

doi: 10.3969/j.issn.1000-8349.2016.03.01

相对论性天文参考系研究进展

韩文标¹, 程 然^{1,2}, 王 在^{1,3}, 付万明^{1,3}

(1. 中国科学院 上海天文台, 上海 200030; 2. 中国科学院大学, 北京 100049; 3. 上海大学 物理系, 上海 200444)

摘要: 国际天文联合会 (IAU) 在 2000 年的决议上以两个互相等价的相对论 N 体多参考系理论——Brumberg-Kopeikin 体系和 Damour-Soffel-Xu 体系为基础, 构造了严格且自洽的一阶后牛顿 (1PN) 的局部参考系和全局参考系, 并给出了相应的坐标变换规则。回顾了 IAU2000 决议关于参考系理论的核心内容, 并指出该参考系理论的主要优点和理论不足。结合决议发表前后国际上对相对论参考系理论的一系列扩展研究, 详细总结了在二阶后牛顿推广、参数后牛顿化以及太阳系非孤立引力系统等方面对参考系理论的研究进展, 并讨论了未来的理论研究发展以及对实际天体测量的影响。

关键词: 天文参考系; 广义相对论; 标准宇宙学模型

中图分类号: P129, P132

文献标识码: A

1 引 言

在爱因斯坦提出相对论之前, 牛顿力学及其时空观是包括天文学在内的很多自然科学的指导思想。空间是平直的, 时间在宇宙各处均匀流逝。牛顿力学中“优越的”坐标系为惯性系, 惯性系之间的坐标变换遵守简单的伽利略变换规则。即使在爱因斯坦发表广义相对论之后很多年, 牛顿力学及其时空观仍然占据天文学的统治地位。一方面是因为传统科学知识传承的巨大惯性, 人们需要花相当长的时间才能把原有的大量以牛顿力学为框架的天文学概念转变到四维弯曲时空这一框架下; 最重要的一方面是, 广义相对论的效应一般很小, 超出了当时天体测量的精度, 因此可以继续使用牛顿力学及其时空观作为天文学和天体测量的理论基础。

这种状况一直持续到 20 世纪六七十年代。20 世纪 60 年代以前, 天体测量主要是地面方位观测, 精度低于 $0.01''$, 观测资料处理的理论框架是牛顿力学和牛顿光学。随着观测手段和

收稿日期: 2016-01-04; 修回日期: 2016-04-05

资助项目: 国家自然科学基金 (11273045)

通讯作者: 韩文标, wbhan@shao.ac.cn

观测精度的快速发展,特别是近 30 年来,天体测量技术达到或者即将达到的精度为^[1, 2]:激光测卫、测月为毫米级^[3-6],毫秒脉冲星为 50 ~ 100 ns^[7],原子钟频率比对为 10^{-16} ^[8], VLBI 时延精度为皮秒级^[9], Gaia 计划最高可好于 10 微角秒^[10]。

在这样高精度天体测量的精度水平下,继续使用牛顿的时空观以及牛顿框架下的光传播理论已经满足不了天体测量数据归算的要求,甚至原有的一些基本概念也必须在相对论的理论框架下重新定义或者解释。特别是天体测量学中至关重要的天文参考系,在牛顿力学框架,时空平直,时间处处均匀,不同惯性系之间的坐标变换是简单的伽利略变换。在牛顿力学中,时空的几何性质和引力系统中的天体及其运动无关,因此并不需要对参考系本身做具体的研究,只需明确参考系的性质(如是否惯性系)以及计算所用的坐标即可。但在广义相对论框架下,时空的几何性质是由引力系统决定的,或者说引力的几何化使得天体测量所处的时空背景是弯曲的,这种情况下简单如距离测量、方位测量以及光的传播路径等都取决于四维时空的度规张量。而由于时间和空间的相对性,使得研究人员须仔细考虑不同参考系之间的坐标变换规律。从这个意义上来说,相对论框架下的参考系理论,就是要给出多体引力系统中,事先确定的坐标系下的度规张量以及坐标变换。

基于此,2000 年在曼彻斯特召开的第 24 届 IAU 大会上,通过了关于天文参考系方面的一系列决议(后文简称 IAU2000 决议)。决议采用了两个等价的一阶后牛顿(1PN)多体理论:Brumberg-Kopeikin 理论^[11-13]以及 Damour-Soffel-Xu 体系^[14-17],给出太阳系内 1PN 的相对论天文参考系。IAU2000 决议定义了两种参考系:地心天球参考系(GCRS)和质心天球参考系(BCRS)。前者是一种局部参考系,它以地球质心为坐标原点,适用范围局限于地球及其邻近区域;后者则是一种全局参考系(理论上),以太阳系质心为原点,可以适用于整个太阳系区域。

自决议诞生的 10 多年里,不少研究人员对其进行修改,以便适应天体力学和天体测量学观测技术的发展和理论需要。这些修改主要集中在将 IAU2000 的参考系理论从纯粹的广义相对论理论推广到参数后牛顿框架,以便包含多种不同的引力理论,以及尝试将其从一阶后牛顿拓展到二阶后牛顿近似,以便实现亚微角秒的天体测量学。将太阳系看做宇宙中唯一的引力系统是 IAU2000 决议一个很主要的理论缺陷,一些学者尝试将宇宙学效应结合到天文参考系中,还有人试图将参考系的概念推广到银河系中心甚至宇宙学尺度,建立更多层次的参考架体系。本综述详细回顾了 IAU2000 决议诞生前后,特别是发表后 15 年来的相对论性参考系理论研究进展,以便为实际的天体测量工作中如何合理使用参考架提供有益的参考。

本文结构如下:第 2 章分几个方面详细介绍相对论性天文参考系(PPN 框架)的有关研究进展;第 3 章对二阶后牛顿的天文参考系的研究做了回顾;第 4 章讨论了等级式参考系;最后我们对未来研究工作进行讨论和展望。

2 相对论性天文参考系

从本章开始,我们讨论 IAU 决议所采用的相对论参考系决议的主要不足和理论缺陷,以

及相关学者所做的扩展研究工作。其中相对论性参考系 (PPN 形式) 已经应用到实际工作 (如 Gaia 天体测量卫星的数据处理模型) 中, 二阶后牛顿 (2PN) 的多参考系理论以及更大尺度的参考系框架目前都还在发展中。

