

Kuiper 带天体的轨道动力学

万晓生 黄天衣

(南京大学天文学系 南京 210093)

摘 要

主要评述太阳系动力学研究的一个新方向——Kuiper 带的轨道动力学。早期的研究是为了探讨短周期彗星的起源。在发现第一颗 Kuiper 带小天体之后，人们开始将注意力转到 Kuiper 带共振区的相空间结构上。Morbidelli 和 Malhotra 分别采用不同的模型研究了这些共振区的大小，其中主要研究对象是 3:2 共振区。冥王星也处在这一共振区中。从冥王星的轨道特性来看，冥王星应是一颗较大的 Kuiper 带天体，它还拥有另外两种共振——Kozai 共振和 1:1 超级共振。正是由于这些共振的存在，冥王星的运动才得以长期保持稳定。观测表明许多 Kuiper 带天体也处在海王星的平运动共振中。早期的理论认为这些平运动共振起源于灾难性事件，如碰撞。然而这都是一些小概率事件，无法对共振的形成进行合理的解释。Malhotra 通过行星迁移成功地解释了冥王星被共振俘获的机制。这一机制的概率非常大，同样可以用来解释 Kuiper 带天体共振的形成。

关键词 Kuiper 带 — 共振 — 行星迁移

分类号 P134

1 引 言

长期以来，太阳系一直是天体力学的主要研究对象，有关内太阳系的动力学演化的理论已经相当成熟。由于观测技术的限制，对外太阳系的研究还是相当缺乏。直到最近 20 年，人们才逐渐将目光投向外太阳系。自从 Jewitt 和 Luu (1993)^[1] 发现 1992QB1 (海王星外区域中的第一颗小行星) 后，这一区域便成为天文学家研究的热点。早在 20 世纪 40 年代末，Edgeworth (1949)^[2] 和 Kuiper (1951)^[3] 就分别猜测原行星盘不可能只在海王星的轨道之内存在。他们相信，在大行星形成之后外太阳系空间仍存在一个绕着大行星旋转的盘。但是，这个盘的密度太小，还不足以吸积形成一颗大行星。也就是说，在海王星之外的外太阳系空间中残留着大量的行星子。

迄今为止，在海王星之外的区域中发现的较大天体 (大小在 100km 以上) 已达数百颗，而

国家自然科学基金项目 (10173007) 资助课题

特约稿 2002-05-08 收到

且每月观测到的新天体超过 10 颗, 其数目还在不断增加。从已有的观测数据中可以发现, 很多天体的绝对亮度 H 已超过冥王星的卫星 Chiron。表 1 给出较大的一些 Kuiper 带天体。其中天体的直径是根据天体的绝对亮度、假定天体的反照率为 0.05~0.25 得到的。天体的反照率越大, 其直径就越小。从表 1 可以看出最大的天体 2001 KX76 的直径约为冥王星的一半。这些观测充分证实了 Edgeworth 和 Kuiper 的猜测。现在, 这一区域被称为 Kuiper 带 (或 Edgeworth-Kuiper 带), 而该区域中的小天体则统称为 KBO (Kuiper 带天体)。1998 年发现的 1998 WW31 是颗双星, 其偏心率很大, 达到 0.8。以后又陆续发现了 6 颗 KBO 双星^[4]。Kuiper 带的存在从猜测变为现实, 从而吸引了众多天文学家的注意力, 他们相信对 KBO 的研究将有助于理解整个太阳系的起源和演化。

根据观测到的 KBO 亮度分布推算, 当前存在的 KBO 总质量应相当于地球质量的 10%~20% 左右。而这些天体形成和演化的理论表明, 早期 Kuiper 带的总质量要大得多。此外, 通过观测 KBO 的物理特性可揭示它们的一些基本属性, 如大小、形状以及自转等, 详细资料可参见 Schulz (2001)^[5] 的综述文章。在这些已观测到的 KBO 中, 相当一部分天体的轨道有较高的可信度。按动力学特性, 这些天体被划分成三种类型: (1) 经典型, 即天体处于低倾角的近圆轨道上; (2) 共振型, 即天体与海王星发生平运动共振, 且偏心率通常大于 0.1; (3) 散射型, 即天体除近日点距离较大以外, 其它的轨道性质与短周期彗星相似。而太阳系的第九颗行星——冥王星就和海王星发生了 3:2 平运动共振。因此, 天文学家对处于共振态的 KBO 的动力学性质和轨道演化更为关注。

表 1 Kuiper 带中观测到的较大天体 (数据来自 MPC)

