

中子星内部物理学

II. 超高密度物质状态下的物理学

彭秋和

(南京大学天文系)

提 要

本文介绍了研究中子星内部超高密度物质状态时常用的量子力学和量子场论方法,例如BBG核物质理论和Walecka平均场模型。介绍了近年来的一些研究状况,其中包括中子星内部的反常核态、 π 凝聚和夸克物质等问题的研究简况。

在中子星内壳以下的内部深层,物质接近或者超过原子核的密度。在这种超高密度下,我们第一篇文章^[1](以下称为文I)中所述的研究方法就不再适用了,这时必须考虑核子之间的强相互作用。本文主要介绍在研究超高密度物质性质时常用的量子力学和量子场论方法,并且介绍与此有关的研究现况,其中包括中子星内部的反常核态、 π 凝聚状态以及可能的夸克物质等问题。

一、独立粒子近似——Hartree-Fock 自洽场方法

在研究大量核子系统的性质时,关键在于计算系统的能量。但物质接近于原子核密度时,核子不能再被看作理想的费米气体,必须考虑核子间的相互作用。当密度低于核密度时,人们仍常利用量子力学中的Hartree-Fock平均自洽场方法,它是一种独立粒子近似。这种方法是把各个核子看成在统一的自洽场内运动,系统的总能量由核子的动能、核子两两间的平均相互作用位能以及交换能所组成。在具有对称性的物质(此时同位旋为好量子数)中子和质子中,系统的能量密度可以写为:

$$E = \sum_{k=0, \lambda, \rho}^{k_F} \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + \sum_{k=0, \lambda, \rho}^{k_F} U_{\lambda, \rho}(k) = \frac{3}{5} A \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m} + \sum_{k=0, \lambda, \rho}^{k_F} U_{\lambda, \rho}(k) \quad (1)$$

其中 m 为核子质量, k 为运动核子相应的波数, k_F 为核子系统的费米波数。 λ, ρ 分别表征核子的自旋与同位旋的量子态。而

$$U_{\lambda, \rho}(k) = \frac{1}{2} \sum_{k', \lambda', \rho'}^{k_F} [V_D(k, \lambda, \rho; k', \lambda', \rho') - V_E(k, \lambda, \rho; k', \lambda', \rho')] \quad (2)$$

$$V_D = \langle k\lambda\rho; k'\lambda'\rho' | V | k\lambda\rho; k'\lambda'\rho' \rangle \quad (3)$$

$$V_E = \langle k\lambda\rho; k'\lambda'\rho' | V | k'\lambda'\rho'; k\lambda\rho \rangle \quad (4)$$

V_D 为量子态为 (k, λ, ρ) 的核子与处于量子态 (k', λ', ρ') 的核子的相互作用矩阵元, V_E 为相应的交换能部分矩阵元。在(1)式中, 第一项代表核子数为 A 的系统总动能 (非相对论) 项, 第二项为只考虑两体相互作用的位能。

核物理学对于核力的位势进行了分析, 发现核子之间的强相互作用 (按照现代的观点, 它是由于夸克之间超强相互作用屏蔽不全而产生的剩余相互作用) 主要是中心力, 但是仍然有着相当强的非中心力成份。非中心力的位场同核子所处的量子态 (轨道角动量 L , 自旋 σ , 同位旋 T) 有关。非中心力包括张量力、自旋-轨道耦合力。核力的两体相互作用位能常可分解为

$$V = V_0 + V_S(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2) + V_T S_{12} + (\vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2) [V_\tau + V_{S\tau}(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2) + V_{T\tau} S_{12}] \quad (5)$$

其中张量力部分的算子 S_{12} 为

$$S_{12} = \frac{3(\vec{\sigma}_1 \cdot \mathbf{r}_{12})(\vec{\sigma}_2 \cdot \mathbf{r}_{12})}{r_{12}^2} - \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2$$

对算符 $\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2$ 而言, 对自旋单态, $(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2)$ 取值为 -3 ; 对自旋三重态, $\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2$ 取值为 1 。对同位旋算符 $(\vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2)$ 有同样类似性质。 V_0, V_S, V_T, \dots 各个系数就表征了各种力的位势强度。原子核物理对它们进行了具体的分析, 对于各种力, 相应的位势给出了具体的数学表达式, 各种力的大小往往由少数几个参数来表征, 这些参数是由实验来测定的 (在表 1 中, 列出了 Raid 位势的主要参数值)。

选定核力相互作用的位函数以后, 便可计算 (2) — (4) 式的相互作用位能。通常, $U_{\lambda, \rho}(k)$ 只同核子的动量 k 有关, 同它的自旋、同位旋无关。系统的能量密度为

$$E = 4 \sum_{k=0}^{k_F} \epsilon_k, \quad \epsilon_k = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + U(k) \quad (6)$$

其中 ϵ_k 为动量态为 k (波数) 的核子的平均能量, $U(k)$ 为粒子相应的位能。

当物质密度不太高, 其相应费米动能 $\frac{\hbar^2 k_F^2}{2m}$ 不太大时, 可将 $U(k)$ 展为动能的级数, 只保留到一阶项, 即

$$U(k) = U_0 + \frac{\hbar^2 k^2}{2m} U_1, \quad U_0 = \lim_{k \rightarrow 0} U(k) \quad (7)$$

(U_0, U_1 均与 k 无关), 则
$$\epsilon_k = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} + U_0 \quad (8)$$

其中 m^* 为核子的有效质量:

$$\frac{m}{m^*} = 1 + U_1 \quad (9)$$

即当核子动能不太大 (密度不太高) 时, 核子间的作用可以分为两个部分: 核子可以看成是在统一的平均自洽场 U_0 下各自独立的运动。在这个基础上核子之间还存在某种“剩余”的相互作用 U_1 , 它表现为影响核子的有效质量。在具体计算时, (3) 及 (4) 中的波函数常代之以自由核子的平面波

$$\Psi_{k, \lambda, \rho}^0(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{\Omega}} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \eta_{\lambda \rho} \quad (10)$$

(Ω 为空间体元, 为归一化因子)。从 $U(k)$ 及其Fourier反演变换的分析可知, 核子之间相互作用位函数 $V(r)$ 具有如下性质: 在 $r \lesssim 1f_m$ 附近, $V(r) < 0$, 且 $|V(r)|$ 很强, 而当 $r \gg 1f_m$ 时, $V(r)$ 迅速趋向于零。但是当 $r \rightarrow 0$ 时, $V(r)$ 却转变为很强的排斥位($V(r) > 0$), 且当 $r \rightarrow 0$ 时, $V(r) \rightarrow \infty$, 这表明存在着排斥心。

Hartree-Fock 平均自洽场方法虽然不能很好地解释核力的饱和性和短程性, 但它在解释原子核壳层结构问题上却获得很大的成功。在利用两体位来研究低于核密度的物质性质时, 往往以此为出发点。实际上, 在研究中子星内壳结构时, 即使密度接近于核密度, Ravenhall 等人^[2]、Negele 等人^[3]都利用这种方法取得了很好的结果。更重要的是, 这种方法往往是其他更进一步的研究方法的基础。

二、BBG 核物质理论

当物质密度达到原子核密度($\rho_0 = 2.8 \times 10^{14}$ 克/厘米³, $n_0 = 0.17$ 核子/ f_m^3)时, 核子波函数不能再自由核子波函数代替, 必须考虑核子间强相互作用引起的波函数的变化。前述的 Hartree-Fock 自洽场方法已不适用, 应该利用传播函数(Green 函数)的方法, 这就是 Brueckner-Bethe-Goldstone 的核物质理论, 其方法梗概如下^[4]:

如果只考虑两体相互作用位 $V(X)$, 由 Schrödinger 方程(我们取两个核子的相对坐标系, 两核子总动量 $\hbar k$, 相对动量为 $\hbar k$):

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 \Psi_k(\mathbf{x}) + V(\mathbf{x}) \Psi_k(\mathbf{x}) = E \Psi_k(\mathbf{x}), \quad (11)$$

$$\text{令} \quad k^2 = \frac{mE}{\hbar^2}, \quad v = \frac{mV}{\hbar^2} \quad (12)$$

$$\text{则有} \quad (\nabla^2 + k^2) \Psi_k(\mathbf{x}) = v \Psi_k(\mathbf{x}) \quad (13)$$