IAU2000 关于时空参考系决议的理论基础是爱因斯坦广义相对论在低速弱场近似下的一阶后牛顿引力多体理论, 并假设该多体系统为孤立系统, 时空渐近平坦。这样的多体理论国际上有两个等价的理论体系: Brumberg-Kopeikin 体系^[11-13] 和 Damour-Soffel-Xu 体系^[14-17]。在这样的理论体系下, 对太阳系需建立 $N + 1$ 个参考系 (N 为天体数量)。其中一个覆盖整个太阳系的全局参考系 (BCRS), 另外 N 个是建立在每个天体质心并只能覆盖该天体附近区域的局部系 (如地球的局部系 GCRS)。两类参考系在天文实现上都定义为运动学非旋转的, 即其坐标轴指向遥远的射电源。对全局系来说, 运动学非旋转和动力学非旋转理论上没有区别, 因为太阳系已经被假设成孤立系统。而局部系的运动学非旋转则和动力学非旋转有区别, GCRS 不是严格的惯性系。关于 IAU2000 决议给出的天文参考系, 我们已经在之前的一篇综述里有详细讨论^[18], 更详细的 IAU2000 关于参考系的决议解读可参考文献 [19], 相关的理论背景知识可参考文献 [20]。

IAU 给出的参考系是基于广义相对论的。尽管至今为止, 广义相对论没有违反所有已知的引力实验, 但包含多种引力理论的参考系无论从理论研究还是实际应用上都是有益的, 比如在太阳系范围内检验引力理论就需要这样的参考系。参数化后牛顿 (PPN) 形式是一个涵盖一阶后牛顿近似下多种供选择的引力理论的唯一学方案, 该形式所包含的参数在不同的引力理论当中取为特定的值。PPN 形式的思想是利用不同引力理论中出现的各种引力势并适当引入一系列参数作为这些势的因子。PPN 形式早期由 Nordtvedt 在 Eddington、Robertson 和 Schiff 的工作基础上提出^[21], Will 将其推广至理想流体^[22], 现在大家熟知的一般形式则是由 Will 和 Nordtvedt 给出。本文只讨论在相对论参考系中加入最重要的两个 PPN 参数 β, γ 的情况。在爱因斯坦的引力理论中, 两者都等于 1。下面我们分几个部分详细讨论相对论性天文参考系理论。

2.1 PPN 形式的全局参考系

质心参考系下, 用全局系的势函数 w, w^i , 以及参数 β 和 γ 所得到 PPN 形式化后度规张量的最简形式, 在一阶后牛顿近似下写为 (分量形式, 下同)^[23]:

$$\begin{cases} g_{00} = -1 + \frac{2w}{c^2} - \frac{2\beta w^2}{c^4} + O(5) \\ g_{0i} = -\frac{2(1+\gamma)}{c^3} w^i + O(5) \\ g_{ij} = \delta_{ij} \left(1 + \frac{2\gamma w}{c^2} \right) + O(4) \end{cases} \quad (1)$$

依照经典的 PPN 框架, 我们可以假定度规势 w 和 w^i 满足采用类似谐和规范的场方程:

$$\begin{cases} \left(-\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \nabla^2 \right) w = -4\pi G\sigma + O(4) \\ \nabla^2 w^i = -4\pi G\sigma^i + O(2) \end{cases} \quad (2)$$

这里引力质量密度 σ 和质量流密度 σ^i 与能动张量 $T^{\mu\nu}$ 的关系分别为:

$$\sigma = \frac{1}{c^2} \left(T^{00} + \gamma T^{ii} + \frac{1}{c^2} T^{00} (3\gamma - 2\beta - 1) w \right) + O(4), \quad \sigma^i = \frac{1}{c} T^{0i} + O(2). \quad (3)$$

与广义相对论下的形式相比, 引力质量密度在 PPN 形式下多出了一项 $\frac{1}{c^4} T^{00} (3\gamma - 2\beta - 1) w$ 。相应地, 标量和矢量势的解可以表达为:

$$\begin{cases} w(t, \mathbf{x}) = G \int d^3x' \frac{\sigma(t, \mathbf{x}')}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|} + \frac{G}{2c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int d^3x' \frac{\sigma(t, \mathbf{x}')}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|} + O(4) \\ w^i(t, \mathbf{x}) = G \int d^3x' \frac{\sigma^i(t, \mathbf{x}')}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|} + O(2) \end{cases}. \quad (4)$$

不难发现, w, w^i 依旧可线性叠加, 而且不依赖于能动张量 $T^{\mu\nu}$ 的具体形式。很明显, 当且仅当 $\beta = \gamma = 1$, 式 (2) 回到爱因斯坦场方程给出的结果。依照不同的规范, 可以将式 (1) 改写为不同形式的 PPN 度规^[24, 25]。

2.2 PPN 形式的局部参考系

式 (4) 中的势 w^μ 是定义在整个 3 维空间的体积分, 将积分空间分为用于构建局部参考系的被考察天体附近的区域和其他的部分, 我们就将 w 和 w^i 分为由被考察天体引力势组成的自势和由其他天体引力势组成的外势:

$$\begin{cases} w(t, \mathbf{x}) = w_E(t, \mathbf{x}) + w_{\text{ext}}(t, \mathbf{x}) \\ w^i(t, \mathbf{x}) = w_E^i(t, \mathbf{x}) + w_{\text{ext}}^i(t, \mathbf{x}) \end{cases}. \quad (5)$$

广义相对论要求我们在局部参考系的构建过程中满足以下两条假定: (1) 外部天体的引力势表现为潮汐势的形式, 量级为 $O(\mathbf{X}^2)$; (2) 当外界的潮汐项影响可以忽略时, 天体的自引力场与一个相应的孤立源的引力场相一致。而在涵盖可能违背强等效原理的引力理论的 PPN 形式下, 两者通常无法同时满足。

假定在局部参考系 $X^\mu = (cT, X^a)$ 中的度规张量 $G_{\mu\nu}(cT, X^a)$ 与全局参考系中的度规具有相同的形式:

$$\begin{cases} G_{00} = -1 + \frac{2W}{c^2} - \frac{2\beta W^2}{c^4} + O(5) \\ G_{0a} = -\frac{2(1+\gamma)}{c^3} W^a + O(5) \\ G_{ab} = \delta_{ab} \left(1 + \frac{2\gamma W}{c^2} \right) + O(4) \end{cases}. \quad (6)$$