天体	H	直径 /km	$a/a.u.$	e	$i/(^\circ)$	$\omega/(^\circ)$	$\Omega/(^\circ)$	$M/(^\circ)$
2001 KX76	3.2	610~1300	39.2931018	0.2456898	19.69254	301.01577	71.01305	258.7852
2000 WR106	3.7	480~1100	43.2735044	0.0555073	17.12806	274.92398	97.28474	81.73672
2001 UR163	4.2	380~870	59.8304884	0.3962223	0.75709	160.935	303.71483	318.5675
2001 QF298	4.4	340~800	39.1469889	0.1059651	22.47289	332.7118	164.21001	216.85981
1996 TO66	4.5	330~760	43.4908395	0.1138907	27.3796	241.81089	355.21327	115.31085
1999 DE9	4.7	300~700	55.7443142	0.4217958	7.61051	159.27355	322.95032	13.10392
2000 EB173	4.7	300~700	39.3843851	0.2748099	15.46725	67.41849	169.29691	341.6256
2001 UQ18	4.7	300~700	65.5917856	0.5476999	5.13728	139.86349	1.00599	330.75113
1995 SM55	4.8	280~660	42.0990917	0.1097265	26.99574	68.991	21.02302	311.38387
1998 WH24	4.9	270~630	46.1625495	0.1094771	12.00023	54.21342	49.95269	323.39109
1999 TC36	4.9	270~630	39.5295754	0.2262708	8.41546	294.43025	97.21331	340.65305
2000 CN105	5	260~590	44.7880449	0.0966361	3.41265	12.21865	28.96523	99.76684
2001 KA77	5	260~590	47.0264737	0.070086	11.9564	137.48637	239.1821	239.36338
2001 QS322	5	260~590	43.9285325	0.0363345	0.22722	0.97189	348.45484	359.04907

2 短周期彗星的来源

对 Kuiper 带天体的研究可以追溯到短周期彗星 (也称木星族彗星) 的来源。在发现 Kuiper

带之前,为了解释大量的短周期彗星, Fernandez (1980)^[6]提出这样一个观点:由于大行星长期摄动的影响, Kuiper 带的小天体可能会穿越海王星的轨道,与海王星发生交会。其中一部分向外太阳系抛射;另一部分则被拉进内太阳系,形成短周期彗星。因此, Kuiper 带是短周期彗星的一个潜在的发源地。 Fernandez 从动力学角度分析了短周期彗星的来源,指出由 Kuiper 带小天体演化形成的短周期彗星应比由长周期彗星转变而成的短周期彗星数目多。通过数值模拟, Duncan 等人 (1988)^[7]肯定了 Fernandez 的观点。参照观测所定的短周期彗星轨道,他们发现当初始轨道倾角比较低时天体更容易形成短周期彗星。 Kuiper 带处于一个绕大行星系统旋转的扁平盘中,其天体的轨道倾角相对较小;而来自 Oort 云的彗星的轨道倾角则是任意分布的。这表明 Kuiper 带会比 Oort 云提供更多的短周期彗星。

然而, Duncan 等人并没有给出 Kuiper 带中的天体从小偏心率到穿越大行星轨道的演化过程。考虑了 4 颗类木行星的摄动, Torbett (1989)^[8]对 Kuiper 带中的天体样本进行数值积分后发现,近日点在 30~45a.u. 的偏心率和轨道倾角适中的轨道会处于混沌的运动状态。 Torbett 和 Smoluchowski (1990)^[9]对这一工作进行了扩展,指出只要天体的半长轴小于 45a.u.,在偏心率只有 0.02 的情况下其运动状态也会呈现混沌。但 Torbett 和 Smoluchowski 没能长时间地跟踪这些轨道来确定这些天体是否穿越海王星的轨道。 Levison 和 Duncan (1993)^[10]以及 Holman 和 Wisdom (1993)^[11]在更长时间的积分中发现, Kuiper 带中某些天体是不稳定的,其时间尺度为 $10^6\sim 10^8\text{yr}$ 。但它们可以穿越海王星的轨道,为短周期彗星提供一个潜在的来源。

3 对 Kuiper 带天体共振区的研究

随着观测的增多和技术的提高,人们在 Kuiper 带中发现的小天体越来越多。初步估计,在 Kuiper 带中包含 35000 颗大于 100km 的天体 (Jewitt 和 Luu, 1995)^[12]。观测表明,有相当一部分的 Kuiper 带小天体处在海王星的平运动共振中 (图 1)。因此, Kuiper 带的共振及其结构的研究逐渐引起了人们的注意。主要的研究工作有 Morbidelli (1995,1997)^[13,14]和 Malhotra (1996)^[15]。

由开普勒第三定律很容易确定海王星平运动共振的中心位置,但这些共振的宽度则是非常难确定的。考虑 4 颗类木行星的作用之后, Morbidelli 等人 (1995)^[13]计算了主要的一些共振的宽度。而 Malhotra (1996)^[15]则采用平面圆型限制性三体问题 (太阳、海王星和天体样本)作为模型进行计算。她指出海王星平运动共振区的大小通常为 0.6a.u.,这与我们通过实算得到的 3:2 平运动共振的宽度相吻合 (Wan 等人, 2001)^[16]。通过比较 Morbidelli 等人和 Malhotra 的计算结果可以发现,这两种不同模型计算得到的共振区宽度基本相当。但必须指出的是,在 Morbidelli 等人的计算结果中当共振接近穿越海王星轨道的值时,共振区宽度突然变大。这是因为 Morbidelli 等人在计算共振区宽度时采用了平均化过的哈密顿,而该哈密顿人为地引入一个奇点,导致共振区变宽 (Malhotra, 1996)^[15]。

