第 14 卷 第 2 期
1996 年 6 月

天 文 学 进 展
PROGRESS IN ASTRONOMY

Vol.14, No.2
Jun., 1996

行星环动力学

周济林 孙义燧
(南京大学天文系 南京 210093)

摘 要

行星环动力学的研究对揭示太阳系、星系的形成和演化有重要的意义。旅行者 2 号的行星际探测，极大地丰富了我们对行星环的认识，给行星环动力学的研究带来了活力。文中综述了在行星轴对称势、环自引力势、环粒子碰撞、卫星摄动等因素影响下的行星环的研究方法及研究进展。

关 键 词 行星和卫星：一般 — 天体力学 — 方法：分析

1 概 况

到目前为止，我们已经确认了太阳系至少有四颗行星 (木星、土星、天王星、海王星) 有行星环系统。以下根据旅行者 2 号探测资料，对这四个行星环系统作一简介 [1] 。

木星环系统由三部分组成：内晕，主环及外稀薄环。主环宽约 7000km ，厚度为 30 — 300km ，其外边界约在 $1.81R_{\rm J}$ 处， ($R_{\rm J}$ 为木星的赤道半径， $R_{\rm J}=71400$km); 主环之内是内晕，两者之间的分界线不明显，分界部分宽度约 2000km 。内晕向内延伸至 $1.3R_{\rm J}$ 处，此处环厚度达 3000km 。外稀薄环从主环向外延伸至 $3R_{\rm J}$ 处。环粒子以微米级为主。在 $1.79R_{\rm J}$ 处有两颗卫星： Metis(半径 $\sim$ 20km) 和 Adrastea(半径 $\sim$ 10km) 。

土星环系统包括形态各异的环。宽环有：主环 A, B, C 环，暗环 D ， E 环；窄环有： G 环，F 环；环缝有： Cassini 缝，Encke 缝。空间分布从内到外依次为 [2] ：D 环 (1.11—1.24$R_{\rm S}$)、C 环 (1.24—1.53$R_{\rm S}$), B 环 (1.53—1.95$R_{\rm S}$), Cassini 缝 (1.95—2.03$R_{\rm S}$), A 环 (2.03—2.27$R_{\rm S}$ ，宽度为 325km 的 Encke 缝位于其中)， F 环 (2.32$R_{\rm S}$), G 环 (2.82$R_{\rm S}$), E 环 (3.0 —8.0$R_{\rm S}$) ， (土星赤道半径 $R_{\rm S}=60330$km) 。各环粒子大小为： A, B, C 环以米级为主， F 环厘米级，其他环微米级。环结构特征：许多环的局部区域有波状结构； B 环多环块 (ringlets) ， F 环可能是粒子和卫星之间的转变带 (观测表明 F 环有半径为 0.1—10km 的小卫星分布) ， Encke 缝内还可能有不完全环 (弧) 。环附近与环动力学相关的卫星有 [2] ： Atlas(轨道半径 2.28$R_{\rm S}$), Promethus(2.31$R_{\rm S}$), Pandora(2.35$R_{\rm S}$) ，两颗共轨卫星 Epimetheus 和 Janus (2.51$R_{\rm S}$) ，其中质

国家自然科学基金和高等学校博士学科点专项科研基金资助项目

1995 年 4 月 30 日收到

量除 Atlas 为 $10^{-11}M_{\mathrm{S}}$ 量级外，其余为 $10^{-9}M_{\mathrm{S}}$ 量级 (土星质量 $M_{\mathrm{S}} = 5.685 \times 10^{29}$g) 。

天王星环的空间分布 (从内到外) 为： 1986U2R, 6, 5, 4， $\alpha, \beta, \eta, \gamma, \delta, \lambda$(1986U1R), ε 环，环半径从 6 环的 41837km 到 ε 环的 51149km(比较天王星赤道半径 = 26200km)[3] 。各环宽度 ~1—100km 不等，环厚度 ~ 15m 。一些环具空间 m 圈 (如 γ 环具 $m = 0, 1$ 两种模态， δ 环具 $m = 1, 2$ 两种模态) 或进动椭圆 ($e \leq 0.0079$) 模态 (如 6, 5, 4, $\alpha, \beta, \varepsilon$ 环)，一些环相对天王星赤道平面有很小的倾角 (如 6, 5, 4, α, β 环) 。环粒子分布： 9 个经典环 (除 1986U1R，1986U2R 外) 粒子以米级为主，而 λ 环可能以微米级为主。旅行者 2 号发现环附近有 10 颗小卫星，半径 20—85km，其中位于 ε 环两边的 Cordelia 和 Ophelia，轨道半径分别为 49752km，53764km[4] 。