(11)式中 μ 为核子折合质量, $\mu = \frac{m}{2}$, 它为非线性方程, 利用 Green 函数方法, 引入 Green 函数 $G(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$

$$(\nabla^2 + k^2) G(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = (2\pi)^3 \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \quad (14)$$

对 Green 函数作 Fourier 分解:

$$G(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \int d^3k' g(k') e^{ik' \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}')} \quad (15)$$

则从方程(14)可以解出传播子 $g(k')$,

$$g(k') = \frac{1}{-k'^2 + k^2 + i0^+} \quad (16)$$

这样, Schrödinger 方程(11)的解可表为积分方程的解:

$$\Psi_k(\mathbf{x}) = e^{ik \cdot \mathbf{x}} - \frac{1}{(2\pi)^3} \int dk' \frac{e^{ik' \cdot \mathbf{x}}}{k'^2 - k^2 - i0^+} \int d^3x' e^{-ik' \cdot \mathbf{x}'} V(\mathbf{x}') \Psi_k(\mathbf{x}') \quad (17)$$

其中分母的 $-i0^+$ 是为了获得出射波, 而因子 $\int d^3x' e^{-ik' \cdot \mathbf{x}'} V(\mathbf{x}') \Psi_k(\mathbf{x}')$ 是从 Ψ_k 态跃迁到中

间态波函数 $e^{ik' \cdot x'}$ 的散射幅。(17)式整个第二项解释为向中间态 $|k'\rangle$ 的跃迁,但以 $\frac{1}{k'^2 - k^2}$ 为权重。

以上是对两个核子散射作用而言。对于高密度下完全退化的费米系统而言的大量核子系统,一般 $k' < k_F$, 在上述积分时必须考虑泡利原理(不容许两个核子占有同一量子态)。如果在费米面以下有两个核子,其动量分别为 $\hbar k_a, \hbar k_b$, 能量分别为 $\epsilon_a = \frac{\hbar^2 k_a^2}{2m}, \epsilon_b = \frac{\hbar^2 k_b^2}{2m}$ 。这两个核子相互散射到中间态 k'_a, k'_b (能量分别为 ϵ'_a, ϵ'_b), 则必有 $k_a \leq k_F, k_b \leq k_F$, 而 $k'_a > k_F, k'_b > k_F$ 。跃迁前两核子相对动量为 $\hbar k = \mu(v_a - v_b) = \frac{m}{2}(v_a - v_b) = \frac{1}{2}(p_a - p_b) = \frac{1}{2}\hbar(k_a - k_b)$, 所以 $k = \frac{1}{2}(k_a - k_b)$ 。同理, 中间态两个核子相对动量为 $\hbar k'$, 而 $k' = \frac{1}{2}(k'_a - k'_b)$ 。

$$\text{令} \quad e(k', k) = \epsilon'_a + \epsilon'_b - \epsilon_a - \epsilon_b = \frac{\hbar^2}{m}(k'^2 - k^2) \quad (18)$$

它代表散射到中间态过程中两核子动能的变化, 则从(17)式就可得到如下的Bethe-Goldstone方程:

$$\Psi_{k(x)} = e^{ik \cdot x} - \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3k' \frac{e^{ik' \cdot x}}{e(k', k)} Q(k', K) \int d^3x' e^{-ik' \cdot x'} V(x') \Psi_k(x') \quad (19)$$

其中 $Q(k', K)$ 为泡利算子, 定义如下:

$$Q(k', K) = \begin{cases} 1, & \text{对 } |k' \pm \frac{1}{2}K| > k_F \\ 0, & \text{其他情形,} \end{cases} \quad (20)$$

($K = k_a + k_b = k'_a + k'_b$, 而核子系统的总动量为 $\hbar K$)。

当人们用两体相互作用位势来研究核物质的性质时, 往往以Bethe-Goldstone方程为出发点。系统的总能量密度为

$$E = \sum_a \epsilon_a, \quad \epsilon_a = \frac{\hbar^2 k_a^2}{2m} + U_a \quad (21)$$

$$\text{而} \quad U_a = \sum_n \langle \phi_{an} | V | \Psi_{an} \rangle \quad (22)$$

其中求和 $\sum_a \rightarrow \frac{\Omega}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F} 4\pi k_a^2 dk_a$, 化为对 a 粒子所有可能的动量的积分。 ϕ_{an} 为入射核子的平

面波波函数, Ψ_{an} 为经过相互作用后核子的波函数。在具体计算时, 由于不同角动量的核子状态, 相互作用位 $V(x)$ 不同, 所以通常将核子波函数分解为具有不同角动量波函数的迭加, 即利用分波法来进行计算。但是, 由于因子 $Q(k', K)$ 的存在而使(19)式的积分区域复杂化。通常是以具体的位函数代入, 经过繁复的计算(常利用计算机)来求 U_a 。

对于两体作用位的形式有各种不同的近似描述。例如1968年Reid位(软核心)就是常用的位势之一^[5];

$$V(l, s, j, r) = \sum_n a_n(l, s, j) \frac{e^{-n\mu r}}{\mu r} \quad (23)$$

其中 $\mu = 0.7f_m^{-1}$ 。对于纯中子物质(两体相互作用系统的同位旋为 $T=1$)来说, 张量力可以忽略, 只有中心力成份, 以下标 c 标记。系数 $a_n(l, s, j)$ 值列于表 1 中。

表 1 Reid 位的有关函数值(以 MeV 为单位)

	a_1	a_2	a_4	a_6	a_7
$V_c(^1S_0)$	-10.463		-1650.6		6484.2
$V_c(^1D_2)$	-10.463	-12.322	-1112.6		6484.2
$V_c(^3P_2-^3F_2)$	3.488		-933.48	415.21	

七十年代, 不少研究者从 Reid 位出发, 利用 BBG 核物质理论来计算在核密度附近纯中子物质的能量^[6]。但是, BBG 理论计算(利用 Reid 位)对称物质的束缚能和饱和密度, 其结果都太高, 这表明 Reid 位太软。BBG 核物质理论的方法可以一直适用到 $\rho \leq 2\rho_0$ 。但是, 在更高的密度下, 必须考虑粒子间多体相关, 这时必须用量子场论的方法来描述它。

三、Walecka 的平均场模型^[7]

当物质密度远高于原子核密度(例如, 在中子星内部深处, $\rho \sim 5 \times 10^{14}$ 克/厘米³)时, 核子被浓密的 π 介子云包围, 此时分立的核子模型和两体相互作用力的观念就不再适用了。而且, 当 $\rho > \rho_0$ ($\rho_0 = 2.8 \times 10^{14}$ 克/厘米³ 为原子核饱和密度, 相应的核子数密度为 $n_0 = 0.17$ 核子/ f_m^3)时, 费米表面核子的费米速度 $v > 0.25c$, 随着密度的进一步增高, 核子的费米速度更加增大, 此时应该考虑核子的相对论效应以及真空背景对于介子和核子传播的影响。1974年, Walecka 提出了一种有效的相对论量子场论的平均场模型, 经过不断的改进, 现在已成为研究超高密度下物质性质的一种有用的工具。这个方法的梗概如下:

核子之间通常存在很强的吸引作用, 但是在极近的距离上, 核子之间又出现很强的排斥作用。通常人们认为, 这种强相互作用是由于核子之间交换 π 介子而产生的。由于这种耦合非常强, 不可能用量子场论中常用的微扰论方法来处理。Walecka 发现, 核子场同周围的 π 介子场的这种强相互作用, 可以等效地用相对论性“裸”核子场同一种质量较轻的标量介子 σ 场以及质量较大的矢量介子 ω 场来描述。核子之间的吸引作用是通过它们同标量介子 σ 场的耦合产生的, 而在极近距离下, 核子之间的排斥作用是通过它们同矢量介子 ω 场的耦合产生的。两种介子场本身是线性的, 自身无耦合作用。这些耦合作用的引入是为了解释核力的饱和性。在具体计算时, 标量介子场和矢量介子场都以其平均值(期望值)作为经典场代入有关方程中, 因此这个近似方法又称为平均场近似。

