

doi: 10.3969/j.issn.1000-8349.2014.02.08

上海天马 65 m 射电望远镜归心测量

李金岭¹, 熊福文², 余成磊³, 张津维^{1,4}, 郭 丽¹, 范庆元¹

(1. 中国科学院 上海天文台, 上海 200030; 2. 上海市地质调查研究院, 上海 200072; 3. 莱卡测量系统
上海技术中心, 上海 201203; 4. 中国科学院大学, 北京 100049)

摘要: 对新近落成的上海天马 65 m 射电望远镜进行了归心测量, 通过观测资料解析获得了天线参考点毫米级精度 (形式误差) 的地心三维坐标, 并表明了轴线偏差在 3 mm 水平上不显著。具体地, 参考点在 ITRF2008 系统中的坐标为:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2\,826\,708.604\,5 \\ 4\,679\,237.054\,2 \\ 3\,274\,667.531\,4 \end{bmatrix} \text{ m} \pm \begin{bmatrix} 0.42 \\ 0.45 \\ 0.43 \end{bmatrix} \text{ mm} ,$$

参考历元为 2013 年 6 月 29 日 UTC0h。轴线偏差为 $\bar{f} = (2.95 \pm 3.26) \text{ mm}$ 。这为后续的天线指向模型建立、天线定向引导、VLBI 互相关条纹搜寻和观测资料科学应用解析等提供了重要参考, 也为监测天线地基沉降与水平位移、天线轨道和结构变形等提供了历元资料记录。

关键词: VLBI; GPS; 参考点; 轴线偏差; 归心测量

中图分类号: P228.6 **文献标识码:** A

1 引 言

现今的甚长基线干涉测量 (VLBI) 技术能够以厘米级甚至毫米级的精度测定地球上数千千米基线的长度, 此长度即为基线两端射电天线参考点之间的几何长度。一旦给定了某射电天线参考点的坐标 (即测站坐标), 那么通过观测坐标已知的河外射电源, 就可以确定基线另一端天线参考点的坐标。亦即, 射电天线参考点的坐标可以通过射电天体测量手段予以精确测定。

对射电天线参考点的测定也可以采用其他方法, 比如大地测量方法, 通常称之为归心测量。由于不同的观测方法和技术均可能带有其特定的系统差, 因而采用大地测量方法完成

收稿日期: 2013-09-18; 修回日期: 2014-02-12

资助项目: 国家自然科学基金 (11178024, 11373060, U1331205); 探月工程 (嫦娥三号); 上海市科学技术委员会 (06DZ22101); 国家 863 计划 (2012AA121603)

通讯作者: 李金岭, jll@shao.ac.cn

对射电天线参考点坐标的测定, 有利于比较和发现不同测量技术之间的系统性差异。国际上, IVS (国际 VLBI 服务) 和 IERS (国际地球自转和参考系服务) 等均非常重视射电天线参考点的归心测量, 设立了专门的工作组。这样的测量结果是综合不同空间大地测量技术资料、建立 ITRF (国际地固参考架) 的重要输入参数^[1-3]。

往往在射电天线设计阶段即明确规定了对参考点稳定性和精度的严格要求。因而完成新建射电天线的归心测量, 精确测定其参考点的地心三维 (3D) 坐标和轴线偏差, 是天线考核验收与观测应用的重要技术指标。同时, 完成参考点坐标的精确测定, 也是精确建立天线指向模型的重要基础依据。从 VLBI 观测的天线指向引导、观测资料互相关处理中的条纹搜寻与观测提取 (带宽综合), 到 VLBI 基本观测量时延、时延率的科学应用解析和测站坐标改进与精化等, 都需要尽量准确的参考点坐标。另外, 归心测量结果还可作为分析天线地基沉降和水平位移、轨道形变、天线结构形变等重要的资料记录^[4]。

通过射电天体测量实现对天线参考点坐标的精确测定, 往往需要积累数年多期的 VLBI 联测资料; 而通过归心测量实现对参考点坐标的测定, 一般仅需要数周时间即可完成。但是前者是极终标定, 后者仅作为初值、比对和参考。

进行 VLBI 天线参考点归心测量较常用的方法为: 在天线周围设立测量基墩, 构成局域控制网 (LCN), 经光学仪器如全站仪、经纬仪等的测量, 确定 LCN 中各测点之间的相对坐标 (本地坐标)。经 GPS 测量确定各测点的地心 3D 坐标, 并经数据解析获得 LCN 本地坐标至地心 3D 坐标的转换关系; 之后利用光学仪器以 LCN 中的测点为基准, 测定 VLBI 天线上合作靶标在 LCN 中的本地坐标。以方位俯仰型 (Az-El) 座架天线为例, 限定天线仅改变方位, 并每隔一定的方位角完成一次合作靶标的光学定位 (前方交会) 观测; 靶标的轨迹描绘出一以天线垂直轴 (方位轴) 上某点为心的圆 (弧), 由多只靶标轨迹的圆心即可确定垂直轴在 LCN 中的位置和定向。类似地, 当保持天线方位角不变并仅改变其俯仰角时, 通过从 LCN 对合作靶标的定位观测, 可以标定水平轴 (俯仰轴) 在 LCN 中的位置与定向。

VLBI 天线参考点可定义为垂直轴与水平轴的公垂线在垂直轴上的垂足, 公垂线的长度即为轴线偏差。考虑到基建、器件加工与安装、载荷与形变等误差因素, 由公垂线定义的参考点很可能在天线不同定向时发生变化。为此, 通常将天线参考点定义为水平轴所在平面与垂直轴的交点^[5], 此亦为本文所采用的参考点定义。经天线多个方位处的水平轴测量, 可以在 LCN 中标定水平轴所在平面, 继而经数据解析获得参考点在 LCN 中的本地坐标, 并经由 LCN 光学测量至 GPS 测量的转换关系, 解析获得参考点的地心 3D 坐标。