并且, 局部的引力势 W 和 W^a 可以表示为:

$$\begin{cases} W(T, \mathbf{X}) = W_E(T, \mathbf{X}) + Q_a(T) X^a + W_T(T, \mathbf{X}) + \frac{1}{c^2} \Psi(T, \mathbf{X}) \\ W^a(T, \mathbf{X}) = W_E^a(T, \mathbf{X}) - \frac{1}{4} c^2 \epsilon_{abc} \Omega_{\text{iner}}^b(T) X^c + W_T^a(T, \mathbf{X}) \end{cases}. \quad (7)$$

这里局部参考系下的自势由 W_E 、 W_E^i 和 Ψ 组成, W_E 和 W_E^a 是与 w_E 和 w_E^a 同类的定义在天体附近区域的积分, 只是坐标变量采用 (T, \mathbf{X}) ; W_T 和 W_T^a 是外势中的潮汐部分, 量级为 $O(\mathbf{X}^2)$; $Q_a(T)$ 和 $\Omega_{\text{iner}}^b(T)$ 描绘了局部参考系原点的世界线以及局部参考系相对于质心参考系的空间指向。与 IAU2000 决议相比, 式 (7) 多了一项 $\frac{1}{c^2}\Psi$, 函数 Ψ 可以表示为^[23]:

$$\begin{cases} \Psi = -\eta(w_E(t, \mathbf{x})(w_{\text{ext}}(t, \mathbf{x}_E(t)) + \ddot{x}_E^k r_E^k) - \chi_{,k}^E \ddot{x}_E^k(t)) + O(2) \\ \chi_E(t, \mathbf{x}) = \frac{1}{2}G \int_V \sigma(t, \mathbf{x}') |\mathbf{x} - \mathbf{x}'| dx'^3 + O(2) \end{cases}, \quad (8)$$

其中 $\eta = 4\beta - \gamma - 3$ 是 Nordtvedt 参数, Ψ 即反映了与假定 (2) 间的冲突。

2.3 坐标变换

根据 BK 体系和 DSX 体系的相关结论, 我们可以得到全局参考系与局部参考系间的坐标变换关系:

$$\begin{cases} T = t - \frac{1}{c^2}[A(t) + v_E^i r_E^i] + \frac{1}{c^4}[B(t) + B^i(t)r_E^i + B^{ij}(t)r_E^i r_E^j + C(t, \mathbf{x})] + O(5) \\ X^a = R_j^a \left[r_E^j + \frac{1}{c^2} \left(\frac{1}{2}v_E^j v_E^k r_E^k + D^{jk} r_E^k + D^{jkl} r_E^k r_E^l \right) \right] + O(4) \end{cases}, \quad (9)$$

其中 $r_E^i = x^i - x_E^i$, x_E^i 、 v_E^i 和 a_E^i 分别为地心在 BCRS 中的坐标、速度和加速度。坐标变换中的函数 $A(t)$ 、 $B(t)$ 、 $B^i(t)$ 、 $B^{ij}(t)$ 、 $D^{ij}(t)$ 、 $D^{ijk}(t)$ 、 $R_j^a(t)$ (一个旋转正交矩阵) 和 $C(t, \mathbf{x}) \sim O(r_E^3)$, 甚至是局部参考系中的 W_T 、 W_T^i 、 C_i 、 Q_i 和 Ψ 都可以通过全局参考系和局部参考系度规间的匹配关系

$$g_{\alpha\lambda}(t, \mathbf{x}) = \frac{\partial X^\mu}{\partial x^\alpha} \frac{\partial X^\nu}{\partial x^\lambda} G_{\mu\nu}(T, \mathbf{X}) \quad (10)$$

来约束或是得出其含有 PPN 参数的解^[25]。下面给出坐标变换中各函数的表达式:

$$\begin{cases} \dot{A}(t) = \frac{1}{2}v_E^2 + w_{\text{ext}}(\mathbf{x}_E) \\ \dot{B}(t) = -\frac{1}{8}v_E^4 + 2(\gamma + 1)v_E^i w_{\text{ext}}^i(\mathbf{x}_E) - \left(\gamma + \frac{1}{2}\right)v_E^2 w_{\text{ext}}(\mathbf{x}_E) + \left(\beta - \frac{1}{2}\right)w_{\text{ext}}^2(\mathbf{x}_E) \\ B^i(t) = -\frac{1}{2}v_E^2 v_E^i + 2(1 + \gamma)w_{\text{ext}}^i(t, \mathbf{x}_E) - (2\gamma + 1)v_E^i w_{\text{ext}}(\mathbf{x}_E) \\ B^{ij}(t) = -v_E^i R_j^a Q^a + (1 + \gamma)w_{\text{ext}}^{(i,j)}(\mathbf{x}_E) - \gamma v_E^i w_{\text{ext}}^{(j)}(\mathbf{x}_E) + \frac{1}{2}\delta^{ij}\gamma \dot{w}_{\text{ext}}(\mathbf{x}_E) \\ C(t, \mathbf{x}) = \frac{1}{10}(\gamma - 2)r_E^2(\dot{a}_E^i r_E^i) \\ D^{ij}(t) = \delta^{ij}\gamma w_{\text{ext}}(\mathbf{x}_E) \\ D^{ijk}(t) = \frac{1}{2}\gamma(\delta^{ij}a_E^k + \delta^{ik}a_E^j - \delta^{jk}a_E^i) \end{cases}. \quad (11)$$

旋转矩阵 R_i^a 满足关系式:

$$c^2 R_i^a \dot{R}_j^a = \frac{1}{2} c^2 (1 + \gamma) \epsilon_{ijk} R_k^a \Omega_{\text{iner}}^a + (1 + 2\gamma) v_E^{[i} w_{\text{ext}, j]}(\mathbf{x}_E) - 2(1 + \gamma) w_{\text{ext}}^{[i, j]}(\mathbf{x}_E) + v_E^{[i} R_{j]}^a Q_a + O(2) \quad (12)$$

