

满足约束条件的月球卫星飞行 轨道的初步设计

胡小工 黄 斌

(中国科学院上海天文台 上海 200030)

(中国科学院国家天文台 北京 100012)

摘 要

讨论满足约束条件的月球卫星飞行轨道的设计问题。将约束条件分类为只与太阳、月球、地球、飞行器和观测站之间的相对位置有关的运动学约束条件以及涉及到飞行器轨道运动的动力学约束条件。在考虑月球卫星飞行轨道的受力情况后,给出一种准确快速地计算和设计满足约束条件的标准飞行轨道的方法,并应用于不同约束条件下月球卫星的轨道预设计。初步讨论了轨道设计的误差分析、轨道跟踪及实时精密定轨等正在进行的其它相关工作。

关键词 月球卫星 — 轨道设计 — 约束条件

分类号 P173.1

1 前 言

月球卫星飞行轨道设计的任务是找到一条轨道使其经过点火、变轨以及轨道修正后进入预先指定的月球卫星轨道,并满足一系列的约束条件。航天器飞行力学的理论研究和美国航空航天局 NASA 的月球探测实践都表明^[1],采用停泊轨道中转发射月球卫星的方法比较安全可靠,对发动机技术的要求相对较低。它是让飞行器首先进入一个绕地心运动的停泊轨道,然后从停泊轨道上的某点第二次点火,进入地月转移轨道。考虑到点火过程可能存在误差,在进入地月转移轨道后应该有一次或更多次的轨道修正。飞行的最后阶段,飞行器在接近月球时被月球引力场俘获后将再次点火,从地月转移轨道变轨,最终到达指定的月球卫星轨道。发射月球卫星的完整飞行过程类似于 NASA 登月计划 Lunar Prospector (1998) 的情形,如图 1 所示。

参考 NASA 的部分技术文件,就轨道而言,月球卫星发射的成功依赖于对以下四方面的详细研究:(1)约束条件的选取及其对飞行轨道的影响;(2)飞行轨道的精密计算;(3)各种误差源(摄动模型、点火误差)对飞行轨道的影响;(4)用于卫星轨道调控的实时精密轨道确定。

月球卫星飞行轨道的设计可分为两部分:对地月转移轨道段的飞行而言,轨道设计

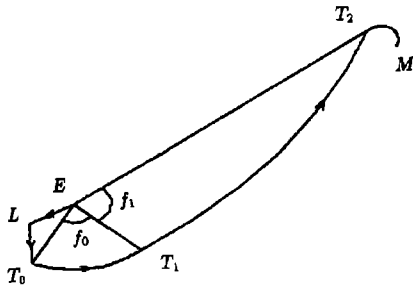


图 1 发射月球卫星的完整飞行过程

E : 地心 M : 月球 L : 地面发射站 T_0 : 停泊
轨道入轨点 T_1 : 地月转移轨道入轨点 T_2 : 月球
卫星轨道变轨点 f_0 : 滑行角距 f_1 : 飞行角距

的任务是选取恰当的飞行器初始状态, 使得在某个时刻飞行器进入月球引力作用范围。假定初始历元 t_1 时刻飞行器在地心天球参考系中的状态为 $(\mathbf{r}_1, \mathbf{v}_1)$, 则可利用数值积分的方法模拟生成一条轨道。若选定进入月球引力作用范围的历元为 t_2 , 此时月心在地心天球参考系中的位置为 $\mathbf{r}_M(t_2)$ (可从数值历表 DE403/LE403 中算出), 则应有: $|\mathbf{r}(t_2, t_1, \mathbf{r}_1, \mathbf{v}_1) - \mathbf{r}_M(t_2)| < 17380\text{km}$, 其中 $\mathbf{r}(t_2, t_1, \mathbf{r}_1, \mathbf{v}_1)$ 是一条初始状态如上所述的轨道在 t_2 时刻的位置。月球近似为半径 1738 km 的球体。而在进入月球引力作用范围后, 飞行器的变轨主要决定于发动机的推力, 但在两次变轨过程之间, 飞行器所受的力为月球引力以及其它摄动力。对该段飞行而言, 轨道设计的任务是选取恰当的变轨时刻以及点火加速度使得飞行器最终能到达预先指定的月球卫星轨道。