海王星环系统包括：两宽度 $\leq$ 15km 的窄环： Adams 环 (1989N1R) 和 Le Verrier 环 (1989N2R)，一条较宽环： 1989N3R 。 Adams 环含三条亮弧，这些弧分布在 33 度的经度范围，弧的中点基本上是均匀分布。两卫星分别位于两窄环的里边： Galatea(半径 90km) 轨道位于 Adams 环之内 900km 处， Despina(半径 75km) 轨道位于 Le Verrier 环之内 700km 处。粒子大小呈米级和微米级两极分布，各环 (弧) 中尘埃 (微米级) 所占比例： Adams 环的弧，Le Verrier 环， 1989N3R 都约为 60%， Adams 环的非弧部分占 30% 。

根据环颗粒的大小，行星环大致可分为两类 [5] ：一类以米级颗粒为主的大环 (major rings)，包括土星的主环 (A, B, C 环) 和 F 环、天王星的经典环，海王星环，弧等，其动力学行为主要受行星轴对称势、环自引力势、粒子间非弹性碰撞、卫星摄动等的影响。另一类是以微米级颗粒为主的微环 (etheral rings)，包括土星和天王星的其他环，木星环，其动力学行为主要受电磁作用和等离子体作用的影响。由于微环的粒子演化时间很短 ($\leq 10^{3\pm1}$yr)，对这类环的动力学研究主要在于寻找粒子的补充机制。在本文中将只涉及大环的动力学，关于微环的动力学可见文献 [6] 。由于环粒子有较宽的分布，大环中也有微米级颗粒存在，例如它们对土星环 B 环的辐条状 (spoke) 现象起主要作用，但无论在质量上还是在光学深度上都不占主导地位，因此对讨论大环全局动力学一般可忽略。

到目前为止，研究行星环动力学的理论分析方法日趋成熟，同时数值模拟的进展也很快。在本文中着重讨论环动力学中的理论分析方法。首先在第 2 部分介绍了描述行星环动力学的基本方程，然后在第 3, 4, 5 部分分别介绍根据不同性质环建立的各种动力学理论模型及其对观测结果的解释，包括一些主要的尚未解决的问题。第 6 部分是结论。

2　基本方程组

行星环是由大量粒子组成的。由于粒子在演化中要经历无数次碰撞，对某一粒子的确定性描述是不可能的，故我们求助于统计描述。碰撞对环动力学影响的统计特性可以用环粒子分布函数的演化方程 ——Boltzmann 方程来描述。由分布函数 $f(R, V, m, t)$ 的定义， $f\mathrm{d}^3R\mathrm{d}^3V\mathrm{d}m$ 是 7 维空间 $R \times V \times m$ 中处在位置 R，速度为 V，质量为 m 的小体元 $\mathrm{d}^3R\mathrm{d}^3V\mathrm{d}m$ 内的粒子数目。由 Boltzmann 方程 [5]:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -V \cdot \frac{\partial f}{\partial r} + \nabla(\phi_{\mathrm{p}} + \phi_{\mathrm{d}} + \phi_{\mathrm{s}}) \cdot \frac{\partial f}{\partial V} + \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_c$$

右边三项分别表示表示相流、外场和碰撞对分布函数 f 演化的贡献。 ϕ_{p} 、 ϕ_{d} 、 ϕ_{s} 分别

为行星势、自引力势、卫星摄动势。 Boltzmann 方程是研究行星环动力学的基本出发点，解 Boltzmann 方程的主要困难是对碰撞的处理。

我们知道，像行星环这样的大数粒子系统，其动力学性态取决于粒子间平均碰撞频率 ω_C 和轨道运动频率 ω 的相对大小。若 $\omega_C \gg \omega$，则可当成流体来处理。反之，若 $\omega_C \ll \omega$，则应看成 N 体系统。下面我们估计一下行星环中两频率的比值。假设环粒子数密度为 n，粒子截面 $s \sim \pi r^2$, r 为平均半径，速度离散为 c，则 $\omega_C \sim nsc$。再设环厚度为 h，它与光学深度的关系为 $\tau \sim nsh$。于是，平均碰撞频率 ω_C 与光学深度 τ 的关系为 $\omega_C \sim \omega\tau$。对米级颗粒为主的大环， $\tau \sim 1$，故 $\omega_C \sim \Omega$。可见将环当成流体或 N 体系统都不太恰当。这正是研究行星环动力学之所以困难的原因。尽管如此，在理论研究行星环动力学时，仍将环看成流体，这就是流体力学方法。