在进一步研究了这些共振的结构之后, Morbidelli 发现:内 Kuiper 带中共振起着极其重要的保护作用,它避免了天体和海王星密近交会,从而保持了轨道的稳定。与此相比,外 Kuiper 带中共振的作用则不很重要。对那些没有共振存在的 Kuiper 带天体来讲,除非它们远离海王星,否则容易与海王星发生交会。此外, Morbidelli 还指出在 $35\text{a.u.} < a < 36\text{a.u.}$

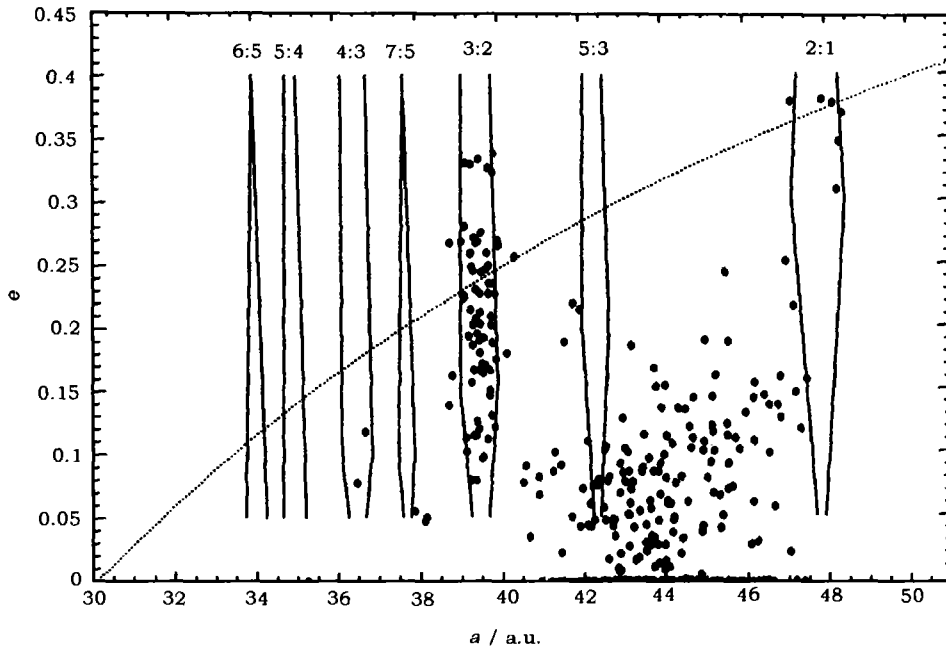


图 1 347 颗 Kuiper 带天体在 (a, e) 平面上的分布^[19]
其中虚线代表近日点距离为 30 a.u. .

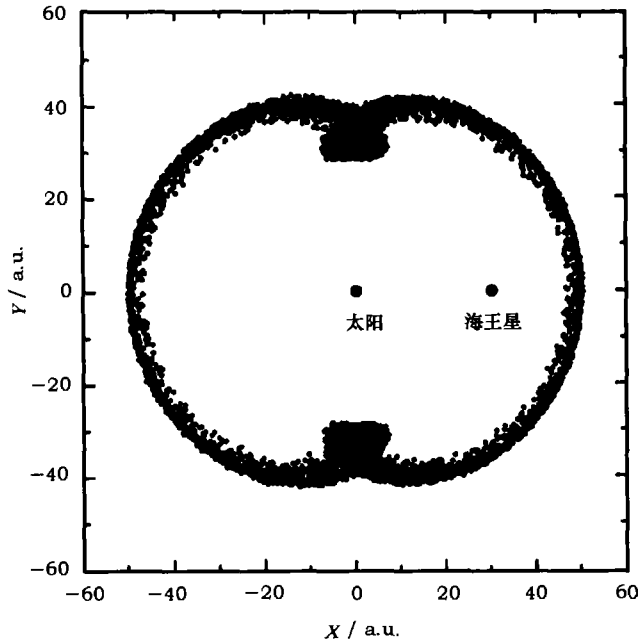


图 2 Kuiper 带小天体 1998WV31 绕太阳和海王星的运动轨道
与 Malhotra (1996)^[15] 中的远日点振子的轨道相似.