1995 年, 中国科学院上海天文台曾参加由航天部主持的登月轨道设计工作, 尽管该计划最终未能实施, 上海天文台的工作成果还是获得了国内有关专家的好评。特别是我们在这些工作的基础上建立了功能较全面的轨道设计软件系统。本方案的部分内容即来自于该工作, 同时我们也指出针对月球卫星飞行轨道应进一步开展的工作。

2 月球卫星飞行轨道的约束条件

飞行器状态的六个运动自由度 (三个位置, 三个速度) 并不互相独立, 它们受到约束条件的制约, 而且不同的月球卫星计划可能会有不同的约束条件。本方案参考了拟议中的我国 921 计划以及 NASA 的 Lunar Prospector 的部分约束条件, 并在此基础上说明月球卫星飞行轨道的设计方案。约束条件大致分为两类: 运动学约束和动力学约束。

运动学约束条件只与太阳、月球、地球、飞行器和观测站的相对位置有关。大致应包括:

- 基于能量、热和姿态控制的考虑, 在进入地月转移轨道和变轨进入月球卫星轨道时, 太阳相对于飞行器太阳板的角度应为 90° 左右;
- 在进入地月转移轨道后的几小时以及进入月球卫星轨道的变轨过程中, 要求飞行器不得处于地球阴影中; 以减少因光电源问题使通讯中断或姿态失控而产生的风险;
- 进入月球引力作用范围进行月球卫星轨道的变轨时, 月球应处于远地点附近, 以有利于降低对变轨能量特别是轨道平面改变的能量要求;
- 在飞行器进入地月转移轨道后要求其处于地面观测网的跟踪范围之内, 以利于实时轨道确定并进而进行轨道纠正控制;
- 飞行器在月球附近变轨时应在地面观测网的跟踪范围之内。本方案假设我国的地面观测网由喀什, 北京和厦门三站组成, 可观测的条件是月球地面高度角大于 15° 。

动力学约束是对月球卫星飞行轨道的动力学的约束, 包括以下内容:

- 飞行器有多次点火过程。第一次是从地面发射站点火进入停泊轨道。第二次点火过程是从停泊轨道上某处进入地月转移轨道。在进入月球引力作用范围后还有多次为变轨点火过程。本方案暂时假定点火是瞬时冲量改变过程;
- 停泊轨道入轨点的位置在地固系中的坐标以及停泊轨道的轨道倾角均由地面发射站决定。停泊轨道的入轨参数, 再加上停泊轨道的入轨历元决定了停泊轨道在地心天球参考系中的轨道倾角 I 和升交点经度 Ω ;
- 进入地月转移轨道时, 为充分利用停泊轨道的轨道速度, 飞行器瞬时速度的增量方向与原速度方向一致, 即仅提高速度而不改变其方向;

月球卫星轨道的变轨过程强烈依赖于发动机的具体技术参数, 但由于对飞行器发动机的性能知之甚少, 无法考虑飞行器进入月球引力作用范围后变轨的约束条件。在这里仅就最简化的情况说明轨道设计的方案, 即假定通过一个瞬时冲量过程飞行器就进入月球卫星轨道。

月球绕地心运动的周期约为 29.6d, 在 1 个月里, 根据对飞行器太阳板的光照约束和应避免地球阴影的约束条件, 可以大致决定满足约束条件的着月日期。其计算较简单, 只要从 DE403/LE403 精密历表中获得地球、太阳和月球的相对位置即可验证约束条件是否得到满足。满足光照条件的着月日期决定于月球的绕地运动, 而满足可观测条件的着月时刻则决定于地球的自转运动。由于地面跟踪对通讯控制特别是对轨道纠正的极端重要性, 这里略加说明。从历表中可算出月心相对于地心的位矢, 考虑岁差章动和地球自转后可将其旋转至地固系, 然后平移至台站的站心, 并将其旋转至站心参考系, 根据站心坐标即可计算出月心相对于地面观测站的高度角。