2.1 流体力学方法

将环物质当成流体时， Boltzmann 方程可近似为流体力学方程组 [7]。比较常用的形式为：

$$(\frac{\partial}{\partial t} + V \cdot \nabla) V = -\nabla(\phi_p + \phi_d + \phi_s) - \nabla \cdot \boldsymbol{P}/\sigma,$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} + \nabla(\sigma V) = 0$$

$$\nabla^2 \phi_d = 4\pi\sigma G \delta(z),$$

$$\frac{\partial p}{\partial \sigma} = c^2$$

其中 $\boldsymbol{P}$ 为压强张量， p 为压强张量的各向同性部分， z 为垂直环面方向， σ 为环面密度， δ 为 Dirac 函数， c 为声速 [8]。第一个方程为连续性方程，即质量守恒方程；第二个为动量方程，描述了流体对行星、卫星、环自引力和压强引起的加速度的响应；第三个为泊松方程，描述了环自引力和局部面密度的关系；第四个为状态方程，一般假设流体是压强 p 正比于面密度的理想绝热气体。该方法的优点是不牵涉到碰撞的处理，只要假设适当的状态方程，因此常用于理论分析，例如密度波理论 [9]。缺点是方程组很复杂，只能作些线性处理，并且将环物质当成流体本身已是不太恰当的近似。

2.2 流线表示法

为了克服流体力学方法的上述缺点， 1982 年 Borderies 等人提出环动力学的所谓“流线表示法” (streamline formalism)[10]。尽管环粒子间碰撞频繁，根据对数值模拟的观察，环粒子只与其邻近的粒子 (几个粒子半径之内) 发生碰撞等动力学作用。因此可以考察一组环粒子，其在尺度上比环粒子半径和粒子间距大得多，但比要考察的现象的尺度小得多。这组环粒子实质上就是流体质点。这些流体质点组成了行星环。

流体质点主要受主天体 (大行星) 的轴对称势作用。在没有其他作用力的情况下，流体质点在大行星赤道面椭圆轨道上运动，轨道形式为：

$$r = a_e[1 - \epsilon \cos M_e] + O(\epsilon^2),$$

$$\theta = \varpi_e + M_e + \frac{2\Omega_a}{\kappa_a} \epsilon \sin M_e + O(\epsilon^2)$$

称为本轮运动，其中 $a_e, \varepsilon, \omega_e, M_e$ 为本轮根数：本轮半长径，本轮偏心率，本轮近点角距，本轮平均运动； $\Omega_a(a_e), \kappa_a(a_e)$ 分别为平均运动频率和本轮频率 (径向振动频率)。本轮根数

可与我们通常熟悉的椭圆根数相对应，但由于 $\Omega_a > \kappa_a$，本轮运动轨道是不闭合，或者说是进动的椭圆。流线表示法采用本轮运动轨道为中间轨道，称为未受摄轨道。

考虑其他动力学因素对流体质点的作用 (即受摄) 后，流体质点的运动轨道可认为是由瞬时本轮轨道 (称为密切轨道) 所组成的包络线，而密切本轮根数的演化可借助于天体力学受摄运动方程表示：

$$\frac{\mathrm{d}a_e}{\mathrm{d}t} = \frac{2}{\kappa_a}[R\epsilon\sin M_e + \frac{\Omega_a}{\kappa_a}S(1+\epsilon\cos M_e)] + O(\epsilon^2)$$

$$\frac{\mathrm{d}\epsilon}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{\kappa_a a_e}[R\sin M_e + 2\frac{\Omega_a}{\kappa_a}S\cos M_e)] + O(\epsilon)$$

