

# 时间序列分析与地球自转

郑大伟

(中国科学院上海天文台)

## 提 要

本文介绍和综述了时间序列分析方法在我国地球自转研究领域中的应用情况和结果以及时间序列分析模型的应用前景。

## 一、引 言

自1970年初Box和Jenkins编写的“Time Series Analysis, Forecasting and Control”一书<sup>[1]</sup>出版以来,时间序列分析方法已在许多科学研究和经济领域得到广泛的应用,并取得显著的成效。七十年代中期起,中国天文工作者开始将时间序列分析中的一些方法引用到地球自转资料的分析研究中,在维持ERP服务系统的稳定性,预测地球自转参数,识别跳变的资料序列,检测地球自转资料中的隐含周期,以及用时间序列的数字滤波方法研究地球自转变化等方面开展了一系列的工作。本文将介绍和综述这方面的工作。

## 二、AR模型维持ERP系统的稳定性

平稳时间序列 $Z_n(n=1,2,\dots,N)$ 由下式拟合一个 $P$ 阶的AR(Auto Regressive)模型

$$Z_n = \sum_{j=1}^P \phi_j Z_{n-j} + \varepsilon_n \quad (1)$$

式中 $\phi_j$ 为AR模型的系数,可由资料序列 $Z_n$ 不同时延的自相关估计组成的Yule-Walker方程解算得到。 $\varepsilon_n$ 为 $n$ 时刻的白噪声。模型(1)中的阶 $p$ 可根据FPE准则确定。

一个ERP的综合服务系统是由分布在世界上各天文台的不同观测仪器,或不同测量技术的观测资料所组成。显然,要保持ERP系统的稳定性,合理地消除各仪器或各种技术的系统误差是十分重要的问题。在由光学观测所组成的中国世界时系统中,郑大伟等人<sup>[2,3]</sup>首先采用了(1)式的AR模型确定各仪器系统差的采用值,并与BIH用拟合常数、周年和半年项的确定系统差的方法进行了比较。两种方法算得的仪器系统差的采用值相对于实际值的偏离情况绘于图1中。图中实线为AR模型的结果,点虚线是BIH方法的结果,零线为系统差的实际值。

图中结果表明:用时间序列分析方法来确定ERP综合系统中各个观测仪器(或技术)对系统所产生的不同系统误差,以保持系统的稳定性是十分有效的。王强国和金文敬<sup>[4]</sup>用新技术

的10个观测序列得到了一个综合的ERP系统, 他们也采用AB模型计算各种技术观测序列的系统误差。并将这种综合的ERP与BIH, USNO以及NGS的结果进行了比较。

### 三、TAR模型预测地球自转参数

TAR模型(Threshold Auto Regressive)是一种非线性的时间序列分析模型<sup>[5]</sup>, 模型表示为

$$Z_n = a_0^{(j)} + \sum_{i=1}^{k_j} a_i^{(j)} Z_{n-i} + \varepsilon_n^{(j)}$$

$$Z_{n-d} \in R_j, j=1, 2, \dots, l \quad (2)$$

式中,  $d$  为模型的延迟参数;  $R_j$  为门限域;  $k_j$  是序列  $Z_n$  属于第  $j$  个门限域内自回归模型的阶数;  $a_i^{(j)}$  是第  $j$  个自回归模型的系数;  $\varepsilon_n^{(j)}$  是第  $j$  个模型的白噪声, 当  $j \neq j'$  时,  $\varepsilon_n^{(j)}$  与  $\varepsilon_n^{(j')}$  相互独立。