上述 VLBI 天线参考点的归心测量称为常规测量方式。显然, 由于测量过程中必须限定射电天线按照特定方式改变指向 (方位或俯仰), 因而在测量期间天线不能用于天文观测。与归心测量常规测量方式对应的, 国际上近年提出了全新的测量理念^[6-8], 称之为随机测量方式。具体为, 建立天线上某点 T (合作靶标、GPS 接收天线等) 在 LCN 中的本地坐标或地心 3D 坐标与天线参数 (参考点坐标与轴线偏差) 和天线指向的数学关系。以天线指向为已知, 设法获得 T 点在天线多个指向时的一组坐标, 联合解算天线参数, 进而实现天线的归心测量。与常规测量方式相比, 随机测量方式下不再限定天线按照特定模式改变指向, 因而有望在天线进行天文观测的同时, 实现对天线的归心测量。可见, 只有随机测量方式下才有望实

现对天线参考点的实时与连续测定。但是在随机测量方式下要求天线指向准确已知，这对于新建 VLBI 天线在指向模型尚未精确建立的情况下显然是不适用的。

上海天马 65 m 射电天线已经于 2012 年 10 月完成了 S/X 波段接收设备的安装，并初步应用于嫦娥二号任务小行星交会探测拓展实验阶段的深空跟踪观测。L、C、K、Ka 等波段的接收设备将陆续进行安装调试，天线还将跟踪观测于 2013 年底发射的嫦娥三号探月卫星。鉴于 65 m 射电天线指向模型建立、天线指向引导和观测资料提取与科学应用解析等工作的需要，于 2013 年 6、7 月份进行了该天线的归心测量。本文介绍 LCN 布设、测量实施和资料解析情况，尤其是通过坐标变换、降维与分步参数拟合，并采用可靠性检验措施等，简化了资料解析的数学模型，有效压缩了测量噪声和测量资料空间覆盖不均匀等的影响，提高了参数拟合的稳定性和精度，实现了对该天线参考点坐标的精确测定。附录罗列了坐标变换、空间圆拟合、空间直线拟合、空间平面与直线的交点确定等算法的数学基础。

2 局域网与测量器材和测量实施

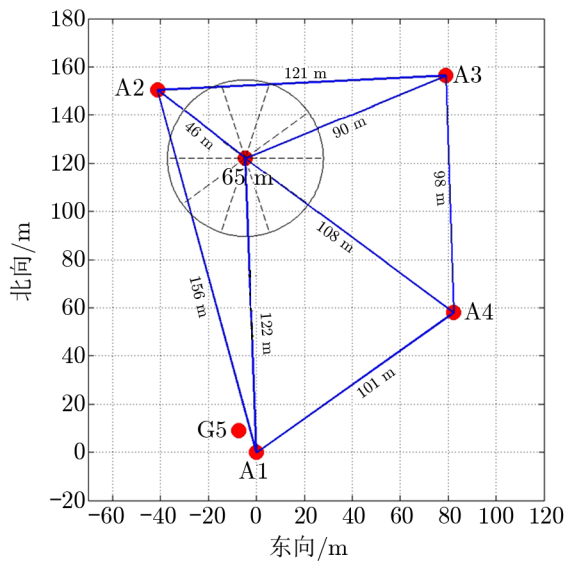


图 1 局域网水平投影示意

LCN 水平投影如图 1 所示，A1 至 A4 为测量基墩，顶端为强制归心装置。G5 所示为用于探月工程传输介质时延改正的永久 GPS 测站，“65 m”所示为 65 m 天线垂直轴的水平投影，周围的圆形示意天线。

A1 点位于控制室建筑的西北角、靠近西侧围墙。A2 点位于围墙的西北角，距离 65 m 天线较近，由于观测天线上靶标时的仰角过高、可视动态范围受限，不方便进行测量仪器操作；但可用于安装合作靶标、作为天线上靶标交会测量的参考方向。A3 点位于进院大门的右侧，A4 点位于南侧围墙拐角处。由于天线基础的遮掩，A2、A4 不能通视，其他测点之间均可通视。

主要的光学测量仪器为徕卡全站仪 TM30、TS30，方向测量误差 0.5 as，测距误差 0.6 mm+1 ppm。GPS 接收机为双频测地型 ASHTECH UZ-12、Trimble 5700。其他的测量辅助器件还有靶标、数据线、蓄电池、卡尺等。

2013 年 6 月 23 日至 7 月 7 日进行了 LCN 的 GPS 测量，7 月 7 日还完成了垂直轴在天线方位角为 30°、60°、90° 和 120° 时的测量。7 月 8 日继续进行了垂直轴的光学测量，完成方位角为 150°、180°、240°、270°、300°、330° 和 0°。7 月 9 日进行了方位角 150° 时的水平轴测量，天线俯仰角依次为 7°、10°、20°、30°、40°、50°、60°、70°、80°、88°。7 月 13 日进行了水平轴在方位角 120°、188° 的光学测量，方位角 120° 时的俯仰角依次为

15°、30°、40°、50°、60°、70°、80°、88°,方位角188°时的俯仰角依次为8°、18°、28°、38°、48°、58°、68°、78°、88°。

3 观测资料解析

观测资料解析包括 LCN 观测资料解析和靶标交会测量资料解析。LCN 资料解析首先由 LCN 光学观测确定本地坐标,由 GPS 测量确定地心 3D 坐标,之后确定 LCN 本地坐标至地心 3D 坐标的转换关系。靶标交会测量资料解析含多个环节,即确定靶标空间轨迹点的本地坐标、确定靶标空间轨迹圆心的本地坐标、确定垂直轴和水平轴在 LCN 中的位置和定向、确定水平轴所在平面与垂直轴交点(参考点)的本地坐标与轴线偏差,最后经坐标转换获得参考点的地心 3D 坐标。

