海洋-固体地球耦合系统动力学

何向群　董大南
（中国科学院上海天文台）

提　要

固体地球、海洋(以及大气)构成一个动力学整体，它们各自的运动相互牵制，相互激发。近年来，一个新的课题：海洋-固体地球耦合系统动力学，正逐步受到人们的普遍关注。借助这种耦合系统的动力学理论，有可能解释极潮观测与理论之间的不一致，探讨Chandler摆动的耗散机制，进一步可估计出液核对地幔摆动的耗散量级。

本文总结了耦合系统研究的最新进展，介绍了各种耦合理论的内容，对这一课题中所存在的问题也进行了讨论。

一、引　言

海洋、大气和固体地球实为一个动力学整体，大尺度的海洋、大气运动和地球自转变化相互影响。实测资料分析表明，大气角动量变化是影响中、短周期地球自转变化的主要原因，理论研究结果指出，海洋使弹性地球的Chandler摆动周期延长一个月左右。过去，因海洋、大气和固体地球分属于三个不同的研究领域，而被局限于各自的范围，以致力学概念比较模糊，理论与实测符合较差。近年来，国际上已开始重视对海洋、大气和固体地球之间角动量交换的研究。目前这项工作主要集中在资料分析对比和大气、海洋与地球自转变化某些频段的相关性考察上，而对大气、海洋和固体地球耦合系统动力学的比较深入的探讨才刚刚起步[1-5]，其耦合概念也只分别建立在大气-固体地球系统和海洋-固体地球系统之上。前者的理论及实测资料分析，都比后者成熟得多。为此，本文只扼要介绍海洋-固体地球耦合系统动力学理论。

关于固体地球摆动引起海洋潮汐(极潮)和海洋潮汐扰动引起的地球摆动(延长Chandler摆动周期)，根据静力学理论，早已作过定性定量描述。但是，对具有弹性、液核以及非完全椭球的地球和对深度不均、非完全覆盖、复杂的海底地质条件和海陆边界条件的海洋来说，这些描述不足以准确地反映固体地球和海洋之间的内在联系。在海洋潮汐的观测中，有迹象表明[6],[7],极潮观测值幅度大于极潮流体静力学理论值并有位相延迟。这些现象为我们提供了这样一个信息：极潮可能是一种存在着耗散的非平衡潮。如果将海洋和固体地球看作一个两体的耦合系统，极潮应由耦合系统动力学理论描述。从这一理论出发，不仅有可能解释理论与

1986年6月5日收到。

实际之间的不一致，也有可能为Chandler摆动的耗散提供机制，还有可能估计出液核对地幔摆动的耗散量级，进一步完善地球模型，修正Laplace潮汐方程和Liouville摆动方程。

作为比较，首先介绍极潮静力学理论。

二、静力学理论

极潮是海洋响应地球摆动的一种可探测的现象，具体地说，就是因地极移动引起的自转离心力位的变化，改变了地球的等位面而产生的海洋潮汐，它具有极移周期。Laplace、Proudman[8] 等人早期的工作指出，半年、周年以上的长周期潮汐可由平衡潮理论来描述。因此，极潮常被看作平衡潮，它可能包括：仅与地球惯量矩有关的Chandler周期项及其他相应项、不受摩擦和大陆阻挡影响的潮汐，如Coriolis力引起的潮汐项。在这些潮汐项中，以Chandler项为主项，习惯上又将极潮直接叙述为海洋对 Chandler 摆动的响应或海洋对长期摆动的响应。下面给出简要的平衡极潮理论。

地球摆动产生的离心力位是：

$$U=\frac{1}{2}\Omega^2a^2\sin^2\theta \tag{2.1}$$

其离心力位U的变化为：

$$\begin{aligned}\delta U&=\Omega^2a^2\sin\theta\cos\theta\,\delta\theta\\&=-\Omega^2a^2\sin\theta\cos\theta(m_1\cos\lambda+m_2\sin\lambda)\end{aligned} \tag{2.2}$$

