表示PPP-AR解算结果；底部子图中的绿色点则表示两种解算结果之间的差异时间序列。

顶部子图中，从PPP-AR解算结果与IGS解算结果的紧密重合中可以明显看出：在长期尺度上，PPP-AR解算结果与IGS解算结果呈现出高度的一致性。但在2022年11月27日后，两者差异明显骤然增加，这是源于对比的坐标从IGS Repro3转变为CODE的日解。2022年11月27日之前两者的整体偏移为PPP-AR解与IGS R3之间的系统差异，2022年11月27日之后，两者的整体偏移为PPP-AR解与CODE解之间的系统差异。显然，PPP-AR解与CODE解算结果之间系统差较大。具体而言，2022年11月27日之前，GODN站在E、N、U三个分量上，IGS R3与PPP-AR解算结果之间差异的RMS分别为4.98 mm，2.09 mm和5.93 mm。NKLG站在E、N、U三个分量上的差异的RMS分别为3.96 mm、2.66 mm和7.04 mm。2022年11月27日之后，GODN站在E、N、U三个分量上，IGS R3与PPP-AR解算结果之间差异的RMS分别为3.43 mm，2.37 mm和7.53 mm。NKLG站在E、N、U三个分量上的差异的RMS分别为2.43

mm、2.83 mm 和 12.56 mm。

该结果揭示了三组解决方案之间存在差异，这可能源于 IGS R3、CODE 分析中心与 Net\_Diff 三者在处理策略及模型方面的不同。此外，IGS R3/CODE 解的离散程度低于 PPP-AR 解算结果，这反映了 IGS R3 解/CODE 解具有更高的精度。

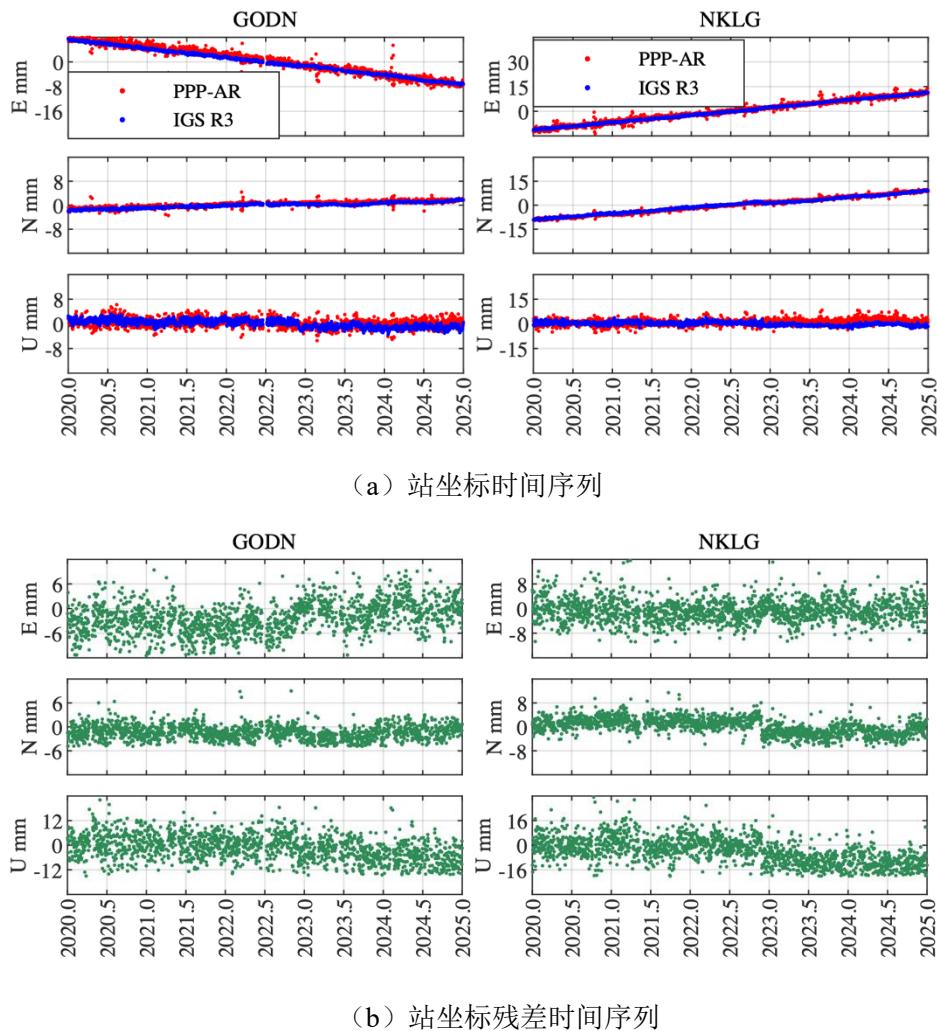


图 4.19 GODN 和 NKLG 的 IGS R3 与 PPP-AR 解的差异

Figure 4.19 Coordinate and difference time series between IGS R3 and PPP-AR solutions for stations GODN and NKLG

同样，为消除三组解决方案之间的系统差，对 IGS R3/CODE 解和 PPP-AR 解采用 Helmert 转换。表 4.10、表 4.11 分别列出了 2020.0 时刻和 2022.9 时刻的 Helmert 参数，及其时间序列的标准差和趋势。

应用 Helmert 转换后，对转换后残差进行统计分析。图 4.20 展示了 IGS 解

与 PPP-AR 解在东、北和垂直三个分量上的转换后差异的 RMS。所有测站的平均 RMS 分别为 3.99 mm、3.39 mm 和 9.55 mm，分别对应东、北和垂直方向。与前文所述结果对比可知，相较于 GPS+Galileo 双系统，单北斗导航系统在 PPP-AR 解算方面仍存在差距。

表 4.10 IGS R3 解和 PPP-AR 解之间的 Helmert 转换参数（2020.0 时）

Table 4.10 Helmert transformation parameters between IGS R3 and PPP-AR solutions

|    | Tx<br>mm             | Ty<br>mm             | Tz<br>mm             | Rx<br>mas             | Ry<br>mas             | Rz<br>mas             | D<br>ppb            |
|----|----------------------|----------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|---------------------|
|    | $\dot{T}_x$<br>mm/yr | $\dot{T}_y$<br>mm/yr | $\dot{T}_z$<br>mm/yr | $\dot{R}_x$<br>mas/yr | $\dot{R}_y$<br>mas/yr | $\dot{R}_z$<br>mas/yr | $\dot{D}$<br>ppb/yr |
| 数值 | - 0.67<br>± 1.73     | 0.80<br>± 1.77       | 8.10<br>± 1.72       | - 0.328<br>± 0.074    | - 0.069<br>± 0.065    | 0.129<br>± 0.065      | 0.25<br>± 0.26      |
| 趋势 | 0.70                 | - 0.20               | - 0.01               | 0.007                 | 0.025                 | 0.003                 | - 0.15              |

表 4.11 IGS CODE 解和 PPP-AR 解之间的 Helmert 转换参数（2022.9 时）

Table 4.11 Helmert transformation parameters between IGS CODE and PPP-AR solutions

|    | Tx<br>mm             | Ty<br>mm             | Tz<br>mm             | Rx<br>mas             | Ry<br>mas             | Rz<br>mas             | D<br>ppb            |
|----|----------------------|----------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|---------------------|
|    | $\dot{T}_x$<br>mm/yr | $\dot{T}_y$<br>mm/yr | $\dot{T}_z$<br>mm/yr | $\dot{R}_x$<br>mas/yr | $\dot{R}_y$<br>mas/yr | $\dot{R}_z$<br>mas/yr | $\dot{D}$<br>ppb/yr |
| 数值 | - 2.22<br>± 1.27     | 0.37<br>± 1.27       | - 1.02<br>± 1.28     | 0.019<br>± 0.053      | - 0.041<br>± 0.050    | - 0.011<br>± 0.048    | - 0.001<br>± 0.20   |
| 趋势 | - 1.55               | 2.13                 | 0.21                 | -0.007                | 0.01                  | 0.01                  | 0.014               |

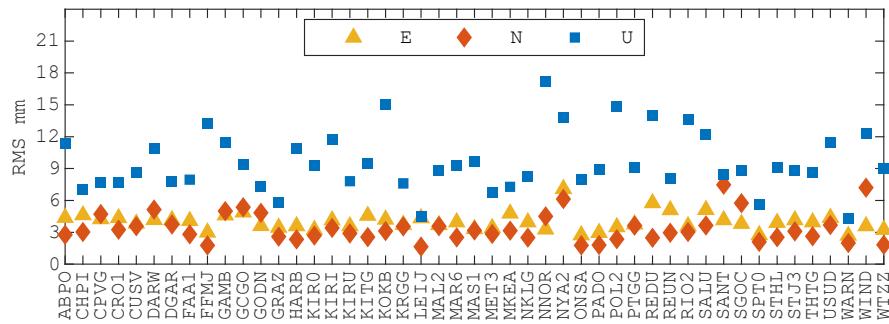


图 4.20 各站 IGS R3 与 PPP-AR 解的转换后残差 RMS

Figure 4.20 RMS of post-transformation residuals of each station

### 4.3.2.3 速度场结果分析

由北斗导航系统解算的 PPP-AR 坐标解拟合得到的速度不确定度如图 4.21。

速度的平均不确定度分别为东方向 0.62 mm/yr、北方向 0.46 mm/yr 和垂直方向 1.08 mm/yr。这些数值均高于 GPS+Galileo 双系统所获得的速度不确定度。另外，与 GPS+Galileo 双系统定位结果略有差异，垂直分量的不确定度大约是水平分量的两倍。

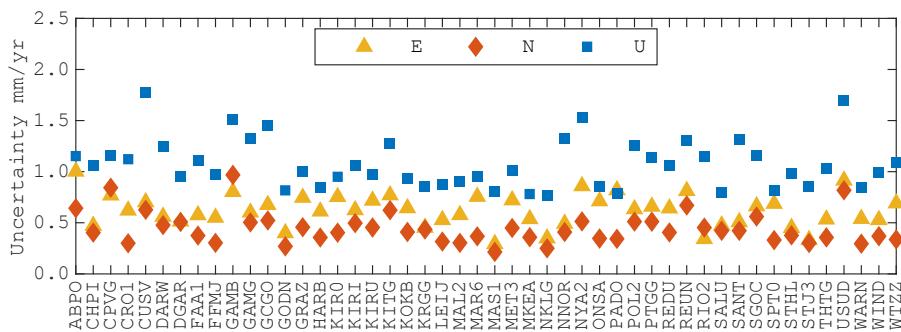


图 4.21 各站速度的不确定度

Figure 4.21 Uncertainty of velocity estimation

接着，对比分析了基于北斗导航系统 PPP-AR 解的速度拟合结果与 IGS 解的速度拟合结果。由于在速度拟合过程中已加入坐标跳变，因此无需再考虑因参考框架变化或分析中心解不一致所引起的坐标不连续性。基于此，能够直接对 5 年的解算结果进行速度拟合。图 4.22 和图 4.23 分别展示了 IGS 和 PPP-AR 解拟合的水平与垂直速度分量。图 4.24 显示了两组速度之间速度场的差异分散图，横坐标为速度差异大小，纵坐标为对应的测站数量。

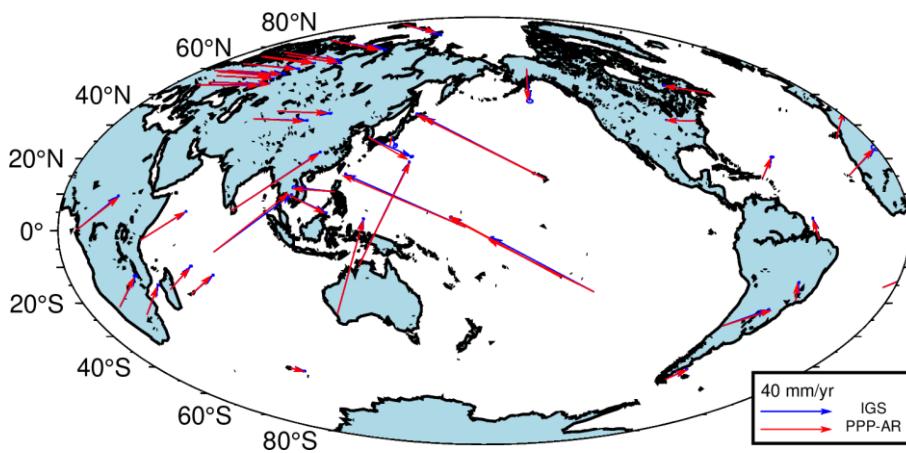


图 4.22 IGS R3 和 PPP-AR 的水平速度场

Figure 4.22 Horizontal velocity of IGS R3 and PPP-AR solutions

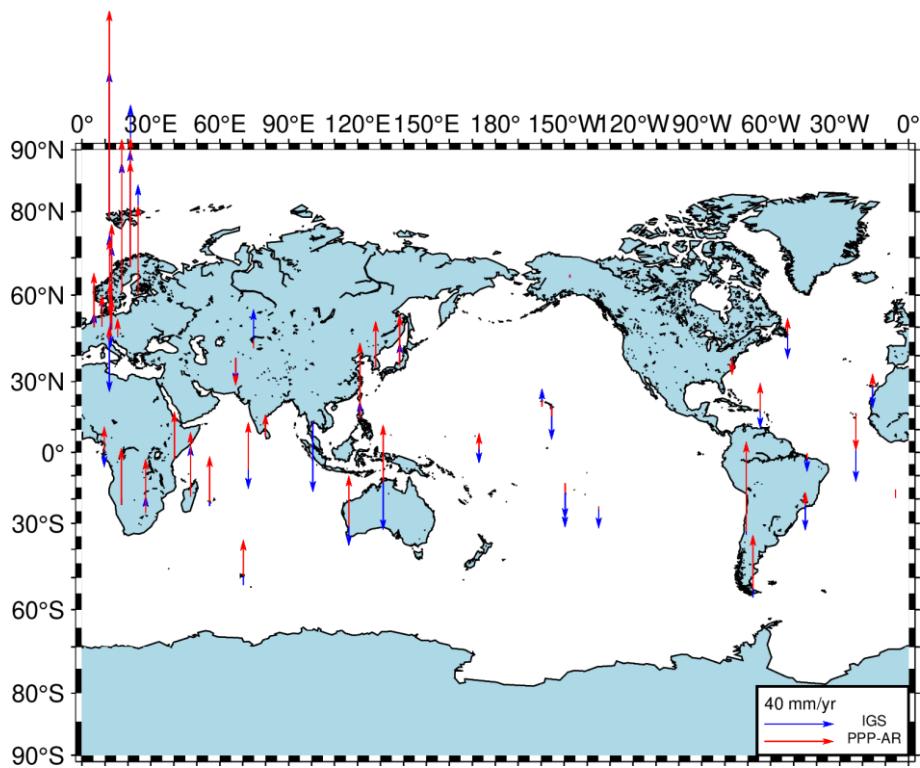


图 4.23 IGS R3 和 PPP-AR 的垂直速度场

Figure 4.23 Vertical velocity of IGS R3 and PPP-AR solutions

从图 4.24 中可以观察到, IGS 解与 PPP-AR 解在水平速度场具有较高的重合度, 而在垂直速度场重合度相对较低。两组解算结果在东、北、垂直方向上的绝对平均速度差异分别为  $0.91 \text{ mm/yr}$ 、 $0.75 \text{ mm/yr}$  和  $2.59 \text{ mm/yr}$ 。尽管这些差异较为显著, 但依然能够表明通过北斗导航系统 PPP-AR 解所获得的速度场达到了毫米级精度。