停泊轨道面在地心天球参考系的指向由两个轨道根数 Ω 、 I 所确定, 根据前面的约束条件, I 的值已预先指定。计算表明, 根据停泊轨道的入轨历元可以确定升交点经度 Ω 。不同的停泊轨道入轨历元对应于不同的格林尼治恒星时 θ_g , 停泊轨道在地心天球参考系的指向随之而相应变化。考虑到 θ_g 大致在 24h 内变化 2π , 则 Ω 也将在 24h 内变化 2π 。这意味着一天内必有一段入轨时刻使得对应的停泊轨道面进入月球引力作用范围。

若飞行器在停泊轨道上的位置和速度分别为 r 和 v , 则地月转移轨道入轨点的状态应该是 $r_1 = r$, $v_1 = V_1 v/|v|$, 其中 V_1 是地月转移轨道的入轨速度。有了以上的初值, 就可计算出一条轨道。现在需要选取合适的参量值(停泊轨道入轨历元, 停泊轨道上的滑行时间以及地月转移轨道的入轨速度)使得对应的轨道满足前面的所有约束条件并在指定的时刻到达月球引力作用范围内。

3 计算月球卫星飞行轨道的数值方法及受摄模型

月球卫星飞行轨道的力学特点是: 在地球引力作用范围内, 其受力以地心引力为主, 轨道是以地心为焦点的极扁的受摄椭圆轨道; 而在进入月球引力作用范围后, 受力以月心引力为主。

由于飞行过程中受力复杂,不可能用分析方法给出其运动方程的严格解,而必须采用数值积分的方法来考察摄动因素对轨道计算的影响以及考察发动机点火的误差对飞行轨道的影响。RKF 积分器,即龙格—库塔方法,具有单步法的主要优点,即可灵活改变步长,且其程序实现比较简单。在月球卫星的飞行过程中,有很长一段时间的飞行是近似的自由运动,此时所受摄动较小。因此数值积分时可适当放大步长以节省积分时间。而在地面或月面附近时,因为受力变化较大,需使用较小的积分步长才能保证积分的精度。RKF 由于可灵活改变步长,在保证精度的同时提高计算速度。

为了准确计算月球卫星飞行轨道,还需要详细地考虑飞行器在飞行过程中受到的所有摄动的作用。在舍去了影响较小的摄动模型后,采用 RKF7(8) 方法计算一条轨道需要的时间仍然较长。考虑到月球卫星飞行轨道的具体特点,可进一步在精度范围内对摄动模型进行简化处理,以节省计算时间。计算中较复杂的模型有大气阻力摄动、地球形状摄动以及月球形状摄动等。

大气阻力的计算采用了 MSIS90 大气密度模型。虽然该模型计算比较复杂,但由于月球卫星很快就飞出了大气层,故其计算耗用的时间不多。计算表明,在地面高度为 1000 km 以上时,可不考虑大气阻力摄动,此时的大气阻力对轨道已不再有显著影响。

地球形状摄动则要复杂得多。GEM-T3 引力场模型将地球引力势展开至 50×50 阶次,即总共要对 1200 多项求和。注意到因子 $(A_e/R)^n$, 其中 A_e 为地球赤道半径, R 为地心距。当 $R > 10A_e$ 时, J_3 及更高阶的形状摄动贡献总和将小于 10^{-9} , 故可对地球形状摄动计算简化处理如下: 当 $R < 10A_e$ 时,完整计算 50×50 阶次的 GEM-T3 模型; 而当 $R > 10A_e$ 时,只计算 J_2 项的形状摄动贡献。经过这样简化处理后,计算时间可节省 60%~70%, 而其误差只有约 30m。