其中λ、θ分别为地方经度及余纬；

m_1、m_2为地球摆动分量；

a、Ω分别为地球的平均半径及地幔的平均旋转角速度。

引进海洋函数：

$$\Theta(\theta,\lambda)=\begin{cases}1 & \text{海洋区域}\\0 & \text{其　他}\end{cases}$$

略去海水的自身引力和负荷的影响，考虑到海洋质量守恒条件，则极潮潮高为：

$$\xi=\frac{1+k-h}{g}\Theta(\theta,\lambda)(\delta U-\Delta) \tag{2.3}$$

当Darvin改正项Δ由质量守恒条件

$$\int_{\text{ocean}}\xi\sin\theta\,d\theta\,d\lambda=0 \tag{2.4}$$

确定以后，(2.3)式可写为：

$$\xi=Xm+X^*m^* \tag{2.5}$$

这里

$$X=\frac{Hk-h}{g}\quad\frac{\Omega^2a^2}{2}\left(\frac{2\pi}{15}\right)^{\frac{1}{2}}\Theta(\theta,\lambda)\cdot\left[Y_2^{-1}-\frac{(\Theta_2^{-1})^*}{(4\pi)^{\frac{1}{2}}\Theta_0^0}\right] \tag{2.6}$$

k、h为二阶Love数；

Y_n^m 为 n 阶 m 级球谐函数；

Θ_n^m 为$\Theta(\theta,\lambda)$球谐展开式的 n 阶 m 级的展开系数。

(2.5)式就是平衡极潮的理论表达式，由此可估计出平衡极潮幅度约达到0.5cm。

与极潮有关的海洋惯量极为：

$$\left.\begin{aligned} c' &= -a^4\rho_w\int_{\text{ocean}}\bar{\xi}\sin\theta\cos\theta\exp(i\lambda)ds \\ ds &= \sin\theta\, d\theta\, d\lambda \end{aligned}\right\} \tag{2.7}$$

作为激发源的c'又引起地球摆动：

$$\partial_t m - i\sigma_e m = -i\frac{\Omega}{(Am - kAc)}c' \tag{2.8}$$

其中 $$m = m_1 + im_2$$

σ_e为无海洋、液核、弹性形变地球的摆动频率；

Am, Ac 分别为幔、核的赤道面内的惯量矩；

$k = 1 - f_c$，而f_c即为核幔边界椭率。

符号“∂_t”表示对 t 偏微分(以后类似符号，意义相同，不另作说明)。

由(2.8)式可方便地给出我们熟悉的结论：极潮使Chandler摆动周期延长约一个月，极径椭率约增加0″.01[9]。可以说，平衡极潮不但能放大自身的力函数，并且不耗散力函数的摆动能量。

上面我们从流体静力学观点讨论了海洋对固体地球摆动的响应以及极潮施加在Chandler摆动上的效应。但观测发现，极潮潮高观测值一般都要大于理论值，极潮幅度的增加因台站而异并存在着位相延迟。从这些观测现象来看，极潮更具有非平衡潮特点。又从概念上知道，地球摆动引起海洋度量矩大小或最大惯量矩位置发生变化，从而引起极潮。类似日月带谐潮和田谐潮，极潮效应既包含长周期项也包含周日项。Dickman[3] 认为，就概念上来说，将预测日月长周期带谐潮的静力学理论应用于极潮是不恰当的。他提出，极潮和地球摆动之间应存在一种循环反馈的关系：摆动产生潮汐势，从而产生极潮，而潮汐又有改变潮汐势的能力，因海洋惯量积以及相对角动量影响的摆动，进一步改变了离心力势。这种循环反馈意味着极潮和地球摆动同时制约于角动量和线性动量守恒定律，用数学语言来说就是，作为摆动周期函数的潮汐高度由Laplace潮汐方程确定，而根据Liouville方程确定的摆动周期又决定于潮汐高度。因此，为使极潮和它对Chandler摆动的影响在概念上合理，理论和实际上一致，就必须由上述两个方程共同确定。