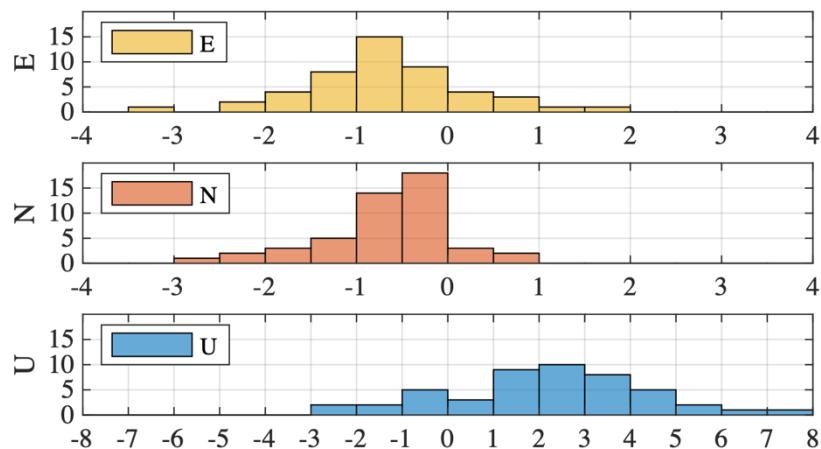


图 4.24 IGS 和 PPP-AR 的速度场差异频数分布图

Figure 4.24 Frequency distribution of velocity field differences between IGS and PPP-AR

#### 4.3.2.4 季节项结果分析

同样对 IGS R3 和 PPP-AR 解算得到的测站坐标进行了季节项振幅的估计。

图 4.25 和图 4.26 分别展示了两组解的周年信号和半年信号振幅。IGS 与 PPP-AR 解在周年信号振幅上的绝对平均差异分别为东向 0.63 mm、北向 0.81 mm 和垂直向 1.00 mm；在半年信号振幅上的平均差异分别为东向 0.48 mm、北向 0.18 mm 和垂直向 0.43 mm。两组解算结果的季节项振幅差异在 1 mm 以内，进一步证实了北斗导航系统 PPP-AR 解能够有效提取可靠的季节性信号。

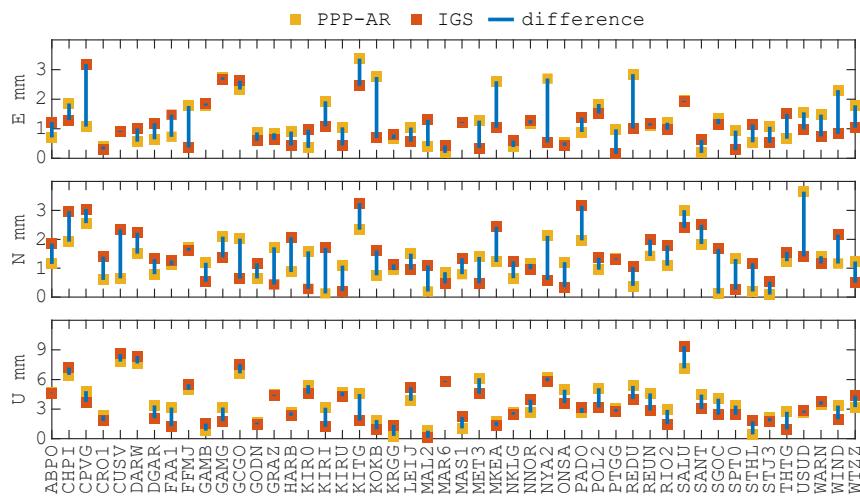


图 4.25 IGS 和 PPP-AR 解的周年信号振幅

Figure 4.25 Annual amplitude of IGS and PPP-AR solutions

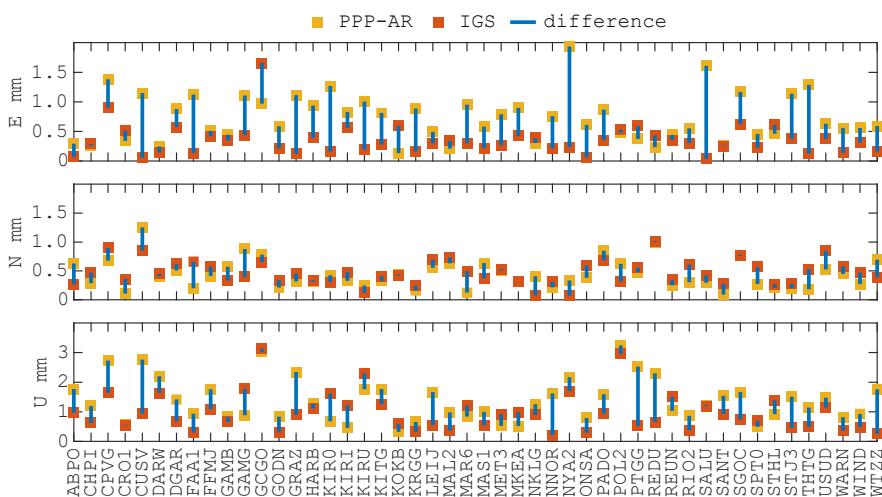


图 4.26 IGS 和 PPP-AR 解的半年信号振幅

Figure 4.26 Semi-annual amplitude of IGS and PPP-AR solutions

### 4.3.3 本节小结

根据上一节的可行性实验结果, 本节对北斗导航系统进行 PPP-AR 解算, 并从 PPP-AR 解算中提取长期速度场和季节项, 而非依赖于网解技术, 以期为未来北斗参考框架的维持和加密奠定基础。研究使用的数据来自全球 48 个全球分布的测站的北斗系导航统观测数据, 时间跨度为 2020.0 至 2025.0 年。基于 PPP-AR 结果, 我们对坐标精度、速度场精度和季节项精度进行了分析。主要发现如下:

- (1) 相较于 GPS+Galileo 双系统, 北斗导航系统在 PPP-AR 中的固定成功率显著降低。
- (2) 扣除模型拟合项后, 所有测站的 RMS 在东、北、垂直方向分别为 4.53 mm、2.95 mm 和 7.93 mm, 即水平方向小于 5 mm, 在垂直方向小于 8 mm。应用 Helmert 转换后, IGS 解与 PPP-AR 解之间的平均差异 RMS 为 3.56 mm、2.58 mm 和 6.95 mm, 分别对应东、北和垂直方向, 即水平方向小于 4 mm, 垂直方向小于 7 mm。
- (3) 北斗 PPP-AR 解拟合的速度不确定度在三个方向上均小于 1 mm/yr。IGS 解与北斗 PPP-AR 解的拟合速度在东、北、垂直方向上的绝对平均差异分别为 0.91 mm/yr、0.75 mm/yr 和 2.59 mm/yr。尽管这些差异较为显著, 但结果表明北斗导航系统 PPP-AR 解所获得的速度场精度仍然达到了毫米级。
- (4) IGS 解与 PPP-AR 解拟合的周年振幅的平均差异在三个方向上均小于 1.00 mm, 半周年振幅的平均差异在三个方向上均小于 0.50 mm。除了少数测站表现出显著差异外, 其余测站的周年振幅和半周年振幅显示出高度一致性。

## 4.4 本章小结

本章采用 PPP-AR 方法对全球分布的测站进行坐标时间序列估计, 并深入分析测站坐标、速度场和季节项。通过这些分析, 旨在评估 PPP-AR 技术, 尤其是北斗导航系统 PPP-AR 在全球参考框架维护和加密中的应用价值, 为未来参考框架的构建提供实验依据。首先, 基于 GPS+Galileo 双系统进行 PPP-AR 解算, 获得了与 IGS 解精度相当的长期坐标解和速度场, 验证了其可行性。接着, 基于北斗导航系统进行 PPP-AR, 得到了近五年的坐标解和速度场, 为北斗参考框架提

供了输入数据。具体实验结果如下：

1. 在扣除模型拟合项后, GPS+Galileo 坐标解的 RMS 在水平方向小于 3 mm, 垂直方向小于 6 mm; BDS 坐标解的 RMS 在水平方向小于 5 mm, 垂直方向小于 8 mm。Helmert 转换后, IGS 解与 GPS+Galileo 坐标解之间的平均 RMS 差异在水平方向几乎小于 2 mm, 垂直方向小于 5 mm; IGS 解与 BDS 坐标解之间的平均 RMS 差异在水平方向小于 4 mm, 垂直方向小于 7 mm。虽然北斗坐标解的精度较 GPS+Galileo 坐标解略低, 但两者的坐标精度均达到了毫米级。

2. GPS+Galileo 坐标解拟合的速度不确定度在三个方向上均小于 1 mm/yr, BDS 坐标解拟合的速度不确定度在三个方向上几乎也都小于 1 mm/yr。IGS 解与 GPS+Galileo 坐标解拟合的速度的绝对平均差异在水平分量上小于 0.40 mm/yr, 垂直分量上小于 0.70 mm/yr; IGS 解与 BDS 坐标解拟合的速度的绝对平均差异在水平方向小于 1 mm/yr, 垂直方向小于 3 mm/yr。尽管 BDS 坐标解拟合的速度不确定度较 GPS+Galileo 坐标解略高, 但两者的速度场精度均达到了毫米级。

3. IGS 解与 GPS+Galileo 坐标解拟合的年周期振幅平均差异在三个方向上均小于 0.90 mm, 半年周期振幅的平均差异在三个方向上均小于 0.50 mm; IGS 解与 BDS 坐标解拟合的年周期振幅平均差异在三个方向上均小于 1.00 mm, 半年周期振幅的平均差异在三个方向上均小于 0.50 mm。无论是 GPS+Galileo 坐标解还是 BDS 坐标解, 拟合的季节性信号均与 IGS 显示出高度一致性。

综上, 北斗导航系统长期 PPP-AR 解算所得到的坐标和水平速度场的精度与 ITRF 相当, 但在某些方面仍与 IGS 解存在差距。总体来说, 北斗导航系统 PPP-AR 长期坐标解精度尚可, 在日后维持地球参考框架中展现出较大潜力。

## 第 5 章 低轨卫星增强参考框架

近年来研究表明,低轨卫星星座的引入能够显著提升 GNSS 精密单点定位性能,从而有效提高了长期坐标解的精度,为未来地球参考框架的构建提供了有力支撑。通过将低轨卫星与成熟的 GNSS 系统联合解算,不仅能够降低系统成本,还能充分发挥两者的互补优势。这种融合为联合精密轨道确定、精密定位等研究与应用提供了新的发展方向。从我国实际情况来看,作为定位导航授时体系的关键组成部分,低轨卫星能够对北斗导航卫星进行全天候、全弧段的连续监测,从而获取更高精度的轨道和钟差参数,有效弥补我国目前尚未具备全球布设地面站的短板(田世伟 等, 2013)。基于此,本章旨在深入研究低轨卫星星座在 BDS 增强中的应用潜力。首先,对低轨卫星星座进行仿真建模,结合 GNSS 轨道钟差产品生成低轨卫星+GNSS 仿真观测数据。随后分别对 GPS+BDS 多系统+LEO 观测数据以及 BDS 单系统+LEO 观测数据联合进行精密单点定位解算,评估低轨卫星对参考框架构建的影响。具体包括对定位收敛时间、坐标精度、速度场精度以及 Helmert 转换参数精度的系统分析,从而验证低轨星座对 GNSS 定位性能的增强作用,并为构建基于低轨增强的高精度北斗参考框架提供支撑。

### 5.1 仿真配置及软件

LEO 卫星由于其较低的轨道高度,能够为地面观测站提供快速变化的卫星几何构型,然而,这也导致单颗 LEO 卫星的对地覆盖范围相对较小。相比之下,GNSS 星座通常需要 24 颗 MEO 卫星才能实现全球覆盖,而 LEO 星座则需要约 100 颗卫星才能达到类似的全球覆盖效果。在星座设计中,卫星数量是一个关键考虑因素,因为卫星数量的增加会直接导致成本上升(范皓迪, 2023)。因此,星座设计的目标是在实现全球覆盖的同时,尽可能降低星座的构建和运营成本。

观测值仿真是单点定位的逆向计算过程。基于接收机和卫星的位置信息计算卫星到接收机的几何距离,考虑对流层延迟、电离层延迟、相对论效应以及地球自转等误差修正项,生成仿真的伪距和载波相位观测数据。

本章借助 Net\_Diff 软件, 对 LEO 星座及 GNSS/LEO 观测值展开仿真, 并实施 GNSS/LEO 联合精密定位, 获取长期坐标解, 进而为参考框架的构建提供有力支持。

### 5.1.1 仿真星座参数配置

卫星的空间分布通常通过六个开普勒轨道参数来描述, 采用真天球坐标系, 分别为升交点 $\Omega$ 、近地点角距 $\omega$ 、真近点角 $f$ 、轨道倾角 $i$ 、开普勒椭圆的长半轴 $a$ 和偏心率 $e$ , 如图 5.1。地球质心 $F$ 位于卫星的运动轨迹椭圆所在轨道平面以地球质心为焦点。在真天球坐标系中,  $X$ 轴指向春分点,  $Z$ 轴指向地球自转轴, 而 $Y$ 轴与其他两轴构成右手坐标系。当卫星从南向北穿过赤道时, 该交点称为升交点, 记为 $\Omega$ 。其他参数包括近地点角距 $\omega$ 、真近点角 $f$ 、轨道倾角 $i$ 、开普勒椭圆的长半轴 $a$ 和偏心率 $e$ 。参数 $(\Omega, i)$ 确定了卫星轨道平面在真天球坐标系中的位置,  $(\Omega, \omega, i)$ 确定了椭圆在轨道平面上的定向, 而 $(a, e, f)$ 则描述了卫星轨道的形状、大小以及卫星在轨道上的瞬时位置。