由(相对论性)“裸”核子场、标量介子场(σ)、矢量介子场(ω)所组成的混合体系的 Lagrange 量密度为

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \widehat{\Psi} \left(i\hbar c \gamma^\mu \frac{\partial}{\partial x^\mu} - m_B c^2 - g_\omega \gamma^\mu \widehat{\omega}_\mu - g_\sigma \widehat{\sigma} \right) \Psi - \frac{1}{4} \widehat{F}^{\lambda, \rho} \widehat{F}_{\lambda, \rho} + \frac{1}{2} \frac{m_\omega^2 c^2}{\hbar^2} \widehat{\omega}^\mu \widehat{\omega}_\mu \\ & + \frac{1}{2} \left[c^2 \frac{\partial \widehat{\sigma}}{\partial x^\mu} \frac{\partial \widehat{\sigma}}{\partial x_\mu} - \frac{m_\sigma^2 c^4}{\hbar^4} \widehat{\sigma}^2 \right] \end{aligned} \quad (24)$$

其中 $\widehat{\Psi}$ 、 $\widehat{\sigma}$ 、 $\widehat{\omega}_\mu$ 分别为核子、标量 σ 介子、矢量 ω 介子的场算符, γ^μ 为四维 Dirac 矩阵, m_B 、 m_σ 、 m_ω 分别为核子、 σ 介子、 ω 介子的质量, g_σ 、 g_ω 分别表征核子同标量 σ 介子和矢量 ω 介子的相互作用耦合常数。而 $\widehat{F}_{\lambda, \rho} = \frac{\partial \widehat{\omega}_\rho}{\partial x^\lambda} - \frac{\partial \widehat{\omega}_\lambda}{\partial x^\rho}$ 为矢量 ω 介子的场强算符, 它类似于电磁场张量。在(24)式中, 第一项的括号内包含了汤川型的核子- σ 标量介子的相互作用 $g_\sigma \widehat{\Psi} \widehat{\sigma} \widehat{\Psi}$ 项和核子- ω 矢量介子的相互作用 $g_\omega \widehat{\Psi} \gamma^\mu \widehat{\omega}_\mu \widehat{\Psi}$ 项。

Walecka 利用平均值近似, 将 σ 介子场和 ω 介子场都用其经典平均值代替。他进一步假设场空间均匀与各向同性, 则有

$$\omega_\mu = i\omega_0 \delta_{\mu 4} \quad (25)$$

从 Lagrange 运动方程可以推出核子场的运动方程:

$$\left[-i\gamma^\mu \frac{\partial}{\partial x^\mu} + \frac{g_\omega}{\hbar c} \gamma^0 \omega_0 - \frac{m_B c}{\hbar} \left(1 - \frac{g_\sigma \sigma}{m_B c^2} \right) \right] \widehat{\Psi} = 0 \quad (26)$$

其中 σ 、 ω_0 为 σ 场和 ω 场的经典值。

$$\sigma = \frac{\hbar^2}{m_\sigma^2 c^4} g_\sigma n_\sigma, \quad \omega_0 = \frac{\hbar^2}{m_\omega^2 c^2} g_\omega n_B \quad (27)$$

n_B 为核子数密度, n_σ 为类似定义参数:

$$n_B = \langle |\widehat{\Psi} + \widehat{\Psi}| \rangle, \quad n_\sigma = \langle |\widehat{\Psi} \widehat{\Psi}| \rangle \quad (28)$$

其中 $|\rangle$ 为整个核子系统的基态(费米海基态)。

将方程(26)同电磁场下电子运动的 Dirac 方程比较可知, (26)式相当于某种“核子”(严格来说是一种准粒子)在矢量场 ω_μ 下的 Dirac 方程, 这种“核子”的有效质量为

$$m_B^* = m_B - \frac{g_\sigma}{c^2} \sigma = m_B \left[1 - \frac{\hbar^2}{m_B c^2} \frac{g_\sigma^2}{m_\sigma^2 c^4} n_\sigma \right] \quad (29)$$

这样, Lagrange 量(24)可以改写为

$$\mathcal{L} = -\hbar c \left[\widehat{\Psi} \left(-i\gamma^\mu \frac{\partial}{\partial x^\mu} + \frac{g_\omega}{\hbar c} \gamma^0 \omega_0 + \frac{m_B^* c}{\hbar} \right) \widehat{\Psi} \right] - \frac{m_\sigma^2 c^4}{2\hbar^2} \sigma^2 + \frac{m_\omega c^2}{2\hbar^2} \omega_0^2 \quad (30)$$

(上式中已考虑到 σ 介子与 ω 介子场方程和(25)式, 因此(24)式中场强算符 $\widehat{F}^{\lambda, \rho}$ 项消失)。

从 \mathcal{L} 可以求出相应的 Hamilton 算符 $\widehat{\mathcal{H}}$, 将它以及粒子数算符对核子的费米海基态求量子力学平均(即系综统计平均), 这就可以求出系统的总能量密度 E 和总压强 P 。经繁复的运算, 最后结果为:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{1}{m_B c^2} \left(\frac{E}{n_B} \right) &= \frac{1}{2} \{ C_\omega^2 + C_\sigma^2 [f(a)]^2 \} d_B + 3g(a) \left(\frac{6\pi^2 d_B}{\gamma} \right)^{1/3} & (31) \\ \frac{1}{m_B c^2} \left(\frac{P}{n_B} \right) &= \frac{1}{2} \{ C_\omega^2 - C_\sigma^2 [f(a)]^2 \} d_B + \left[g(a) - \frac{a}{3} f(a) \right] \left(\frac{6\pi^2 d_B}{\gamma} \right)^{1/3} & (32) \end{aligned} \right.$$

上式左边的 $\frac{E}{n_B}$ 、 $\frac{P}{n_B}$ 分别为每个核子所具有的平均能量和它所贡献的压强。式中 C_ω 、 C_σ 为无量纲耦合常数, d_B 为无量纲重子数密度, a 为无量纲费米动量的倒数:

$$C_\sigma^2 = \frac{g_\sigma^2}{\hbar c^3} \frac{m_B^2}{m_\sigma^2}, \quad C_\omega^2 = \frac{g_\omega^2}{\hbar c} \frac{m_B^2}{m_\omega^2} \quad (33)$$

$$d_B = \frac{n_B}{\left(\frac{m_B c}{\hbar} \right)^3} \quad (34)$$

$$a = \left[\frac{\hbar k_F}{m_B c} \right]^{-1} \quad (35)$$

$f(a)$ 、 $g(a)$ 为在对核子费米海基态求系综统计平均时引入的(无量纲)积分:

$$f(a) = 3a \int_0^1 \frac{x^2 dx}{(x^2 + a^2)^{1/2}} = \frac{3}{2} a \left[(1 + a^2)^{1/2} - \frac{a^2}{2} \ln \frac{(1 + a^2)^{1/2} + 1}{(1 + a^2)^{1/2} - 1} \right] \quad (36)$$

$$g(a) = \int_0^1 x^2 (x^2 + a^2)^{1/2} dx = \frac{1}{8} \left[(1 + a^2)^{3/2} + (1 + a^2)^{1/2} - \frac{a^4}{2} \ln \frac{(1 + a^2)^{1/2} + 1}{(1 + a^2)^{1/2} - 1} \right] \quad (37)$$

各参量之间还存在着如下关系式

$$\frac{1}{C_\sigma^2 d_B} \left[1 - \left(\frac{6\pi^2 d_B}{\gamma} \right)^{1/3} a \right] = f(a) \quad (38)$$

$$\frac{n_\sigma}{n_B} = f(a) \quad (39)$$

式中 γ 为核子每个动量态的简并度: 对于地球(实验室中)对称的核物质, $\gamma=4$ (这是因为除了自旋简并外, 还存在质子与中子的同位旋简并); 对于中子星内部的几乎纯中子物质, $\gamma=2$ 。

这个理论中存在着两个附加的参量 $\frac{g_\sigma}{m_\sigma}$ 和 $\frac{g_\omega}{m_\omega}$, 或者等效地为无量纲耦合常数 C_σ 和 C_ω ,

