

黑洞物理

张镇九

(华中师范学院)

提 要

本文对牛顿力学中的黑洞理论, 广义相对论的黑洞理论, 黑洞天体物理, 黑洞量子力学及黑洞热力学作一综述。并对黑洞物理学特别是黑洞热力学中的一些问题作较详细的讨论。也介绍了这方面的研究动态和可能值得进一步探讨的问题。

一、引 言

黑洞的概念(不是它的称呼)出自一个英国天文业余爱好者迈克尔(R. J. Michell)1783年(距今二百多年前)给卡文迪许(H. Cavendish)的一封信。他根据牛顿引力, 提出这样的推测, 他认为一个直径比太阳大五百倍、密度与太阳一样的球体, 其逃逸速度可能超过光速。并指出, 在双星中如果未发现伴星, 则很可能探测到黑洞^[1]。十五年后, 拉普拉斯作了类似的计算, 不过是以一个与地球密度相同但比太阳大二百五十倍的球体为例。

在广义相对论范围内, 爱因斯坦理论发表后不久, 1916年, 史瓦西(K. Schwarzschild)求得了球对称静态真空解, 这个解在史瓦西半径 $r_s = 2GM/c^2$ 处, 度规出现奇性, 但爱丁顿(Eddington)经过坐标变换发现那样的奇性是在史瓦西坐标中才出现的。

1931年, 钱德拉塞卡(Chandrasekhar)分析了以中心密度为参量的白矮星平衡状态, 提出了 $1.4M_{\odot}$ 的临界质量。他指出, 当星体的质量接近于临界质量时, “完全相对论模型认为组合系统的极限是 $\rho = \infty$ (密度为无限大)的质点”。在大于临界质量后, 由简并费米电子气的相对论状态方程不能计算它的万有引力。因此在考虑到这样一个星体的演化终了时的情况, 钱德拉塞卡“留下了其他可能的推测”^[2]。

事实上, 朗道推测, 对于质量大于临界质量的星体, “在完全量子化理论中, 不存在阻止体系坍缩为一个点的原因……。而实际上, 具有这样质量的星体默默无闻地存在着, 我们必须断定, 所有比 $1.5M_{\odot}$ 重的星体一定具有一个范围, 在该范围内, 量子力学规律被破坏了”^[3]。

1939年, 奥本海默和沃尔科夫提出了天体演化的终点可能存在中子星, 并且用广义相对论考察恒星的平衡状态。他们的结论与钱德拉塞卡相似, 由冷中子构成的星体由费米压强所维持, 而比中子星临界质量(约 $3M_{\odot}$)大得多的星体, “将继续不断地无限坍缩, 而决不会达

1984年8月31日收到。

本文系在上海天体物理前沿讨论会上的报告。

到平衡”。并断定,决无物理规律能干预或者至少抑制某些星体坍缩而形成黑洞^[4]。

到六十年代,对黑洞的研究才又一次发展起来。惠勒(Wheeler)在1963年指出:“引力坍缩为奇点,是当代基础物理的最大危机。”这引起了物理学家的注意。天体物理新发现相继出现,1963年发现类星体(Schmidt),1968年发现脉冲星(Hewish)等。理论上,求得了爱因斯坦方程的轴对称解——旋转黑洞解(Kerr,1963)^[5],1965年求得带电的旋转黑洞解(Kerr-Newman解)^[6],这是目前所知道的黑洞的最一般解。此后,从超新星爆发论证形成旋转中子星(Pacini,1967; Gold,1968; Cocks,1969^[7]),也对黑洞的研究提供了依据。

七十年代,霍金(Hawking)和潘罗斯等人对黑洞量子力学^[8]及贝肯斯坦(Bekenstein)等人对黑洞热力学^[9]方面的贡献,更促进了黑洞物理学的发展。用各种方法在不同坐标系中对黑洞动力学和黑洞相互作用进行了论证。黑洞产生粒子的可能性,是把热力学、量子力学和广义相对论结合在一起的第一步,这在物理学中引起了极大的兴趣。完全相对论性的黑洞碰撞已经用大规模数值计算来研究了。微扰理论已用来分析黑洞的稳定性和与引力波的相互作用问题。

对黑洞天体物理学的研究,在各个不同方向正突飞猛进。比较公认的黑洞候选者已增至五个:天鹅X-1、圆规座X-1、大麦哲伦云X-1、X-3、英仙座附近的X射线源(1983年日本的TEMMA卫星发现的)。某些X射线源据信是黑洞与掉进黑洞中的物质相互作用,后来形成吸积盘。数值计算的结果正在用来检验超新星、引力坍缩、两个黑洞的碰撞、视界与陷获面的作用等。对时空奇点有希望使宇宙监督假设得以确立。最后,由黑洞的粒子产生提供了热力学、量子力学和广义相对论结合的例证,并且对引力量子化有某些帮助。在过去二十多年来,黑洞物理激发起人们极大的兴趣。

本文将从下列几个方面来讨论黑洞物理学:牛顿力学中的黑洞理论,广义相对论中的黑洞理论,黑洞天体物理学,黑洞量子力学和黑洞热力学。

二、牛顿力学中的黑洞理论

1798年,拉普拉斯写道:“若一个发光的星体,它的密度与地球一样,直径比太阳大二百五十倍,则它由于吸引的缘故,不允许光达到我们这里;因此,在宇宙中,最大的星体,可能由于这个原因而成为看不见的”^[10]。

实际上,由牛顿力学计算逃逸速度时,有 $mv^2/2=GMm/r$,其中 G 为引力常数, M 为星体的质量,则当 $r<2GM/c^2$ 时,逃逸速度 $v>c$ (光速)。按拉普拉斯的说法进行计算,即密度 $\rho=5.53$ 克/厘米³,半径为 $r=1.75\times 10^{13}$ 厘米,则求得 $M=1.24\times 10^{41}$ 克, $2GM/c^2=1.81\times 10^{13}$ 厘米,即 $r<2GM/c^2$ 。所以光不能从该星体逃逸出来达到我们这里,我们看不到这个星体。它成为一个“黑洞”(虽然当时没有这样称呼它)。这在牛顿力学中,预言了黑洞存在的可能性。