最后给出自势中 W_E 和 W_E^a 的计算结果:

$$\begin{cases} W_E(T, \mathbf{X}) = w_E(t, \mathbf{x}) \left(1 + \frac{v_E^2}{c^2} (\gamma + 1) \right) - \frac{2(\gamma + 1)}{c^2} w_E^i(t, \mathbf{x}) v_E^i + \\ \quad \frac{1}{c^2} (2\beta - \gamma - 1) w_E(t, \mathbf{x}) (w_{\text{ext}}(\mathbf{x}_E) + a_E^i r_E^i) - \\ \quad \frac{1}{c^2} (4\beta - \gamma - 3) \chi_{,i}^E a_E^i + O(4) \\ W_E^a(T, \mathbf{X}) = R_i^a (w_E^i(t, \mathbf{x}) - v_E^i w_E(t, \mathbf{x})) + O(2) \end{cases} \quad (13)$$

2.4 其他形式的 PPN 多参考系理论

以上几小节的讨论主要围绕 Klioner 和 Soffel 在 2000 年提出的 PPN 形式相对论多参考系理论 (以下简称 KS2000) 进行。相对应地, Kopeikin 和 Vlasov 于 2004 年提出方法上存在本质差异的 PPN 多参考系理论^[26] (以下简称 KV2004), 接下来我们将结合 KS2000 对 KV2004 做一些简单描述。

在建立局部参考系的过程中, KS2000 采用了不假定 PPN 度规在局部坐标系下必须是某一特定引力理论中场方程解的唯一方法, 使得 KS2000 尽可能一般化, 并假定在局部系下度规张量的结构满足之前提到的 (1) 和 (2) 两条性质来实现这一目的。这就引出了匹配方程在选择上的问题, 因为与广义相对论一致, KS2000 仅考虑了度规张量需满足的匹配方程, 而在供选择的其他引力理论当中, 贡献于引力场的其他场理应涵盖标量场、矢量场和张量场; 另外唯象学方法在对于构建参数化度规的自由度的约束上可以有不同途径, 将导致对局部参考系中相对论效应的解释构成歧义。因此 KV2004 采用了一类较普遍的标量-张量引力理论, 这类理论是基于用以表示引力场的度规张量 $g_{\alpha\beta}$, 以及标量场 ϕ (通过一任意的耦合函数 $\theta(\phi)$ 与度规张量相耦合) 这两者建立的, 并体现在场方程的构建、规范条件和边界条件的给出以及匹配方程的使用等方面上; 而标量场 ϕ 的存在将引起引力常数 G 依赖于场 ϕ 之背景值 ϕ_0 而变化。此外, KV2004 由于采用了特定的引力理论, 使得其中的场方程得以明确, 并且使得在局部坐标系下进入 PPN 度规张量的函数个数与匹配方程个数完全等同, 以消除局部参考系下 PPN 度规张量构建过程中的任何矛盾与分歧; 而在构建 N 体系统的参数化多参考系理论中, KV2004 还利用存在于 Nutku 规范条件^[27, 28] 约束下类谐和坐标系中的残余规范自由度, 以剔除非物理自由度, 并找出局部坐标与全局坐标间空时坐标转换的最通用结构。

3 多参考系理论的 2PN 推广

随着天文观测技术的不断发展, 测量精度也在不断提高, 已经在轨运行的 Gaia, 计划以十几微角秒的量级测量天体的位置和视差^[29]。欧洲航天局的近地天体测量望远镜 (NEAT) 计划, 它们的测量精度量级可能达到 50 纳角秒^[30]。尽管 Gaia 和 NEAT 都不会观测太阳附近的恒星, 但代表了未来观测精度的发展方向。其余的空间探测任务例如 ASTROD^[31], SAGAS^[32] 都计划精确测量太阳系中两点间的距离以获得太阳系中的引力信息, 或者是天体周围的引力场的情形。LATOR^[33] 则计划以 0.02 微角秒的精度测量太阳附近光线的弯曲程度。要想达到这些计划所要求的精度, 光线传播的计算精度就需要达到很高的量级。而此时, 2PN 效应对光线传播中的影响就不可以忽略。所以这迫使我们给出 2PN 下的 N 个任意形状, 任意组成, 可变形且旋转的相互作用的引力体系的度规张量。也就是说要把 IAU2000 定义的 1PN 多参考系理论推广到 2PN 精度。就目前而言, 参考系理论的 2PN 推广, 主要针对的是光线传播。下面我们分别叙述广义相对论和 PPN 框架下的 2PN 参考系理论。

3.1 广义相对论框架

在广义相对论框架下, 全局和局部参考系的度规张量的形式为^[34, 35]:

$$\begin{cases} g_{00} = -\exp\left(-\frac{2w}{c^2}\right) + O(6) \\ g_{0i} = -\frac{4w_i}{c^3} + O(5) \\ g_{ij} = \delta_{ij} \exp\left(\frac{2w}{c^2}\right) + \frac{4q_{ij}}{c^4} + O(6) \end{cases}, \quad (14)$$

以及

$$\begin{cases} G_{00} = -\exp\left(-\frac{2W}{c^2}\right) + O(6) \\ G_{0a} = -\frac{4W_a}{c^3} + O(5) \\ G_{ab} = \delta_{ab} \exp\left(\frac{2W}{c^2}\right) + \frac{4Q_{ab}}{c^4} + O(6) \end{cases}, \quad (15)$$

其中 w, w_i, q_{ij} 分别为全局坐标系中的标量势、矢量势和张量函数。 W, W_i, Q_{ab} 为局部系中的标量势、矢量势和张量函数。局部坐标系和全局坐标系之间的变换也与 DSX 体系的形式一致, 只是在空间部分需要加上 2PN 的一些修正量。

度规采用上述分解方法的好处是可以将场方程线性化, 在谐和规范下, 局部系中相应场方程可以简化为如下形式:

$$\begin{cases} \Delta W - \frac{1}{c^2} W_{,TT} = -4\pi G \Sigma + O(4) \\ \Delta W_a = -4\pi G \Sigma^a + O(2) \\ \Delta Q_{ab} = -4\pi G \Sigma_{ab} - \partial_a W \partial_b W + O(2) \end{cases}. \quad (16)$$