它们分别代表标量(σ)介子、矢量(ω)介子同核子相互作用的耦合作用强度。只要调整这两个参量 C_σ 、 C_ω , 对于给定的物质密度 $\rho(n_B)$, 便可由(34)式确定无量纲重子数 d_B , 再由(36)、(38)两式联合计算无量纲费米动量的倒数 a 以及函数 $f(a)$, 从(37)式计算函数 $g(a)$, 由(35)式计算核子的有效质量。最后, 针对不同情形下的简并度 γ 值, 由(31)、(32)两式寻求系统的能量密度和压强。

通过上述手续, 不断地调整理论参量 C_σ^2 、 C_ω^2 , 适当地选择它们的数值, 使得通过计算复现出对称核物质($\gamma=4$)情形下正确的(由实验室测定的)每个核子的束缚能和核物质密度:

$$\frac{E}{n_B} - m_B c^2 = -15.75 \text{ MeV}, \quad k_F = 1.42 f_m^{-1},$$

利用这种同实验对比的方法, 人们确定出理论中的这些待定参量,

$$C_\sigma^2 = 266.9, \quad C_\omega^2 = 195.7$$

从(32)式可以看出, 标量(σ)介子对压强的贡献为负, 它与核子的相互作用表现为吸引, 矢量(ω)介子对压强的贡献为正, 它们同核子的相互作用就表现为排斥。

当 $\{C_\sigma^2, C_\omega^2\}$ 确定后, 就可以寻求中子星内部纯中子物质($\gamma=2$)的状态方程。

由此得出的每个核子的束缚能绘于图 1 中。图中虚线是 Pandharipande 根据 Reid 位势(利用 BBG 理论)计算的结果^[8]。从图可以看出, Walecka 的平均场模型可以很好地解释核力的饱和性(优于通常核物质理论)。对纯中子物质而言, 每个核子的束缚能为正, 即纯中子物质是不存在束缚态的, 这同其他的理论计算是一致的。

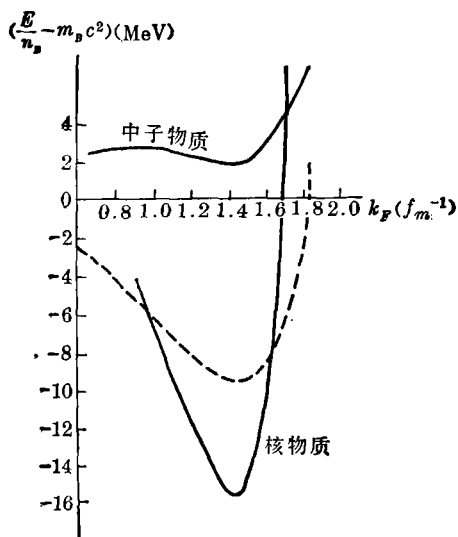


图 1. 每个核子的束缚能随费米波数的变化。

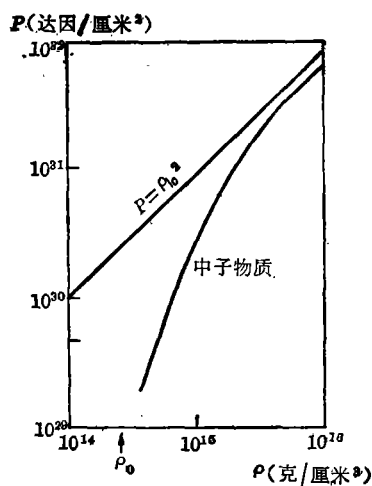


图 2. 平均场理论计算的中子物质的状态方程。

在低密度极限下($n_B \ll n_0$), 从(31)式可得

$$\begin{aligned} \frac{1}{m_B c^2} \left(\frac{E}{n_B} \right) = & 1 + \frac{3}{10} \left(\frac{6\pi^2 d_B}{\gamma} \right)^{2/3} + \frac{1}{2} C_\omega^2 d_B - \frac{1}{2} C_\sigma^2 d_B - \frac{3}{56} \left(\frac{6\pi^2 d_B}{\gamma} \right)^{4/3} \\ & + \frac{3}{10} C_\sigma^2 d_B \left(\frac{6\pi^2 d_B}{\gamma} \right)^{2/3} + \frac{3}{144} \left(\frac{6\pi^2 d_B}{\gamma} \right)^2 + O(d_B^{7/3}) \end{aligned} \quad (40)$$

其中第一项为核子的静止能量, 第二项为核子(非相对论)的费米能, 第五、七项为它的相对论修正, 第三项为矢量介子的斥力贡献, 第四项为标量介子的吸引力的贡献。当 C_σ^2 足够大(核子同标量介子的耦合作用足够强)时, 核子的相互作用能 $\left(\frac{E}{n_B} - m_B c^2 \right) < 0$, 对应于束缚态。

在极端超高密度($n_B \gg n_0$)下,

$$\frac{1}{m_B c^2} \left(\frac{E}{n_B} \right) \rightarrow \frac{1}{2} C_\omega d_B + 4 \left(\frac{6\pi^2 d_B}{\gamma} \right)^{1/3} + \frac{1}{2C_\sigma^2 d_B} + O(d_B^{-5/3}) \quad (41)$$

其中右边第一项为矢量 ω 介子的斥力贡献, 第二项为核子相对论费米能, 第三项为标量 σ 介子的贡献。(40)、(41)两式明显地显示了核物质的饱和性。

(32)式给出的压强表达式和(31)式能量表达式之间的关系满足热力学第一定律

$$P = n_B^2 \frac{\partial}{\partial n_B} \left(\frac{E}{n_B} \right)$$

压强随质量密度的变化曲线(状态方程)绘于图 2。从图可以看出, 这个状态方程是非常硬的, 而且, 当 $\rho \rightarrow \infty$ 时, $P \rightarrow \rho c^2$, 趋向于 Zel'dovich 的因果律极限。利用超高密度下很硬的状态方程(32)式, 计算的中子星的极限质量约为 $2.57M_\odot$ 。

用平均场模型可以通过调节参数 $\{C_\sigma^2, C_\omega^2\}$, 使得核子束缚能满足关系式(请参看文 I)。

$$B = -15.7 + \frac{1}{2} K \left(1 - \frac{k_F}{k_{F_0}} \right)^2 \quad (42)$$

且使压缩模型 $K = 220 \text{ MeV}$ (实验值)。但是在这组参量下, 在密度较低情形下计算出来的压强结果并不好, 状态方程此时出现 V 形状。如果为了使状态方程消除这种反常状态, 那么所得 K 值就远远高于实验值, $K = 550 \text{ MeV}$ 。近年来, 许多研究者从各种角度对平均场模型提出了各种不同的改进方案: 有的将其中的矢量介子采用更严格的解代替经典平均值, 有的引入标量介子的自相互作用(即非线性 σ 模型), 有的再引入另一种质量较大的重标量介子(ρ)场, 采用相对论多体理论来进一步研究。我国北京师范大学物理系一个相当庞大的研究小组, 加进超子的影响, 重新研究中子星内部的状态方程^[9], 他们的工作是有一定积极意义的。这些研究工作中(除了引进 ρ 介子场以外), 都使中子星物质的状态方程软化, 因而使中子星的极限质量降低到 $2M_\odot$ 左右。但是, 这些修正却反而增大(42)式中的 K 值, 或者引入了一些更为不确定的参量, 因此, 这个理论问题迄今仍未解决。

1974年, 李政道提出^[10], 在自然界中可能存在着一种“反常核态”, 这种模型仍然以 σ 模型为基础, 同 Walecka 的平均场模型的理论相类似, 但是它不考虑矢量介子, 只考虑标量介子场。在处理极短距离上的排斥力时, 往往可以用唯象的方法来引入一种排斥力心。例如, 在通常费米动量的表达式

$$p_F = \left(\frac{3}{8\pi} \right)^{1/2} h n_B^{1/3} = \left(\frac{9}{32\pi^2} \right)^{1/3} \frac{h}{r} \quad (43)$$