3.1 局域网测量

LCN 的光学测量为,在图 1 所示 A1 至 A4 点轮流架设仪器,对其余测点进行水平和垂直方向与斜距测量。资料解析中,以 A1 为原点,A1 至 A2 水平方向为 x 轴,天顶为 z 轴, xyz 构成右手系,作为 LCN 本地坐标系。对测量资料经最小二乘平差得各测点的 LCN 本地坐标如表 1 所示, σ_x 等为形式误差,“/”对应于非平差参数。水平方向、垂直方向、斜距观测的加权拟合残差分别为 -0.7 as、 -1.9 as、 -0.01 mm,获得了较好的拟合效果。

表 1 局域网光学观测平差结果

测点	x/m	y/m	z/m	σ_x/mm	σ_y/mm	σ_z/mm
A1	0.0000	0.0000	0.0000	/	/	/
A2	155.9572	0.0000	-0.0066	0.02	/	0.07
A3	129.8441	-117.6418	0.0044	0.02	0.02	0.07
A4	34.2157	-94.7139	0.0004	0.03	0.02	0.07

G5 虽为永久站,但因仪器故障,对 LCN 进行 GPS 测量期间该点仅部分数据可得,且其精确站坐标未知。为此以距离约 6 km 的上海佘山 25 m 天线处 IGS 永久站 SHAO 为参考,利用 GAMIT 软件采用基线模式,并经空间平差解算得到 ITRF2008 框架^[1]下的 LCN 地心 3D 坐标 XYZ ,如表 2 所示, σ_x 等为坐标解算值的形式误差。在 GPS 测量的中间历元 2013 年 6 月 29 日 UTC0h,SHAO 站在 ITRF2008 框架下的坐标采用值为 $(-2831733.7669\ 4675665.8529\ 3275369.3294)$ m。

考察表 1、表 2 所示 LCN 本地坐标和地心 3D 坐标,可以理解两者之间存在较大的平移(地球半径量级)和相对旋转。在解析 2008 年 7 月上海佘山 25 m 射电天线归心测量资料中^[9,10],理论分析与数值检验已表明,针对 3D 直角坐标转换中 7 参数量纲不同和量级相差较大的问题,通过“变换求解参数以使形式误差基本相当”的求解模式,能够有效改善小参数情况下法方程的条件,并能够提高大参数情况下参数解的稳定性;针对大旋转角情况,采用简洁有效的迭代求解模式便于模块化编程,并具有收敛快、参数初值动态范围广的特点;

表 2 局域网 GPS 观测平差结果

测点	X/m	Y/m	Z/m	σ_x/mm	σ_y/mm	σ_z/mm
A1	-2 826 729.534	4 679 262.767	3 274 544.855	0.4	0.4	0.4
A2	-2 826 653.989	4 679 217.667	3 274 673.627	0.4	0.4	0.4
A3	-2 826 755.409	4 679 152.789	3 274 678.772	0.4	0.4	0.4
A4	-2 826 784.426	4 679 194.559	3 274 594.605	0.4	0.4	0.4

针对大平移, 通过坐标变换采取预先部分扣除的方式, 有利于获得稳定、准确的参数解。此处仍然采用这些经实践验证较为有效的策略以处理表 1、表 2 数据, 获得了 LCN 本地坐标 xyz 向地心 3D 坐标 XYZ 转换的关系, 解算情况如表 3 所示, σ 表示参数的形式误差。具体为, 将表 2 数据由地心 3D 坐标转换至 A1 点的站心坐标, 并将坐标原点由地心平移至 A1 点, 即扣除 A1 点的地心距 (U_0)。 xyz 至 XYZ 的转换关系表示为:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \mathbf{R}_{\text{TOP}} \left(\mathbf{T} + (1 + D)\mathbf{R}_x(R_1)\mathbf{R}_y(R_2)\mathbf{R}_z(R_3) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ U_0 \end{bmatrix} \right), \quad (1)$$

其中 $\mathbf{T} = [T_1, T_2, T_3]^T$ 为 3D 平移参数, 上标 T 表示矩阵转置, D 为尺度因子, $\mathbf{R}_x(R_1)$ 为绕第一轴逆时针旋转 R_1 的转换矩阵, 其余类推, \mathbf{R}_{TOP} 为 A1 点站心坐标至地心 3D 坐标的转换矩阵, 具体有关于站心坐标的定义, 如表 3。

表 3 中, S、E、N、W、U 分别表示 A1 点站心坐标系中的南、东、北、西、上方向。Case 1 至 Case 4 代表四种不同的右手站心系, 对应于不同的拟合参数, 这显然是可以理解的。其中 $\mathbf{R}_{\text{SEU}} = \mathbf{R}_y(\pi/2 - \varphi)\mathbf{R}_z(\lambda)$, $\lambda = 121.13606^\circ$, $\varphi = 30.9211^\circ$; 且有, \mathbf{R}_{ENU} 、 \mathbf{R}_{NWU} 、 \mathbf{R}_{WSU} 依次为对 \mathbf{R}_{SEU} 左乘 $\mathbf{R}_z(\pi/2)$ 、 $\mathbf{R}_z(\pi)$ 、 $\mathbf{R}_z(3\pi/2)$ 。

比较拟合参数的形式误差与拟合残差的加权均方差 $wrms$, 可见四种情况下对观测资料的拟合并无显著区别。为此分析设计了这样的鉴别标准, 即对 LCN 中的本地坐标 $(0, 0, 0)^T$ m、 $(0, 0, 1)^T$ m 分别通过式 (1) 转换为地心 3D 坐标, 再转换至以 WGS84 为参考椭球的大地坐标, 理论上后者的大地高程与前者之差应为 1 m。具体考察结果如表 3 中 ΔH 所示, 可见 Case 1、Case 2 两种情况下 $\Delta H = -1$ m, 表明拟合结果异常; Case 3、Case 4 下 $\Delta H = 1$ m, 拟合参数正常。