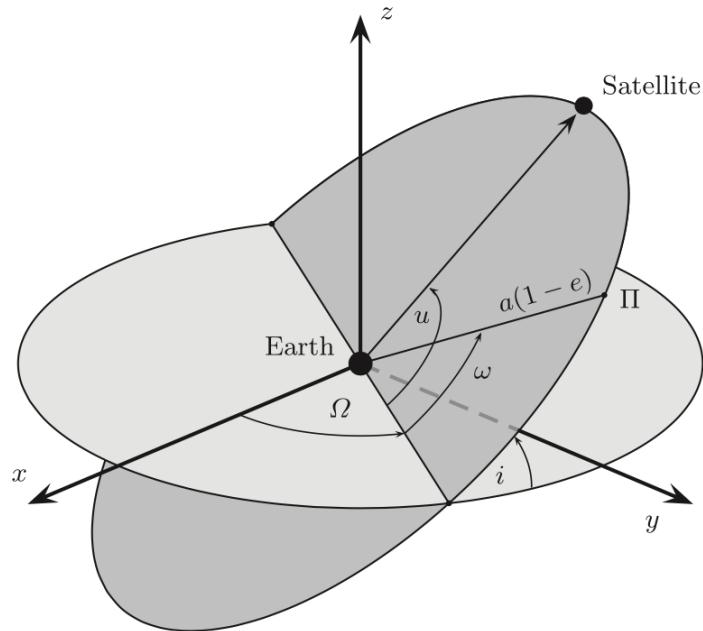


图 5.1 开普勒轨道根数

Figure 5.1 Sepler orbital elements

根据轨道长半轴, 可知轨道周期为:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{a^3}{GM}} \quad \dots (5.1)$$

其中,  $GM$ 为地球引力常数。

对于任意时刻 $t$ , 卫星的平近地角 $M$ 为:

$$M = \tau + \frac{2\pi}{T} \cdot t \quad \dots (5.2)$$

则其偏近地角 $E$ 为:

$$E = M + e \sin E \quad \dots (5.3)$$

卫星的真近地角 $f$ 为:

$$f = 2 \arctan \left( \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \tan \frac{E}{2} \right) \quad \dots (5.4)$$

其纬度幅角 $\Phi$ 为:

$$\Phi = f + \omega \quad \dots (5.5)$$

则在时刻 $t$ , 卫星在轨道面坐标系中的坐标为:

$$\begin{cases} x = r \cdot \cos \Phi \\ y = r \cdot \sin \Phi \end{cases} \quad \dots (5.6)$$

其中,

$$r = \frac{a \cdot (1 - e^2)}{1 + e \cdot \cos E} \quad \dots (5.7)$$

对于任意时刻 $t$ , 卫星在轨道面坐标系中的坐标为:

$$\begin{cases} X = x \cdot \cos(\Omega) - y \cdot \cos(i) \cdot \sin(\Omega) \\ Y = x \cdot \sin(\Omega) + y \cdot \cos(i) \cdot \cos(\Omega) \\ Z = y \cdot \sin(i) \end{cases} \quad \dots (5.8)$$

上式中,  $(X, Y, Z)$ 为卫星在地心地固坐标系中的坐标。

按照上述公式, 即可根据开普勒轨道参数对卫星轨道进行仿真。

本文选择了一个包含 168 颗卫星的配置方案, 其中 108 颗分布在 9 个倾斜轨道面上, 60 颗位于 6 个极轨道面上, 以实现全球覆盖, 采用 Walker 星座进行轨道设计。该星座可用三参数组 $T/P/F$ 表示, 其中 $T$ 代表卫星总数,  $P$ 指轨道面数量,  $F$ 则表示相邻轨道面卫星的相位偏移量。根据公式 $F/T \times 360$  可计算相邻轨道面上卫星之间的夹角。极轨道卫星沿南北方向运行, 经过南北极, 具备覆盖全球的能力, 特别适用于资源探测和气象观测。综合考虑信号传播范围后, 确定采用 1100 公里的轨道高度。较低的轨道高度使卫星运行速度更快, 同时缩小了单星的地面

覆盖范围,从而提高信号的时空分辨率,更好地满足高精度定位需求。仿真所用具体参数详见表 5.1。采用上海天文台 GNSS 分析中心研发的高精度定位软件 Net\_Diff 轨道仿真模块,对 LEO 星座按照上述设定进行配置。仿真时间为 2020.0-2023.0 年。图 5.2 展示了 2020 年 2 月 7 日某一时刻的低轨卫星仿真星座的空间结构示意图。

表 5.1 低轨卫星星座仿真参数

Table 5.1 Simulation Parameters for LEO Constellation

| 名称      | 参数                     | 名称             | 参数                                  |
|---------|------------------------|----------------|-------------------------------------|
| 轨道类型    | 倾斜轨道, 极轨道              | 偏心率 $e$        | 0                                   |
| 轨道面数    | 倾斜轨道: 9<br>极轨道: 6      | 轨道倾角 $i$       | 倾斜轨道: $55^\circ$<br>极轨道: $87^\circ$ |
| 卫星高度    | 1100km                 | 升交点赤经 $\Omega$ | 相邻轨道差 $40^\circ$                    |
| 卫星数目    | 倾斜轨道: 108个<br>极轨道: 60个 | 近地点角距 $\omega$ | $0^\circ$                           |
| 长半轴 $a$ | 7371km                 | 真近点角 $f$       | 随时间变化                               |



图 5.2 低轨卫星空间结构示意图

Figure 5.2 Schematic Diagram of the Spatial Structure of LEO Constellation

### 5.1.2 仿真观测值误差配置

卫星观测值仿真是单点定位的逆向计算过程。已知接收机的精确位置、卫星的真实轨道参数以及卫星钟差信息,由此可计算信号发射时刻测站与卫星之间的

几何距离。基于现有误差修正模型, 计算卫星信号从发射到接收过程中的所有误差项, 并考虑观测噪声的影响, 最终将误差、噪声与几何距离相结合, 生成仿真的伪距和载波相位观测数据, 从而实现卫星观测值的仿真。仿真误差配置见表 5.2。北斗观测数据使用 B1、B3 两个频点进行仿真。

表 5.2 仿真观测值的误差配置

Table 5.2 Simulation Error for LEO Constellation

| 误差类型        | 仿真配置                 |
|-------------|----------------------|
| GNSS 轨道钟差误差 | 轨道周期误差: 0.05 m (振幅)  |
|             | 钟差常数偏差方差 0.2 m       |
|             | 钟差周期性误差: 0.05 m (振幅) |
|             | 钟差噪声: 0.001 m        |
| LEO 轨道钟差    | 轨道周期误差: 0.1 m (振幅)   |
|             | 钟差常数偏差方差 0.4 m       |
|             | 钟差周期性误差: 0.1 m (振幅)  |
| 电离层误差       | 钟差噪声: 0.001 m        |
|             | 无电离层组合               |
| 对流层误差       | 干延迟: 0.01m (RMS)     |
|             | 湿延迟: 0.04m (RMS)     |
|             | 随机游走噪声: 0.005m/hour  |
| 接收机钟差       | 白噪声                  |
| 观测值噪声       | 伪距: 30 cm, 相位: 3mm   |

表 5.2 中, 卫星轨道误差根据卫星运动特点, 在误差仿真时将误差设计为周期性误差, 可表达为:

$$\sigma_{orb} = Amp \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t + rand(PRN)\right) \quad \dots (5.9)$$

其中,  $Amp$  为轨道误差振幅,  $T$  为卫星运动周期,  $t$  为观测时间,  $rand(PRN)$  为初始相位, 是由卫星  $PRN$  号而产生的随机数。

对于卫星钟差误差, 为简化误差模型, 按照广播星历 20~30 分钟更新的条件, 根据钟差误差性能, 将其统一为 1.0 ns (RMS) 的精度。

对于电离层误差, 将 IGS 的事后格网模型得到的电离层认为真值, 用户在使用时采用 Klobuchar 模型, 二者之间的差异即认为是电离层误差。

需要注意的是,对于所有仿真误差的仿真值,均按照精度服从高斯分布的随机产生。

## 5.2 实验测站及处理策略

为评估低轨增强 GNSS 精密单点定位的性能,本研究利用 Net\_Diff 软件开展了 GNSS/LEO 联合精密单点定位的实验验证。选取 50 个 MGEX 测站,以 IGS Repro3 每日解坐标作为测站真实坐标,对 2020.0-2023.0 三年进行 GNSS 与低轨多系统的伪距和载波相位观测数据进行仿真。测站分布如图 5.3 所示。GPS 系统观测数据采用 L1 和 L2 两个频点,北斗系统观测数据采用 B1 和 B3 两个频点,GNSS 与低轨仿真的采样间隔均为 30 秒。精密单点定位配置详情见表 5.3。

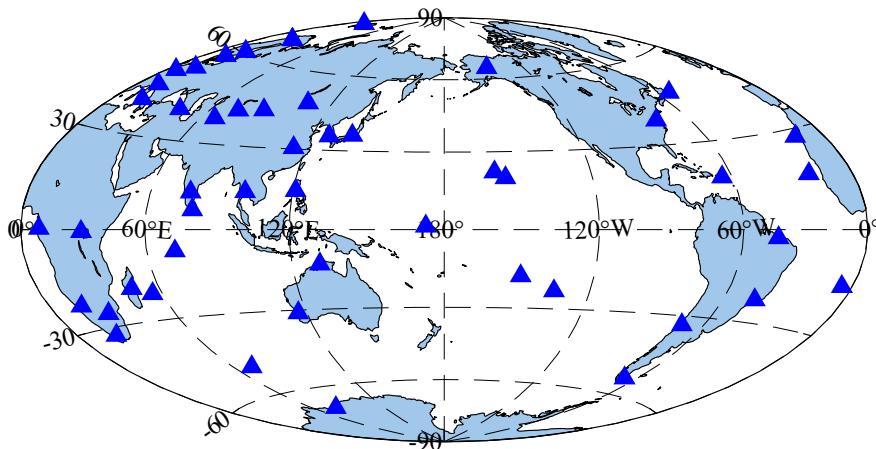


图 5.3 50 个测站的空间分布

Figure 5.3 Distribution of 50 selected stations

表 5.3 PPP 配置参数

Table 5.3 PPP strategies

| 类别      | 配置                       |
|---------|--------------------------|
| 卫星系统    | GPS, BDS, LEO            |
| 数据采样率   | 30s                      |
| 截止高度角   | 7                        |
| 观测值噪声   | 伪距: 30 cm, 相位: 3mm       |
| 轨道与钟差   | IGS Repro3 精密轨道与钟差 (WUM) |
| 伪距和相位偏差 | IGS Repro3 偏差产品 (WUM)    |

续表 5.3 PPP 配置参数

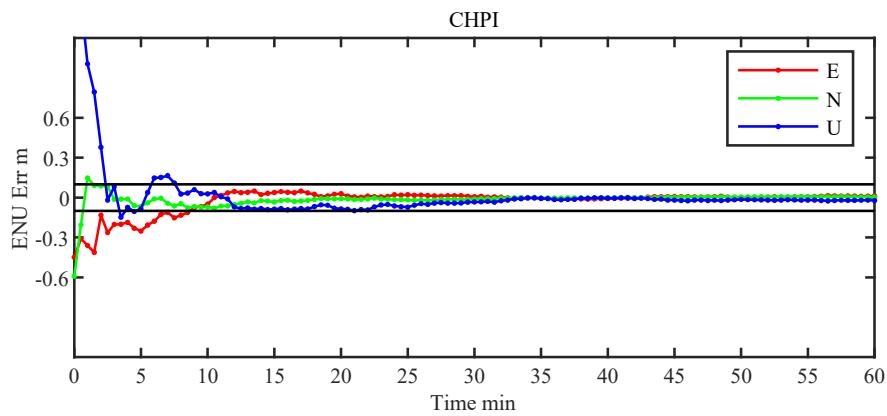
| 类别     | 配置                                    |
|--------|---------------------------------------|
| 天线相位改正 | igsR3_2135.atx                        |
| 对流层改正  | 初值: GPT2w+SAAS+VMF1,<br>湿延迟剩余部分作为参数估计 |
| 电离层改正  | 无电离层组合                                |
| 地球形变改正 | IERS 协议 (IERS Conventions 2010)       |

### 5.3 低轨卫星联合 GNSS 增强参考框架

本节基于 GPS+BDS 多系统与 LEO 仿真观测数据联合开展精密单点定位解算, 获取高精度坐标时间序列。进一步借助 QOCA 平台, 对解算结果及其拟合速度项进行分析, 评估低轨卫星对多系统 GNSS PPP 性能的增强作用, 为高精度参考框架构建提供更可靠的数据输入。

#### 5.3.1 定位收敛时间

将 PPP 解算结果与参考真值进行比较, 计算 E、N 和 U 三个方向的坐标偏差。当三个方向的坐标偏差均小于 10 cm 时, 且后续 10 个历元 (5 分钟) 的偏差也都满足条件时, 认为定位收敛。分别统计 GPS+BDS PPP 与 GPS+BDS+LEO 联合 PPP 的定位收敛时间。以 CHPI 2020 年第一天 PPP 收敛时间为例, 如图 5.4, GPS+BDS PPP 收敛时间为 9 分 00 秒, GPS+BDS+LEO 收敛时间为 2 分 00 秒。显然, 低轨卫星的加入很大程度提高了 PPP 的定位收敛速度。



(a) GPS+BDS

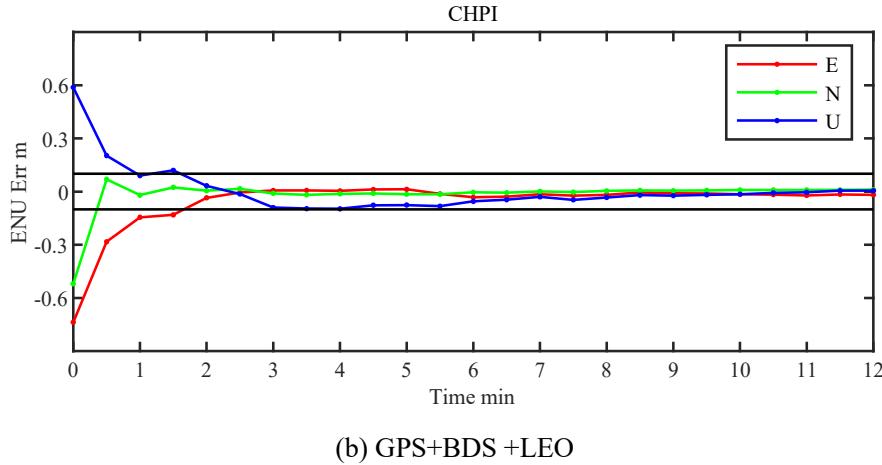


图 5.4 CHPI 测站 PPP 定位的坐标偏差

Figure 5.4 Position bias of PPP at station CHPI

对 2020 年第 001 天至第 007 天的 50 个测站平均收敛时间进行了统计分析，结果如图 5.14 所示。在本次实验所选的测站进行 GPS+BDS PPP 时，各测站的收敛时间差异显著，最小收敛时间为 9 分钟，最大收敛时间为 27 分钟，平均收敛时间为 15 分钟。加入低轨卫星后，收敛时间显著降低，最小收敛时间缩短至 1 分钟，最大收敛时间为 6 分钟，平均收敛时间降至 3 分钟。所有测站平均收敛时间缩短 78%。由此可见，新加入的低轨导航星座显著提升了 PPP 的定位收敛速度。