和 $40\text{a.u.} < a < 42\text{a.u.}$ 处有长期共振的存在。

在海王星的所有平运动共振中, 3:2 共振是研究得最多的一个, 这不仅是因为冥王星处于该共振区的缘故。在已发现的 Kuiper 带天体中, 30% 以上的天体集中在 3:2 共振区, 这类天体被称之为 plutino——类冥王星 (Jewitt 等人, 1996)^[17]。Morbidelli 等人^[13] 指出该区域天体的长期演化是相当复杂的: 在该区域可以发现 Kozai 共振 (小天体的近日点幅角振动) 和 ν_{18} 共振 (小天体和海王星的升交点经度之间的长期共振) 的存在, 而共振的重叠会导致轨道运动的混沌。只有当平运动共振临界幅角的振幅比较小时, 轨道才能稳定。否则由于近日点幅角 ω 的变化, 天体有可能从共振区中逃逸并和海王星发生交会。实算中, 我们发现有一部分类冥王星存在着两种共振: 3:2 共振和 Kozai 共振。其中, Kozai 共振的临界幅角为 90° 或 270° 的类冥王星均有发现。还有两颗类冥王星处在 Kozai 共振的边缘, 即它们的近日点幅角交替地进行摆动和环动 (Wan 和 Huang, 2001)^[19]。

此外, Malhotra (1996)^[15] 还指出 3:2 平运动共振有两类。当小天体在接近海王星时, 位于小天体的远日点附近, 称为远日点振子; 而位于小天体的近日点附近, 称为近日点振子。在实测的类冥王星中, 我们只找到远日点振子 (如图 2), 而没有发现近日点振子。这说明太阳系中, 近日点振子可能是不稳定的。

4 冥王星的共振

从图 1 可以看出, 大偏心率的 Kuiper 带天体都处于海王星的平运动共振区, 尤其是 3:2 共振区, 通常它们的半长轴 $a < 42\text{a.u.}$ 。而 $a > 42\text{a.u.}$ 的 Kuiper 带天体几乎都是小偏心率的, 并且与海王星的平运动共振无关。这是因为在离海王星较近的区域中, Kuiper 带天体受到海王星的摄动较强, 使小偏心率天体的轨道不能长期存在, 而平运动共振则为轨道的稳定提供了一个保护机制。

在太阳系的九大行星中, 冥王星的轨道半长轴仅为 39.5a.u. , 其偏心率却约达到 0.25, 这表示冥王星可以穿越海王星的轨道。也就是说, 冥王星有可能受到较强的海王星摄动, 从而破坏轨道的稳定性。研究表明, 在冥王星的运动中存在着三个共振, 这三个共振都阻止冥王星过于接近海王星。

第一个保护机制是冥王星和海王星之间的 3:2 平运动共振 (Cohen 和 Hubbard, 1965)^[20], 它使得冥王星只在远日点附近时才接近海王星。这一共振体现为其临界幅角 $\sigma = 3\lambda - 2\lambda_N - \varpi$ 在 180° 附近振动, 这里 λ 、 λ_N 分别为冥王星和海王星的平经度, 而 ϖ 是冥王星的近日点经度。Cohen 和 Hubbard 还得到该角度的振动周期约为 19670yr, 振幅约为 76° 。

从摄动理论可以知道, 海王星对冥王星的摄动方程中含 σ 的项是与冥王星的大偏心率有关的。同样, Brouwer (1966)^[21] 指出冥王星的大轨道倾角应导致一重要的摄动项, 其相位角为 $\sigma' = 3\lambda - 2\lambda_N - \Omega$, 这里 Ω 是冥王星的升交点经度。而在 Cohen 和 Hubbard 时间长度为 $1.2 \times 10^5\text{yr}$ 的积分中, 冥王星的近日点幅角 $\omega = \sigma' - \sigma$ 仅呈现了 0.2° 的变化, 无法看清 ω 到底是在做进动还是振动。鉴此, Williams 和 Benson (1971)^[22] 对冥王星的轨道进行了长达 $4.5 \times 10^6\text{yr}$ 的积分。其结果不仅证实了冥王星的 3:2 共振, 而且还展示了第二种保护机制——Kozai 共振, 即 ω 绕 90° 振动。其振幅为 24° , 周期为 $3.955 \times 10^6\text{yr}$ 。该周期与冥王星的

偏心率和轨道倾角的振动周期相近, 这一点可以用 Kozai 共振机制来解释 (Kozai, 1962) [23]。Kozai 共振使冥王星的近日点远离其它行星的轨道面。

此外, Williams 和 Benson 还推测冥王星和海王星的升交点经度差 $\Omega - \Omega_N$ 的进动周期会与 ω 的振动周期发生共振。这一共振在 Milani 等人 (1989) [24] 的工作中得到了证实, 并被命名为 1:1 超级共振。由于无法给出 1:1 超级共振的临界幅角的分析表达式, Milani 等人提出可以用一种数据处理的方法来得到等价的角度。Kinoshita 和 Nakai (1996) [25] 认为: 当 $\Omega - \Omega_N = 0^\circ$ 时, ω 为 90° , e 最小而 i 达到最大值; 当 $\Omega - \Omega_N = 180^\circ$ 时, ω 仍为 90° , e 最大而 i 达到最小值。这同样削弱了海王星的影响。因此, 1:1 超级共振是第三种保护机制。

总之, 由于上述三种共振的存在, 冥王星不可能和海王星发生交会。图 3(a) 对应于我们计算的 3:2 平运动共振的临界幅角 σ 的变化; 图 3(b) 对应于 Kozai 共振的临界幅角 ω 的变化; 图 3(c) 体现了 ω 与 $\Omega - \Omega_N$ 的关系; 图 3(d) 是运用 Milani 等人 [24] 的方法来处理我们的数据, 显示了 1:1 超级共振的临界幅角的变化。我们发现类木行星的存在能够影响冥王星的 1:1 超级共振的存在与否 [16]。