中(r 为核子间的平均距离), 若将 r 换为 $r - 0.8a$, a 可取为 $0.57f_m$, 则这种处理效果相当于存在排斥力心。

在反常核态模型中, 标量介子(σ)场是非线性的, 它同核子的耦合作用在效果上可以大大降低核子的静止质量, 改变后的有效质量为

$$m_B^* = m_B + \frac{g}{c^2} \sigma(x) \quad (44)$$

此处耦合常数 $g < 0$ (它同(29)式实质是相同的, 两式中 g 的符号相反)。由于标量 σ 场的引入, 核

子处于位能场 $V_{[\sigma(x)]}$ 中, 且当 $\sigma(x) \equiv 0$ 时, $V_{[\sigma(x)]}$ 达到极小值, 而且这个极小值为零: $V_{[\sigma(x)=0]} = 0$, 这保证了在真空中 σ 场的平均值 (期望值) 为零 $\langle \sigma \rangle = 0$, 使得在真空中核子的有效质量就是它通常的静止质量。在密度为有限值的非真空中, 在基态时 $\langle \sigma \rangle \neq 0$ 。如果物质达到超高密度 (高于核密度的几倍) 时, 可能达到 $\langle \sigma \rangle = -m_n c^2/g$, 这时核子的有效质量 $m^* = 0$, 即核子 (实际上是一种准核子) 几乎成为无质量的。在这种情形下, 场的能量 $V(\langle \sigma \rangle = -m_n c^2/g)$ 同物质密度无关, 这种状态就称为反常核态。李政道预言, 当核子数密度达到

$$n_B \geq \frac{1}{m_n c^2} V(-m_n c^2/g) \quad (45)$$

时, 系统将经历一种相变, 通常的核子态将转变到反常核态 ($m^* = 0$) 中去。除此之外, 反常核态与正常核态在性质上无很大的差异。

对于中子星内部的纯中子物质来说, 反常核态的可能性首先在1975年由Källman等人提出^{[11], [12]}, 但是他们的模型不能符合于正常的对称核物质 (简并度 $\gamma = 4$)。随后, 1975年 Pandharipande 和 Smith 对这个问题作了详细分析^[13], 他们将 σ 模型同实验室中的核子束缚能、饱和密度以及对称核物质的对称能相匹配, 得出的结论是: 如果 σ 模型同地球实验室的这些性质相匹配, 那么中子星内部 (几乎纯中子物质, $\gamma = 2$) 就不可能存在反常核态。1977年, Moszkowski 和 Källman 在更为复杂的模型基础上引入平均的 ρ 场, 或者调整 σ 模型 $V(\sigma)$ 表达式中出现的 σ 场的三次项和四次项, 他们最后的结果也同样否定了中子星内部反常核态的存在^[14]。

1977年, Nyman 和 Rho 回避上述 σ 模型同正常核态性质相匹配的极复杂的问题, 从另一个角度来分析反常核态中较大尺度的能量变化^[15], 计算了中子物质向反常核态的一级相变, 得出如下结论: 虽然在充分高的密度下, 反常核态相的能量低于正常核态相, 但是从正常核态向反常核态的相变只出现在密度极高的情形下, 这种相变密度远远高于中子星内部的实际值^[16]。Baym 在1979年的评述性文章中很好地总结了这个问题^[17]。自此以后, 特别是由于在实验上并未发现反常核态, 国际上一般不再研究中子星内部的反常核态问题了。

四、中子星内部的 π 凝聚

通常, 在核子周围存在着一些虚的 π 介子云, 它们时而被核子吸收, 时而又被核子放出。这些 π 介子场在正常地起伏着, 其真空期望值 (平均值) 为零, 所以称为虚 π 介子云。根据测不准关系式, 这种虚 π 介子的寿命 Δt 是由其能量的不确定性 Δe 来决定的, $\Delta e \cdot \Delta t \sim \hbar$, 而 Δe 与 π -N 相互作用有关。从 Δe 可以确定虚 π 介子动量的不确定性大小 Δp_π , 再从测不准关系式可知, 虚 π 介子出现的距离范围 Δx 由 $\Delta x \cdot \Delta p \sim \hbar$ 来决定。但是, 当物质达到超高密度 (一般认为当 $\rho \gg 2\rho_0$) 时, 核子间的间距 d 非常小, 使得 $d \leq \Delta x$, 这时情况就可能大不相同。由于核子的全同性以及 π 介子的全同性, 虚 π 介子出现的范围几乎不受限制, $\Delta x \sim \infty$ (如果核子系统无限大的话), 从 $\Delta p \cdot \Delta x \sim \hbar$ 和 $\Delta t \cdot \Delta e \sim \hbar$ 可知, 虚 π 介子存在的寿命可以无限大, 其能量和动量都处于最低状态 (零点)。这时, 在超高密度的核子系统内, 人们无法分辨这些 π 介子的确实性。通过“真空自发破缺”效应, 使它们在实际的基态 (核子费米海的基态) 中的平均值不

为零。由于核子的费米能级非常高, 系统内的这种 π 介子数量可以是非常多的, 而 π 介子是自旋为零的波色子, 它们可以发生 Bose-Einstein 凝聚现象, 都聚集在最低能量的单量子态上, 形成的这种状态就称为 π 凝聚。

实际上, 当物质密度 $\rho \gg \rho_0$ 时, 物质以自由中子为主要成分, 夹杂少量质子和电子(参看文 I): $n_n \gg n_p = n_e$, 且化学势 $\mu_n \gg \mu_p$ 。在 β 平衡区的核物质密度下,

$$\mu_n - \mu_p = \frac{1}{2m_B} \left(\frac{3}{8\pi} \right)^{2/3} h^2 (n_n^{2/3} - n_p^{2/3}) \quad (46)$$

随着物质密度向中心增加, 中子的化学势进一步增高, 当达到

$$\mu_n - \mu_p \geq m_{\pi^-} c^2 = 139.6 \text{ MeV} \quad (47)$$

时, 就会出现反应 $n \rightarrow p + \pi^-$ 。一旦达到这个条件, 这个反应便会大量进行。这是由于电子是轻费米子, 只有当更改后的 β 过程 $n + n \rightarrow n + p + e^- + \bar{\nu}_e$ 的发射电子能量超过费米能级时, 这种更改后的 β 过程才可能发生(原始 β 衰变是完全不可能发生的, 参看文 I), 而且产生的电子又将使系统的能量大大增加。而反应 $n \rightarrow p + \pi^-$ 的产物 π^- 介子是波色子, 它不受泡利不相容原理的限制, 它们可以互相结合成一种集体(长程)相干的状态, 都凝聚到能量与动能均最低的单量子态中去, 不增加系统的能量。能量原理要求一个系统总是自发地趋向于使系统能量尽可能达到最低的状态。因此, 当物质密度达到 $\rho > 2\rho_0$ 时, 体系可能处于 $n \rightleftharpoons p + \pi^-$ 达到平衡的状态, 这时大量中子转化为质子, 同时产生大量处于能量最低的凝聚相的 π 介子, 系统能量达到最低, 系统保持稳定, 这种状态就是 π 凝聚态。我们说“大量中子转化为质子”这句话并不准确, 因为所有的中子是全同粒子, 所有的质子也都是全同粒子, 而中子与质子的区别(除了电荷不同外)在于其同位旋的分量不同。严格说来, 在 π 凝聚状态中, 核子是以中子、质子在同位旋空间中的某种混合态(实际上是一种准粒子)而出现的。我们关心的问题是, 在什么密度下在中子星内部会出现 π 凝聚状态。

1971年 Migdal 等人, 1972年 Sawyer、Scalapino 等人分别从不同角度, 用不同方法独立地提出 π 凝聚的观念^[18-20], 而且都指出, 在中子星内部, 在 $\rho \lesssim 10^5$ 克/厘米³ 附近, 可能存在 π 凝聚。

Bahcall 和 Ruderman 指出, 由于在超高密度下核子与 π 介子之间的 s 波相互作用存在很强的排斥作用, 这种作用会增加 π 介子的有效质量, 因而提高 π^- 介子出现的密度阈值。当 π^- 介子能量很低时, 由于它同核子的 s 波相互作用造成的 π^- 介子能量的增加值可以通过 π -N 散射长波的测定而估计出来^[21]。

$$\Delta E_{\pi}^s = - \left(\frac{2\pi\hbar^2}{m_{\pi}} \right) \left[a_3 n_n + \frac{1}{3} (2a_1 + a_3) n_p \right] \approx 217 (n_n - n_p) \text{ MeV} \quad (48)$$