而标量势和矢量势可以独立求解,不需要用到张量 Q_{ab} 的具体表达式。也就是说可以先将标量势和矢量势单独求解出来,再得到相应的张量 Q_{ab} 。具体的求解方法类似于 DSX 形式,就是将这三种量分别分为内部的 $\overset{+}{W}, \overset{+}{W}_a, \overset{+}{Q}_{ab}$ 和外部的 $\bar{W}, \bar{W}_a, \bar{Q}_{ab}$, 分别进行求解。对所有的 $\overset{+}{W}, \overset{+}{W}_a$ 都可以在 DSX 体系中用 Blanchet-Damour 多极矩^[36] 的方法显式地表达出来。而后可以使用 $\overset{+}{W}, \overset{+}{W}_a$ 来给出 $\overset{+}{Q}_{ab}$ 的表达式:

$$\overset{+}{Q}_{ab}^A = G \int_A [\Sigma_{(A)}^{ab} / |X - X'|] d^3 X' + \frac{1}{4\pi} \int_{\infty} \left[\left(\overset{+}{W}_{,a}^A \overset{+}{W}_{,b}^A + 2\overset{+}{W}_{,(a}^A \bar{W}_{,b)}^A \right) / |X - X'| \right] d^3 X'. \quad (17)$$

全局系中的 q_{ij}^+ 则表示为:

$$q_{ij}^+ = Q_{ij}^A + \overset{+}{W} (v_i v_j - \delta_{ij} v^2) + 2v_{(i} \overset{+}{W}_{j)} - 2\delta_{ij} v_k \overset{+}{W}_k - 2\Delta^{-1} (a_{(i} \partial_{j)} \overset{+}{W}), \quad (18)$$

其中 v_i, a_i 分别为物体 A 在全局系中的速度和加速度。至于 $\bar{Q}_{ab}, \bar{q}_{ij}$ 以及局部坐标和全局坐标变换中的 2PN 修正量,则可以通过度规匹配技术来求解。

可以看出, $\overset{+}{Q}_{ab}^A$ 没有一个显式的解析解(类似于 Blanchet-Damour 多极矩的形式),一般只能通过数值方法进行求解。Minazzoli 等人在 2009 年给出一种求解全局坐标系中 2PN 度规的方法^[37]。与前面相似的是 w, w_i 都可以通过多极距的方法给出,完全独立于 q_{ij} 。并且在谐和规范下,他们给出了 q_{ij} 的一般表达式。但是他们的计算完全是在全局系中进行,并未涉及到局部参考系,也没有给出局部系的度规。

总体说来,目前的 2PN 相对论参考系理论仅仅是在全局系中比较完善,他们多应用于计算光线在引力场中的传播。而在处理多重坐标系,以及在多重坐标系中给出相应的度规张量时,仍然遇到一些困难。

3.2 带 PPN 参数的情形

上述的 2PN 参考系理论是在广义相对论框架下进行的,对于带有 PPN 参数的 2PN 光传播度规,近些年来也有一些讨论。2011 年,Minazzoli 和 Chauvineau^[38] 将其 2009 年的广义相对论框架下的 2PN 理论推广到标量张量理论框架。在该理论中,他们假设物理系统是等级式系统,也就是参数:

$$\mu = \frac{1}{M_S} \sum_{A \neq S} M_A$$

远远小于 1。当要求光线传播的精度在毫米级时,太阳系可以被看作这样的系统。基于这样的假设以及对大行星多极距的考虑,他们给出了度规张量的显式表达式,而后解算了太阳系内部的光线传播方程,其中他们假设在二阶后牛顿量级上 $\gamma = \beta = 1$ (但 1PN 部分 γ 是自由参数);同时,该光线传播方程只含有 γ 参数,不含 β 参数。

2012 年 Deng 和 Xie^[39] 推广了 Minazzoli 和 Chauvineau 的理论,他们在对 2PN 度规的求解过程中摒弃了 Minazzoli 和 Chauvineau (2011) 的所有假设,给出了带 PPN 参数的 N 个点粒子系统的 2PN 光传播度规(即全局系度规)的显式表达式,读者可参考文献 [39] 中的式 (47)–(49)。Deng 和 Xie 还给出了光线在该 N 个点粒子系统中的传播方程。在研究光线传播

问题时, Deng 和 Xie 首先将影响光线传播的因素分为三类, 分别是 1PN 效应, 2PN 效应和粒子轨道运动的效应。特别地, 他们分别计算了在单个粒子和两个粒子情形时光线的偏折角度: 在单个粒子的情形中, 度规场是静态球对称的, 偏折角的 1PN 和 2PN 效应大约为 1.75 as 和 3.5 μ as, 由此发现 2PN 效应的量级大于未来一些深空探测计划所需要的 1 nas 的量级; 在两粒子情形中, Deng 和 Xie 考虑了当光线穿过该系统的时间远远小于轨道运动的时间时, 两粒子系统对光线偏折的影响, 可以发现光线方程中仍然只含有 γ 项, 并且在太阳系中两粒子引力系统 (太阳和木星) 的 2PN 效应大约比实验所要求的 1 nas 精度小一个数量级。

4 等级式天文参考系

IAU2000 决议中的参考系只有两层: 一层是建立在太阳系质心并覆盖整个太阳系的 BCRS, 另一层是建立在大行星质心并覆盖大行星引力区域的局部参考系 (如 GCRS)。多层参考系一方面是要突破太阳系尺度, 建立银河系乃至宇宙学尺度的参考系; 另一方面, 因为实际需要, 还需在行星及其天然卫星的质心建立相应参考系 (如地月质心系), 这样的参考系在研究行星系统的演化等方面更有优势。到观测者这一层级, 往往也需要建立自己的局部参考系来描述观测者所在局部区域的现象并和 GCRS 或 BCRS 建立连接。这样的参考系体系称为等级式 (hierarchy) 的。早期的工作可以追溯到 Klioner 在 1993 年的工作^[40]。Klioner 在该工作中建立了运动学非旋转的三层参考系, 即太阳系质心参考系 (BRS)、地心参考系 (GRS) 和观测者参考系 (ORS)。其中 ORS 的度规张量写为:

$$\begin{cases} \tilde{g}_{00} &= 1 - \frac{2}{c^2}(E_i \xi^i + \tilde{U}_T(\tau, \boldsymbol{\xi})) + O(c^{-4}) \\ \tilde{g}_{0i} &= \frac{4}{c^3} \left[\frac{1}{4}(q-1)\dot{F}^{ik}\xi^k + \frac{1}{4}(q_0-1)\dot{R}^{ik}\xi^k + \frac{1}{4}(q_k-1)\dot{K}^{ik}\xi^k + \tilde{U}_T^i(\tau, \boldsymbol{\xi}) \right] + \\ &O(c^{-5}) \\ \tilde{g}_{ij} &= -\delta_{ij} \left[1 + \frac{2}{c^2}(E_i \xi^i + \tilde{U}_T(\tau, \boldsymbol{\xi})) \right] + O(c^{-4}) \end{cases} \quad (19)$$