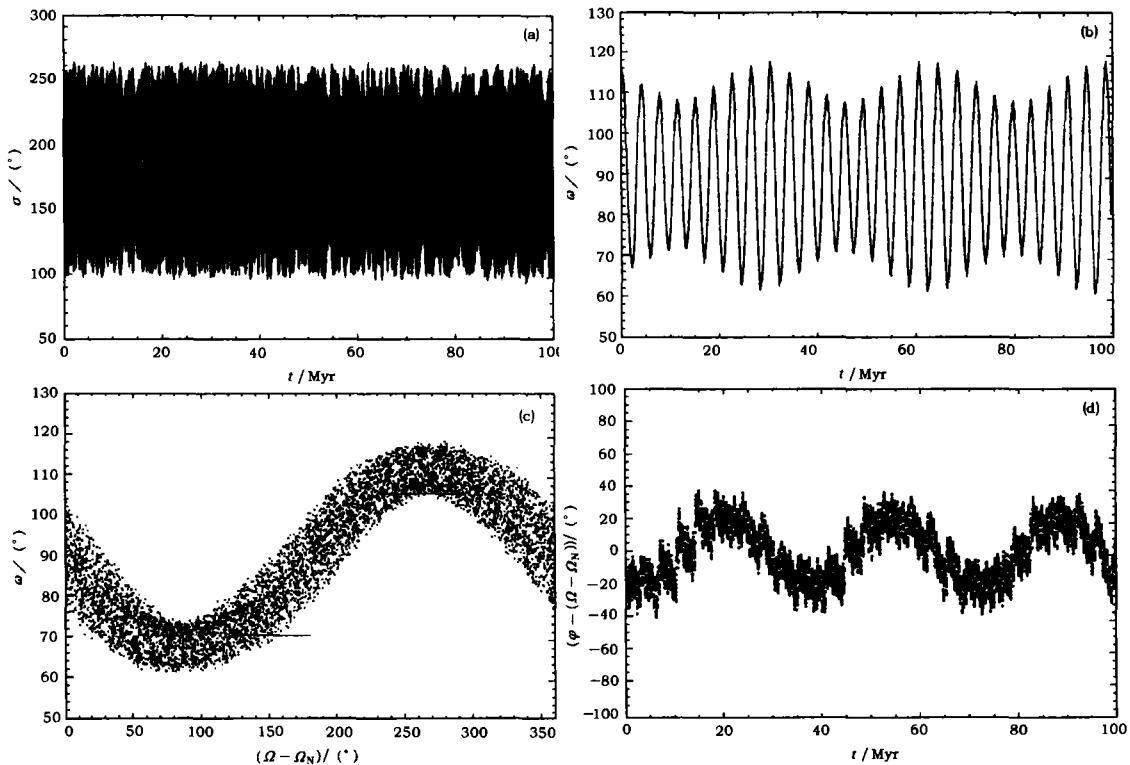


图 3 冥王星运动中三个共振的临界幅角: (a) 3:2 平运动共振的临界幅角 σ ; (b) Kozai 共振的临界幅角 ω ; (c) ω 随 $\Omega - \Omega_N$ 的变化显示 1:1 超级共振; (d) 1:1 超级共振的临界幅角 (用 Milani 等人的方法得到)。

为了更好地了解这三个共振, 我们 (Wan 等人, 2001) [16] 研究了它们在轨道参数空间中的大小。表 2 给出三种共振的共振区在轨道参数空间的边界。作为一个参照, 冥王星的轨道

根数同样在表 2 中列出。从表 2 可以清楚地看出：三个共振中，3:2 平运动共振的区域最大，Kozai 共振次之，而 1:1 超级共振则最窄。这表明，3:2 共振所起的保护作用是最主要的，1:1 超级共振的作用则相当微弱。我们还运用次级共振理论分析了 Kozai 共振和 1:1 超级共振的关系，发现 1:1 超级共振实际上是 Kozai 共振的次级共振，其保护机制应弱于 Kozai 共振。这进一步证实了实算的结果。

表 2 三种共振在轨道参数空间的上限与下限 (对应的历元为 1969 年 6 月 8 日) ^[19]

轨道根数	下 限			冥王星	上 限		
	3:2	Kozai	超级		超级	Kozai	3:2
$a/a.u.$	39.39	39.52	39.57	39.78	39.82	39.86	40.02
e	0.065	0.222	0.230	0.253	0.270	0.296	0.434
$i/(\circ)$	0.0	7.4	10.9	15.6	22.9	49.8	144.0
$\omega/(\circ)$	26.0	52.5	88.8	112.7	119.2	129.0	151.4
$\Omega/(\circ)$	25.5	47.3	57.3	110.9	118.6	127.9	147.0
$M/(\circ)$	271.7	289.6	297.0	331.4	337.7	343.7	70.6

