

# 引力透镜与类星体 — 星系 (星系团) 成协

朱宗宏 袁启荣 何香涛  
(北京师范大学天文系 北京 100875)

## 摘 要

综述了背景光源 (类星体) 与前方天体 (星系、星系团等) 成协的观测和统计事例。详尽叙述了与成协问题相关的引力透镜理论。全面介绍了对各种成协事例进行引力透镜理论解释的方法、研究现状及存在的问题。还给出了一种计算成协样品中面密度超出因子的改进方法。

关键词 引力透镜 — 星系; 星系团; 一般 — 类星体; 一般

## 1 引 言

背景光源与前方天体的成协, 特别是类星体 — 星系成协是一个已经争论了 30 多年的传统问题。这个问题之所以重要, 是因为它与类星体红移实质及标准宇宙模型是否正确等问题紧密相关。如果类星体 — 星系成协是物理成协, 而类星体红移通常都比星系的大很多, 则我们关于类星体和星系红移起源的观念 (或标准宇宙模型观念) 要做显著改变。如果类星体 — 星系成协只是一种引力透镜现象, 即位于星系后方的类星体受到前景星系的引力透镜作用而增亮进入观测限, 从而使得流量限样本中星系周围的类星体密度超出, 那么成协现象强烈支持类星体红移是宇宙学的, 对肯定标准宇宙模型有着至关重要的意义, 而且借助引力透镜理论可利用成协样品研究星系、星系团、乃至大尺度结构上的物质分布。

在本文中对成协问题做了系统全面的评述。

## 2 引力透镜理论基础

自从 Einstein 广义相对论预言引力光偏折并被 Eddington 和 Crommlin 证实以来, 就预言了引力透镜现象, 并已经有了许多理论研究成果。1979 年 Walsh 等人发现了引力透镜的第一个事例<sup>[1]</sup>。此后, 这一领域无论从观测上还是从理论上都取得了巨大的进展, 已经成为天体物理中一个异常活跃而且十分重要的领域。观测到的引力透镜现象不胜枚举, 从类星体

国家自然科学基金资助项目

1996 年 6 月 8 日收到 1996 年 12 月 2 日收到修改稿

复像、巨型光弧、射电环到各类微透镜现象，向人们展示了一类奇妙的天文现象（观测的最新评述参阅文献 [2]）。而突变理论、概率统计、复分析和数值模拟等各类数学理论的应用使引力透镜理论越来越系统、成熟（较好的评述有文献 [3,4] 等）。已经出版了两本专著：《Gravitational Lensing》<sup>[5]</sup> 和《Gravitational Lenses》<sup>[6]</sup>。召开了五次专题为引力透镜的国际会议（Cambridge, 美国-1988；Toulouse, 法国-1989；Hamburg, 德国-1991；Liege, 法国-1993；Melbourne, 澳大利亚-1995），并出版了会议文集。在本节中仅就引力透镜基本理论和常用透镜模型作一简要概括。它们是理解类星体—星系成协的引力透镜成因的基础。

如图 1，设源（如类星体）和透镜体（如星系）分别位于距观测者  $D_s$  和  $D_d$  处，过观测者和透镜体中心作一条直线（光轴），垂直于该线分别过源和透镜体所在位置作二平面（即所谓源平面和透镜平面）。如果用  $\eta$  表示源在源平面的位置、用  $\xi$  表示像在透镜平面的位置，则有透镜方程

$$\eta = \frac{D_s}{D_d} \xi - D_{ds} \alpha \tag{1}$$

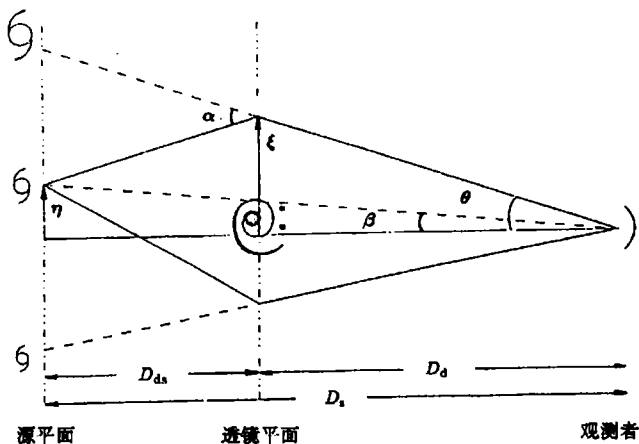


图 1 引力透镜几何<sup>[4]</sup>

其中  $D_d$ 、 $D_s$  和  $D_{ds}$  分别为由观测者到透镜、由观测者到源和由透镜到源的角直径距离。如果我们用角度表示位置，则上式化为

$$\beta = \theta - \frac{D_{ds}}{D_s} \alpha \tag{2}$$

上两式中的  $\alpha$  即光偏折角，在弱场和薄透镜近似下，偏折角由投影面质量密度  $\Sigma(\xi)$  和偏折位置矢量  $\xi$  确定

$$\alpha = \frac{4G}{c^2} \int \frac{\xi - \xi'}{|\xi - \xi'|^2} \Sigma(\xi') d^2 \xi' \tag{3}$$

显然，一般情况下  $\alpha$  是  $\xi$  的非线性函数，因而对一给定源位置，透镜方程可能有多个像位置解（即所谓复像）。

由于光偏折不改变源的表面亮度  $I'(\theta) = I(\beta)$ ，所以源视光度改变  $\mu$  倍（放大率）

$$\mu \equiv \left| \det \frac{\partial \beta}{\partial \theta} \right|^{-1} \tag{4}$$