$$\frac{\mathrm{d}\omega_e}{\mathrm{d}t} = \Omega_a - \kappa_a + \frac{1}{\kappa_a a_e \epsilon}[-R\cos M_e + 2\frac{\Omega_a}{\kappa_a}S\sin M_e)] + O(\epsilon^0)$$

$$\frac{\mathrm{d}M_e}{\mathrm{d}t} = \kappa_a + \frac{1}{\kappa_a a_e \epsilon}[R(\cos M_e - 3\frac{\eta_a^2}{\kappa_a^2}\epsilon + \frac{\eta_a^2}{\kappa_a^2}\epsilon\cos 2M_e)$$

$$-\frac{\Omega_a}{\kappa_a}S(2\sin M_e + (\frac{1}{2}+\frac{\eta_a^2}{\kappa_a^2})\epsilon\sin 2M_e)] + O(\epsilon)$$

其中 R, S 分别为径向和横向加速度。最近我们发展了正则形式的本轮根数，并建立了相应的方程组 [11] 。

不同流体质点之间的碰撞由粘滞或压强张量来描述。由 Boltzmann 方程作适当近似，并借助于本轮根数，可得到描述压强张量演化的压强张量方程 (仅列出与水平运动有关的 $\boldsymbol{P}_{rr}$, $\boldsymbol{P}_{r\theta}$ $\boldsymbol{P}_{\theta\theta}$, $\boldsymbol{P}_{zz}$) ：

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{P}_{rr}}{\mathrm{d}M_e} + \frac{3q}{J}\sin M_e\boldsymbol{P}_{rr} - 4\boldsymbol{P}_{r\theta} = \frac{1}{\Omega}(\frac{\partial\boldsymbol{P}_{rr}}{\partial t})_c$$

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{P}_{r\theta}}{\mathrm{d}M_e} + \frac{\boldsymbol{P}_{rr}}{2J} + \frac{2q}{J}\sin M_e\boldsymbol{P}_{rr} - 2\boldsymbol{P}_{\theta\theta} = \frac{1}{\Omega}(\frac{\partial\boldsymbol{P}_{r\theta}}{\partial t})_c$$

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{P}_{\theta\theta}}{\mathrm{d}M_e} + \frac{\boldsymbol{P}_{r\theta}}{J} + \frac{q}{J}\sin M_e\boldsymbol{P}_{\theta\theta} = \frac{1}{\Omega}(\frac{\partial\boldsymbol{P}_{\theta\theta}}{\partial t})_c$$

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{P}_{zz}}{\mathrm{d}M_e} + \frac{q}{J}\sin M_e\boldsymbol{P}_{zz} = \frac{1}{\Omega}(\frac{\partial\boldsymbol{P}_{zz}}{\partial t})_c$$

其中带下标 c 的项是与碰撞有关的，称为碰撞项。

流线表示法通过解上述受摄运动方程来研究环动力学，其中摄动因素包括由压强张量方程解出的压强张量。注意到这两个方程通过 $\boldsymbol{M}_e$ 耦合在一起，因此解方程还有一个时间尺度问题。我们对环的长时期而不是在几个轨道运动周期的运动感兴趣 (环粒子的轨道运动周期约为几小时)，故解受摄运动方程时一般先将受摄运动方程对 $\boldsymbol{M}_e$ 作平均。幸运的是，在几个轨道周期的时间尺度内，环粒子碰撞即可达到一种平衡态 (一方面，碰撞将 Kepler 运动动能转化为随机运动动能，另一方面，碰撞又将随机运动动能转化为热能。这两种过程达到平衡后的状态，称为碰撞拟平衡态) 。因此我们可以先解压强张量方程，得到压强张量为 M_e 的函数，再代入受摄运动方程，通过研究受摄运动方程的平均方程来揭示环的演化。

解压强张量方程的主要困难是碰撞项的计算。一般采用 Krook 模型来计算碰撞项。Krook 模型假设碰撞前后粒子分布都满足 Maxwellian 分布，碰撞只改变了分布的速度离散 [13] 。由于该模型回避了碰撞的具体过程，从而大大简化了分析。尽管如此，由于压强张量方程复杂，

我们一般得不到的解析解而借助于数值解法，如 Borderies 等人， Shu 等人的工作 [14,15] 。为便于应用，人们也得到了压强张量的一些经验公式 [16] 。