当门限的个数  $l$  给定时, TAR模型的参数  $d, R_j, k_j$  和  $a_i^{(j)}$  用最小信息准则(AIC)估计。

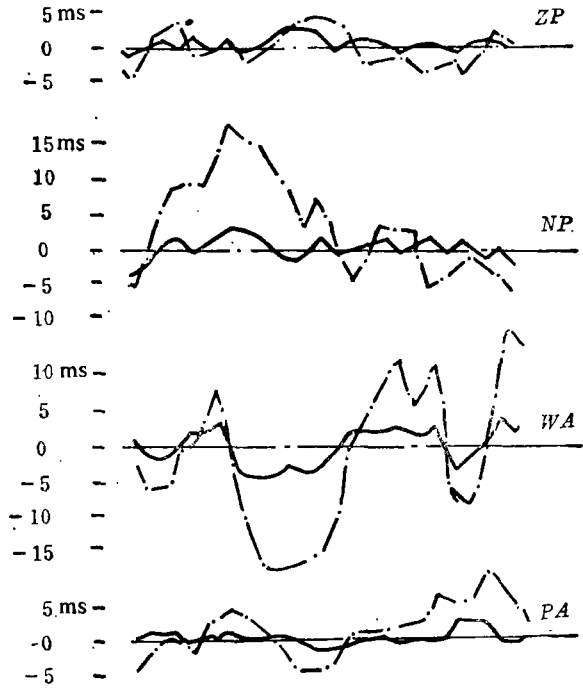


图1 AR模型和BIH方法确定测量仪器系统差结果的比较

表1 TAR模型预测1981年地球自转参数的弥散度

预测长度	0.05年 18.26天	0.10年 36.52天	0.15年 54.79天	0.20年 73.05天	0.25年 91.31天
X分量	±0".005	±0".011	±0".016	±0".020	±0".023
Y分量	±0".001	±0".012	±0".022	±0".033	±0".046
UTI分量	±0".0011	±0".0029	±0".0046	±0".0059	±0".0072

表2 X和Y分量的TAR模型预测值的稳定度

预测时间长度 年份	X分量			Y分量		
	20天	40天	60天	20天	40天	60天
1963	±0".008	±0".019	±0".032	±0".008	±0".019	±0".030
1964	±0".007	±0".019	±0".031	±0".007	±0".014	±0".015
1965	±0".007	±0".017	±0".025	±0".007	±0".015	±0".020
1966	±0".007	±0".017	±0".025	±0".006	±0".016	±0".025
1967	±0".009	±0".019	±0".030	±0".008	±0".020	±0".032

郑大伟等人<sup>[6,7]</sup>曾采用BIH1968.0—1981.0期间经典光学观测的X、Y和UT1资料序列,分别建立了这三个分量的TAR模型,由这三个模型计算了预测值与实际值的弥散度,列于表1中。从表中结果可见,TAR模型预测地球自转参数的精度是比较好的,特别是UT1分量的结果。若用高精度的ERP序列,如VLBI或SLR的序列,TAR模型必将获得更高精度的预测结果。

他们还根据X和Y分量的两个TAR模型,反算了1963—1967年期间的预测值,这些预测值相对于实际值的弥散度列于表2中。表中的结果表明TAR模型在预测地球自转参数时,不仅具有较高的预测精度,还具有长时期的预测稳定性。

#### 四、AIC 准则识别VLBI的钟性能模型

在VLBI较长时段(如24小时)的观测过程中,钟性能的物理过程有时会出现相位或频率的跳变(Robertson, 1975)<sup>[8]</sup>。采用时间序列分析中的最小AIC(Akaike Information)准则,可同时识别钟性能跳变次数、跳变时刻,以及跳变前后钟的模型,并改进VLBI的资料处理过程(郑大伟等, 1986b)<sup>[9]</sup>。这样,AIC准则可描述如下。

$$AIC(B, T, K) = \min \sum_{j=1}^L \{N_j \ln(RSS(k_j)/N_j) + 2(k_j + 1)\} \quad (3)$$

$$L = 1, 2, \dots, L_m$$

式中,  $B$ ,  $T$ ,  $K$  分别为待估计的钟性能跳变次数、跳变时刻和钟的模型。在(3)式右边的各分量中,  $L$  为钟模型的个数,  $k_j$  为第  $j$  个模型的阶数,  $RSS$  为第  $j$  个模型的剩余平方和,  $N_j$  为第  $j$  个模型的自由度。(3)式中各参数的最佳估算必须同时满足AIC达极小。

