

密级_____



中国科学院大学
University of Chinese Academy of Sciences

硕士学位论文

GNSS 时差监测方法比对及结果分析

作者姓名：_____章洁君_____

指导教师：_____陈俊平（研究员）_____

_____天文地球动力学中心_____

学位类别：_____理学硕士_____

学科专业：_____天体测量与天体力学_____

研究所：_____上海天文台_____

2016 年 5 月

Research and Result Analysis by Using Method of
GNSS Spatial Signal Time Monitoring

By

ZHANG Jiejun

A Dissertation Submitted to

University of Chinese Academy of Sciences

In partial fulfillment of the requirement

For the degree of

Master of Astrometry and Celestial Mechanics

Shanghai Astronomical Observatory, Chinese Academy of Science

May, 2016

致 谢

时光荏苒，转眼又是一个三年。匆匆而过，更添几分成熟，又加了一些沧桑。在上海天文台的三年应该说是我这一生回首难以忘记的日子。因为这里，给了我很多成长，很多欢声笑语，亦伴有痛苦。

在我读硕士的期间，首先应该感谢我的导师陈俊平老师的谆谆善诱。陈老师是一个德才兼备的导师，他不仅在学术上给我很多帮助和鼓励，也在生活和以后的道路上给了我指引的方向，在有困难或者缺乏动力的时候，陈老师也愿意以一个过来人的身份，跟我们谈心并分享自己的经历。他更愿意跟我们几个学生之间没有太多的代沟，能够在一起工作吃完饭之后一起谈论学术，从而让大家共同进步，也愿意分享生活中的鸡毛蒜皮，大家插科打诨的度过一段疲劳而又惬意的傍晚，继而又继续奋战在项目 and 学术上。

其次，要感谢我的师兄师姐们，同济大学的谢益炳师兄、余伟师兄、张益泽师兄、李茂师兄、陈猛、张泽峰、胡一帆师弟、王恒师弟、王阿昊师弟，以及河海大学的房成贺师弟，还有我的师姐杨赛男和师妹陈倩，你们在学术上给了我帮助和鼓励，在生活的小事上给了我关怀、理解和欢笑。特别要感谢张益泽师兄在论文上的指导，师兄已经在学术上有一定的造诣，相信以后道路会越来越宽阔。杨赛男师姐还是我的舍友，三年的时光，留下了很多美好的回忆，陈倩师妹更像一个姐姐一样给我帮助，有很多值得学习的地方。

然后要感谢我同一级的同学们，郭素芬，王源昕，杨懿，邹芳，王松筠，徐双敬，武子谦，程然和邓哲民，是你们让我学会了分享、学会了分担、学会了包容，更学会了坚强。很感激你们一直不离不弃，三年的句号更是一个逗号，未来大家一定会更好。也要特别感谢李令攀，在生活和学习上照顾我，鼓励我，你是我三年的一个惊喜。

感谢我的父母，一直都是这么爱我，鼓励我前进，在我受挫和无助的时候给我坚强和毫无保留的爱，你们一直是我前进的动力和决心。谢谢我的弟弟，让我一直想做一个勇敢能够保护你关心你的姐姐。

最后感谢评阅老师和答辩老师，谢谢你们百忙之中抽出时间，谢谢！

当然，还有很多在生活中给我提供帮助的人，无法一一列举，但是可能因为你们的一些帮助，让冷漠显得那么单薄，让时间过得那么有意义。谢谢你们！

章 洁 君

2016 年 5 月

摘 要

近年来随着 GNSS 系统的快速发展以及我国自主北斗导航系统的建立和完善, GNSS 技术在国防、军事、民用等各种领域中的应用越来越多。时间是一个古老的概念, 现代人的生活和工作离不开精密的时间系统, 目前我们所使用的协调时间 (UTC) 依赖于世界上 200 多台原子钟的授时成果, 我国的时间系统则由国家授时中心担任授时工作, 各不同授时原子钟之间存在着变化的时间差异, 本文利用 GNSS 空间信号对这一差异进行了研究和分析。

文章给出了时差的基本观测量, 并比较了三种基于 GNSS 空间信号进行时差监测的方法, 其中伪距时差测量方法参数较少, 解算速度较快, 但精度较差; PPP 时差监测法依赖于卫星轨道和钟差的精度, 高精度 PPP 一般采用事后处理的方法; 网解时差监测法受卫星轨道误差的影响较小, 且不受卫星钟差误差的影响, 因此能够用于高精度时差实时监测。在文章的最后, 为分析不同方法时差监测的差异, 设计了验证的实验, 在距离不同的时间实验室之间进行了时差实验, 实验中外接相同原子钟的两个测站的时差用于评定时差监测的精度, 而相距 2000 公里的测站用于验证高精度实时时差监测的精度。结果表明: (1) 实时网解与事后 PPP 时差监测的精度相当, 达到了 0.16 ns; (2) 采用 PPP 方法, 是否固定站坐标时差结果差异的 RMS 为 0.04 ns; (3) 采用实时网解的方法, 对于相隔数千公里的测站实时时差监测, 其与 PPP 后处理结果的差异约为 0.14 ns。

关键词: 时差监测; 实时; GNSS; PPP 时差监测

ABSTRACT

In recent years, with the rapid development of the GNSS system and independent establishment and improvement of the BDS in our country, GNSS technology in the field of national defense, military, civil and other application more and more. The concept of time is an ancient, modern people's life and the work precision time system, the coordination of time at the moment we use UTC rely on in the world more than 200 sets of atomic clock timing results, time system in our country by the national center for GPS clock timing job, different timing atomic clocks between the changes of the time difference, space using GNSS signals for this difference is studied and analyzed. The paper gives a fundamental observation of the time difference, and compares the three kinds of signals based on GNSS space time monitoring method, in which the pseudo-range monitoring method which needs some parameters to deal with, is easy to do but with poor precision. PPP time monitoring method depends on the accuracy of satellite orbit and clock difference, high precision PPP generally adopt the method of post-processing; Jet lag monitoring network solution method, the influence of the satellite orbit error is small, and is not affected by the influence of the difference of satellite clock error, thus can be used for high precision time real-time monitoring. At the end of the article, monitoring method for the analysis of different time difference, design the experimental verification, in the distance the time difference is made between different time laboratory experiments, the experimental sino-foreign joint of the same atomic clock the time difference between two stations used to assess the precision of time monitoring, and 2000 kilometers away from the station is used to validate the high accuracy real-time monitoring the accuracy of the jet lag. Results show that: (1) the accuracy of real-time network solution and afterwards the PPP time monitoring, reached 0.16 ns;(2) using PPP method, whether fixed station coordinate time result difference of RMS 0.04 ns;(3) using the method of real-time network solution for real-time time monitoring stations are thousands of miles apart, its differences with the PPP post-processing results about 0.14 ns.

Key Words: time monitoring; real-time; GNSS;PPP time monitoring.

目 录

1	引言.....	5
1.1	背景和意义.....	5
1.2	研究现状.....	6
1.3	本文研究内容和文章结构.....	8
2	时差测量基本观测值.....	10
2.1	导航电文概述.....	10
2.1.1	GPS/GLONASS 导航系统广播星历.....	10
2.1.2	北斗卫星导航系统广播星历.....	11
2.1.3	导航电文使用方法.....	12
2.1.4	单频电离层延迟改正模型.....	14
2.2	时差测量观测值.....	16
2.2.1	伪距测量.....	16
2.2.2	载波相位测量.....	17
2.2.3	观测方程的线性组合.....	18
2.3	时差测量误差改正.....	19
2.3.1	对流层延迟误差改正.....	20
2.3.2	电离层延迟误差改正.....	21
2.3.3	与卫星有关的误差.....	22
2.3.4	测站相关修正.....	24
3	伪距时差监测方法.....	27
3.1	伪距平滑.....	27
3.1.1	伪距观测噪声.....	27
3.1.2	伪距多历元平滑.....	28
3.1.3	相位平滑伪距.....	29
3.2	伪距时差测量算法.....	31
3.2.1	卫星共视算法.....	31
3.2.2	卫星全视算法.....	33
3.2.3	基于参数估计的伪距时差测量.....	33
3.3	伪距时差测量算例.....	34
3.3.1	卫星共视算法.....	34
3.3.2	卫星全视算法.....	35
4	基于相位的时差测量.....	37
4.1	单频 PPP 时差测量.....	37
4.1.1	单频 PPP 时差测量的函数模型.....	37
4.1.2	单频 PPP 时差测量的随机模型.....	37
4.1.3	单频 PPP 时差测量的参数估计方案.....	38
4.1.4	单频 PPP 时差测量的关键技术.....	39
4.2	电离层参数估计法单频 PPP 时差测量.....	39
4.2.1	电离层延迟参数估计法.....	39

4.2.2	电离层延迟参数估计法的数学原理	40
4.3	伪距/相位半和法单频 PPP 时差测量	40
4.3.1	伪距/相位半和法时差测量的数学模型	40
4.3.2	伪距/相位半和法时差测量的关键技术	41
4.4	双频 PPP 时差测量	41
4.5	网解时差监测方法	41
4.5.1	卫星钟差的估计	42
4.5.2	轨道、钟差精度讨论	43
5	数据结果与分析	46
5.1	实验设计介绍	46
5.2	PPP、网解时差监测结果比较	46
5.3	时差频率稳定度评定	51
5.3.1	Allan 方差的介绍	51
5.3.2	时差结果分析	52
6	总结与展望	54
6.1	总结	54
6.2	展望	54
	作者简介及在学期间发表的学术论文与研究成果	56
	参考文献	57

1 引言

1.1 背景和意义

时间是一个古老的概念，然而现代人的生活已经离不开时间，而对于现代社会科技迅猛发展，方方面面都需要时间的精准控制和把握。一般意义上的时间，有这样两种定义，一种是时刻的定义，即它所表示的是某一事件发生的瞬间。有了这种概念，人们就可以根据时刻区分两件事件发生的前后次序。时间的另一种含义是时间间隔。它所表示的是发生在不同时刻的两件事之间的时间间隔或某一过程持续时间的长短。时间是国际单位制中的最基本的物理量之一，也是目前能够实现的测量不确定度最小的物理量^[1]。时间测量的精密度可小于 10^{-18} ，准确度可达 10^{-15} 。这使时间频率在计量、测量领域中起着十分突出的领先和独特作用^[2]。信息化时代的到来，高精度时间频率已经成为一个国家科技、经济、政治、军事和社会生活中一个至关重要的参量。时间的应用范围已经渗透到从基础研究领域到工程技术领域，以及关系到国计民生的国家诸多重要部门和领域的各个方面，几乎无所不及。

目前所用的标准时间是协调世界时（Coordinated Universal Time，UTC），

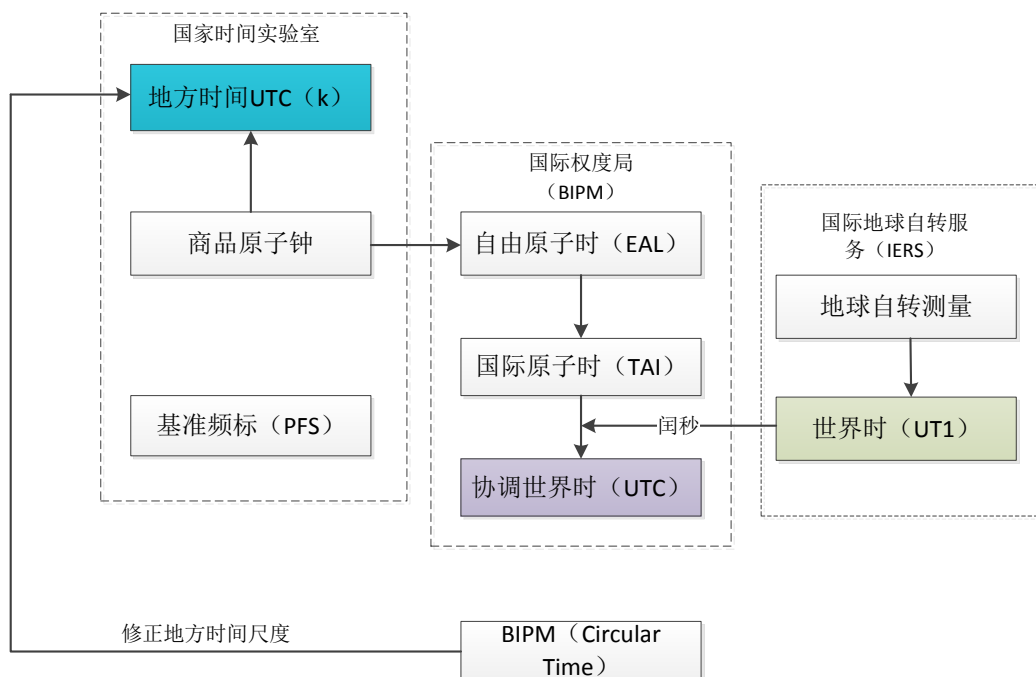


图 1-1 UTC 产生示意图

它是电子测量技术与天文测量技术的融合，具有原子时与世界时的各自优点，原由国际时间局(BIH)发布，从 1998 年起，由位于法国巴黎的国际权度局(BIPM)发布。^[3]它依赖于世界各地时频实验室的商品原子钟计算出自由原子时(EAL)，用某些实验室的基准频标(PFS)对 EAL 进行校准，产生国际原子时(TAI)，利用 TAI 秒长的定义与世界时(Universal Time, UT1)尽可能的接近，用闰秒的方式产生 UTC，UTC 由 BIPM 对外公布，其形成如图 1-1 所示。由于原子钟的特性，各地时频实验室的原子钟存在着差异，因而在授时技术中，需要一种手段来获取该差异。

随着卫星导航系统的不断发展，其应用已渗透到国家安全、国民经济和社会生活的各个方面，可用性、兼容性日益提高，极大增强了人类的实时方位认知与时间认知能力。卫星导航技术的发展推进了时间传递和时间比对技术的发展，增进了对于时间精度的需求。目前，对于远距离时间监测的主要技术传递精度较高的方法主要是卫星双向时间比对(TWSTFT)和 GNSS(全球卫星导航系统)空间信号法，包括 GNSS 共视、GNSS 全视、GNSS PPP(精密单点定位)技术以及 GNSS 网解技术^[4]。在这几种方法中，卫星双向时间传递和 GNSS PPP 的精度最高，GNSS PPP 的短期稳定度甚至优于卫星双向(TWSTFT)^[5]。BIPM 在 CCITT 大会上建议增加载波相位时间传递链路，进行综合原子时的归算，并于 2006 年起开始在其官方的 FTP 上公布 PPP 链路进行原子时试算的结果及数据。TAI 的计算随着量子频标的发展，其算法和时间传递链路都在与时俱进，作为参与国际原子时计算的时间单位，我们需适应这一发展趋势^[6]。

TWSTFT 技术利用专用链路，系统复杂且经济成本较高，而 GNSS 卫星共视方法是基于对 GNSS 卫星的伪距观测值，其精度较差。结合 GNSS 数据处理技术的发展，近年来基于导航系统空间信号的时差监测技术得到了较快发展，提高了时差监测的实时性及监测精度。GNSS 空间信号法时差监测主要有两种方法：单站精密单点定位(PPP)技术以及多站网解技术。其中 PPP 技术是一种事后的处理方法，而网解技术可以消除公共误差，实时获取时差监测的结果。

随着中国的北斗卫星导航系统的发展，基于空间信号的时差获取能够得到更多的数据观测量，因此研究利用空间信号法时差监测具有重要的意义。

1.2 研究现状

利用 GNSS 测码伪距和载波相位观测值进行时差监测是近年来发展较快的一种技术。为了在全球范围内改进利用 GNSS 测量和其他大地测量方法进行时间比对的精度，IGS 和 BIPM 联合开展了一项实验计划。该实验计划分析了

不同 IGS 分析中心的精密钟差解的性质并提出了精密钟差组合方案和 IGS 时间尺度标准,使 GNSS 用户获得更高精度的 IGS 精密钟差产品和更稳定的 IGS 时间尺度,进一步促进了 PPP 在时差监测领域的应用。已有很多学者开展了利用 PPP 进行时差监测的研究工作^[7]。

精密单点定位最早在 1997 年由美国喷气推进实验室(JPL)的研究人员 Zumberge 等提出,目前国外进行精密单点定位研究的主要机构有:JPL, NRCan, Calgary 大学, NAVCOM 公司等。其主要研究进展是实时分米级,事后厘米、毫米级的定位精度。常见的 GNSS 数据处理软件如 GAMIT, BERNES 等都增加了非差数据处理的相关模块,用于精密单点定位应用。各研究机构都推出了 PPP 处理的软件,JPL 开发了采用均方根滤波方法的 GIPSY 单点定位软件,加拿大 Calgary 大学开发了 P3 软件用于精密单点定位,这些软件的开发加速了 PPP 技术的应用。德国科学院地学研究中心(GFZ)和加拿大大地测量局(GSD)也开发了相应的精密单点定位软件系统,取得了类似的静态和动态定位结果。

国内进行精密单点定位研究起步较晚,但也取得了较好的研究成果,自主开发了一些 PPP 处理软件。武汉大学的叶世榕较早使用非差方法,用自己提出的模型自主研制软件试算得到了静态厘米级的定位精度^[8]。武汉大学开发的精密定轨软件(PANDA Software)能提供系统级服务,能提供较高精度的精密星历和钟差,可用于精密单点定位应用。武汉大学的张小红教授开发了 Trip 商业软件用于静态和动态定位,并于 2005 年将此技术应用于航空测量。随着精密单点定位技术的逐渐成熟,其应用范围也越来越广泛(如地震形变监测、卫星定轨等)^[9,10]。

近年来很多学者将精密单点定位技术应用于时间监测领域,加拿大资源环境研究中心,开发了相应的软件(CSRS-PPP),并被 BIPM 采用用于 TAI 的试算。该软件提供在线免费服务,用户注册并提交 Rinex 格式的观测数据,该软件处理后即以电子邮件附件的形式回发给用户,类似这样提供在线服务的还有 JPL 的 GIPSY 等。2004—2006 年 BIPM 的江志恒博士和 G. Petit,使用 GNSS PPP 方法计算得到亚纳秒的时间传输精度,并指出 GNSS PPP 用于时间传递的短期稳定度优于 TWSTFT。CCTF 在 2006 建议采用高精度 GNSS 载波相位用于原子时 TAI 的计算试验。BIPM 通过 PPP 链路试算国际原子时,并将试算结果每月公布在其 FTP 网络服务器上。与国外相比,国内使用 GNSS PPP 进行时间传递的研究相对滞后。武汉大学的张小红教授对 GNSS 精密单点定位技术用于时间传递进行了研究,并对其时间传递精度做了分析^[11]。