究其原因, 考察表 1 所示 LCN 中 4 点的本地坐标, 水平高差最大仅约 1.1 cm, 即 4 个控制点几乎位于同一水平面内。结合图 1, 表 1 所示本地坐标的坐标轴定向近于 Case 3 情况下的 NWU, 如表 3 所示拟合所得本地坐标至 A1 点站心系坐标的相对旋转也较小。Case 4 下 $R_3 \approx \pi/2$, 即将本地坐标 (约为 NWU) 旋转为 WSU, 平移和尺度因子也与 Case 3 下一一对应且相等。Case 1 下的地平坐标 (SE) 与表 1 数据所示坐标轴的方向 (约 NW) 相反, 虽然旋转角的拟合值都较小, 但是 $(1 + D) \approx -1$, 即表示将表 1 所示数据反号。如此, LCN 的地平坐标 xy 得到了很好的拟合, 但是由于 4 个控制点几乎在同一水平面内, z 坐标虽被反号,

表 3 本地坐标 xyz 至地心坐标 XYZ 的转换参数

	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4
站心坐标	SEU	ENU	NWU	WSU
U_0/m	6 372 483.339 20			
$\mathbf{T} \pm \sigma_{\mathbf{T}}/\text{mm}$	0.54±0.30 -2.48±0.30 -2.62±0.36	-2.48±0.30 -0.54±0.30 -2.62±0.36	-0.53±0.30 2.48±0.30 0.77±0.36	2.48±0.30 0.53±0.30 0.77±0.36
$D \pm \sigma_D$	-2.000 000 5 0.000 002 4			
$R_i \pm \sigma_{R_i}$ ($i = 1, 2, 3$) /rad	-0.000 137 0 0.000 003 8 0.003 013 3 0.000 003 0 -0.268 271 7 0.000 002 4	-3.138 579 4 0.000 003 0 -3.141 729 7 0.000 003 8 -1.839 067 6 0.000 002 4	0.000 010 0 0.000 003 8 -0.002 999 2 0.000 003 1 -0.268 271 3 0.000 002 4	-0.002 999 2 0.000 003 1 -0.000 010 0 0.000 003 8 1.302 525 0 0.000 002 3
\mathbf{R}_{TOP}	\mathbf{R}_{SEU}	\mathbf{R}_{ENU}	\mathbf{R}_{NWU}	\mathbf{R}_{WSU}
$wrms/\text{mm}$	2.13	2.13	1.26	1.26
$\Delta H/\text{m}$	-1.000 00	-1.000 00	1.000 00	1.000 00

其拟合残差仍较小。可见, Case 1 情况下的参数拟合值在“数学上正确”, 而在物理上却导致了 $\Delta H = -1 \text{ m}$ 。对于 Case 2 情况, 经表 3 所示 3 个旋转之后, 将表 1 数据从近似 NWU 转换为 ENU, 经 $(1 + D) \approx -1$ 将坐标值反号后导致了与 Case 1 相同的结果, 即 $\Delta H = -1 \text{ m}$, 亦属于物理上错误。总之, 因 LCN 中 4 个控制点几乎在同一水平面内, 导致了 Case 1、Case 2 拟合结果的异常。Case 3 与 Case 4 的拟合结果是等价的, 下文采用 Case 3 的参数拟合值作为 LCN 本地坐标至地心 3D 坐标的转换参数, 具体为:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} -0.53 \\ 2.48 \\ 0.77 \end{bmatrix} \pm \begin{bmatrix} 0.30 \\ 0.30 \\ 0.36 \end{bmatrix} \text{ mm}, \quad D = (0.5 \pm 2.4) \times 10^{-6},$$

$$\begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.000 010 0 \\ -0.002 999 2 \\ -0.268 271 3 \end{bmatrix} \pm \begin{bmatrix} 0.000 003 8 \\ 0.000 003 1 \\ 0.000 002 4 \end{bmatrix} \text{ rad}, \quad U_0 = 6 372 483.339 20 \text{ m},$$

$$\mathbf{R}_{\text{TOP}} = \begin{bmatrix} 0.265 701 081 93 & 0.855 941 858 15 & -0.443 583 668 02 \\ -0.439 831 672 92 & 0.517 072 079 57 & 0.734 291 879 31 \\ 0.857 875 885 28 & 0.000 000 000 00 & 0.513 856 950 38 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

对应的拟合残差如表 4 所示, 可见坐标分量拟合残差的绝对值均小于 3 mm, 符合测量预期。

表 4 局域网本地坐标至地心三维坐标转换的拟合残差

测点	X/m	Y/m	Z/m
A1	0.0005	-0.0025	-0.0008
A2	0.0016	0.0009	0.0005
A3	-0.0003	0.0002	-0.0010
A4	-0.0019	0.0014	0.0012

3.2 靶标交会测量

以 LCN 中 A1 至 A4 点的坐标为已知, 对天线上的合作靶标进行方向和斜距测量, 即通过交会测量确定靶标在 LCN 中的坐标。以垂直轴测量为例, 保持天线俯仰角不变, 逐次改变天线方位角, 并完成靶标的交会定位测量; 一只靶标的多个定位点在空间描绘出一圆(弧)形轨迹, 圆心即为垂直轴上某点; 由两只以上靶标的交会测量, 便可标定垂直轴在 LCN 中的位置和定向。类似地, 可完成对水平轴在 LCN 中的标定。通过对两个以上方位角处水平轴的测量, 可在 LCN 中标定水平轴所在平面, 进而结合垂直轴测量确定出天线参考点的 LCN 坐标。