借助于数值计算，流线表示法能处理强非线性的情形，故发展很快，并被广泛应用于行星环动力学的研究中。

3 宽环动力学

宽环主要包括土星 A, B, C 环。两次‘旅行者’探测发现土星环中存在许多密度波和弯曲波，主要在 A, B 环。由于土星环中密度波都与卫星共振有关，我们首先定义行星环与附近卫星的不同形式的共振。

3.1 共振与密度波

考察一绕同一行星的在半长径 a_s ，偏心率 e_s ，赤道倾角 i_s 的轨道上运动的卫星。将卫星摄动势展开为 [17] ：

$$\Phi = \sum_{m,n,p} \phi_s(r/a_s)\cos(\omega t - m\theta)$$

这里 $\omega = m\Omega_s + p\kappa_s + n\mu_s$, Ω_s, κ_s, μ_s 分别为卫星的平均运动频率、本轮频率和垂直运动频率， m, p, n 为整数， $m > 0$ ，系数 $\phi_s \sim e_s^{|p|}\sin^{|n|} i_s$ 为 Laplace 系数的函数。习惯上我们称 $\Omega_p = \Omega_s + (p/m)\kappa_s + (n/m)\mu_s$ 为图样速度：在此旋转坐标系下势分量 (m, p, n) 不随时间变化。设 Ω, κ, μ 为流体质点的相应频率。对在圆轨道上运动的流体质点，当其所处的径向位置 $r = r_C$ 满足：

$$\omega - m\Omega(r_C) = 0$$

时质点与卫星发生共振，称为共旋 (corotation) 共振 (CR)，若忽略行星引力谐系数则 $\Omega : \Omega \approx (m+n+p) : m$ ，这经常用来标记共振。若径向位置 $r = r_L$ 满足

$$\omega - m\Omega(r_L) = \pm\kappa(r_L)$$

时称为水平共振或 Lindblad 共振 (LR)(取 + 、 − 时 r_L 分别在相应共旋共振之外、内，故分别称为外 (OLR) 、内 Lindblad 共振 (ILR))，记为 $\Omega : \Omega_s \approx (m+n+p) : (m \pm 1)$ 。若 $r = r_V$ 满足

$$\omega - m\Omega(r_V) = \pm\mu(r_V)$$

时称为竖直共振或倾斜共振 (VR)(+ 、 − 分别对应外 (OVR) 、内倾斜共振 (IVR))，记为 Ω: $\Omega_s \approx (m+n+p)$: $(m \pm 1)$ 。称 $|p| + |n|$ 为以上共振的阶。对偏心环 (偏心率 $\varepsilon \neq 0$)，共振具更复杂的形式 [21] 。若 $r = r_E$ 满足

$$\omega - m\Omega(r_E) = \pm q\kappa(r_E)$$

时称为偏心 (eccentric) 共振 (ER)(+ 、− 分别对应外 (OER) 、内偏心共振 (IER)， $q > 0$)，记为 $\Omega : \Omega_s \approx (m+n+p) : (m \pm q)$，偏心共振的阶为 $|p|+q+|n|$，即摄动势系数 $\phi_s \sim \varepsilon^{|q|} e_s^{|p|} \sin^{|n|} i_s$ 。

密度波和弯曲波是行星环对外部卫星分别在水平和竖直方向上强迫作用的集体响应。它们分别源于两者之间的 Lindblad 共振和倾斜共振。密度波的波长一般为几公里或几十公里，

比起轨道半长径来要小得多，故波的图样是紧密缠绕的。密度波一般经传播几圈后被粘滞力所阻滞。密度波的传播是非线性的，密度反差可与背景密度相比。联系波的时间频率和空间频率的关系称为离散关系：利用离散关系可测定环面密度和速度离散，密度波和弯曲波是我们目前所知道的环面密度和速度离散的最好探测器 [1] 。

3.2　边界的限制机制

土星宽环大多具有明显的边界。这一现象部分地可由卫星摄动来解释。假设卫星在圆轨道上运动。据观察，许多环的整体形状与环内流体质点的运动轨线重合，称为环流线。在以卫星平均运动角速度为角速度的旋转坐标系，卫星摄动引起的环流线的偏心率表现为流线的波动，不同距离的环质点引起波动的波长也不同。假设环初始流线为圆形，两相邻流线在与卫星交会后，由于波长的不同，而将在以后的运动中相交。