GNSS 网络技术是近年来发展较快的一个技术,正是由于精密轨道、钟差

产品一般需要 13 天之后才能得到,因此,实时精密单点定位的实现成了目前精密单点定位研究的主要内容。实时 GNSS 轨道可以通过 IGS 超快速轨道获得,实时钟差估计成了实时 PPP 研究的重要内容^[12]。目前 IGS 组织的 JPL、欧洲的 BKG、GFZ、ESA 等知名研究机构正在开展实时全球或区域网络监测以及实时精密单点定位服务的相关研究。我国于 2007 年启动实施“中国大陆构造环境监测网络”,并已经在全国建成 260 个 GPS 跟踪站,成为全国最大的 GPS 综合服务网。国内很多学者对 GNSS 网络快速解算也做了很多研究。GNSS 大网实时处理被应用于地震海啸、空间气象实时监测以及对地卫星精密定轨等方面,在实时钟差求解方面做了大量的研究,武汉大学楼益栋等人研究了 GPS 精密卫星钟差的估计方法,并基于对 PANDA 软件进行 GPS 精密卫星钟差估计,得到了与国际 IGS 各分析中心估计精度相当的卫星钟差。上海天文台近年发展了高精度测地分析系统 IGPOS (interated geodetic platform of SHAO),建立了 GNSS 全球数据分析中心 (SHA)^[13]。上海天文台是陆态网络的数据中心之一,基于 GNSS 全球分析中心的处理平台,建立了陆态网络 GNSS 数据处理中心。数据处理中心每天自动定时处理所有陆态网络测站以及~70 个 IGS 测站的观测数据,提供精密的 GNSS 轨道、钟差、EOP、对流层参数以及所有测站的坐标时间序列等产品。

GNSS 网络实时时差监测依赖于 IGS 轨道产品。实时卫星精密轨道可以从 IGS 超快速(Ultra-PRD,IGU)轨道获得,IGU 轨道每 6 小时进行更新,其预报轨道的径向精度已经与 IGS 最终轨道精度相当,基于 IGU 预报轨道,这为 GNSS 网络实时时差获取提供了越来越好的条件。因此,近年来,利用 GNSS 网络研究授时实验室之间的时间比对也渐渐成为一个热点。另外,GNSS 系统本身要求高精度的时间基准,并且系统内部需要具备高精度的时间同步能力,因此研究 GNSST 与不同系统之间的时间差也成为重点研究的内容。

1.3 本文研究内容和文章结构

本文基于以上背景,并结合实际情况,研究不同时间频率实验室之间的原子钟的钟差差异,其具体的研究内容如下:

论文第二章将介绍 GNSS 时差监测的主要观测量和其中存在的误差项以及简单介绍误差项的改正。对于 GNSS 时差监测来说,时差观测值主要为伪距、相位以及组合观测值,不同的组合观测值可以消除不同的误差项。而时差监测的误差来源根据其传播路径,可以简易地分为与卫星相关的误差,与测站相关的误差,和电磁波在穿过大气电离层、对流层所产生的延迟误差。

论文的第三章将介绍伪距时差监测的方法。伪距时差监测需要将伪距平滑,

根据不同的算法可以分为卫星共视法、卫星全视法和估计对流层参数的参数估计的伪距时差测量方法。

论文第四章将重点基于相位数据的时差测量方法。主要有事后 PPP 和网解技术时差测量方法。对于 GNSS PPP 时差监测来说，电离层是影响其误差大小的主要因此之一。本章将根据接收机的条件，介绍单频和多频接收机的观测模型及其 GNSS 时差监测中的电离层误差项的改正方法。对于单频 PPP 来说，电离层改正可以利用模型进行改正和估计，还可以结合相位，利用伪距/相位半合法消除电离层误差，通过这种方法，可以使得伪距的噪声减小一半。对于双频 PPP 来说，则可以利用观测值组合消去电离层误差，将无电离层组合值作为时差监测的观测值。对于实时网解时差监测的方法，由于测站数目多，参数值会成倍数地增加，因而增加了实时卫星钟差获取的难度，如何快速获取这些钟差值就成为一个关键技术。本章将详细介绍卫星钟差的估计以及坐标参数初值的获取方法，介绍利用历元间差分消除模糊度，从而提高估计的效率，达到实时监测的目的，并给出了 SHA 分析中心如何实时获取轨道和钟差，以及对关于实时钟差和轨道的精度进行了讨论。

论文的第五章则是利用实际测量的数据来进行时差监测解算的结果。为分析不同方法时差监测的差异，在距离不同的时间实验室之间进行了时差实验。将实时时差监测的结果与 PPP 时差监测结果作对比，并研究了事后 PPP 时差监测方法是否固定测站坐标对时差监测结果的影响。统计各不同方法时差监测的精度并作对比。为验证实时网解时差监测在长距离时差监测的影响，设计了长距离时差测站，并将监测结果与事后 PPP 作比较。最后，还利用 Allan 方差的理论，分析了不同测站时差监测结果在不同采样率下的频率稳定度。

论文的第六章对本文的所研究的 GNSS 时差监测方法的理论和实际实验数据论证结果做了总结，并就目前时差监测领域的一些方法做了总结。指出了本文由于时间和实际条件所受限制的不足，并就未来时差监测领域可发展的未来进行了展望。

2 时差测量基本观测值

卫星导航系统时差测量是基于卫星导航系统播发的空间信号，包括电磁波信号以及电文信息。本章主要介绍时差测量中需要使用的基本观测值。

2.1 导航电文概述

卫星导航系统时差测量最基本的观测值是导航系统播发的导航电文。广播导航电文参数时卫星导航系统向用户提供导航、定位、授时服务的基础。导航电文参数主要包括卫星广播星历参数、卫星钟差参数、电离层改正参数，以及广域差分改正参数、完好性参数等。这些参数都是采取预报的方式向用户提供，是随时间变化的函数，是以某时刻为参考点，其它时刻的数值则根据此时刻与参考时刻的时间差按一定的数学模型计算得出^[14]。

2.1.1 GPS/GLONASS 导航系统广播星历

GPS 和 GLONASS 系统星座均是由 MEO 卫星组成，GPS 广播星历参数模型采用 Kepler 轨道参数加摄动改正（多项式、调和函数）表达，而 GLONASS 广播星历参数模型采用参考时刻卫星的位置、速度、加速度等状态参数表达。具体参数情况如表 2-1 所示^[15]：

表 2-1 广播星历参数

	GNSS	GLONASS
轨道参数	$t_e, \sqrt{a}, e, i, \Omega_0, \omega, M$	$t_b, x_n(t_b), y_n(t_b), z_n(t_b), \dot{x}_n(t_b), \dot{y}_n(t_b), \dot{z}_n(t_b)$
摄动参数	$\Delta n, \dot{\Omega}, di/dt, C_{us}, C_{uc}, C_{is}, C_{ic}, C_{rs}, C_{rc}$	$\ddot{x}_n(t_b), \ddot{y}_n(t_b), \ddot{z}_n(t_b)$
坐标系	WGS84	PZ-90
更新频率	1 小时	15 分钟
外推能力	≥ 2 小时，与拟合数据弧段长度有关	30 分钟

GPS 用户通过导航电文接收到上述广播星历参数后，可直接计算相应的卫星位置。而 GLONASS 需通过对卫星运动微分方程的数值积分计算得到相应的卫星位置。

比较 GPS 和 GLONASS 广播星历的表达方法, 可发现:

(1) GPS 广播星历采用了 16 个参数, 而 GLONASS 广播星历仅采用 10 个参数, 所以 GNSS 广播星历占用的数据位数多于 GLONASS 广播星历占用的数据位数。

(2) GPS 广播星历参数是通过对 GPS 精密星历拟合得到的, 其参数利用了轨道摄动的基本特征, 忽略量级较小的短周期摄动项, 通常用 4-6 小时的星历数据去拟合, 并保证拟合精度; GLONASS 广播星历参数中的摄动修正参数可根据参考时刻的卫星和日月的位置直接计算, 因此, GLONASS 广播星历参数的产生方法较 GNSS 的拟合算法简单。

(3) GPS 的广播星历产生算法虽然较复杂, 但其用户算法可用解析公式给出, 计算效率很高; GLONASS 星历的拟合算法简单, 用户算法采用 Runge-Kutta 积分方法效率相对较低, 用户接收机的计算量较大。

(4) GPS 和 GLONASS 选择了不同的广播星历表达方法, 但是其表达的卫星位置的精度基本相当。

2.1.2 北斗卫星导航系统广播星历

北斗卫星导航系统星座设计为 5GEO 卫星、5 颗 IGSO 卫星、4 颗 MEO 卫星, 是多种类型的混合星座^[16]。

(1) MEO 卫星轨道特性

北斗系统 MEO 卫星轨道为 21000 km 高度的近圆轨道, 绕地球运行周期约为 12 小时。这种轨道高度高, 大气阻力小, 覆盖范围大, 轨道比较稳定, 便于定轨。MEO 尽管是近圆轨道, 其偏心率 e 量级为 $10^{-2} \sim 10^{-3}$ 。虽然偏心率很小, 但轨道向径的变化范围可达数百千米。

(2) GEO 卫星轨道特性

北斗系统区域星座 5 颗 GEO 卫星, 分别定点在东经 58.75、80、110.5、140 和 160 度。GEO 轨道是高度为 36000 km 的圆轨道 ($e \approx 0$), 绕地球运行周期为 24 小时, 即在轨道上运行的角速度与地球自转角速度相同, 轨道面与地球赤道面重合 ($i \approx 0$)。这种轨道高度比 MEO 高, 覆盖范围更大, 轨道比 MEO 更稳定。

(3) IGSO 卫星轨道特性

IGSO 卫星轨道倾角 55 度, 3 颗 IGSO 卫星星下点轨迹重合, 交叉点经度为东经 118 度, 相位差 120 度。另有 2 颗 IGSO 卫星星下点轨迹重合, 交叉点经度为东经 95 度。轨道高度为 36000 km, 绕地球运行周期为 24 小时。

北斗系统采用混合卫星星座, 从简化用户算法角度, 应采用统一的参数模型。同时, 国际上呈现多卫星导航系统共存的格局, 多系统联合定位成为导航定位发展趋势。为了简化用户算法, 对不同系统中导航电文的广播星历参数设计提出了兼容性的要求。北斗系统广播星历预报参数将采用类 GNSS 式的开普勒轨道根数加摄动改正的表达方式, 参数包括 \sqrt{A} 、 e 、 ω 、 Ω_0 、 i_0 、 M_0 、 $\dot{\Omega}$ 、 \dot{i} 、 Δn 、 C_{rs} 、 C_{rc} 、 C_{us} 、 C_{uc} 、 C_{is} 、 C_{ic} , 加上星历参考时刻 t_{oe} , 共 16 个参数。

由于 GEO 卫星轨道倾角 i 接近于 0, 参数 Ω_0 和 $\dot{\Omega}$ 的物理意义具有奇异性, 参数之间的相关性显著增强, 如果直接进行广播星历拟合, 拟合精度比较差, 或者迭代不收敛。因此, 在 GEO 卫星进行星历拟合时, 对 GEO 卫星选择一个不同的中间参考面进行星历拟合, 该中间参考面与赤道面的夹角为 5°。用户进行卫星位置计算时, 先计算出 GEO 卫星在自定义惯性系中的坐标位置, 然后经过轨道面 5°旋转后即 CGCS2000 坐标系下的位置坐标。

2.1.3 导航电文使用方法

对于 GPS/BDS 系统, 用户根据接收到的广播星历预报参数计算卫星在相应地固坐标系中位置算法见表 2.1-2。每个参数的具体含义可参考各卫星导航系统公布的 ICD 文件。

表 2-2 卫星广播星历参数计算卫星位置用户算法

计算方法	说明
$\mu=3.986004418 \times 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$	地固坐标系下的地球引力常数
$\dot{\Omega}_e = 7.292115 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$	地固坐标系下的地球旋转速率
$A = (\sqrt{A})^2$	计算半长轴
$n_0 = \sqrt{\frac{\mu}{A^3}}$	计算卫星平均角速度

$t_k = t - t_{oe}$	计算观测历元到参考历元的时间差
$n = n_0 + \Delta n$	改正平均角速度
$M_k = M_0 + nt_k$	计算平近点角
$M_k = E_k - e \sin E_k$	迭代计算偏近点角
$\begin{cases} \sin v_k = \frac{\sqrt{1-e^2} \sin E_k}{1-e \cos E_k} \\ \cos v_k = \frac{\cos E_k - e}{1-e \cos E_k} \end{cases}$	计算真近点角
$\phi_k = v_k + \omega$	计算纬度幅角参数
$\begin{cases} \delta u_k = C_{us} \sin(2\phi_k) + C_{uc} \cos(2\phi_k) \\ \delta r_k = C_{rs} \sin(2\phi_k) + C_{rc} \cos(2\phi_k) \\ \delta i_k = C_{is} \sin(2\phi_k) + C_{ic} \cos(2\phi_k) \end{cases}$	$\left. \begin{array}{l} \text{纬度幅角改正项} \\ \text{径向改正项} \\ \text{轨道倾角改正项} \end{array} \right\} \text{计算周期改正项}$
$u_k = \phi_k + \delta u_k$	计算改正后的纬度参数
$r_k = A(1 - e \cos E_k) + \delta r_k$	计算改正后的径向
$i_k = i_0 + \dot{i} \cdot t_k + \delta i_k$	计算改正后的倾角
$\begin{cases} x_k = r_k \cos u_k \\ y_k = r_k \sin u_k \end{cases}$	计算卫星在轨道平面内的坐标
$\Omega_k = \Omega_0 + (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}_e)t_k - \dot{\Omega}_e t_{oe}$ $\begin{cases} X_k = x_k \cos \Omega_k - y_k \cos i_k \sin \Omega_k \\ Y_k = x_k \sin \Omega_k + y_k \cos i_k \cos \Omega_k \\ Z_k = y_k \sin i_k \end{cases}$	计算历元升交点的经度（地固系） MEO/IGSO 卫星在地固坐标系坐标

$\Omega_k = \Omega_0 + \dot{\Omega} t_k - \dot{\Omega}_e t_{oe}$ $\begin{cases} X_k = x_k \cos \Omega_k - y_k \cos i_k \sin \Omega_k \\ Y_k = x_k \sin \Omega_k + y_k \cos i_k \cos \Omega_k \\ Z_k = y_k \sin i_k \end{cases}$ $\begin{bmatrix} X_{GK} \\ Y_{GK} \\ Z_{GK} \end{bmatrix} = R_Z(\dot{\Omega}_e t_k) R_X(-5^\circ) \begin{bmatrix} X_K \\ Y_K \\ Z_K \end{bmatrix}$ $R_X(\varphi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & +\cos \varphi & +\sin \varphi \\ 0 & -\sin \varphi & +\cos \varphi \end{pmatrix}$ $R_z(\varphi) = \begin{pmatrix} +\cos \varphi & +\sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & +\cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	<p>计算历元升交点的经度（惯性系）</p> <p>GEO 卫星在自定义惯性系中的坐标（北斗卫星）</p> <p>GEO 卫星在地固坐标系中的坐标（北斗卫星）</p>
--	---

2.1.4 单频电离层延迟改正模型

对于只能接收一个频点的用户，电离层误差需要采用广播电文中的模型进行修正以提高精度。主要方法有：基于电离层延迟修正参数模型以及基于格网电离层修正。

（1）GPS Klobuchar 修正模型

Klobuchar 模型是 GNSS 采用的电离层延迟修正参数模型，它是基于地磁坐标系的 8 参数模型，其改正精度在 60% 左右。Klobuchar 模型的 8 个参数分别用 α_n 和 β_n ($n=1,2,3,4$) 表示。Klobuchar 电离层延迟修正算法要求近似的用户地理纬度 ϕ_u 、经度 λ_u 、至每颗卫星的仰角 E 以及方位角。

（2）Galileo 电离层延迟修正参数模型

NeQuick 模型是 Galileo 系统采用的电离层延迟修正参数模型，NeQuick 模型属于一种半经验的电离层模型。其播发的电离层模型参数包括 a_{i0} 、 a_{i1} 、 a_{i2} ，以及电离层干扰标识 SF^[17]。用户接收到 Galileo 系统播发的电离层延迟修正参数模型后，根据下式进行有效电子含量的计算：

$$A_z = a_{i0} + a_{i1}\mu + a_{i2}\mu^2 \quad (2.1-1)$$

式中， $\mu = \arctan(I / \cos \phi)$ ， ϕ 为地理纬度， I 为用户位置的真实磁倾角。

用户计算电离层延迟时，还需输入信号传播路径点上的地理坐标和高度、月份、世界时、以及太阳活动参数（R12 或 F10.7）、当月电离层参数 foF2 和 M（3000）F2 月均值。

（3）BDS 系统基于地理坐标系下 Klobuchar 模型

北斗系统采用电离层延迟修正的 8 参数模型计算公式形式与 GPS 一致，其区别在于参考坐标系及投影函数^[18]。北斗系统电离层时延模型中 ϕ_m 为穿刺点处的地理纬度，而 GPS 系统中电离层时延模型中 ϕ_m 为穿刺点处的地磁纬度。两个系统电离层模型选用的投影函数也不同，Klobuchar 提出的用于 GPS 广播星历电离层模型的投影函数如下式所示：

$$MF_{GNSS} = 1 + 16 \cdot (0.53 - e)^3 \quad (2.1-2)$$

其中， e 为接收机处卫星高度角（单位为半周）。

北斗系统广播星历电离层模型选择三角函数作为投影函数：

$$MF_{compass} = \frac{1}{\cos z} \quad (2.1-3)$$

其中， z 为星站连线与电离层单层模型相交穿刺点处高度角的余角（穿刺点处的天顶角）。

除了 8 参数模型以外，北斗系统为授权用户提供改进的 14 参数模型。该模型除了在保持幅值和周期 8 参数外，增加了 4 个参数表征初始相位，解决初始相位存在偏移问题；增加了 2 个参数衡量夜间平场，解决夜间电离层存在线性变化问题，使得初始相位与夜间平场可随纬度不同而变化，与真实情况保持一致。

优化后的电离层延迟修正 14 参数模型公式为：

$$I_z(t) = \begin{cases} (A_1 - B|\phi_M|) \times 10^{-9} + A_2 \cos \frac{2\pi(t - A_3)}{A_4}, & |t - A_3| < \frac{A_4}{4} \\ (A_1 - B|\phi_M|) \times 10^{-9}, & |t - A_3| \geq \frac{A_4}{4} \end{cases} \quad (2.1-4)$$

式中， $I_z(t)$ 是以 B1 频率为基准计算得到的电离层垂直天顶延迟，单位为秒，其余频率观测量中的电离层延迟需要乘以一个与频率相关的转换系数； t 为接收机至卫星连线与电离层单层模型 SLM（Single Layer Model）相交穿刺点处的地方时，单位为秒； ϕ_M 是电离层穿刺点的大地纬度，单位为半周。其中： A_1 和 B 为夜间电离层延迟的常数和线性变化项； A_2 为白天电离层延迟余弦曲线的幅值，单位为秒，用 α_n 系数计算得到

$$A_2 = \begin{cases} \sum_{n=0}^3 \alpha_n |\phi_M|^2, & A_2 \geq 0 \\ 0, & A_2 < 0 \end{cases} \quad (2.1-5)$$

A_3 是余弦函数的初始相位，单位为秒，对应于曲线极点的地方时，用 γ_n 系数求得

$$A_3 = \begin{cases} 50400 + \sum_{n=0}^3 \gamma_n |\phi_M|^n, & 43200 < A_3 < 55800 \\ 43200, & A_3 \leq 43200 \\ 55800, & A_3 \geq 55800 \end{cases} \quad (2.1-6)$$

A_4 为余弦曲线的周期，单位为秒，用 β_n 系数求得

$$A_4 = \begin{cases} 172800, & A_4 \geq 172800 \\ \sum_{n=0}^3 \beta_n |\phi_M|^n, & 172800 > A_4 > 72000 \\ 72000, & A_4 < 72000 \end{cases} \quad (2.1-7)$$