和地球类似,月球的形状也不规则,其摄动影响计算也较复杂,美国 Texas 大学空间研究中心 CSR 根据多次登月飞行采集到的实际数据建立了月球的 70×70 阶次的引力场模型,各球谐函数的系数值都在 $10^{-6} \sim 10^{-4}$ 间,其处理可采用类似的截断简化方法。计算表明,其精度大约是 100~200m。

4 标准 (nominal) 飞行轨道的搜索

标准飞行轨道指一条满足所有约束条件的飞行轨道。参考 NASA 的有关资料和我们参加航天部登月计划预研的经验,轨道设计的基本思想可表述为:首先在尽量满足约束条件的前提下,利用简单的模型获得较好的初始参数,使得飞行轨道能至少进入月球引力作用范围;然后在精确的数学力学模型和数值计算的基础上,调节参数使得飞行轨道满足所有约束条件并在指定的时刻进入月球引力作用范围;最后经过变轨过程进入月球卫星轨道。月球卫星轨道的设计强烈依赖于飞行器进入月球引力作用范围后的变轨参数。虽然由于缺乏关于发动机的信息无法给出具体的变轨过程,但其基本思想与前面两步骤是类似的。根据搜索计算目标函数的不同,将标准飞行轨道的搜索分为三个阶段。

4.1 进入月球引力作用范围

要成为月球卫星,首先要进入月球引力作用范围而被月球引力俘获。在寻求进入月

球引力作用范围的搜索中, 由于月球引力较小, 暂不考虑月球引力, 同时作为近似也忽略所有其他的摄动影响。这样简化的好处是在给定地月转移轨道入轨点的状态后, 可直接利用二体问题分析解算出轨道, 而不必进行数值积分。飞行器在任一时刻 t 的状态可计算如下, 先计算平近点角 $M = M_1 + n(t_1 - t_0)$, 解 Kepler 方程: $E - e \sin E = M$, 求得 E 后代入二体问题公式即可算出 t 时刻的状态: $\boldsymbol{r} = a(\cos E - e)\boldsymbol{P} + a(1 - e^2)^{1/2} \sin EQ$, $\boldsymbol{v} = (GMa)^{1/2}/r[-\sin E\boldsymbol{P} + (1 - e^2)^{1/2} \cos EQ]$ 。 \boldsymbol{P} 、 \boldsymbol{Q} 分别是近地点和半通径方向的单位矢量, GM 为地球引力常数。飞行器进入月球引力作用范围的标志是: $r - r_M < 17380\text{km}$ 。

4.2 地月转移轨道的精密计算

前一步给出的一些参数实际上是搜索标准轨道的初值, 在此基础上采用完整的摄动模型来积分运动方程, 对应的轨道可能无法在指定的时刻进入月球引力作用范围的指定区域。这是因为在给出上述初值时完全没有计入月球的引力和其它摄动。但一般来说, 上述初值对应的轨道已进入月球引力作用范围内。现在的任务是进一步调节初始轨道参数, 使得对应的地月转移轨道能尽量满足约束条件。在这一步的搜索中, 原来的初始参数都有可能变化, 而其搜索的间隔应相应地减小以保证进入月球引力作用范围。

4.3 月球卫星的变轨

在进入月球引力作用范围后, 飞行器被月球引力俘获, 但要进入指定的月球卫星轨道还需要进行一系列的变轨过程。若飞行器的技术性能较好, 变轨设计将相对较简单, 此时应满足的重要约束是节省飞行燃料和较好的地面可观测性。我们将在获得飞行器发动机的更详细的资料后, 在已建立的登月轨道设计软件的基础上对卫星变轨设计稍作改动, 即能迅速地给出具体的变轨方案。