充分大的近环卫星能使受摄环流线在每次与卫星交会后在一个会合周期内相交。相交后由于碰撞次数的增加，使能量耗散加强，摄动对流线的影响被阻滞，流线又成为圆。于是前一次交会的影响在下一次交会时已丧失，这样卫星与环物质之间有一净角动量交换，其效果为卫星轨道附近物质离开卫星而形成环缝。土星环 A 环中 Encke 缝就是这样形成的。

若对较小或较远的卫星，流线相交发生在一个会合周期以外，除了在与卫星发生共振的位置，其他位置的环质点，环与卫星的每次作用平均为零。此时卫星所引起的摄动则以离散共振形式为主。 Goldrech 和 Tremaine 发现此类摄动卫星仅在 Lindblad 共振和共旋共振 (不考虑倾斜共振) 处对环有力矩作用 [9] 。通过力矩作用，卫星与环物质也有一净角动量输运，这样环物质由于碰撞获得的多余的角动量就被传到卫星上。若宽环边缘处于某一卫星的共振位置，环边缘物质就可被控制住。这一机制可解释宽环边界的限制。观测表明土星 A 环、B 环的外边缘正分别处于卫星 Janus 和 Mimas 的 $7:6$ 和 $2:1$ 内 Lindblad 共振的位置。

但是除了 Encke 缝的内边界外，宽环内边界的维持机制尚不清楚。由于 A 环和 B 环的内边界比外边界不清晰得多，宽环内边界一定有不同于外边界的维持机制。 1991 年 Durisen 等人提出由冲击输运过程来维持，这一理论有待于进一步检验 [18] 。

3.3　其他尚未解决的问题

(1) 土星环 B 环的多环块结构

土星环 B 环的混沌外观及不与任一已知卫星发生共振的事实，表明其结构可能由于某种不稳定性引起。一般认为是粘滞不稳定性 [7] 。当环面密度与粘滞系数之积是光学深度的递减函数时，作用在低光学深度一边的内应力将大于高光学深度一边的内应力。于是物质将从低光学深度区向高光学深度区漂移，使光学深度反差更大。可是根据这一机制， B 环的光学深度应呈两极分布，这并未被观测到。因此 B 环的多环块结构迄今仍未能彻底搞清楚。

(2) 宽环的大尺度结构

似乎至今仍未有关于 A, B, C 环及 Cassini 缝等构成的土星环系统大尺度结构的工作。

4　窄环动力学

4.1　窄环的径向控制：牧羊犬机制

窄环包括土星 F 环，天王星环，海王星环。由于碰撞逐步将轨道运动动能转化为随机运动动能，一些环物质将落向主行星，而环的总角动量守恒，碰撞将角动量从内向外转移，故另

一部分环物质将远离主行星，于是环将逐渐扩散[12]。对一个径向范围为 R 的未受摄环，扩散的时间一般认为是环粒子随机行走穿过 R 的时间： $t_{sp} \sim (R/l)2\omega_C^{-1}$， l 为平均自由程，ω_C 为碰撞频率。窄环的宽度一般为几十公里，可以估计它完全扩散开来的时间尺度不超过百万年。窄环的径向控制是窄环动力学的基本问题。

为此， Goldreich 和 Tremaine 于 1979 年提出了关于窄环径向控制的“牧羊犬机制”(shepherding mechanism)[19]。他们假设窄环的两边各存在一颗分别与环相应边缘物质发生共振的卫星，则由于上面已提过的卫星的作用，环粒子碰撞引起的径向扩散将被限制。旅行者 2 号发现，确实有两颗卫星 (Cordelia 和 Ophelia) 位于天王星 ε 环两边。并且 Cordelia 的 24 : 25OER 和 Ophelia 的 14 : 13 IER 分别落在 ε 环的内边界和外边界。环与卫星的相互作用力矩表明， Cordelia 和 Ophelia 确实能限制住 ε 环。这样 Cordelia 和 Ophelia 被确认为 ε 环的牧羊犬卫星，从而也支持了牧羊犬机制[20]，土星环 F 环的限制也可以这样解释。