(4) 格网电离层修正参数

为了方便用户使用，提高电离层模型修正精度，广域星基增强系统向用户广播格网电离层修正参数。格网电离层修正基本思想是将广域差分服务区域上空（离地面 350km 处）的电离层划分成格网，按格网点（IGP, Ionospheric Grid Points）提供电离层的延迟改正，用户接收到卫星信号以后，根据自身的概略位置和卫星位置计算出沿卫星视线方向电波穿过电离层的位置（称作穿刺点 IPP, Ionospheric Pierce Points），然后根据 IPP 附近 IGP 的延迟改正内插得到 IPP 处的电离层改正值。

2.2 时差测量观测值

2.2.1 伪距测量

伪距即卫星发射的测距码到达接收机的传播时间乘以光速的距离。由于信号传播中，有卫星、接收机钟差、大气延迟等的影响，伪距观测值与卫星到接收机的实际几何距离不相等，因此称测量的距离为伪距。伪距测量精度有限，但定位授时速度快，解算值唯一，是卫星导航定位导航中最基本的方法，也是载波相位测量中模糊度解算的辅助资料。

导航卫星生成的测距码经过一定时间传播到接收机，接收机通过延时器生成相同的码，对二者进行相关处理，当自相关系数最大时，则延时器的延时与信号传播时间相等，乘以光速即为卫星到接收机的距离。

由于信号的传播过程中，受到对流层、电离层等大气延迟的影响，再考虑卫星钟与接收机不准产生的钟差，则伪距观测方程为：

$$P = \rho - c \cdot \delta t_i + c \cdot \delta t^j + T + I + \varepsilon \quad (2.2-1)$$

P 为伪距观测值, ρ 为卫星到接收机的几何距离, $\delta t_i, \delta t^j$ 分别为接收机、卫星钟差, T, I 分别为对流层延迟误差、电离层延迟误差, ε 为其他误差项, i 表示接收机号, j 表示卫星号。

2.2.2 载波相位测量

载波相位测量的观测值是接收机收到的卫星载波相位信号与接收机自身的相位差。接收机 i 在接收机钟面时 t_k 观测卫星 j 的相位观测量为:

$$\Phi_i^j(t_k) = \varphi_i(t_k) - \varphi_i^j(t_k) \quad (2.2-2)$$

$\varphi_i(t_k)$ 为 i 接收机在钟面时 t_k 产生的本地参考信号相位值, $\varphi_i^j(t_k)$ 为 i 接收机在钟面时 t_k 观测到的 j 卫星的载波相位值。由于相位差的测量只能测出一周之内的相位值, 实际测量中卫星载波相位信号传播到接收机时已经经过了若干周, 如果对整周进行计数, 则某一初始时刻 t_0 以后, 包含整周数的相位观测值为:

$$\Phi_i^j(t_k) = \varphi_i(t_k) - \varphi_i^j(t_k) + n^j \quad (2.2-3)$$

接收机不间断跟踪卫星信号, 利用整周计数器记录从 t_0 到 t_i 时间内的整周数 $Int(\varphi)$, 同时测定小于一周的相位差, 则任意时刻 t_k 卫星 j 到接收机 i 的相位差为:

$$\Phi_i^j(t_k) = \varphi_i(t_k) - \varphi_i^j(t_k) + n_0^j + Int(\varphi) \quad (2.2-4)$$

即: 从第一次开始以后的观测测量中都包含了相位差的小数部分和累计的整周数。具体原理见下图 2-1 载波相位测量原理。

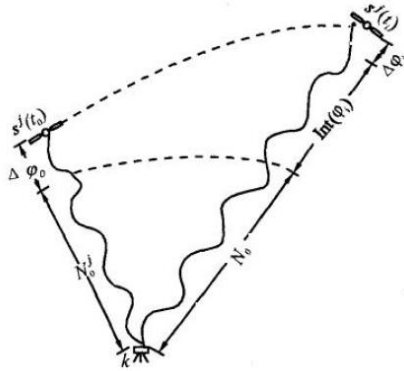


图 2-1 载波相位测量原理

载波相位观测量是接收机与卫星位置的函数, 可以由此函数解算接收机的位置。设在标准时刻 T_a (卫星钟面时 t_a) 卫星 j 发射的载波相位为 $\varphi^j(t_a)$, 经过传播延时 $\Delta\tau$, 在标准时刻 T_b (接收机钟面时 t_b) 时刻到达接收机。 T_b 时收到的和 T_a 时发射的相位不变, 即 $\varphi^j(T_b) = \varphi^j(T_a)$, 而 T_b 时, 接收机自身产生的载波相

位为 $\varphi(t_b)$ ，则 T_b 时刻的载波相位观测量为：

$$\phi = \varphi(t_b) - \varphi^j(t_a) \quad (2.2-5)$$

受接收机钟差和卫星钟差 $\delta t_i, \delta t^j$ 的影响，有：

$$\phi = \varphi(T_b - \delta t_i) - \varphi^j(T_a - \delta t^j) \quad (2.2-6)$$

由于卫星钟和接收机钟的振荡器频率较为稳定，因此其信号相位与频率有如下关系：

$$\varphi(t + \Delta t) = \varphi(t) + f \cdot \Delta t \quad (2.2-7)$$

f 为信号频率， Δt 为微小时间间隔， φ 以 2π 为单位。

接收机钟的固定参考频率和卫星发射的载波频率相等，因此有：

$$\begin{aligned} T_b &= T_a + \Delta \tau \\ \varphi(T_b) &= \varphi^j(T_a) + f \cdot \Delta \tau \end{aligned} \quad (2.2-8)$$

$\Delta \tau$ 为信号传播时间。在考虑卫星信号传播时间所受的对流层和电离层影响后，综合上述公式，有：

$$\begin{aligned} \phi &= \varphi(T_b - \delta t_i) - \varphi^j(T_a - \delta t^j) \\ &= \varphi(T_b) - f \cdot \delta t_i - \varphi^j(T_a) + f \cdot \delta t^j \\ &= f \cdot \Delta \tau - f \cdot \delta t_i + f \cdot \delta t^j \\ &= \frac{f}{c}(\rho + T - I) - f \cdot \delta t_i + f \cdot \delta t^j \end{aligned} \quad (2.2-9)$$

估计载波相位的整周数后的载波相位观测方程为：

$$\phi = \frac{f}{c} \rho - f \cdot \delta t_i + f \cdot \delta t^j + \frac{f}{c} T - \frac{f}{c} I + n_0 \quad (2.2-10)$$

转换为距离单位，写为：

$$L = \rho - c \cdot \delta t_i + c \cdot \delta t^j + T - I + N_0 \quad (2.2-11)$$

其中 $N_0 = \lambda \cdot n_0$ ， λ 为波长。

2.2.3 观测方程的线性组合

在时差测量数据处理中，为进行数据清理、编辑、误差消除或减弱，经常会用到双频观测值之间的线性组合(Linear Combination, LC)，常见的线性组合包括：无电离层组合(Ionosphere-Free Linear Combination)，电离层残差组合(Geometry-Free Linear Combination)，宽巷组合(Wide-Lane Linear Combination)以及 MW 组合(Melbourne-Wübbena Linear Combination)等。

(1) 无电离层组合

无电离层组合能够消除一阶的电离层影响，大大减弱电离层误差，在双差或非差观测方程中经常用到。无电离层伪距和相位观测方程可以表示为：

$$\begin{aligned} P_{3k}^j &= \frac{1}{f_1^2 - f_2^2} (f_1^2 \cdot P_{1k}^j - f_2^2 \cdot P_{2k}^j) \\ L_{3k}^j &= \frac{1}{f_1^2 - f_2^2} (f_1^2 \cdot L_{1k}^j - f_2^2 \cdot L_{2k}^j) \end{aligned} \quad (2.2-12)$$

无电离层组合虽然能够消除大部分的电离层误差，但组合的观测噪声是 L_1 的三倍，模糊度失去了整数性，不易解算。无电离层组合还可以用来检测接收机本身系统误差引起的粗差。

(2) 电离层残差组合

电离层残差组合与卫星到接收机之间的几何距离无关，可以消除与频率无关的误差，如卫星轨道误差、卫星钟差、接收机钟差，对流层误差，组合方程中只包含电离层影响、整周模糊度以及观测噪声。在没有周跳的情况下，由于整周模糊度不变而且电离层变化比较小，一次电离层残差组合能够剔除观测值中的粗差，也适用于周跳的探测与修复。

伪距与相位的电离层残差组合式为：

$$\begin{aligned} P_{4k}^j &= P_{1k}^j - P_{2k}^j = I_{1k}^j - I_{2k}^j \\ L_{4k}^j &= L_{1k}^j - L_{2k}^j = I_{1k}^j - I_{2k}^j + \lambda_1 \cdot N_{1k}^j - \lambda_2 \cdot N_{2k}^j \end{aligned} \quad (2.2-13)$$

(3) MW 组合

MW 组合消除了绝大部分的观测误差，只剩观测噪声和多路径效应，而通过多历元平滑可以减弱这些噪声，因此 MW 组合常用于确定模糊度以及检测周跳。MW 组合适用于非差与双差组合，计算式为：

$$L_{5k}^j = \frac{1}{f_1 - f_2} (f_1 \cdot L_{1k}^j - f_2 \cdot L_{2k}^j) - \frac{1}{f_1 + f_2} (f_1 \cdot P_{1k}^j + f_2 \cdot P_{2k}^j) \quad (2.2-14)$$

由上式可得到宽巷组合模糊度。

2.3 时差测量误差改正

卫星导航系统的误差源主要包括三部分：与卫星有关的误差，与传播路径有关的误差以及与接收机有关的误差。

对于上述误差，分析如下：

(1) 对于能够精确模型化的误差采用模型改正：如卫星、接收机天线相位改正，地球固体潮、海洋负荷潮汐、地球自转、相对论等；

(2) 不能精确模型化的误差由外部输入或进行参数估计：如接收机钟差、对流层天顶延迟、卫星轨道和钟差等；

(3) 既难以精确模型化又不好分离估计的误差通过双频观测值来消除：如电离层延迟误差可以通过无电离层组合来消除。

2.3.1 对流层延迟误差改正

对流层是指地面向上约 40km 范围内的大气层，约占大气层总质量的 99%，也是各种气象现象主要的出现区域。电磁波在对流层的传播速度与大气折射率有关，而整个对流层的折射率是不同的，因此电磁波在经过对流层时会产生弯曲和延迟，延迟量在天顶方向可达 2 米。对流层大气折射率与气压、温度、湿度有关，一般将天顶总延迟(ZTD, Zenith Total Delay)分为干延迟(ZHD, Zenith Hydrostatic Delay)和湿延迟(ZWD, Zenith Wet Delay)。干延迟约占总延迟量的 90%，可以通过实测气压和气温精确计算，而由于大气中水汽变化很大，湿延迟不能通过模型精确计算，这是电磁波测地技术(如 VLBI, GNSS)中的一个重要误差源。通常的解决办法是通过模型计算静力学延迟量作为已知值，将湿延迟作为未知数解算。

通常情况下电磁波传播路径并不是在天顶方向，因此需要将天顶方向延迟量映射到某一倾斜的传播方向，这就需要映射函数(MF, Mapping Function)，倾斜方向的对流层延迟量是干、湿映射函数与天顶干、湿分量的乘积之和，见下式：

$$z(e) = z_h \times mf_h(e) + z_w \times mf_w(e) \quad (2.3-1)$$

式中， $z(e)$ 为总延迟量， z_h 、 z_w 分别为天顶干、湿延迟量， $mf_h(e)$ 、 $mf_w(e)$ 分别是干、湿映射函数， e 是高度角。映射函数 MF 通常采用连分式：

$$mf(e) = \frac{1 + \frac{a}{1 + \frac{b}{1 + c}}}{\sin e + \frac{a}{\sin e + \frac{b}{\sin e + c}}} \quad (2.3-2)$$

(2.3-2)式中，参数 a, b, c 是远小于 1 的常数，干、湿映射函数分别用不同的参数 (a_h, b_h, c_h) 和 (a_w, b_w, c_w) 。常用的映射函数有 NMF、VMF1、GMF，各映射函数之间的差别主要表现在参数 a, b, c 的区别上。

通常采用模型计算对流层延迟改正：

$$ZTD = \frac{0.002277}{f(\phi, h)} \times [P_s + (\frac{1255}{T_s} + 0.05)e_s] \quad (2.3-3)$$

$$e_s = rh \times 6.11 \times 10^{\frac{7.5(T_s - 273.15)}{T_s}} \quad (2.3-4)$$

$$f(\phi, h) = 1 - 0.00266 \cos(2\phi) - 0.00028h \quad (2.3-5)$$

式中, ZTD 单位为 m , T_s 为地面温度 (K), P_s 为地面气压 ($mbar$), e_s 为地面水汽压, rh 为地面相对湿度 ($0 \sim 1$ 之间)。其中气象参数可以是实测数据 $f(\phi, h)$ 是纬度和高度的函数, 反映了重力加速度随地理位置和海拔高度的变化, ϕ 为测站的地心大地纬度, 单位为弧度, h 为测站大地高 (m)。 (2.3-3) 式中前半部分为干延迟分量, 后半部分为湿延迟分量。若没有实测气象数据, 一般采用标准参考大气参数为: $P_0 = 1013.25 \text{ mbar}$, $e_0 = 11.691 \text{ mbar}$, $T_0 = 288.15 \text{ K}$ 。

主要的投影函数包括: NMF、GMF/GPT、VMF1 以及 GPT2 等模型^[19]。

2.3.2 电离层延迟误差改正

电离层是高度在 $60-1000\text{km}$ 间的大气层。在太阳紫外线、X 射线、 γ 射线和高能粒子等的作用下, 电离层中的中性气体分子部分被电离, 产生了大量的电子和正离子, 从而形成了一个电离区域。电磁波信号在穿过电离层时, 其传播速度会发生变化, 变化程度主要取决于电离层中的电子密度和信号频率。电离层电子浓度与高度有关, 在 50km 处电子浓度约为 $10^8 \text{ electrons}/m^3$, 随着高度增加, 电子浓度迅速增加, 在 300km 处电子浓度约为 $10^{12} \text{ electrons}/m^3$, 之后随高度增加电子浓度逐渐降低。

电离层延迟对伪距影响可以写为:

$$\Delta\rho = \int_s^o (n_{gr} - 1) ds = \int_s^o \frac{1}{2} \frac{f_p^2}{f^2} ds = \int_s^o \frac{1}{8\pi^2} \frac{d_e e_0^2}{f^2 m_e \epsilon_0} ds = + \frac{40.3}{f^2} TEC \quad (2.3-6)$$

其中 TEC 为信号传播路径 s 从卫星 s 到观测者 o , 即:

$$TEC = \int_s^o d_e(s) ds \quad (2.3-7)$$

同理, 对相位观测量电离层折射误差可以写为:

$$\Delta\phi\lambda = \int_s^o (n_{ph} - 1) ds = - \frac{40.3}{f^2} TEC \quad (2.3-8)$$

由双频观测伪距给出的电离层改正值为:

$$\text{对 } L1 \text{ 伪距: } \Delta\rho_{L1} = \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} (\rho_{L1} - \rho_{L2}) \quad (2.3-9)$$

$$\text{对 } L2 \text{ 伪距: } \Delta\rho_{L2} = \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} (\rho_{L1} - \rho_{L2}) \quad (2.3-10)$$

上式中, ρ_{L1} 、 ρ_{L2} 为输入的第一频率和第二两频率伪距观测值。

2.3.3 与卫星有关的误差

与卫星有关的误差主要包括：卫星钟差和轨道误差，卫星天线相位中心偏差，卫星钟相对论效应，相位缠绕以及硬件延迟偏差改正等。

(1) 卫星钟差

卫星钟差是指卫星钟时间与导航系统时间之差，由钟差、频偏、频漂以及随机误差构成。虽然导航卫星上都有高精度原子钟，与导航系统时之间仍然有约 1ms 内的偏差，引起的等效距离误差可达 300km，因此卫星钟差必须精确确定。

导航卫星的广播星历提供的钟差精度约为 10ns 左右，等效距离误差在 3m，不能满足精密定位的需求。国际 GNSS 服务组织（IGS）提供不同采样率的精密卫星钟差产品，包括 5 分钟和 30 秒的精密星历，精密星历的精度可达 0.1ns。

(2) 卫星轨道误差

卫星轨道误差是指卫星真实位置与卫星星历计算获得的卫星位置之间的偏差，轨道误差取决于定轨采用的数学模型、跟踪网规模与分布、跟踪方法、所用软件以及跟踪站数据观测时间长度。目前 GNSS 广播星历整体精度在 2m 以内，GLONASS 广播星历在 5m 以内，而 IGS 提供的精密星历产品精度为 3-5cm。

(3) 卫星相位中心偏差

卫星质量中心与卫星发射天线相位之间的偏差称为卫星天线相位中心偏差。IGS 等机构提供的高精度星历对应的是卫星质心，而卫星/接收机之间的观测值是基于天线相位中心，因此需要进行卫星天线相位中心偏差改正。

天线相位中心偏差改正值一般表示在卫星星固坐标系，其对卫星坐标的改正公式为：

$$X_{phase} = X_{mass} + \begin{bmatrix} e_x & e_y & e_z \end{bmatrix}^{-1} X_{offset} \quad (2.3-11)$$

式中 e_x, e_y, e_z 为星固坐标系在惯性坐标系中的单位矢量， X_{phase} 、 X_{mass} 为惯性坐标系中卫星的相位中心和质量中心， X_{offset} 为星固系中卫星天线相位中心的偏差。

如果直接改正观测距离，公式如下：

$$\Delta\rho = \frac{\vec{r}_s - \vec{r}_R}{|\vec{r}_s - \vec{r}_R|} \Delta\vec{R}_{sant} \quad (2.3-12)$$

\vec{r}_s, \vec{r}_R 是卫星、接收机天线的地心矢量。

(4) 卫星相位缠绕改正

导航卫星发射的电磁波信号是右旋极化(RCP)的，因此接收机收到的载波相位受到卫星与接收机天线之间相互方位关系的影响，接收机或卫星天线绕其垂直轴旋转都将改变相位观测值，最大可达一周（一个波长），这种效应称为天线相

对旋转相位增加效应, 对其进行改正称为天线相位缠绕改正。在静态定位中, 接收机天线通常指向某固定方向 (北), 但是卫星天线会随着太阳能板对太阳朝向的改变而缓慢的旋转, 从而引起卫星到接收机几何距离的变化。此外, 在日蚀期间, 为了能重新将太阳能板朝向太阳, 卫星将快速旋转, 这就是“中午旋转”和“子夜旋转”, 半小时内旋转量可达一周, 因此需将相应的相位数据改正或删除。对于几百千米的基线或网络差分定位来说, 相位缠绕比较微弱, 但是对于长基线精密定位时其影响较大。相位缠绕改正公式如下:

$$\Delta\varphi = \text{sign}(\zeta) \cos^{-1} \left[\frac{\bar{D}' \cdot D}{|\bar{D}'| |D|} \right]$$

$$\zeta = \hat{k} \cdot (\bar{D}' \cdot D) \quad (2.3-13)$$

$$\bar{D}' = \hat{x}' - \hat{k}(\hat{k} \cdot \hat{x}') - \hat{k} \times \hat{y}'$$

$$\bar{D} = \hat{x}' - \hat{k}(\hat{k} \cdot \hat{x}') + \hat{k} \times \hat{y}'$$