2013 年 7 月 7、8 日对垂直轴共完成了 11 个方位处 4 只靶标的交会测量(v_20130707), 以及于 9 日、13 日完成了水平轴在方位 120°、150°、188° 处 4 只靶标多个俯仰角时的交会测量(h_20130713_120、h_20130709_150、h_20130713_188)。经平差获得了靶标在 LCN 中的本地坐标, 拟合残差具体如表 5 所示, 水平和垂直方向拟合的 *wrms* 绝对值小于 0.5 as, 对于 0.2 km 距离(LCN 尺度)以内目标的定位误差小于 0.5 mm, 斜距测量的拟合残差小于 0.1 mm。

表 5 靶标交会测量加权拟合残差

实验	水平/as	垂直/as	斜距/mm	定向数	方位角
v_20130707	0.40	0.18	-0.05	11	/
h_20130713_120	0.28	-0.15	0.00	8	120°
h_20130709_150	-0.30	-0.02	-0.04	10	150°
h_20130713_188	-0.19	0.27	-0.05	9	188°

在工程测量、零部件加工等工作中均存在对空间圆进行拟合的问题, 因而存在许多讨论^[11-14]。通常是将点位分别向坐标平面投影, 通过对投影轨迹的平面椭圆拟合反演出空间圆的参数。仿真验算表明, 采样点应尽量密集、且应均匀覆盖圆周; 否则, 较低的噪声水平亦可导致参数解的发散。在射电天线归心测量中, 由于受到天线设计结构和测量场地的限制, 采样数据点少且空间覆盖不理想, 尤其是在此处的水平轴测量时最多仅能覆盖 1/4 圆周, 因而通常的向坐标平面投影的拟合方法不能适用。为了获得靶标轨迹的圆心坐标, 此处采取了轨迹所在平面的法线方向和轨迹的圆心分别拟合的方法^[15], 即首先确定空间圆(弧)所在平面, 经坐标变换, 在此平面内对圆周进行二维拟合, 以期压缩测量噪声和空间采样点覆盖不均的不良影响, 提高参数解的稳定性和参数的拟合精度。具体算法见附录, 经坐标变换、二

维圆周拟合与坐标逆变换, 所得圆心的本地坐标 (x_c, y_c, z_c) 、形式误差 $\sigma_{(x_c, y_c, z_c)}$ 及圆面法线方向 $\mathbf{n}(n_x, n_y, n_z)$ 如表 6 所示。图 2 所示为对 v_20130707、h_20130709_150 两次观测实验的空间圆拟合情况。

表 6 空间圆心坐标与法线拟合

$(x_c, y_c, z_c)/\text{m}$			$\sigma_{(x_c, y_c, z_c)}/\text{mm}$			$\mathbf{n}(n_x, n_y, n_z)$		
v_20130707								
118.867 3	-27.889 6	55.839 2	0.03	0.03	0.00	0.000 06	0.000 12	-1.000 00
118.867 4	-27.889 0	45.182 3	0.03	0.03	0.00	0.000 01	0.000 09	-1.000 00
118.866 7	-27.888 4	21.680 2	0.02	0.03	0.00	0.000 02	0.000 05	-1.000 00
118.866 6	-27.888 6	4.842 4	0.02	0.02	0.00	0.000 01	0.000 02	-1.000 00
h_20130713_120								
113.016 4	-21.978 2	35.241 7	0.58	0.57	0.13	-0.703 35	0.710 85	0.000 05
115.969 2	-24.963 3	35.241 1	0.57	0.56	0.13	-0.703 39	0.710 81	0.000 04
121.991 0	-31.047 4	35.240 9	0.50	0.49	0.15	-0.703 34	0.710 85	-0.000 02
124.939 7	-34.025 3	35.240 1	0.40	0.40	0.11	-0.703 37	0.710 82	0.000 03
h_20130709_150								
117.323 8	-19.740 3	35.239 9	0.35	0.07	0.09	-0.185 50	0.982 65	-0.000 05
118.098 7	-23.842 2	35.239 3	0.49	0.09	0.09	-0.185 58	0.982 63	-0.000 08
119.692 1	-32.263 9	35.239 1	0.37	0.07	0.07	-0.185 65	0.982 62	-0.000 06
120.464 7	-36.369 9	35.239 8	0.39	0.07	0.12	-0.185 67	0.982 61	-0.000 09
h_20130713_188								
122.148 8	-20.246 3	35.240 6	0.83	0.36	0.31	0.395 54	0.918 45	-0.000 01
120.487 7	-24.106 2	35.241 2	0.60	0.26	0.20	0.395 60	0.918 42	-0.000 04
117.104 1	-31.961 7	35.240 5	0.52	0.23	0.19	0.395 50	0.918 47	-0.000 06
115.445 4	-35.815 6	35.241 4	0.56	0.24	0.21	0.395 58	0.918 43	-0.000 07