三、耦合系统动力学理论

固体地球和海洋相互耦合有许多机制可能同时作用[1,2]。**1. 由于海洋流体的粘性、海洋地壳的粗糙度，当海洋和固体地球之间存在相对运动时所表现的摩擦耦合；2. 偏离椭球的无规则海底地形的地形耦合；3. 海洋流体运动速度的海底边界条件受固体地球非完全椭球体约束的惯性耦合等等**。借助有关动力学方程，可定量描述两体耦合系统的动力学。

以平均地幔的三个惯量主轴为坐标轴，无液核的包括海洋在内的刚体地幔Liouville摆动方程为[11]：

$$\partial_t m - i\sigma_r m = -\frac{1}{\bar{A}}[i\Omega c' + ih + \partial_t c' + \partial_t h/\Omega] \tag{3.1}$$

海洋潮汐方程为：

$$\left.\begin{aligned} &\partial_t u - 2\Omega\cos\theta v = -\frac{g}{a}\partial_\theta(\xi - \bar{\xi}) + F_u \\ &\partial_t v + 2\Omega\cos\theta u = -\frac{g}{a\sin\theta}\partial_\lambda(\xi - \bar{\xi}) + F_v \\ &\partial_t \xi + \frac{1}{a\sin\theta}[\partial_\theta(Hu\sin\theta) + \partial_\lambda(Hv)] = 0 \end{aligned}\right\} \tag{3.2}$$

其中：$\sigma_r = \dfrac{\bar{C} - \bar{A}}{\bar{A}}\Omega$ 为包括海洋在内的刚体地球摆动频率；

H 为海洋深度；

$\bar{C}$、$\bar{A}$分别为海洋＋固体地球的平均惯量矩；

h为海洋的相对角动量，定义为

$$h = -a^3\rho_w\int_{\text{ocean}}(v\cos\theta + iu)e^{-i\lambda}H(\theta,\lambda)\sin\theta d\theta d\lambda \tag{3.3}$$

ρ_w为海水的平均密度；

ξ 为海洋的实际潮高；

$\bar{\xi}$ 为地球摆动引起的潮高，定义为

$$\bar{\xi} = \delta U/g = -\Omega^2 a^2\sin\theta\cos\theta(m_1\cos\lambda + m_2\sin\lambda) \tag{3.4}$$

F_u、F_v分别为海洋受到地球作用的各种耦合力及海洋自身的内摩擦力。

如果考虑地球的弹性及液核效应，可将方程(3.1)中的刚体地球摆动频率理解为弹性液核的摆动频率，$\bar{A}$由$(Am - kAc)$来取代，因为这里只涉及海洋和固体地球的两体问题，略去了大气压力、风引起的摩擦力、日月引潮力以及外界的热力作用。可以看到，引起和维持方程(3.2)所描写的海水运动仅是地球离心力位变化的力函数。

已经知道，海洋响应地球摆动引起了海洋质量的重新分布，从而带来了海洋惯量矩的变化。在海洋未受扰动之前，海洋存在一个固有摆动，一旦受到扰动，在固有摆动上将附加这个扰动项即激发项，这一激发项就是海洋极潮。因此也可以从海洋摆动的角度来建立两体耦合系统的动力学方程。

取弹性地幔的三个惯量主轴为参考轴，弹性、液核、无海洋的地球摆动方程为：

$$\partial_t m - i\sigma_e m = -\frac{\tau'}{Am - kAc} \tag{3.5}$$

其中τ'为地球作用在海洋上的力矩，如在本节一开始所指出的耦合力矩。

设m'为海洋相对地幔坐标系的摆动，$\vec{\omega}$为固体地球摆动的旋转矢量，其定义为：

$$\vec{\omega} = (m_1, m_2, 1)\Omega \tag{3.6}$$

则地幔坐标系中的海洋角动量守恒方程为

$$\partial_t \boldsymbol{L}' + \vec{\omega} \times \boldsymbol{L}' = \vec{\tau'} \tag{3.7}$$