式中, \hat{k} 为卫星到接收机的单位向量, \bar{D}' 为卫星坐标系下由坐标单位矢量 $(\hat{x}', \hat{y}', \hat{z}')$ 计算的卫星有效偶极矢量, \bar{D} 为接收机地方坐标系下的坐标单位矢量, $(\hat{x}', \hat{y}', \hat{z}')$ 为计算的接收机天线有效偶极矢量。

(5) 卫星相对论效应改正

接收机和卫星位置的地球重力位不同, 而且接收机和卫星在惯性系统中的速度不同, 由此引起的接收机和卫星之间的相对钟误差称为相对论效应。相对论效应引起 GNSS 卫星钟比接收机钟每秒快约 0.45ns。为消除其影响, 卫星发射前已经将卫星中频率减小了约 0.0045Hz, 但由于地球运动、卫星轨道高度的变化以及地球重力场的变化, 相对论效应并不是常数, 在上述改正后还有残差, 可用下式改正:

$$\Delta P_{rel} = -\frac{2}{c^2} X_s \cdot \hat{X}_s \quad (2.3-14)$$

X_s 、 \hat{X}_s 分别为卫星的位置向量和速度向量。

(6) 卫星硬件延迟改正

导航卫星发射的信号一般基于不同频点。不同的频点伪距信号在不同频点存在发射链路时延, 起点为卫星的钟面时, 终点为卫星各频点天线相位中心。该时延被称为硬件延迟。导航系统提供的信号都是基于一个频点或者频点的组合, 对于其他频点则需要进行相应的硬件延迟偏差改正。卫星的延迟定义为 TGD 参数, 以北斗系统为例, 系统的参考频点为 B3, 则 B1, B2 频点相对于 B3 频点的硬件延迟为:

$$\begin{aligned} T_{GD1} &= \tau_1^s - \tau_3^s \\ T_{GD2} &= \tau_2^s - \tau_3^s \end{aligned} \quad (2.3-15)$$

IFB 定义为基于 B3 频点的通道延迟偏差, 有两个 IFB 参数分别为 B1,B2 频点相对于 B3 频点的接收链路时延差, 即:

$$\begin{aligned} IFB_1 &= \tau_1^r - \tau_3^r \\ IFB_2 &= \tau_2^r - \tau_3^r \end{aligned} \quad (2.3-16)$$

2.3.4 测站相关修正

(1) 接收机天线相位中心改正

接收机天线相位中心与地面已知点不重合, 需计算接收机相位中心相对于站坐标基点的改正值。不同方位和高度卫星的改正差异为几厘米。改正值可用接收机硬件的参数和仪器基点与站坐标点之间的联测值。做改正时需要已知测站坐标和偏心联测值 $\Delta \vec{r}_k = \vec{r}_k - \vec{r}_E$ 。其中 \vec{r}_k , \vec{r}_E 分别表示地固系中接收机相位中心和基点的位置向量。接收机相位中心偏差常用局部坐标表示, 即天线相位中心相对于基点的垂直方向偏差 ΔH 、北方向偏差 ΔN 和东方向偏差表示, 因此, 必须通过旋转矩阵将局部坐标系中的偏心向量转换至地固系中, 即:

$$\Delta \vec{r}_k = (\Delta E_k, \Delta N_k, \Delta H_k)^T \quad (2.3-17)$$

$$\begin{aligned} \Delta \vec{r}_{ek} &= R_H(270^\circ - L) R_E(\varphi - 90^\circ) \Delta \vec{r}_k \\ &= \begin{bmatrix} -\sin L & -\cos L \sin \varphi & \cos L \cos \varphi \\ \cos L & -\sin L \sin \varphi & \sin L \cos \varphi \\ 0 & \cos \varphi & \sin \varphi \end{bmatrix} \Delta \vec{r}_k \end{aligned} \quad (2.3-18)$$

式中, L 和 ϕ 为测站的地心经纬度。

接收机相位中心偏差对观测距离的影响为:

$$\Delta \rho_k = \Delta \vec{r}_{ek} \cdot \hat{\rho} \quad (2.3-19)$$

$\hat{\rho}$ 为测站至卫星方向在地固系下的单位矢量。

(2) 潮汐改正

由于地球实际上是非刚体地球, 在日月引力和地球自转、公转离心力共同作用下, 地表已知点受潮汐作用会发生移动。其中主要受固体潮影响, 海潮和大气潮改正可忽略。固体潮引起的测站位移约 0.5m。固体潮引起的测站位移改正公式为:

$$\Delta \vec{r}_s = \sum_{j=2}^3 \frac{GM_j}{GM_E} \frac{R_e^4}{r_j^3} \left\{ 3l_2 (\hat{R}_e \cdot \hat{r}_j) \hat{r}_j \right\} + \left[\frac{3}{2} (h_2 - 2l_2) (\hat{R}_e \cdot \hat{r}_j) - \frac{h_2}{2} \right] \hat{R}_e \quad (2.3-20)$$

式中, GM_E 是地球引力常数; GM_j 为引潮天体引力常数 ($j=2$ 时为月球, $j=3$ 为太阳), R_e , r_j 分别为测站和引潮天体的地心位置 (地固系), \hat{R}_e , \hat{r}_j 为对应的单位矢量, h_2 为 Love 数, l_2 为 Shida 数。

(3) 硬件延迟改正

导航卫星系统地面接收机产生的信号基于不同频点。不同的频点伪距信号在不同频点存在接收链路时延, 起点为接收机的钟面时, 终点为接收机各频点天线相位中心。该定义为 IFB 参数, 以北斗系统为例, IFB 定义为 B1, B2 频点相对于 B3 频点的接收链路时延差, 即:

$$\begin{aligned} IFB_1 &= \tau_1^r - \tau_3^r \\ IFB_2 &= \tau_2^r - \tau_3^r \end{aligned} \quad (2.3-21)$$

(4) 地球自转修正

由于地面接收机运动, 或者固定在地球表面随地球自转一起运动, 在地心地固坐标系中, 伪距/相位观测方程需扣除信号传播时间段内接收机运动引起的位置变化, 即地球自转修正又称为 Sagnac 效应。

设接收机在 t 时刻接收到卫星在 t_j 时刻发射的信号, 则有:

$$t = t_j + \frac{|\vec{r}(t) - \vec{r}_j|}{c} = t_j + \frac{|\vec{r}(t_j + \vec{v} \cdot (t - t_j)) - \vec{r}_j|}{c} \quad (2.3-22)$$

其中 $\vec{r}(t)$ 为接收机在 t 时刻位置, \vec{r} 为卫星在 t_j 时刻位置, \vec{v} 为接收机速度, c 为光速 (米/秒)。设 t_j 时刻卫星至接收机矢量为: $\vec{R} = \vec{r}(t_j) - \vec{r}_j$, 不考虑地球自转产生的信号传播时延, 有:

$$t = t_j + \frac{|\vec{R}|}{c} \quad (2.3-23)$$

将 (2.3-23) 代入 (2.3-22) 式, 并展开至一阶项有:

$$t = t_j + \frac{|\vec{r}(t_j + \vec{v} \cdot (t - t_j)) - \vec{r}_j|}{c} = t_j + \frac{|\vec{R} + \vec{v} \cdot (t - t_j)|}{c} \approx t_j + \frac{|\vec{R}|}{c} + \frac{\vec{v} \cdot \vec{R}}{c^2} \quad (2.3-24)$$

则地球自转修正可写为:

$$\Delta \rho_{rot} = \frac{\vec{v} \cdot \vec{R}}{c} = \frac{(\omega \times \vec{r}(t_j)) \cdot \vec{R}}{c} \quad (2.3-25)$$

其中 ω 为地球自转角速度。

(5) 设备延迟改正

时差测量所有的观测设备所测得的时延都包含有设备时延误差。如果不能准确标校, 则设备时延将包含于时差之中。时差测量接收机的时延的示意图如下所示。图中: 外接频率以及 1PPS 来自外接的时间频率信号实验室, 该信号在接收

里的延迟为时延 A，可通过微波暗室模拟信号源的方式进行标定；观测信号从天线接收到接收机的延迟为时延 B，也可采用模拟信号进行标定；卫星空间信号到达天线的时延为 C，且对不同卫星导航系统各不相同。

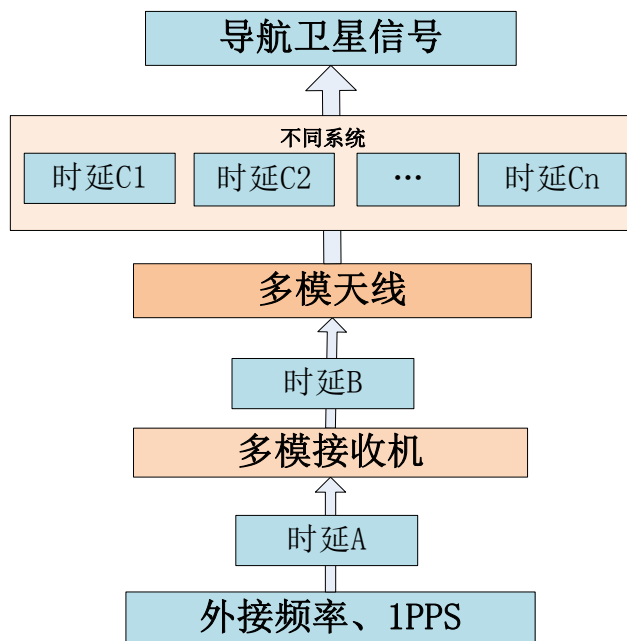


图 2-2 时差测量设备时延示意图

3 伪距时差监测方法

伪距时差测量是指利用接收机观测到的伪距观测数据进行时差测量的方式。常用的单站定时、卫星共视、卫星全视法都属于这种类型。

3.1 伪距平滑

伪距观测值获取的星地几何距离，因此对其数据处理获取时差比较简便。然而伪距观测存在较大噪声，一般需要进行平滑以提高精度。伪距平滑方法主要包括：伪距多历元平滑、相位平滑等。

3.1.1 伪距观测噪声

伪距观测值获取的星地几何距离，因此对其数据处理获取时差比较简便。然而伪距观测存在较大噪声，因此直接由原始伪距观测值计算的时差值精度较差。为分析伪距观测值的噪声，我们利用了坐标已知的 IGS 参考站-上海佘山 GPS 测站采样率为 1 秒的数据。分析过程中，扣除相位中心、潮汐等改正项，固定 IGS 提供的精密 GPS 轨道以及卫星钟差(其精度优于 2 厘米)，对流层误差采用精确的对流层延迟估计值进行改正。在扣除了以上改正之后，主要误差为电离层误差，采用双频无电离层组合进行消除。通过以上处理，扣除精确计算的理论星-地距离，伪距观测值主要剩余观测误差。

下图 3-1 为佘山 GPS 测站 2012 年年积日 298 天对所有卫星的伪距残差。可见残差分布呈随机分布状态，统计的伪距噪声超过了 0.7 米。

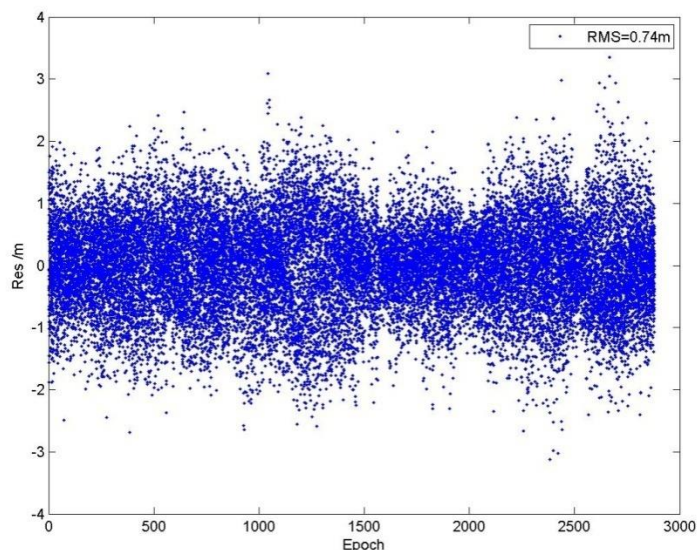


图 3-1 原始伪距测量噪声

3.1.2 伪距多历元平滑

为提高伪距时差测量的精度，需要对伪距观测值进行平滑。根据卫星受摄动力变化的特性，卫星较短时间内的轨迹可用多项式进行拟合，从而短时间内多个历元的观测值也可以通过拟合降低噪声。基于该原理 USNO 对 GPST 与 UTC (USNO) 时差的监测，其定义的伪距观测平滑弧段为 13 分钟，采样率为 1 秒，每 15 秒一组，从而每个弧段用于平滑的伪距观测点数为 52 组，拟合的函数模型为一次线性函数。在此基础上，BIPM 也采用了该方法，并定期发布以 CGGTTS(CCTF Working Group on GPS and GLONASS TimeTransfer Standards)为标准格式的产品。

采用佘山 GPS 测站 2012 年年积日 298 天的数据，采用二次多项式进行观测值的拟合，设定每次拟合弧长为 30 秒。取二次多项式拟合的中间时刻，求得该时刻拟合好的观测数据。每拟合完一次，数据往后滑动 1 秒，并形成新的单天观测数据文件。对新的伪距观测数据进行分析，统计伪距残差，结果如下图 3-2 所示。通过多历元平滑后的伪距残差比原始伪距残差噪声有所减小。残差分布呈随机分布状态，统计的噪声约为 0.5 米。

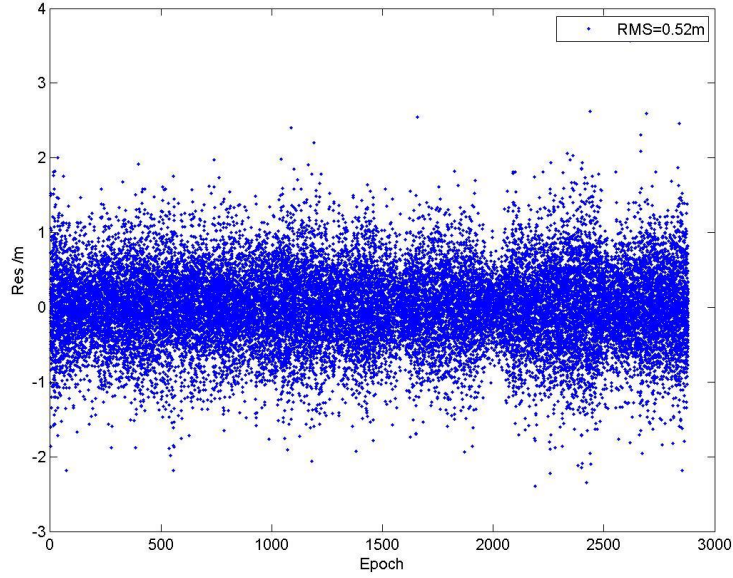


图 3-2 多历元平滑后伪距测量噪声

3.1.3 相位平滑伪距

相位平滑伪距是利用高精度的相位观测值对伪距进行平滑修正

基于伪距相位求差 CNMC 递推算法是通过相同历元不同频点高精度相位观测值差值，提高伪距观测的精度。不同频点相位观测值做差能够获取电离层以及模糊度参数的精确组合值，将此差值改正到伪距观测值上完成伪距观测值的平滑。

根据第二章介绍，测站 i 对 GPS 卫星 j 的伪距和相位观测方程为：

$$\begin{aligned} P &= \rho - c \cdot \delta t_i + c \cdot \delta t^j + T + I + \varepsilon \\ L &= \rho - c \cdot \delta t_i + c \cdot \delta t^j + T - I + N + \varsigma \end{aligned} \quad (3.1-1)$$

P 为伪距观测值， ρ 为卫星到接收机的几何距离， $\delta t_i, \delta t^j$ 分别为接收机、卫星钟差， T, I 分别为对流层延迟误差、电离层延迟误差， N 为模糊度参数， ε, ς 为残余误差， i 表示接收机号， j 表示卫星号。

将以上观测方程求差，能够获取伪距相位观测值的差值：

$$P - L = 2I - N + \varsigma \quad (3.1-2)$$

可以看到，伪距相位观测值的差值包含了 2 倍的电离层以及模糊度参数。其中，电离层延迟改正可通过双频载波相位差分观测量计算，L1、L2 双频载波相位观测量之差为：

$$L_{1-2} = I_2 - I_1 + N_{1-2} + TGD_{1-2} = -\frac{40.28 \cdot (f_1^2 - f_2^2)}{f_1^2 \cdot f_2^2} \cdot sTEC + B_{1-2} \quad (3.1-3)$$

式中, B_{1-2} 包含了相位的频率间偏差和双频整周模糊度之差, 在没有周跳的前提下为常数。从而可得到 L1, L2 频点的电离层延迟为:

$$I_1 = -\frac{40.28}{f_1^2} \cdot sTEC = \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} (L_{1-2} - B_{1-2}) \quad (3.1-4)$$

$$I_2 = -\frac{40.28}{f_2^2} \cdot sTEC = \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} (L_{1-2} - B_{1-2}) \quad (3.1-5)$$

式中 $sTEC$ 为斜路径电离层延迟误差, 实际上由于 B_{1-2} 是未知的, 因此无法直接获取电离层延迟。但是由于相位观测精度高, 因此通过以上求得电离层精度具有相位的精度。

由此, 伪距相位观测值之差的关键在于求取 B_{1-2} 。定义 $PLb = \frac{2B_{1-2}}{f_1^2 - f_2^2}$, 在精确获取了 PLb 后, 将其从(3.1-4), (3.1-5)式中扣除, 可得到不含系统差的电离层改正, 从而伪距相位观测值的差值(3.1-2)可写为:

$$\begin{aligned} PL_1 &= P_1 - L_1 - 2 \cdot \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} L_{1-2} + f_2^2 \cdot PLb \\ PL_2 &= P_1 - L_1 - 2 \cdot \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} L_{1-2} + f_1^2 \cdot PLb \end{aligned} \quad (3.1-6)$$

其中任意历元 PLb 可采用递推的方法获取, 对于 L1 频率, 在初始历元 t_0 条件为:

$$\begin{cases} f_2^2 \cdot PLb(t_0) = P_1(t_0) - L_1(t_0) - 2 \cdot \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} \cdot L_{1-2}(t_0) \\ PL_1(t_0) = 0 \end{cases} \quad (3.1-7)$$

而在 t_i 时刻, PLb 以及 PL 表示为:

$$\begin{cases} f_2^2 \cdot PLb(t_i) = f_2^2 \cdot PLb(t_{i-1}) + \frac{1}{N} \cdot \left[P_1(t_i) - L_1(t_i) + f_2^2 \cdot PLb(t_{i-1}) - 2 \cdot \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} \cdot L_{1-2}(t_i) \right] \\ PL_1(t_i) = P_1(t_i) - L_1(t_i) - 2 \cdot \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} \cdot L_{1-2}(t_i) + f_2^2 \cdot PLb(t_i) \end{cases} \quad (3.1-8)$$

采样以上余山 GPS 测站的数据对 CNMC 实时修正效果进行分析。统计新的伪距观测数据的残差, 结果如下图 3-3 所示。通过 CNMC 平滑后的伪距残差比原始伪距残差噪声大大减小, 呈现比原始观测更为平滑的结果。残差分布整体呈随机分布状态, 统计的噪声约为 0.1 米。图中也可以看到有极少量残差较大的散点, 这主要是 CNMC 算法处理需要一定的初始化时间, 随着时间积累, 伪距多径误差和随机噪声被逐渐平滑。