现在从历史文献中发现,是拉普拉斯再次发现了迈克尔在1783年所得出的结果。迈克尔比拉普拉斯早十五年提出了这一推测。不过在迈克尔的例子中,是取太阳密度、直径比太阳大五百倍的星体。更重要的是,迈克尔提出,在双星中如果未发现伴星,则可能探测出黑洞。

由此可见, 这里的黑洞是指的空间的一个区域, 任何物质(包括光)一旦进入这个区域, 就永远也逃不出去。现在黑洞已有精确的定义, 按钱德拉塞卡(1984)总结的黑洞的定义是(引自他在1983年物理学诺贝尔奖获奖仪式上的演说):

“黑洞将三维空间分为两个区域: 一个是以称之为视界的二维光滑曲面为边界的内区域; 一个是视界以外的渐近平直的外区域; 而且内区域中的点不能与外区域中的点交换讯息”^[11]。

通过以下的讨论, 我们将对黑洞的这一定义有更深刻的理解。

三、爱因斯坦广义相对论中的黑洞

1. Schwarzschild黑洞(1916)

广义相对论中, 静态球对称度规, 采用“标准”形式

$$ds^2 = B(r)dt^2 - A(r)dr^2 - r^2d\theta^2 - r^2\sin^2\theta d\varphi^2$$

函数 $A(r)$ 和 $B(r)$ 将通过解爱因斯坦方程来确定。

真空中的爱因斯坦方程是

$$R_{\mu\nu} = 0,$$

解得真空静态球对称解为

$$B(r) = A(r)^{-1} = (1 - 2GM/c^2r)$$

所以, 描述静态球对称星体外部的引力场度规的完整形式为

$$ds^2 = (1 - 2GM/c^2r)dt^2 - (1 - 2GM/c^2r)^{-1}dr^2 - r^2d\theta^2 - r^2\sin^2\theta d\varphi^2$$

其中, $r_s = 2GM/c^2$ 称为史瓦西半径, 当 $r = r_s$ 时, 上式出现奇性, 但使用恰当坐标系, 可消去该奇性, 故称该奇性为坐标奇性。在 $r = 0$ 处, 上式出现的奇性, 是不可能用坐标变换来消去的, 因此 $r = 0$ 处称为本性奇点。问题是 $r \rightarrow 0$ 的区域, 是我们尚未认识的区域。

2. 视界

在史瓦西解中, $r_s = 2GM/c^2$, 对应于三维空间中的二维光滑曲面, 它把空间分为两个互不通讯的区域, 所以称这个二次曲面为视界, 即曲面外的观察者看不到曲面内发生的事件。当 $M \sim M_\odot$ (太阳量级), 则 $r_s \sim 3\text{km}$, 密度 $\rho \sim 10^{16}$ 克/厘米³。但由于 $\rho \sim 1/M^2$, 所以, 对于由 10^{11} 个质量约为 M_\odot 的星体组成的星系, 作为均匀分布的球体, 只要 $\rho \sim 10^{-6}$ 克/厘米³, 即可形成黑洞。

视界又是无限红移面(相对于无穷远)。在视界处的钟的固有时

$$d\tau = \sqrt{(1 - 2GM/c^2r)} dt$$

当 $r \rightarrow r_s$, $d\tau \rightarrow 0$ 。如果视界处的钟过一秒, ($d\tau = 1$ 秒), 则对于无穷远处观察者, $dt \rightarrow \infty$ 。

视界又是静界。即一切物质粒子均不能在视界保持静止。

在史瓦西黑洞情况下, 视界与无限红移面重合。但在一般情况下, 视界和无限红移面是不同的。无限红移面依赖于坐标系的选择, 即观察者的运动状态。但视界的存在与否却不依赖于观察者的运动状态。

当然, 在 $r = r_s$ 处, 潮力无异常情况, 这是因为黎曼曲率张量在该处是有限的(用局部测地坐标)。在 $r = 0$ 处, 潮力发散。

在 $0 < r < r_s$ 的区域, 无奇性。

这时

$$ds^2 = (1 - r_s/r)dt^2 - (1 - r_s/r)^{-1}dr^2 - r^2d\theta^2 - r^2\sin^2\theta d\varphi^2,$$

即 dt^2 和 dr^2 的系数的符号与正常情况下相反。由此式, 对于沿径向传播的光讯号, $ds=0$, $d\theta=d\varphi=0$,

$$\therefore \frac{dr}{dt} = \pm(1 - r_s/r)$$

这就是相对于 (t, r) 坐标系, 光讯号的径向速度。(见图 1)

由 Birkhoff 定理, 外部几何必须是 Schwarzschild 几何。一切进入 $r < r_s$ 的物质, 都将落向 $r \rightarrow 0$ 。一个星体当它的半径小于它的 r_s , 则该星体的表面称为陷获面 (trapped surface)。由图 1 虚线看出, 陷获面是一闭合的二锥曲面, 正交于该曲面指向未来的零测地线的外行族和内行族都是会聚的。

3. Eddington 坐标和 Kruskal 坐标

$r=r_s$ 处出现的奇性, 可通过选择适当坐标系(不再是静态度规)来消去。因此 $r=r_s$ 处的奇性又称坐标奇性。Eddington (1924)作了下列代换

$$R = t + r + 2m \log(r - 2m)$$

则得到 $ds^2 = \left(1 - \frac{2m}{r}\right)dR^2 - 2drdR - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)$