但这种解释存在一时间尺度问题。由于限制卫星受到环的力矩的作用，卫星有退离环的趋势。以土星环 F 环的外牧羊犬卫星 Pandora 为例，为什么它现在仍这么靠近环？一个可能的解释是 Pandora 可能与土星的某一较大卫星发生共振，但没有找到这样的卫星。 Pandora 位于与 Mimas(轨道半径 $3.08R_s$，质量 $6.6\times10^{-8}M_s$) 的 3 : 2 共振轨道以内 50km 。Goldreich 等人认为存在别的机制使 Pandora 的角动量传给 Mimas ，如 Pandora 和 F 环的内牧羊犬卫星 Prometheus 相互作用使 Pandora 的轨道混沌，使 Pandora 传给 Mimas 的角动量平均不为零[21]。但他们未得到明确的结果。

4.2 偏心环的刚体进动：自引力模型

天王星的许多环 ($\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon$ 环) 均为偏心环。偏心环有一共同特性：环的近心点几乎在一条直线上，外边界的偏心率大于内边界。我们知道，在行星的轴对称势下，环有较差进动的趋势，这样环保持一致的进动的现象 (称刚体进动) 需要人们作出解释。

为此 Goldreich 和 Tremaine 于 1979 年提出了自引力模型，认为是环的自引力抵消了行星轴对称势引起的较差进动对近心点连线的破坏[19]。自引力模型确能解释偏心环的内外偏心率差，也能解释偏心环的形状，但由该模型推算的环面密度却比观测值要小。特别对天王星 α 、 β 环，计算值为 $1\mathrm{g\cdot cm^{-3}}$，比观测值要小一到两个量级 (典型环面密度为 $50\mathrm{g\cdot cm^{-3}}$) 。由于卫星对近星点进动率的影响很小，目前还没有一个能代替自引力来解释偏心环的刚体进动的机制。

此外，天王星环不同模态 (例如偏心环为 $m=1$ 模态，而 δ 环则为 $m=1,2$ 模态) 的选择律，天王星环的大尺度结构等需要人们作出解释。到目前为止，这几个问题上的工作很少。

4.3 土星环 F 环的稳定性： Maxwell 模型

由于土星 F 环有很多小卫星， Maxwell 曾对 F 环提出下述模型： N 个等质量的小天体位于以一大质量主天体为中心的 N 边形的顶点，这 $N+1$ 体之间通过引力相互作用。我们知道，该 $N+1$ 体系统确实具有上述 N 边形的特解。

Jcheeke 和 Vinh 考察了上述系统在三维摄动下的线性稳定性问题[22]。其结果为：线性稳定μ 的范围为 $\mu<\mu^*$，其中 μ^* 为：

$$\mu^* \approx 2.3/N^3[1+0.99\ln(N)/N^2+0.95/N^2+\cdots]$$

Meyer 和 Schmidt 证明了上述振动模态 (周期解) 中几族特殊周期轨道的存在性： (1) 相

邻小天体作垂直于赤道面的上下振动，类似于 F 环的“打结” (kinked) 运动；(2) 小天体在以主天体为中心的二维环面 (物理空间) 上运动，相当于 F 环的“缠绕” (braided) 运动 [23] 。

5　海王星弧动力学

由于不同轨道半径粒子公转周期不同，弧将很快地扩散开来。海王星弧的存在表明有某种径向限制的机制。一般认为弧的存在与卫星的共旋共振有关。例如人们最熟悉的 Lagrange 三角秤动点即为零阶共旋共振。但由于 Lagrange 三角秤动点对应势能极大点，粒子间的非弹性碰撞所引起的能量损耗将引起弧的扩散。

Lissaue 等人认为除了在 Lagrange 三角秤动点上的共旋卫星外，还必须至少一颗牧羊犬卫星通过力矩提供能量 [24] 。事实上此牧羊犬卫星的平均效果是减少粒子运动的 Jacobi 常数，使粒子向三角秤动点靠拢。于是这两颗卫星同时控制了弧的径向和方位扩散。按照他们的估计，秤动点卫星半径 $\sim$ 200km ，而牧羊犬卫星 (假设距离环 1000km) 半径 $\sim$ 120km 。观测未发现这么大的卫星。