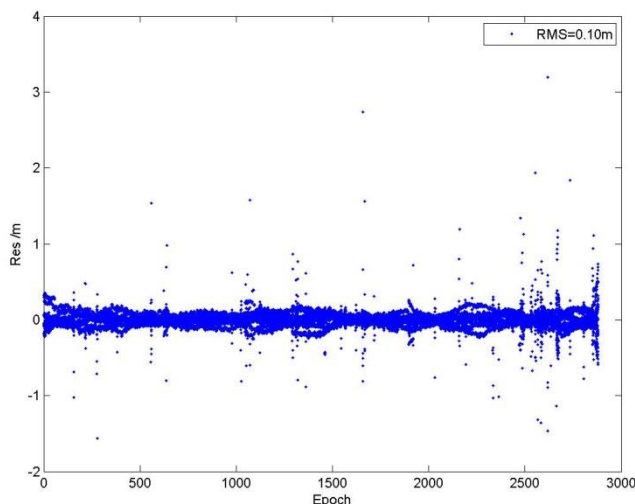


图 3-3 CNMC 处理后的伪距测量噪声

3.2 伪距时差测量算法

3.2.1 卫星共视算法

卫星共视算法是最常用的时差测量数据处理方法。其处理流程如下：

(1) 选取一定弧长的观测数据，采样伪距多历元平滑的方法对观测数据进行平滑，并获取中间时刻的伪距观测值。

(2) 对该平滑的伪距观测值进行误差改正。改正量包括：星地几何距离、电离层延迟、对流层延迟、Sagnac 效应、卫星相对论效应、TGD 参数以及接收机、天线以及电缆等设备时延。获取卫星钟相对于测站外接时频信号的差值。

(3) 利用广播星历参数，采样二次多项式进行卫星钟差改正，获取导航系统时间相对于测站外接时频信号的差值。

(4) 以上获得了一个历元的观测量，按照指定的数据弧长进行滑动，得到相应的时差序列。

(5) 对以上时差序列进行线性拟合，获取指定时刻的时差值。

按照以上流程，USNO 定义了 GPST 与 UTC (USNO) 时差监测的规范，同时国际时间计量局 BIPM 也定义了基于卫星共视的 UTC 以及 TAI 综合的规范。两者原理基本相近，其采样数据以及滑动示意图如下图 3-4 所示，可以看到其观测数据拟合所采取的弧长为 15 秒，每 15 秒为一组。在获取该组时差值后，往后滑动 15 秒进行下一组处理。在处理完 52 组（即 13 分钟）数据后，对 52 组时差

序列进行线性拟合，得到第 390 秒时刻的时差值。

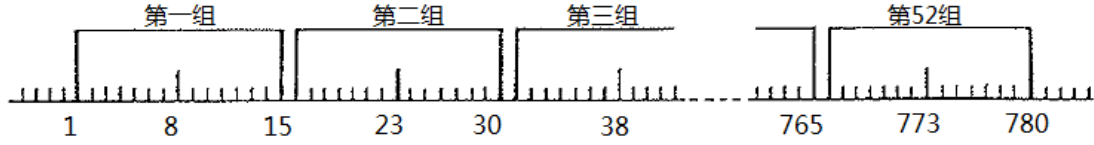


图 3-4 卫星共视采样数据示意图

通过以上处理，得到测站在指定时刻相对于一颗卫星的时差。假设测站上的 GPS 接收机实际钟差为 CLK ，利用以上方法得到 GPST 下的测站钟差为 $CLKG$ 。接收机外接时频信号 $UTC(i)$ ，从而能够直接获取 $UTC(i)$ 下的钟差 $CLKU$ ，则有时差观测值 TO_obs ：

$$\begin{aligned} TO_obs &= CLKG - CLKU \\ &= (CLK - GPST) - (CLK - DL - UTC(i)) \\ &= UTC(i) - GPST + DL \end{aligned} \quad (3.2-1)$$

式中， DL 为接收机的硬件延迟偏差，可通过实验室进行精确标定。由于时差测量接收机外接了 $UTC(i)$ 的时频信号，因此以上推导的时差测量值 TO_obs (即为测站钟差 δt_i) 扣除硬件延迟偏差 DL 即为时频实验室与系统时间的时差 $UTC(i) - GPST$ 。GPS 系统即采用以上方法在主控站进行 GPST 与 UTC(USNO) 的时差监测。若采用 GLONASS 导航系统的信号，则可测量与 GLONASS 的时差 $UTC(i) - GLONASS$ ：

$$\begin{aligned} TO_obs &= CLKG - CLKU \\ &= (CLK - GLONASS) - (CLK - DL - UTC(i)) \\ &= UTC(i) - GLONASS + DL \end{aligned} \quad (3.2-2)$$

为方便阐述，本书后述标注时差值，都直接扣除了接收机硬件延迟偏差 DL 。

如果两个测站 A, B 对该颗卫星存在共视，且外接时频信号 $UTC(A)$, $UTC(B)$ 。将两个测站的钟差值 δt_i 相减即可获得两个站的时差值 $TO(A, B)$ ，即：

$$\begin{aligned} TO(A, B)|_j &= TO(A)|_j - TO(B)|_j \\ &= [UTC(A) - GPST]|_j - [UTC(B) - GPST]|_j \\ &= UTC(A) - UTC(B) \end{aligned} \quad (3.2-3)$$

式中符号 $|_j$ ，代表利用卫星 j 获取时差值。从上式可见，两个测站的接收机钟差的差值直接代表了两个外接时频信号的差值。这也是 BIPM 采用共视法在不同时频实验室进行比对的方法。如果存在 N 颗共视卫星，则取平均以提高精度和可靠性：

$$TO(A,B) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N TO(A,B) \Big|_j \quad (3.2-4)$$

以上处理中伪距的平滑采用的是伪距多历元平滑的方法, 没有采用相位数据。若采样基于相位平滑的方法, 精度将进一步提高。

3.2.2 卫星全视算法

采用卫星全视算法两个测站不需要共视, 并且能够克服中间站比对带入的误差。全视法在每个测站上对观测到的所有卫星进行处理, 获得测站在指定时刻相对于所有卫星的时差。测站 A 上外接的 UTC(A) 与卫星系统时间 GNSST 的时差, 也即(3.2-1)表示为:

$$\begin{aligned} TO(A) \Big|_j &= CLKG - CLKU(A) \\ &= UTC(A) - GNSST \end{aligned} \quad (3.2-5)$$

在此基础上可按照卫星高度角进行加权处理:

$$TO(A) = \frac{\sum_{j=1}^N [w_j \cdot TO(A) \Big|_j]}{\sum_{j=1}^N w_j} \quad (3.2-6)$$

式中 w_j 为卫星权阵,

$$w_j = \begin{cases} 1 & e_j > 30^\circ \\ 2 \cdot \sin e_j & e_j \leq 30^\circ \end{cases} \quad (3.2-7)$$

式中 e_j 为卫星高度角。

在分别获得测站 A, B 的时差值(即每个测站相对于 GNSST 等系统时的时差, 也即扣除了接收机硬件延迟偏差的测站钟差)之后, 作差求取两个测站的时差值, 即:

$$TO(A,B) = \frac{\sum_{j1=1}^{N_1} [w_{j1} \cdot TO(A) \Big|_{j1}]}{\sum_{j1=1}^{N_1} w_{j1}} - \frac{\sum_{j2=1}^{N_2} [w_{j2} \cdot TO(B) \Big|_{j2}]}{\sum_{j2=1}^{N_2} w_{j2}} \quad (3.2-8)$$

式中, 卫星 $j1, j2$ 分别为两个测站观测到的卫星编号, N_1, N_2 分别测站 A, B 观测到卫星个数, w_{j1}, w_{j2} 为每颗卫星的权阵。

3.2.3 基于参数估计的伪距时差测量

以上时差测量数据中, 直接采用模型扣除对流层误差的影响, 并通过线性拟合的方法获取时差。由于模型精度的限制, 一般不采用低高度角卫星的观测值。对流层参数在定位中一般作为参数进行估计, 时差测量数据处理中也可采用该原

理，固定站坐标进行站钟和对流层参数的计算。

采样以上平滑后的观测数据，观测方程写为：

$$P = \rho - c \cdot \delta t_i + T + \varepsilon \quad (3.2-9)$$

式中待估参数仅含测站钟差和对流层，由第二章介绍，对流层延迟可表示为：

$$z(e) = z_h \times \text{mf}_h(e) + z_w \times \text{mf}_w(e) \quad (3.2-10)$$

固定干延迟项，仅对湿延迟进行估计，从而参数估计偏导数为：

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial \delta t_i} &= -c \\ \frac{\partial P}{\partial T} &= \text{mf}_w(e) \end{aligned} \quad (3.2-11)$$

其中测站钟差每个历元进行估计，而对流层延迟则一般采用分段线性或者分段常数模型进行估计。

得到的测站钟差 δt_i ，在扣除接收机硬件延迟偏差 DL 后即为时差测量值。

$$TO = \delta t_i - DL \quad (3.2-12)$$

在分别获得两个测站 A，B 的时差值后，两个站的时差值为：

$$TO(A, B) = TO(A) - TO(B) \quad (3.2-13)$$

3.3 伪距时差测量算例

以下对不同伪距时差测量方法进行比较。首先搭建时差观测环境，时差测量系统构成主要包括 GNSS 接收机、数据处理软件与硬件设备。GNSS 接收机以原子时间实验室 SHAOT 的高精度时间信号为参考输入时标，接收 GPS/GLONASS 系统信号；接收机硬件时延在实验室里面经过精确标定。数据处理软件基于卫星共视以及卫星全视的方法实时计算原子时间实验室的时间 SHAOT 与 GPS/GLONASS 系统时间的偏差。观测时间为 2011 年 4 月 21 日至 2011 年 5 月 4 日共两周时间，结果讨论如下。

3.3.1 卫星共视算法

按照卫星共视算法，计算测站时钟与 GPS/GLONASS 系统时差。

(1) 与 GPST 的时差测量

由于每颗卫星过境的时间较短，并且采样率较大，若只输出一颗卫星的时差测量，则观测量太少，而且误差较大。而且每 13 分钟观测到的卫星不止一个，因此在采样卫星共视法获取时差时，将每 13 分钟所有卫星得到的时差值取平均。两周数据获取的 SHAOT 与 GPST 的时差值如下图 3-5 所示。图中上面的子图为时差观测值以及相应的拟合函数，可以看到时差值的变化具有缓慢变化的趋势；下面的子图为多项式拟合的残差，残差统计 RMS 为 1.39 纳秒。

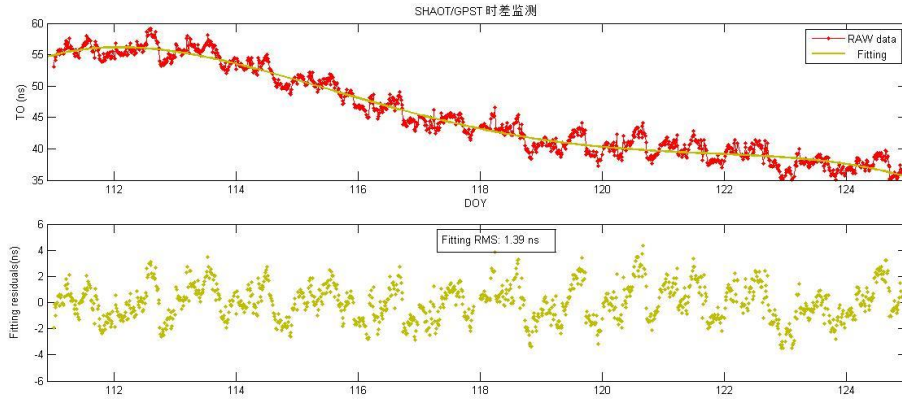


图 3-5 卫星共视法 SHAOT/GPST 的时差观测

(2)与 GLONASST 的时差测量

两周数据获取的 SHAOT 与 GLONASST 的时差值如下图 3-6 所示。从多项式拟合残差的子图可以得到，残差统计 RMS 为 4.6 纳秒。GLONASS 时差观测值精度比 GPS 时差观测精度稍低，这主要是受到 GLONASS 卫星星历精度以及 GLONASS 卫星存在频间偏差的影响。

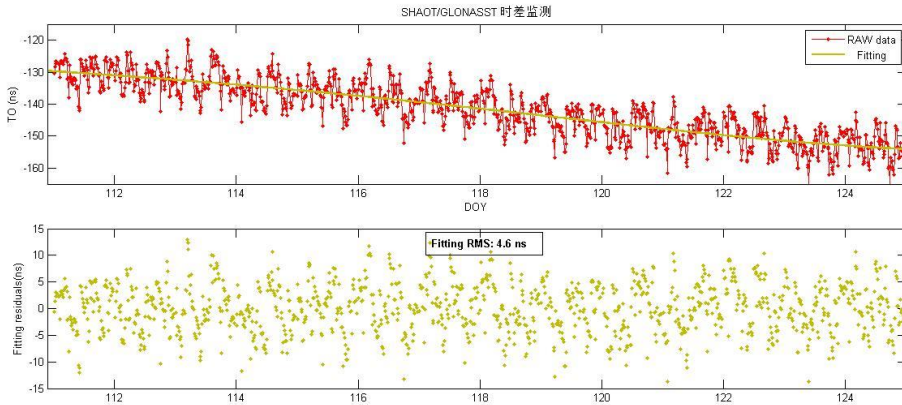


图 3-6 卫星共视法 SHAOT/GLONASST 的时差观测

3.3.2 卫星全视算法

按照卫星全视算法，计算测站时钟与 GPS/GLONASS 系统时差。

(1)与 GPST 的时差测量

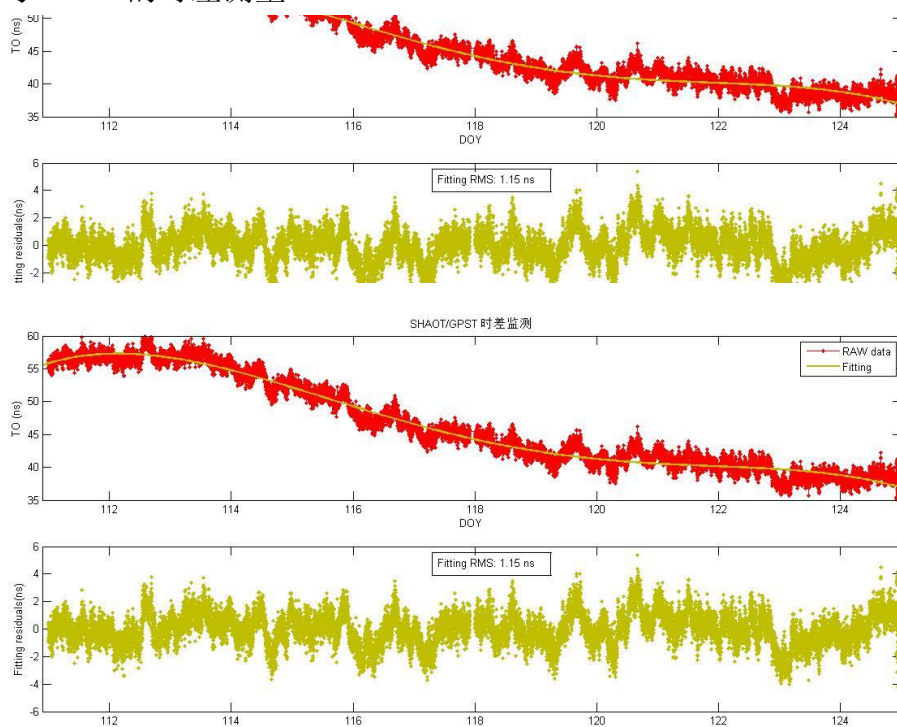


图 3-7 卫星全视法 SHAOT/GPST 的时差观测

(2)与 GLONASST 的时差测量

两周数据采样卫星共视法获取的 SHAOT 与 GLONASST 的时差值如下

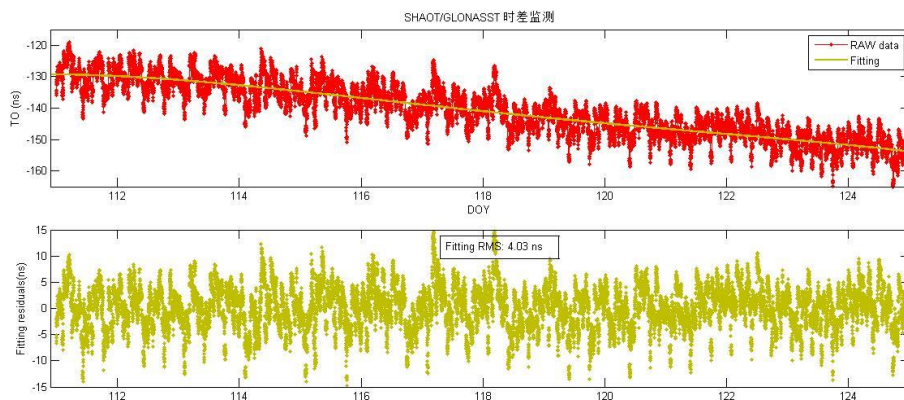


图 3-8 所示，图中的采样率为 15 秒。从多项式拟合残差的子图可以看到，残差统计 RMS 为 4.03 纳秒，相比多卫星平均的共视算法，精度有所提高。

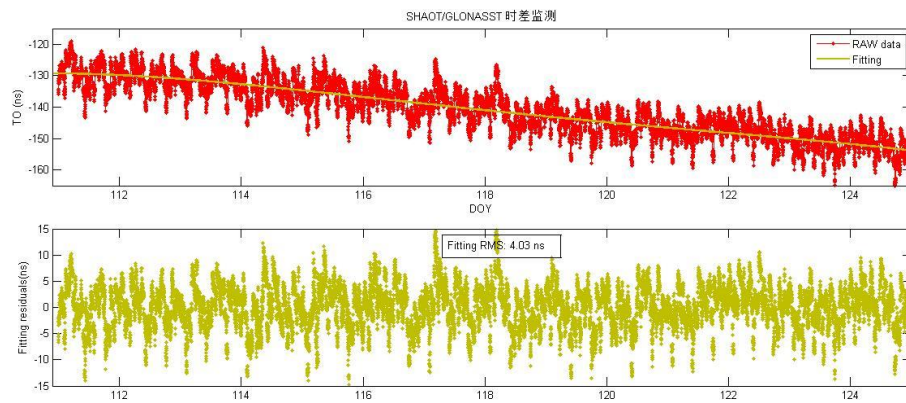


图 3-8 卫星全视法 SHAOT/GLONASST 的时差观测

4 基于相位的时差测量

PPP 时差测量是一种事后时差获取的手段, PPP 时差测量需要利用 IGS 精密星历作为轨道和卫星钟差的输入, 对于引起时差测量的各项误差, 需要模型或者观测值线性组合进行来改正这些误差。对于不同的接收机来说, 一般分为单频 PPP 时差测量和双频 PPP 时差测量。双频 PPP 可以直接得到无电离层组合来消除电离层误差, 而在单频 PPP 中, 电离层误差则通过不同的模型以及参数估计进行改正。