其中：

$\boldsymbol{L}' = \mathbf{I}' \cdot \vec{\omega'}$　为海洋的总角动量；

$\vec{\omega'}$为海洋惯量主轴系统的旋转矢量，类似(3.6)式有：

$\vec{\omega'} = (m_1', m_2', 1)\Omega$

$\mathbf{I}'$为地幔坐标系下的海洋惯量矩张量，如果设 $\mathbf{a}$ 为地幔和海洋在坐标轴之间的旋转张量[11]，则有：

$$\mathbf{I}' = \mathbf{a} \cdot \mathbf{I}_0' \cdot \mathbf{a} \tag{3.8}$$

这里I_0'就是刚体海洋的主惯量张量，即

$$I_0' = \begin{bmatrix} A' & 0 & 0 \\ 0 & B' & 0 \\ 0 & 0 & C' \end{bmatrix} \tag{3.9}$$

设
$$\partial_t \vec{\varphi} = \vec{\omega} - \vec{\omega'} \qquad \varphi = \varphi_x + i\varphi_y \tag{3.10}$$

略去$m \cdot m'$, $m \cdot \varphi$及$m' \cdot \varphi$的二次项，(3.7)式可写为

$$\bar{A}'\partial_t m' - i\bar{A}'\sigma_r' m' = \frac{\tau'}{\Omega} - i\Omega\bar{A}'n - \bar{A}'\sigma_r'\varphi \tag{3.11}$$

其中
$$\left.\begin{aligned} \bar{A}' &= \frac{1}{2}(A' + B') \\ \sigma_r' &= \Omega(C' - \bar{A}')/\bar{A}' \\ n &= m' - m = \partial_t \varphi/\Omega \end{aligned}\right\} \tag{3.12}$$

在给定了力矩τ'的具体模式后，由方程(3.5)和(3.11)可求出地幔和海洋的摆动。

方程(3.1)、(3.2)或(3.5)、(3.11)为较严谨的海洋-固体地球耦合系统动力学方程。一些作者根据上述方程得到了极潮或耦合系统摆动的近似解。由于模型及处理方法上的差异，他们的结论在某些方面迥然不同，引起了激烈的争议。

在确定动力学极潮时，Dickman[3]采用了全球覆盖、深度均匀的海洋以及弹性地球模型，考虑了海底的线性摩擦。他的分析解给出了动力学极潮接近平衡潮的结果。关于这个结果，Dickman解释是由于所选择的海洋模型太简单，特别是全球覆盖这一情况。但是，O'connor[4]的非全球覆盖的、远离海岸的海洋模型得出的解也接近全球覆盖的海洋解，如果O'connor解的这种情况确实存在，则说明Chandler摆动周期的延长和摆动能量的耗散主要是海岸区域以及浅海效应，但要接受这种耗散机制，似乎又为时太早，因为根据这个结论又会反推出公海的观测噪声一定会比谱分析的噪声更高，所以这种解释归于失败；从另一方面来说，即使这些观测不全是噪声，可能是周期的热效应响应，如潮汐的洋流循环、大气环流等。那么，这种观测又与潮汐动力学无关。

动力学理论未能解释极潮增幅等现象，可能是理论本身的欠缺。到目前为止，包括非全球海洋的所有极潮动力学理论都是近似的：Laplace潮汐方程中并未考虑海潮本身抬高的海水层所产生的引力、海洋潮汐柱自身施加在地壳上的潮汐负荷、海陆分布以及海洋深度不均匀等效应。

