被动型氢钟频率稳定度与 频率漂移特性分析

李玉莹^{1,2},刘铁新¹

(1. 中国科学院上海天文台,上海 200030; 2. 中国科学院研究生院,北京 100049)

摘 要:原子钟存在频率的漂移,这种漂移主要由内部器件造成,包括由量子结构造成的频率漂移、相检及运放造成的漂移等。分析被动型氢钟的频率漂移首先需要判断其主要噪声类型,其次选择合适的拟合方法计算漂移率,再用实验验证该拟合方法的可行性。

关 键 词: 被动型氢钟; 频率稳定度; 频率漂移; 噪声类型 **中图分类号:** TH714.1⁺4, TM935.12

1 引 言

原子钟的输出频率存在一定的变化,只要此变化是稳定的(可以通过模型进行扣除),就 认为该原子钟的输出频率是稳定的。在验证了原子钟具有稳定漂移后,对原子钟稳定性能的 描述更为准确。本文主要分析测试设备"Picotime"采样所得频差数据。

2 原子钟频率稳定度分析方法

2.1 实验环境介绍

实验中使用的被动型氢原子钟,由俄罗斯 VCH-1006 氢钟的物理部分和我台研制的基于 单频调制原理的电路部分组成。参考频率来自另一台 VCH-1006 氢钟。本文中的数据为 15 d 比对所得,其取样时间 $\Delta \tau = 10$ s,共获得 136 210 个样本。

Picotime 系统为瑞士 SpectraTime 公司生产。在本实验中利用该系统将原子钟输出频率 与参考频率进行比对,得出瞬时相对频差数据样本 $y(\tau)$,并以文档形式存入计算机。

Stable32 来自 Hamilton Technical Services,为业内公认的原子钟稳定度分析软件,在本 实验中用来处理 Picotime 所得数据。

本工作处于初步阶段,数据还不充足,测量分析结果可能和实际相比存在一定偏差。本 文旨在利用早期数据找出分析方法,并验证此方法可行性。

2.2 稳定度描述

对于原子钟频率时域稳定度描述,常用如下两种方差。

收稿日期: 2010-06-03; 修回日期: 2010-06-21 资助项目: 天文联合基金(110910778704)

2.2.1 阿伦方差

阿伦方差是最常用的频率时域稳定度分析方法,也是国际公认的表征原子钟稳定度的参量。对于频率数据阿伦方差定义为^[1]:

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2(m-1)} \sum_{i=1}^{m-1} [y_{i+1}(\tau) - y_i(\tau)]^2 , \qquad (1)$$

其中 *m* 表示样本总数, *y_i*(τ) 表示第 *i* 个样本, τ 为平滑时间。时域稳定度通常使用阿伦方差的平方根 σ_y(τ),即阿伦偏差 *ADEV*表示。对于调频白噪声,阿伦方差与传统的标准方差一样;但对于更加分散的噪声像闪烁噪声类型来说,使用阿伦方差进行分析有明显的优势,因为它不依赖于样本数目,而是收敛于一个值。

2.2.2 哈德曼方差

哈德曼方差是一种基于哈德曼变换的用于时域稳定度表征的方差。它最重要的优点是对 于线性频率漂移的不灵敏,这个优点使得它对于 GPS 系统的铷原子钟稳定度分析尤其适用。 对于频率数据其计算公式为^[1]:

$$H\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{6(m-1)} \sum_{i=1}^{m-2} [y_{i+2}(\tau) - 2y_{i+1}(\tau) + y_i(\tau)]^2 .$$
⁽²⁾