选取了1983年期间POLARIS计划六天单基线的观测资料,在这些天的观测过程中钟都发生过一次跳变。我们分别用AIC准则和目前VLBI处理中常用的人机会话方法(Manual)来识别钟模型,其结果列于表3中。

表3 AIC和Manual估计VLBI钟性能模型的结果

代码	观测日期	AIC估计				Manual估计			
		$k_1$	$k_2$	跳变时刻	RMS (ns)	$k_1$	$k_2$	跳变时刻	RMS (ns)
OC 122	1983.8.01	1	2	2 <sup>d</sup> 01 <sup>h</sup> 24 <sup>m</sup>	±0.511	2	2	2 <sup>d</sup> 06 <sup>h</sup> 20 <sup>m</sup>	±0.544
OC 136	1983.10.17	1	1	17 23 27	±0.399	1	1	17 23 15	±0.399
OC 137	1983.10.22	2	2	23 10 16	±0.351	1	2	23 10 20	±0.378
OC 144	1983.11.26	2	1	27 10 01	±0.211	2	2	27 06 00	±0.216
OC 145	1983.12.06	2	1	7 05 42	±0.205	2	2	7 06 00	±0.205
OC 147	1983.12.11	2	1	12 08 56	±0.296	2	2	12 04 15	±0.303

从表3可见,两种方法不仅所估计的钟模型有时不相同(见表中 $k_1$ 和 $k_2$ 值),而且钟性能的跳变时刻也有较大差异。比较它们的RMS,AIC估计得到较小的值。值得注意的是,除OC 137外,AIC所估计的钟模型均具有较低的阶数 $k_1$ 。

我们将时间序列分析中AIC方法编入上海天文台的VLBI处理软件中。实算表明, 它不仅改进了ERP解算的精度, 还减少了VLBI资料处理的用机时间<sup>[10]</sup>。

### 五、LSAR模型改进资料序列的端部效应

以某种函数或多项式拟合观测资料序列, 或对观测资料平滑时, 所求得的拟合或平滑曲线在资料序列的两端部分常会出现畸变现象, 即称端部效应<sup>[11]</sup>。我们提出和实现了时间序列分析范畴里的一种跳步自回归模型(Leap-Step Auto Regressive), 简记为LSAR, 以削弱资料处理中的这种端部效应<sup>[12]</sup>。

设有平稳资料序列 $Z_n(n=1, 2, \dots, N)$ , 其LSAR模型描述为

$$Z_n = \sum_{i=1}^k a_i^{(j)} Z_{n-i}^{(j)} + \varepsilon_n^{(j)} \quad \varepsilon_n \in R_j \quad j=1, 2, \dots, l \quad (4)$$

式中,  $R_j$ 为时间序列  $Z_n$  的第  $j$  个跳步域, 若有  $l \times m = N$ , 则存在  $Z_{j+1 \times k} \in R_j, k=0, 1, \dots, m-1$ 。

由10个不同周期叠加的正弦波组成了一个人造模拟资料序列, 周期分别取为0.5, 0.6...1.4年, 对于1年和1.2年正弦波的振幅值分别取为10.0和15.0, 其余振幅值均取为1.0。模拟序列的取样间隔为0.05年, 且 $N=400$ 。序列中混有 $N(0, 2)$ 的正态白噪声。对模拟序列实现Vondrak平滑, 其平滑曲线的端部效应情况绘于图2中(实线)。从图中可见, 用LSAR模型对资料序列作向前、向后预测后, 再得到的Vondrak平滑曲线的端部效应(见点线)显著地削弱了。