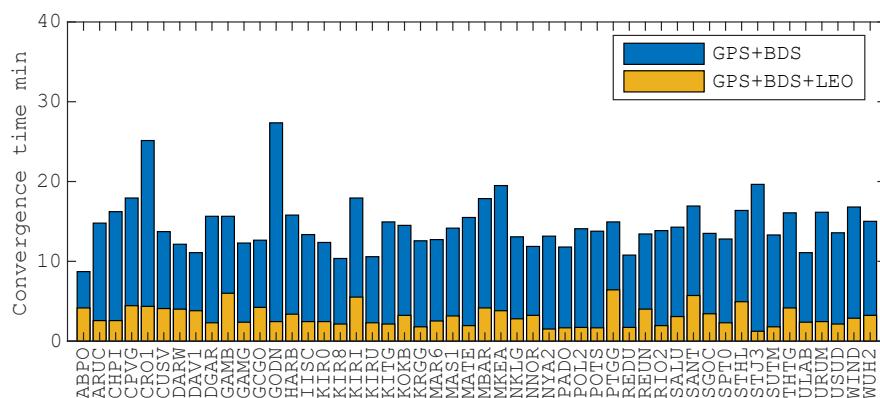


图 5.5 50 个测站 PPP 定位的收敛时间

Figure 5.5 PPP convergence time of 50 stations

### 5.3.2 坐标结果分析

以每日解作为真实坐标输入进行观测数据仿真，因此其坐标时间序列应包含由地壳运动或地表质量负载等因素引起的长期变化。基于此，采用与第 4.2.2 节

相同的方法，对坐标时间序列进行模型拟合以获取残差时间序列，并据此评估精度。以 GODN 和 NKLG 站为例，图 5.6 展示了这两个站的 GPS+BDS 及 GPS+BDS+LEO 解算的坐标时间序列，从图 5.6 中可以清晰地看到坐标时间序列的线性趋势。由于 IGS Repro3 未提供 GPS 周 2158 至 2159 周的每日解，无法获取该时间段的真实坐标，因此无法进行观测值仿真及精密单点定位，导致该时段坐标序列出现缺失。

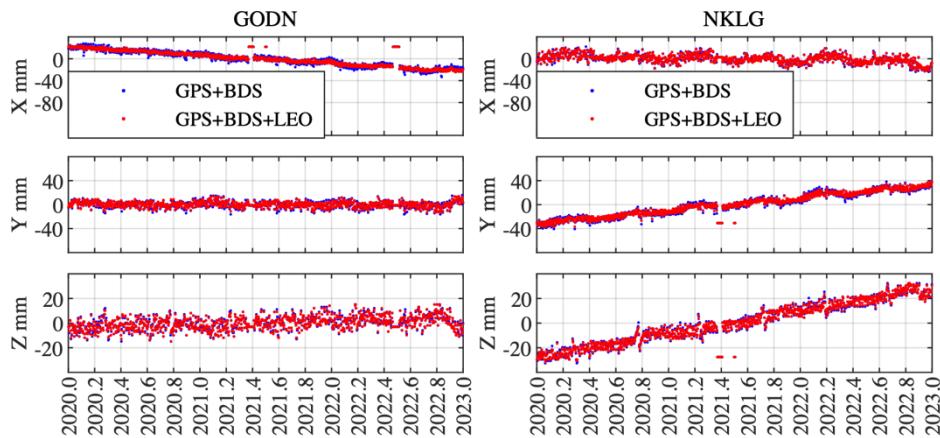
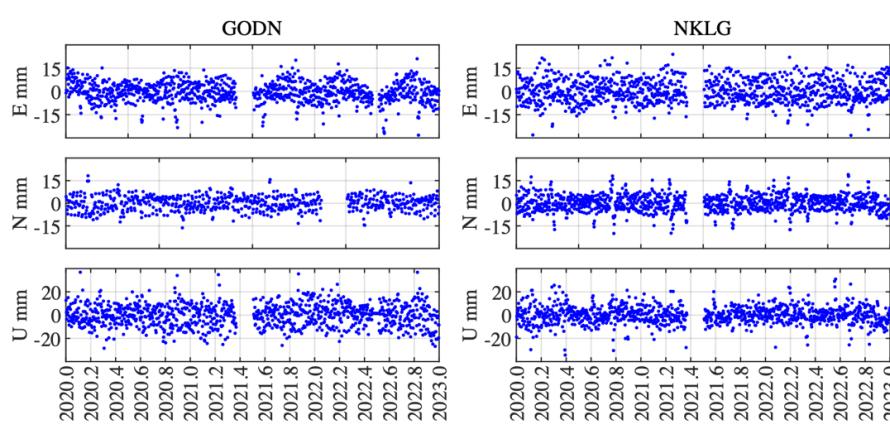


图 5.6 GODN 和 NKLG 的坐标时间序列

Figure 5.6 Position time series of GODN and NKLG

图 5.7 展示了这两个站的 GPS+BDS 及 GPS+BDS+LEO 解算的坐标残差时间序列，表 5.4 列出了其统计值。从 GPS+BDS PPP 到 GPS+BDS+LEO PPP，GODN 站的坐标残差时间序列水平分量 RMS 从 3.24~5.63 mm 降至为 2.72~4.41 mm；垂直分量 RMS 从 6.58 mm 降至 6.23 mm。NKLG 站的水平分量 RMS 从 3.62 mm ~4.14 mm 降至为 3.11 mm ~3.23 mm；垂直分量 RMS 从 5.85 mm 降至 5.56 mm。对这两个测站，低轨卫星的加入对坐标精度都有不同程度的提升。



(a) GPS+BDS

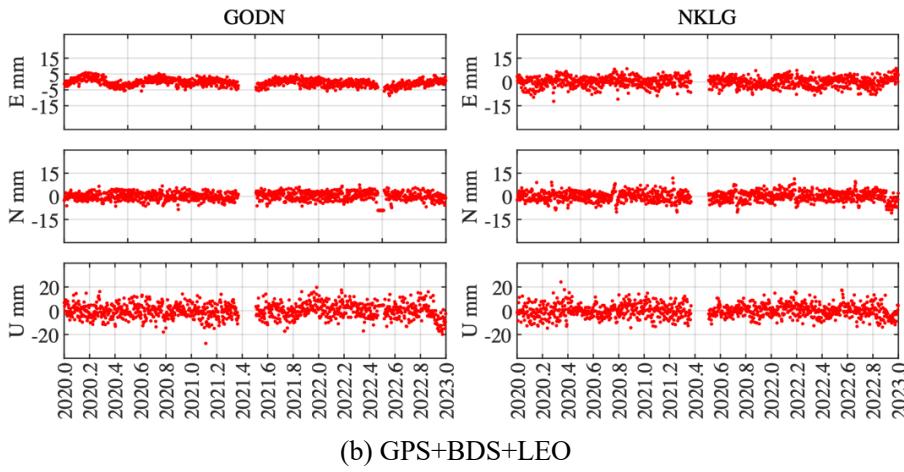


图 5.7 GODN 和 NKLG 的站坐标残差时间序列

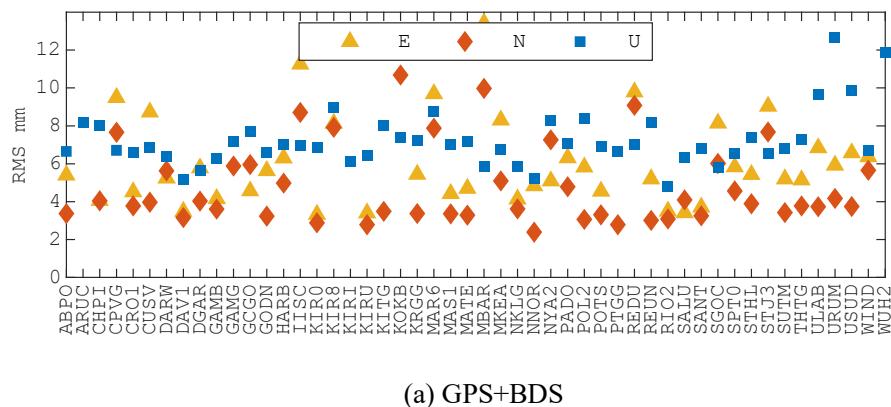
Figure 5.7 Residual position time series of GODN and NKLG

表 5.4 GODN 和 NKLG 的站坐标残差时间序列统计表 (单位: mm)

Table 5.4 Statistical Table of Residual position time series of GODN and NKLG

| 测站   | 系统          | E    | N    | U    |
|------|-------------|------|------|------|
| GODN | GPS+BDS     | 5.63 | 3.24 | 6.58 |
|      | GPS+BDS+LEO | 4.41 | 2.72 | 6.23 |
| NKLG | GPS+BDS     | 4.14 | 3.62 | 5.85 |
|      | GPS+BDS+LEO | 2.11 | 3.23 | 5.56 |

图 5.8 展示了所有测站 GPS+BDS 及 GPS+BDS+LEO 解算的坐标残差时间序列的 RMS。GPS+BDS PPP 的 E、N、U 残差分量平均 RMS 分别为 9.47 mm、5.85 mm 和 8.00 mm；GPS+BDS+LEO PPP 的 E、N、U 残差分量平均 RMS 分别为 6.68 mm、5.22 mm 和 7.22 mm。低轨卫星的加入使得坐标精度在 E、N、U 分量平均提升了 29%，11% 和 10%，显著提升了 GPS+BDS PPP 的定位精度。



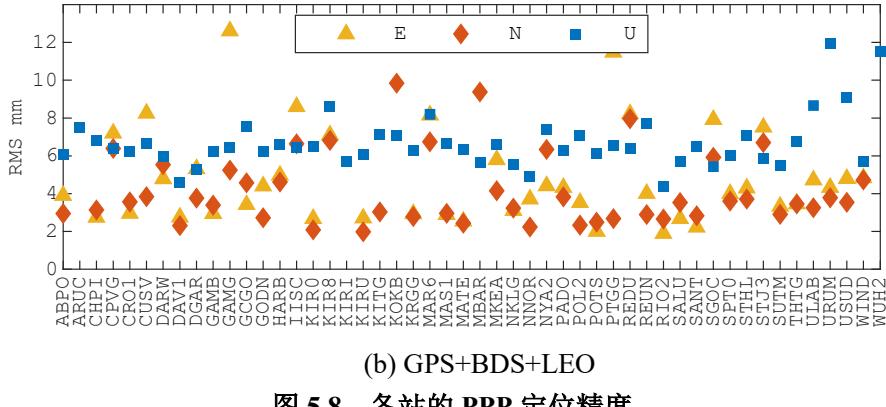


图 5.8 各站的 PPP 定位精度

Figure 5.8 Accuracy improvement of of each station

### 5.3.3 速度场结果分析

对 GPS+BDS 及 GPS+BDS+LEO PPP 坐标解同样进行模型拟合，得到速度不确定度，如图 5.9。GPS+BDS PPP 坐标解拟合的速度不确定度 E、N、U 方向分别为 2.08 mm/yr、1.46 mm/yr 和 1.41 mm/yr。GPS+BDS+LEO PPP 坐标解拟合速度不确定度分别为 1.77 mm/yr，1.31 mm/yr 和 1.39 mm/yr。GNSS 与低轨卫星联合 PPP 的速度不确定度在三个方向上均较单 GNSS PPP 有所降低，表明低轨卫星的加入有效减弱了 GNSS PPP 坐标解的噪声，提升了拟合速度场精度。

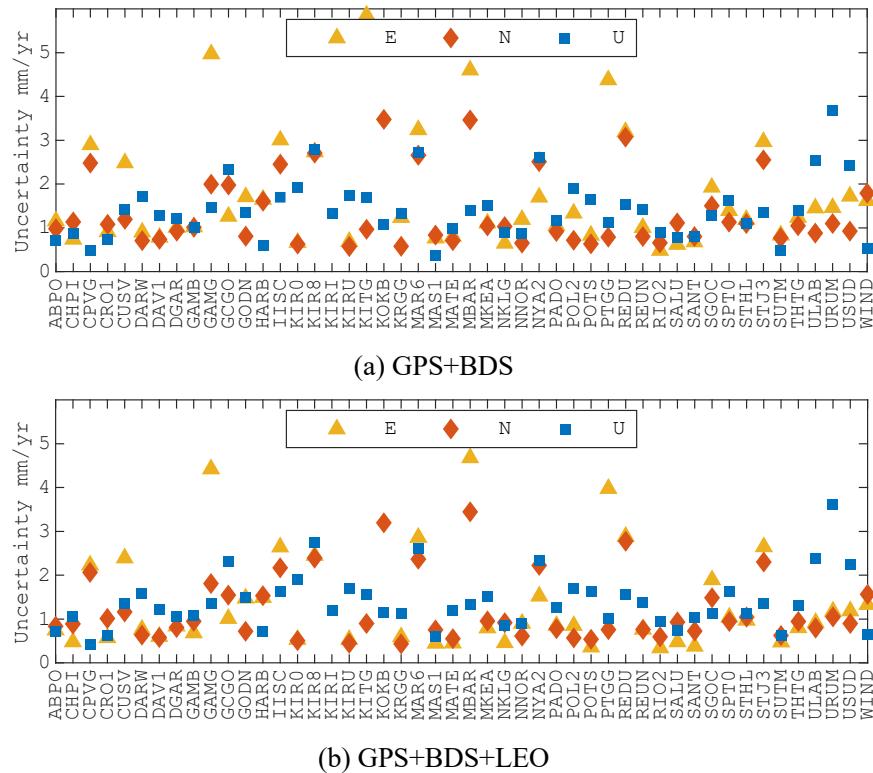


图 5.9 各站速度的不确定度

Figure 5.9 Uncertainty of velocity estimation

同样对比分析了基于 GPS+BDS PPP 解的速度拟合结果与 GPS+BDS+LEO 解的速度拟合结果。图 5.10 和图 5.11 分别展示了 GPS+BDS 和 GPS+BDS+LEO 解拟合的水平与垂直速度分量。从图中可以看到, 两组解拟合的速度场差异不大, 统计得到超 30 个站的两组速度场差异在 0.3 mm/yr 以内。低轨卫星对 GPS+BDS PPP 速度场的影响较小。