这里采用自然单位制 $c=G=\hbar=1$, 则 $r_s=2m$ 。由上式看出, 时空奇点在 $r=0$ 处, 而不在 $r=2m$ 处。

另一个坐标系, 称 Kruskal 坐标系 (u, v, θ, φ) , 它与史瓦西坐标系 (r, t, θ, φ) 的关系是:

$$\begin{aligned} \text{在黑洞内部}(r < r_s), \quad & \begin{cases} u = \sqrt{1 - r/r_s} e^{r/2r_s} \sin \hbar t/2r_s, \\ v = \sqrt{1 - r/r_s} e^{r/2r_s} \cos \hbar t/2r_s. \end{cases} \\ \text{在黑洞外部}(r > r_s) \quad & \begin{cases} u = \sqrt{r/r_s - 1} e^{r/2r_s} \cos \hbar t/2r_s, \\ v = \sqrt{r/r_s - 1} e^{r/2r_s} \sin \hbar t/2r_s. \end{cases} \end{aligned}$$

则间隔为

$$ds^2 = (4r_s^3/r)e^{-r/r_s}(dv^2 - du^2) - r^2d\theta^2 - r^2\sin^2\theta d\varphi^2.$$

图 2 中, $r=1$, $t = +\infty$ 将图中区域分为两部分。上部为黑洞, 右部为围绕黑洞的渐近平直空间。进入黑洞后发出的光讯号(与 u, v 轴各成 45° 角), 必将与 $r=0$ 相交, 不能传出黑洞区域。这时 $r=0$ 不表现为一个奇性点, 而是类空奇性曲面。

我们平常用到最大时空, 最大几何, 最大流形等术语。最大流形是指每一测地线(最短

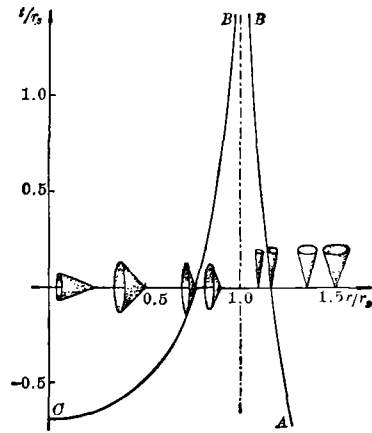


图 1. ABBC 为走向黑洞里去的光讯号的世界线。

光锥由 $\frac{dr}{dt} = \pm(1 - r_s/r)$ 确定。

在 $r \rightarrow \infty$, $\frac{dr}{dt} = \pm 1$, 是光锥的平常情况。

在 $r > r_s$, 光锥轴线是 t 轴。

在 $r < r_s$, 光锥轴线是 r 轴^[12]。

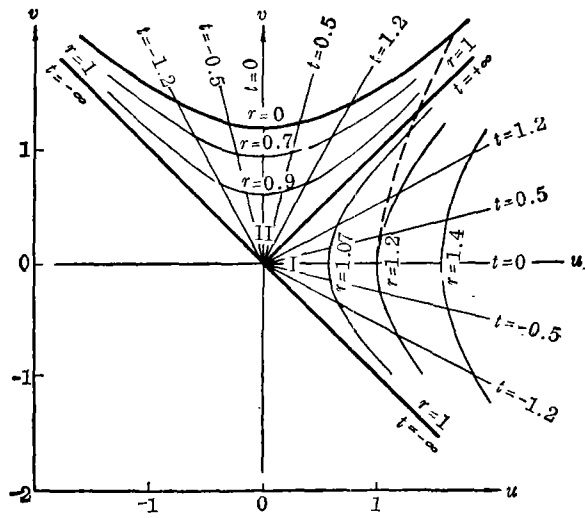


图2. 在Kruskal坐标系中的Schwarzschild几何。
 u, v 是无量纲的, r, t 是以 r_s 为单位。
 r 为常数的曲线是双曲线。
 t 为常数的曲线是过原点的直线。
 光的世界线是与 u 和 v 轴各成 45° 的过原点的直线。
 其他粒子的世界线不是直线。图中点划线代表一个落入黑洞的物体的世界线^[12]。

程线)在两端都是无限长, 或起于、或终于奇点。若所有测地线都是无限长, 则该流形称为测地完备的。物理上讲, 就是一旦(稳定)粒子在时空中存在着, 就将在此时空中永远存在下去。我们要求时空为最大的, 因为不希望粒子在世界线中途结束或开始(即进入或离开我们这个宇宙)。图3所示即为最大史瓦西几何。

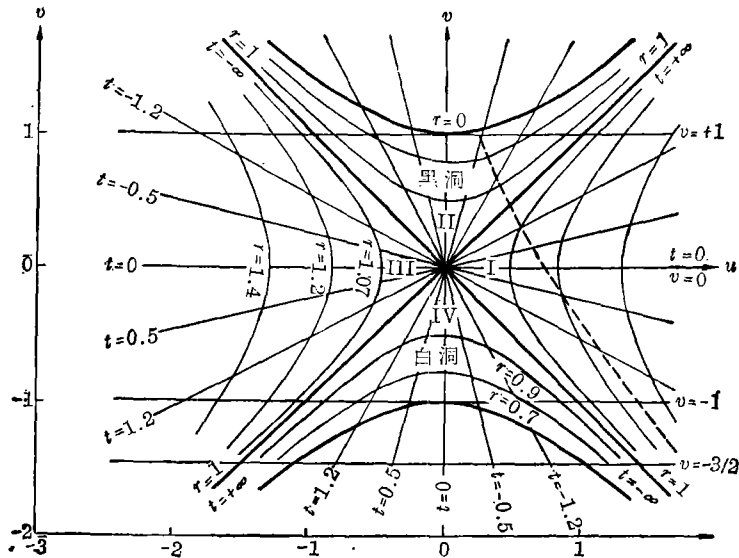


图3. 在Kruskal坐标系中的最大Schwarzschild几何^[12]