4.1 单频 PPP 时差测量

单频 PPP 时差测量是指利用后处理精密轨道和精密钟差文件以及单频非差观测值, 采用严密的绝对定位模型进行单点精密定位定时的方法。

4.1.1 单频 PPP 时差测量的函数模型

单频 PPP 的观测方程可表示为 (Kongzhe Chen,2005):

$$\begin{aligned} P_1 &= \rho_r^s - c \cdot \delta t_i + T + I + \varepsilon(P_1) \\ L_1 &= \rho_r^s - c \cdot \delta t_i + T - I + \lambda_1 \cdot N_1 + \varepsilon(L_1) \end{aligned} \quad (4.1-1)$$

其中:

P_1 为单频伪距观测值; L_1 为单频载波相位观测值; ρ_r^s 为卫星至测站间的几何距离; c 为光速; δt_i 为接收机钟差; I 为电离层延迟; T 为对流层延迟; λ_1 为载波波长; N_1 为整周模糊度; $\varepsilon(P_1)$ 与 $\varepsilon(L_1)$ 为观测噪声。

在实际处理中, 卫星位置可采用 8~10 阶拉格朗日多项式对卫星精密星历插值法给出, 卫星钟差则采低阶拉格朗日多项式插值法给出; 相位中心改正、相对论效应, 电离层延迟、地球自转改正以及对流层延迟改正等可事先采用模型改正。对流层的残余部分可加入参数估计; 单频 PPP 的硬件延迟可采用外部提供的产品进行改正。对于时差测量, 三维坐标参数可固定为精密确定值。参数估计部分包括接收机钟差, 载波相位整周模糊度以及天顶方向对流层延迟残余部分。

4.1.2 单频 PPP 时差测量的随机模型

单频 PPP 的随机模型主要包括两个部分: 观测值的随机模型和待估参数的随机模型。通过研究观测量的方差-协方差矩阵给出的统计特性。通常观测值中

的伪距和载波相位观测值的初始方差之比定为 100:1，并且在具体平差过程中考虑到卫星信号噪声的影响，对每颗卫星的观测量根据其卫星高度角的大小予以定权。

对于待估参数的随机模型，单频 PPP 中待估参数主要有三类，包括接收机钟差参数、整周模糊度参数以及天顶方向的对流层延迟参数。天顶方向对流层延迟参数的随机过程采用随机游走过程(Zumberge et al, 1998; Konba & Heroux, 2001)；接收机钟差参数通常可采用随机游走或者一阶高斯-马尔科夫过程(Axelrad & Brown, 1996)；对于整周模糊度参数，在没发生周跳的情况下，当做常数处理，在周跳发生后，模糊度参数需要重新初始化(张小红等, 2009)。

4.1.3 单频 PPP 时差测量的参数估计方案

单频 PPP 的处理过程是基于观测值的非差定位后处理方式，其特点是观测值量大，待估参数多，计算量大，所以要实现快速准确的估计出参数需要选择合适的参数估计方法。可采用序贯最小二乘方法进行处理，其一般流程如下：

对于连续观测的 GNSS 单频接收机数据 L ，假设其历元间相关性为零，对于前后两个历元的观测值数据分别记为 L_k 和 L_{k-1} ，相应的权阵为 P_k 和 P_{k-1} ，那么其误差方程可以表示为：

$$V_k = B_k \cdot \hat{X}_k - l_k \quad (4.1-2)$$

$$V_{k-1} = B_{k-1} \cdot \hat{X}_{k-1} - l_{k-1} \quad (4.1-3)$$

序贯偏差的估计准则为：

$$\Omega = V_k^T \cdot P_k \cdot V_k + (\hat{X}_k - \hat{X}_{k-1})^T \cdot P_{k-1} \cdot (\hat{X}_k - \hat{X}_{k-1}) = \min \quad (4.1-4)$$

可以推导出序贯平差的计算公式为：

$$\hat{X}_k = \hat{X}_{k-1} + J \cdot l_k \quad (4.1-5)$$

$$Q_{\hat{X}_k} = (I - J \cdot B_k) \cdot Q_{\hat{X}_{k-1}} \quad (4.1-6)$$

其中， J 为序贯平差的增益矩阵：

$$J = Q_{\hat{X}_{k-1}} \cdot B_k^T \cdot (P_k^{-1} + B_k \cdot Q_{\hat{X}_{k-1}} \cdot B_k^T)^{-1} \quad (4.1-7)$$

其中， \hat{X}_{k-1} 和 $Q_{\hat{X}_{k-1}}$ 是利用第一组观测数据计算出的未知参数的估计值和协方差矩阵。序贯解 \hat{X}_k 为其先验值 \hat{X}_{k-1} 与观测向量 L_k 的加权平均值。

以上就是序贯最小二乘平差的一般地推过程，从以上公式可以看出，序贯最小二乘方法具有不需要考虑参数的状态方程和状态参数的先验信息等特点，但不可避免的存在复杂的观测方程且要消耗大量的计算资源，一般可以考虑采用参数

预先消除的方法来减少法方程的维数且不损失历元信息来提高计算效率 (Brochmann,1996)。

4.1.4 单频 PPP 时差测量的关键技术

单频 PPP 技术的解算过程存在一定的复杂性,除考虑实现过程本身的流程控制的精确操作之外,在各种原始数据的筛选和处理过程中也要做到精益求精。总体上来说,要实现高效率的单频 PPP 方案,需要顾及到以下几个方面:

(1) 单频数据的预处理,主要是单频数据的周跳探测。双频无电离层组合 PPP 的周跳探测时,常采用 L1 载波和 L2 载波的 MW 宽巷组合加消电离层的窄巷组合来完美的探测周跳,而单频数据受限于相位观测值的单一性,无法采用类似的方法来完成周跳探测。同时在单频信号上,由于电离层延迟的影响巨大且无法独自消除,给单频周跳探测带来挑战。因此,研究单频数据的特质,获取稳健的周跳探测法案对单频 PPP 的实现的成败至关重要。

(2) 单频信号误差源的处理,单频信号中大部分误差都可以采用直接或间接的方法预先消除其对精密定位的影响,但其中最难以处理的是电离层延迟的影响,由于电离层时空变化的灵活性和不确定性,难以预先采用良好的模型来描述它,同时单频信号也无法通过双频相位组合的方式来消除它,如何正确的处理电离层延迟将是单频 PPP 成功的关键点。

4.2 电离层参数估计法单频 PPP 时差测量

通过上一节讨论可知,电离层延迟的模型改正法在实现单频精密定位中效果并不理想,电离层延迟模型的构建并不能高效率的诠释电离层的时空变化,修正效率并不理想。本节介绍了一种基于电离层参数估计的单频精密 PPP 时差测量方法。

4.2.1 电离层延迟参数估计法

电离层延迟参数估计法顾名思义就是要将电离层延迟作为待遇参数参与解算,如此合理的建立电离层延迟 I 的数学表达公式并确定电离层延迟的参数个数非常重要。

当采用一个参数估计电离层延迟时有:

$$I = F \cdot d_{ion}^{zenth} \quad (4.2-1)$$

其中, F 为映射函数, d_{ion}^{zenth} 为引进参数。这种表达方式只将电离层延迟映

射到天顶方向。

当采用两个参数估计电离层延迟时有：

$$I = F \cdot A \cdot d_{ion}^A + F \cdot E \cdot d_{ion}^E \quad (4.2-2)$$

其中，A 为测站卫星方位角；F 为电离层映射函数；E 为测站卫星高度角； d_{ion}^A 、 d_{ion}^E 为引进的参数。这种表达方法将电离层延迟分别映射到了卫星高度角和方位角两个方向上。

当采用三个参数估计电离层延迟时有（Lao-Sheng LIN, Cohen, 2001）：

$$I = (1 + \sin \varphi^*) J_1 + \cos \varphi^* \cos \lambda^* C_{11} + \cos \varphi^* \sin \lambda^* S_{11} \quad (4.2-3)$$

其中， φ^* 、 λ^* 分别为太阳共轭坐标系中足下点的经度和纬度； J_1 、 C_{11} 、 S_{11} 为引进的参数。这种表达方式将电离层延迟映射到了足下点的三维直角方向。

4.2.2 电离层延迟参数估计法的数学原理

电离层延迟参数估计法的思路就是讲电离层延迟作为待估参数加入整体解算，引进的参数个数与电离层延迟的具体表达形式有关，引入电离层延迟参数后，观测值对电离层模型参数的偏导数分别为：

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial d_{ion}^{zenith}} &= F; \frac{\partial P}{\partial d_{ion}^A} = F \cdot A; \frac{\partial P}{\partial d_{ion}^E} = F \cdot E \\ \frac{\partial P}{\partial J_1} &= 1 + \sin \varphi^*; \frac{\partial P}{\partial C_{11}} = \cos \varphi^* \cos \lambda^*; \frac{\partial P}{\partial S_{11}} = \cos \varphi^* \sin \lambda^* \end{aligned} \quad (4.2-4)$$

4.3 伪距/相位半和法单频 PPP 时差测量

半和法通过观测方程组合的方式消除其中的电离层延迟，但又不同双频组合，它是通过伪距与载波之间的数学运算实现单频 PPP 时差测量。

4.3.1 伪距/相位半和法时差测量的数学模型

测距码伪距观测值 P_1 和载波相位观测值 L_1 上受到的电离层延迟的影响大小相等、符号相反。可以将 P_1 与 L_1 的初试观测方程相加再取一半就得到了一个新的观测方程，为了确保新的组合能够正确求解出待估参数，还需联立原始的伪距观测方程来保证法方程不秩亏。伪距/相位半和法的观测方程如下：

$$\frac{L_1 + P_1}{2} = \rho_r^s - c \cdot \delta t_i + T + \frac{\lambda_1 \cdot N_1}{2} + \frac{\varepsilon(L_1) + \varepsilon(P_1)}{2} \quad (4.3-1)$$

$$P_1 = \rho_r^s - c \cdot \delta t_i + T + I + \varepsilon(P_1) \quad (4.3-2)$$

上式中所有符号的表示意义与上文一致。经过以上的组合后，实现了在单频观测值中消除了电离层延迟的影响，同时将伪距观测值的噪声降低了一半。

4.3.2 伪距/相位半和法时差测量的关键技术

(1) 半和法的数据预处理流程以及主要误差源的改正策略与本文提到的方法保持一致，其中针对电离层延迟，相位观测方程是采用半和法公式组合来消除，对联立的伪距观测方程可采用格网电离层改正模型来修正。

(2) 定权，经过上述组合，两类观测方程不再保持相互独立，在建立观测方程的随机模型时，要加以考虑；同时由于相位观测方程引入伪距噪声，两类观测方程的先验精度发生了改变，在给观测值定权时也得加以考虑。同时为了抑制伪距观测值对定位的影响可适当放低伪距观测方程的权重。

4.4 双频 PPP 时差测量

双频 PPP 的观测方程与单频类似，与单频相比可进行无电离层组合。GNSS 卫星无电离层组合 PPP 观测方程可表示为：

$$P_3^G = \rho_r^S - c \cdot \delta t_i^G + T + \varepsilon(P_3^G) \quad (4.4-1)$$

$$L_3^G = \rho_r^S - c \cdot \delta t_i^G + T + \lambda \cdot N + \varepsilon(L_3^G) \quad (4.4-2)$$

GLONASS 卫星无电离层组合 PPP 观测方程可表示为：

$$P_3^R = \rho_r^S - c \cdot \delta t_i^R + T + \varepsilon(P_3^R) \quad (4.4-1)$$

$$L_3^R = \rho_r^S - c \cdot \delta t_i^R + T + \lambda \cdot N + \varepsilon(L_3^R) \quad (4.4-2)$$

以上观测方程不含电离层延迟。

4.5 网解时差监测方法

网解时差监测方法是一种实时获取钟差的方法，该方法通过实时获取 IGS 轨道信息，实时估计卫星钟差实时卫星精密轨道可以从 IGS 超快速 (Ultra-PRD, IGU) 轨道获得，IGU 轨道每 6 小时进行更新，其预报轨道的径向精度已经与 IGS 最终轨道精度相当^[20]，基于 IGU 预报轨道，实时卫星钟差可以通过全球或区域的参考站网络进行估计，然而随着观测站数目的增加估计参数也随着增加。利用历元间差分可消去模糊度参数，这对于实时精密钟差的快速估计以及实时网解时差监测具有重要意义。

4.5.1 卫星钟差的估计

在实时时差监测中，由于非差模型参数很多，数据量很大，是普通计算机比较难以完成的任务，因而在求取实时钟差时，首先进行历元间差分从而消去模糊度^[21]。

GNSS 观测值两种最基本的观测值为伪距和载波相位观测值，其相应的非差观测方程为：

$$P_i = \rho + c\delta - c\delta^j + d_{trop} + d_{iono} / f_i^2 + \varepsilon_p (i=1,2) \quad (4.5-1)$$

$$L_i = \lambda_i \varphi_i = \rho + c\delta - c\delta^j + d_{trop} - d_{iono} / f_i^2 + \lambda_i N_i + \varepsilon_i \quad (4.5-2)$$

式中， P_i 为伪距观测值， L_i 为换算为距离的载波相位观测值， φ_i 为相位观测值， λ_i 为波长， ρ 代表接收机至卫星发射时刻的几何距离， c 为光速， δ 为接收机钟差， δ^j 为卫星钟差， d_{trop} 为对流层延迟影响， d_{iono} 为与频率相关的电离层延迟影响， N_i 是整周模糊度， ε_p 、 ε_L 为伪距和载波相位的多路径、观测噪声等未模型化的影响。

为了消去电离层一阶影响，将伪距和载波相位非差观测方程（4.5-1）和（4.5-2）分别做 PC、LC 无电离层线性组合：

$$PC = \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} P_1 - \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} P_2 = \rho + c\delta - c\delta^j + d_{trop} + \varepsilon_{pc} \quad (4.5-3)$$

$$LC = \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} L_1 - \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} L_2 = \rho + c\delta - c\delta^j + d_{trop} + \lambda_{lc} N_{lc} + \varepsilon_{lc} \quad (4.5-4)$$

式中 N_{lc} 为无电离层线性组合的模糊度，非整数， λ_{lc} 为波长。

实时网解时差监测使用实时下载的轨道数据，从 IGS 超快速 (Ultra-PRD, IGU) 轨道获得，并将钟差实时估计，求解测站钟差从而获取时差。为了求解卫星的实时钟差，通常选取某颗卫星的钟差作为基准，一般采用无电离层模型的非差模型，对于相位如式（4.5-5）所示，转化为如下所示，有：

$$L_3^j = \rho^j + c\delta - c\delta^j + \frac{1}{f_1^2 - f_2^2} (f_1^2 \lambda_1 n_1^j - f_2^2 \lambda_2 n_2^j) + d_{trop} + \varepsilon(\Phi_{IF}) \quad (4.5-5)$$

式(4.5-5)中， L_3^j 代表接收机对第 j 颗 GNSS 卫星的无电离层相位观测值； f_1, f_2 分别为相位观测值 L_1, L_2 的频率； δ, δ^j 分别为接收机以及 GNSS 卫星的钟差； λ_1, λ_2 为波长； n_1^j, n_2^j 为对第 j 颗 GNSS 卫

星 L_1, L_2 观测的模糊度； d_{trop} 为对流层延迟； $\varepsilon(\Phi_{IF})$ 为其他误差项，包括潮汐改正、相位缠绕等以及未被模型化的误差。对同一观测站，在没有周跳发生的情况下，相邻历元相减可以得到：

$$\Delta L^j = \rho^j + c \cdot \Delta \delta - c \cdot \Delta \delta^j + \Delta L \quad (4.5-6)$$

式 (4.5-6) 中， ΔL_3^j 为历元间观测值的差值， $\Delta \delta$ ， $\Delta \delta^j$ 分别为历元间接收机、GNSS 卫星的钟差之差； ΔL 为历元间误差项之差，包括对流层延迟以及未被模型化且难以差分的误差。从公式 (4.5-6) 可以看出，当固定位置参数时，所剩余参数为历元间卫星、接收机钟差之差。GNSS 系统中，卫星钟、接收机钟主要用于记录信号的发射和接收时刻以及卫星信号传播延迟时间的量测。记录信号发射和接收时刻时，用于标定相应时刻的卫星和接收机位置，要求的绝对精度与卫星、接收机的速度有关；在作用于信号延迟时间量测时，只要求计算钟之间的相对精度。由于 GNSS 观测值是基于两个钟的相对关系来确定的，因此不能同时求解所有的卫星钟和接收机钟，通常选择一个基准钟来求解其他钟相对于基准钟的钟差，即就是相对钟差。当选择卫星 i 为基准钟时，式 (4.5-6) 可以写为：

$$\Delta L_3^{j,i} = \rho^{j,i} - c \cdot \Delta \delta^{j,i} + \Delta L^{j,i} \quad (4.5-7)$$

式 (4.5-7) 中， $\Delta L_3^{j,i}$ 表示基准卫星 i 历元间观测值的差值与卫星 j 历元间观测值差值之差， $\Delta \delta^{j,i}$ 表示相对于基准卫星历元间 GNSS 卫星的钟差之差； $\Delta L^{j,i}$ 表示相对于基准卫星历元间误差项之差，包括对流层延迟以及未被模型化且难以差分的误差。这样求解得到的参数为相对钟差的历元间差值，然后通过历元间差值的和可以计算得到相应历元相对于参考历元的相对钟差之差。在单点以及其他定位中，参考历元相对钟差的绝对值完全可以被模糊度吸收，从而可以认为绝对相对钟差与相对钟差差值在定位解算中是等价的。

4.5.2 轨道、钟差精度讨论

网解时差监测需要实现两个前提，即实时卫星轨道和卫星钟差的获取，关于轨道、钟差的获取及精度作以下讨论。

采用非差消参数的方法，随着测站个数的增多以及 GLONASS 等系统的引入，解算的耗时会不断增加。取数据采样间隔为 5min，100 个站 GPS 数据处理一次迭代只需约 2min，整个数据处理只需要 20min 左右；而 300 各站 GPS 数据处理

一次迭代需呀 40min 以上，整个数据处理则需要 10h 以上；对于多系统综合数据处理，100 站的 GPS/GLONASS 综合数据处理一次迭代的时间约为 10min 左右，约为 GPS 单系统数据处理的 5 倍。采用非差消参数的结算方法，数据处理的耗时主要在消参数的过程。由于需要在每个历元进行参数消去，这涉及到较大的矩阵的求逆以及大矩阵的相乘。测站个数的增多以及多系统的加入，在每个历元需要消去的参数也将大大增加，并且整个矩阵的维数也大大增加，从而数据处理的耗时也快速增加。

消参数的过程需要在每个历元进行，因此解算的耗时与历元个数呈线性关系，历元个数的减少能够有效减少数据处理的时间。对于卫星轨道根数、测站坐标、地球自转参数、系统偏差等参数而言，由于其定义为单天常数，受历元个数的影响相对较少。而对于钟差、对流层延迟等参数，历元个数的减少可能会影响参数的解算。