与阿伦方差类似,哈德曼方差表征稳定度通常用其平方根,即哈德曼偏差 HDEV,其利用 Stable32 对于原始数据进行两种运算,结果如表1所示。

| 平滑时间 τ /s | 样本总数 m | 阿伦偏差ADEV | 哈德曼偏差 HDEV |
|----------------|--------|------------------------------|-------------|
| 10 | 136210 | 9.4891E-13 | 9.873 8E-13 |
| 20 | 68105 | 5.7372E-13 | 5.7408E-13 |
| 40 | 34052 | 4.0298E-13 | 4.0198E-13 |
| 100 | 13621 | $2.5905\mathrm{E}\text{-}13$ | 2.5922E-13 |
| 200 | 6810 | 1.8173E-13 | 1.8170E-13 |
| 400 | 3405 | 1.2835E-13 | 1.2852E-13 |
| 1 000 | 1362 | 0.81400E-13 | 0.80920E-13 |
| 2000 | 681 | 0.58700E-13 | 0.57977E-13 |
| 4000 | 340 | 0.43000E-13 | 0.41532E-13 |
| 10000 | 136 | 0.32900E-13 | 0.32048E-13 |
| 20000 | 68 | 0.26700E-13 | 0.25737E-13 |
| 40000 | 64 | 0.24500E-13 | 0.21078E-13 |
| 100000 | 13 | 0.25100E-13 | 0.21958E-13 |
| 200000 | 6 | 0.27800E-13 | 0.21939E-13 |

表 1 阿伦方差和哈德曼方差运算结果比较

由表 1 可见从 *τ*=1000 s 哈德曼方差开始小于阿伦方差,长期稳定度较好,其对线性漂移的抑制作用更好。星载铷原子钟的长期稳定度多用此种方差表示。

3 几种常用判别原子钟噪声类型的方法

频率漂移可以根据主要噪声类型选择使用哪种模型估计,因此首先需要判断原子钟的主要噪声类型。本章介绍几种常见辨别原子钟噪声类型的方法。

自 20 世纪 60 年代以来,关于精密振荡器噪声模型的讨论已经持续了多年。虽然产生振 荡器噪声的物理过程还并不十分清楚,但对噪声的基本模型已有定论。1971 年, Barnes 等人 在总结众多研究工作后,系统地提出了 *y*(*t*) 的幂律谱模型,即原子钟的噪声可看成 5 种内部 噪声分量的线性叠加^[2]:

$$Z(t) = Z_{-2}(t) + Z_{-1}(t) + Z_0(t) + Z_1(t) + Z_2(t) = \sum_{\alpha = -2}^{2} Z_{\alpha}(t) , \qquad (3)$$

其中, 按照 α 的不同可以把噪声分成 5 种类型: $\alpha=2$ 对应调相白噪声 (WPM), $\alpha=1$ 对应调相 闪烁噪声 (FPM), $\alpha=0$ 对应调频白噪声 (WFM), $\alpha=-1$ 对应调频闪烁噪声 (FFM), $\alpha=-2$ 对应频率随机游走噪声 (RWFM)。

表2显示了不同噪声类型下,功率谱密度与阿伦方差的表示方法^[3]。

 $h_1 f$

 h_0 $h_{-1}f^{-1}$

 $h_{-2}f^{-2}$

 表 2
 不同噪声类型下功率谱密度与阿伦方差的换算

 噪声类型
 功率谱密度 $S_y(f)$ 阿伦方差 $\sigma_y^2(\tau)$

 调相白噪声
 $h_2 f^2$ $3f_b h_2 / (2\pi)^2 \tau^2$

3.1 功率谱密度鉴别法

调相闪烁噪声

调频白噪声

调频闪烁噪声

频率随机游走噪声

式 (3) 仅仅表达了噪声间的叠加关系,而它的统计特性由功率谱密度函数确定的:

$$S_y(f) = \sum_{\alpha = -2}^2 h_\alpha f^\alpha , \qquad (4)$$

 $[1.038 + 3\ln(2\pi f_h \tau)]h_1/(2\pi \tau)^2$

 $h_0(1/\tau)/2$

 $2\ln(2)h_{-1}$

 $2\pi^2 \tau h_{-2}/3$

其中 f 为傅里叶频率, h_{α} 是表征各种噪声强度的常数。利用功率谱密度可以简单地判别噪声 类型。为了得出最主要的噪声类型, 假设 $S_y(f) = h_{\alpha}f^{\alpha}$, 两边取对数, 则得到谱密度噪声鉴 别器^[4], 如图 1 所示。