Borderies 等人提出另一模型 [25] 。他们认为，由于受海王星的一颗高轨道倾角 ($i \sim 160°$) 大卫星 Triton 的影响，海王星卫星系可能存在具非零轨道倾角的小卫星 (他们假设其半径 150km, $i = 0.1$) 。若弧位于该倾斜卫星的一阶共旋共振处，则在平衡点可线性稳定。但类似于三角秤动点，这一稳定对应势能极大，故需要径向牧羊犬机制。 Borderies 等人认为这可由同一颗卫星引起的在每一共旋共振附近的 Lindblad 共振来限制。故在他们的模型中一颗倾斜卫星可同时对许多弧提供径向和方位的限制。他们发现由于弧对卫星轨道倾角的影响可以忽略，从而倾斜卫星的倾斜性长期存在。最近 Porco 根据新观测资料发现， Adams 环的三段弧是由位于该环以内 900km 轨道的 Galatea 卫星的 43 : 42 倾斜共旋共振和 Lindblad 共振处，从而证实了这一模型 [26] 。

6　结　　论

行星环动力学的研究，兴起于本世纪 70 年代。到目前行星环动力学的研究已经相当成熟，解释了大部分观测现象，但仍有很多观测现象还很难用目前的行星环动力学理论圆满地解释，特别是，天王星窄环的刚体进动问题和时间尺度问题是当前行星环动力学的两大主要难题。这有待于行星环动力学的理论工作者们进一步的努力。

参　考　文　献

[1] Nicholson P D. Rev. Geophys., Suppl., 1991, 4: 313

[2] Cuzzi J N *et al.* In: Greenberg R, Brahic A eds. Planetary rings. Tucson: Univ. of Arizona Press, 1984, 73

[3] French R G *et al.* Icarus, 1988, 73 : 349

[4] Owen Jr W M, Synnott S P. A. J., 1987, 93: 1268

[5] Longaretti P Y. In: Benest D, Frochlé C eds. Phys.-dyn. minor boodies (Gouttelas 91), 1991. 453

[6] Bruns J A *et al.* In: Greenberg R, Brahic A eds. Planetary rings. Tucson: Univ. of Arizona Press, 1984. 200

[7] Steward G R *et al.* In: Greenberg R, Brahic A eds. Planetary rings. Tucson: Univ. of Arizona Press, 1984, 447

[8] Sicardy B. In: Benest D, Frochlé C eds. Phys.-Dyn. Minor Boodies (Gouttelas 91), 1991. 631
[9] Goldrich P, Tremaine S. Ap. J., 1979, 233: 857
[10] Borderies N *et al.* Nature, 1982, 299: 209
[11] Zhou Jilin, Sun Yisui. Celest. Mech. & Dyn. Astron. , 1995, 62: 99
[12] Lynden-Bell D, Pringle F E. M. N. R. A. S., 1974, 168: 603
[13] Shu F H, Stewart G R. Icarus, 1985, 55: 360
[14] Borderies N *et al.* Icarus, 1983, 45: 124
[15] Shu F H *et al.* Ap. J., 1985, 299: 542
[16] Borderies N *et al.* Icarus, 1987, 68: 522
[17] Shu F H. In: Greenberg R, Brahic A eds. Planetary rings. Tucson: Univ. of Arizona Press, 1984, 513
[18] Durisen R H *et al.* Bull. Am. Astron. Soc., 1991, 23: 1179
[19] Goldreich P, Tremaine S. Nature, 1979, 277: 97
[20] Goldreich P, Porco C C. A. J., 1987, 93: 730
[21] Borderies N. Celest. Mech., 1989, 46: 207
[22] Scheeres D J, Vinh N X. Celest. Mech., 1991, 51: 83
[23] Meyer K R, Schmidt D . Celest. Mech., 1993, 55: 289
[24] Lissauer J J. Nature, 1985, 318: 544
[25] Borderies N *et al.* A. J., 1986, 92: 490
[26] Porco C C. Science, 1991, 253: 995

(责任编辑 刘金铭)

Planetary Ring Dynamics

Zhou Jilin SunYisui

(*Department of Astronomy, Nanjing University, Nanjing 210093*)

Abstract

The study of planetary ring dynamics may be helpful to our understanding both the origin and evolution of the solar system and the galaxies. The planetary encounter of Voyager 2 greatly enriches our knowledge of planetary ring systems, and challenges the study of ring dynamics. We review the progress on the reaserch of major ring dynamics under the influnces of the gravitational field of the oblate primary planet, the self-gravity of the ring, inter -particle collisions and satellite perturbations.

Key words planets and satellites: general—celestial mechanics—methods: analytical