原则上给定偏折体物质分布, 则可以求出  $\alpha(\xi)$ , 由透镜方程则可由源位置  $\beta$  解出像位置  $\theta$ , 并由放大率公式给出相应像的放大率. 但由于方程的非线性, 多数情况只能用数值模拟, 只有少数理想透镜模型能够解析处理, 我们这里只讨论三种后面要用到的简单透镜模型:

(1) 奇异等温球模型: 对星系的旋转曲线和星系团中星系分布的研究表明, 星系和星系团的物质密度轮廓能够很好的用奇异等温球模型 (SIS) 描述<sup>[4]</sup>

$$\rho(r) = \frac{\sigma_v^2}{2\pi G r^2}, \quad (5)$$

其中  $\sigma_v$  为视向速度弥散. 定义临界角半径  $\theta_E = 4\pi(\sigma_v/c)^2(D_{ds}/D_s)$ , 则由透镜方程, 当  $\beta < \theta_E$  有复像  $\theta_{\pm} = \theta_E \pm \beta$ , 放大率为  $\mu_{\pm} = |(\theta_{\pm} \mp \theta_E)/\theta_{\pm}|^{-1}$ ; 当  $\beta > \theta_E$  时, 只有一个像  $\theta = \theta_E + \beta$ . 主像的放大率为<sup>[4]</sup>

$$\mu = \left| \frac{\theta}{\theta - \theta_E} \right| \quad (6)$$

(2) 有核等温球模型: 奇异等温球模型的中心物质密度为无穷大, 显然不是星系的真实质量分布. 有核等温球模型 (ISC) 更合理地描述了星系和星系团的质量分布<sup>[7]</sup>

$$\rho(r) = \frac{\sigma_v^2}{2\pi G} \frac{1}{r^2 + r_c^2} \quad (7)$$

其中  $r_c$  为核半径. 使用  $\theta_c = r_c/D_d$  作为角度单位, 定义  $D \equiv \theta_E/\theta_c$ ,  $\theta_E$  的定义同上. 当  $D < 2$  时, 上述方程只有一个解 (单像); 当  $D > 2$  时有三个解 (复像). 放大率为<sup>[7]</sup>

$$\mu = \left| \left( 1 - D \frac{\sqrt{1 + \theta_0^2} - 1}{\theta_0^2} \right) \left( 1 + D \frac{\sqrt{1 + \theta_0^2} - 1}{\theta_0^2} - D \frac{1}{\sqrt{1 + \theta_0^2}} \right) \right|^{-1} \quad (8)$$

其中  $\theta_0 \equiv \theta/\theta_c$ ,  $\beta_0 \equiv \beta/\theta_c$ .

(3) 均匀物质背景的等温球 (IS+C): 无论是星系还是星系团都是处在一定的环境中的, 环境的影响不可忽视. 星系处在星系团中, 星系团处在大尺度结构中. 由于环境的尺度变化更大, 可以用均匀物质层代表它们的影响<sup>[8]</sup>. 设均匀层的密度为  $\bar{\Sigma}$ , 则它产生的偏折角为  $\alpha(\xi) = (4\pi G \bar{\Sigma}/c^2)\xi$ , 定义  $\kappa_0 \equiv \bar{\Sigma}/\Sigma_{\text{crit}}$ , 其中  $\Sigma_{\text{crit}} \equiv (c^2/4\pi G)(D_s/(D_d D_{ds}))$  为临界表面质量密度,  $\theta_E$  的定义同前. 如果  $\kappa_0 < 1$ , 即均匀层面密度  $\bar{\Sigma}$  小于临界表面质量密度, 则  $\beta < \theta_E$  时, 产生双像  $\theta = (\beta \pm \theta_E)/(1 - \kappa_0)$ , 放大率  $\mu = \left| \frac{1}{(1 - \kappa_0)^2} \frac{\theta}{\theta \mp \theta_E/(1 - \kappa_0)} \right|$ ;  $\beta > \theta_E$  时, 只有单像  $\theta = (\beta + \theta_E)/(1 - \kappa_0)$ , 放大率为<sup>[6]</sup>:

$$\mu = \frac{1}{(1 - \kappa_0)^2} \frac{\theta}{\theta - \frac{\theta_E}{1 - \kappa_0}} \quad (9)$$

### 3 成协的观测证据

类星体 — 星系成协是一个有了近 30 年历史的问题. 一些天体物理学家, 特别是 Halton Arp, 就是基于某些类星体和比类星体红移小得多的前景星系成协而对类星体红移的宇宙学

解释提出质疑的<sup>[9]</sup>。Arp 给出了一系列亮星系和类星体成协的事例, 其中在文献 [9] 中列出了数个近邻星系 (红移  $z \sim 0.01$ ) 中心的  $2'$  以内均具有两个或者三个类星体 (红移  $z \sim 1$ , 星等  $m \sim 20$ ) 的例子。由于  $m \sim 20$  的类星体约每平方米 20 个, 围绕任一点的  $2'$  内都不太可能找到两个或者三个类星体, 因此他认为这些事例说明类星体和星系是有物理联系的, 类星体的红移不是宇宙学的。但关于这些事例是否具有统计意义是有争议的<sup>[9]</sup>。

采用含有 4364 天体的亮星系第二个参考表和含有 1356 个类星体的 Hewitt & Burbidge 类星体总表, 交叉相关分析提供了很强的统计证据, 表明各种红移的类星体和低红移的 ( $z < 0.05$ ) 亮星系之间存在相关<sup>[10]</sup>。但采用不同的类星体表和星系表却没有发现成协的统计证据<sup>[11]</sup>。说明类星体样本的不完备性导致了结论的不确定性。