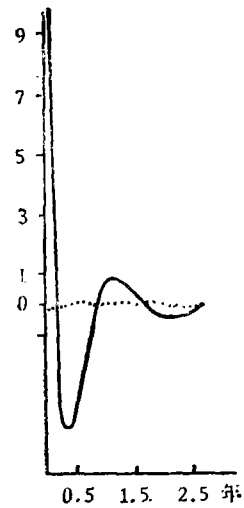


图2 测量资料平滑曲线的端部效应  
——未作LSAR模型处理  
.....已作LSAR模型处理

LSAR模型用于资料序列的预测时, 在长期预报方面比其他的时间序列分析模型具有更好的效果。若用样本密集的资料序列, 如AAM资料, 其预测效果将会更为显著。

### 六、AR谱技术检测UT1中的高频潮汐讯号

近十多年来, 中国天文工作者应用AR谱技术(即MEM谱分析)在研究地球自转<sup>[13-17]</sup>、极移<sup>[18, 19]</sup>、近周日章动<sup>[20]</sup>以及各种测量技术的系统误差分析<sup>[2, 21]</sup>等方面开展了一系列的工作。他们还AR谱估计的分辨率和选阶问题进行了探讨<sup>[13, 22]</sup>。

最近, 他们<sup>[23]</sup>对Marple算法<sup>[24]</sup>和Burg算法<sup>[25]</sup>的AR谱估计进行了比较。用1985年4月-1986年3月期间IRIS加强观测的UT1资料分别计算了Marple算法和Burg法的AR谱估计以检测月项和双周项的带谐潮汐波, 结果分别绘于图3和4中。两个谱图中的粗竖线是 $M_m$ 和 $M_f$ 潮汐波的理论谱线位置。比较两种算法所得到的谱峰各自与潮汐波的理论谱线的距离, 可以发现Marple算法具有更准确的频率估计。

在郑大伟和董大南<sup>[23]</sup>的工作中, 还用模拟资料序列证实了Marple算法减少了Burg算法所

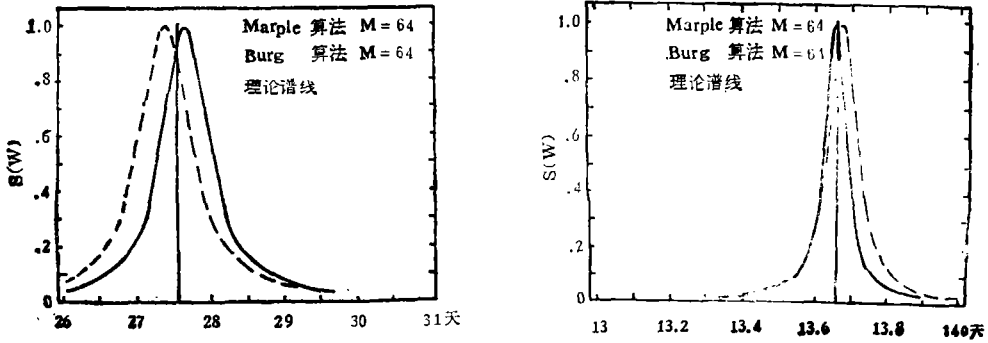


图 3.4 Marple算法和Burg算法计算 $M_m$ (图3)和 $M_f$ (图4)潮汐波的AR谱结果

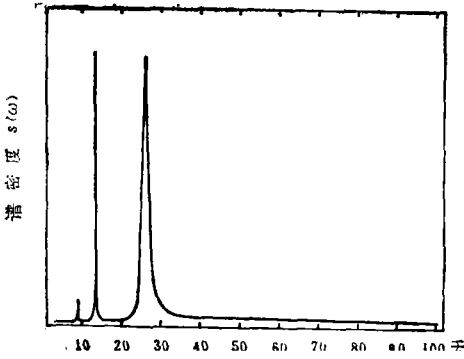


图 5 VLBI加强观测UT1资料中的短周期AR谱

出现的谱峰分裂现象。他们认为Marple算法的双重定阶准则虽有一定的经验性，但在AR谱估计的选阶难题上确具有一定的实用性。

图5给出了取自1984年4—6月(MERIT)期间IRIS加强观测的UT1资料,用Marple算法算得的高频潮汐波的谱结果<sup>[26]</sup>。与其他的谱估计方法相比,噪声谱受到了显著的限制,除 $M_m$ 和 $M_f$ 潮汐波外,9.13天的潮汐波也被清晰地检测到了。