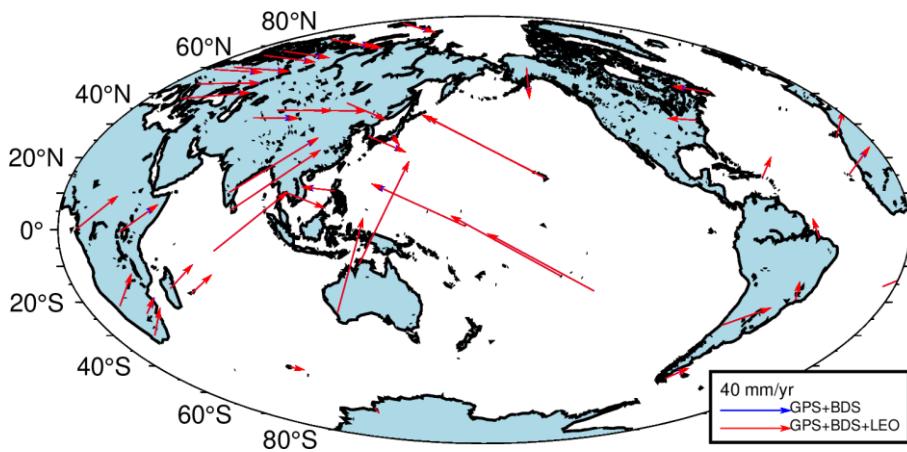


图 5.10 BDS 和 BDS+LEO 坐标解拟合的水平速度场

Figure 5.10 Horizontal velocity derived of BDS and BDS+LEO solutions

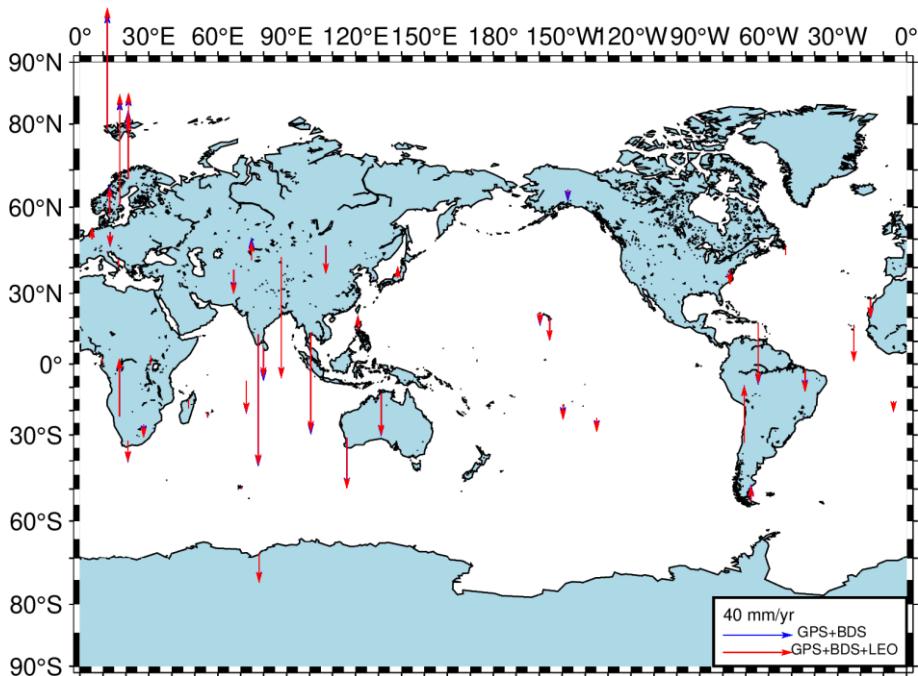


图 5.11 BDS 和 BDS+LEO 坐标解拟合的垂直速度场

Figure 5.11 Vertical velocity derived of BDS and BDS+LEO solutions

## 5.4 低轨卫星联合 BDS 增强参考框架

在上一节中，我们已经验证了低轨卫星联合 GPS+BDS 对参考框架的贡献。在此基础上，本节将聚焦于低轨卫星联合北斗导航系统的长期定位精度及其对北斗参考框架的贡献。

### 5.4.1 定位收敛时间

分别统计 BDS PPP 与 BDS+LEO 联合 PPP 的定位收敛时间。同样以 CHPI 测站 2020 年第一天为例，如图 5.12。BDS PPP 收敛时间为 14 分 00 秒，BDS+LEO 收敛时间为 2 分 00 秒。显然，低轨卫星的加入很大程度提高了 PPP 的定位收敛速度。但与 GPS+BDS 多系统相比（第 5.3.1 节），BDS 单系统的 PPP 定位收敛时间仍然较长。

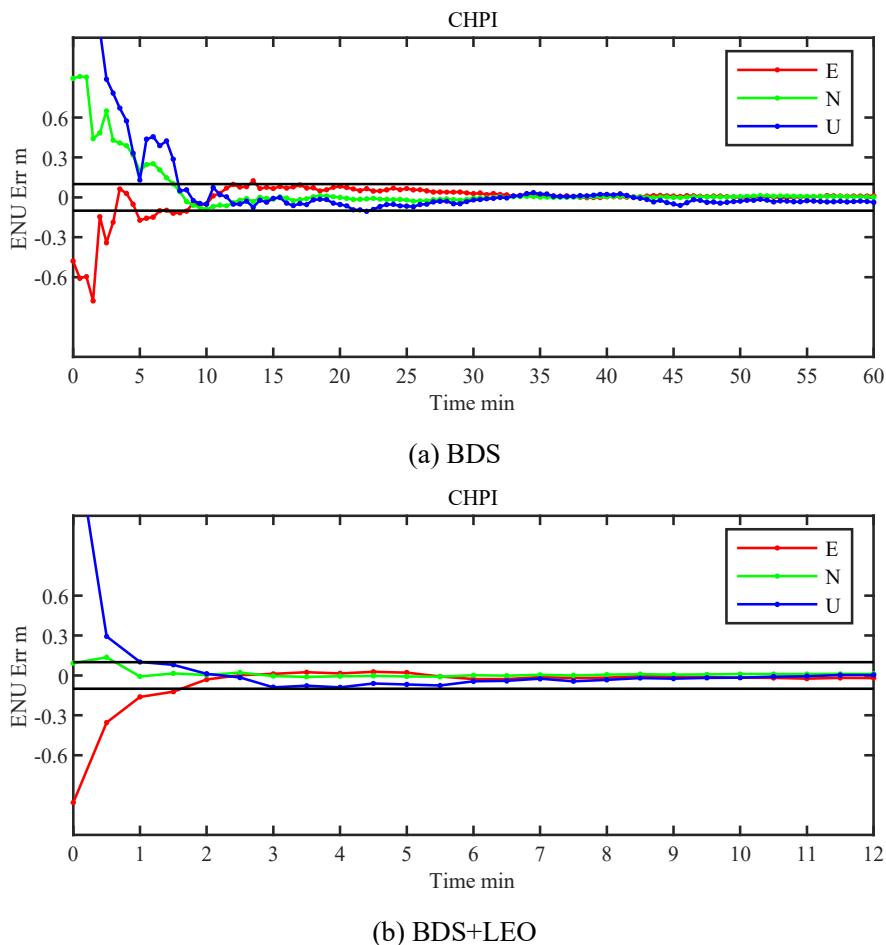


图 5.12 CHPI 测站 PPP 的坐标偏差

Figure 5.12 Position bias of PPP at station CHPI

另外，第 4.3 节提到，测站 GAMB 在北斗 PPP 中的模糊度固定效果欠佳。

相应地，在本节实验中，测站 GAMB 在 2020 年第 10 天进行定位时，前 60 分钟内未能成功收敛。然而，在加入低轨卫星后，该测站仅在 11 分 30 秒内便成功收敛，如图 5.13 所示，这一结果显著验证了低轨卫星星座的加入能够大幅提升 PPP 的定位收敛速度与定位成功率。

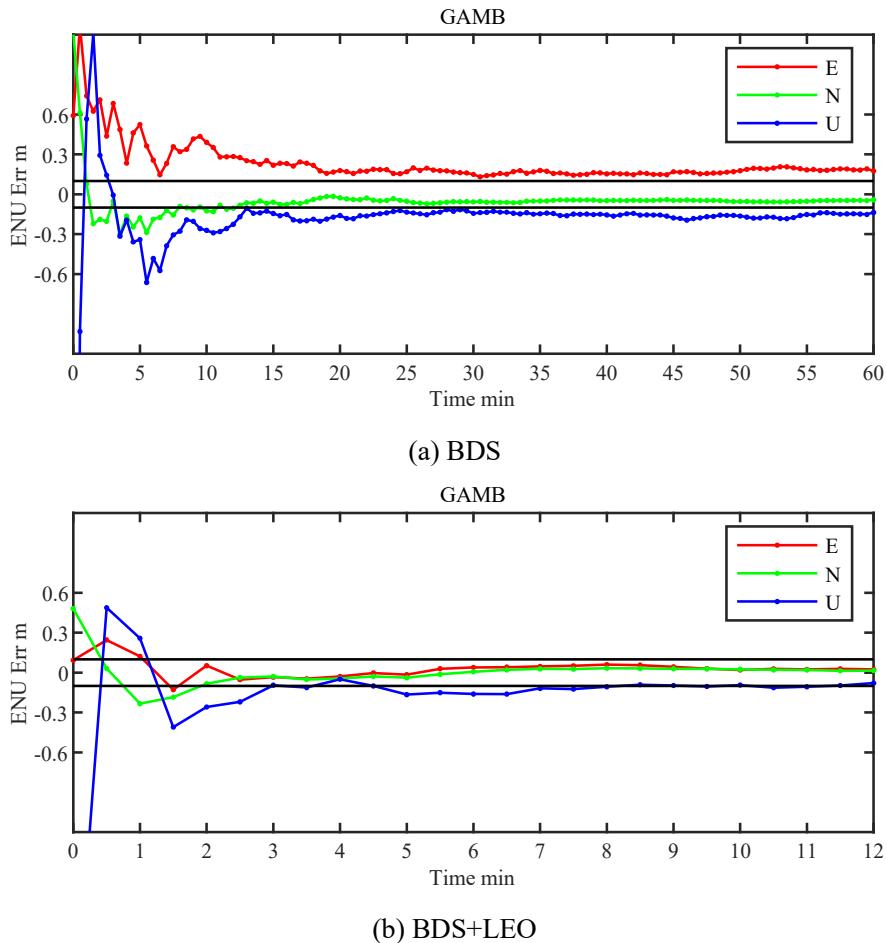


图 5.13 GAMB 测站 PPP 定位的坐标偏差

Figure 5.13 Position bias of PPP at station GAMB

同样对 2020 年第 001 天至第 007 天的 50 个测站平均收敛时间进行了统计分析，结果如图 5.14 所示。在本次实验所选的测站进行 BDS PPP 时，各测站的收敛时间差异显著，最小收敛时间为 16 分钟，最大收敛时间达到 55 分钟，平均收敛时间为 26 分钟。加入低轨卫星后，收敛时间显著降低，最小收敛时间缩短至 1 分钟，最大收敛时间为 7 分钟，平均收敛时间降至 3 分钟。所有测站平均收敛时间缩短 87%。由此可见，新加入的低轨导航星座显著提升了 PPP 的定位收敛速度。另一方面，低轨卫星对 BDS PPP 定位收敛时间的缩短效果优于其对

GPS+BDS PPP 的作用, 表明低轨卫星在提升 GNSS 单系统 PPP 定位收敛速度方面更为显著。

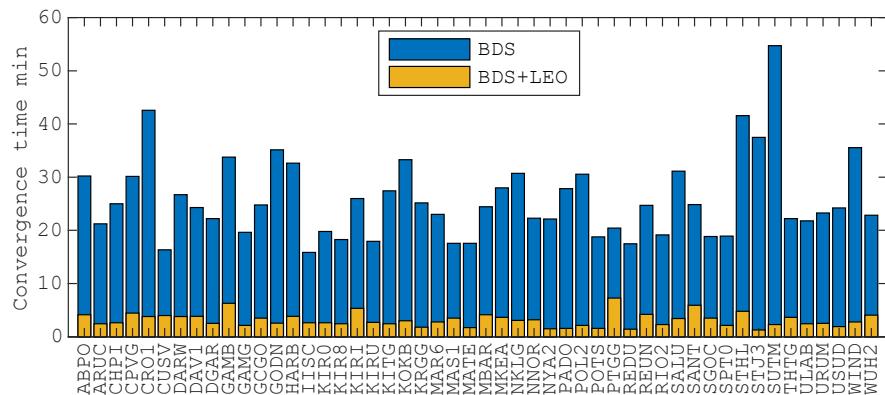
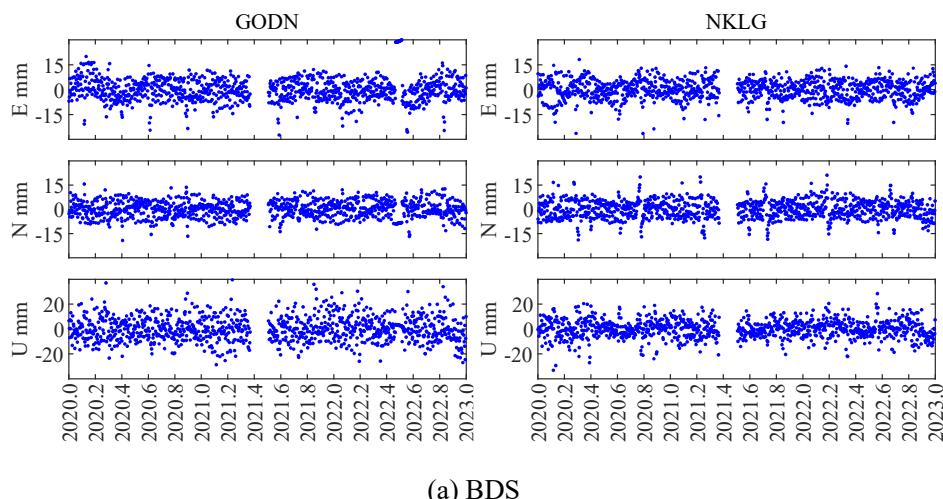


图 5.14 50 个测站 PPP 定位的收敛时间

Figure 5.14 PPP convergence time of 50 stations

#### 5.4.2 坐标结果分析

以每日解作为真实坐标输入进行观测数据仿真。同样, 采用与第 4.2.2 节相同的方法, 对坐标时间序列进行模型拟合以获取残差时间序列, 并据此评估精度。以 GODN 和 NKLG 站为例, 图 5.15 展示了这两个站的 BDS 及 BDS+LEO 解算的坐标残差时间序列。对于坐标残差时间序列, 从单 BDS PPP 到 BDS+LEO PPP, GODN 站的水平分量 RMS 从 5.08~7.56 mm 降至为 3.78~4.75 mm; 垂直分量 RMS 从 9.85 mm 降至 8.27 mm。NKLG 站的水平分量 RMS 从 5.67~5.87 mm 降至为 3.98~4.65 mm; 垂直分量 RMS 从 7.37 mm 降至 6.71 mm。对这两个测站, 低轨卫星的加入对坐标精度都有不同程度的提升。