上式中, \tilde{U}_T , \tilde{U}_T^i 是 ORS 的潮汐势, R_{ij} 是旋转矩阵, F_{ij} 表示 GRS 在 BRS 中的测地运动。反对称张量 K_{ij} 使得 ORS 相对 GRS 有个旋转, 但相对于 BRS 无旋转。上式中的参数 q , q_0 , q_k 都为零, 对应运动学无旋转。

上述工作在 1998 年由 Klioner 和 Soffel 扩展到 4 层参考系体系, 即在原来三层的基础上, 包含了银心参考系 (GalRS)^[41]。这种等级式的参考系理论中, 每一层的度规张量的基本形式相同:

$$\begin{cases} g_{00} &= 1 - \frac{2}{c^2}W(t, \boldsymbol{x}) + O(c^{-4}) \\ g_{0i} &= \frac{4}{c^3}W^i(t, \boldsymbol{x}) + O(c^{-5}) \\ g_{ij} &= -\delta_{ij} \left(1 + \frac{2}{c^2}W(t, \boldsymbol{x}) \right) + O(c^{-4}) \end{cases} \quad (20)$$

当然, 对不同等级的参考系, 上式中的势函数 W , W^i 取不同的形式。

对银心参考系, Kopeikin 等人也做了一些研究^[44, 45]。显而易见, 太阳系并非宇宙中的孤立引力体, 它首先是银河系中的一员。如果银河系作为一个整体看成孤立引力体, 则太阳系质心参考系成为一个局部系。而全局参考系是建立在银河系质心的天球参考系, 其坐标轴相对于遥远的射电源运动学无旋转。把银心天球参考系的坐标表示为 $\mathcal{X}^\alpha = (\mathcal{T}, \mathcal{X}^i)$, 那么太阳系质心坐标和银心坐标之间的变换关系为^[45]:

$$t = \mathcal{T} - c^{-2} [B(\mathcal{T}) - V_B^i (\mathcal{X}^i - \mathcal{X}_B^i)], \quad (21)$$

$$x^i = L_j^i (\mathcal{X}^j - \mathcal{X}_B^j), \quad (22)$$

其中, $B(\mathcal{T})$ 是银心系坐标时的函数, V_B^i 是太阳系质心相对于银心的运动速度, 矩阵 L_j^i 为:

$$L_j^i = \left(1 + \frac{U_{\text{gal}}}{c^2}\right) \delta^{ij} + c^{-2} \left(\frac{1}{2} V_B^i V_B^j + F^{[ij]}\right), \quad (23)$$

表示了由太阳系质心运动速度、引力势 U_{gal} 以及质心参考系相对银心参考系的旋转 ($F^{[ij]}$) 造成的长度收缩。

简单地讨论太阳系当作孤立引力系统的一些影响。根据式 (21) 方括号中第二项, TCB 的测量值和观测者相对于太阳系质心的距离有关。对地球上的天文观测而言, 这大约会引起幅度为 0.37 s 的周年变化。如此大的一个相对论效应实际很难被发现, 主要是因为这个变化隐藏在长期光行差效应中^[46]。从天文研究来看, 把银河系当作孤立引力体显然比太阳系合适。银心坐标系的坐标时 \mathcal{T} 也比 TCB 更加均匀。式 (21) 中函数 $B(\mathcal{T})$ 会引起 TCB 和 \mathcal{T} 有一个长期偏离。 B 对 \mathcal{T} 的导数 $\dot{B} \approx 10^{-7}$ 会影响 TCB 计量的时间单位 (SI 秒长)。这要求长度和质量单位需重新尺度化, 不过至今为止, IAU 还没有对此有过讨论。二阶导数 ($\ddot{B} \approx 10^{-15}/\text{年}$) 会影响国际天球参考架 ICRF 以及高精度天体测量星表。而 BCRS 相对于动力学非旋转的参考系的相对论进动极小, 约为每世纪 0.4 微角秒, 完全可以忽略不计。

严格地说, 太阳系不能看作孤立引力体, 不仅是因为受到来自银河系以及其他星系的包括暗物质在内的正常引力作用, 还受到引起宇宙加速膨胀的暗能量的影响。标准宇宙学模型称为 Λ -CDM 模型, 描述一个加速膨胀的宇宙。这样, 宇宙学意义上的度规应该在普通引力系统的度规上引入膨胀因子^[44, 45]:

$$g_{\alpha\beta} = a^2(\eta)(\eta_{\alpha\beta} + h_{\alpha\beta}), \quad (24)$$

这里 $a(\eta)$ 是一个依赖于共形时间 η 的标量因子, $\eta_{\alpha\beta}$ 则是闵考夫斯基度规, $h_{\alpha\beta}$ 是由引力系统如太阳系等产生的摄动。IAU 决议假设 $a(\eta) = 1$, 显然和现有的宇宙学理论及观测不符。但这种不符对目前的天体测量有多大影响, 还需仔细地讨论^[47]。

地球和月球可以看做一个双星系统, 绕着太阳系质心旋转。建立局部的地月质心坐标系 $w^\alpha = (cu, w^i)$ 来描述地月系统中的物理现象是非常方便的, 例如这样的坐标系可以帮助我们更好地理解月球相对于地球的轨道运动, 不再受到地月质心绕着太阳运动的影响。在激光测月的实验中, 地月质心系比 GCRS 更加方便, 可以排除一些因为坐标选择不当产生的效应。