### 七、用多级数字滤波方法研究日长变化与El Nino事件

根据时间序列的数字滤波理论<sup>[27]</sup>和Vondrak平滑方法<sup>[28,29]</sup>,郑大伟等人<sup>[30,31]</sup>提出和实现了一种多级数字滤波器(The Multi-Stage Filter, 简记MSF)。这种滤波器的频率响应函数的理论表示式为:

$$R=c[1-A(f, \epsilon)]^m \tag{5}$$

式中,  $c$  为实常数;  $n$  和  $m$  为正整数。 $A(f, \epsilon)$  是Vondrak滤波器的频率响应<sup>[32]</sup>

$$A(f, \epsilon)=[1+\epsilon^{-1}(2\pi f)^6]^{-1} \tag{6}$$

与其他的数字滤波器相比较,这种多级滤波器具有更小的截断频率带宽,以实现资料序列的窄带滤波。中国天文工作者已用这种时间序列的滤波方法成功地分离了极移序列中的Chandler项和周年项分量<sup>[31]</sup>,并探讨了Chandler Wobble机制问题<sup>[33]</sup>。

利用这种多级数字滤波器还能很好地揭示日长变化与El Nino事件之间的关系<sup>[34]</sup>。根据El Nino事件发生的频段对 $\Delta LOD$ 资料序列作带通滤波,所得到的 $\Delta LOD$ 的年际变化序列绘于图6中的上部。图中下部给出了表征El Nino事件的东太平洋赤道带(180°—80°W, 5°S—5°N)的海水表面温度的月距平曲线。

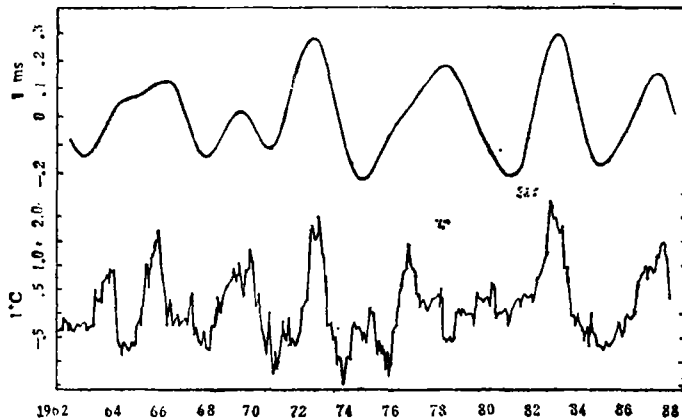


图6 地球自转变化与SST的关系

从图6中可见,地球自转年际速率的减慢和加快,与赤道带海温的增暖和减暖现象存在着很好的一致性。若在常规的ERP服务中,采用这种多级滤波方法归算 $\Delta\text{LOD}$ 的年际序列,和监视年际序列极小值,可以对El Nino事件的发生作出预测期为一年的长期预报<sup>[34]</sup>。

## 八、结 束 语

地球自转的观测资料以及有关的其他资料序列通常都具有几十年、几百年,甚至更长时期的记录,它们是时间序列分析的十分丰富的样本群。从本文的叙述可知,时间序列分析正在不断地改进着地球自转研究领域的资料分析工作,已成为一种重要的数学工具。随着具有高精度的各种新的测量技术纳入常规服务工作及资料的不断积累,时间序列分析方法将会在参数估计、预测、识别与判断、数字滤波及频率域分析等方面,为地球自转研究作出新的贡献。