要观测围绕星系的类星体面密度超出 (用  $q_Q$  描述) 是否确实存在是困难的。因为要使观测具有统计意义, 必须要大样本, 而亮类星体在天空中是稀少的, 而且类星体完备样本的观测需要很多时间。观测类星体—星系成协的另一个办法是围绕类星体找星系, 看相对于星系的平均密度是否星系面密度超出 (用  $q_Q$  描述)。对于低红移类星体这样的面密度超出已经知道很久了<sup>[12]</sup>, 现在普遍认为低红移类星体处在同样红移的星系群和小星系团中<sup>[13]</sup>。

Tyson 首先<sup>[14]</sup> 通过观测发现围绕低红移和高红移的类星体都有星系密度超出。随后 Webster 等人也报道<sup>[15]</sup> 在高红移亮类星体  $6''$  以内观测到星系密度超出。由 Fugmann 完成的一项独立研究<sup>[16,17]</sup> 表明, 围绕高红移射电强的类星体存在统计上的星系密度超出。自此以后类星体—星系成协的观测证据不断增加<sup>[18,19]</sup>。表 1 给出了目前光学选类星体—星系成协的观测现状<sup>[20]</sup>。

表 1 类星体—星系成协: 观测样品

作者	类星体数目	选择条件	$\theta$ 范围 ( $''$ )	星系极限 星等 $R$	观测值 ( $q_Q$ )
Crampton	101	$V < 18.5, z > 1.5$	0—6	$\sim 23$	$1.4 \pm 0.5$
Kedziora-Chudczer	181	$V < 18.5, z > 0.65$	6—90	$\sim 21.5$	$\sim 1$
Magain	153	$\langle V \rangle = 17.4, \langle z \rangle = 2.3$	0—3	$\sim 21$	$\sim 2.8$
Thomas	64	$V < 18.5, 1 < z < 2.5$	0—10	$\sim 22$	$1.7 \pm 0.4$
van Drom	136	$\langle V \rangle = 17.4, \langle z \rangle = 2.3$	3—13.7	$\sim 23$	$\sim 1.46$
Webster	68	$V < 18, 0.7 < z < 2.3$	3—10	$\sim 22$	$\sim 2$
			2—6		$1.0 \pm 0.3$
Yee	94	$V < 19, z > 1.5$	2—10	$\sim 22.5$	$1.0 \pm 0.2$
			2—15		$0.9 \pm 0.1$

表 1 各栏从左到右分别表示: 给出成协样品的作者、样品中类星体的数目、类星体的极限星等和红移范围、找寻星系时围绕每个类星体的区域、星系的极限星等、观测到星系面密度的超出。目前类星体—星系成协样品仍在不断增多和增大。

上述观测结果, 如果被证明具有统计意义, 用人们对类星体的传统观念来解释将会碰到困难。对低红移类星体, 星系密度超出可理解为星系和类星体物理成协。但如果我们关于类星体或星系红移的起源的观念 (或者标准宇宙模型观念) 不作显著的改变, 则没有一个可行的机制能使得一个红移为 2 的天体与一个红移为 0.05 的天体构成物理成协。与类星体和宇宙学传统知识不冲突, 而能对这些观测解释的唯一可能性就是前景星系的引力场影响了遥远类星体的光传播, 即引力透镜效应。下节将给出引力透镜效应对这个问题的计算结果。

## 4 成协问题的透镜理论

事实上, 早在第一例引力透镜类星体复像<sup>[1]</sup>0957+561A, B 发现以前, Gott 和 Gunn 就指出<sup>[21]</sup> 前方星系周围的类星体面密度会有所增加, 因为位于星系后方的本来暗的类星体会受到星系的引力透镜作用而增亮进入样本的观测限。他们使用等温球模型计算了类星体面密度的超出因子  $q_Q$  即观测到的类星体数密度和固有值之比。Canizares 指出星系晕中恒星对密度超出  $q_Q$  也有贡献, 但他没有考虑星系的剪切效应<sup>[22]</sup>。Vietri 和 Ostriker 使用  $\delta$  函数表征星系晕中恒星的作用<sup>[23]</sup>。在一系列文章中<sup>[24,25,26]</sup>, Schneider 对这一问题在理论上做了细致全面的研究, 他采用一个非常真实的模型, 包括星系的剪切作用、星系晕中的微透镜作用, 计算了围绕星系中心  $\theta$  角范围视星等大于某值的类星体面密度超出因子。Linder 等还考虑了全天源计数放大 bias 对这一问题的影响<sup>[27,28]</sup>。Kovner 则从统计上证明了面密度超出因子存在一个上限值<sup>[29,30]</sup>。因为类星体计数在流量限暗端存在趋于平滑的拐点, 所以当样品的类星体极限星等很暗时会出现“负成协”, 武向平指出这可以作为类星体—星系成协是否是透镜成因的最终判据<sup>[19]</sup>。

由于通常观测的是星系面密度超出因子, 而透镜理论计算的是类星体面密度超出因子, 所以有必要指出: 对于统计完备的类星体和星系流量限样本, 围绕星系的类星体超出和围绕类星体的星系超出是等价的<sup>[31]</sup>。因此以后不再区分这两个概念。