(a) BDS

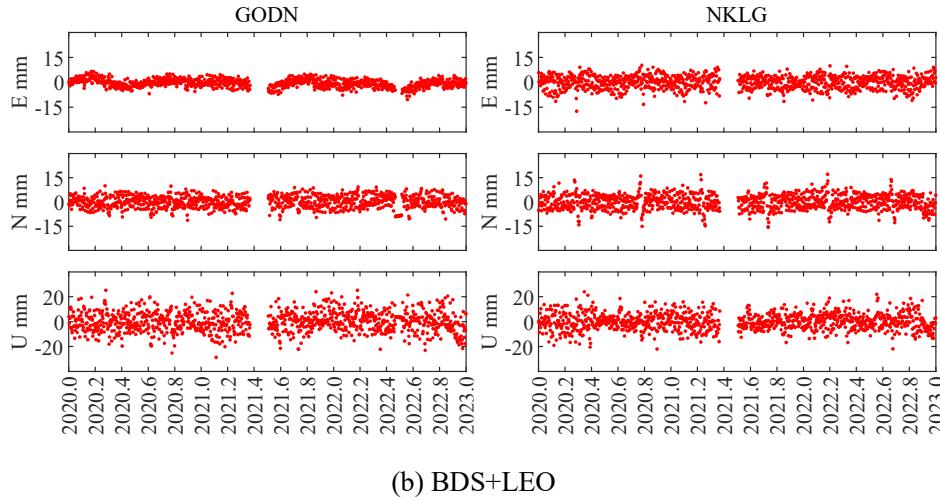


图 5.15 GODN 和 NKLG 的站坐标残差时间序列

Figure 5.15 Residual position time series of GODN and NKLG

图 5.16 展示了所有测站 BDS 及 BDS+LEO 解算的坐标残差时间序列的 RMS。

BDS PPP 的 E、N、U 残差分量平均 RMS 分别为 11.16 mm、7.06 mm 和 9.69 mm；  
 BDS+LEO PPP 的 E、N、U 残差分量平均 RMS 分别为 8.93 mm、6.16 mm 和 8.31 mm。低轨卫星的加入使得坐标精度在 E、N、U 分量平均提升了 20%，13% 和 14%。显著提升了 BDS PPP 的定位精度。

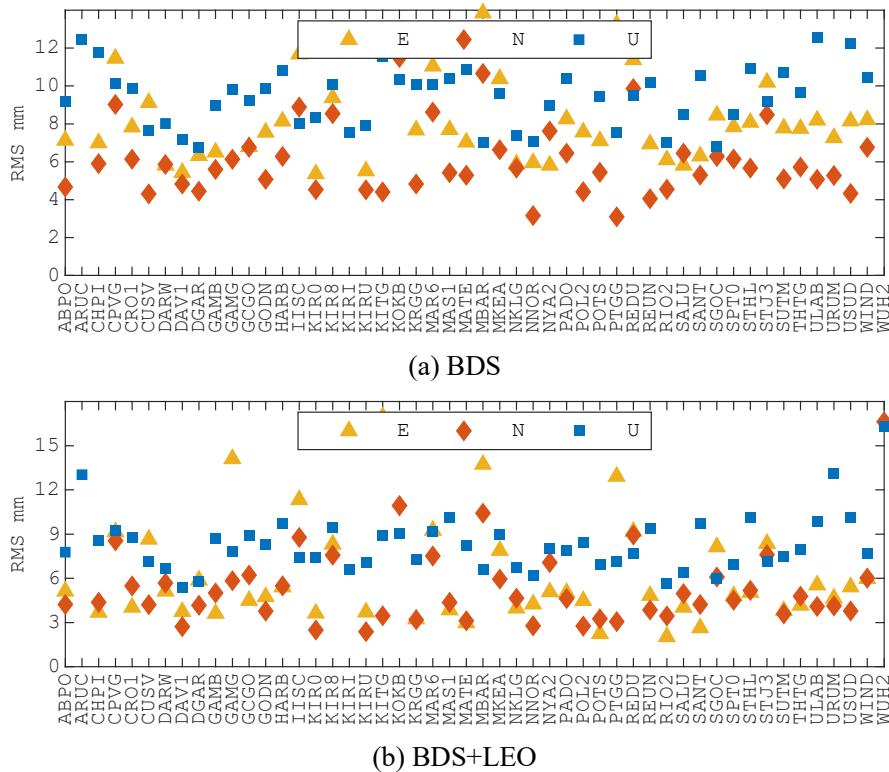


图 5.16 各站的 PPP 定位精度

Figure 5.16 Accuracy improvement of of each station

### 5.4.3 速度场结果分析

对 BDS 及 BDS+LEO 坐标解同样进行模型拟合, 得到速度不确定度。BDS PPP 坐标解拟合的速度不确定度分别为东方向 2.32 mm/yr、北方向 1.73 mm/yr 和垂直方向 1.57 mm/yr。BDS+LEO PPP 坐标解拟合的速度不确定度分别为东方向 1.94 mm/yr、北方向 1.55 mm/yr 和垂直方向 1.52 mm/yr。北斗与低轨卫星联合 PPP 坐标解的速度不确定度在三个方向上均较单北斗 PPP 有所降低, 表明低轨卫星的加入有效减弱了北斗 PPP 坐标解的噪声, 提升了拟合速度场精度。

同样对比分析了基于北斗导航系统 PPP 解的速度拟合结果与 BDS+LEO 解的速度拟合结果。图 5.17 展示了 BDS 和 BDS+LEO 解在拟合速度上的差异频数分布。横坐标表示两者速度差异的大小, 单位为 mm/yr; 纵坐标则表示对应差异区间内的测站数量。从图中可以看到, 两组解拟合的速度场差异不大, 均在-1 mm/yr~1 mm/yr 之间, 有超 40 个站的两组速度场差异在 0.3 mm/yr 以内。低轨卫星对 BDS 精密单点定位速度场的影响较小。

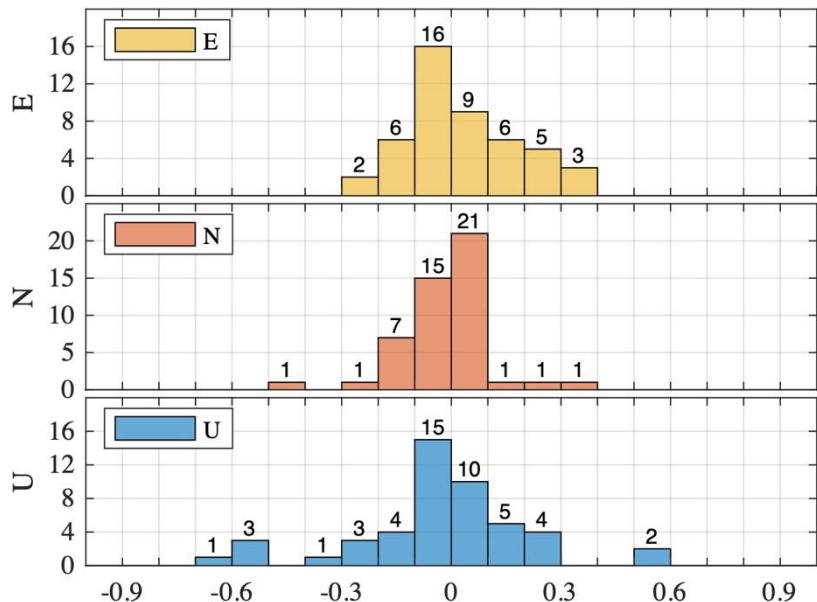


图 5.17 BDS 拟合速度与 BDS+LEO 拟合速度差异频数分布图

Figure 5.17 Frequency distribution of the differences in fitting velocity between BDS and BDS+LEO

### 5.4.4 Helmert 转换参数分析

为了评估低轨卫星参与对基于 BDS PPP 坐标解构建的参考框架精度的提升效果, 本节采用与第 3.3.3 节相同的方法, 以 Helmert 转换参数作为分析工具,

对参考框架的精度变化进行评估。我们将 IGS Repro3 每日解视为真实的参考框架（以下简称 IGS R3d），并计算 IGS R3d 与有/无 LEO 卫星参与的 BDS PPP 解算结果之间的 Helmert 转换参数。在转换过程中，设置异常值剔除阈值为东/北方向 10 mm 和垂直方向 30 mm。扣除线性拟合项后，统计了有/无 LEO 卫星两种情形下的 Helmert 转换参数的平均值与标准差，结果如表 5.5 所示。

结果表明，引入低轨卫星后，各参数的平均值和标准差均明显减小。平均值的减小反映了 PPP 坐标解与 IGS R3d 之间系统性偏差的减小，而标准差的减小则说明转换参数的波动性降低，解算结果更加稳定，参考框架的可靠性得到提升。

**表 5.5 IGS Repro3 每日解和 PPP 坐标解之间的 Helmert 转换参数**

**Table 5.5 Helmert transformation parameters between IGS Repro3 daily solutions and PPP solutions**

| 系统      | Tx<br>mm | Ty<br>mm | Tz<br>mm | Rx<br>mas | Ry<br>mas | Rz<br>mas | D<br>ppb |
|---------|----------|----------|----------|-----------|-----------|-----------|----------|
| BDS     | 0.17     | 0.15     | 0.26     | 0.004     | -0.003    | 0.008     | 0.01     |
|         | ±2.54    | ±2.46    | ±3.99    | ±0.083    | ±0.065    | ±0.107    | ±0.28    |
| BDS+LEO | 0.07     | 0.07     | 0.20     | 0.003     | 0.002     | 0.001     | 0.01     |
|         | ±1.16    | ±1.37    | ±3.43    | ±0.041    | ±0.041    | ±0.065    | ±0.23    |

## 5.5 本章小结

低轨卫星能够对北斗导航卫星进行全天候、全弧段的连续监测，从而获取更高精度的轨道和钟差参数，有效弥补我国目前尚未具备全球布设地面站的短板。基于此，本章深入研究了低轨卫星星座在 BDS 增强中的应用潜力。首先，对低轨卫星星座进行仿真建模，结合 GNSS 轨道钟差产品生成低轨卫星+GNSS 仿真观测数据。随后分别对 GPS+BDS 多系统+LEO 观测数据以及 BDS 单系统+LEO 观测数据联合进行精密单点定位解算，评估低轨卫星对参考框架构建的影响。具体包括对定位收敛时间、坐标精度、速度场精度以及 Helmert 转换参数精度的系统分析，从而验证低轨星座对 GNSS 定位性能的增强作用，并为构建基于低轨增强的高精度北斗参考框架提供支撑。实验主要发现如下：

1. 低轨卫星联合 GPS+BDS 进行 PPP 后，所有测站平均收敛时间由 15 分钟降至 3 分钟，平均收敛时间缩短 78%。低轨卫星联合 GPS+BDS 进行 PPP 解算

坐标时，其 E、N、U 三个方向的残差 RMS 值相比于仅采用 GPS+BDS PPP 的结果分别平均降低了 29%、11% 和 10%。低轨卫星联合 GPS+BDS PPP 坐标解的速度不确定度在三个方向上均较 GPS+BDS PPP 有所降低。

2. 低轨卫星联合 BDS 进行 PPP 后，测站的平均收敛时间由 26 分钟显著缩短至 3 分钟，整体收敛时间减少约 87%。坐标精度方面，联合解算的坐标残差 RMS 值相比于仅采用 BDS PPP 的结果在 E、N、U 三个方向分别降低了 20%、13% 和 14%。低轨卫星的加入进一步提升了速度估计的精度，三个方向的速度不确定度均较 BDS PPP 有所降低。另外，低轨卫星的加入使得基于 PPP 坐标解构建的参考框架的可靠性也得到提升。

3. 相较于 GPS+BDS PPP，BDS PPP 的定位收敛时间显著更长。引入低轨卫星后，BDS PPP 的收敛性能提升幅度明显大于 GPS+BDS PPP，表明低轨卫星在单系统解算中的优势更为突出。

综上，低轨卫星联合 GPS+BDS 进行 PPP 解算后，测站的平均收敛时间由 15 分钟缩短至 3 分钟，坐标解残差 RMS 和速度不确定度在 E、N、U 三个方向上均有所降低，定位精度显著提升。在 BDS 单系统 PPP 中引入低轨卫星后，平均收敛效率提升 87%，且坐标精度、速度估计稳定性、参考框架稳定性均有明显改善。相比于对 GPS+BDS PPP 的增强效果，低轨卫星对 BDS PPP 的提升更为显著，体现出其在单系统 PPP 中的优势。



## 第 6 章 总结与展望

### 6.1 本文主要结论

本文以基于 GNSS 技术精化地球参考框架为最终目标, 提出三个关键方法以维持或加密地球参考框架, 包括共模误差校正、PPP-AR 解算长期技术解以及低轨卫星联合 GNSS 进行 PPP 以得到长期技术解。主要结论如下:

(1) 验证了区域共模误差校正对全球参考框架的精化。利用覆盖 21 年的全球分布的测站的周坐标解算数据, 估算 GNSS 解中区域相关的共模误差, 得出了 CME 滤波后的 GNSS 坐标解算结果。结果表明, CME 校正后, 东、北和垂直分量的残差时间序列的平均均方根分别降低了 28.9%、22.1% 和 29.5%。几乎所有测站的速度不确定度都有所降低, 最大差异达到了 0.13 mm/yr。ITRF2020 与有/无 CME 滤波的 IGS 解算结果之间的 Helmert 转换参数的精度提升了超过 30%。

(2) 验证了北斗导航系统 PPP-AR 技术在解算长期坐标、提取长期速度场和季节性信号以维持和加密地球参考框架方面的可行性。结果显示, 在测站坐标方面, 北斗坐标解的平均 RMS 在水平方向小于 5 mm, 在垂直方向小于 8 mm。应用 Helmert 转换后, IGS 解与北斗坐标解之间的平均 RMS 差异在水平方向小于 4 mm, 在垂直方向小于 7 mm, 表明北斗坐标解的精度已达到毫米级。在拟合速度场方面, 北斗坐标解拟合的速度不确定度在三个方向上均小于 1 mm/yr, IGS 解与北斗坐标解拟合的速度绝对平均差异在水平方向小于 1 mm/yr, 在垂直方向小于 3 mm/yr, 表明北斗坐标解拟合的速度场精度可达毫米级。在拟合季节性信号方面, IGS 解与北斗坐标解拟合的年周期振幅平均差异在三个方向上均小于 1.00 mm, 半年周期振幅的平均差异在三个方向上均小于 0.50 mm, 显示出高度一致性。

(3) 验证了低轨卫星对北斗导航系统精密单点定位收敛速度及长期坐标解精度的提升。结果显示, 低轨卫星联合 BDS 进行 PPP 后, 所有测站平均收敛时间由 26 分钟降至 3 分钟, 平均收敛时间缩短 87%, 坐标精度在 E、N、U 分量上平均提升了 20%、13% 和 14%。另外, 低轨卫星的加入有效提升了拟合速度场精

度与基于 PPP 坐标解构建的参考框架的可靠性。

这三种关键方法在精化和加密地球参考框架方面均取得了显著成果。具体而言，共模误差滤波是当前提升地球参考框架精度的重要手段；以 PPP-AR 解算结果提供长期技术解，为加密地球参考框架提供了有效方法；低轨卫星联合 GNSS 进行 PPP 解算为未来地球参考框架的建立与精化开辟了新的途径。

## 6.2 进一步研究方向

尽管本研究已取得初步成果，但仍有许多工作需进一步深入研究：

(1) 在区域共模误差估计中，由于部分区域的站点数量不足以及个别测站间距过大，可能导致估计的共模误差出现偏差。因此，在实际应用中，需要加密共模误差估计测站网络，以更准确地提取共模误差。完成共模误差提取后，需重新估计测站速度，并构建格网速度改正值，为实际应用提供数据支持。