上海天文台的高精度测地分析系统 iGPOS(integrated geodetic platform of SHAO),其基于传统的最小二乘估计，采用非差的解算方式，基于最新的 IERS 规范。估计的参数包括卫星轨道根数（每颗卫星每天 15 个参数）、测站坐标（每个站 3 个参数）、地球自转参数（每天 3 个参数）、钟差参数（每颗卫星、每个测站、每个历元 1 个参数）、对流层参数（每个测站每 h 一个 ZTD 参数，每个测站每天 2 个梯度参数）以及模糊度等参数。在得到以上精密产品之后，采用钟差加密的算法，将精密钟差加密到 30s。上海天文台全球 GNSS 数据分析中心（SHA）提供的产品精度与 IGS 各个分析中心产品精度相当：当 IGS 及其分析中心相比，SHA 的 GPS 轨道精度为 1.5cm，GLONASS 轨道精度为 3.2cm；GPS 钟差精度为 40ps，GLONASS 钟差精度为 100ps^[22]。

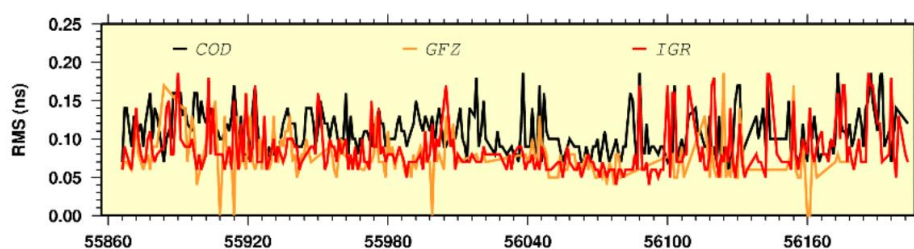


图 4-1 钟差的比较

图 4-1 列出了截至 2012 年 10 月，基于陆态网络+全球 GPS 网络的 GPS 钟差与 COD、GFZ 以及 IGR 提供的高精度钟差比较的情况。GPS 卫星钟差的精度（RMS）都好于 0.2ns，RMS 包含了不同钟差产品系统差。扣除该系统差，标准偏差（STD）好于 0.1ns。

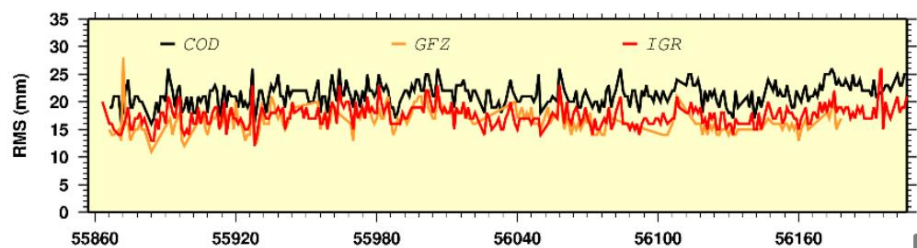


图 4-2 GPS 精密轨道与 IGS 精密轨道的比较

图 4-2 列出了截至 2012 年 10 月，基于陆态网络+全球 GPS 网络的 GPS 轨道与 COD、GFZ 以及 IGR 提供的高精度轨道比较的情况。可以看到 SHA 提供的轨道与 IGR 以及 GFZ 的轨道更为接近，精度（RMS）约为 18mm。

5 数据结果与分析

5.1 实验设计介绍

为了研究 GNSS 信号法时差监测技术,如图 5-1 所示,实验设计了五个测站 A、B、C、D 和 E, 以及一个基准测站, 该基准站作为网解技术的基准。其中 A、B、C、D 站距离较近, E 站距离大约为 2000km; 以上 5 个测站除 C 站外均外接氢原子钟, 其中 A、B 站外接至同一台氢原子钟。实验测量了 2015 年第 228 和第 229 年积日的的数据, 并分别使用事后 PPP 和网解技术获取测站钟差, 以 A 站作为基准, 求取其他测站相对于 A 站的时差。对于 A 与 B 站的时差, 由于扣除了时差测量的系统差, 所以能够评定 GNSS 时差测量的精度。

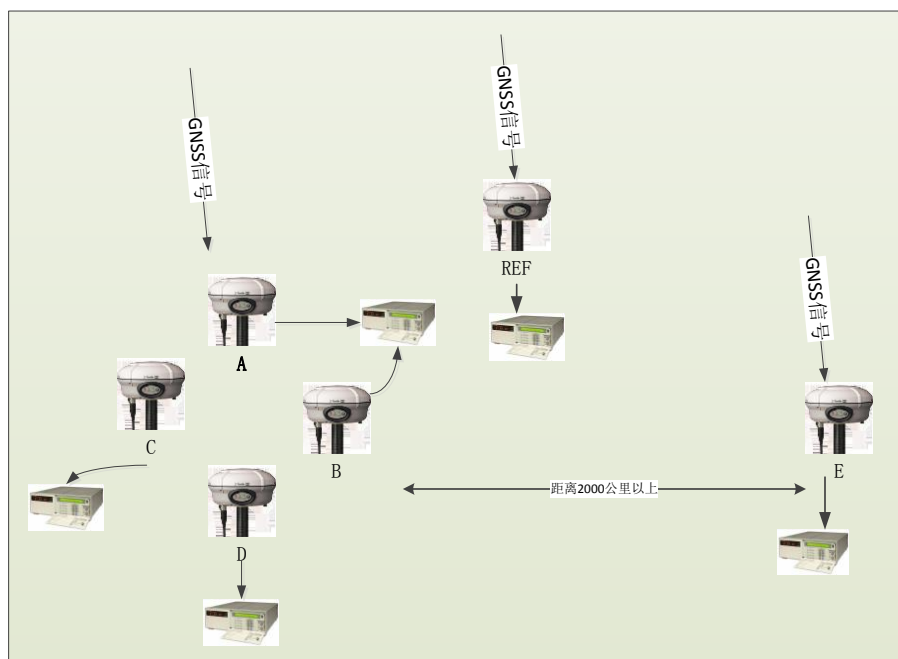


图 5-1 实验设计图

5.2 PPP、网解时差监测结果比较

PPP 时差监测法是目前研究最多且技术最为成熟的一种时差监测方法, 因此, 本实验将 PPP 时差监测方法作为其他两种时差监测的对比和参考手段。

如图 5-2 所示, 给出了 PPP 时差监测方法分别得到的各测站的钟差。为了方便数据比对, 首先将测站钟差进行了去一次项的处理。

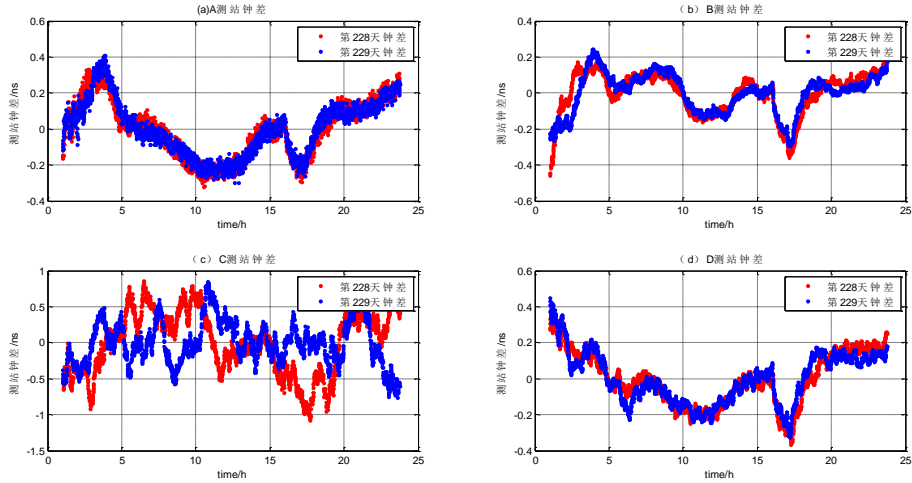


图 5-2 PPP 时差监测法测站钟差图

若将测站坐标固定，将测站坐标作为已知值输入，则其测站钟差的结果如图 5-3 所示，对比 PPP 固定与 PPP 时差监测法，则两者计算结果并无明显差别。且去一次项的钟差趋势一致。

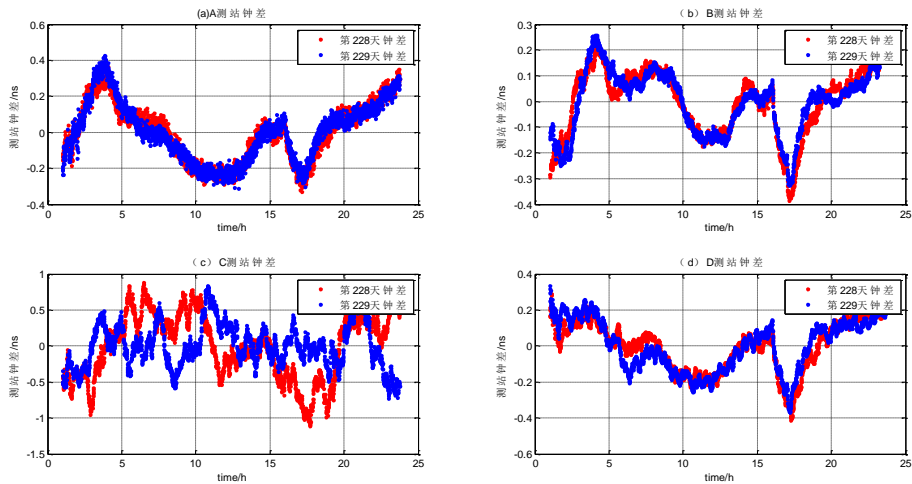


图 5-3 PPP 固定时差监测法测站钟差图

利用实时网解技术获取测站钟差，同样都去一次项，则其结果如图 5-4 所示。

分析三种方法得到的测站钟差图，可见，解算两天的吻合度较好，且三种方法解算的钟差差异不大。由于 C 站未连接氢原子钟，其本身噪声较大，其他三个测站的钟差值均表现出较小的噪声。从表 5-1 可以看到，对于外接原子钟的测站，三种方法的测站钟差精度都在 0.2 ns 以内，平均为 0.16 ns。对于 A 与 B 站的时差，其频率差异为 -1.28×10^{-15} ，由于 A，B 外接了相同的时频信号，因此该频率的差异主要反映了接收机的噪声及性能。而 C 站三种技术求得的测

站钟差 RMS 均大于 0.3 ns，由于未接时频信号，其时差噪声较大。

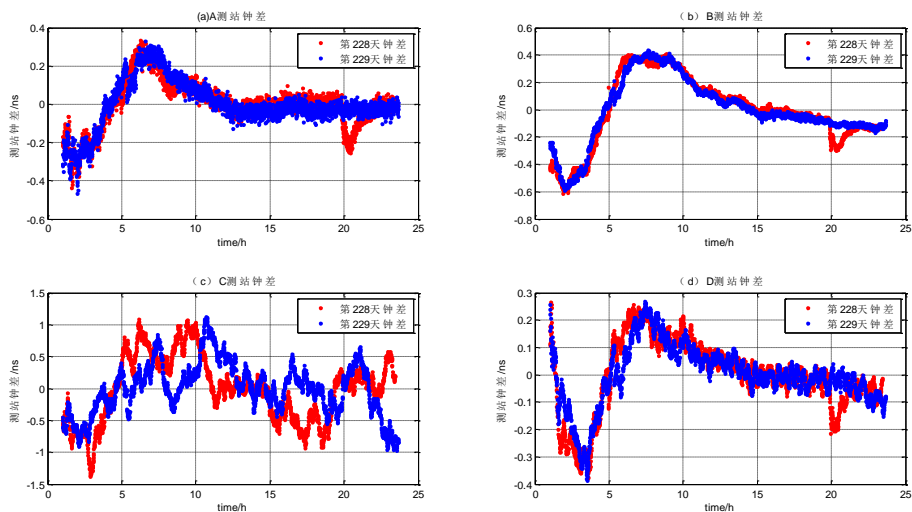


图 5-4 网解时差监测法测站钟差图

统计三种时差测量方法的 RMS 值，如下表 5-1 所示：

表 5-1 三种时差监测法 RMS 值统计比较 单位：ns

测站 方法	A	B	D	均值
PPP	0.16	0.11	0.15	0.14
PPP 固定	0.16	0.13	0.14	0.14
实时网解	0.13	0.24	0.12	0.16

以 A 测站作为基准，并求取其他测站相当与 A 测站的钟差。利用 PPP 方法获取的时差结果如图 5-5 所示。

将网解方法与事后 PPP 方法获取的时差测量值做比较，如下图 5-8 所示。图中看到，网解结果与 PPP 结果吻合较好，其差异的 RMS 为 0.04 ns。PPP 处理中对于坐标已知的测站可以进行坐标的固定，将其与常规 PPP 的结果进行比较，图 5-9 列出了不同测站这两种方法的差异，其结果基本吻合，差值的 RMS 约为 0.04 ns。因此，是否固定测站坐标对解算结果影响不大。

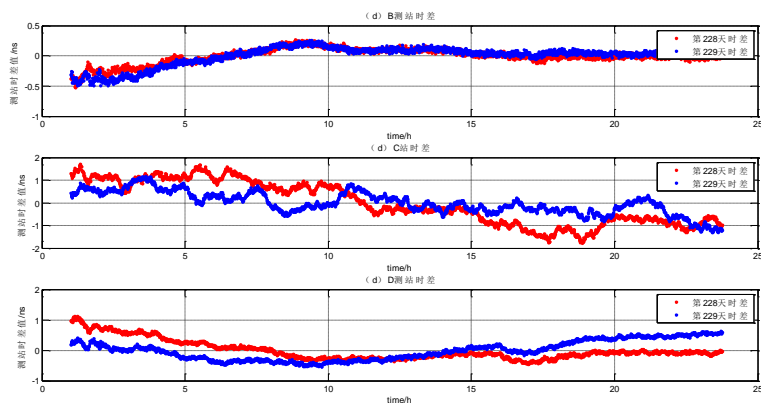


图 5-5 PPP 时差监测法测站时差序列

而 PPP 固定法求得的测站时差结果如图 5-6 所示：

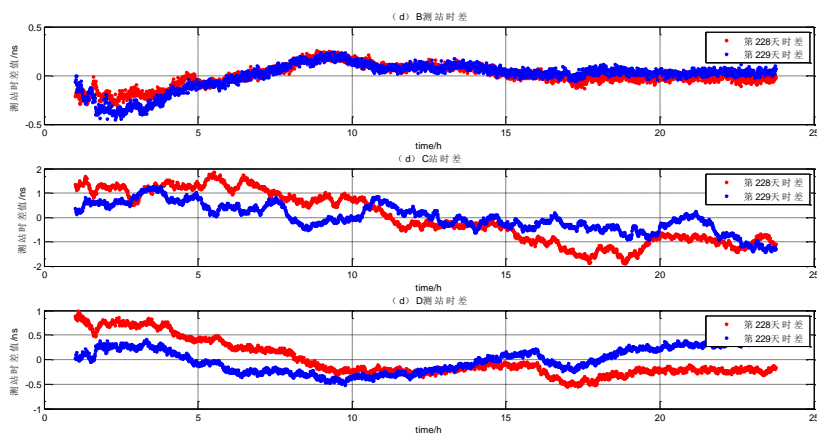


图 5-6 PPP 固定时差监测法时差序列

利用实时时差监测法得到的时差监测结果如图 5-7 所示：

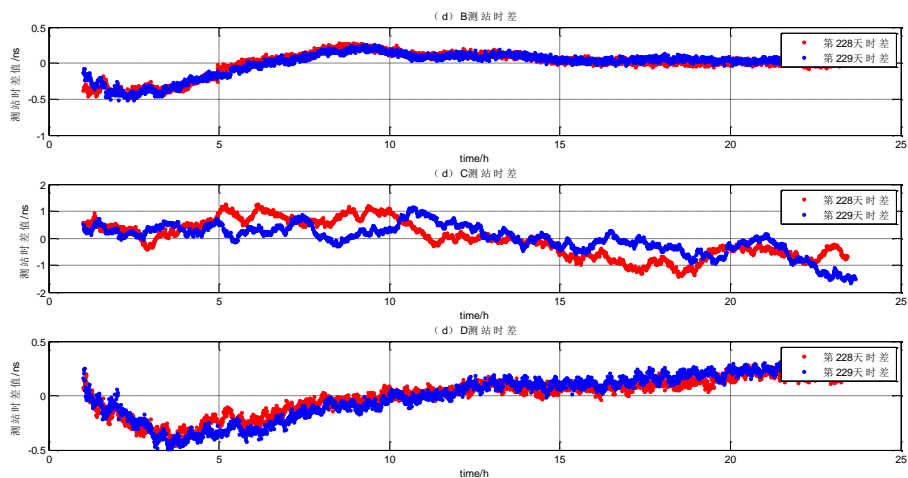


图 5-7 实时时差监测法时差序列

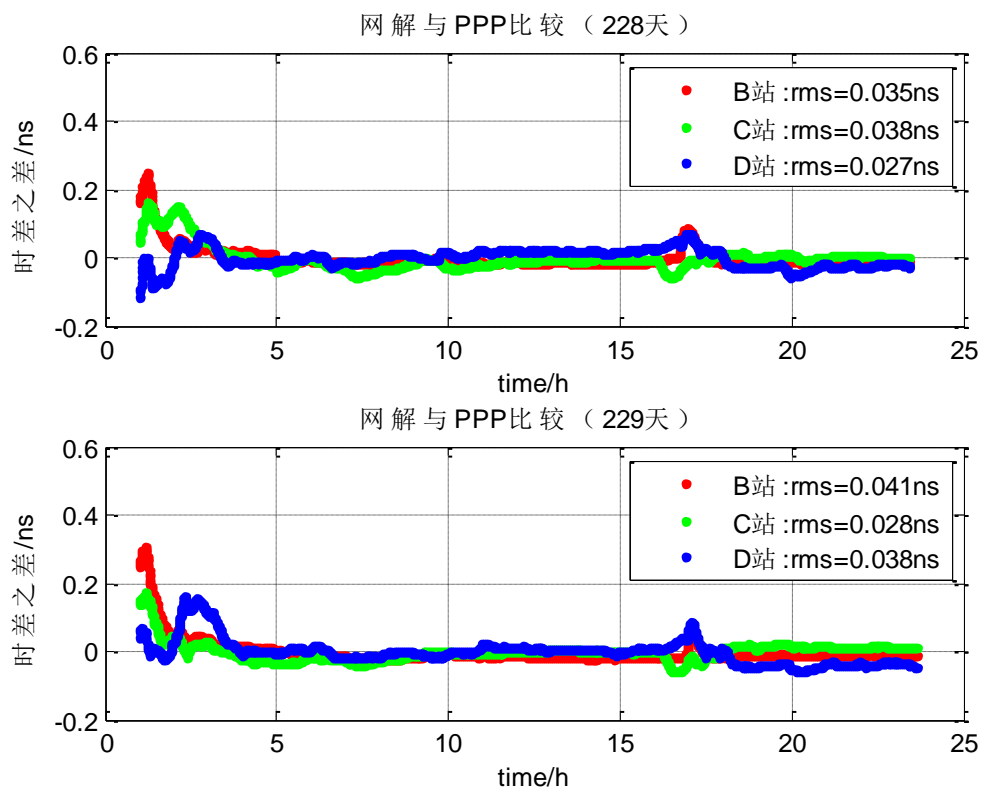


图 5-8 网解时差监测与 PPP 时差监测的比较

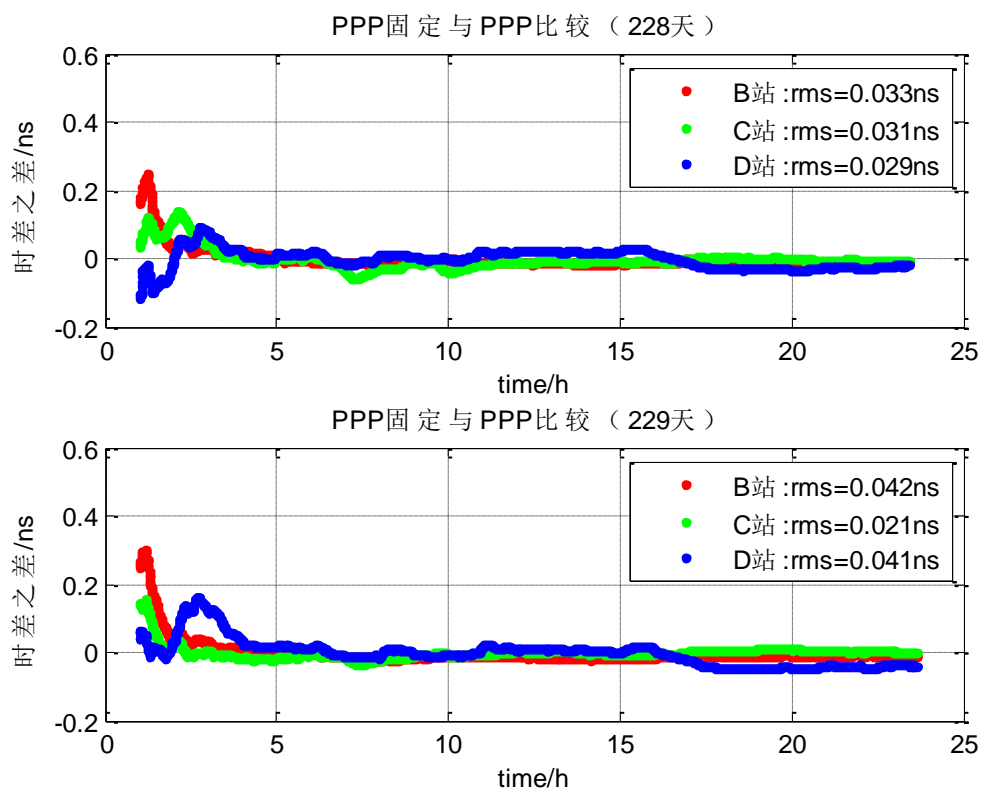


图 5-9 PPP 固定时差监测与 PPP 时差监测的比较

网解方法把卫星钟差与测站钟差一起作为参数估计，可实现长距离实时的时差观测。图 5-10 比较了距离达 2000 公里的 E 站与 A 站的实时时差测量值与 PPP 事后处理的结果。两者结果基本吻合，且两天的结果一致，差值的 RMS 均值为 0.14 ns。因此可以认为，对于长距离的测站，实时网解可与事后 PPP 解算精度一致。