图 2 为原始数据的谱分析图,不使用窗函数,平均因子为 1。如图 2 中斜率为 -0.25,即 $\alpha=0$,最主要的噪声类型为 WFM。

3.2 阿伦方差噪声鉴别法

阿伦方差 $\sigma_y^2(\tau)$ 与噪声类型的关系^[5]:

$$\sigma_y^2(\tau) = A(\mu)\tau^{\mu} , \qquad (5)$$

A(μ) 是与μ值对应的常数,与原子钟其它各因素有关,由(5)式得到阿伦偏差对数的斜率也可以确定噪声类型,图3为阿伦方差噪声鉴别器^[1]。



图 4 为原始数据对 lg τ 和 lg *ADEV* 的拟合结果。与图 3 对照得出,其斜率约为 -0.45, 最接近 $\mu/2 = -1/2$ 。可知被动型氢钟在运行中短期,主要受 WFM 噪声影响而产生漂移。

该方法存在一定的局限性,对于 $\mu = -2$ 时无法区分调相白噪声和调相闪烁噪声,利用 修正阿伦方差法可以对比改进,进行严格的区别。

3.3 B1 偏离函数法

Stable32使用了B1偏离函数法作为噪声类型的判断方法,该方法的原理在参考文献[6]中 有详细介绍。图5所示为Stable32计算结果,其噪声类型与上述两种方法的判别结果一致。

| Signa | | | × |
|-------------------------------|--------------------|---------------------------|---------------------|
| Variance Parameters | Confidence | Limits | Calc |
| Variance <u>T</u> ype: Normal | 🛨 🗰 # Analysis | 136209 | Close |
| Avg Factor: 1 | Chi Sqr DF: | 106598.552 | Сору |
| BW Factor: Not Ap | plicable (* Single | C Double Sided Cl | Help |
| Tau: 1.00000 | 00e+01 Conf Factor | 0.950 | Show Details |
| - Sigma Besults | | 020 | ☐ Set Noise |
| Sigma Hesolits | 78e-13 Max ADEV | 9.522931e-13 | _ |
| Std Dev: 8.8502 | 30e-13 Min ADEV: | Not Applicable | ACF Noise ID |
| Noise Type | Alpha: +0.35 | | |
| B1 Ratio: 0.870 Noj | ise: WFM Alpha: 0 | Mu: 1 | ☐ Apply |
| Dead Time | | | |
| T/Ta <u>u</u> : 1.00 B2 | B3: | ັ ດູ(t) Press Calo | to calculate sigma. |
| | | | |

图 5 Stable32 按照 B1 偏离函数法的计算结果

4 频率漂移估计方法

频率漂移是原子频标的确定性变化分量, 很难对其 进行直接测量。一般先直接测量原子频标的相位或频率, 然后通过下列方法估计频率漂移项。

| 一夜 3 小时候再失空处应时似点力法 |
|--------------------|
| |

| 噪声类型 | 拟合方法 |
|---------------|------|
| WFM | 线性拟合 |
| WFM 和 RWFM | 两段拟合 |
| Stabilization | 对数拟合 |

Stable32 针对频差数据给出不同噪声类型频率对应 的漂移估计方法^[7],如表3所示。

4.1 线性拟合

对于频率数据,线性漂移可以用最小二乘法的方式拟合。

$$y(t) = a + bt$$
, $y'(t) = b$ (6)

其系数 a、b 可以用公式:

$$b = \frac{m \sum_{n=1}^{m} n y_n - \sum_{n=1}^{m} n \sum_{n=1}^{m} y_n}{m \sum_{n=1}^{m} n^2 - \left(\sum_{n=1}^{m} n\right)^2} , \qquad a = \frac{\sum_{n=1}^{m} y_n}{m} - b \frac{\sum_{n=1}^{m} y_n}{m} .$$