在图 3 中, $r=0$ 的奇区有两处, 分别在 $v = \pm\sqrt{1+u^2}$ 。也有两个渐近平直区域, 分别在 $u \rightarrow \pm\infty$ 。I 区为我们的宇宙, III 区为另一宇宙或我们宇宙中离我们很远很远的区域。I 区和 III 区不能通过光讯号或任何办法交换讯息。否则将违背因果关系, 或讯号速度要超光速。

II 区为黑洞, IV 区为白洞。白洞可看作黑洞的时间反演。IV 区发出的光讯号可达到 I 区和 III 区, 但反过来不行。

Kruskal 图描述了爱因斯坦方程的完备解, 但是, 这个完备解的一部分才与真实世界有关。例如, 一个星体由引力坍缩为黑洞时, Schwarzschild 真空解只能应用于黑洞的外部空间。

4. 克尔(Kerr)黑洞(1963)

一个旋转质量周围的引力场, 由非线性的爱因斯坦方程的精确解来描述。这就是有名的 Kerr 解。其间隔

$$ds^2 = dt^2 - \frac{\rho^2}{\Delta} dr^2 - \rho^2 d\theta^2 - (r^2 + a^2) \sin^2\theta d\varphi^2 - \frac{2GMr}{\rho^2} (dt - a \sin^2\theta d\varphi)^2$$

其中 ρ^2 , Δ 是 r 和 θ 的函数,

$$\rho^2 \equiv r^2 + a^2 \cos^2\theta$$

$$\Delta \equiv r^2 - 2GMr + a^2$$

而 a 和 M 为常数。 M 为系统总质量, a 为系统的比角动量(单位质量的角动量)。

Kerr 解是稳定解, 不是静态解。度规不含时间 t , 但在时间反演下, 不具有不变性(因为含有 $d\varphi dt$ 项)。其解对 Z 轴具有旋转对称性。Kerr 解在 $a=0$ 时, 即得到史瓦西解。值得注意的是, 克尔解不是唯一可能的关于旋转质量周围场的解, 这些解依赖于质量分布。但是对于星体在引力作用下坍缩到视界以内的这种旋转的、电中性的星体, 最终由 Kerr 几何描述。

由上式, 无限红移面对应于

$$1 - \frac{2GMr}{\rho^2} = 0$$

$$\text{即 } r_{\pm}^S = GM \pm \sqrt{G^2 M^2 - a^2 \cos^2\theta}$$

因此有两个分立的无限红移面。 r_{\pm}^S 分别称为内、外静界。

注意在 Kerr 解的情况下, 无限红移面与视界不重合。无限红移面是指静止光源发出的光, 发生无限红移, 并非一切光讯号都射不出来(如 $\frac{d\varphi}{dt} > 0$ 的光讯号即可射出)。一切光讯号都射不出来的条件是

$$ds = 0 \text{ 和 } \frac{dr}{dt} = 0$$

$$\text{即 } r_{\pm}^h = GM \pm \sqrt{G^2 M^2 - a^2}$$

这称为视界。 r_{\pm}^h 分别称为内、外视界(如图 4)。无论在静界或视界处, 曲率都是有限的。只有在 $r=0$ 处, 曲率发散, 称为本性奇区。这一奇区在不同坐标系中有不同形状, 故有“奇

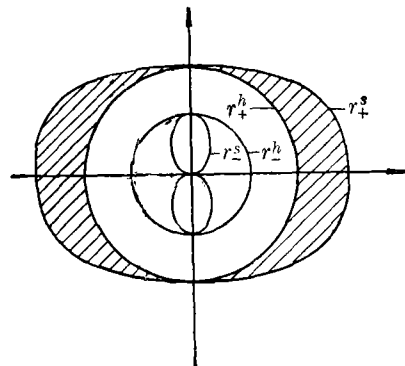


图4. Kerr 黑洞。有斜线的区域为能层。

盘”，“奇环”之称。外视界与外静界之间的区域，称能层，在此区域中， r 为类时坐标。粒子总能量有可能为负。

5. Penrose 图

潘罗斯图是史瓦西几何的共形表示。即通过共形变换将无限空间映射到有限面积上。这样表示出的压缩的时空图称为潘罗斯图(如图 5)。

Kerr 解的测地完备的延拓为无穷系列的宇宙，每一宇宙包括一个旋转黑洞和白洞。这些宇宙由单向通道来连接，而黑洞和白洞是通道的进出口。图 6 中， $I(m, n)$ 表示 $r_+ < r < \infty$ 的渐近平直空间。 $II(K, K)$ 表示 $r_- < r < r_+$ 的内外视界之间的区域。 $II(1, 1)$ 在 $I(1, 0)$ 和 $I(0, 1)$ 看来是一个黑洞，而 $II(2, 2)$ 在 $I(3, 2)$ 和 $I(2, 3)$ 看来是一个白洞， $III(m, n)$ 表示 $0 < r < r_-$ 的区域。

以上讨论的是 $|a| < GM$ 的情形。当 $|a| = GM$ ，则内外视界重合。当 $|a| > GM$ ，则没有视界，称为裸奇点。这为“宇宙监督假设”所禁止。总之， $|a| \geq GM$ ，可能对应非稳定的 Kerr 解。

1965 年，Newman 得到质量为 M 、角动量为 J 、电量为 Q 的黑洞的解，现在称为 Kerr-Newman 解。其间隔为

$$ds^2 = -\frac{\Delta}{\rho^2} [dt - a \sin^2 \theta d\varphi]^2 + \frac{\sin^2 \theta}{\rho^2} [(r^2 + a^2) d\varphi - a dt]^2 + \frac{\rho^2}{\Delta} dr^2 + \rho^2 d\theta^2,$$

其中 $\Delta = r^2 - 2Mr + a^2 + Q^2$, $\rho^2 = r^2 + a^2 \cos^2 \theta$, $a = \frac{J}{M}$ 。