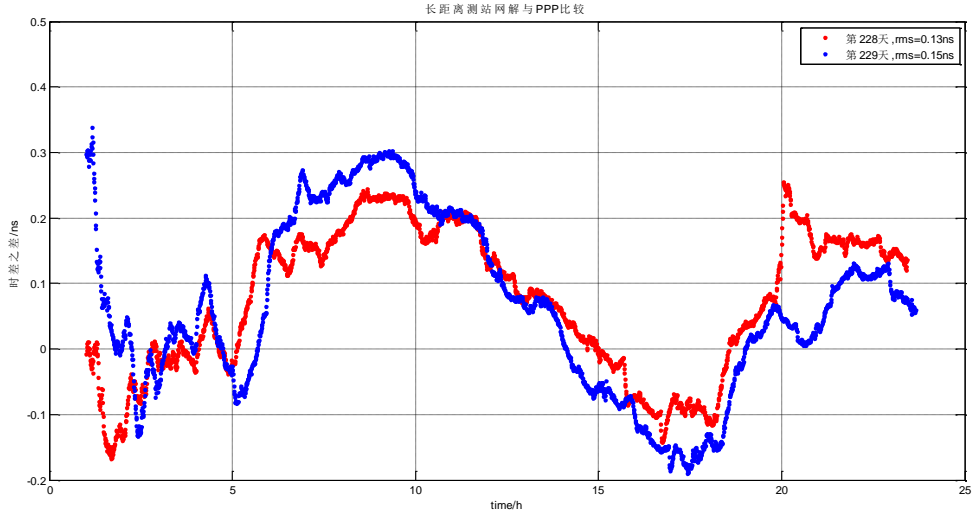


图 5-10 长距离实时网解与 PPP 事后处理时差结果的比较

5.3 时差频率稳定度评定

5.3.1 Allan 方差的介绍

Allan 方差由 Allan 在 19 世纪 60 年代提出，是一种基于时域的噪声分析标准工具，最早用于研究精密振荡器的频率稳定性。它不仅可以准确识别噪声类型，还能精确确定噪声的特性参数，广泛应用于各种噪声分析，如随机游走（RW）、白噪声（WN）、闪烁噪声（FN）和高斯—马尔科夫过程（GM）等研究。Allan 方差反映了相邻两个采样段内平均频率差的起伏，它的最大优点在于对各类噪声的幂律谱项都是收敛的。计算 Allan 方差前先对长度为 N ，采样间隔为 τ_0 的序列按平均因子 m （即每组包含 m 个数据）分组，求取每组序列的平均值 $Y_i(T)$ ，其中 $T = m\tau_0$ 。Allan 方差分组有两种方式：标准分组和交叠式分组。从图 1 中可以看出，标准分组每个数据只使用一次，当 T 较长时， N/m 较小，估计误差较大，而交叠式分组扩展了数据集的自由度，重复多次使用了其中的数据项，相比于标准分组，稳定性更高，估计精度更好。

交叠式平均值 $Y_i(T)$ 的表达式如下：

$$Y_i(T)_{T=m\tau_0} = \frac{1}{m} \sum_{n=i}^{i+m-1} y_i \quad 1 \leq i \leq N - 2m + 1 \quad (5.3-1)$$

相应的交叠式 Allan 方差 $\sigma^2(T)$ 为:

$$\sigma^2(T) = \frac{1}{2(N-2m+1)} \sum_{k=1}^{N-2m+1} [Y_{k+m}(T) - Y_k(T)]^2 \quad (5.3-2)$$

不同性质的噪声具有不同的 Allan 方差，其双对数曲线具有不同的斜率，如图所示。

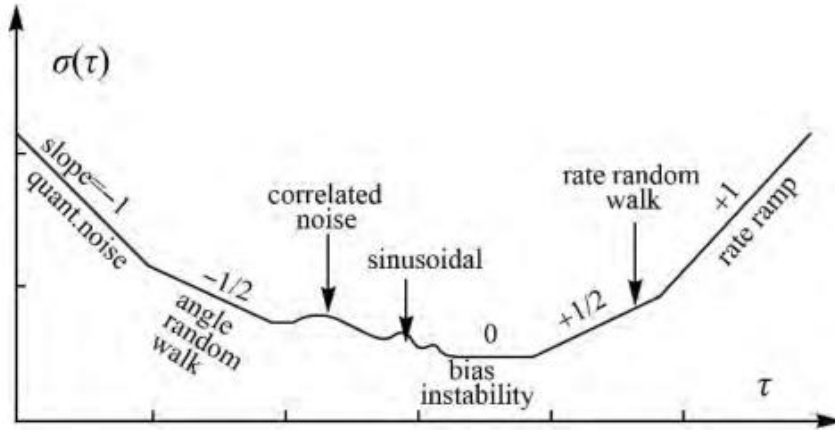


图 5-11 随机噪声 Allan 方差图

使用 Allan 方差分析，一般先利用式 (5.3-2) 计算噪声序列的 Allan 方差，然后利用对数变换提取相关时间 T 的斜率，并得到如图 5-11 所示的双对数图，根据斜率识别出对应的噪声类别，然后根据特征点提取相关参数。

通常在原子时授时算法中，Allan 方差是用来估计某一台钟的频率稳定度。因而，若某一台钟作为基准得到的钟差值，通常可以利用 Allan 方差值来评定该结果。Allan 方差是频率稳定度的时域表示，它用来计算两个时间尺度之间频差的均方根值 (RMS, root-mean-square)。

5.3.2 时差结果分析

为了评定时差结果的频率稳定度，将第 228 天和第 229 天的时差利用 Allan 方差分析并分别绘图，如图 5-12 和图 5-13 所示，由图分析可知，两天的数据结果在 10000s 左右的频率稳定度均为 $1 \times 10^{-13} \sim 1.5 \times 10^{-13}$ 左右。由于 C 站钟并未外接原子钟，因而 C 站钟本身其数据质量较差，因而其时差分析只暂列结果，并未做深入分析。

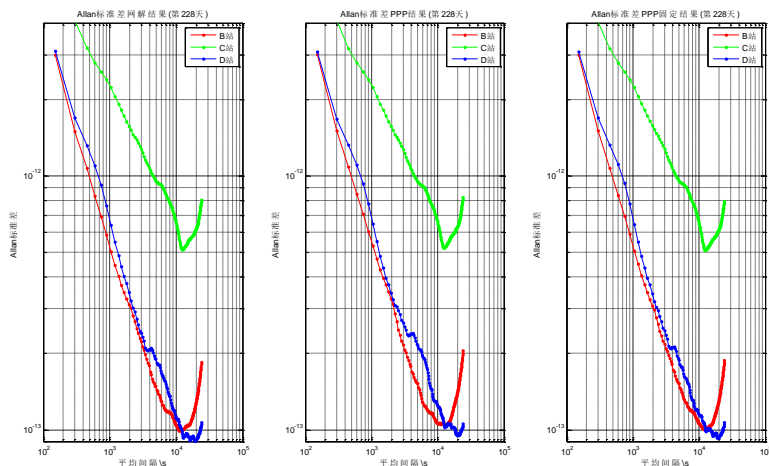


图 5-12 第 228 天时差频率稳定度分析图

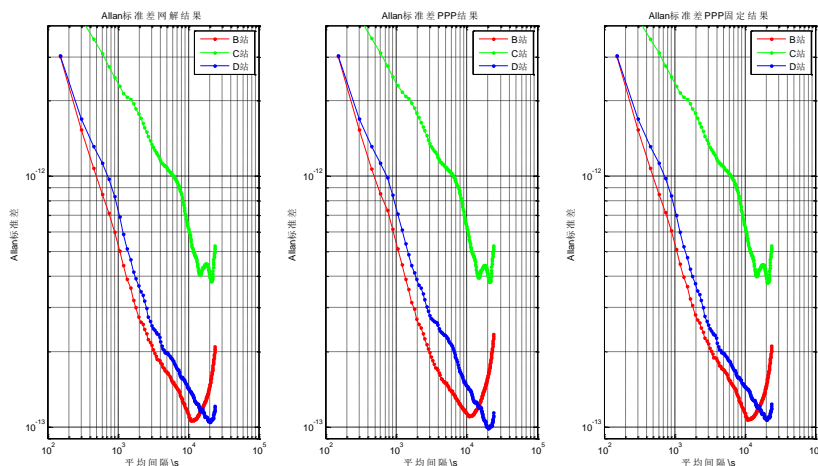


图 5-13 第 229 天时差频率稳定度分析图

针对以上关于三种时差监测方法的研究和验证，做出以下结论：

- (1) PPP、PPP 固定和实时网解时差监测的结果均能够达到优于 0.2 ns 的精度，频率万秒的稳定度为 $1 \times 10^{-13} \sim 1.5 \times 10^{-13}$ 。
- (2) 实时网解与 PPP 事后处理时差监测的精度相当，都好于 0.2 ns。对于距离达 2000 公里的实时网解时差测量精度与 PPP 差异为 0.14 ns。
- (3) 采用 PPP 方法，是否固定站坐标造成时差监测结果差异的 RMS 为 0.04 ns。

6 总结与展望

6.1 总结

随着近几年来 GNSS 的完善,中国自主设计和研究的北斗系统的建立,GNSS 应用的各个方面也成为近几年来的研究热点。相对于 TWSTFT 技术来说,GNSS 信号法时差监测节约经济成本,其具有操作性。传统的时差监测方法主要有卫星双向时间频率传递法(TWSTFT)和卫星共视方法等方法,其中 TWSTFT 利用专用的时间同步链路,系统复杂且经济成本较高,卫星共视方法是基于对 GNSS 卫星的伪距观测值,其精度较差。结合 GNSS 数据处理技术的发展,近年来基于导航系统空间信号的时差监测技术得到了较快发展,提高了时差监测的实时性及监测精度。空间信号法时差监测主要有两种方法:单站精密单点定位(PPP)技术以及多站网解技术。单站精密单点定位技术在求取测站坐标的同时求取测站钟差参数;其要求固定卫星轨道和钟差,因此高精度的 PPP 时差测量一般采用后处理的方式。多站网解技术固定了参考站的坐标以及钟差参数,求解其他站的相对钟差,同时卫星钟差也作为参数进行求解;网解技术中卫星轨道误差对网解数据处理影响较小,并且其影响最大的径向部分会被卫星钟差参数吸收,因此网解技术能够实现高精度的实时时差监测。

结合事后 PPP 和 PPP 固定法时差监测结果来看,时差监测的结果均能够达到 0.2ns 以内的精度其频率万秒的稳定度为 $1 \times 10^{-13} \sim 1.5 \times 10^{-13}$,并且,是否固定测站坐标对于时差监测的结果影响较小,其差异为 0.04ns。在实时时差监测技术上,GNSS 实时网解技术更具有优势和可操作性,从本文的研究结果来看,实时时差监测手段具有与事后 PPP 的相当的精度,并且在长距离时差监测中,实时时差监测的结果基本与事后 PPP 技术的结果一致,因而这种技术使用与长距离时差监测技术。

6.2 展望

根据本文主要研究的 GNSS 时差监测方法理论以及为了验证该两种方法对此展开的实验验证,由此验证和分析 GNSS 时差监测的可行性和精度。在此过程中发现以下不足计划可以加以改正:

(1)可以通过修正尚未完全考虑的误差来改善 PPP 时差的监测精度,例如,接收机外部时延值的测量等;

(2)对于网解时差监测来说,可以研究更多的关于快速固定模糊度的算法;

(3) 在实验设计中, 对于长距离测站, 由于条件受限, 因而只设置了一个测站的数据, 实际观测时间也只设置了两天的, 若能够有连续观测 7 天以上或者更长时间的时差测量值则更能反应时差监测的可靠性; 另外, 本实验的最后时差监测结果并没有与其他的观测手段作对比, 各种时差结果只与 PPP 时差监测进行对比, 若加入 TWSTFT 观测手段结果对比, 则更能够验证实时时差监测的可靠性。

作者简介及在学期间发表的学术论文与研究成果

作者简介：（一般应包含教育经历和工作经历）

章洁君，女，1991年9月1日出生于安徽省太湖县

2009年9月——2013年6月，在武汉大学测绘学院获得学士学位。

2013年9月——2016年5月，在中国科学院上海天文台攻读硕士学位。

获奖情况：

2010年9月获得武汉大学乙等奖学金，武汉大学优秀学生，2012年、2013年分别获得武汉大学丙等奖学金。

工作经历：无。

已发表（或正式接受）的学术论文：（书写格式同参考文献）

章洁君，陈俊平，张益泽. GNSS 空间信号法时差监测方法及结果分析[J]. 测绘通报. (已录用)

申请或已获得的专利：（无专利时此项不必列出）

参加的研究项目及获奖情况：

参考文献

- [1] 李征航, 黄劲松.《GPS 测量与数据处理》[M].武汉: 武汉大学出版社, 2005.
- [2] Patrizia Tavella, Claudine Thomas. Comparative study of time scale algorithms. *Metrologia* 1991,28,57-63.
- [3] 武文俊.卫星双向时间频率传递的误差研究[D].中国科学院研究生院(国家授时中心),2012.
- [4] Cerretto Giancarlo,Perucca Andrea,Tavella Patrizia,Mozo Alvaro,Piriz Ricardo,Romay Miguel. Network time and frequency transfer with GNSS receivers located in time laboratories.[J]. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*,2010,576:张莉莉, 高源, 朱江淼等. AT1 原子时算法的研究. *电子测量技术*,2007.11.30(11):20-23.
- [5] 张莉莉, 高源, 朱江淼等. AT1 原子时算法的研究. *电子测量技术*,2007.11.30(11):20-23.
- [6] G Petit, Z Jiang. GNSS ALL in View time transfer for TAI computation [J]. *Metrologia*, 2008, 45:35–45.
- [7] 广伟. GNSS PPP 时间传递技术研究[D].中国科学院研究生院(国家授时中心),2012.7
- [8] 刘经南,叶世榕. GPS 非差相位精密单点定位技术探讨[J]. *武汉大学学报(信息科学版)*,2002,03:234-240.
- [9] 张小红,何锡扬,李星星. TriP 软件非差几何法精密定轨精度分析[J]. *武汉大学学报(信息科学版)*,2010,11:1327-1330..
- [10] 张小红,蔡诗响,李星星,郭斐. 利用 GPS 精密单点定位进行时间传递精度分析[J]. *武汉大学学报(信息科学版)*,2010,v.3503:274-278..
- [11] 张小红,蔡诗响,李星星,郭斐. 利用 GPS 精密单点定位进行时间传递精度分析[J]. *武汉大学学报(信息科学版)*,2010,v.3503:274-278.
- [12] LI Hao-Jun,WANG Jie-Xian, CHEN Jun-Ping, et al. The realization and analysis of GNSS network based real time precise positioning[J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2010,v.5306:1302-1307.(李浩军,王解先,陈俊平等. 基于 GNSS 网络的实时精密单点定位及精度分析[J]. *地球物理学报*,2010,v.5306:1302-1307.).
- [13] 陈俊平, 吴斌,胡小工,李浩军. 上海天文台陆态网络数据分析中心[A].第三届中国卫星导航学术年会电子文集——S08 卫星导航模型与方法[C],2012:4.
- [14] 陈南. 卫星导航系统导航电文结构的性能评估[J]. *武汉大学学报(信息科学版)*,2008,05:512-515.
- [15] 李建文,郝金明,张建军,李洪涛. GLONASS 卫星导航系统的导航电文[J]. *测绘学院学报*,2001,S1:4-7.
- [16] 刘利,时鑫,栗靖,赵金贤,郭睿,吴晓莉,何峰. 北斗基本导航电文定义与使用方法[J]. *中国科学:物理学 力学 天文学*,2015,07:62-68.
- [17] 谢杰,张博,侯博,姚志诚,刘光斌. Galileo 卫星导航系统广播 NeQuick 模型及其参数拟合[J]. *空间科学学报*,2012,06:881-886.

- [18] 李耿浩,赵梦琪. 北斗系统电离层模型参数改正精度分析[J]. 全球定位系统,2014,05:79-81. 86.
- [19] 王君刚,陈俊平,王解先. GNSS 对流层延迟映射模型分析[J]. 天文学进展,2014,03:383-394.
- [20] Dousa J. The impact of errors in predicted GNSS orbits on zenith troposphere delay estimation [J]. accepted by GNSS Solution,2009.
- [21] 施闯,楼益栋,宋伟伟,蔡华. 广域实时精密定位原型系统及初步结果[J]. 武汉大学学报(信息科学版),2009,11:1271-1274.
- [22] 陈俊平,张益泽,谢益炳,周旭华. 超大观测网络及多 GNSS 系统的快速数据处理[J]. 武汉大学学报(信息科学版),2014,03:253-257.