### 4.1 面密度超出因子的透镜统计学计算

本小节简要介绍透镜统计学是如何计算面密度超出因子的。通常是围绕星系的环形区域  $\theta_1-\theta_2$  寻找类星体, 它是不包括发生复像的区域的, 所以透镜方程为——映射, 星系模型给出放大率  $\langle\mu\rangle(\theta) = |\det(\partial\beta/\partial\theta)|^{-1}$ , 放大率概率分布为  $p(\theta) = \delta(\mu - \langle\mu\rangle(\theta))$ , 但有微透镜效应时像的放大率便不是确定值, 而是一个概率分布函数  $p(\theta, \mu)$ 。当然分布函数满足:

$$\begin{aligned} \int_1^\infty d\mu p(\theta, \mu) &= 1 \\ \int_1^\infty \mu d\mu p(\theta, \mu) &= \langle\mu\rangle(\theta) \end{aligned} \quad (10)$$

设类星体固有光度函数为  $\Phi_Q(L, z_s)$ , 即单位体积内, 光度大于  $L$  的类星体数为  $\Phi_Q(L, z_s)$ 。则在  $\beta$  附近立体角  $d^2\beta$  红移  $z_s$  处, 每单位红移间隔, 亮于  $L$  的源有

$$\frac{dN(L)}{dz_s} = V(z_s) \Phi_Q(L, z_s) d^2\beta \quad (11)$$

其中  $V(z_s)dz_s$  为壳层  $dz_s$  的体积。通常测量的是流量  $S$ , 而不是光度  $L$ , 它们的关系为  $S = \mu \frac{L}{4\pi D_L^2(z)}$ 。上述每一个源都对应位于  $\theta$  附近立体角  $d^2\theta$  内一个像, 观测到的类星体按流量分布为

$$\frac{dN_{\text{obs}}(S, z_s, \theta)}{dz_s} = \int_1^\infty d\mu p(\theta, \mu) \frac{dN\left(\frac{4\pi D_L^2(z_s)S}{\mu}\right)}{dz_s} \quad (12)$$

注意到  $\langle\mu\rangle(\theta) = d^2\theta/d^2\beta$ , 得观测到的源密度  $dn_{\text{obs}} \equiv dN_{\text{obs}}/d^2\theta$  为

$$\frac{dn_{\text{obs}}(S, z_s; \theta)}{dz_s} = \frac{V(z_s)}{\langle\mu\rangle(\theta)} \int_1^\infty d\mu p(\theta, \mu) \Phi_Q\left(\frac{4\pi D_L^2(z_s)S}{\mu}, z_s\right) \quad (13)$$

因为观测成协是在一个立体角  $\omega$  内进行(当然不包含复像区域),故需对上式平均 ( $\frac{1}{\omega} \int d^2\theta$ ):

$$\frac{dn_{\text{obs}}(S, z_s; \omega)}{dz_s} = \frac{V(z_s)}{\langle \mu \rangle_\omega} \int_1^\infty d\mu p_\omega(\mu) \Phi_Q \left( \frac{4\pi D_L^2(z_s) S}{\mu} \right), \quad (14)$$

$$\frac{1}{\langle \mu \rangle_\omega} = \frac{1}{\omega} \int d^2\theta \frac{1}{\langle \mu \rangle(\theta)}, \quad p_\omega(\mu) = \frac{\langle \mu \rangle_\omega}{\omega} \int d^2\theta \frac{p(\theta, \mu)}{\langle \mu \rangle(\theta)}$$

不考虑放大 bias 对平均类星体密度的影响,则我们得到围绕星系立体角  $\omega$  内的源密度与平均源密度之比(称为超出因子)为

$$q_Q(S, z_s; \omega) = \frac{1}{\Phi_Q(4\pi D_L^2(z_s), z_s) \langle \mu \rangle_\omega} \int_1^\infty d\mu p_\omega(\mu) \Phi_Q \left( \frac{4\pi D_L^2(z_s) S}{\mu}, z_s \right) \quad (15)$$

给定类星体光度函数和透镜模型(即放大率概率分布),就可由上式计算出面密度超出因子。

#### 4.2 类星体光度函数与面密度超出因子的上限值

由上面的计算已经知道面密度超出因子与类星体固有光度函数的形式以及透镜模型(放大率概率分布函数)有关。初看起来只要透镜效应足够强,就能给出足够高的面密度超出因子。其实不然, Kovner 从统计上证明了面密度超出因子存在一个与透镜模型无关的上限值<sup>[29,30]</sup>。这正是用透镜理论解释成协问题遇到的极强限制。

面密度超出因子存在上限值这一结论主要是基于如下统计定理:对泛函

$$J(p) \equiv \int_A^\infty d\mu p(\mu) f(\mu) \quad (16)$$

存在一个概率分布  $P_0(\mu)$  使得  $J(p)$  取极大值  $J(p_0) = J_{\text{max}}$ 。

对式(15)定义

$$f(\mu) \equiv \frac{1}{\Phi_Q(4\pi D_L^2(z_s), z_s) \langle \mu \rangle_\omega} \Phi_Q \left( \frac{4\pi D_L^2(z_s) S}{\mu}, z_s \right) \quad (17)$$

则面密度超出因子的表达式即为上述形式的泛函,自然也就存在一个上限值。可以证明对光度函数

$$\Phi_Q \left( \frac{4\pi D_L^2(z_s) S}{\mu}, z_s \right) = C \begin{cases} 1 - \beta/\alpha + \beta/\alpha (S/S_b)^{-\alpha}, & \text{if } S < S_b, \\ (S/S_b)^{-\beta}, & \text{if } S > S_b. \end{cases} \quad (18)$$

面密度超出因子的上限值为:

$$q_{Q\text{max}} = (S/S_b)^{\beta-1} \beta^{1/\alpha} ((1-\alpha)/(\beta-\alpha))^{(1/\alpha-1)} \quad (19)$$