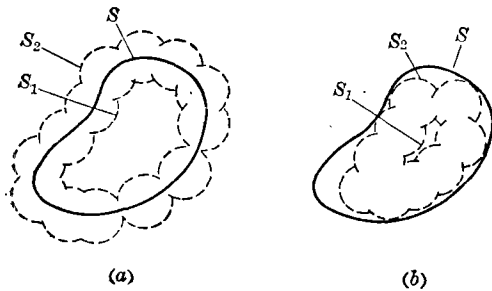


图7. 陷获面

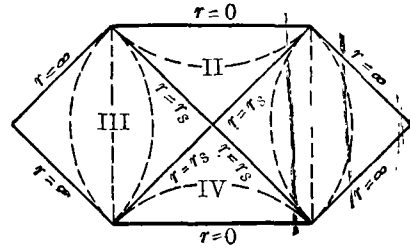


图5. 史瓦西几何的共形表示。方格 I 和 III 表示无穷远开区域，沿每条虚线， r 为常数。

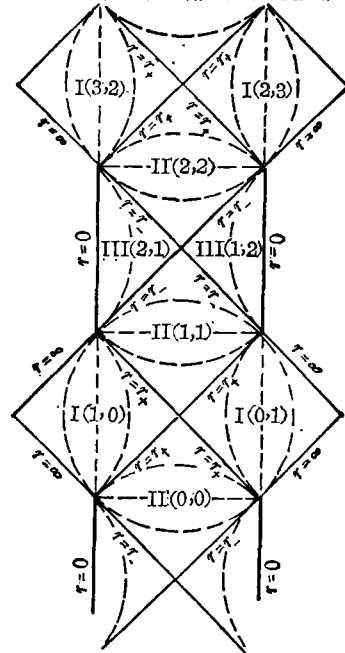


图6. 最大Kerr几何的共形表示。

后来证明了一个唯一性定理，即黑洞由 M, J, Q 三个参量唯一确定。因而 Kerr-Newman 解为一般解。但实际上，用得较多的是 Kerr 解。

在爱因斯坦的广义相对论范围内，黑洞的必然存在性，可由 Hawking-Penrose 定理说明。大略说来，就是，只要时空中包含一个闭合的陷获面，就将出现奇点。“闭合的陷获面”的含义，可直观地表述如下(如图 7 所示)。设在某一时刻，一封闭面 S 发光，过任一时间间隔，

则向内和向外传播的波前形成曲面 S_1 和 S_2 。在平直时空, $S_1 < S < S_2$ 。在很弯曲的时空中, $S_1 < S$, 同时 $S_2 < S$, 这时, S 就被称为陷获面(如图 7 (b))。在史瓦西几何中, $r=r_s$ 的面即为封闭陷获面。人们相信, 在几乎所有坍缩情况下, 在 $r \leq 2GM/c^2$ 范围内, 都形成陷获面。由 Hawking-Penrose 定理, 则存在奇点。这里奇点是推测地线终止处。应该指出的是, 上述结论, 在彻底的量子引力论建立起来后, 将可能大大改观。

四、黑洞天体物理学

1. 星体引力坍缩为黑洞

史瓦西解为星体外部的静态球对称解。现在首先要求得星体内部的静态球对称解。这时, 度规的标准形式仍为

$$ds^2 = B(r)dt^2 - A(r)dr^2 - r^2d\theta^2 - r^2\sin^2\theta d\varphi^2$$

也可写为 $ds^2 = -g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu$

这里用了爱因斯坦惯例, 即对相同的上下指标, 由 $\mu=0, 1, 2, 3$, 自动求和。将这两种形式对照可知

$$g_{00} = -B(r), \quad g_{11} = A(r), \quad g_{22} = r^2, \quad g_{33} = r^2\sin^2\theta$$

而 $g_{\mu\nu} = 0$, 当 $\mu \neq \nu$ 。

这时, 可取能量-动量张量为理想流体的情况, 即

$$T_{\mu\nu} = p g_{\mu\nu} + (p + \rho) u_\mu u_\nu,$$

其中 p, u_μ 分别为固有压强和能量密度。 u_μ 为四维速度矢量, 定义为

$$u_\mu u^\mu = -1,$$

在静态球对称下, p 和 ρ 均仅为 r 的函数。这实际上是假定比熵 s (每个核子平均的熵) 为常数, 而处处化学成份不变。于是可将 p, ρ 的关系写为状态方程

$$p = p[\rho(r)]$$

这就是说, p 只依赖于 ρ , 通过 ρ 依赖于 r 。

由以上, 则可得广义相对论的流体静力学平衡方程(TOV 方程):

$$-r^2 \frac{dp}{dr} = G\mu(r)\rho(r) \left[1 + \frac{p(r)}{\rho(r)} \right] \left[1 + \frac{4\pi r^2 p(r)}{\mu(r)} \right] \left[1 - \frac{2G\mu(r)}{r} \right]^{-1}$$

其中 $\mu(r) \equiv \int_0^r 4\pi r'^2 \rho(r') dr'$, ($c=1$)。

求得度规

$$A(r) = \left[1 - \frac{2G\mu(r)}{r} \right]^{-1}$$

$$B(r) = \exp \left\{ - \int_r^\infty \frac{2G}{r'^2} [\mu(r') + 4\pi r'^3 \rho(r')] \left[1 - \frac{2G\mu(r')}{r'} \right]^{-1} dr' \right\}$$

取初始条件:

$$\begin{cases} \mu(0) = 0 \\ \rho(0) = \rho_0 \end{cases}$$

可得半径为 R 的静态球对称星体及其引力场的总能量为

$$M = \mu(R) = \int_0^R 4\pi r^2 \rho(r) dr,$$

在 $r \geq R$, $p = \rho = 0$, 则

$$B(r) = A^{-1}(r) = 1 - \frac{2GM}{r},$$

即为史瓦西外部解。

以上得到的是平衡情况的解。稳定平衡的充要条件是

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial M}{\partial \rho}\right)_N = 0 \\ \left(\frac{\partial^2 M}{\partial \rho^2}\right)_N > 0 \end{cases}$$