(2) 目前，研究主要针对 GPS 解算结果提取了共模误差。在后续工作中，可进一步对北斗导航系统的 PPP/PPP-AR 解算结果进行共模误差提取，以获取更高精度的坐标解及速度场，从而为北斗参考框架提供数据支撑。

(3) 目前，仅利用仿真低轨卫星和 GNSS 观测数据开展了联合精密单点定位。后续可将仿真低轨观测数据与实测 GNSS 数据相结合，开展精密单点定位，以更准确地分析低轨卫星星座对 GNSS 的增强效果。

## 参考文献

- 陈俊勇. 大地坐标框架理论和实践的进展[J]. 大地测量与地球动力学, 2007, (01):1-6.
- 程鹏飞, 成英燕, 秘金钟, 等. 2000 国家大地坐标系建立的理论与方法[M]. 北京:测绘出版社, 2014.
- 成英燕. ITRF2008 框架简介[J]. 大地测量与地球动力学, 2012, 32(01):47-50+75.
- 党亚民, 章传银, 陈俊勇, 等. 现代大地测量基准[M]. 北京:测绘出版社, 2015.
- 范皓迪. 低轨增强星座对 GNSS 精密单点定位性能影响研究[D]. 太原理工大学, 2023.
- 苟长龙. 广播星历插值和精密星历外推方法研究[D]. 中南大学, 2009.
- 郭树人, 刘成, 高为广, 等. 卫星导航增强系统建设与发展[J]. 全球定位系统, 2019, 44(02):1-12.
- 贾彦峰. 基于坐标时间序列的地球参考框架非线性维持方法研究[D]. 信息工程大学, 2022.
- 蒋光伟. 基于 GNSS 的区域参考框架维持方法研究[D]. 长安大学, 2022.
- 蒋志浩. CGCS2000 参考框架维持、更新理论与方法研究[J]. 测绘学报, 2019, 48(12):1636.
- 焦文海. 卫星导航系统坐标基准建立问题的研究[D]. 中国科学院研究生院(上海天文台), 2003.
- 姜卫平, 李昭, 魏娜, 等. 大地测量坐标框架建立的进展与思考[J]. 测绘学报, 2022, 51(07):1259-1270.
- 靳晓东. 基于整数钟固定解的 GPS/BDS 组合精密单点定位研究[D]. 东南大学, 2016.
- 匡翠林, 刘经南, 赵齐乐. 低轨卫星与 GPS 导航卫星联合定轨研究[J]. 大地测量与地球动力学, 2009, 29(02):121-125.
- 李德仁, 沈欣, 龚健雅, 等. 论我国空间信息网络的构建[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2015, 40(06):711-715+766.
- 李德仁, 沈欣, 李迪龙, 等. 论军民融合的卫星通信、遥感、导航一体天基信息实时服务系统[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2017, 42(11):1501-1505.
- 李鹤峰, 党亚民, 秘金钟, 等. 北斗卫星导航系统的发展、优势及建议[J]. 导航定位学报, 2013, 1(02):49-54.

李敏, 黄腾达, 李文文, 等. 低轨导航增强技术发展综述[J]. 测绘地理信息, 2024, 49(01):10-19.

李晓光, 程鹏飞, 成英燕. GPS 周解坐标时间序列粗差剔除的策略分析[J]. 测绘科学, 2018, 43(03):1-5+12.

李星星, 张伟, 袁勇强, 等. GNSS 卫星精密定轨综述: 现状、挑战与机遇[J]. 测绘学报, 2022, 51(07):1271-1293.

刘经南, 魏娜, 施闯. 国际地球参考框架(ITRF)的研究现状及展望[J]. 自然杂志, 2013, 35(04):243-250.

刘姣. 国际地球参考框架特性分析及区域地球参考框架建立[D]. 中国科学院大学, 2021.

刘赞. GPS/BDS-2/BDS-3 组合精�单点定位及模糊度固定性能评估[D]. 中国矿业大学, 2022.

马福建. 低轨星座增强 GNSS 精密定位关键技术研究[D]. 武汉大学, 2018.

蒙艳松, 边朗, 王瑛, 等. 基于“鸿雁”星座的全球导航增强系统[J]. 国际太空, 2018, (10):20-27.

宁津生, 王华, 程鹏飞, 等. 2000 国家大地坐标系框架体系建设及其进展[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2015, 40(05):569-573.

秦永元, 张洪钱, 汪叔华. 卡尔曼滤波与组合导航原理[M]. 西北工业大学出版社, 2007.

邵晓东, 陈源军, 史小雨, 等. 分步组合部分模糊度固定法在中短基线中的应用[J]. 测绘科学, 2018, 43(11):15-19.

潘宗鹏, 柴洪洲, 刘军, 等. 基于部分整周模糊度固定的非差 GPS 精客单点定位方法[J]. 测绘学报, 2015, 44(11):1210-1218.

苏醒. 基于高中低轨卫星的全球实时厘米级导航系统理论与方法研究[D]. 武汉大学, 2017.

田世伟, 李广侠, 常江, 等. 基于铱星增强的 GPS 系统 RAIM 性能[J]. 解放军理工大学学报(自然科学版), 2013, 14(03):237-241.

田云锋, 沈正康, 李鹏. 连续 GPS 观测中的相关噪声分析[J]. 地震学报, 2010, 32(06):696-704.

田云锋, 沈正康. GPS 坐标时间序列中非构造噪声的剔除方法研究进展[J]. 地震学报, 2009, 31(01):68-81.

王磊, 李德仁, 陈锐志, 等. 低轨卫星导航增强技术——机遇与挑战[J]. 中国工程科学, 202

- 0, 22(02):144-152.
- 王茹圆, 陈俊平, 曲伟菁, 等. 国际地球参考框架 ITRF 精度退化分析[C]. 第十一届中国卫星导航年会论文集——S05 空间基准与精密定位, 2020:5.
- 王茹圆, 陈俊平. 地球参考框架建立的进展与非线性维持的思考[J]. 世界科技研究与发展, 2023, 45(03):327-337.
- 王思遥. 多尺度区域增强 PPP-RTK 理论与应用[J]. 测绘学报, 2021, 50(07):993.
- 魏娜, 陈国, 蔡洪亮, 等. 北斗地球参考框架的初始实现及分析[C]. 第五届中国卫星导航学术年会论文集-S3 精密定轨与精密定位, 2014:144-149.
- 魏子卿. 关于北斗卫星导航系统坐标系的研讨[J]. 测绘科学与工程, 2013, 33(2):5.
- 徐世依. 北斗参考框架建立的理论与实验研究[D]. 解放军信息工程大学, 2017.
- 许炜, 吕志平, 董行, 等. 顾及三维方向的 GNSS 坐标时间序列粗差探测方法[J]. 大地测量与地球动力学, 2021, 41(10):1018-1023.
- 薛志宏. GNSS 动态变形测量关键技术研究[D]. 解放军信息工程大学, 2012.
- 杨波. 低轨卫星增强导航技术研究[D]. 电子科技大学, 2017.
- 杨元喜. 弹性 PNT 基本框架[J]. 测绘学报, 2018, 47(07):893-898.
- 张小红, 马福建. 低轨导航增强 GNSS 发展综述[J]. 测绘学报, 2019, 48(09):1073-1087.
- 张小红, 郭斐, 李星星, 等. GPS/GLONASS 组合精室断点定位研究[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2010, 35(01):9-12.
- 张益泽. 北斗实时高精度定位服务系统研究[J]. 测绘学报, 2018, 47(09):1293.
- 赵兴旺, 王庆, 潘树国, 等. LAMBDA 算法的部分模糊度固定及性能分析[J]. 中国惯性技术学报, 2010, 18(06):665-669.
- 周平. GNSS 精室断点定位及模糊度固定研究[D]. 长安大学, 2023.
- 邹蓉. 地球参考框架建立和维持的关键技术研究[D]. 武汉大学, 2009.
- 邹蓉, 孙付平, 王啸, 等. 地球参考框架的发展现状和未来展望[J]. 中国地震, 2020, 36(04): 684-692.
- Altamimi Z, Rebischung P, Collilieux X, et al. ITRF2020: an augmented reference frame refining the modeling of nonlinear station motions[J]. Journal of geodesy, 2023. DOI:10.1007/s00190-023-01738-w.

- Altamimi Z, Rebischung P, Laurent M, et al. ITRF2014: A new release of the International Terrestrial Reference Frame modeling nonlinear station motions[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 2016. DOI:10.1002/2016jb013098.
- Altamimi Z, Collilieux X, Laurent M. ITRF2008: an improved solution of the international terrestrial reference frame[J]. *Journal of Geodesy*, 2011, 85(8):457-473. DOI:10.1007/s00190-011-0444-4.
- Altamimi Z, Collilieux X, Legrand J, et al. ITRF2005: A new release of the International Terrestrial Reference Frame based on time series of station positions and Earth Orientation Parameters[J]. 2007. DOI:10.1029/2007JB004949.
- Arias-Gallegos A, Borque-Arancon M J, Gil-Cruz A J. Present-Day Crustal Velocity Field in Ecuador from cGPS Position Time Series[J]. *Sensors*, 2023, 23(6). DOI:10.3390/s23063301.
- Bitaris S. GPS data analysis and geodetic velocity field investigation in Greece, 2001–2016[J]. *GPS Solut.*, 2023, 27, 16. DOI:10.1007/s10291-023-01549-8.
- Blewitt G, Lavallée D. Effect of annual signals on geodetic velocity[J]. *J. Geophys. Res. Solid Earth*, 2002, 107, 2068. DOI:10.1029/2001JB000570.
- Blewitt G. Carrier phase ambiguity resolution for the Global Positioning System applied to geodetic baselines up to 2000 km[J]. *Journal of Geophysical Research*, 1989, 94(B8):10187-10203. DOI:10.1029/JB094iB08p10187.
- Chen G, Wei N, Wang H, Li T, Li M, Zhao Q.L. Impacts of non-linear ITRF2020 on reference frame alignment[J]. *Adv. Space Res.* 2023, 74, 2569–2582. DOI:10.1016/j.asr.2023.08.035.
- Chen J, Xiao P, Zhang Y, et al. GPS/GLONASS System Bias Estimation and Application in GPS/GLONASS Combined Positioning[J]. Springer Berlin Heidelberg, 2013. DOI:10.1007/978-3-642-37404-3\_29.
- Deo M, El-Mowafy A. Triple-frequency GNSS models for PPP with float ambiguity estimation: performance comparison using GPS[J]. *Survey Review*, 2016, 1-13. DOI:10.1080/00396265.2016.1263179.
- Dong D, Fang P, Bock Y, et al. Anatomy of apparent seasonal variations from GPS derived site position time series[J]. *Journal of Geophysical Research Atmospheres*, 2002, 107(B4).

DOI:10.1029/2001JB000573.

Dong D. Spatiotemporal filtering using principal component analysis and Karhunen-Loeve expansion approaches for regional GPS network analysis[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 2006. DOI:10.1029/2005JB003806.

Geng J, Yan Z, Wen Q. Multi-GNSS Satellite Clock and Bias Product Combination: The Third IGS Reprocessing Campaign[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2023, 48, 1070–1081. DOI:10.13203/j.whugis20230071.

Gruszcynski M, Klos A, Bogusz J. Orthogonal transformation in extracting of common mode error from continuous GPS network[J]. *Acta Geodynamica et Geomaterialia*, 2016, 13(3):291-298. DOI:10.13168/AGG.2016.0011.

Elsobeiey M. Precise Point Positioning using Triple-Frequency GPS Measurements[J]. *Journal of Navigation*, 2015, 68(3):480-492. DOI:10.1017/S0373463314000824.

Ferland R, Proposed IGS05 Realization, in IGS Mail[OL]. 2006,  
<http://www.igs.org/mail/igsmai/2006/msg00170.html>

Gabor M J, Nerem R. GPS carrier phase ambiguity resolution using satellite-satellite single differences[C]. *Proceedings of the 12th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 1999)*, Nashville, TN, September 1999, P1569-1578.

Garcia-Armenteros J A A. Topo-Iberia CGPS network: a new 3D crustal velocity field in the Iberian Peninsula and Morocco based on 11 years (2008-2019)[J]. *GPS Solutions*, 2023. DOI:10.1007/s10291-023-01484-8.

Ge H, Li B, Ge M, et al. Initial assessment of precise point positioning with LEO enhanced global navigation satellite systems (LeGNSS)[J]. *Remote Sensing*, 2018, 10(7):984. DOI:10.3390/rs10070984.

Ge M, Gendt G, Rothacher M, et al. Resolution of GPS carrier-phase ambiguities in Precise Point Positioning (PPP) with daily observations[J]. *Journal of Geodesy*, 2008, 82(7):389-399. DOI:10.1007/s00190-007-0187-4.

Geng J, Guo J, Wang C, et al. Satellite antenna phase center errors: magnified threat to multi-

- frequency PPP ambiguity resolution[J]. Journal of Geodesy, 2021, 95(6). DOI:10.1007/s00190-021-01526-4.
- Geng J, Meng X, Dodson A H, et al. Rapid re-convergences to ambiguity-fixed solutions in precise point positioning[J]. Journal of Geodesy, 2010, 84(12):705-714. DOI:10.1007/s00190-010-0404-4.
- Geng J, Yang S, Guo J. Assessing IGS GPS/Galileo/BDS-2/BDS-3 phase bias products with PRIDE PPP-AR[J]. Satellite Navigation, 2021(1). DOI:10.1186/S43020-021-00049-9.
- Guo F, Zhang X, Wang J, et al. Modeling and assessment of triple-frequency BDS precise point positioning[J]. Journal of Geodesy, 2016, 90(11):1223-1235. DOI:10.1007/s00190-016-0920-y.
- Jiang W, Ma J, Li, Z, et al. Effect of removing the common mode errors on linear regression analysis of noise amplitudes in position time series of a regional GPS network & a case study of GPS stations in Southern California[J]. Advances in Space Research the Official Journal of the Committee on Space Research, 2018, 61, 2521–2530. DOI:10.1016/j.asr.2018.02.031.
- Jiang W, Zhou X. Effect of the span of Australian GPS coordinate time series in establishing an optimal noise model[J]. Sci. China Earth Sci, 2015, 000(004):P523-539.
- Koch K-R. Parameter Estimation and Hypothesis Testing in Linear Models. Springer, Berlin Heidelberg New York. 1988.
- Kouba J, Ray J, Watkins M M. IGS Reference Frame Realization[J]. European Space Operations Center[2025-03-06].
- Li P, Zhang X. Precise Point Positioning with Partial Ambiguity Fixing[J]. Sensors (Basel, Switzerland), 2015, 15(6). DOI:10.3390/s150613627.
- Liu T, Yuan Y, Zhang B, et al. Multi-GNSS precise point positioning (MGPPP) using raw observations[J]. Journal of geodesy, 2017, 91(3): 253-268. DOI:10.1007/s00190-016-0960-3.
- Li X, Li X, Ma F, Yuan Y, et al. Improved PPP Ambiguity Resolution with the Assistance of Multiple LEO Constellations and Signals[J]. Remote Sens. 2019, 11, 408. DOI:10.3390/rs11040408.
- Li X, Ma F, Li X, et al. LEO constellation-augmented multi-GNSS for rapid PPP convergence[J].