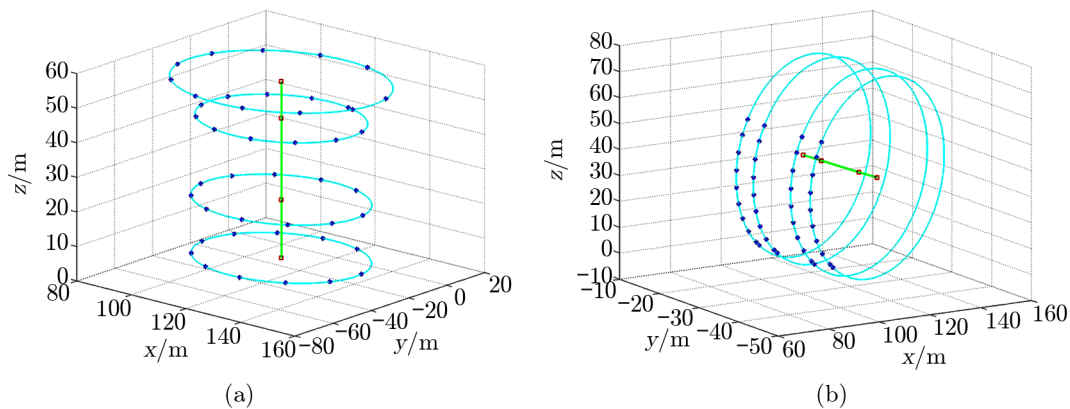


图 2 垂直和水平轴测量的空间圆拟合
(a) 图为 v_20130707; (b) 图为 h_20130709_150。

对靶标空间轨迹进行圆周拟合时的残差也是考察测量误差的重要指标,以 v_20130707 为例,表 7 给出了 wrt_p 、 wrt_c , 分别表示靶标迹点相对于空间圆所在平面的距离 (法线方向为正)、在圆所在平面内至拟合圆周的距离 (圆外为正)。从中可见,绝大部分点位拟合残差的量级均小于 1 mm, 表明测量实施和资料解析都是正常可靠的。

表 7 v_20130707 空间圆拟合残差 mm

1 号靶		2 号靶		3 号靶		4 号靶	
wrt_p	wrt_c	wrt_p	wrt_c	wrt_p	wrt_c	wrt_p	wrt_c
-0.8	0.2	-1.3	1.9	0.8	0.7	-1.0	0.7
-0.5	-0.6	1.2	0.3	1.2	-0.1	0.2	0.2
-0.4	1.2	0.3	1.1	0.9	0.0	-0.7	0.1
-0.7	0.4	-1.5	-0.1	-1.0	0.0	-0.3	-0.4
-0.5	-0.1	1.0	0.2	1.1	0.1	-0.2	-0.4
-1.8	-0.3	0.0	-0.8	0.6	-0.5	-0.5	-0.1
1.1	-0.3	0.4	-1.1	1.1	-0.2	0.2	0.9
-1.3	0.5	-0.3	2.4	0.2	0.9	-1.4	0.5
0.6	0.5	0.2	-1.2	0.8	-0.1	0.7	0.4
0.1	-0.5	0.1	-0.5	0.4	-0.5	-0.3	-0.2
-0.8	0.0	0.8	-0.5	0.2	-0.5	0.0	-0.8

为从表 6 数据点拟合得到空间直线 (垂直或水平轴) 的位置与定向, 直觉的方式仍然是向坐标平面进行投影并做平面直线拟合^[15]。但试算表明效果很差, 解的稳定性不高且精度低。为此仍然采用了坐标变换的方式, 具体见附录, 即以表 6 中 \mathbf{n} 的平均值作为临时坐标系的 z 轴, 坐标变换后各点位的 x 或 y 其理想值应彼此相等, 考虑到观测误差的影响, 取为各自的加权平均。经坐标逆变换得到了垂直轴上测量线段的端点在 LCN 中的本地坐标 \mathbf{v}_1 、 \mathbf{v}_2 为,

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = (118.866\ 07 & -27.890\ 86 & 55.839\ 17)^T \text{ m} \pm (0.03 & 0.03 & 0.00)^T \text{ mm} \\ \mathbf{v}_2 = (118.867\ 43 & -27.887\ 22 & 4.842\ 36)^T \text{ m} \pm (0.02 & 0.02 & 0.00)^T \text{ mm} \end{cases} \quad (3)$$

类似地, 以 h_20130709_150 为例所得水平轴测量线段的端点 LCN 坐标 \mathbf{h}_1 、 \mathbf{h}_2 为:

$$\begin{cases} \mathbf{h}_1 = (117.324\ 57 & -19.740\ 16 & 35.238\ 87)^T \text{ m} \pm (0.34 & 0.11 & 0.09)^T \text{ mm} \\ \mathbf{h}_2 = (120.465\ 55 & -36.369\ 75 & 35.240\ 04)^T \text{ m} \pm (0.37 & 0.12 & 0.12)^T \text{ mm} \end{cases} \quad (4)$$

由式 (3)、(4) 可得公垂线在垂直轴上的垂足 \mathbf{w} 及轴线偏差 (垂距) f , 具体算法见附录。

$$\begin{cases} \mathbf{w} = (118.866\ 62 & -27.889\ 39 & 35.239\ 44)^T \text{ m} \pm (0.02 & 0.02 & 0.00)^T \text{ mm} \\ f = (2.79 \pm 0.25) \text{ mm} \end{cases} \quad (5)$$

如上所述, 水平轴所在平面与垂直轴的交点即为天线参考点。附录给出了基本的算法,

所得参考点在 LCN 中的坐标为:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 118.8666 \\ -27.8894 \\ 35.2401 \end{bmatrix} \text{ m} \pm \begin{bmatrix} 0.03 \\ 0.03 \\ 0.00 \end{bmatrix} \text{ mm} .$$

由 (1)、(2) 式得参考点在 ITRF2008 框架下的地心 3D 坐标为:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2826708.6045 \\ 4679237.0542 \\ 3274667.5314 \end{bmatrix} \text{ m} \pm \begin{bmatrix} 0.42 \\ 0.45 \\ 0.43 \end{bmatrix} \text{ mm} .$$

对应的以 WGS84 为参考椭球的大地经纬度和高程 l 、 p 、 h 为:

$$\begin{bmatrix} l \\ p \\ h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{E}121^{\circ}08'09.121'' \\ \text{N}31^{\circ}05'31.031'' \\ 49.142 \text{ m} \end{bmatrix} .$$