5 误差分析以及飞行轨道的实时确定

任何一个航天计划的实施都依赖于对飞行过程中误差源的详细分析。一方面在方案论证和可行性研究阶段, 通过误差分析可对飞行器的技术指标提出较明确的要求, 另一方面, 飞行器发射后由于各种未预料到的误差的存在, 需要迅速评估这些误差对此后的飞行轨道的影响。对前一方面研究, NASA 采用了一种称为协方差分析的方法。其核心思想是将飞行器发动机的各项技术指标的误差作为待考察的随机误差源, 通过计算这些误差随轨道运动的传播进而评估它们对飞行轨道的影响。上海天文台虽然尚未针对月球卫星飞行轨道进行详尽的协方差分析, 但早在 1991 年就建立了自己的协方差分析算法, 编制了相应的软件并成功地应用于天文学和天文地球动力学的研究。将我们已有的工作略加改进即可应用于对月球卫星飞行轨道的分析。特别是在获得更详细的飞行器发动机参数后, 我们将讨论

- 发动机的加速和定向应要求多少精度才能满足通讯、测控和轨道纠正的要求;
- 摄动模型的误差会要求多大的轨道纠正量;
- 现有月球引力场模型的误差对为维持月球卫星轨道而进行的轨道纠正有何要求, 能否满足为实现其科学目的而提出的定轨要求。

飞行轨道的实时确定为飞行轨道的纠正提供重要的数据。上海天文台长期从事飞行器轨道的精密确定工作，并已建立了较完备的数据分析软件。建立针对于月球卫星飞行的定轨软件完全可以借鉴我们已有的工作。结合前面的协方差分析软件，我们将针对月球卫星飞行计划具体研究下列问题：

- 为满足飞行器的测控要求，地面跟踪网应如何分布才是最佳；其观测的精度应达多少；
- 在观测资料较缺乏时，如何较可靠地确定轨道；
- 在月球卫星达到预定轨道后如何利用该卫星的跟踪资料以较高精度确定其轨道。

最后给出利用我们已建立的软件初步设计的一条月球卫星飞行轨道。地月转移轨道入轨时间 T_0 为 $12^{\text{h}}00^{\text{m}}00^{\text{s}}.0$, June, 29, 2000。在地心天球参考系中的轨道半长径 212307.770 km，偏心率 0.96902，倾角 $43^{\circ}.0$ ，近点经度 $48^{\circ}.999$ ，升交点经度 $67^{\circ}.0$ ，平近点角 $0^{\circ}.00$ 。变轨 1: 月球俘获轨道，时间 $T_1 = T_0 + 69.611111$ h，月心距 6302.4 km，变轨所需的速度增量 1175.3 m/s，变轨后相对于月心赤道参考系部分轨道半长径 7230.6 km，偏心率 0.7446，倾角 $89^{\circ}.9133$ 。变轨 2: 近月距较小的轨道 $T_2 = T_1 + 49260$ s，月心距 1851.6km，速度增量(原速度方向)-390 m/s，变轨后半长径 2226.5 km，偏心率 0.1743，倾角 $89^{\circ}.9133$ ，变轨 3: 偏心率较小的轨道 $T_3 = T_2 + 220$ s，月心距 1839.8 km，速度增量(原速度方向)-120 m/s，变轨后半长径 1877.0 km，偏心率 0.0248，倾角 $89^{\circ}.9133$ 。变轨 4: 月球极卫星圆轨道 $T_4 = T_3 + 7297$ s，月心距 1839.8 km，速度增量 31.8 m/s，变轨后半长径 1839.9 km，偏心率 7.3×10^{-5} ，倾角 $90^{\circ}.04$ 。

Lunar Satellite Trajectory Designing Under Certain Constraints

Hu Xiaogong Huang Cheng

(Shanghai Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200030)

(National Astronomical Observatories, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100012)

Abstract

We present a method to design trajectory for a Lunar satellite under certain constraints. The constrains are classified into two categories. Kinetic constraints deal with the relative configurations among Sun, Lunar, Earth spacecraft and tracking stations, while the dynamic constrains concern the orbit of the spacecraft. The models to compute the trajectory under precision requirement and a method to search for a standard trajectory satisfying the constraints are developed in this paper, and are applied to the designing for a potential Chinese Lunar mission. Other relevant issues of importance such as the accuracy assessment, tracking and real time orbit determination are under research and the general ideas are introduced in this paper.

Key words Lunar satellite—Orbit designing—Constraints.