Kopeikin 和 Xie 用标量-张量理论建立了一个地月质心参考系^[42, 43], 该局部系的原点与地月子系统的质心在任意时刻都是重合的, 几何上就是在质心世界线周围建立一个坐标系, 它的范围是延伸到距离地月系统最近的一个天体上, 位于地月质心系统中的物质只有地球和月球。他们的地月质心系是动力学非旋转的, 这就是说地球和月球在该局部坐标系中的轨道运动方程不再包含科里奥利力和离心力, 同时这也表明地月质心参考系的空间轴是绕着运动学非旋转的太阳系质心参考系旋转的。在局部地月质心参考系中, 度规张量可以写为:

$$\begin{cases} \hat{g}_{\mu\nu}(u, \mathbf{w}) = \eta_{\mu\nu}(u, \mathbf{w}) + \hat{h}_{\mu\nu}(u, \mathbf{w}), \\ \hat{h}_{\mu\nu}(u, \mathbf{w}) = \hat{h}_{\mu\nu}^{(\text{int})}(u, \mathbf{w}) + \hat{h}_{\mu\nu}^{(\text{ext})}(u, \mathbf{w}) + \hat{h}_{\mu\nu}^{(\text{mix})}(u, \mathbf{w}), \end{cases} \quad (25)$$

其中带有上指标 (int) 表示内部解, 包含了地球和月球。(ext) 表示外部解, 同时由于场方程的非线性性质, 度规张量部分需要引入混合解 (mix)。 $\eta_{\mu\nu}$ 为闵考夫斯基度规。具体的公式, 以及物理含义可以参考文献 [42]。

为了在相对论框架下计算月球的自转, Wang 等人也根据 IAU2000 的决议, 构建了一个月心天球参考系, 该参考系是运动学无旋转的, 并给出了相应的坐标变换^[48]。

5 讨论和总结

能被 IAU 采纳并写入决议的参考系理论一定是成熟的、得到国际学术界广泛认可且能够在相当长的时间内满足天文观测和数据处理需求的理论。Brumberg-Kopeikin 体系和 DSX 体系在发表近 10 年后, 得到了学术界以及 IAU 官方的认可。自决议发表至今, 基本天文学在这期间又得到了长足的发展。尽管如此, IAU2000 决议所确定的太阳系多参考系理论在未来一定时间内大多数情况下仍然适用。决议已经在一些数据处理中得到应用。比如, Gaia 的数据处理软件 RAMOND^[49-51] 就是采用最新的参考系决议; 脉冲星计时数据处理软件 TEMPO2^[52] 根据决议内容作了相应更新; VLBI 的数据处理模型^[53], 也考虑了参考系的最新决议。

决议采用的 1PN 多体理论本身是优美自恰的。但以此所定义的太阳系多参考系却存在若干先天性的不足或缺点, 只是这种不足在绝大多数情况下被天体测量的精度所掩盖。其一是该参考系定义完全是广义相对论框架的, 即以爱因斯坦的引力理论为基础。虽然广义相对论迄今为止没有违反引力实验的结果, 但人们依然在理论和实验上继续对其进行挑战。仅从太阳系内引力实验的角度, 天文参考系的定义应该是采用包含多种引力理论的参数化后牛顿框架更为合适。Gaia 的另外一个数据处理模型 GREM^[54] 就是采用了前面讨论过的参数化后牛顿多参考系理论。不过参数化后牛顿也有一些困难, 特别是多极矩的计算, 有学者如 Xie, 用标量张量理论计算了全局系中的多极矩展开^[55]。

IAU2000 参考系决议的另外一个不足在于它是 1PN 的。2PN 的改正在大多数情况下无需考虑, 但在靠近太阳或者大行星时, 如电磁波传播的 2PN 效应, 已经不能忽略。Gaia 和 VLBI 的观测都要求不能靠近太阳, 这也是因为目前还没有一个成熟的 2PN 参考系理论有关。而场方程的线性化在 2PN 的多体理论中要复杂得多, 目前的 2PN 多体理论尽管完成了

场方程的线性化,但由此引入的三维张量却无法给出解析的表达式。相关的研究工作仍在进行中^[56]。至于二阶后牛顿的 PPN 多参考系理论还远不成熟,虽然目前已有针对光传播度规的一些研究^[38, 39]。

IAU 决议给出的多参考系定义有个较大的缺陷是把太阳系假设为孤立的引力系统。这样运动学无旋转的 BCRS 就是惯性参考系,在数学上渐进平坦,即在无穷远处为闵氏空间。这样的假设简化了 BCRS 的定义,但却不符合天文和物理事实。太阳系首先处于银河系中,绕着银河系中心旋转,显然不是孤立引力系统。而且,银河系之外还有无数的星系和引力体。太阳系因这些引力体的影响而相对于遥远射电源的加速度已经有人测量出具体数值^[57]。这些影响应该要体现到太阳系内的参考系定义中。根据标准宇宙学理论,占宇宙成分 69% 的物质为暗能量,体现为目前我们的宇宙正在加速膨胀。宇宙学效应在局部太阳系天体测量中的体现,目前还不是特别清楚,但从理论上来说,严格的参考系定义应该体现宇宙加速膨胀因子。

IAU2000 只定义两层参考系,在实际应用中也有不足。比如在研究地月系统和激光测月试验中,地月质心系往往比 GCRS 或者 BCRS 更方便,可以去除一些坐标选择不当带来的效应。在 BCRS 中建立激光测月模型就需要考虑地月系统绕太阳运动产生的洛仑兹收缩,但在地月质心系中无须考虑。建立更多层次的参考系,包括超越太阳系的更大尺度参考系如银河系尺度乃至宇宙学尺度也可以是 IAU 未来新决议的考虑方向。另外,1PN 多体理论也有新的研究版本,如美国喷气推进实验室的 Turyshev 和加拿大学者 Toth 提出了一种构造弱场和缓慢运动近似下孤立 N 体系统引力场方程解和动力学的新摄动方法^[58]。

综上所述,IAU 关于相对论天文参考系的决议发表 10 多年以来,在实践中发挥了重要的作用,而理论发展和对其的扩充也有相当多的研究工作出现。这些实践和研究发现了一些需要解决的问题,我们期待 IAU 对相对论性天文参考系做出新的决议。

参考文献:

- [1] 黄城. 相对论天体力学与天体测量学 (内部讲义), 上海天文台, 2002
- [2] 须重明. 自然杂志, 2010, 32: 288
- [3] Murphy T W. Space Science Review, 2009, 148: 217
- [4] Pearlman M, Noll C, Dunn P, et al. Journal of Geodynamics, 2005, 40: 470
- [5] Gurtner W, Noomen R, Pearlman M R. Advances in Space Research, 2005, 36: 327
- [6] Exertier P, Bonnefond P, Deleflie F, et al. Comptes Rendus Geosciences, 2006, 338: 958
- [7] Manchester R N. AIP Conference Proceedings, 2011, 1357: 65
- [8] Cacciapuoti L, Cacciapuoti C. Journal of Physics, Conference Series, 2011, 327: 012049
- [9] IERS / IVS Working Group. IERS Technical Note, 2009: 35
- [10] <http://sci.esa.int/gaia>, 2013
- [11] Brumberg V A, Kopeikin S M. Nuovo Cimento, 1989, 103B: 63
- [12] Kopeikin S M. Celes. Mech., 1988, 44: 87
- [13] Brumberg V A. Essential Relativistic Celestial Mechanics, Bristol: Adam Hilger, 1991: 15
- [14] Damour T, Soffel M, Xu C. Phys. Rev. D, 1991, 43: 3273
- [15] Damour T, Soffel M, Xu C. Phys. Rev. D, 1992, 45: 1017

- [16] Damour T, Soffel M, Xu C. *Phys. Rev. D*, 1993, 47: 3214
- [17] Damour T, Soffel M, Xu C. *Phys. Rev. D*, 1994, 49: 618
- [18] 韩文标, 陶金河, 马维. *天文学进展*, 2014, 32: 95
- [19] Soffel M, Klioner S A, Petit G, et al. *AJ*, 2003, 126: 2687
- [20] 迈克·索菲, 韩文标. *相对论天体力学和天体测量学*, 北京: 科学出版社, 2015
- [21] Nordtvedt K. *Phys. Rev.*, 1968, 169: 1017
- [22] Will C M. *ApJ*, 1971, 163: 611
- [23] Klioner S A. *Proceedings of the Journées'97*, Prague, 1997
- [24] Will C M. *Theory and experiment in gravitational physics*, Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1993
- [25] Klioner S A, Soffel M. *Phys. Rev. D*, 1999, 62: 024019
- [26] Kopeikin S A, Vlasov I. *Phys. Rep.*, 2004, 400: 209
- [27] Nutku Y. *ApJ*, 1969, 155: 999
- [28] Nutku Y. *ApJ*, 1969, 158: 991
- [29] Perryman M A C, et al. *A&A*, 2001, 369: 339
- [30] Malbet F, et al. *Exp. Astron.*, 2012, 34: 385
- [31] Ni W-T. *Int. J. Mod. Phys. D*, 2008, 17: 921
- [32] Wolf P, et al. *Experimental Astronomy*, 2008, 23: 651
- [33] Turyshev S G, Shao M, Nordtvedt K. *Class. Quantum Grav.*, 2004, 21: 2773
- [34] Xu C, Gong Y, Wu X, et al. *arxiv: gr-qc/0510074*, 2005
- [35] Xu C, Klioner S A, Soffel M, et al. *IAU Joint Discussion 7: Space-Time Reference Systems for Future Research at IAU General Assembly, Beijing, IAU 2012*
- [36] Blanchet L, Damour T. *Ann. Inst. Henri Poincaré A*, 1989, 50: 377
- [37] Minazzoli O, Chauvineau B. *Phys. Rev. D*, 2009, 79: 084027
- [38] Minazzoli O, Chauvineau B. *Class. Quantum Grav.*, 2011, 28: 085010
- [39] Deng X M, Xie Y. *Phys. Rev. D*, 2012, 86: 044007
- [40] Klioner S. *A & A*, 1993, 279: 273
- [41] Klioner S, Soffel M. *A & A* 1998, 334: 1123
- [42] Kopeikin S M, Xie Y. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 2008, 108: 245
- [43] Kopeikin S M, Xie Y. *Acta Phys.Slov.*, 2010, 60: 393
- [44] Kopeikin S M. *Proceedings of the IAU 261 Symposium*, 2009, 5: 7
- [45] Kopeikin S M. *Mem. S. A. It.*, 2012, 83: 1001
- [46] Kopeikin S M, Makarov V V. *AJ*, 2006, 131: 1471
- [47] Kopeikin S M, Petrov A N. *Phys Rev D*, 2013, 87: 044029
- [48] Wang Z, Han W B, Tang K, et al. *RAA*, 2016, accepted
- [49] de Felice F, Bucciarelli B, Lattanzi M G, et al. *ApJ*, 2004, 607: 580
- [50] de Felice F, Vecchiato A, Crosta M T, et al. *ApJ*, 2006, 653: 1552
- [51] Crosta M, Vecchiato A. *ApJ*, 2010, 509: A37
- [52] Hobbs G B, Edwards R T, Manchester R N. *MNRAS*, 2006, 369: 655
- [53] McCarthy D D, Petit G. *IERS Conventions, IERS Technical Report*, 2003, 32: 110
- [54] Klioner S A. *AJ*, 2003, 125: 1580
- [55] Xie Y. *RAA*, 2014, 14: 1193
- [56] Tao J H. *Private Communication*, 2015
- [57] Xu M H, Wang G L, Zhao M. *A&A*, 2012, 544: A135
- [58] Turyshev S G, Toth V T. *Int. J. Mod. Phys. D*, 2015, 24: 1550039

Progresses in Researches of Relativistic Astronomical Reference Systems

HAN Wen-biao¹, CHENG Ran^{1,2}, WANG Zai^{1,3}, FU Wan-ming^{1,3}

(1. Shanghai Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200030, China; 2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China; 3. Department of Physics, Shanghai University, Shanghai 200444, China)

Abstract: The International Astronomical Union (IAU) released an important resolution about the relativistic astronomical reference systems at the year of 2000. The resolution based on two equivalent theories of multi-reference systems of relativistic N -body system: Brumberg-Kopeikin formalism and Damour-Soffel-Xu formalism, constructed theoretically rigorous and consistent local reference system and global reference system with first order post-Newtonian (1PN) level, and gave out the coordinate-transformation rules between the two reference systems. This review summarizes key contents of the IAU2000 reference systems, and points out main advantages and theoretical weakness of this theory. Before and after the publication of the IAU2000 resolution, there are a lot of researches on the relativistic astronomical reference systems. We discuss in details about the theoretical progresses of the relativistic reference systems in the second order post-Newtonian approximation, parameterized post-Newtonian formalism, and treating the solar system as a non-isolated gravitational system in the Universe. Furthermore we also discuss prospects of theoretical researches in the future and influences to practical Astrometry.

Key words: general relativity; astronomical reference system; standard cosmological model