5 冥王星的轨道起源

由前面的介绍可知，冥王星是太阳系中一颗非常奇特的行星。它的偏心率为 0.25，使它能够在海王星的轨道之内；它的轨道倾角约为 17° (相对黄道面)，而其它八大行星几乎共面。此外，在它的运动中还存在着三个共振，保证了其运动的稳定性。冥王星的轨道到底是怎样形成的？

自 1930 年发现冥王星以来，对冥王星的起源已有众多的猜测，如 Lyttleton (1936) ^[26]、Harrington 和 Flandern (1979) ^[27]、Dormand 和 Woolfson (1980) ^[28] 等等。这些早期研究的观点认为冥王星是海王星的一颗卫星，由于灾难性的事件才逃逸出来，形成现今的轨道。但这一学说存在着缺陷，因为它将冥王星的轨道演化建立在发生几率较小的灾难性事件上。此外，从冥王星的物理性质及成分来看，冥王星更像是由绕太阳旋转的行星子吸积而成，而不是环行星的盘 (McKinnon 和 Mueller, 1988; Tancredi 和 Fernandez, 1991) ^[29,30]。

Malhotra (1993) ^[31] 以及 Levison 和 Stern (1995) ^[32] 都提出冥王星源自大行星之外绕太阳转动并与大行星共面的近圆轨道。但是对于如何将这样的近圆轨道激发成冥王星当前轨道的动力学机制，他们有不同的解释。在 Levison 和 Stern 的模型中，所有大行星的轨道均取当前的观测值。冥王星的轨道是小偏心率和低轨道倾角的，并且接近海王星的 3:2 平运动共振区。在某些特定的初始条件下，轨道的偏心率和倾角可以在 10^7 yr 内被激发到现今的状态。Levison 和 Stern 指出，在偶然与邻近的小天体发生碰撞之后，冥王星和海王星之间形成了稳定的 3:2 共振。这种理论的缺点是仍然把演化寄托在小概率事件上。在 Malhotra 的理论中，冥王星的奇特轨道并不需要通过碰撞来形成，而是外太阳系早期动力学演化的结果，即海王星的向外迁移驱使冥王星进入 3:2 共振。下面详细解说这一物理机制。

5.1 行星的迁移

在太阳系形成后期,大部分的星子已经吸积成大行星,但在这些行星之间仍然残留着少量的星子。由于大行星的摄动作用,大部分的残留星子不可能拥有长期稳定的轨道。通常情况下,它们被散射出去,形成长周期彗星。假想中的 Oort 云即是这些散射星子的最终归宿。

考虑一个质量为 m_c 的星子被质量为 M 、轨道半径为 a 的大行星散射的情况。倘若大行星将该星子从近圆轨道抛射到逃逸太阳系的轨道上,根据角动量守恒原理,大行星将会损失部分轨道角动量。这主要表现为其轨道半径发生变化:

$$\frac{\delta a}{a} \simeq \frac{m_c}{M}. \quad (1)$$

这样,大行星轨道半径会减小。相反地,若大行星附近的星子是向内散射的,其部分角动量就会转移到大行星上。这样,大行星轨道半径就会增加。在只考虑一颗行星对其附近的星子散射的情况下,该行星的轨道半径应保持不变,因为向内和向外散射的星子在数目上大致相等。

然而当 4 颗类木行星共同作用时,情况将有所不同。Fernandez 和 Ip (1984)^[33] 在他们的数值模拟中发现,木星的轨道半径有细微的减小,而土星、天王星和海王星的轨道半径则有明显的增加。这表明在散射过程中所有的能量和角动量均由木星提供,而土星、天王星和海王星则相应地获得能量和角动量。

Malhotra 详细地解释了海王星轨道的演化过程。假定在海王星的附近存在着一群星子,它们的平均单位质量所具有的角动量应和单位海王星质量所具有的角动量近似相等。在海王星的摄动作用下,一小部分星子通过碰撞被吸积到海王星上,其余的星子则被抛离这一区域。由于向内和向外散射的星子数目大致相等,海王星的轨道不会受到影响。但向内散射的星子与向外散射的星子的命运并不相同。通常,向内散射的星子进入其它类木行星的作用范围。而向外散射的星子中,一部分成为 Oort 云的成员,其余的均可返回海王星的附近,它们有可能被海王星吸积或者再次散射。也就是说,它们当中的一部分又会被海王星散射进其它类木行星的作用范围。考虑到木星具有很大的质量,附近的星子(包括被海王星向内散射的星子)很容易被抛离太阳系。因此,不难想象被海王星向内散射的星子应多于向外散射的星子。总体来看,海王星是从星子处获得能量和角动量的,其轨道应向外迁移。与此同时,散射所需的能量和角动量均由木星提供,但由于木星的质量较大,其轨道半径仅作细微的减小。