其中  $S_b$  为源计数的流量拐点,对应的视星等  $m_b \approx 19.2$ ; 高流量端幂指数取  $\beta \approx 2.6$ ; 低流量端幂指数取  $\alpha \approx 0.8$ 。Webster 等人<sup>[15]</sup>最初公布的观测结果几乎达到了最大值,所以透镜理论解释无一不遇到了困难<sup>[31,32,33]</sup>。但是 Webster 他们后来修改了观测结果(见表1)。

值得指出的是,式(18)是由观测给出的,用它代替未知的固有光度函数无疑包含了一个假设:即全天的放大 bias 可以忽略。

#### 4.3 具体透镜模型、与观测的比较

为了能与观测进行有效的比较, 必须给出具体的透镜模型并计算放大率概率分布函数, 如式 (18). 最一般的放大率概率分布函数可参阅文献 [25,26], 这里仅考虑最简单的情形: 即星系用等温球模型, 而且忽略星系中恒星的微透镜效应. 事实上此时放大率概率分布函数是一个  $\delta$  函数  $p(\theta, \mu) = \delta(\mu - \langle \mu \rangle(\theta))$ , 其中  $\langle \mu \rangle(\theta) = \frac{\theta}{\theta - \theta_E}$  即式 (6). 有了放大率概率分布函数, 就可以由式 (14) 计算出概率密度  $p_\omega(\mu)$ :

$$p_\omega(\mu) = \frac{2\theta_E^2 \langle \mu \rangle_\omega}{(\theta_2^2 - \theta_1^2)} \frac{1}{(\mu - 1)^3}, \quad \langle \mu \rangle_\omega = \frac{\theta_1 + \theta_2}{\theta_1 + \theta_2 + 2\theta_E} \quad (20)$$

其中放大率  $\mu$  的取值范围显然只在  $\mu_2 = \frac{\theta_2}{\theta_2 - \theta_E}$  到  $\mu_1 = \frac{\theta_1}{\theta_1 - \theta_E}$  之间. 加上类星体光度函数式 (18) 即可由式 (15) 算出面密度超出因子. 由于一般表达式较复杂, 这里仅给出  $S \geq \mu_1 S_b$  情形的表达式如下:

$$q = \frac{2\theta_E^2}{(\theta_2^2 - \theta_1^2)} \int_{\mu_1}^{\mu_2} d\mu \frac{\mu^\beta}{(\mu - 1)^3} \quad (21)$$

数值积分的结果表明, 理论值低于观测值. 所以尽管人们相信类星体 - 星系成协的透镜成因, 但理论解释仍存在困难 [33]. 这可能是因为: 类星体光度函数不准确; 全天放大可能是不可忽略的; 忽略了诸如星系环境、微透镜、大尺度结构等的透镜效应.

#### 4.4 面密度超出因子的 Narayan 算法

透镜统计学的计算需要放大概率分布, 而确定放大概率分布需要知道透镜星系物质分布和源大小尺寸的详细情况, 这在目前是非常困难的. 而且计算结果难以直接与表 1 的观测数

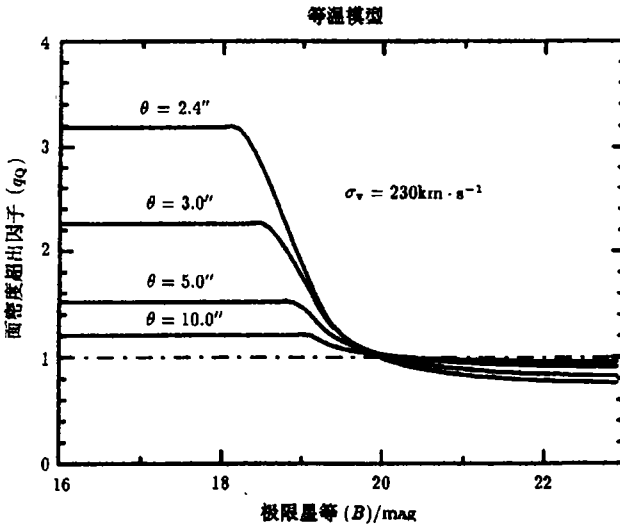


图 2 一个给定星系产生的面密度超出因子

据进行比较. Narayan 提出了一个非常简洁的公式来计算类星体密度超出因子 [32]

$$q = \frac{N(< m_q + 2.5 \log \mu)}{N(< m_q)} \frac{1}{\mu} \quad (22)$$

其中  $m_q$  是样本中类星体的极限星等,  $N(< m_q)$  为类星体计数,  $\mu$  为放大率. 上式的物理意义是非常明晰的: 透镜效应一方面使比极限星等暗  $2.5 \log \mu$  星等的类星体都进入了观测限而被计数, 因而使面密度增加; 另一方面使观测的面积增加了  $\mu$  倍, 因而使面密度减小. 最终得到的面密度究竟是超出(成协)还是降低(“负成协”), 就要看那个方面占主导地位.

作为工作假设这里仍然用观测的类星体计数代表固有的分布. Boyle 等人的观测结果<sup>[34]</sup> 中类星体计数关系可用下式近似表示<sup>[32]</sup>

$$N(< B) = \begin{cases} 4.66 \times 10^{0.86(B-19.15)}, & B < 19.15 \\ -10.95 + 15.61 \times 10^{0.28(B-19.15)}, & B > 19.15 \end{cases} \quad (23)$$

给定类星体的极限星等和透镜的放大率, 就可用式 (22) 计算密度超出因子. 而透镜的放大率是与其具体模型有关的, 考虑单个星系作为透镜, 并采用等温球模型描述其透镜性质, 用式 (22) 计算密度超出因子, 结果如图 2 所示<sup>[35]</sup>.