## 参 考 文 献

- [1] G. E. P. Box and G. M. Jenkins, *Time Series Analysis, Forecasting and Control*, San Francisco, (1970).
- [2] 郑大伟, 黄惠玉, 廖德春, 罗时芳, *天文学报*, **21** (1980), 123.
- [3] 罗时芳, 郑大伟, 廖德春, 黄惠玉, *测绘学报*, **10** (1981), 263.
- [4] 王强国, 金文敬, *天文学报*, **29** (1988), 79.
- [5] Tong, H. and Lim, K. S., *J. Roy. Statist. Soc.*, **B42** (1980), 245.
- [6] 郑大伟, 陈兆国, *中国科学院上海天文台年刊*, (1982), No. 4, 116.
- [7] 郑大伟, *数理统计和应用概率*, **1** (1986a), 15.
- [8] Robertson, D. S., M. I. T. (Ph. D. thesis), (1975).
- [9] 郑大伟, 罗时芳, Mackay, J. R., *中国科学院上海天文台年刊*, (1986b), No. 3, 24.
- [10] Luo Shifang, Zheng Dawei, Zhou Ruexian, Xue Zhuhe and Chen Jianli, *Ann. Report of BIH for 1987*, D29-30 (1988).
- [11] Feissel, M., and Lewandowski, W., *Bull. Geod.*, **58** (1984), 464.
- [12] 董大南, 郑大伟, *中国科学院上海天文台年刊*, (1985), No. 7, 13.
- [13] 郑大伟, *天文学报*, **19** (1978), 103.
- [14] 郑大伟, 赵 铭, *天文学报*, **20** (1979), 301.

- [15] 顾震年, 中国科学院上海天文台年刊, (1986), No. 8, 99.
- [16] 李志安, Wilson, C. R., 天文学报, 28 (1987), 29.
- [17] 丁月蓉, 肖耐园, 夏一飞, 天文学报, 29 (1988), 113.
- [18] 赵 铭, 郑大伟, 天文学报, 21 (1980), 69.
- [19] 张焕志, 韩延本, 郑大伟, 中国科学, A 辑(1982), 837.
- [20] 杨志根, 中国科学院上海天文台年刊, (1980), No. 2, 30.
- [21] 郑大伟, 王叔和, 顾震年, 中国科学, A 辑 (1984), 292.
- [22] 张焕志, 韩延本, 李志安, 地球物理学报, 29 (1986), 16.
- [23] 郑大伟, 董大南, 天文学报, 28 (1987), 364.
- [24] Marple, L., *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process*, ASSP-28 (1980), 441.
- [25] Smylie, D. E., Clarke, G. K. and Ulrich, T. J., in *Methods in Computational Physics*, 13, New York (1973).
- [26] Luo Shifang, Zheng Dawei, Robertson, D. S. and Carter, W. E., *J. Geophys. Res.*, 92 (1987), 11657.
- [27] Koopmans, L. H., *The Spectral Analysis of Time Series*, (1974).
- [28] Vondrak, J., *Bull. Astron. Inst. Czech.*, 20 (1969), 349.
- [29] Vondrak, J., *Bull. Astron. Inst. Czech.*, 28 (1977), 84.
- [30] Zheng Dawei, and Dong Danan, in *Proc. Inter. Conf. Earth Rotation and Terrestrial Reference Frame*, 55, Columbus, Ohio, (1985).
- [31] 郑大伟, 董大南, 天文学报, 27 (1986c), 368.
- [32] 黄坤仪, 周 雄, 天文学报, 22 (1981), 120.
- [33] 赵 铭, 中国科学, A 辑(1988), 741.
- [34] 郑大伟, 罗时芳, 宋国玄, 中国科学, B 辑(1988), 332.

(责任编辑 林一梅)

## Time Series Analysis and Studies of Earth Rotation

Zheng Dawei

(Shanghai Observatory, Academia Sinica)

### Abstract

In this paper, results obtained from applying the time series analysis to investigations of Earth Rotation in China are reviewed, and the prospects of applications of time series models are discussed.