- Journal of Geodesy, 2019, 93(5):749-764. DOI:10.1007/s00190-018-1195-2.
- Li X, Ge M, Doua J, et al. Real-time precise point positioning regional augmentation for large GPS reference networks[J]. GPS Solutions, 2014, 18(1):61-71. DOI:10.1007/s10291-013-0310-3.
- Li W, Jiang W, Li Z, et al. Extracting Common Mode Errors of Regional GNSS Position Time Series in the Presence of Missing Data by Variational Bayesian Principal Component Analysis[J]. Sensors (Basel, Switzerland), 2020, 20(8). DOI:10.3390/s20082298.
- Li Z, Yue J, Li W, et al. Comprehensive Analysis of the Effects of Common Mode Error on the Position Time Series of a Regional GPS Network[J]. Pure and Applied Geophysics, 2018. DOI:10.1007/s00024-018-2074-8.
- Liu Z, Dong D, Lundgren P. Constraints on time-dependent volcanic source models at Long Valley Caldera from 1996 to 2009 using InSAR and geodetic measurements[J]. Geophysical Journal International, 187(3):1283-1300. DOI:10.1111/j.1365-246X.2011.05214.x.
- Lou Y, Zheng F, Gu S, et al. Multi-GNSS precise point positioning with raw single-frequency and dual-frequency measurement models[J]. GPS Solutions, 2016, 20(4):849-862. DOI:10.1007/s10291-015-0495-8.
- Marquez-Azua B, DeMets C. Crustal velocity field of Mexico from continuous GPS measurements, 1993 to June 2001: Implications for the neotectonics of Mexico[J]. J. Geophys. Res., 2003, 108, 2450. DOI:10.1029/2002JB002241.
- Ming F, Yang Y, Zeng A, et al. Analysis of seasonal signals and long-term trends in the height time series of IGS sites in China[J]. Sci. China Earth Sci, 2016(6):9. DOI:10.1007/s11430-016-5285-9.
- Nikolaidis R. Observation of geodetic and seismic deformation with the Global Positioning System[D]. Ph.D. Thesis, University of California, San Diego, CA, USA, 2002, P249.
- Nguyen N L, Dang V C B, Pham C. Determine Tectonic Motion Velocities of Some Vietnam CORSs Computed from PPP Coordinates When Using IGS and CNES Products[C]//The International Conference on Sustainable Civil Engineering and Architecture. Springer, Singapore, 2024. DOI:10.1007/978-981-99-7434-4\_177.
- Ogutcu S, Alcay S, Duman H, et al. Static and kinematic PPP-AR performance of low-cost GNSS

- receiver in monitoring displacements[J]. Advances in Space Research: The Official Journal of the Committee on Space Research(COSPAR), 2023, 72(11):4795-4808. DOI:10.1016/j.asr.2023.09.025.
- Rabah M, Zedan Z, Ghanem E, et al. Study the feasibility of using PPP for establishing CORS network[J]. Arabian Journal of Geosciences, 2016, 9(13):613. DOI:10.1007/s12517-016-2647-8.
- Rebischung P, Altamimi Z, Métivier L, et al. Analysis of the IGS contribution to ITRF2020[J]. Journal of Geodesy, 2024, 98(6). DOI:10.1007/s00190-024-01870-1.
- Seitz M, Blofeld M, Angermann D, et al. DTRF2014: DGFI-TUM's ITRS realization 2014[J]. Advances in Space Research, 2021. DOI:10.1016/j.asr.2021.12.037.
- Song Z, Chen J, Zhang Y, et al. Real-time multi-GNSS precise point positioning with ambiguity resolution based on the BDS-3 global short-message communication function[J]. GPS Solutions, 2023, 27. DOI:10.1007/s10291-023-01477-7.
- Su M, Su X, Zhao Q, et al. BeiDou Augmented Navigation from Low Earth Orbit Satellites[J]. Sensors, 2019, 19(1). DOI:10.3390/s19010198.
- Tan W, Chen J, Dong D, et al. Analysis of the Potential Contributors to Common Mode Error in Chuandian Region of China[J]. Remote Sensing, 2020, 12(5):751. DOI:10.3390/rs12050751.
- Teunissen P, Joosten P, Odijk D. The Reliability of GPS Ambiguity Resolution[J]. GPS Solutions, 1999, 2(3):63-69. DOI:10.1007/PL00012758.
- Tian Y, Shen Z K. Extracting the regional common - mode component of GPS station position time series from dense continuous network[J]. Journal of Geophysical Research, Solid Earth, 2016, 121, 1080–1096. DOI:10.1002/2015JB012253.
- Wang M, Gao Y. An Investigation on GPS Receiver Initial Phase Bias and Its Determination[J]. Proceedings of the National Technical Meeting of the Institute of Navigation, 2007.
- Wang R, Chen J, Dong D, Tan W, Liao X. Regional GNSS Common Mode Error Correction to Refine the Global Reference Frame[J]. Remote Sensing, 2024, 14, 4469. DOI:10.3390/rs16234469.
- Wang S, Li J, Chen J, Hu X. Uncertainty Assessments of Load Deformation from Different GPS

- Time Series Products, GRACE Estimates and Model Predictions: A Case Study over Europe[J]. *Remote Sensing*. 2021, 13, 2765. DOI: 10.3390/rs13142765.
- Wang X, Cheng Y, Wu S, et al. An effective toolkit for the interpolation and gross error detection of GPS time series[J]. *Empire Survey Review*, 2015, 48(348):202-211. DOI:10.1179/1752270615Y.0000000023.
- Wei Z. *Compass Geodetic System*[R]. ICG-9, WG-D, 2012, Beijing, China.
- Wdowinski S, Bock Y, Zhang J, et al. Southern California permanent GPS geodetic array: Spatial filtering of daily positions for estimating coseismic and postseismic displacements induced by the 1992 Landers earthquake[J]. *Journal of Geophysical Research Solid Earth*, 1997, 102(B8):18057-18070. DOI:10.1029/97JB01378.
- Yuan L, Ding X, Chen W, Simon K, Chan S, Hung P, Chau K. Characteristics of Daily Position Time Series from the Hong Kong GPS Fiducial Network[J]. *Chin. J. Geophys*, 2008, 51, 976-990. DOI: 10.1002/cjg2.1292.
- Zhang Y, Chen J, Gong X, et al. The update of BDS-2 TGD and its impact on positioning[J]. *Advances in Space Research*, 2020, Vol.65(11): 2645-2661. DOI:10.1016/j.asr.2020.03.011.
- Zhang X, Li P. Assessment of correct fixing rate for precise point positioning ambiguity resolution on a global scale[J]. *Journal of Geodesy*, 2013, 87(6):579-589. DOI:10.1007/s00190-013-0632-5.
- Zhao Q, Wei N, Guo XX et al. Study on updating BDS Terrestrial Reference Frame using BDS Observations[R]. ICG-7, WG-D, 2012, Beijing, China.
- Zhou M, Guo J, Liu X, et al. Crustal movement derived by GNSS technique considering common mode error with MSSA[J]. *Advances in Space Research*, 2020. DOI:10.1016/j.asr.2020.06.018.
- Zhu S, Reigber C, König R. Integrated adjustment of CHAMP, GRACE, and GPS data[J]. *Journal of Geodesy*, 2004, 78(1/2):103-108. DOI:10.1007/s00190-004-0379-0.
- Zumberge JF, Heflin MB, Jefferson DC, et al. Precise point positioning for the efficient and robust analysis of GPS data from large networks[J]. *Journal of Geophysical Research Solid Earth*, 1997, 102(B3):5005-5017. DOI:10.1029/96JB03860.



## 致 谢

硕博时光倏忽而过，转眼已至博士论文定稿之际。从初入科研到今日落笔，每一段路都凝聚着导师的指导、同仁的协助与亲友的守候。值此毕业之际，唯有满怀感激，将这份沉甸甸的谢意，谨记于心，恭敬书于此。

首先衷心感谢我的导师廖新浩研究员。廖老师在我整个博士期间给予了清晰的方向引领，在科研思维方面给予我极大的帮助。廖老师总能以宏观视角给出关键建议，使我厘清思路、坚定方向。

同样特别感谢的是我的导师陈俊平研究员。陈老师不仅在科研细节上给予我悉心指导，更在学术规范、项目参与、交流汇报等方面给予我极大鼓励与支持。从组会讨论到论文修改，从项目任务到国际会议，陈老师总是耐心地帮我推敲思路、审阅文字，字斟句酌，倾注大量心力。我博士期间的每一篇文章、每一次汇报，都离不开陈老师的指导与帮助。高山仰止，感念不尽。

感谢张益泽副研究员在我科研道路上的无私帮助。张老师毫无保留地给予支持，并在多个阶段提供了关键性的建议与指导。张老师思维敏锐、勤勉严谨，常在深夜仍耐心与我探讨问题、调试代码，让我受益匪浅。

感谢课题组的谭伟杰师姐。在我科研过程中遇到瓶颈或细节难以推进时，谭师姐总是耐心地与我一起梳理思路、查找问题，衷心感谢她在我整个硕博阶段给予的支持与鼓励。

感谢课题组的王彬老师。王老师始终以热情和耐心给予我悉心指导。王老师总能从不同角度提出建设性的意见，让我在思考问题的方式上受益良多。

感谢周旭华研究员，他始终以亲切随和的态度关心着我们这些学生。每次在楼道碰面时，周老师都会主动与我们打招呼，简单几句话之间总流露出对我们学习进展和生活状态的关心与鼓励。这种温暖和善意看似平常，却在我科研压力较大的时候给予了少安慰与力量。

感谢同济大学沈云中教授、王解先教授、伍吉仓教授、上海天文台黄乘利研究员对本论文的审阅与修改。感谢信息工程大学孙付平教授、同济大学伍吉仓教

授、李浩军教授、上海天文台黄乘利研究员、上海天文台王小亚研究员作为答辩专家给出的建议。感谢上海天文台动力学中心张志斌老师、宋叶志老师、董文丽老师、曲伟菁老师、齐朝祥老师、黄勇老师、王小亚老师等对我学习阶段的指导和帮助。感谢上海天文台研究生部马金老师、储怡老师以及王慧老师给予的充分关心与帮助。感谢上海科技大学的王璐老师、苏晓芳老师对我的支持。

感谢课题组大家庭中的陈倩师姐、刘姣师姐、柳培钊师兄、于超师兄、徐可馨师姐、王阿昊师兄、侯阳飞师兄、孟令东师兄、王君刚师兄、马壮师兄、周扬师兄、伍冠斌师兄、苏醒师兄在我学习、找工作过程中提供的诸多帮助。感谢宋子远、丁君生、唐文杰、崔洁、刘东林、朱红玉、程泉润、刘文宣、许思怡、李度、张志泰等同级和师弟师妹们的陪伴。与你们请教问题、并肩奋战、纵情山水、共品美味，一切历历在目。感谢唐文杰师弟给予的坚定支持与温暖鼓励。感恩崔洁师妹始终如一的默默相伴。感谢朱红玉师妹给课题组带来的欢乐。感谢杨乾峰、宋伟、王珩、黄昱、武家乐、袁途、杨博宇等师弟们的陪伴。

感谢刘晓飞、李朵朵、杨建华、杨鹏、刘杰、钟星宇、涂云、靳许磊、闫玺、李朴、刘宇宸、胥灿灿、张镭、潘鑫、吕钢、蒋建华等 2018 级一起入学的同学们对我的照顾。感谢刘晓飞的信任与倾诉。感谢隔壁办公室李凯师兄、陶恩哲师兄、徐可馨师姐以及李朵朵，愿天文大厦六楼的友谊长存。感谢苏珂、焦国强、宋子远、蒋建华从本科一起走到上海天文台的老同学，尤其要感谢苏珂师兄，从研究生考学到毕业，他给予我的帮助，难以言表。

最后，要把感谢送给对我非常重要的朋友和家人。感谢我的父母、爷爷、奶奶、外公、外婆等所有的家人，感谢你们给我的爱，让我自由的去爱这个世界。感谢辛伟杰先生在生活与精神上的陪伴与理解，是你让这段旅程更加坚定而温暖。也感谢我的公公婆婆，在我人生重要阶段给予的关心与鼓励，让我在另一个家庭中同样感受到真切的爱与支持。

衷心感谢所有在我求学道路上给予过我鼓励、帮助和陪伴的人。正是你们的善意与支持，让我在面对挑战时始终心怀坚定，勇敢前行。这段求学旅程虽已接近尾声，但你们留下的温暖与力量，将伴我继续走向更广阔的天地。

## 作者简历及攻读学位期间发表的学术论文与研究成果

### 作者简历:

2014年9月--2018年7月,在山东科技大学测绘科学与工程学院获得学士学位。

2018年9月--2025年6月,在上海科技大学攻读博士学位。

2018年9月--2025年6月,在中国科学院上海天文台硕博联合培养。

### 已发表(或正式接受)的学术论文:

1. **Wang Ruyuan**, Chen Junping, Zhang Yize, Tan Weijie, and Liao Xinhao. Contribution of PPP with Ambiguity Resolution to the Maintenance of Terrestrial Reference Frame, *Remote Sensing*, 2025, 17(7), 1183.
2. **Wang Ruyuan**, Chen Junping, Dong Danan, Tan Weijie, and Liao Xinhao. Regional GNSS Common Mode Error Correction to Refine the Global Reference Frame, *Remote Sensing*, 2024, 16(23), 4469.
3. 王茹圆, 陈俊平. 地球参考框架建立的进展与非线性维持的思考,《世界科技研究与发展》, 2023, 45(3), 327-337.
4. 王茹圆, 陈俊平, 曲伟菁, 等. 国际地球参考框架 ITRF 精度退化分析, 第十一届中国卫星导航年会论文集——S05 空间基准与精密定位, 2020, 122-126.
5. Tang Wenjie, Chen Junping, Yu Chao, Ding Junsheng, and **Wang Ruyuan**. A New Ground-Based Pseudolite System Deployment Algorithm Based on MOPSO, *Sensors*, 2021, 21(16), 5364.
6. 崔洁, 陈俊平, 王彬, 于超, 丁君生, 王茹圆. 基于 CAS 和 DLR 产品的卫星 DCB 特性分析, 《天文学进展》, 2022, 40(3), 429-440.

### 参加的研究项目:

1. 参与北斗与低轨联合处理试验平台精密定轨分系统搭建
2. 参与北斗二号地面运控系统日常维护
3. 参与 JMRH 时空基准 GNSS 数据处理模块