我们看到  $q$  依赖于  $\theta$  和  $B$ , 当类星体样本很暗时还会出现负成协, 这一现象无疑是引力透镜机制特有的, 可作为判断成协是否引力透镜成因的最终标准<sup>[19]</sup>.

#### 4.5 成协问题的再考查

我们注意到 Narayan 算法中忽略了许多需要考虑的重要因素<sup>[20]</sup>. 首先, 表 1 中的成协事例都是在一个范围即  $\theta_1$  到  $\theta_2$  之间寻找密度超出. 所以计算密度超出因子时应该对上式进行平均

$$\bar{q}(B, \theta_1, \theta_2) = \frac{2 \int_{\theta_{\min}}^{\theta_2} q(B, \theta) \theta d\theta}{\theta_2^2 - \theta_1^2} \quad (24)$$

其中  $\theta_{\min} = \max\{\theta_1, \theta_E\}$ . 图 3 表示了不进行平均和进行平均两种计算方法所得结果的差异<sup>[35]</sup>. 第二, 所有成协样本都是统计的结果, 其中作为透镜的星系是各色各样的, 它们具

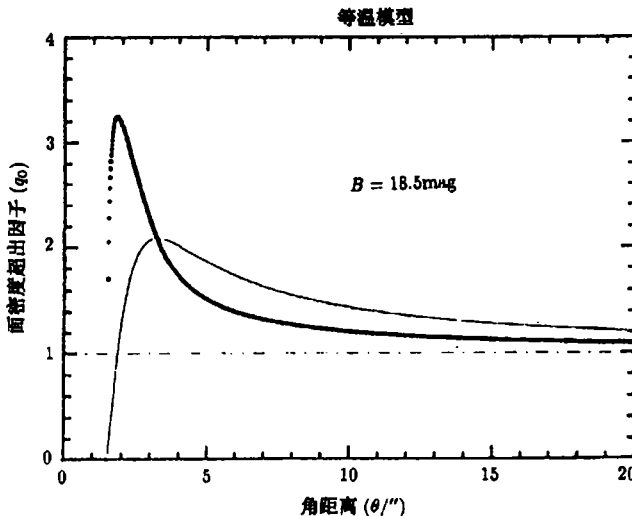


图 3 粗线和细线分别表示对区域不平均和平均的结果



有不同的光度 (速度弥散)、不同的位形、不同的红移 (如果采用有核等温模型则还要考虑不同的核半径)。第三, 星系不是孤立的, 而是处在一定的环境之中。如果不考虑环境因素将会极大的低估面密度超出因子<sup>[36]</sup>。第四, 透镜理论中会涉及角直径距离, 而宇宙学常数的存在会影响角直径距离的具体表示, 在这种意义上, 宇宙学常数能影响透镜效应的大小。所以有必要考察宇宙学常数对成协问题的影响。我们得到的密度超出因子平均值为:

$$\begin{aligned} \langle q \rangle (B, z_s; \theta_1, \theta_2, m_g) &= \frac{\int_0^{z_s} 4\pi D_d^2 (1+z_d)^3 \langle qN \rangle dr_{prop}}{\int_0^{z_s} 4\pi D_d^2 (1+z_d)^3 \langle N \rangle dr_{prop}}, \\ \frac{\langle qN \rangle}{\langle N \rangle} &= \frac{\sum_i \int_{L_{min,i}}^{\infty} \bar{q}_i \gamma_i \phi_i(L) dL}{\sum_i \int_{L_{min,i}}^{\infty} \gamma_i \phi_i(L) dL} \end{aligned} \quad (25)$$

$i$  表示星系的第  $i$  种位形 (E、S0、或 S),  $\gamma_i$  为相应的组份。如 E:S0:S=12:19:69,  $\phi(L)dL$  为 Schecher 光度函数。速度弥散与光度的关系为 Faber-Jackson 关系:  $L/L_* = (\sigma_v/\sigma_*)^4$  (对 E/S0 星系) 和 Tully-Fisher 关系:  $L/L_* = (\sigma_v/\sigma_*)^{2.6}$  (对 S 星系)。星系光度的下限由表 1 中星系的极限星等确定。 $\bar{q}_i$  是单个透镜模型决定的, 采用前面给出的三个透镜模型在不同宇宙常数值情况下式 (25) 的计算结果见表 2<sup>[20]</sup>。

表 2 类星体 — 星系成协: 理论计算

作者	观测 $q$	理论计算 ( $q$ )			
		SIS	ISC	IS+C( $\Omega_0 = 1$ )	IS+C( $\Omega_0 = 0.2$ )
Crampton	$1.4 \pm 0.5$	1.11	1.10	1.33	1.43
Kedziora-Chudczer	$\sim 1$	1.01	1.01	1.20	1.33
Magain	$\sim 2.8$	1.30	1.27	1.63	1.84
Thomas	$1.7 \pm 0.4$	1.07	1.06	1.28	1.39
van Drom	$\sim 1.46$	1.04	1.03	1.26	1.04
Webster	$\sim 2$	1.05	1.05	1.28	1.42
	$1.0 \pm 0.3$	1.05	1.04	1.13	1.16
Yee	$1.0 \pm 0.2$	1.03	1.03	1.12	1.15
	$0.9 \pm 0.1$	1.02	1.02	1.11	1.14

表中 SIS、ISC、IS+C 分别表示上述三种透镜模型。表 2 的结果说明, 忽略星系所处环境的透镜效应将会极大地低估面密度超出因子。但是理论值仍低于观测值, 用引力透镜解释表 1 给出的类星体 — 星系成协样本仍然很勉强。