事实上,没有一个好的 N 体模型很难确定由星子和行星之间的相互作用导致的行星迁移的大小及时间尺度。在 Fernandez 和 Ip (1984)^[33] 的工作中,仅仅模拟了 2000 个星子的运动;而且他们忽略了引力的长期作用,只考虑了行星和星子发生密近交会时的情形。因此,他们的工作只能作为一个参考。Friedland (2001)^[34] 根据圆型限制性三体问题的模型得到,小天体被俘获进 2:1 共振的时间尺度要比俘获进 3:2 共振的时间尺度大一个数量级。计算技术的发展允许建立一个更好的模型来获取行星迁移的大小和时间尺度。此外,还可以从处于海王星的平运动共振的 KBO 的轨道演化来估计。

5.2 共振的形成

共振的形成是非常复杂的动力学过程。通过一些假设和近似, Malhotra (1993, 1995)^[31,35] 发现对于海王星附近的星子,若其初始偏心率小于 0.05,那么它被海王星俘获进入共振态的概率非常大。此外, Malhotra 还指出共振的俘获机制可以激发天体的偏心率。

考虑一接近 $j+1:j$ 轨道共振的星子, 在海王星的摄动下, 其平运动 n 和偏心率 e 的变化应为 (Brouwer 和 Clemence, 1961) [36]

$$\begin{aligned} \dot{n} &= 3(j+1)\mu_N n^2 e f(\alpha) \sin \phi, \\ \dot{e} &= -\mu_N n f(\alpha) \sin \phi. \end{aligned} \quad (2)$$

式中 $\mu_N = m_N/M_{\text{Sun}}$ 是海王星相对太阳的质量; $\alpha = a_N/a$ 是海王星与星子的半长轴之比; $f(\alpha)$ 为一正函数; $\phi = (j+1)\lambda - j\lambda_N - \varpi$ 为共振的临界幅角, 其中 λ 和 ϖ 分别是星子的平经度和近日点经度, 而 λ_N 是海王星的平经度。

若该星子被 $(j+1):j$ 共振俘获, 其平运动和海王星的平运动 n_N 应有如下关系:

$$\begin{aligned} (j+1)n &\simeq jn_N, \\ (j+1)\dot{n} &\simeq j\dot{n}_N. \end{aligned} \quad (3)$$

从 (2) 式和 (3) 式不难得到

$$\frac{de^2}{dt} \simeq -\frac{2}{3(j+1)} \frac{\dot{n}_N}{n_N} = \frac{1}{j+1} \frac{\dot{a}_N}{a_N}. \quad (4)$$

这里运用了开普勒第三定律对等式的第二部分进行了变换。再对 (4) 式积分, 可以得到

$$e_f^2 \simeq e_i^2 + \frac{1}{j+1} \ln \frac{a_{N,f}}{a_{N,i}}. \quad (5)$$

式中 $a_{N,i}$ 和 $a_{N,f}$ 分别为海王星共振俘获开始时和共振俘获结束时的半长轴。由于海王星向外迁移, $a_{N,f}$ 大于 $a_{N,i}$, 所以冥王星的偏心率在海王星的迁移过程中增大。根据冥王星偏心率的当前值, 并假定行星迁移开始时偏心率为零, 可以从上式推算出海王星半长轴的迁移量。Malhotra 进行了大量的数值模拟表明, 冥王星一类的天体, 当海王星的半长轴为 25a.u. 时, 开始进入 3:2 共振, 偏心率和倾角增大, 并与海王星的轨道同步向外扩张, 且始终保持在这一共振态里。另外, 她的数值模拟还表明这种俘获的概率极大。Malhotra 的理论是当前解释冥王星起源最好的, 也是最广为接受的理论。

从上面的描述可以看出, 共振俘获机制不仅仅只针对冥王星, 它同样可解释处于共振态的 Kuiper 带天体的形成和演化。Malhotra 在她的文章中 (1995, 1997, 1998, 1999) [35,37~39] 详细地讨论了行星的迁移以及共振俘获的数值结果。

6 小 结

迄今为止, Kuiper 带的发现已近 10 年。通过观测和动力学数值模拟以及理论研究的比较, 人们对 Kuiper 带有了较深的了解。人们相信 Kuiper 带小天体是早期太阳系残留下来的行星子, 并且较成功地解释了 Kuiper 带平运动共振的形成。但是, 仍有相当多的问题有待解决。比如, Morbidelli (1995, 1997) [13,14] 和 Malhotra (1996) [15] 等人用平均后的哈密顿或用圆型限制性三体问题来讨论 Kuiper 带的平运动共振, 由于冥王星的运动中还存在着 Kozai 共振

和 1:1 超级共振, 而平运动共振中的 Kozai 共振不同于一般的 Kozai 共振, 1:1 超级共振又不能由一个简单的三体问题来讨论, 因此需要理论上的进一步完善。Malhotra 的行星迁移理论虽然成功地解释了 Kuiper 带平运动共振的形成, 但没有解释冥王星的 Kozai 共振和 1:1 超级共振的形成。另外, 在现有的行星迁移理论中还未考虑大行星质量的变化。在 Morbidelli 的动力学模型中, Morbidelli 发现了长期共振的存在; 而在我们对实际 Kuiper 带天体的轨道演化计算中, 并没有发现任何一个天体是处于长期共振之中的, 这都需要动力学的进一步解释。