此处 n_n 、 n_p 以 f_m^{-3} 为单位, a_1 、 a_3 分别代表同位旋为 1/2、3/2 散射道的散射长度。实验给出

$$\begin{aligned} a_1 - a_3 &\approx 0.262 m_{\pi}^{-1} \approx 0.370 f_m, \\ 2a_3 + a_1 &\approx -0.01 m_{\pi}^{-1} \approx 0, \end{aligned}$$

在对称的核物质($n_p \approx n_n$)中, $\Delta E_{\pi}^s \sim 0$ 。因而在实验室中可能会出现由于 s 波的 π -N 相互作用导致的 π 凝聚状态。但是, 在中子星内部, $n_n \gg n_p$, 在核物质密度下, $\Delta E_{\pi}^s \sim 38 \text{ MeV}$ 。对中

子星物质所作的计算表明, $\mu_n - \mu_p < m_\pi - c^2 + \Delta E_\pi^*$ 。所以, 如果 π -N相互作用只有s波, 则中子星物质永远不会出现 π 介子。但是 Migdal、Sawyer 等人都指出, 导致 π -N散射的共振态 $\Delta \left(J = \frac{3}{2}, T = \frac{3}{2} \right)$ 的p波吸引的 π -N相互作用会使 π 介子的能量大大降低。计算表明, 当物质密度略高于核密度时, 由于这种作用, 可能会出现 π^- 介子。也就是说 $n \rightarrow p + \pi^-$ 是通过 π -N的赝矢耦合而进行的。

由于人们对于超高密度下核力的性质了解得还很不够, 当人们从不同角度、考虑不同因素来研究这个问题时, 对于出现 π 凝聚的具体密度阈值所得到的结论也大不相同。例如, 可以利用量子场论方法(通过Bogoliubov变换)来寻求系统能量的极值^[22], 以确定 π 凝聚出现的条件。一般认为, 在 $\rho \geq 2\rho_0$ 情形下就可能出现 π 凝聚。

π 凝聚是一种宏观上的相干态, 这些相干的 π 介子场具有确定的振幅与位相。由于凝聚波色子系统的粒子数 N 和相干态位相 ϕ 是一对量子力学共轭量, 在 ϕ 表象中, $N = \frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial \phi}$;

而在 N 表象中, $\phi = i \frac{\partial}{\partial N}$, 其间的测不准关系为

$$\Delta N \cdot \Delta \phi \sim 1 \quad (49)$$

在 π 凝聚状态中, π 场的位相几乎完全确定, 因而它的粒子数目却是不确定的。可能产生大量 π 介子, 由于它们(在零温下)都占据到最低能量状态中, 因此系统的能量并不增加。

π 凝聚的出现会对中子星的内部结构产生如下重大的影响:

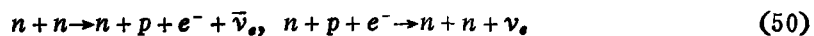
(1) 它使物质状态方程大大变软^{[23], [16]}。这是因为当物质密度增加时, 由于 $n \rightarrow p + \pi^-$ 反应, 而 π^- 介子却处于能量最低的凝聚状态中, 因而中子系统的费米能级不会明显增加, 相应的中子气体退化压强也不会明显增加。同其他较硬的状态方程比较而言, π 凝聚物质的压强较低, 即状态方程变软($P = K\rho^T$, 等效绝热指数 T 变小)。对于一定质量的中子星来说, 如果内部含有 π 凝聚, 则中子星的中心密度较大, 半径较小, 因而壳层较薄、壳层的质量和体积都较小(对于较硬的状态方程来说, 情况与此相反)。当 $\rho = 3\rho_0$ 时, π 凝聚的存在可能使中子压强下降75%^[24]。

由于 π 凝聚使状态方程变软, 它就会使中子星的极限质量降低。

(2) π 凝聚的存在可能使中子星核心区域更高密度的物质固态化, 即中子星核心部分可能出现由中子组成的晶格点阵^[25]。

(3) π 凝聚的出现会大大加速中子星内部的中微子冷却过程^{[26], [27]}。

在六十年代, 刚从超新星爆发生成的中子星(当时内部温度在 $T \sim 10^{11}$ K以上)的降温问题是一个令人头痛的问题。这是因为, 虽然在超高温下, 由 $(e^+e^-) \rightarrow \nu\bar{\nu}$, $N^* + \gamma \rightarrow N^* + \nu\bar{\nu}$ 和 $\gamma + \gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ 这些产生中微子的过程非常有效, 它们可使中子星内部温度迅速降低。但是, 当温度降到 $T < 10^{10}$ K时, 上述中微子过程就微不足道了。在这种温度下, 在物质密度很高的条件下, 只能发生更改了的URCA过程



和中性弱流的过程

$$n + n \rightarrow n + n + \nu + \bar{\nu}, \quad n + p \rightarrow n + p + \nu + \bar{\nu} \quad (51)$$

更改了的URCA过程产生的中微子光度为

$$L_{\nu}^{(U)} \sim 6 \times 10^{39} \left(\frac{m}{M_{\odot}} \right) \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{-1/3} T_9^3 \text{ erg/s} \quad (52)$$

其中 ρ_0 为饱和核密度, T_9 为温度, 以 10^9K 为单位。过程(51)产生的中微子光度也正比于 T_9^3 , 但它比 $L_{\nu}^{(U)}$ 要低30倍, 可以忽略。如果考虑到中子星内部大多数中子处于超流状态, 则上述中微子发射率将因减少因子 $\exp\{-\Delta/kT\}$, 其中 Δ 为中子超流体的能隙值, $\Delta \sim 1 \text{MeV}$, 对于 $T \sim 1 \times 10^9 \text{K}$ 时, $\frac{\Delta}{kT} \sim 11.6$, $\exp\{-\Delta/kT\} \sim 9 \times 10^{-6}$ 。

除此之外, 中子星壳层内的中微子韧致发射过程 $e^- + (Z, A) \rightarrow e^- + (Z, A) + \nu_e + \bar{\nu}_e$ 产生的中微子光度为

$$L_{\nu}^B \sim 5 \times 10^{39} \left(\frac{m_{cr}}{M_{\odot}} \right) T_9^6 \text{ erg/s} \quad (53)$$

其中 m_{cr} 为壳层的质量, 通常 $m_{cr}/M_{\odot} < (10^{-2} - 10^{-3})$ 。

如果仅就上述一些中微子过程, 则需要几千年的时间, 蟹状星云脉冲星的表面温度才可能降低到现在的数值 $T_e < 2 \times 10^6 \text{K}$, 显然这同蟹状星云脉冲星只有 930 年的历史是相矛盾的。

但是, 如果考虑 π 凝聚的影响, 这个矛盾就自然消除了。这是由于, π 凝聚状态中的中子-质子同位旋混合的准粒子 f 之间的URCA过程:

$$f \rightarrow f^* + e^- + \bar{\nu}_e, \quad f + e^- \rightarrow f^* + \nu_e \quad (54)$$

在这个过程中, 多余的动量被凝聚的 π 场所吸收(如果不存在 π 场, 则这种反应是不可能同时满足能量守恒与动量守恒定律的, 因而是不能进行的)。这种过程产生的中微子发射率为

$$L_{\nu}^{\pi} \sim 1.5 \times 10^{46} \theta^2 \left(\frac{m}{M_{\odot}} \right) \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{-1} T_9^6 \text{ erg/s}, \quad (55)$$

其中参数 $\theta \sim 0.3$ 。因而

$$L_{\nu}^{\pi}/L_{\nu}^{(U)} \sim 2.5 \times 10^6 \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{-2/3} \theta^2 T_9^{-3} \quad (56)$$

因此, 在中子星冷却过程中, L_{ν}^{π} 为主要的贡献。中子星的冷却时标为:

$$t_{*} \sim \frac{U}{L_{\nu}} \quad (57)$$

其中

$$U \sim 10^{47} \left(\frac{m}{M_{\odot}} \right) \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{-2/3} T_9^2 \text{ erg} \quad (58)$$

为蕴含在退化的中子星内部的热能。

如果不考虑 π 凝聚, 则

$$t_{*}^{(U)} \sim 0.2 \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{-1/3} [T_9^{-6}(f) - T_9^{-6}(i)] \text{ 年} \quad (59)$$