## 5 类星体 — 星系团成协

最近已有四个小组发现围绕前景星系团类星体密度有明显超出。他们采用的样本分别是: (1) 大面积类星体巡天表 (LBQS) 和 Zwicky 团<sup>[37]</sup>; (2) 1Jy 和 2Jy 的射电源表与 Abell 团<sup>[38]</sup>; (3) 光变类星体和 UKJ287 场的星系团<sup>[39]</sup>; (4) 1Jy 射电源表和 Zwicky 团<sup>[40]</sup>。表 3 给出了这四个小组的相关数据<sup>[41]</sup>。

表 3 类星体 — 星系成协: 观测样品与模型计算

星系团	类星体	$\langle z_d \rangle^a$	$\langle z_a \rangle^b$	$\theta^c$	$\langle q \rangle_{\text{obs}}$	$(\sigma_v/10^3)^d$	$\sum^e$	$\sum^f$	参考文献
Zwicky	$B \leq 18.5$	0.2	1.8	52	$1.7^{+0.5}_{-0.4}$	$5.3^{+1.6}_{-1.6}$	$0.10^{+0.04}_{-0.05}$	$0.08^{+0.04}_{-0.04}$	[37]
Abell	$S \geq 2\text{Jy}$	0.1	2.0	24	$1.7^{+0.5}_{-0.5}$	$4.7^{+1.2}_{-1.8}$	$0.28^{+0.10}_{-0.18}$	$0.25^{+0.09}_{-0.16}$	[38]
UKJ287 <sup>g</sup>	$B \leq 18.5$	0.15	1.5	7.2	$2.0^{+0.2}_{-0.2}$	$2.3^{+0.2}_{-0.2}$	$0.12^{+0.02}_{-0.02}$	$0.11^{+0.01}_{-0.02}$	[39]
Zwicky	$B \leq 19$	0.2	1	78	$\sim 1.3$	4.3	0.06	0.05	[40]
	$S \geq 1\text{Jy}$					5.6	0.11	0.10	

- 注: a: 星系团的平均红移  
 b: 类星体的平均红移  
 c: 搜索范围 /'  
 d: 所要求的星系团速度弥散 / $1000\text{km}\cdot\text{s}^{-1}$   
 e: 对  $\Omega_0 = 1$  所要求的表面质量密度 / $\text{g}\cdot\text{cm}^{-2}$   
 f: 对  $\Omega_0 = 0.2$  所要求的表面质量密度 / $\text{g}\cdot\text{cm}^{-2}$   
 g: UKJ287 场中的星系团

与前一节类星体 — 星系成协类似, 我们能够计算类星体 — 星系团成协的密度超出因子。给定放大率  $\mu$ , 对光学选和射电选类星体均适用的表达式为

$$q = \frac{N(< m + 2.5 \log \mu)}{N(< m)} \frac{1}{\mu} = \frac{N(> S/\mu)}{N(> S)} \frac{1}{\mu} \tag{26}$$

对类星体计数关系用式 (23) 表示。射电源计数关系为 [42,43]

$$N(> S) = \begin{cases} 1.27 \times 10^6 S^{-1.46}, & S > 10\text{mJy}; \\ 2.10 \times 10^5 S^{-1.10}, & S < 10\text{mJy}, \end{cases} \tag{27}$$

其中  $S$  以 mJy 为单位。但射电源表中还包括星系, 故用式 (26) 计算  $q$  是近似的。

为了与观测进行比较也需要对式 (26) 在寻找成协的区域内平均 (参见式 (24))。至于星系团作为透镜的模型也可用等温球模型。从表 3 看出用此模型解释观测数据, 要求星系团的速度弥散高达  $500 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$ 。类似前节的思路, 自然想到星系团的相关或者宇宙大尺度结构的贡献能否缓和这一困难呢? 用第 2 节中的第三类透镜模型, 需要的均匀物质密度见表 3。但分析表明, 星系团的相关性贡献的平均物质密度远小于表 3 中所要求的。而宇宙大尺度结构的贡献要受微波背景辐射测量结果的制约, 也不能给出要求的物质层密度 [41]。如果上述报道的结果不是由于观测的选择效应或者银河系掩食作用, 那么只能有两种可能性: (1) 星系团存在大量的暗物质; (2) 由星系团物质或大尺度结构产生的放大 bias 严重, 使得观测到的类星体计数明显偏离其固有值。注意: 文献 [28] 的工作只证明了放大 bias 对类星体 — 星系成协的影响极小。

我们没有考虑星系团的统计性质, 这可在参阅文献 [44] 的基础上用类似前节的方法加以考虑。但我们相信这不能给出改进的结果。

## 6 结论与展望

虽然各类成协的引力透镜解释在定量上仍比较勉强, 但人们大都认为透镜效应是产生成协的机制。所以迄今为止发现的类星体 — 星系、类星体 — 星系团、星系 — 星系团 [45] 成协

样品 (尺度从几秒到几十分) 表明: 从星系到星系团乃至大尺度结构都具有透镜作用。对成协样品的研究能够提供各种尺度内物质不均匀性的信息。

但毕竟我们关于类星体计数、宇宙物质分布的知识还有限, 要完全用引力透镜效应解决成协问题仍需要更大更完备的样本, 特别需要更深的样本, 因为“负成协”是引力透镜特有的现象, 而它应发生在较暗的样本。我们相信在今后的几年里, 成协现象的发现、理论研究和应用都会取得更大的进展。