计算得到^[5]。这种拟合方式适用于受调频白噪声产生的频率漂移估计。

4.2 两段拟合

用频差数据的前一半均值 \bar{u} 和后一半均值 \bar{u} 计算漂移^[5]:

$$y'(t) = 2(\bar{y}_2 - \bar{y}_1)/(mt) ,$$
 (7)

适合于调频白噪声和随机游走白噪声。

4.3 对数拟合

对数拟合法适用于对稳定度的分析,

$$y(t) = a \ln(bt+1)$$
, $y'(t) = ab/(bt+1)$. (8)

该方法尽可能剔除了频率数据中的确定性变化分量,得到随机残差,以便进行噪声特性分析。

5 实验数据的处理

实验用 Picotime 系统采样得到频差数据,采样时间间隔 $\Delta \tau = 10$ s,及采样点数共 12 620 点。

使用第3节3种方法对该组数据进行分析,辨别出该原子钟噪声类型为调频白噪 声,因此使用线性拟合的方式去除漂移。对于漂移的计算结果如图6所示,日漂移率为 1.05×10^{-14}

由图7中3种方法的频率稳定度的差别可见,对于原始数据,去除了调频白噪声影响 的阿伦方差稳定度要优于未去除漂移的稳定度,并且更加接近不受漂移影响的海德曼方 差稳定度。

6 结 论

本文估计了某被动型氢原子钟的频率漂移。首先判断该原子钟的主要噪声类型为调频白 噪声,因此选择线性拟合的方式,对漂移进行估计。并用实验数据验证了该方法的有效性。 用 15d 的比对数据得出日漂移率为 1.05 × 10⁻¹⁴。



图 7 3 种方法得到的频率稳定度

然而此 15d 的数据是被动型氢钟初期运行的结果,一般原子钟在运行初期频率漂移值较大,不能代表被动型氢钟长期稳定运行后的漂移情况^[7]。本文旨在找出方法,分析频率漂移 对被动型氢钟长期稳定度的影响,以便日后的工作中可以通过降低该噪声来改善被动型氢钟 的长期稳定度。

原子钟某些部件,包括机械的和电子学的,通常都存在缓慢的变化,或称"老化",这些 都是引起频率漂移的主要因素。尽量减小量子系统谐振腔的尺寸变化补偿其它系统效应,在 电子学设计中,采取漂移小的元器件等,都是减小钟频率漂移的重要措施^[8]。

参考文献:

- [1] Riley W J. http://www.wriley.com/paper2ht.htm
- [2] 袁海波, 董绍武, 武福平. 仪器仪表学报, 2009, 1
- [3] Audoin C, Guinot B. The Measurement Of Time. Cambridge: Cambridge University Press, 2001: 75
- [4] 张敏.硕士论文,北京:中国科学院国家授时中心,2008:22
- [5] Riley W J. http://www.stable32.com/Handbook.pdf
- [6] Sulliva D B, Allan D W, Howe D A et al. Eds. Characterization of Clocks and Oscillators: NIST Technical Note 1337. Washington, DC: U.S. GPO, 1990.
- [7] 郭海荣,杨生,何海波.全球定位系统,2007,(32):5
- [8] 翟造成,张为群,蔡勇等.原子钟基本原理与时频测量技术,上海:上海科学技术文献出版社,2009:113

Analyses of Frequency Drift Characteristic for Passive Hydrogen Maser

LI Yu-ying 1,2 , LIU Tie-xin 1

Shanghai Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200030;
 Graduate School of Chinese Academy of Sciences, Bejing 100049)

Abstract: The frequency drift of atomic clock is inevitable. This drift is caused mainly by internal components, including the frequency drift which caused by quantum structure, as well as phase detect and the drift of the operational amplifiers. To analyze this drift, firstly, it is necessary to determin the noise type; secondly, an appropriate method is chosen to estimate the drift; and thirdly, the feasibility of this method is proved by experimental data.

Key words: Passive Hydrogen Maser; Frequency Stability; Frequency Drift; Noise Type