海洋、固体地球相互耦合是否给耦合系统带来新的动力学特征，这正是Dickman和Whar争论的焦点[13],[14]。

Dickman从海洋摆动这一角度讨论了耦合系统摆动问题[1]。他首先考察了海洋流体动力学性质及海洋的本征摆动，指出海洋和固体地球的本征摆动都因海洋流体性质而受到影响，而海洋惯量椭球的椭率较之地球的椭率为小，海洋本征摆动所受的影响更为明显。然后他将地球看作为一个海洋-固体地球两体的耦合系统，认为这个系统中将出现两种已被耦合的摆动模式：地幔摆动频率和海洋摆动频率，而耦合频率的特征受耦合力矩的类型及耦合强度制约。在上面提到的几种耦合力矩中，他以地形耦合为主要力矩。因此，他得出的结论是：在一定强度的地形耦合力矩作用下，固体地球的Chandler摆动周期被延长约一个月。除此以外，耦合系统还存在一个约30年为一周期的海洋摆动模式，而这个长期摆动项相应于极移资料中的Markowitz摆动[5]。

Whar[2],[14]不同意耦合系统存在一个三十年周期的海洋摆动模式结论。他认为，Dickman所取的海洋模型过份简单了，这个模型仅顾及了角动量守恒而忽略了所有其他的洋流效应。由于粘性因素存在，即使海洋摆动中存在Markowitz项，但耗散时间显著地短于此周期的摩擦力，将很快地衰减这种摆动，因而耦合系统摆动模式最终需由惯性耦合来决定。据此，Whar在他所采用的耦合系统动力学方程(3.1)、(3.2)中，是以海洋的涡流摩擦以及海洋对地球椭球表面所施加的应力为主要力矩，他得出的结论是：地幔的Chandler摆动受海洋作用的影响较小，海洋与地球耦合并未给耦合系统带来新的摆动模式，因此极潮可看作平衡潮。

四、结束语

上面概括了现有的海洋-固体地球耦合系统的动力学理论，并对这方面的一些工作作了介绍。目前这一课题仍处于初始阶段，耦合系统动力学理论的进一步完善，有待从下面几个方面着手：统一各种观点之间的分歧，选取更符合实际的海洋模型；确定适当的方程边界条件和初始条件、考虑耦合系统的二级效应：海洋负荷及海水自身的引力。

参考文献

[1] Dickman, S. R., *J. G. Res.*, **88** (1983), No. B8, 6373—6394.
[2] Whar, J. M., *J. G. Res.*, **89** (1984), No. B9, 7621—7630.
[3] Dickman, S. R., *G. J. R. Astr. Soc.*, **81** (1985), 157—174.
[4] O'connor, N. P., *G. J. R. Astr. Soc.*, **75** (1983), 397—405.
[5] Dickman, S. R., *G. J. R. Astr. Soc.*, submitted (1985).
[6] Daillet, S., *G. J. R. Astr. Soc.*, **65** (1981), 407—421.
[7] Dickman, S. R., *J. G. Res.*, **84** (1979), No. B10, 5447—5456.
[8] Proudman, J., *G. J. R. Astr. Soc.*, **3** (1960), 244—249.
[9] Richard, H. J. & Munk, W,, *J. G. Res.*, **64** (1959), No. 12, 2373—2388.
[10] Lambeck, K., The Earth's Variable Rotation, Cambridge University Press, (1980).
[11] W. H. 芒克和G. J. F.麦克唐纳，地球自转，科学出版社，(1974).
[12] J.普劳德曼，动力海洋学，科学出版社，(1967).
[13] Dickman, S. R., *J. G. Res.*, **90** (1985), No. B13, 11553—11556.

[14] Whar, J. M., *J. G. Res.*, **90** (1985), No. B13, 11557.
[15] Dickman, S. R., *J. G. Res.*, **86** (1981), No. B6, 4904—4912.

（责任编辑　林一梅）

Dynamics of Ocean-solid Earth Coupled System

He Xiangquen　Dong Danan

(Shanghai Observatory, Academia Sinica)

Abstract

The solid Earth and the oceans (and atmosphere) form a whole dynamical system in which movings are restrained and excited mutually. Recently, a new theory of Ocean-solid Earth coupled system has been developed from which it is possible to explain the inconsistency between the observation of pole tide and the theoretical estimation, to show the dissipative mechanism of Chandler wobble, and to evaluate the damp magnitude of the wobble between the liquid core and mantle.

The recent progress of the theory is summarized in this paper, including the various coupled theories and the problems existing in the field.