致谢 感谢武向平研究员的建设性意见和秦波博士的有益讨论。

### 参 考 文 献

- [1] Walsh D, Carswell R F, Weymann R J. *Nature*, 1979, 279: 381
- [2] Refsdal S, Surdej J. *Rep. Prog. Phys.*, 1994, 56: 117
- [3] Blandford R D, Narayan R. *Annu. Rev. Astron. Astrophys.*, 1992, 30: 311
- [4] Wu Xiangping. *Fundam. Cosmic Phys.*, 1996, 17: 1
- [5] Bliokh P V, Minakov A A. *Gravitational lensing (in Russian)*. [s.l.]:[s.n.], 1989
- [6] Schneider P, Ehlers J, Falco E E. *Gravitational lenses*. New York: Springer-Verlag, 1992
- [7] Hinshaw G, Krauss L M. *Ap.J.*, 1987, 320: 468
- [8] Turner E L, Ostriker J P, Gott J R. *Ap. J.*, 1984, 284: 1
- [9] Arp H. *Quasars, redshifts, and controversies*. Berkeley: interstellar media, 1987
- [10] Chu Yaoquan, Zhu Xingfen, Burbige G et al. *Astron. Astrophys.*, 1984, 138: 408
- [11] Nieto J L, Seldner M. *Astron. Astrophys.*, 1982, 112: 321
- [12] Rozyczka M. *Acta. Astron.*, 1972, 22: 93
- [13] Yee H K C, Freen R F. *Ap. J.*, 1987, 319: 28
- [14] Tyson J A. A. J., 1986, 92: 691
- [15] Webster R L, Hewett P C, Harding M E et al. *Nature*, 1988, 336: 358
- [16] Fugmann W. *Astron. Astrophys.*, 1988, 204: 73
- [17] Fugmann W. *Astron. Astrophys.*, 1989, 222: 45
- [18] Narayan R. In: Kayser R, Schramm T, Nieser L eds. *Gravitational lenses*. Berlin: Springer-Verlag, 1992. 88
- [19] Wu Xiangping. *Astron. Astrophys.*, 1994, 286: 748
- [20] Zhu Zonghong, Wu Xiangping, Fang Lizhi. *Ap. J.*, submitted
- [21] Cott J R, Gunn J E. *Ap. J.*, 1974, 190: L105
- [22] Canizares C R. *Ap. J.*, 1982, 263: 508
- [23] Vietri M, Ostriker J P. *Ap. J.*, 1983, 267: 488
- [24] Schneider P. *Ap. J.*, 1986, 300: L31
- [25] Schneider P. *Astron. Astrophys.*, 1987, 179: 71
- [26] Schneider P. *Astron. Astrophys.*, 1987, 179: 80
- [27] Linder E V, Schneider P. *Astron. Astrophys.*, 1988, 204: L8
- [28] Schneider P. *Astron. Astrophys.*, 1992, 254: 14
- [29] Kovner I. *Ap. J.*, 1989, 341: L1
- [30] Kovner I. *Ap.J.*, 1991, 376:70
- [31] Schneider P. *Astron. Astrophys.*, 1989, 221: 221
- [32] Narayan R. *Ap. J.*, 1989, 339: L53
- [33] Hogan C J, Narayan R, White S D M. *Nature*, 1989, 339: 106
- [34] Boyle R J, Shanks T, Peterson B A. *M.N.R.A.S.*, 1988, 235: 935

- [35] Zhu Zonghong, Yuan Qirong, He Xiangtao. In: Qiao Guojun, He Xiangtao, Han Jinlin eds. *Theory and observations of compact astronomical objects*, Proceedings of the 8-th Guo Shoujing summer school of astrophysics, Xingtai, China, 1994, Beijing: Peking Uni., Beijing Astron. Obs., Beijing Normal Uni., 1994: 285
- [36] Wu Xiangping, Fang Lishi, Zhu Zonghong et al. *Ap. J.*, 1996, 471: 575
- [37] Rodrigues-Williams L L, Hogan C J. A. J., 1994, 272: 705
- [38] Wu Xiangping, Han Jinlin. *M.N.R.A.S.*, 1995, 272: 705
- [39] Rodrigues-Williams L L, Hawking M R S. In: Hott S S, Bennett C L W eds. *Dark matter*. Maryland: College Park, 1995. 331
- [40] Seitz S, Schneider P. *Astron. Astrophys.*, 1995, 302: 9
- [41] Wu Xiangping, Fang Lishi. *Ap. J.*, 1996, 461: L5
- [42] Langston G I, Conner S R, Heflin M B et al. *Ap. J.*, 1990, 353: 34
- [43] Fomalont E B, Windhorst R A, Kristian J A et al. *A. J.*, 1991, 102: 1258
- [44] Wu Xiangping, Hammer F. *M.N.R.A.S.*, 1993, 262: 187
- [45] Wu Xiangping, Hammer F. *Astron. Astrophys.*, 1995, 299: 353

(责任编辑 刘金铭)

## Gravitational Lensing and the Quasar-galaxy(cluster) Associations

Zhu Zonghong Yuan Qirong He Xiangtao

(Department of Astronomy, Beijing Normal University, Beijing 100875)

### Abstract

In this paper, the observational evidence and statistical analysis on the association of background sources (such as QSOs) with foreground objects (such as galaxies and clusters of galaxies etc.) are reviewed. The gravitational lensing theory which is relevant to the problem of associations is reviewed in detail. The methods and statement of research and existing problems in explaining various associations through gravitational lensing theory are completely introduced here. We have also proposed a modification for the computation of the surface density enhancement in association samples.

**Key words** gravitational lensing—galaxies: clusters: general—quasars: general