其中 $T_9(i)$, $T_9(f)$ 分别为中子星的初始温度与现在的温度(均以 10^9K 为单位)。如果考虑 π 凝

聚, 则

$$t_{\text{冷}}^{(\pi)} \sim 3\theta^{-2} \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{1/3} [T_9^{-4}(f) - T_9^{-4}(i)] \text{ 秒} \quad (60)$$

中子星内部几乎等温, 在表面很薄的一层致密大气内, 温度陡然下降, $\frac{T_e}{T_{\text{内}}} \sim 10^{-2} - 10^{-3}$ 。从

(60)式可看出, 如果存在 π 凝聚, 中子星的表面温度可以相当快地降下来。

1979年, Maxwell 考虑了质子超导和中子超流对于冷却率的影响, 重新计算发现, 即使不考虑 π 凝聚, 也可以解决中子星的降温问题^[20]。

π 凝聚的提出曾使对中子星内部的研究大为活跃, 在七十年代, 人们曾以为它是中子星冷却的唯一有效方式, 而且以此反过来促使人们在实验室内的研究, 很遗憾, 人们迄今仍未在实验室中发现 π 凝聚。此外, 由于 Maxwell 的上述工作, 以及由于 π 凝聚计算出的几颗中子星表面温度值明显地低于爱因斯坦天文台 X 射线观测后的归算值, 使得人们对于 π 凝聚的存在性表示了怀疑。这方面的研究仍在进行之中。

我国北京师范大学物理系的研究小组对中子星内 π 凝聚作了一些有益的工作^[9]。

五、中子星内部的夸克物质

按照量子色动力学的观点, 所有参加强相互作用的强子(核子、各种超子、 π 介子、K介子等等)都是由夸克组成。夸克都是费米子, 自旋为1/2。可能存在着6种夸克(称为6种味: u、d、s(奇异)、c、b、t夸克。每种夸克又有三种颜色(红、黄、蓝), 它们相当于色空间中“旋”的三个分量。六种夸克相应的量子数列于表2中:

表2 六种夸克的量子数

夸克种类	电荷 Q (以 e 为单位)	重子数 B	奇异量子数 S	粲数 C	同位旋 (T, T_3)	质量 (mc^2)
u	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	0	$(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$	$< 10\text{MeV}$
d	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	0	$(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$	$< 10\text{MeV}$
s	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	1	0	(0, 0)	300MeV
c	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	1	(0, 0)	2GeV
b	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	0		(0, 0)	5GeV
t(?)	$\frac{2}{3} (?)$	$\frac{1}{3}$	0			?

与每一种夸克 q 相对应的有一种反夸克 \bar{q} , 其量子数与 q 相反(但总同位旋不变), \bar{q} 夸克的内禀宇称也与 q 夸克相反。对于每一种味的三种不同颜色的夸克来说, 除了色量子态不同外, 其他的量子数都相同。

所有参数加强作用的介子都由一种夸克 q 和一种反夸克所组成 ($q\bar{q}$), 所有的重子都是由三种不同色荷夸克所组成 (“色荷”的引入正是为了使组成强子的夸克不违反泡利原理)。具有奇异量子数的奇异粒子都包含着 s 夸克。例如, 在中子星内部经常出现的重子与 π 介子、 K 介子由夸克组成的波函数如下:

$$\begin{cases} \pi^+ = u\bar{d} \\ \pi^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d}) \\ \pi^- = d\bar{u} \end{cases} \quad \begin{cases} K^+ = u\bar{s} \\ K^0 = d\bar{s} \\ K^0 = s\bar{d} \\ K^- = s\bar{u} \end{cases} \quad (61)$$

(这些介子的自旋 J 、宇称 π 的量子数 $J^\pi = 0^-$)。

$$\begin{cases} p = \frac{1}{\sqrt{2}}(udu - duu) \\ n = \frac{1}{\sqrt{2}}(udd - dud) \end{cases} \quad \left(J^\pi = \frac{1}{2}^+ \right) \quad (62)$$

$$\begin{cases} \Delta^+ = \frac{1}{\sqrt{3}}(uud + udu + duu) \\ \Delta^0 = \frac{1}{\sqrt{3}}(udd + dud + ddu) \\ \Delta^- = ddd \\ \Delta^{++} = uuu \end{cases} \quad \left(J^\pi = \frac{3}{2}^+ \right) \quad (63)$$

在描述夸克之间相互作用的量子色动力学 (QCD) 中, 带电的夸克是通过交换八种胶子 (类似于荷电粒子通过交换光子) 而相互作用。夸克的颜色等效于胶子相互作用的色荷。粗略地说, 相同色荷的两个夸克是互相排斥的, 而不同色荷的两个夸克是相互吸引的, 但其强度为同色夸克排斥作用的一半。这样, 具有不同颜色的三个夸克组成的 “色单态” 组合粒子, 类似于电中性的原子, 它并不产生长距离的胶子场。普通的强子是无色的 (色中性、或色单态), 而有色的组合态是禁戒的。因而介子的波函数实际应为

$$\bar{q}_R q_R + \bar{q}_B q_B + \bar{q}_W q_W \quad (64)$$

在研究中子星内部可能存在的夸克物质对于星体结构的影响时, 往往利用夸克-胶子理论中的以下两个重要性质:

(1) 夸克的渐近自由性质

在量子色动力学中, 利用重整化群的方法可以证明, 夸克-胶子相互作用的耦合常数为

$$\bar{g}_{eff} = g^2 \left[1 + b g^2 \ln \frac{p^2}{m^2 c^2} \right]^{-1} \quad (65)$$

其中 p 为夸克的动量, m 为其质量, g 为重整化之前的夸克-胶子耦合常数, 而 b 同夸克味数 f 有关的常数

$$b = \frac{1}{16\pi^2} \left(11 - \frac{2}{3} f \right) \quad (66)$$

如果存在六种夸克, 则 $f=6$ 。一般 $b>0$ 。由此可知, 如果夸克物质极其致密, 夸克之间的距离 $\Delta x \rightarrow 0$, 从测不准关系式 $\Delta x \cdot \Delta p \sim \hbar$ 可知, 夸克的动量 $p \rightarrow \infty$, 从(61)式可看出, 此时有效耦合常数 $\bar{g}_{eff} \rightarrow 0$, 即夸克之间的相互作用强度趋向于零。这个性质称为渐近自由, 它已被实验证实。由此得出, 当夸克物质密度非常大时, 它们之间(原来极强的)相互作用反而减弱到零, 此时夸克系统可以认为是相对论性自由的费米气体。对于研究中子星核心可能存在的夸克物质性质来说, 这个性质是极其重要的。

(2) 夸克囚禁

由于在实验室中从未发现分数电荷或者单个夸克, 这使得人们设想: 夸克只能囚禁在强子的范围内, 自然界中独立的单个自由夸克是不存在的。夸克系统组成一个孤立子, 或者称为“口袋”, 口袋内的夸克系统的总色荷为零(色单态), 欲将这些色荷完全分离到远处几乎是不可能的(参看李政道著《场论与粒子物理学》下册, §20.2)。在处于色单态(色中性)的夸克物质中, 在远处的夸克之间的相互作用被完全屏蔽掉, 这类似于等离子体中远距离的 Debye 屏蔽。对于研究中子星内部的夸克物质来说, 这个性质是非常重要的。

在 MIT 口袋模型中^[29], 假定核子内的夸克被囚禁在有限范围的口袋中, 核子的能量为

$$\varepsilon_{核子} = BV \quad (67)$$

其中 V 为口袋的体积, B 为同 u 、 d 夸克质量有关的常数。如果忽略 u 、 d 夸克的质量 ($m_u c^2, m_d c^2 < 10 \text{ MeV}$), 则 $B \approx 55 \text{ MeV } f_m^{-3}$ 。在计算中子星内可能存在的夸克核心时, 必须将 B 项加进能量表达式中。