其中 N 为组成质量为 M 的星体的核子数。

由此得到由电子简并压强抗衡引力的稳定平衡态星体——白矮星——的质量极限为

$$M_{\text{极, 白}} = 5.76\mu_e^{-2}M_{\odot} \quad (\mu_e \text{ 为核子数与电子数之比})$$

这就是 Chandrasekhar 极限, 约为 $1.4M_{\odot}$ 。这极限, 可由自然常数的组合表示为^[11]:

$$M_{\text{极, 白}} = 0.197 \left(\frac{hc}{G}\right)^{3/2} \frac{1}{H^2} \times \frac{1}{\mu_e^2} = 5.76\mu_e^{-2}M_{\odot}$$

其中 H 为氢原子质量。

类似地, 由稳定性条件可求出中子星的质量极限为

$$M_{\text{极, 中}} = 0.7M_{\odot}$$

这就是 Oppenheimer-Volkoff 极限。它是中子简并压强抗衡引力形成稳定星体的质量极限。

考虑到中子星的结构, 如晶状外壳, 超流内部, 强大磁场, 自转很快, 将得到不同的最大稳定质量的数值。现在公认为

$$M_{\text{极, 中}} \sim 1.5M_{\odot} - 2.2M_{\odot}$$

质量比这大的星体, 可能爆炸, 抛出物质, 使质量降到这个极限质量之下。否则, 进一步的引力坍缩不可避免。

为简单起见, 以“尘埃”的球对称坍缩为例。在这种情况下, 压强可忽略。用球对称共动坐标*, 则

$$d\tau^2 = dt^2 - u^2 dr^2 - v^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)$$

能量-动量张量为

$$T_{\mu\nu} = \rho u_{\mu} u_{\nu}$$

则求得度规为

$$d\tau^2 = dt^2 - R^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2\theta d\varphi^2 \right]$$

其中常数 k 可取适当的常数值。在宇宙学中, 这一度规描写均匀各向同性宇宙, 称为 Robert-

* 整个有限空间区域充满着自由下落的粒子所组成的云, 每个粒子有自己的钟和空间坐标系。

son-Walker 度规。在这种度规下, 一个初密度为 $\rho(0)$ 的零压强流体系, 将在有限时间 T (固有时) 内从静止坍缩到固有能量密度为无限大的状态^[13]。

综上所述, 从现有物理学及天体物理学断言, 星体不可避免的引力坍缩的一个结局是形成黑洞。

2. 黑洞的探找^[14]

现在较为公认的黑洞候选者有五个。第一个是天鹅座 X-1, 它被研究得较清楚。第二个是圆规座 X-1。第三、四个是大麦哲伦云 X-1 和 X-3。第五个是 1983 年 11 月日本文部省宣布的, TEMMA 卫星在英仙座附近的鹿豹星座边缘上观察到的天体, 它发射的 X 射线, 与天鹅座 X-1 的黑洞发射的 X 射线非常相似。这个 X 射线源的位置得到欧洲航天局 X 射线天文卫星的证实。

现在用黑洞来解释许多未得到解释的现象, 如从太阳中微子失踪(例如 Clayton, 1975), 到西伯利亚的通古斯陨石 (Jackson, 1973) 和百慕大三角船的失踪 (Berlitz, 1973)。在天体物理方面, 已进行了很多探找黑洞的研究工作, 但很多问题没有解决。主要集中在下列几个方面。

正常恒星坍缩形成的孤立黑洞 这种黑洞的质量在 $1.3M_{\odot}$ — $100M_{\odot}$ (Clayton, 1968)。由外推, 估计银河系每 5 年形成一个黑洞, 现共有 2×10^8 个黑洞 (Bekenstein, 1976)。有待解决的问题是: 能否在超新星爆发的核心形成黑洞? 将产生多少引力辐射? 磁场的作用是什么? 认为解决这些问题的最好方法是研究和检测黑洞形成时所产生的引力辐射。对高度非球形坍缩, 发出引力波的频率的峰值约为 (Detweiler, 1979)

$$\nu \sim 10 \text{kHz} (M/M_{\odot})$$

下一代探测器企图探测 M101 星系团发出的引力波。

双星中的黑洞 由双星中一个看不见的伴星发出的 X 射线, 可能由致密星(中子星或黑洞)吸积物质时所发出。1971 年 Uhurn 卫星测到脉冲 X 射线和非脉冲 X 射线。许多天体物理学家认为脉冲 X 射线由双星中的中子星发出, 而非脉冲 X 射线是由黑洞发出。最重要的一个判据是质量, 如果这颗看不见的星的质量大于中子星最大质量极限, 则是黑洞。大量的研究肯定天鹅座 X-1 (Cygnus X-1, 黑洞质量为 8 — $18M_{\odot}$) 和圆规座 X-1 (Circinus X-1) 是双星中的黑洞。进一步的确定仍有必要。由于 X 射线双星阶段的寿命约 10^4 — 10^5 年, 主序星阶段的寿命 10^7 年, 双星系统的寿命 10^{10} 年, 按现有 2—5 个黑洞候选者外推, 我们星系有 300 个黑洞是双星系统的伴星, 而有 10^5 个死黑洞双星。这方面研究远比中子星为少。

球状星团中的黑洞 球状星团中心由于引力坍缩将形成巨质量黑洞, 质量在 10^3 — $10^4 M_{\odot}$ (Lightman, 1978)。球状星团所辐射的 X 射线, 可解释为质量约为 $2M_{\odot}$ 的星体落向中心黑洞及星际气体被中心黑洞吸积所产生。