本次测量的参考历元以 GPS 测量的中间历元为准, 为 2013 年 6 月 29 日 UTC0h。

由垂直轴与水平轴公垂线的长度确定的轴线偏差, 在方位 120° 、 150° 、 188° 共 3 个测量方向时的加权均值 \bar{f} 为:

$$\bar{f} = (2.95 \pm 3.26) \text{ mm} . \quad (6)$$

可见在 3 mm 水平上是不显著的, 表明该天线在设计、加工和施工建设等环节均达到了较高标准的要求。

4 结束语

对 LCN 光学和 GPS 测量资料的解析表明, 光学资料拟合残差在水平和垂直方向约 $1\sim 2$ as 量级、斜距约 0.01 mm, GPS 对 LCN 点位的测定误差约 0.5 mm, 光学至 GPS 点位坐标转换的拟合残差小于 3 mm(表 4), 获得了较好的拟合效果。

靶标交会测量的拟合残差在水平和垂直方向小于 0.5 as, 对于本次测量 LCN 尺度以内目标的定位误差小于 0.5 mm, 斜距测量的拟合残差小于 0.1 mm。对靶标轨迹进行空间圆拟合, 轨迹点相对于圆周所在平面的距离, 以及在圆平面内相对于圆周的距离, 绝大多数点位均小于 1 mm。所得上海天马 65 m 天线参考点在 ITRF2008 中的坐标形式误差小于 1 mm, 轴线偏差在约 3 mm 水平上不显著, 表明天线的设计、加工和施工建设均达到了很高的水平。

在测量资料解析中较多运用了坐标变换的方法, 压缩了测量噪声和资料点空间覆盖不理想等的影响, 提高了参数解的稳定性和拟合参数的精度。针对 LCN 各测点几乎在同一水平面内的局限, 分析设计了本地坐标至地心 3D 坐标转换拟合正常与否的鉴别方法, 确保了上

海天马 65 m 天线参考点地心 3D 坐标的精确测定,为后续天线指向模型的精确建立、天线指向精确引导、观测资料互相关中的条纹搜索及观测资料科学应用解析等,提供了高标准的台站坐标初值,也为监测地基沉降、轨道不规则变形等研究提供了历元资料记录。

最后需要提及,虽然在本次上海天马 65 m 射电天线归心测量的资料解析中,拟合残差与参数形式误差均在 1 mm 量级,但是由于尚缺少交叉检验与认证的手段,此处对天线参考点坐标的测定结果有待后续天文与大地测量观测予以检验。

致谢

感谢五冶集团上海有限公司付仁义教授、师景森高工,上海融测电子科技有限公司孙冬进总经理,在本次测量中他们给予了重要的技术、人员和仪器等方面的大力支持。

附录 A 数学基础

A1 基本约定

除非特别说明,在不引起混淆的情况下采用一些有关参考架、矢量和旋转矩阵的基本约定。具体为,以 x 、 y 、 z 分别表示第一、二、三坐标轴,构成右旋参考架 xyz 。以矢量 \mathbf{a} 为例, a 、 $\hat{\mathbf{a}}$ 分别表示其模和方向(矢量)。直角坐标为 $\mathbf{a} = [x, y, z]$,对应球坐标为 $\mathbf{a} = a[\cos \alpha \cos \delta, \sin \alpha \cos \delta, \sin \delta]$ 。 $\mathbf{R}_x(R_1)$ 表示绕 x 轴右旋 R_1 弧度的旋转矩阵,沿坐标轴向原点方向逆时针旋转为右旋、为正。

A2 坐标变换

对于右旋参考架 xyz 中的矢量 $\mathbf{a} = a[\cos \alpha \cos \delta, \sin \alpha \cos \delta, \sin \delta]$,以 $\hat{\mathbf{a}}$ 作为临时参考架的 z 轴,以 \mathbf{a} 在 xy 坐标平面中的投影方向作为临时参考架的 x 轴,则自 xyz 至临时右旋参考架的坐标变换矩阵 \mathbf{R} 和逆变换矩阵 \mathbf{R}' 为,

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= \mathbf{R}_z(0)\mathbf{R}_y(\pi/2 - \delta)\mathbf{R}_x(\alpha) \\ \mathbf{R}' &= \mathbf{R}^T = \mathbf{R}_z(-\alpha)\mathbf{R}_y(\delta - \pi/2)\mathbf{R}_z(0) \end{aligned} \quad (\text{a1})$$

A3 空间圆拟合

设 $\mathbf{r}_i, i = 1, 2, \dots, n$, 表示空间点位坐标,必须沿圆周顺序排列,否则需人为选取某方向为法线方向。经式 (a1) 坐标变换之后,所有点在临时参考架中的 z 分量应相等,实际可取其加权均值,记作 z_w 。对各点变换后在临时参考架中的 x 、 y 坐标记作 $(x_i, y_i), i = 1, 2, \dots, n$, 位于平面圆周上。设圆心坐标为 (x_w, y_w) , 半径为 r_w , 可通过最小二乘拟合予以求解,误差方程可取为:

$$2(x_w - x_i)dx_w + 2(y_w - y_i)dy_w - 2r_w dr_w = r_w^2 - (x_i - x_w)^2 - (y_i - y_w)^2 \quad (\text{a2})$$

对 $\mathbf{c} = (x_w, y_w, z_w)$ 经坐标逆变换可得 $\mathbf{c} = (x_c, y_c, z_c)$ 。

A4 空间直线拟合

设 3D 矢量 $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3$ 的始端位于参考架的原点,末端位于某空间直线上,则归一化

后的 $(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)$ 、 $(\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_2)$ 等均为空间直线的方向矢量。实测资料解析中可取加权平均并归一化作为方向矢量 $\mathbf{n} = (n_x, n_y, n_z)$ 。以 \mathbf{n} 作为临时参考架的 z 轴, 经坐标变换后各点的 x 或 y 应相等, 实际可取加权均值, 记作 (x_w, y_w) 。取各点坐标变换后的 z 分量最小、最大值, 记作 z_{w1} 、 z_{w2} , 则对 (x_w, y_w, z_{w1}) 、 (x_w, y_w, z_{w2}) 经坐标逆变换可得测量线段的端点坐标 $\mathbf{a}_1 = (x_1, y_1, z_1)$ 、 $\mathbf{a}_2 = (x_2, y_2, z_2)$ 。