从夸克的上述性质出发, 人们认为在中子星核心的超高密度下, 在总的色单态的夸克物质中, 纯夸克的相互作用是非常微弱的。在零次近似下, 可以认为它们是无相互作用的相对论性费米(夸克)气体。由于中子由两个 d 夸克和一个 u 夸克组成(见(62)式), 所以在由纯中子物质聚压而形成的夸克物质内, 在初始时 d 夸克比 u 夸克多一倍, 由于每种夸克又有三种颜色, 如果把自旋态分开(有两种不同的自旋态), 那总共就有 12 种夸克费米海。由于 c 夸克的质量非常巨大 ($m_c c^2 \sim 2 \text{ GeV}$), 一般估计在中子星核心中不会含有 c 夸克, 但是可能含有 s 夸克。 d 、 u 夸克之间存在着 β 衰变与逆 β 过程:



在夸克物质中也可以发生改变奇异量子数的弱衰变过程。



由于物质密度非常高, 这些反应的速率可能是相当高的。通过这些反应, 三种较轻的夸克之间较快地达到平衡。1975年 Collins 和 Perry 证明^[30], 在这种 β 平衡区内, 由 u 、 d 、 s 三种夸克组成的高密度物质中, 三种夸克的密度相等, 而且不存在电子与介子。在零级近似下, 这些夸克混合系统可以看为自由的相对论费米气体, 其费米能正比于 $n^{1/3}$ (n 为夸克数密度)。由于在超高密度下夸克-胶子的作用强度随着物质密度的增加而减少, 因而变得很微弱。在计算这种超高密度下的状态方程时, 在一级近似下, 可以利用通常微扰论展开的方法, 其有效精细结构常数为 $\alpha_c = \frac{g_{eff}^2}{4\pi}$ 。但是, 当物质密度不是特别高时, 夸克之间的相互作用变得愈来愈

重要, 也愈来愈强, 这时就不再能利用微扰论方法了。

1976年, 许多研究者在口袋模型下计算了从纯中子物质到夸克物质的相变^[31]。对于所有已经讨论过的中子物质状态方程来说, 他们发现, 只有当密度极高(超过中子星的中心密度)时才可能出现向夸克物质的相变。例如, 对 Reid 位的纯中子状态方程来说, n - q 相变的临界密度在 $(1.4-4.0) \times 10^{16}$ 克/厘米³范围内, 而这时中子星的中心密度却只有 $\rho_c < 4.1 \times 10^{15}$ 克/厘米³。因此, 他们否定了中子星内部存在着夸克核心。

但是人们发现, 如果利用同密度有关的耦合常数(65)式时, 在密度相当低($\rho \approx 2\rho_0$)时, 就可能出现从中子物质转变为夸克物质的相变, 因此中子星内部可能存在着夸克核心^[32]。

如果中子星能够通过吸积周围物质, 使其质量超过它的极限质量(Oppenheimer 极限), 那么整个中子星(除了表层以外)可能会发生相变转变为夸克星。

同 π 凝聚相变类似, 从中子物质转变到夸克物质的相变也会释放能量^[33]。释放的能量一部分会以机械能的形式储存在具体振动之中^[34], 另一部分能量可以通过反应(68)而由中微子带出星体之外。值得注意的是, (68)式与中子星内部通常的 β 衰变过程不同。我们在文 I 和本文中都已指出, 在中子星内壳层区或者中子流体区, 由于电子的费米能级非常高, 它使得通常的 β 过程(在中子流体区, 甚至逆 β 过程)不可能发生。但是在夸克物质的 β 平衡区, 电子却是非常少的, 所以(68)式第一过程(β 过程)是可以自由进行的。这种反应将大大加速星体的冷却过程。

近年来, 人们把观测发现的巨大的宇宙 γ 射线爆发同中子星内部能量的突然释放造成中子星的快速振荡联系起来^{[35], [36]}, 但是, 这种具体的能量释放机制和振动阻尼机制并未搞清楚。最近, 南京大学天文系研究生王青德在研究生毕业论文中提出, 由于 d , u 夸克与 s 夸克的质量相差很大, 因而它们的化学势同密度的依赖关系是不同的, 因此改变奇异量子数的弱衰变反应(69)有可能作为夸克核心振动能量的主要耗散机制。

夸克核心的存在将会对中子星的许多性质(冷却率、极限质量、整体结构)带来重大的影响, 它的形成也可能会引起巨大的 γ 射线爆发。但是, 所有这些研究还处于非常原始的阶段。

参 考 文 献

- [1] 彭秋和, 中子星内部物理学, 天文学进展, 2(1985).
- [2] Ranvenhall, D. et al., *Phys. Rev. Lett.*, **28** (1972), 978.
- [3] Negele, J., *Nucl. Phys.*, **A207** (1973), 298.
- [4] Bethe, H., *Ann. Rev. Nucl. Sci.*, **21** (1971), 93.
- [5] Reid, R., *Ann. Phys.*, **50** (1968), 411.
- [6] Day, B., *Rev. Mod. Phys.*, **50** (1978), 495.
- [7] Walecka, J., *Ann. Phys.*, **83** (1974), 491.
- [8] Pandharipande, V., *Nucl. Phys.*, **123** (1971), **A178**.
- [9] 史天一, 中子星内部的 π 凝聚(在第三次脉冲星与活动天体讨论会〔安徽休宁, 1984年7月〕上的报告), (1984).
- [10] Lee, T. D. and Wick, C., *Phys. Rev.*, **D9** (1974), 2291.
- [11] Källman, C.-G., *Phys. Lett.*, **55B** (1975), 178.
- [12] Källman, C.-G. and Moszkowski, S., *Phys. Lett.*, **57B** (1975), **183**.
- [13] Pandharipande, V. and Smith, R., *Phys. Lett.*, **59B** (1975), 15.
- [14] Moszkowski, S. and Källman, C.-G., *Nucl. Phys.*, **A287** (1977), 495.
- [15] Nyman, E. and Rho, M., *Nucl. Phys.*, **A290** (1977), 493.
- [16] Migdal, A., *Rev. Mod. Phys.*, **50** (1978), 107.

- [17] Baym, G. and Pethick, C., *Ann. Rev. A. Ap.*, **17** (1979), 415-43.
[18] Migdal, A. *JETP.*, **34** (1972), 1184.
[19] Sawyer, R., *Phys. Rev. Lett.*, **29** (1972), 382.
[20] Scalapino, D., *Phys. Rev. Lett.*, **29** (1972), 386.
[21] Langer, W. and Rosen, L., *Ap. Space Sci.*, **6** (1970), 217.
[22] Baym, G. et al., *Nucl. Phys.*, **A222** (1974), 29; **A236** (1974), 500.
[23] Brown, G. and Weise, W., *Phys. Rep.*, **27C** (1976), 1.
[24] Au, C.-K., *Phys. Lett.*, **61B** (1976), 300.
[25] Takatsuka, T. et al., *Prog. Theor. Phys.*, **59** (1978), 1933.
[26] Sawyer, R. and Soni, A., *Ap. J.*, **216** (1977), 73.
[27] Sawyer, R. and Soni, A., *Ap. J.*, **230** (1979), 859.
[28] Maxwell, O., *Ap. J.*, **231** (1979), 201.
[29] Chodos, A. et al., *Phys. Rev.*, **D9**, (1974), 3471.
[30] Collins, J., *Phys. Rev. Lett.*, **34** (1975), 1353.
[31] Baym, G. and Chin, S., *Phys. Lett.*, **62B** (1976), 241.
[32] Baym, G., in *Proc. 1977 Les Houches Summer School*, 745, ed. by R. Balian and G. Ripka, Amsterdam: North-Holland.
[33] Fechner, W. et al., *Nature*, **274** (1978), 347; Baym, G., *Physica.*, **96A** (1979), 131.
[34] Käimfer, B., *Ap. Space Sci.*, **93** (1983), 185.
[35] Ramaty, R., *Nature*, **287** (1980), 122.
[36] Ramaty, R., *Ap. Space Sci.*, **75** (1981), 193.

Physics of the Interior of Neutron Stars

II. Physics in the High-dense State of Matter

Peng Qiuhe

(Department of Astronomy, Nanjing University)

Abstract

In this paper, some methods of quantum mechanics and quantum field theory, which are commonly used in investigation of the high-dense state of matter in the interior of neutron stars, such as BBG theory of nuclear matter and Walecka's mean field model are briefly described. Some recent progress in this area, including abnormal nuclear state, pi-condensation and quark matter in the interior of neutron stars, is reviewed.