类星体和活动星系核中的黑洞 由于近年来理论和观测上的进展, 黑洞在类星体中的存在, 可很好解释类星体的能源问题 (Hazard, 1979)。也认为在椭圆星系 M87 的中心有一个 $\sim 5 \times 10^9 M_{\odot}$ 的黑洞 (Young, 1978)。

原初黑洞 (Hawking, 1974) 它们在宇宙大爆炸时产生。它的寿命 (由于蒸发) 与我们宇宙的年龄相当。蒸发时将发出 $\sim 100 \text{MeV}$ 的 γ 射线。在爆发时也产生大量正、负电子对

(Rees, 1977)。最有希望的是，用 HEAOB 的 γ 射线探测器来探测这种质量约为 10^{15} 克的原初黑洞蒸发时发出的 γ 射线。

银河系中心的黑洞 有些研究估计银河系中心有 10^2-10^4 个黑洞。1983 年年底^[15]，加利福尼亚理工学院的 Claussen，用新墨西哥的 Socorro 甚大阵探测，认为在银河系中心有一个质量为 $3 \times 10^8 M_{\odot}$ 的黑洞。

五、黑洞的量子力学

牛顿力学是经典力学，牛顿力学中的黑洞理论当然是经典的。广义相对论，由于不是量子化的，所以还是称为经典的。相对于量子引力论而言，爱因斯坦的广义相对论还是属于经典引力论。现在，一种完整的量子引力论还未完全建立起来。黑洞的量子力学是一种半经典近似理论。从数量级的观点来看，当时时空曲率半径大于普朗克长度 $((\hbar G/c^3)^{1/2} \sim 1.6 \times 10^{-33}$ 厘米) 时，用时空的经典描述是合适的。于是可用经典广义相对论处理引力，而用量子场论处理其他场(如质子、中微子等)。这与半经典量子辐射理论类似。

黑洞量子力学指出，在旋转黑洞的能层(外视界与外静界之间的区域)中，将有粒子自发产生^[16]，而且可能出现总能量为负值的粒子，即粒子在黑洞的引力场中的引力势能(负值)将超过粒子的静能量(m_0c^2)和运动能量。负能粒子存在的可能性，使得有可能通过 Penrose 过程从一个旋转黑洞中提取能量。

由拉格朗日量 $L = \sqrt{g_{\mu\nu}u^\mu u^\nu} m$ ，能量为

$$P_0 = \frac{\partial L}{\partial u^0} = mg_{0a}u^a + mg_{00}u^0, (\mu, \nu = 0, 1, 2, 3,$$

$$a = 1, 2, 3)$$

由于轴对称的旋转黑洞的引力场不依赖于时间，有能量守恒。而在能层中， $g_{00} < 0, u^0 > 0$ ，则上式右边第一项占优势时， $p_0 < 0$ ，即在能层中的某些轨道上，可能存在总能量为负的粒子。当入射粒子具有能量 $E_1 > 0$ (如图 8)，进入能层分为两块，一块具有负的总能量 $E < 0$ ，出射粒子具有能量 E_2 。由于能量守恒 $E_1 = E + E_2$ ，所以 $E_2 > E_1$ 。出射粒子增加的能量是以黑洞的转动动能的减少为代价的。所能提取能量的上限为

$$\Delta M = M - M_{ir}$$

其中 $M^2_{ir} = \frac{1}{2} [M^2 + (M^4 - J^2)^{1/2}]$

这一过程只有对原初微黑洞才重要，只对旋转黑洞才可能。

另一量子过程，对旋转或不旋转黑洞都可以发生。这是由与引力坍缩相联系的、与时间有关的引力场所发生的粒子产生。而且产生粒子的能谱是温度为

$$T \simeq (M_{\odot}/M) \times 10^{-6} K$$

的黑体辐射能谱。这种过程也只对微黑洞才重要。这就是通常说的“微黑洞的蒸发”。

值得注意的是，黑洞的粒子产生与蒸发过程，明显地违反轻子数与重子数守恒定律。因

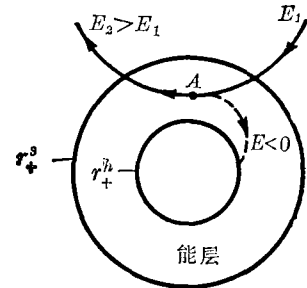


图8. Penrose过程

为进入黑洞的粒子，不论是重子还是轻子，都无法区分。黑洞唯一地由 M, J, Q 三个参量所确定。

以前，在基本粒子范围内，引力作用不重要；而在大天体的引力场的研究上，量子论不重要。而现在对黑洞的研究，引力论和量子论都要考虑，出现了引人注目的新问题。

看来，将现在对黑洞的研究与 1910 年前后对原子的研究相比拟是有道理的。Chandrasekhar 在 1983 年接受诺贝尔奖的仪式上的演说中，将自然常数的组合来联系原子与黑洞(天体物理)。索末菲精细结构常数的倒数

$$\frac{\hbar c}{2\pi e^2} \sim 137$$

它给出稳定原子的原子核的最大正电荷数，或最大质子数。而另一组自然常数的组合

$$\left(\frac{\hbar c}{G}\right)^{3/2} \frac{1}{H^2} \sim 29.2 M_{\odot}$$

给出恒星质量的量级^[11]。

六、黑洞热力学^[17]

黑洞物理学中的面积定理与热力学第二定律很类似。面积定理是说，在任何物理学可允许的过程中，宇宙中所有黑洞的总面积不可减少。热力学第二定律是说，在任何物理学可允许的过程中，宇宙中所有物质的总熵不可减少。

进一步研究发现，可以引入一个量 κ ，对于带电的 Kerr 黑洞来讲，

$$\kappa = \frac{(M^2 - a^2 - Q^2)^{1/2}}{2M[M + (M^2 - a^2 - Q^2)^{1/2}] - Q^2},$$