A5 公垂线与垂足

设有矢量 \mathbf{AB} 、 \mathbf{CD} , 端点坐标为 $A(x_a, y_a, z_a)$ 、 $B(x_b, y_b, z_b)$ 与 $C(x_c, y_c, z_c)$ 、 $D(x_d, y_d, z_d)$, 公垂线在 \mathbf{AB} 上的垂足为 $M(x_m, y_m, z_m)$, 在 \mathbf{CD} 上的垂足为 $N(x_n, y_n, z_n)$, 且 $AM = p\mathbf{AB}$ 以及 $CN = q\mathbf{CD}$ 。则有,

$$\begin{cases} x_m = p(x_b - x_a) + x_a \\ y_m = p(y_b - y_a) + y_a \\ z_m = p(z_b - z_a) + z_a \end{cases}, \begin{cases} x_n = q(x_d - x_c) + x_c \\ y_n = q(y_d - y_c) + y_c \\ z_n = q(z_d - z_c) + z_c \end{cases} \quad (\text{a3})$$

由 $\mathbf{MN} \times \mathbf{AB} = 0$ 以及 $\mathbf{MN} \times \mathbf{CD} = 0$, 可得

$$\begin{cases} q = (ab - ce)/(cd - aa) \\ p = (bd - ae)/(cd - aa) \end{cases}, \quad (\text{a4})$$

其中, $a = \mathbf{CD} \cdot \mathbf{AB}$ 、 $b = \mathbf{AC} \cdot \mathbf{AB}$ 、 $c = \mathbf{AB} \cdot \mathbf{AB}$ 、 $d = \mathbf{CD} \cdot \mathbf{CD}$ 、 $e = \mathbf{AC} \cdot \mathbf{CD}$, “ \cdot ” 表示矢量标积。将 (a4) 代入 (a3) 易得垂足坐标及公垂线长度。

A6 空间直线与平面的交点

具体化为“水平轴所在平面与垂直轴的交点”, 求解步骤为:

- (1) 水平轴两两叉乘, 取加权平均并归一化得法线方向;
- (2) 坐标变换至以法线方向为 z 轴的临时参考架, 取水平轴端点坐标 z 分量的加权均值为交点坐标的 z 分量, 记作 z_w ;
- (3) 垂直轴在临时参考架中与 z_w 对应的 x 、 y 分量即为交点的平面坐标, 记作 (x_w, y_w) ;
- (4) 对 (x_w, y_w, z_w) 经坐标逆变换得交点坐标。

参考文献:

- [1] Altamimi Z, Collilieux X, Métivier L. J Geod, 2011, 85: 457
- [2] Dawson J, Sarti P, Johnston G, et al. J Geodesy, 2007, 81: 433
- [3] Sarti P, Sillard P, Vittuari L. J Geodesy, 2004, 78: 210
- [4] Sarti P, Abbondanza C, Petrov L, et al. J Geodesy, 2011, 85: 1
- [5] Sovers O J, Fanselow J L. Rev. Mod. Phys., 1998, 70: 1393
- [6] Losler M. J Appl Geodesy, 2008, 2: 233
- [7] Losler M. J Surv Eng, 2009, 135: 131
- [8] Li Jinling, Zhang Jinwei, Guo Li. Sci China-Phy Mech Astron, 2013, DOI: 10.1007/s11433-013-5171-9

- [9] 李金岭, 乔书波, 刘鹏等. 武汉大学学报信息科学版, 2010, 35: 1387
 [10] 李金岭, 刘鹏, 乔书波等. 测绘科学, 2010, 35: 76
 [11] 任蕾, 杨忠根. 上海海事大学学报, 2006, 27: 90
 [12] 吴介儒, 石仲堃, 林钧等. 数学杂志, 1998, 18: 78
 [13] 周富强, 张广军, 江洁. 仪器仪表学报, 2004, 25: 604
 [14] 潘国荣, 陈晓龙. 大地测量与地球动力学, 2008, 28: 92
 [15] 李金岭, 乔书波, 刘鹏. 测绘科学, 2010, 35: 69

Local Survey of Shanghai Tianma 65-m Radio Telescope

LI Jin-ling¹, XIONG Fu-wen², YU Cheng-lei³,
 ZHANG Jin-wei^{1,4}, GUO Li¹, FAN Qing-yuan¹

(1. Shanghai Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200030, China; 2. Shanghai Institute of Geological Survey, Shanghai 200072, China; 3. Shanghai Technical Center of Leica Geosystems, Shanghai 201203, China; 4. University of the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: A geodetic local survey was implemented at the newly constructed Shanghai Tianma 65-m radio telescope. The geocentric three-dimensional coordinates of the reference point of this telescope in the precision of millimeters (formal error) were determined, and the axis-offset was shown not significant on the precision level of 3 mm. Specifically, the coordinates of the reference point in ITRF2008 are as follows,

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2\,826\,708.604\,5 \\ 4\,679\,237.054\,2 \\ 3\,274\,667.531\,4 \end{bmatrix} \text{ m} \pm \begin{bmatrix} 0.42 \\ 0.45 \\ 0.43 \end{bmatrix} \text{ mm} .$$

The reference epoch is taken as UTC 0h, 29 June 2013. The axis-offset \bar{f} is determined as the following, $\bar{f} = (2.95 \pm 3.26)$ mm.

The outcome provides important reference to the subsequent activities of antenna maintenance and scientific application, including the establishment of precise antenna orientation model, orientation guidance, fringe searching in data cross-correlation, analysis and application studies of VLBI observations. It is also important archive data for monitoring possible subsidence and lateral displacement of antenna foundation as well as deformation of antenna tracking-rail and structure.

Key words: VLBI; GPS; reference point; axis-offset; local survey