参 考 文 献

- 1 Jewitt D C, Luu J X. *Nature*, 1993, 362: 730
- 2 Edgeworth K E. *M.N.R.A.S.*, 1949, 109: 600
- 3 Kuiper G. In: Hynek J A ed. *Astrophysics: A Topical Symposium*, New York: McGraw Hill, 1951: 357
- 4 Veillet C, Parkel J W, Griffen I *et al.* *Nature*, 2002, 416: 711
- 5 Schulz R. *Astron. Astrophys. Rev.*, 2002, 11: 1
- 6 Fernandez J A. *M.N.R.A.S.*, 1980, 192: 481
- 7 Duncan M, Quinn T, Tremaine S. *A.J.*, 1988, 94: 1330
- 8 Torbett M. *A.J.*, 1989, 98: 1477
- 9 Torbett M, Smoluchowski R. *Nature*, 1990, 345: 49
- 10 Levison H, Duncan M J. *A.J.*, 1993, 406: L35
- 11 Holman M J, Wisdom J. *A.J.*, 1993, 105: 1987
- 12 Jewitt D C, Luu J X. *A.J.*, 1995, 109: 1867
- 13 Morbidelli A, Thomas F, Moons M. *Icarus*, 1995, 118: 322
- 14 Morbidelli A. *Icarus*, 1997, 127: 1
- 15 Malhotra R. *A.J.*, 1996, 111: 504
- 16 Wan X S, Huang T Y, Innanen K. *A. J.*, 2001, 121: 1155
- 17 Jewitt D, Luu J, Chen J. *A.J.*, 1996, 112: 1225
- 18 Malhotra R, Duncan M, Levison H. In: Mannings V, Boss A P, Russell S S eds. *Protostars and Planets IV*, Tucson: Univ. of Arizona Press, 2000: 1231
- 19 Wan X S, Huang T Y. *Astron. Astrophys.*, 2001, 368: 700
- 20 Cohen C J, Hubbard E C. *A. J.*, 1965, 70: 10
- 21 Brouwer D. *The Theory of Orbits in the Solar System and in Stellar Systems*, London and New York: Academic Press, 1966: 227
- 22 Williams J G, Benson G S. *A.J.*, 1971, 76: 167
- 23 Kozai Y. *A.J.*, 1962, 67: 591
- 24 Milani A, Nobili A, Carpino M. *Icarus*, 1989, 82: 200
- 25 Kinoshita H, Nakai H. *Earth, Moon, Planets*, 1996, 72: 163
- 26 Lyttleton R A. *M.N.R.A.S.*, 1936, 97: 108
- 27 Harrington R S, van Flandern T C. *Icarus*, 1979, 39: 131
- 28 Dormand J R, Woolfson M M. *M.N.R.A.S.*, 1980, 193: 171
- 29 McKinnon W B, Mueller S. *Nature*, 1988, 335: 240
- 30 Tancredi G, Fernandez J A. *Icarus*, 1991, 93: 298
- 31 Malhotra R. *Nature*, 1993, 365: 819
- 32 Levison H, Stern S A. *Icarus*, 1995, 116: 315
- 33 Fernandez J A, Ip W H. *Icarus*, 1984, 58: 109
- 34 Friedland L. *Ap.J.*, 2001, 54: L75
- 35 Malhotra R. *A.J.*, 1995, 110: 420

- 36 Brouwer D, Clemence G M. *Methods of Celestial Mechanics*, New York: Academic Press, 1961
- 37 Malhotra R. 1997, <http://www.lpi.usra.edu/science/renu/preprints/acm96.ps>
- 38 Malhotra R. *Lunar and Planetary Science XXIX*, 1998, paper no. 1476, <http://cassjsc.nasa.gov/meetings/LPSC98/pdf/1476.pdf>
- 39 Malhotra R. *Scientific American*, 1999, 281(3): 56

Orbit Dynamics of the Kuiper Belt Objects

Wan Xiaosheng Huang Tianyi

(*Department of Astronomy, Nanjing University, Nanjing 210093*)

Abstract

A new subject of the solar system dynamics, the orbit dynamics of the Kuiper Belt Objects, is reviewed in this paper. Early Studies were connected with the origin of short-period comets. After the first Kuiper Belt Object (KBO) was found, attentions are turned on the phase space structure of the resonant KBOs. Morbidelli and Malhotra adopted different model to study the sizes of the resonance regions, especially the 3:2 mean motion resonance which Pluto is in. For its orbital characters, Pluto should be called a large KBO. There are other two resonances in its motion, the Kozai resonance and 1:1 super resonance. It is because of these resonances that Pluto keeps its orbital stability. Observations show that lots of KBOs are in mean motion resonances with Neptune. In some early theories, these resonances were thought to be caused by catastrophic events such as collision, which can not explain the resonances well for their small probability. Malhotra proposed that Pluto was swept into the 3:2 resonance by planets migration, which happened very easily in the early stage of the solar system. This theory can also explain the resonance formation of KBO successfully.

Key words Kuiper Belt Objects—resonance—planets migration