而且在视界上， κ 为常数。特别是对静态黑洞来说， κ 就是要使一单位质量保持静止，在无穷远处所施的力在视界处的极限值，因此称为表面引力。对旋转黑洞，不可能使一单位质量在黑洞附近相对无穷远处为静止，但我们仍称 κ 为表面引力。

由于视界的面积 A ，可表为 M, J (或 $J/M \cong a$)，及 Q 的函数，即 $A = A(M, J, Q)$ 。也可有

$$M = M(A, J, Q)$$

$$\text{则 } dM = \frac{\partial M}{\partial A} dA + \frac{\partial M}{\partial J} dJ + \frac{\partial M}{\partial Q} dQ$$

$$\cong \frac{1}{8\pi} \kappa dA + \Omega_H dJ + \phi dQ$$

其中， Ω_H 为黑洞的角速度， ϕ 为黑洞的电势。对于 Kerr 黑洞情况，

$$dM = \frac{1}{8\pi} \kappa dA + \Omega_H dJ$$

与热力学第一定律比较

$$dE = TdS + pdV \quad (\text{或表示功的项})$$

则表面引力 κ 与温度 T 成正比, 视界面积 A 与熵成正比。因而可以将热力学与黑洞作一比较(如下表)。

	热 力 学	黑 洞
第○定律	处于热平衡状态的物体, 温度 T 处处为常数。	在稳定黑洞的视界上, 表面引力 κ 处处为常数。
第一定律	$dE = TdS + (\text{功的项})$	$dM = \frac{1}{8\pi} \kappa dA + (\text{功的项})$
第二定律	对任何过程, $\delta S \geq 0$	对任何过程, $\delta A \geq 0$
第三定律	不可能通过物理过程达到 $T=0$	不可能通过物理过程达到 $\kappa=0$

从表中看出对应关系: $E \leftrightarrow M$, $T \leftrightarrow \kappa$, $S \leftrightarrow A$ 。从物理上看, E 与 M 的对应是当然的。但在经典广义相对论中, 黑洞只吸收不辐射, 应该对应绝对零度。由黑洞的量子力学^[8]得到黑洞附近产生粒子, 并有 $T = \frac{\hbar}{2\pi} \kappa$ 。因此, 剩下的问题是, $\frac{1}{4}A$ 是否确实表示黑洞的熵呢?

首先, 将黑洞外面的物质抛入黑洞, 将使黑洞外面物质的熵减少, 违反热力学第二定律。另一方面由黑洞的量子力学, 由黑洞的蒸发, 黑洞的视界面积也将减少, 也违反经典的黑洞面积定理。

1973年, Bekenstein 引入广义熵^[9]

$$S' = S + \frac{1}{4} k \frac{c^3 A}{G\hbar}$$

$$= S + \frac{1}{4} A (\text{在自然单位制})。$$

这样, S 表示黑洞的外物质的熵, $\frac{1}{4}A$ 为黑洞的熵, S' 为宇宙中一切物质(包括黑洞)的熵。

因此, 可以说, 在任何过程中, 总熵 S' 永不减少。即

$$\delta S' \geq 0。$$

这就是广义热力学第二定律。至此, 黑洞热力学就是普通的热力学应用于包含黑洞的自引力量子系统的情形。但是黑洞的熵($\frac{1}{4}A$), 从统计物理的观点来看, 应与“黑洞的内部状态数 N ”有

关系: $N \sim e^{A/4}$ 。普通的热力学第二定律是以在给定的宏观态所处的时间的概念为基础, 但在广义相对论中的时间性质是大大不同于非引力物理中的时间概念。“黑洞的内部状态”也要用完全的量子引力论才能描述。因此, 目前的黑洞热力学好象热力学处在统计物理之前的状况。而黑洞热力学的定律可能关系到引力论、量子论和统计物理之间的深刻联系, 这还有待于进一步的研究。

参 考 文 献

- [1] Michel, J., *Philos. Trans.*, 74 (1783), 35—57.
[2] Chandrasekhar, S., *MNRAS.*, 91 (1931), 456.
[3] Landau, L. D., *Phys. Z. Sowjetunion* 1, (1932), 285—288.
[4] Oppenheimer, J. R. and Volkoff, G. M., *Phys. Rev.* 55 (1939), 374—381.
[5] Kerr, R. P., *Phys. Rev. Lett.*, 11 (1963), 237—238.
[6] Newman, E. T., *J. Math. Phys.*, 6 (1965), 918—919.
[7] Cocke, W., *Nature*, 221 (1969), 525—527.
[8] Hawking, S. W., *Nature*, 248 (1974), 30—31.
[9] Bekenstein, J. D., *Phys. Rev.*, D7 (1973), 2333—2346.
[10] Misner, C. M., Thorne, K. S., Wheeler, J. A., *Gravitation*, 870, Freeman & Company, San Francisco, (1973). (及所附参考文献).
[11] Chandrasekhar, C., *Rev. Mod. Phys.*, 4 (1984), 137—147.
[12] Ohanian, H. C., *Gravitation and Spacetime*, Norton & Company, New York, (1976).
[13] Weinberg, S., *Gravitation and Cosmology*, (1972); 中译本: 引力论与宇宙论, 邹振隆等译, 400页, 科学出版社, (1980).
[14] Blandford, R. D. and Thorne, K. S., *General Relativity*, ed. by Hawking, S. W., (1979). (及所附参考文献).
[15] Claussen, L., *Nature*, 306 (1983), 647.
[16] Zel'dovich, Y. B. and Novikov, I. D., *Relativistic Astrophysics*, Chicago University Press, (1971).
[17] Wald, R. M., *General Relativity*, 416, Chicago University Press, (1984).

(责任编辑 谢应纯)

Black Hole Physics

Zhang Zhenjiu

(Huazhong Normal University)

Abstract

In this paper, the different aspects of black hole physics, such as those in classical mechanics, general relativity, astrophysics, quantum theory and thermodynamics, are examined. In addition, the recent developments and some remainder problems in these fields are also discussed.